Wärmetheorie & Hydraulik

Pieper, Andreas

Karlruhe, 1872/73

Permanente strömende Bewegung der Luft oder eines Gases in Gefäßen oder Röhren

urn:nbn:de:bsz:31-279864

Permanente strömende Bewegung der Luft oder eines Gases in Gefäßen oder Röhren.

Um zunächst gewisse Fundamentalgleichungen für diesen Fall aufzustellen, muss zunächst erinnert werden an die früher aufgestellten allgemeinen Gleichungen für die permanente strömende Bewegung einer beliebigen Flüssigkeit. Die Fundamentalgleichungen, bei denen gar nichts bezüglich der Art der strömenden Flüssigkeit vorausgesetzt war, waren folgende:

1.) die Continuitätsgleichung:

$$Fu = Gv$$

worin F = Querschnitt des Flüssigkeitsstromes an einer gewissen Stelle, u mittlere Geschwindigkeit in F, G = Flüssigkeitsgewicht, welches pro Sekunde durch F fließt und v = Volumen der Gewichtseinheit. —

2.) die Gleichung der lebendigen Kraft:

$$\frac{u\,du}{g} + v\,dp = dM - dB$$

diese Gleichung ist bezogen auf ein Längenelement ds der Röhre und auf 1 kg der Flüssigkeit; ferner bedeutet g die Beschleunigung der Schwere, p die mittlere Spannung in F, dM die Arbeit der äußeren Massenkräfte pro 1 kg strömender Flüssigkeit auf dem Wege ds und dB den Arbeitsverlust durch die Leitungswiderstände pro 1 kg Flüssigkeit auf dem Wege ds.

3.) die Wärmegleichung:

$$dU + p\,dv = W\,dQ + dB.$$

Darin bedeutet U die sogenannte innere Arbeit der Flüssigkeit pro 1 kg, dU die Änderung derselben auf dem Wege ds, dQ bedeutet die Wärme, welche pro 1 kg strömender Flüssigkeit durch die Wand des Röhrenelements von der Länge ds von außen nach innen zugeführt wird, W das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit, also die Zahl 424 wenn 1 kgm die Arbeitseinheit ist, vermittelst welcher die Temperatur von 1 kg Wasser um 1° C. erhöht wird. Aus 2 und 3 ergibt sich die Gleichung der inneren Arbeitsänderung:

4.) . . . .

$$\frac{u\,du}{g} + dU + d(pv) = dM + W\,dQ.$$

Zur näheren Bestimmung von dM, dB und dQ ist zu bemerken, dass dM, also die Arbeit der äußeren Massenkräfte, wenn diese Kräfte bestehen aus der Schwerkraft und den Trägheitskräften der rel. Bew., folgende Gleichung gibt:

$$dM = \left(\cos\psi - \frac{f}{g}\cos\varphi\right)ds\ ;$$

hierin ist ψ der Winkel, den an der betreffenden Stelle die Mittellinie der Röhre der Richtung der Schwere mit der Tangente an die Mittellinie der Röhre im Sinne der Bew. bildet, also $0 < \psi < 180°$; f bedeutet hier, für den Fall der eigenen Bew. der Röhre, die Beschl. der Mittellinie der Röhre an der betreffenden

Stelle und φ d. Winkel zwischen d. Richtung von f mit d. Richtung d. Tangente an d. Mittellinie. —

Was d. Größe dB betrifft, so können auch hier d. bez. Widerstände zweierlei Art sein, theils Leitungswiderstände längs d. ganzen Röhre theils besondere Widerstände, verursacht durch Richtungs- und Querschnittsänderungen. In diesen differentiellen Gl. können aber nur d. stetig auf d. ganzen Länge vertheilten Leitungswiderstände vorkommen, da diese Diff.-Gl. nur im Ganzen betrachtet werden können, nicht für einzelne Stücke ds. Etwaige sonstige Widerstände können erst nach d. Integration berücksichtigt werden, wobei es nöthig ist, wenn an irgend einer Stelle ein besonderer Widerstand stattfindet, bis dahin zu integrieren und dann von hier wieder weiter u. s. w. — Für d. Leitungswiderstand kann man dieselbe Gl. zu Grunde legen wie beim Wasser, also:

$$dB = 2\lambda \frac{ds}{\delta} \frac{u^2}{2g}$$

wo man sich nur vorbehält λ durch Versuche zu bestimmen. Schließlich ist:

$$g\,dQ = k(T'-T)\,dF',$$

worin bedeutet T d. absolute Temperatur im Innern d. Röhre an d. betrachteten Stelle, T' d. Temperatur d. Mediums an d. entsprechenden äußeren Stelle und dF' d. Wandfl. d. Röhre entsprechend d. Längenelement ds; k ist d. betreffende Wärmeüberführungscoeff., d. h. d. Wärmemenge, d. durch eine Wandfl. F' in d. Zeiteinheit für jeden Grad d. innern und äußern Temp.-differenz hindurchfließt. —

Zu diesen 3 Gln. müssen jedoch noch 2 hinzukommen, um 5 Unbekannte zu bestimmen. Diese 2 Gln. sind von d. Art d. Flüssigkeit abhängig; zunächst d. Zustandsgl.:

$$pv = RT \quad \text{4)}$$

Die letzte Gl. endlich bezieht sich auf d. innere Arbeitsvermögen eines Gases. Aus d. Prinzip d. Wärmetheorie ist bekannt, daß d. ∞ kleine Änderung d. Körperwärme, also d. Wärmemenge einer unendl. kl. Änderung d. Arbeitsvermögens $A\,dU$ einfach proportional ist d. Temperaturänderung. Die sogenannte innere Arbeit ist beim Gas $= 0$; eine Änderung d. Körperwärme ist nur bedingt durch eine Änderung d. inneren lebendigen Kraft nicht bezüglich d. Disgregation, es ist also:

$$A\,dU = c\,dT.$$

worin c d. spec. Wärme bei constantem Volumen bedeutet. Nun ist bekanntlich: $AR = c_p - c$ wo c_p d. spec. Wärme eines Gases bei constantem Druck ist. Wird nun $c_p - c = c(n-1)$ gesetzt, wo bekanntlich für atm. Luft $n = 1{,}41$ ist, so ist: $\frac{c}{A} = \frac{R}{n-1}$ also:

$$dU = \frac{R}{n-1}\,dT \quad \text{5)}$$

Jetzt haben wir 5 Beziehungen, wenn auch nur in Form von Diff.-Gln., womit nun d. 5 Unbekannten gefunden werden können als Funktionen von s, wenn nur d. Anfangs- und Endzustand, also d. Grenzbedingungen in d. erforderlichen Zahl gegeben sind zur Bestimmung d. Constanten.

Von vornherein sollen diese Versuche jedoch dadurch vereinfacht werden, daß von diesen 5 Größen 2 eliminiert werden und zwar d. spec. Volumen und d. innere Arbeitsvermögen, so daß nur 3 Gln. bleiben zwischen Geschw. Temp. und Druck.

Zunächst läßt sich Gl. 1 mit Gl. 4 so combinieren, daß v herausfällt, wir bekommen nämlich:

$$\frac{Fu}{G} = \frac{RT}{p} \quad \text{I}$$

ferner ist mit Rücksicht auf Gl. 4 u. Gl. 5:

$$dU + d(pv) = \frac{R}{n-1}\,dT + R\,dT = \frac{n}{n-1}R\,dT.$$

Es soll nun ein Gesetz ... [illegible] ... abgeleitet werden, setzt:

$$dM = \cos\psi\, ds$$

dann lautet d. Gl. d. Arbeitsvermögens:

II $$\frac{u\,du}{g} + \frac{n}{n-1}\,\mathcal{R}\,d\mathcal{T} = \cos\psi\, ds + W\,dQ$$

Und ferner Gl. 3 schließl. setzt: $$p\,dv = pv\,\frac{dv}{v} - \mathcal{R}\mathcal{T}\,\frac{dv}{v} - \mathcal{R}\mathcal{T}\,\frac{dv}{g}\,\frac{g}{v} - \mathcal{R}\mathcal{T}\,\frac{d(\partial u)}{\partial u}$$

III und setzt: $$\frac{\mathcal{R}}{n-1}\,d\mathcal{T} + \mathcal{R}\mathcal{T}\,\frac{d(\partial u)}{\partial u} = W\,dQ + \lambda\,\frac{ds}{\delta}\,\frac{u^2}{2g}$$

Hieraus soll nun ... [illegible] ... d. Gl. d. ... [illegible] ... also II–III:

IV $$\frac{u\,du}{g} + \mathcal{R}\,d\mathcal{T} - \mathcal{R}\mathcal{T}\,\frac{d(\partial u)}{\partial u} = \cos\psi\, ds - \lambda\,\frac{ds}{\delta}\,\frac{u^2}{2g}$$

Durch diese Gl. können nun p $\mathcal{T}$ und u als Funktionen von s bestimmt werden, wenn dieselben für einen bestimmten Wert von s bekannt sind und d. Gefäll und Lage d. Röhre gegeben ist.

Zunächst sollen diese Formeln angewendet werden für d. Fall, daß ... [illegible] ... Größen ... [illegible] ... vernachlässigt werden können. Man ... [illegible] ... handelt um d. Querschnittsänderung, d. dann bezüglich d. Wärme- und Lst.-Widerstands ... [illegible] ... auf einer kurzen Wegstrecke, wo jedoch ... [illegible] ... Querschnittsänderungen vorkommen können, so kann für diese kurze Strecke abgesehen werden von Einfluß d. Wärme, die dieselbe bei d. Gasen überhaupt schon eine viel untergeordnetere Rolle spielt, wie beim Wasser; ferner kann abgesehen werden von d. Wärmeleitung durch d. Rohrwand, die dieselbe doch nur vorkommt bei d. Lst. in längeren Röhren und Kanälen. Ferner ... [illegible] ... d. Natur d. ... [illegible] ..., daß auch abgesehen werden kann von dem Leitungswiderstand, man kann also absehen von $W\,dQ$, $\cos\psi$ und d. Gliedern mit λ. Dann lautet Gl. II:

$$\frac{u\,du}{g} = -\,\frac{n}{n-1}\,\mathcal{R}\,d\mathcal{T}$$

dieselbe integriert liefert: $$\frac{u^2 - u_1^2}{2g} = \frac{n}{n-1}\,\mathcal{R}\,(\mathcal{T}_1 - \mathcal{T})$$, wenn $\mathcal{T}_1$ u. u_1 d. zusammengehörigen Werte für d. Anfangsquerschnitt bedeuten.

Gl. III lautet nun, wenn man sie durch $\frac{\mathcal{T}\mathcal{R}}{n-1}$ dividiert: $$\frac{d\mathcal{T}}{\mathcal{T}} = -(n-1)\,\frac{d(\partial u)}{\partial u}$$

wenn d. Zeichen λ ... [illegible] ..., daß auch ... [illegible] ... können. Und d. Gleichheit ... [illegible] ... genommen, ... [illegible] ..., d. ∂u - $g\,v$ ist:

$$\frac{d\mathcal{T}}{\mathcal{T}} = -(n-1)\,\frac{dv}{v}$$

und durch Integration:

$$\frac{\mathcal{T}}{\mathcal{T}_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{n-1}$$

Dies ist d. Beziehung zwischen ... [illegible] ... Volumen und Temp. in 2 Zuständen d. Gases ohne Mitteilung od. Entziehung von Wärme. Verbindet man diese Gl. mit $gv = p\mathcal{T}$, so findet man:

$$\frac{\mathcal{T}}{\mathcal{T}_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Diese Beziehung gilt aber nur bei Abstraktion von d. Lst.-Widerstand. Es ist ... [illegible] ..., in welchem Sinne sich diese Gl. durch d. Lst.-Widerstand ändert. Durch d. Lst. wird Arbeit in Wärme verwandelt, es würde also $\mathcal{T}$ größer sein, es wird also:

$$\frac{\mathcal{T}}{\mathcal{T}_1} \gtrless \left(\frac{v_1}{v}\right)^{n-1} \text{ auch } \gtrless \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

Wenn man nun aus obiger Gl. für $\frac{u^2 - u_1^2}{2g}$ u entwickelt, so ergibt sich: $$u = \sqrt{u_1^2 + \frac{n}{n-1}\,2g\,\mathcal{R}\mathcal{T}_1\left(1 - \frac{\mathcal{T}}{\mathcal{T}_1}\right)}$$

hier ist $\frac{\mathcal{T}}{\mathcal{T}_1}$ im Allgemeinen größer als $\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$, folglich $1 - \frac{\mathcal{T}}{\mathcal{T}_1} < 1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$. Es wird also d. ganze

Ausdruck zu groß, wenn man $\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ an Stelle von $\frac{T}{T_1}$ setzt. Es muß also, um diesen Unterschied auszugleichen, d. ganze Ausdruck mit einem echten Bruch φ multiplicirt werden, wo φ ein Correctionscoeff. ist: also:

$$u = \varphi\sqrt{u_1^2 + \frac{n}{n-1}\, 2gRT_1\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}$$

Dann bedeutet φ weiter nichts als d. Geschw.-Coeff., wie bei d. Ausfl. d. Wassers, denn d. Wurzelgröße ist derjenige Werth von u, welcher stattfinden würde, wenn keine Ausfl.-Widerstände vorhanden wären. Aus d. vorigen Gl. folgt ferner:

$$T = T_1 - \frac{n-1}{n}\,\frac{u^2-u_1^2}{2g}$$

Nimmt man d. letzten 2 Gl. für u und T zusammen mit Gl. I, so hat man 3 Gln., vermittelst welcher in diesem Falle d. unbekannten Größen gefunden werden können und zwar sind diese Bedingungen jetzt alle in endlicher Form vorhanden. Wenn es sich also handelt um d. Ausfl. eines Gases aus einer weiten Röhre, falls man d. Wärmeleitung, d. Schwerkräfte und d. Bewegungswiderstände vernachlässigen kann, so bestehen diese 3 Beziehungen.

In diesen Gln. ist d. Größe $1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$, welche mit $f(p)$ bezeichnet werden soll, recht unbequem, weshalb dieselben zweckmäßig tabellarisch aufgezeichnet sind. Für atm. Luft mit $n = 1{,}41$ ist $\frac{n-1}{n} = 0{,}2908$ und hierfür finden sich d. Werthe von $f(p)$ für $\frac{p}{p_1} = 0{,}95$ bis $0{,}1$ in Redtenbacher's Resultate Seite 530. In d. meisten Fällen ist jedoch $\frac{p}{p_1}$ wenig von d. Einheit verschieden, d. h., wenn man $\frac{p}{p_1} = 1-\delta$ setzt, δ ein kleiner Bruch wird. In einem solchen Fall kann man dann $f(p)$ nach Potenzen von δ in eine Reihe entwickeln, von welcher es genügt wenige Glieder zu nehmen. Also:

$$f(p) = 1-\left[1-\frac{n-1}{n}\delta + \frac{\frac{n-1}{n}\left(\frac{n-1}{n}-1\right)}{1\cdot 2}\delta^2\right] = \frac{n-1}{n}\delta + \frac{n-1}{2n^2}\delta^2 = \frac{n-1}{n}\delta\left(1+\frac{\delta}{2n}\right)$$

Insbesondere für atm. Luft ist:

$$f(p) = 0{,}2908\,\delta(1+0{,}355\,\delta).$$

Diese Formeln finden nun hauptsächlich Anwendung bei d. Bewegung d. Ausflusses eines Gases aus einer Mündung in einer Gefäßwand. In einem solchen Fall ist gegeben zu sein d. Pr. p_1 und d. Temp. T_1 im Innern d. Gefäßes, ferner d. Pr. p, welche im äußeren Raum stattfindet, in welchen hinein d. Ausfluß d. Gases stattfindet, also im kleinsten Querschnitt d. contrahirten Strahls. Ferner ist gegeben d. Größe d. Mündung $= A$; d. Contraction ist hier ähnlich wie beim Wasser, α sei d. Contractions-Coeff., also αA d. kleinste Querschnitt d. contrahirten Strahls. Außerdem kann hier noch ein besonderer Widerstand in Betracht kommen und es sei d. darauf bezügliche Geschw.-Coeff. $= \varphi$, und ζ = Widerstandscoeff. und $\mu = \alpha\varphi$ = Ausflußcoeff. Wenn nun d. Ausflußgefäß ein gegen Mündung großes ist, so kann man d. Geschw. d. Gases im Innern d. Gefäßes vernachlässigt werden, also $u_1 = 0$ gesetzt werden, man hat dann:

$$u = \varphi\sqrt{\frac{n}{n-1}\, 2gRT_1 f(p)}$$

Ist φ nun durch Versuche bestimmt, so ist nach dieser Gl. u vollkommen bestimmt.

Bei diesem Ausfluß kann unter Umständen eine bedeutende Temp.-Änderung stattfinden und zwar eine Erniedrigung. Wenn man z. B. Luft, d. unter 2 Atm. Pr. aus einem zylindrischen metallenen Ansatzrohr ausströmen läßt, so findet man, daß d. Röhre so kalt wird, daß daran gespritztes Wasser zu Eis erstarrt. —

Setzt man in d. Gl. für T diesen Werth von u und $u_1 = 0$, so folgt:

$$T = T_1\left[1-\varphi^2 f(p)\right]$$

Außer d. Ausflußgeschw. und d. Temp. d. ausströmenden Luft ist ferner noch zu bestimmen d. Ausflußmenge, welche aber hier besser d. Gew. nach und nicht d. Volumen nach zu bestimmen ist und zwar, um Verwechslungen zu vermeiden, soll noch angegeben werden, unter welchen Umständen dies gemessen ist. G sei d. p. Sek. ausströmende Luftgew., dann ist, wenn d. Gl. auf d. Endquerschnitt bezogen sind:

$$F = A\alpha \quad \text{und} \quad G = \alpha A u \frac{p}{RT}.$$

Setzt man hier für u seinen Ausdruck und $RT = RT_1(1-\varphi^2 f(p))$ und $\alpha\varphi = \mu$, so ist:

$$G = \mu A p \frac{\sqrt{\frac{n}{n-1}\frac{2g}{RT_1} f(p)}}{1-\varphi^2 f(p)}$$ – p. Sek. ausströmendes Luftgew.

In welchem Grade d. ausströmende Luft eine Temp.-Erniedrigung erfahren kann, mag an einem Beispiel erläutert werden: Es sei etwa $\frac{p}{p_1} = \frac{1}{2}$, dann ist $f(p) = 0{,}1825$ (d. h. wenn d. Dr. im Gefäß 2 mal so groß als außen ist). Es ströme d. Luft aus einer kurzen cylindr. Ansatzröhre; dann ist erfahrungsmäßig für $\frac{p}{p_1} = \frac{1}{2}$, d. Geschw.-Coeff. = Ausfluß-Coeff. $\varphi = 0{,}9$ – $\varphi^2 = 0{,}81$ und $\varphi^2 f(p) = 0{,}81 \cdot 0{,}1825$. Es sei d. Temp. d. Luft im Innern d. Behälters = 27°C, so daß d. absolute Temperatur = 300° ist, dann ist: $T = 300(1-0{,}81 \cdot 0{,}1825) = 255{,}7$.
und d. entsprechende Thermometer-Temp.: $t = T - 273 = -17{,}3°C$. Besteht dabei d. Ansatzröhre aus Metall, so kann d. auf diese Weise gezogene Wasser gefrieren. –

Man kann d. Formel für d. atm. Luft auf eine einfachere Form bringen, indem man $n = 1{,}41$ $R = 29{,}3$ und $g = 9{,}81$ setzt. dann ist:

$$u = 44{,}46\varphi\sqrt{T_1 f(p)} \quad \text{und} \quad G = 1{,}517 \mu A p \frac{\sqrt{\frac{f(p)}{T_1}}}{1-\varphi^2 f(p)}$$

Was d. hier zu brauchenden Erfahrungscoeff. betrifft, so liegen über d. Größe d. Contractions-coeff. irgendwie zuverlässige Erfahrungen nicht vor. d. Ausflußcoeff. μ, d. in manchen Fällen identisch mit d. Geschw.-Coeff. φ ist, ist allerdings häufiger gesucht worden, indessen nicht so häufig wie beim Wasser. Es ergibt sich hier im Gegensatz zum Wasser, daß μ in hohem Grade abhängt von $\frac{p}{p_1}$ und zwar in d. Weise, daß mit wachsendem Ueberdruck, also mit abnehmendem Verhältniß $\frac{p}{p_1}$ d. Ausflußcoeff. zunimmt. Dieser Ueberdruck $\frac{p_1}{p}$ ist aber im Verhältniß zu p größer, je kleiner $\frac{p}{p_1}$ ist. d. Werthe von μ finden sich in Redtenbachers Resultate Seite 532. –

Eine Anwendung dieser Formel kann namentlich gemacht werden für d. Ausfluß d. Luft aus z. B. bei d. erforderlichen Düsenöffnung eines Gebläses. Dazu dient d. Gl. für G. Allerdings pflegt hier d. Dr. p_1 an einer solchen Stelle an d. Windleitung unmittelbar vor d. Düsen gemessen zu werden, wo d. Geschw. d. Luft nicht $= 0$ ist. Mißt man also p_1 unmittelbar vor d. Düsen, aus denen d. Luft herauskommt, so darf eigentlich nicht ohne Weiteres $u_1 = 0$ gesetzt werden, da hier eine Geschw. bis zu 20 mtr p. Sek. vorkommen kann. Jedoch lehrt eine Rechnung, daß wenn d. Geschw. dort, wo p_1 gemessen wird auch 20 mtr beträgt, dieselbe dennoch vernachlässigt werden kann, indem dieselbe doch nur eine Vergrößerung d. Düsenöffnung um 2% ausmacht. Man findet d. Ausflußgeschw. offenbar zu klein, also ergibt sich demgemäß bei gegebener Luftmenge d. Düsenöffnung zu groß. Dieses hat darum so weniger zu sagen, als durch unvermeidliche Ansätze an d. Düsen d. reine Düsenöffnung etwas größer sein muß als sie beim Betrieb durchschnittlich bleiben muß. Wenn man speciell diese Formel zu Grunde legt, so fragt es sich ferner, welche Zahlenwerthe man d. Größen μ u. φ beilegen muß. Solche Düsen sind conische Ansatzröhren mit schwacher Convergenz. Man kann erfahrungsmäßig setzen, wenn man ihr d. Dicke weder etwas zu klein als zu groß nimmt: $\mu = 0{,}95$. Zwar wird man ferner richtig gehen, wenn man annimmt, daß dieser Werth zu gleichen Theilen von α und φ herrührt; eine gewisse äußere Contraction findet statt, und auch rührt derselbe zum Theil von d. Reib.-Widerständen her. Angenommen es rühre dies zu gleichen Theilen von α und φ her, so daß also auch dieser Werth $= \varphi^2$ gesetzt werden kann; ferner sei vorausgesetzt, daß p, also d. Dr. gemessen ist in Klgr. p. □m. Für d. äußeren normalen Atm.-Dr. ist $p = 10333$ oder wenn man unter b d. Verhältniß d. mittleren Barometerstandes d. Aufstellungsortes zum Normalstand versteht, ist d. allgemeiner zu setzen $p = 10333\,b$. Strömt d. Luft in d. Hochofen aus, so kann man allerdings nicht berücksichtigen, daß hier im d. Hochofen d. Atm.-Druck herrscht. Diesem Umstand ist jedoch schon Rechnung getragen, indem μ und φ kleiner gesetzt sind, als sie streng genommen sein sollten.

Setzt man diese Zahlenwerthe in G ein, so findet man:

$$\frac{G}{bA} = \frac{13324}{1-0{,}85\,f(p)}\sqrt{\frac{f(p)}{T_1}}$$

wobei man d. Werth von $f(p)$ entweder d. erwähnten Tabelle entnommen werden, od. man kann ihn auch mit genügender Annäherung berechnen nach d. Formel $f(p) = 0{,}291\,\delta(1+0{,}355\,\delta)$ und zwar mit Rücksicht darauf, daß dieselbe δ fast niemals größer als 0,2 zu sein pflegt, wo $\delta = \frac{p_1 - p}{p_1}$. Unter solchen Umständen kommt es wenig darauf an, ob man einige Glieder nimmt, da d. folgenden sehr klein werden.

Es sei z. B.: eine Gebläsemaschine für einen Cupolofen zu berechnen, welchem p. Min. 2,5 Klg. Luft zugeführt werden soll, also $G = 2{,}5$. Dem Ort d. Aufstellung entsprechend sei $b = 0{,}74$, dann ist: $\frac{1}{b} = \frac{76}{74} = 1{,}027$. Angenommen es solle in d. Windkammer vor d. Düsen eine Luftpressung stattfinden, welche gemessen wird durch eine Quecksilbersäule von 88 Ctm Höhe, so daß also d. Luftdruck durch einen Unterschied $88-74 = 14$ Ctm Quecksilbersäule zu messen ist, dann ist: $\delta = \frac{88-74}{88} = 0{,}159$.
Vorausgesetzt, d. Gebläse solle durch kalten Wind gespeist werden, so daß d. absolute Temp. in runder Zahl etwa $= 300$ gesetzt werden muß. Hierfür findet man:

$$f(p) = 0{,}04888$$

und damit d. erforderliche Größe sämmtlicher Düsenöffnungen:

$$A = 1{,}027\cdot 2{,}5\,\frac{1-0{,}85\cdot 0{,}04888}{13324}\sqrt{\frac{300}{0{,}0488}} = 0{,}01447 \text{ □m.}$$

Bewegung der Luft in längeren Röhren.

Hierfür gelten zunächst d. schon bekannten Gln:

$$\frac{Ju}{g} = \frac{RT}{p}$$

$$\frac{u\,du}{g} + \frac{n}{n-1}R\,dT = ds\cos\psi + W\,dQ$$

$$\frac{R}{n-1}\,dT + RT\,\frac{d(Ju)}{Ju} = W\,dQ + \lambda\frac{ds}{\delta}\frac{u^2}{2g}$$

$$\frac{u\,du}{g} + R\,dT - RT\,\frac{d(Ju)}{Ju} = ds\cos\psi - \lambda\frac{ds}{\delta}\frac{u^2}{2g}.$$

Es sei nun vorausgesetzt, d. Luft fließe in einer Röhre von constantem Durchmesser, ferner sei dieselbe annähernd horizontal, so daß man d. Einfluß d. Schwere vernachlässigen kann, und endlich sei angenommen, daß d. Wärmeübertragung durch d. Rohrwand so gering sei, daß sie auch ganz vernachlässigt werden kann, es ist also zu setzen: $dQ = 0$ und $\cos\psi = 0$.
Für d. Anfangszustand sei d. Pr. $= p_1$, d. absolute Temp. $= T_1$ und d. Geschw. $= u_1$, es sollen dieselben Größen nun in d. Entfernung s gefunden werden.
Zur Abkürzung sei $\frac{u^2}{2g} = h$ und $\frac{u_1^2}{2g} = h_1$; dann folgt aus d. 2ten Gl.:

$$dT = -\frac{n-1}{n}\frac{dh}{R} \text{ und hieraus durch Integration: } T = T_1 - \frac{n-1}{n}\frac{h-h_1}{R}.$$

Hiermit ist d. Temp. in d. Entfernung s gefunden, wenn man d. Geschw.-Höhe h kennt.
Zunächst ist zu bemerken, daß weil d. Querschnitt constant ist: $\frac{d(Ju)}{Ju} = \frac{du}{u} = \frac{u\frac{du}{g}}{\frac{u^2}{g}} = \frac{dh}{2h}$ ist und somit lautet Gl. 3 wenn man für dT seinen Werth und $\psi = 0$ setzt:

$$-\frac{dh}{n} + RT\frac{dh}{2h} = \lambda\frac{ds}{\delta}h.$$

Setzt man hier d. Ausdruck für T ein, so läßt sich d. Gl. auf folgende Form bringen: