Wärmetheorie & Hydraulik

Pieper, Andreas

Karlruhe, 1872/73

Verhalten von Dampf mit gleichartiger Flüssigkeit

urn:nbn:de:bsz:31-279864

Um auf Grund dieser Beziehung d. spec. Gewicht d. gesättigten Dampfes als Function d. Pressung zu bestimmen, kann man diese Gleichung mit d. Potenz $\frac{1}{n}$ erheben, man erhält dann:

$$p^{\frac{1}{n}} v = a^{\frac{1}{n}}$$

und ferner:

$$\text{spec. Gewicht} = \gamma = \frac{1}{v} = \frac{1}{a^{\frac{1}{n}}} p^{\frac{1}{n}} = \alpha p^{\mu}$$

wenn man bezeichnet $\alpha = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{n}}$ und $\mu = \frac{1}{n}$

Für gesättigten Wasserdampf hat man:

$\alpha = 0{,}6058$ und $\mu = 0{,}9393$ bestimmt und somit hat als einfachste Beziehung zwischen γ und p für gesättigten Wasserdampf:

$$\gamma = 0{,}6058 \cdot p^{0{,}9393}$$

Die nach dieser Formel für verschiedene Pressungen u. entsprechende Temperaturen gerechneten Werthe von γ stimmen mit d. jenigen mit Versuchen ermittelten ziemlich gut überein, wenigstens tritt erst in d. 3t Decimalstelle höchstens ein Unterschied um eine Einheit ein.

Nachdem nun diese Bemerkungen bezüglich d. wesentlichsten Eigenschaften des gesättigten Dampfes vorausgeschickt sind, können wir nun übergehen zu dem:

Verhalten von Dampf mit gleichartiger Flüssigkeit.

Von besonderem Interesse sind nun zunächst d. allgemeinen Formeln für verschiedene Zustandsänderungen solcher Gemische.

Bei d. Aufstellung dieser allgemeinen Formeln für solche Zustandsänderungen sollen nun wie früher allgemein folgende Buchstabenbezeichnungen benützt werden:

p = spec. Pressung und zwar nimmt man d. Gemisch darunter an, d. spec. Pressung ~~pr~~ in Kgr. pr. □m. Wenn man von Massenkräften absieht, so kann man bekanntlich diese Pressung als in allen Punkten d. Gemisches gleich annehmen.

x bedeute d. in 1 Kgr. d. Gemisches enthaltene Dampfmenge ausgedrückt in Kgr.

also $1 - x$ = Gewichtsmenge d. in 1 Kgr. Gemisch enthaltenen Flüssigkeit

t = die Temperatur in Celsius'schen Graden ausgedrückt und gemessen vom Gefrierpunkt d. Wassers.

T = absolute Temperatur = $273 + t$

q = Wärmemenge, welche dazu erforderlich ist, um 1 Kgr. Flüssigkeit, d. h. solche bei constanter Pressung von 0° auf t° zu erwärmen, oder d. spec. Flüssigkeitswärme bedeutet, = dem Unterschied d. Körperwärme von 1 Kgr. Flüssigkeit bei t° über dieselbe bei 0°.

r = spec. Verdampfungswärme d. h. d. Wärmemenge, welche d. betreffenden Flüssigkeit von t° Temperatur per 1 Kgr. zur Verwandlung in gesättigten Dampf von derselben Temperatur t mitgetheilt werden muss, wenn dabei d. spec. äussere Druck constant = derjenigen Pressung ist, welche d. Temperatur t d. betreffenden gesättigten Dampfes entspricht.

ρ = innere spec. Verdampfungswärme d. h. diejenige Körperwärme überschuss, welchen 1 Kgr. gesättigten Dampfes von d. Temperatur t mehr enthält als 1 Kgr. gleichartige Flüssigkeit von derselben Temperatur.

w = spec. Volumen d. Flüssigkeit ausgedrückt in Cubm. per Kgr.
$w + \Delta$ = spec. Volumen d. Dampfes, welcher unmittelbar in dem Gemische stets gesättigt ist.
v = spec. Volumen d. Gemisches und mithin spec. Volumen unter d. Annahme ... dieses Gemisches. $v = w + y\Delta$.
endlich U = spec. innere Arbeitsvermögen d. Gemisches. Dasselbe enthält in seinem Ausdruck im Allgemeinen immer einen unbekannten constanten Summanden, wenn man nicht d. Arbeitsvermögen in seiner Änderung von einem bestimmten Zustand zu einem anderen gegebenen Zustand verfolgt. Im Folgenden sei immer angenommen, daß d. spec. Arbeitsvermögen von dem Zustand aus gerechnet wird, in welchem d. ganze Gemisch flüssig, also $y = 0$ und in welchem d. Temperatur $t = 0$ ist.

Die allgemeinen Gleichungen, welche nun zur Untersuchung eines solchen Gemisches von Dampf und zugehöriger Flüssigkeit zu Gebote stehen, sind folgende:
1. die spec. Zustandsgleichung d. Gemisches einfach $v = w + y\Delta$ — 1.
wenn man w als Constante in Rechnung ziehen kann, indem die Volumenänderungen einer Flüssigkeit als solche einen sehr kleinen Einfluss auf diejenigen Änderungen d. Volumens, welche durch d. Änderung d. Aggregatzustandes also durch Verdampfung d. Flüssigkeit oder durch d. Condensation d. Dampfes hervorgebracht werden. Unter diesem Umstand braucht man auch keinen Unterschied zu machen zwischen d. spec. Wärme bei constantem Druck und constantem Volumen, indem dieser Unterschied gerade auf den Volumenänderungen beruht.
Indem nun noch d. Volumenzunahme Δ eine Function von p ist, drückt d. obige Gleichung das spec. Volumen d. Gemisches aus als eine Function d. Druckes p und d. verhältnismäßigen Dampfmenge y.
Ferner bezeichnet man d. innere Arbeitsvermögen U und dessen Wärmewerth AU, unter A d. Wärmewerth d. Arbeitseinheit verstanden. Dieses spec. innere Arbeitsvermögen U soll wie oben schon gesagt immer von dem Zustand aus gerechnet werden, in welchem y und t = Null sind.
Der Wärmewerth von U = AU ist d. spec. Körperwärme d. Gemisches bestehend aus d. spec. Körperwärme d. Flüssigkeit und d. Körperwärme d. dampfförmigen Theils d. Gemisches. Indem nun $q = w$ als constant angenommen wird, so kann man ... q als Unterschied d. Körperwärme von 1 Kgr Flüssigkeit bei t° über dieselbe bei 0° betrachten, welche als d. sog. spec. Flüssigkeitswärme bezeichnet werden, ebenso stellt nun $q + \varrho$ d. Unterschied d. Körperwärme von 1 Kgr gesättigten Dampfes bei t° über dieselbe von 1 Kgr d. gleichartigen Flüssigkeit bei 0° dar = d. spec. Dampfwärme.
Indem nun gerade in 1 Kgr Gemisch y Kgr Dampf und $1-y$ Kgr Flüssigkeit enthalten sind, ist d. spec. Körperwärme d. Dampfes $= y(q+\varrho)$ und d. spec. Körperwärme d. Flüssigkeit $= (1-y)q$. Für irgend einen Augenblick d. Zustandsänderung d. Gemisches ist also d. spec. Körperwärme:

$$AU = (1-y)q + y(q+\varrho)$$

$$\text{od. } AU = q + y\varrho \qquad 2$$

Im vorliegenden Falle bedeutet also diese spec. Körperwärme nichts anderes als d. Unterschied d. Körperwärme, welche d. Gemisch bei t° per 1 Kgr hat, über diejenige, welche d. Gemisch hat, wenn d. ganze Masse flüssig, entsprechend $y = 0$ und dessen Temperatur 0° hätte.
Außer diesen Gleichungen hat man noch d. Gleichung, welche stattfindet zwischen d. Druck p und Temperatur t im Grenzzustand d. Übergangs aus einem in d. anderen Aggregatzustand. In dem vorliegenden Gemisch befinden sich ja beide Theile, Flüssigkeit und Dampf in einem solchen Grenzzustande d. Übergangs von flüssigem in dampfförmigen resp. von dampfförmigem in flüssigen Aggregatzustand.
Es gilt dann nämlich für dieses Gemisch d. bekannte Beziehung:

$$\frac{dt}{dp} = \frac{A\Delta}{r} \qquad 3$$

worin r d. spec. Verdampfungswärme ... welche bekanntlich ist:

$$r = \varrho + Ap\Delta$$

Diese Gleichungen beziehen sich demnach nicht mehr auf d. Geschwindigkeit, mit welcher d. Zustandsänderungen d. Gemisches vor sich gehen, sondern nur auf d. augenblicklichen Wärmezustand, gleichviel wie dieser aus einem früheren Zustand hervorgegangen ist.
Was nun diese Geschwindigkeit betrifft, so kommt es besonders darauf an, diejenige Wärmemenge dQ zu bestimmen, welche dem Gemisch pro 1kg beigebracht werden muss, damit eine unendlich kleine Änderung d. Wärmezustandes entstehen (?) ... einer solchen Änderung d. Wärmezustandes entsprechen würde, welche mit einer unendlich kleinen Volumänderung verbunden ist.
Diese Frage kann man leicht beantworten mit Hilfe d. allgemeinen Wärmegleichung, wenn man diese zunächst so entsprechend umformt, dass sie nur solche Größen zur Charakterisierung d. Wärmezustandes und solchen bestimmenden Gemisches enthält.
Die allgemeine Form d. Wärmegleichung war nun:

$$W\,dQ = dU + p\,dv$$

worin W d. Arbeitswert d. Wärmeeinheit bedeutet und bekanntlich ist: $W = \frac{1}{A} = 424$ kgm.
D. Wärmegleichung kann man also auch schreiben, wenn man bedenkt, dass A eine Konstante ist:

$$dQ = d(AU) + Ap\,dv$$

Setzt man hier wieder wie früher für AU gefundenen Wert, so erhält man:

3) $$dQ = d(q + y\varrho) + Ap\,dv = dq + d(y\varrho) + Ap\,dv$$

Diesen Ausdruck kann man nun zweckmäßig umgestalten und besonders d. letzteren.
Setzen wir nach Gleich. 1 $v = w + y\Delta$ worin w = constant angenommen wird, so ist auch

$$dv = d(y\Delta) \quad \text{und also} \quad Ap\,dv = Ap\,d(y\Delta)$$

~~Nach einer~~ Nach d. Differentialrechnung kann man nun aber weiter auch schreiben:

$$Ap\,dv = Ap\,d(y\Delta) = A\,d(yp\Delta) - Ay\Delta\,dp$$
$$\left(\text{weil } d(xyz) = xy\,dz + z\,d(xy)\right)$$

D. letzte Ausdruck für dQ wird dann weiter umgeformt, wenn man noch

$A\,d(yp\Delta) = d(y\,Ap\Delta)$ setzt, da man diesen Ausdruck

dQ = weil A eine Konstante ist, und ferner noch für $A\Delta$ in dem letzten Glied den früher in Gleich. d. gefundenen Wert:

$$A\Delta = \frac{dt}{dp}\cdot\frac{r}{T}$$

und daraus folgt: $$Ap\,dv = d(y\cdot Ap\Delta) - y\,dp\,\frac{dt}{dp}\,\frac{r}{T} = d(y\cdot Ap\Delta) - y\,\frac{r\,dt}{T}$$
Wird nun in Gleich. 3 eingesetzt, gibt:

$$dQ = dq + d(y\varrho) + d(y\cdot Ap\Delta) - y\,\frac{r\,dt}{T}$$
$$= dq + d\left[y(\varrho + Ap\Delta)\right] - y\,\frac{r\,dt}{T}$$

4) $$dQ = dq + d(yr) - \frac{yr}{T}\,dt$$ wo da $\varrho + Ap\Delta = r$

Setzen wir nun weiter bekanntlich $dt = dT$ setzen kann weil $T = t + 273$ so kann man einfacher schreiben:

$$dQ = dq + d(yr) - \frac{yr}{T}\,dT = dq + T\,\frac{T\,d(yr) - yr\,dT}{T^2}$$

5) od. nach Differentialrechnung: $$dQ = dq + T\,d\left(\frac{yr}{T}\right)$$

Diesen erscheinenden Ausdruck für die Wärmemenge dQ, welche dem vorliegenden Gemisch pro 1kg behufs einer unendlich kleinen umkehrbaren Zustandsänderung mitzutheilen ist, findet man besonders häufige Anwendung. [illegible] jedoch [illegible] die Gleichung für dQ umzuformen, indem man [illegible] an [illegible] dQ einsetzt:

Bezeichnet c die spec. Wärme der Flüssigkeit, wobei man wie schon erwähnt, entsprechend der [illegible] einer Volumenänderung der Flüssigkeit keinen Unterschied zwischen spec. Wärme bei constantem Druck und constantem Volumen zu machen braucht. Dann ist bekanntlich:

$$c = \frac{dq}{dt} \quad \text{also} \quad dq = c\,dt$$

Setzt man dies in Gleich. 4 ein und schreibt dann noch: $d(yr) = y\,dr + r\,dy$, so erhält man:

$$dQ = c\,dt + r\,dy + y\,dr + y\frac{r}{\vartheta}\,dt$$

$$= (1-y)\,c\,dt + r\,dy + y\left(c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{\vartheta}\right)dt$$

oder wenn man die Summe bezeichnet:

$$c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{\vartheta} = h$$

so bekommt man: $$dQ = (1-y)\,c\,dt + r\,dy + y\,h\,dt \qquad \Big\}\; 6)$$

Die Bedeutung dieser 3 Summanden von dQ ist leicht zu erkennen. Stellt man sich ein solches Gemisch von Dampf und zugehöriger Flüssigkeit vor und theilt diesem eine Wärmemenge mit, so erwächst dieselbe eine 3fache Aufgabe:

1) Sie erhöht die Temperatur der Flüssigkeit, [illegible] welche $(1-y)$ kg in 1kg Gemisch enthalten sein sollen.

2) Sie verwandelt einen Theil der Flüssigkeit in Dampf, wodurch sich das Mischungsverhältnis y

3) erfährt der bereits fertige Zustandsänderung des Dampfes [illegible].

Diese 3 Bestandtheile von dQ, welche den einzelnen Zustandsänderungen entsprechen, sind nun offenbar durch die 3 Summanden ausgedrückt:

1) $(1-y)\,c\,dt$ ist die Wärmemenge zur Temperaturerhöhung der Flüssigkeitsmenge $= (1-y)$ kg.

Um ferner das Mischungsverhältnis y um ein unendlich Weniges zu ändern, müssen dy kg Flüssigkeit verdampft werden, wozu also eine Wärmemenge erforderlich $= r\,dy$. dy kann offenbar $\pm$ sein, je nachdem eine Wärmemittheilung oder Wärmeentziehung, also Verdampfung oder Condensation erfolgt, entsprechend einem positiven oder negativen Wert von dQ.

Ferner ist noch $y\,h\,dt$ die Wärmemenge, welche zur Temperaturerhöhung und entsprechenden Volumenänderung der Dampfmenge $= y$ kg verwendet wird.

Hiernach bedeutet demnach h eine Art spec. Wärme des Dampfes, nämlich diejenige, welche einer solchen Volumen- und Druckänderung bei der Wärmemittheilung entspricht, daß dabei der Dampf gerade gesättigt bleibt. Diese sogenannte spec. Wärme des gesättigten Dampfes [illegible] h, wird uns bei [illegible] noch einen [illegible] Werth haben. –

Außer dieser Wärmemenge dQ, welche dem Gemisch pro 1kg behufs einer unendlich kleinen Zustandsänderung mitgetheilt werden muß, kann man sich noch andere fragen, welches die Expansionsarbeit ist, welche von 1kg des Gemisches von Dampf und zugehöriger Flüssigkeit bei einer solchen umkehrbaren Änderung seines Volumens geleistet wird.

Selbstverständlich der allgemeine Ausdruck für die Expansionsarbeit bei einer unendlich kleinen Zustandsänderung ist:

$$dL = p\,dv$$

oder da $v = w + y\,u$ und da $w =$ constant $\quad dL = p\,d(yu)$

Nach d. allgemeinen Wärmegleichung ist aber d. Arbeitswerth $W dQ$ d. dem Gemisch beigeführten kleinen Zustandsänderung mitgetheilten Wärme – dem Zuwachs an innerer Arbeitsenergie und d. äußeren Arbeit, welche während d. Änderung d. Wärmezustandes verrichtet wird also einfach:

$$W dQ = dU + p\,dv = dU + dL$$

also $dL = W dQ - dU$

oder $W = \frac{1}{A}$ gesetzt Wärmewerth d. elementaren äußeren Arbeit:

$$A\,dL = dQ - A\,dU = dQ - d(AU)$$

Nach Gl. 2 ist aber:

$$d(AU) = d(q + y\varrho) = dq + d(y\varrho)$$

und nach Gl. 5:

$$dQ = dq + T\,d\left(\frac{yr}{T}\right)$$

dieser Werth eingesetzt gibt:

7) $$A\,dL = T\cdot d\left(\frac{yr}{T}\right) - d(y\varrho)$$

NB. Alle diese Formeln und ebenso d. daraus abgeleiteten Specialformeln gelten natürlich nur innerhalb d. Grenzen $y = 0$ und $y \leq 1$.

Mit Hülfe dieser Formeln kann man nun noch besonderen Arten von Zustandsänderungen eines solchen Gemisches von Dampf und gleichartiger Flüssigkeit untersuchen. Wir betrachten zunächst:

Zustandsänderung bei constanter Pressung oder Temperatur.

Wie aus den früheren Untersuchungen bekannt ist, für ein Gemisch von Flüssigkeit und gesättigtem Dampf bei constanter Pressung p auch d. dadurch bestimmte Temperatur t constant und umgekehrt. Da in diesem Fall d. Gleichgewichte keine [illegible] Zustandsänderung also nur mit d. v [illegible]. Und [illegible] Formeln [illegible] Functionen von p sind also [illegible] Größen gelten, also $\Delta\ r\ \varrho$ = constant. Außerdem sind natürlich auch q und w constant.

Aus diesen Formeln bei Zustandsänderungen ändert sich also nur d. spec. Dampfgehalt y und [illegible] Größe abhängigen Werthe, nämlich d. spec. Volumen v d. Gemisches, entsprechend d. Zustandsgleichung d. Gemisches:

$$v = w + y\Delta$$, wo jedoch w und Δ in diesem Falle constante Größen sind; wenn sich also y ändert und [illegible] d. spec. Volumen v ändert und [illegible] sich diese Größen gegenseitig ändern durch Differentiation ist:

$$dv = \Delta\,dy$$

Bezeichnet nun v_0 d. spec. Volumen im Anfangszustande und y_0 d. spec. Dampfgehalt d. Gemisches im dortigen Anfangszustand, so geht wenn y_0 in y übergeht d. spec. Volumen

$$v_0 = w + y_0\Delta \quad \text{in} \quad v = w + y\Delta \quad \text{über.}$$

Nach Gl. 2 ist nun d. Wärmewerth d. Änderung d. Arbeitsenergie oder d. spec. Änderung d. spec. Energie d. Gemisches während einer Zustandsänderung von endlicher Größe, welche durch $v_0\ y_0$ und $v\ y$ gekennzeichnet ist:

$$A(U - U_0) = (y - y_0)\varrho$$

also d. Zuwachs an innerer Arbeitsenergie mit $AW = 1$:

$$U - U_0 = W(y - y_0)\varrho$$

Ferner d. bei d. Zustandsänderung von endlicher Größe per 1 kg d. Gemisches verrichtete äußere Arbeit:

$$L = p(v - v_0) = p\Delta(y - y_0)$$

mit $v = w + y\Delta$ und $v_0 = w + y_0\Delta$

Deshalb ist d. Wärmemenge, welche 1 kg d. Gemisches bedarf um eine umkehrbare Zustandsänderung von endlicher Größe bei constanter Steigerung d. Temperatur mitzutheilen ist nach Gleich. 5) od. auch direct aus d. Definition d. spec. Verdampfungswärme r:

$$Q = r(y - y_0)$$

Nach dieser Formel kann man nun für den umkehrbaren Fall alle übrigen Formeln zu berechnen, wenn aus d. Anfangszustand durch d. specifischen Größen v_0 und y_0 und d. Endzustand durch spec. Dampfgehalt y als bekannt gegeben sind, indem alle Größen v, E, U und Q als Functionen von y und von Größen bekannt sind, welche bereits mit d. Anfangszustand gegeben sind.

Wird d. Frage aber so gestellt, daß y nicht direct gegeben, also d. Endzustand d. Zustandsänderung nicht a priori gegeben, so muß man erst y aus den Bedingungen d. Aufgabe bestimmen, falls dies nicht möglich sein sollte [illegible] Aufgabe überhaupt nicht [illegible] bekommt.

Es könnte z. B. d. Expansionsverhältnis $e = \frac{v_0}{v}$ gegeben sein.

Um hieraus y zu berechnen hat man zunächst:

$$e = \frac{v_0}{v} = \frac{w + y_0\Delta}{w + y\Delta}$$

aus dem man aus dieser Gleichung y entwickelt wird:

$$y = \left(\frac{1}{e} - 1\right)\frac{w}{\Delta} + \frac{1}{e}\,y_0.$$

$$\text{also}\quad y - y_0 = \left(\frac{1}{e} - 1\right)\frac{w}{\Delta} + \left(\frac{1}{e} - 1\right)y_0 = \left(\frac{1}{e} - 1\right)\left(\frac{w}{\Delta} + y_0\right)$$

Diese Ausdrücke von y und $y - y_0$ hat man nur in d. obigen Formeln einzusetzen um d. specifischen Werthe v, E, U u. Q durch d. gegebenen Verhältniß e und d. andern gegebenen Größen ausgedrückt zu bekommen.

Zustandsänderung bei constantem Volumen.

Die mit dem Zeiger 0 versehenen Buchstaben beziehen sich wie bei den Anfangszustand d. Gemisches von Flüssigkeit und gesättigtem Dampf entsprechenden Größen, welche durch d. früheren Formeln bekannt sind, während d. Buchstaben ohne Zeiger sich auf den Endzustand beziehen sollen, ganz wie in den oben betrachteten Fällen. Nach Gleich. 1) hat man dann:

$$v = w + y\Delta \quad \text{und} \quad v_0 = w + y_0\Delta_0.$$

Da aber v während d. ganzen Dauer d. Zustandsänderung constant sein soll, kann aber auch W im allgemeinen hier [illegible] als constant angenommen werden, so ist:

$$y\Delta = y_0\Delta_0.$$

Weil Δ eine Function d. Pressung ist, so kann diese Gleichung zur Berechnung von y od. von p dienen, vorausgesetzt d. Endzustand durch p resp. einer d. durch p bestimmten Größen od. durch y gegeben ist.

Nach Gleich. 3 ist nun weiter d. Wärmemenge dQ, welche d. Gemisch von 1 kg bedarf um eine unendlich kleine umkehrbare Zustandsänderung mitzutheilen ist:

$$dQ = dq + d(y\rho) + Ap\,dv$$

Im vorliegenden Fall ist aber wegen $v = \text{const}$, $dv = 0$ und mithin d. ganze letzte Glied $= 0$.

Durch Integration ergibt sich dann aus dieser Formel d. Wärmemenge Q welche d. Gemisch von 1 kg bedarf um eine gegebene Zustandsänderung von endlicher Größe bei constantem Volumen mitgetheilt werden muß:

$$Q = q - q_0 + y\rho - y_0\rho_0.$$

[illegible] nach Gleich.: $y\Delta = y_0\Delta_0$ substituirt: ⟶

$$Q = q - q_0 + \gamma_0 \Delta_0 \left(\frac{\varrho}{\Delta} - \frac{\varrho_0}{\Delta_0}\right)$$

Diese Formel für d. Wärmemenge Q kommt unter Andern zur Anwendung, wenn gefragt wird, wie lange Zeit $= \vartheta$ es erfordert um d. Spannung p_0 eines Gemisches von Flüssigkeit und zugehörigem Dampf, welches sich in einem eingeschlossenen Gefäß befindet, zu steigern bis zu p, wenn dem Gemisch eine gleichförmige Wärmezuführung gestattet wird.

Nach der Formel oben kann man nämlich d. Wärmemenge berechnen, welche d. Gemisch per 1 kgr bedarf und d. Zeiteinheit entsprechend einer Zunahme d. Spannung von p_0 auf p, mitgetheilt werden muß. Sind nun aber M kgr d. Gemisches in d. geschlossenen Gefäß vorhanden, so ist MQ d. Wärmemenge, welche d. Spannung d. Gemisches von p_0 auf p bringt. Ist daher endlich noch Q_1 d. in d. Zeiteinheit d. Gemisch mitgetheilte Wärmemenge, so ist offenbar d. erforderliche Zeit:

$$\vartheta = \frac{MQ}{Q_1} \text{ Zeiteinheiten}$$

In diesem Falle befindet sich z. B. ein gefüllter Dampfkessel bei abgestellter Dampfableitung und Speisung aber unterhaltener Feuerung. (Thatsächlich tritt d. Fall hier kann in einer Fabrik um d. Mittagszeit ein, wo d. Maschinen stillstehen also kein Dampf entnommen und kein Speisewasser zugeführt wird, und wenn dann d. Feuerung wegen Mangel an Vorsicht nicht hinlänglich geschwächt wird. Man kann also dann fragen: wie lange kann dieser Zustand dauern, bis d. Spannung im Kessel so groß wird, daß dieser springen könnte.)

Vollkommen d. Heizung [illegible] zur Speisung d. Kessels [illegible] wird, ist d. Dampf nur ein verhältnißmäßig kleiner Theil d. vorhandenen Wassermenge, [illegible]. Ist nun d. Gesammtvolumen $= V$ Kubikmeter, nimmt d. Volumen d. Dampfes $= xV$ und das Wasser $= (1-x)V$ ein, [illegible] in Betracht kommenden Fällen vernachläßigt werden können [illegible] Wasser durch Erhöhung d. Temperatur [illegible] Vermehrung d. Spannung [illegible] wird. Denn es ist nicht [illegible] Gewicht d. Dampfes [illegible] viel mal kleiner als d. [illegible] Volumen d. Wassers, so kann man d. Gewicht M d. im Kessel befindlichen Gemisches setzen kann:

$$M = 1000(1-x)V$$

indem 1 cubm. Wasser 1000 kgr wiegt [illegible] ($(1-x)V$ d. im Kessel vorhandenen Wasser ist.

Ist ferner noch d. Größe d. Heizfläche $= H$ qm und Q_0 d. Wärmemenge, welche per Minute und per qm Heizfläche in den Kessel eindringt, so ist:

$$Q_1 = HQ_0$$

und demnach:

$$\vartheta = 1000(1-x)\frac{V}{H} \cdot \frac{Q}{Q_0}$$

Ist beispielsweise d. Kessel ein mit äußerer Feuerung versehener einfacher cylindrischer Kessel vom Durchmesser d und d. Länge l, so ist nun:

$$V = \frac{\pi d^2}{4} l$$

und wenn man annimmt, daß d. Heizfläche, wie es meistens d. Fall ist, etwa die Hälfte d. Umfläche d. Kessels einnimmt, also:

$$H = \frac{5}{9} \pi d l$$

so erhält man für diesen Fall:

$$\vartheta = 450(1-x)\frac{Q}{Q_0} d$$

Die Wärmemenge Q kann man jetzt aus den vorhin entwickelten Formeln berechnen, wenn nur die in den letzteren Formeln vorkommenden Größen bekannt sind. Was d. Dichte spez. Dampfes γ_0 im Anfangszustand betrifft, so kann man diesen offenbar wie folgt ausdrücken:

$$\gamma_0 = \frac{\alpha V \gamma_0}{M}$$ wobei γ_0 d. spez. Gewicht d. Dampfes im Anfangszustand andeutet.

Nimmt man den Wert für M ein, so ist:

$$\gamma_0 = \frac{\alpha V \gamma_0}{1000(1-\alpha) V} = 0{,}001 \frac{\alpha}{1-\alpha} \gamma_0$$

Mit Rücksicht darauf, daß man setzen kann:

$$\gamma_0 \Delta_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta_0 + 0{,}001} = 1$$ setzen kann, indem 0,001 im Vergleich zu Δ_0 sehr klein ist,

so hat man nach Substitution d. entsprechenden Werte:

$$Q = q - q_0 + 0{,}001 \frac{\alpha}{1-\alpha} \left(\frac{\varrho}{\Delta} - \frac{\varrho_0}{\Delta_0} \right)$$

Da im Dampfkessel nun im Allgemeinen d. ganze Raum derartig angefüllt, daß $\frac{2}{3}$ Wasser und $\frac{1}{3}$ Dampf darin enthalten sind, so kann man also $\alpha = \frac{1}{3}$ setzen, und demnach erhält man:

$$\vartheta = 300 \frac{Q}{Q_0} d \quad \text{wo} \quad Q = q - q_0 + 0{,}0005 \left(\frac{\varrho}{\Delta} - \frac{\varrho_0}{\Delta_0} \right)$$

Diese Wärmemenge Q kann man nun berechnen und tabellarisch zusammenstellen für d. Fälle, daß d. Dampfspannung wächst von 2 auf 3, von 3 auf 4 etc. — wie eine solche Tabelle sich vorfindet Grashof S. 332 und zwar bis zu $p = 13$ Atm.; man hat dann einfach einmal $p_0 = 2$, $p = 3$ Atm., dann $p_0 = 3$ und $p = 4$ u. s. f. — $p_0 = 12$ und $p = 13$ Atm.

Nimmt man an, daß pro Minute ca. 200 Cal. d. h. 200 Wärmeeinheiten pro □m d. Heizfläche in d. Kessel eintreten, also daß $Q_0 = 200$ ist, so hat man:

$$\vartheta = 1{,}5\, Q\, d \text{ Minuten.}$$

Mit Rücksicht auf genannte Tabelle kann man nun leicht d. Zeit ϑ berechnen, in welcher bei einem abgesperrten zylindrischen und nur äußerlich geheizten Dampfkessel von 1 qm Heizfläche, welcher zu $\frac{2}{3}$ seines Volumens mit Wasser gefüllt ist, beispielsweise d. Anfangsspannung von 4 Atm. auf bis zu 12 Atm. bei fortdauernder Feuerung wächst, innerhalb welcher Zeit also offenbar bei zu schwachen Kesselwänden ein Zerspringen d. Kessels stattfinden kann.

Die Wärmemenge Q, welche erforderlich ist, um d. Kesselfüllung mitgeteilt werden muß, um deren Spannung von 4 Atm. auf 12 Atm. zu steigern, kann man sich zusammengesetzt denken aus den Wärmemengen, welche derselben Kesselfüllung mitgeteilt werden müssen um eine Erhöhung d. Spannung von 4 auf 5 Atm., von 5 auf 6, von 6 auf 7 — von 11 auf 12 Atm. zu bewirken. Nach d. genannten Tabelle ist dann d. Zeit mit $d = 1$:

$$\vartheta = 1{,}5\,Q = 1{,}5 (8{,}543 + 7{,}305 + \ldots\ldots 4{,}158) = 70 \text{ Minuten}$$

Hieraus kann man beurteilen, wie gefährlich es ist, einen Dampfkessel eine längere Zeit ohne Aufsicht zu lassen, wenn kein Speisewasser zugeführt und kein Dampf abgeleitet wird, d. Feuerung aber immer unterhält.

Zustandsänderung bei constantem Gewichtsverhältnisse von Dampf & Flüssigkeit.

Diese Zustandsänderung stellt sich dar durch y = Const.

In den beiden ersten Abschnitten stellten wir d. Zustandskurve immer eine gerade Linie und zwar im ersten Fall d. Zustandsänderung bei constantem Druck eine mit d. v Axe parallele Gerade und im 2ten Fall d. Zustandsänderung bei constantem Volumen eine mit d. p Axe parallele Gerade. Bei der nun vorliegenden Zustandsänderung ist die Zustandskurve aber eine krumme Linie. Bei Betrachtung ist es demgemäß zunächst Aufgabe d. entsprechende Zustandskurve kennen zu lernen d.h. d. Gesetz aufzustellen, nach d. Druck p und Volumen v bei d. Zustandsänderung von d. vorliegenden Art gleichzeitig ändern.

Nach d. allgemeinen Zustandsgleichung d. Gemisches von Flüssigkeit und gesättigtem Dampf

$$v = w + y\Delta$$

ist im vorliegenden Falle nun w annähernd v = constant, und weil Δ eine Function von p ist, so ist diese Gleichung eine Function zwischen Druck und Volumen v und kann als solche angesehen werden als d. Gleichung d. Zustandskurve, indem diese eben eine Gleichung einer Curve ist, deren Coordinaten v und p sind. Durch diese Zustandskurve wird dann d. Gesetz d. vorliegenden Zustandsänderung graphisch dargestellt. Um die Zustandskurve aber zu erkennen, muß Δ als Function von p ausgedrückt werden. Dies kann mit genügender Genauigkeit geschehen nach d. Seite 100 angeführten, von Zeuner aufgestellten empirischen Beziehung zwischen d. spec. Gewicht und d. Druck, nämlich:

$\gamma = \alpha p^{\mu}$ worin α und μ Constanten bedeuten, welche für verschiedene Dampfe verschiedene Werthe haben können, und welche für gesättigten Wasserdampf schon früher angegeben wurden: $\alpha = 0{,}6058$ und $\mu = 0{,}9393$

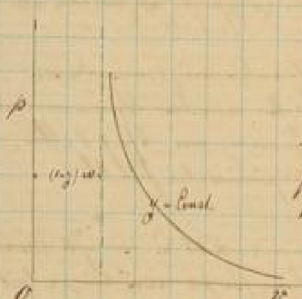
Nun ist aber Δ = d. spec. Volumen d. Dampfes − d. spec. Volumen d. Flüssigkeit, demnach:

$$\Delta = v - w = \frac{1}{\gamma} - w$$

und mit $\gamma = \alpha p^{\mu}$

$$\Delta = \frac{1}{\alpha p^{\mu}} - w$$

und demnach d. Zustandsgleichung:



$$v = w + y\left(\frac{1}{\alpha p^{\mu}} - w\right) = (1-y)w + \frac{y}{\alpha p^{\mu}}$$

Die Zustandskurve ist dieser Gleichung zufolge demnach eine Curve, welche sich asymptotisch d. v Axe und einer Geraden nähert, welche in dem Abstand $(1-y)w$ mit d. p Axe parallel läuft.

denn setzen wir $p = 0$, so erhält man $v = \infty$,

und setzen wir $p = \infty$, " " " $v = (1-y)w$

Von besonderem Interesse ist nun wieder d. Ausdruck für d. Wärmemenge dQ, welche 1 kg d. Gemisches bei jeder unendlich kleinen und bestimmten Zustandsänderung mitgetheilt werden muß, wenn dabei d. verhältnißmäßige Dampfmenge constant = y kg bleiben soll.

Von den verschiedenen früher entwickelten Ausdrücken für d. Wärmemenge dQ ist zu diesem Zweck am geeignetsten d. Seite 103 unter 6 genannte, nämlich:

$$dQ = (1-y)\,c\,dt + r\,dy + y\,h\,dt$$

wenn h d. Ausdruck bedeutet:

$$h = c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T}$$

und begreifend nicht mitt die spec. Wärme d. Dampfes, welche dieser Wärme und Ausdehnungsänderung bei d. Wärmemittheilung entspricht, daß dabei d. Dampf gerade gesättigt bleibt.

Im vorliegenden Fall ist nun aber y constant und deshalb $dy = 0$, setzt man d. Werth für dQ d. Mittelwerth mit dy fortfällt, wenn derselbe speciell für den zu betrachtenden Fall gelten soll. Also:

$$dQ = (1-y)c\,dt + yh\,dt = [(1-y)c + yh]\,dt$$

Insbesondere für d. Grenzfall, daß $y = 1$ d. h. daß d. Dampf noch gesättigt aber vollkommen trocken ist also nicht mit Flüssigkeitstheilchen untermischt ist:

$$dQ = h\,dt$$

Auf Grund dieser Gleichung kommt man d. Bedeutung von h erkennen.

Man erkennt aus d. Gleichung für dQ, daß d. Vorzeichen von h darüber entscheidend ist, ob einem gesättigten aber trockenen, also nicht mit Flüssigkeit gemischten Dampf, wenn er bei d. Ausdehnung (Abnehmen von t) gerade gesättigt und trocken bleiben soll, Wärme mitgetheilt od. entzogen werden muß.

Bei d. Expansion muß offenbar mit wachsendem Volumen v der Druck p und mithin d. Temperatur t abnehmen, wenn d. Zustandsänderung dem Gesetz daß y = constant bleiben soll, entsprechen. Bei d. Expansion ist also immer dt negativ dagegen natürlich bei d. Compression d. gesättigten Dampfes positiv. Wenn nun auch h negativ ist so ist dQ positiv und wenn h positiv ist so ist dQ negativ.

Allgemein ergibt sich daraus, daß bei d. Vorzeichen von h darüber entscheidet ob dQ positiv od. negativ ist bei einem negativen Werth von dt entsprechend d. Expansion u. positiven Werth von dt bei d. Compression.

Bei d. Expansion wird mit negativem h d. Dampf Wärme mitgetheilt mit: $dQ = +$ für $h = -$
und mit positivem h " " " " entzogen mit: $dQ = -$ für $h = +$ } mit $dt = -$
Und bei d. Compression wird mit negativem h " " " " entzogen mit: $dQ = -$ für $h = -$
und mit positivem h " " " " mitgetheilt mit: $dQ = +$ für $h = +$ } mit $dt = +$

Für gesättigten Wasserdampf kann man nun bemerken, daß h unter allen Umständen einen negativen Werth hat; man kann nämlich schreiben:

$$h = c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T} = \frac{dq}{dt} + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T} = \frac{d(q+r)}{dt} - \frac{r}{T}$$

Unter $q + r$ versteht man d. sog. Gesammtwärme eines Dampfes, welche nach Regnault für Wasserdampf: $q + r = 606{,}5 + 0{,}305\,t$, so ist demnach:

$$h = \frac{d(606{,}5 + 0{,}305\,t)}{dt} - \frac{r}{T} = 0{,}305 - \frac{r}{T}$$

Was nun den Quotienten $\frac{r}{T}$ für gesättigten Wasserdampf betrifft, so findet man ihn durch d. betreffende Rechnung für d. Drucke $p = \frac{1}{10}$ bis zu 14 Atm zwischen d. Grenzen 1,8 und 1.
Innerhalb dieser Grenzen $p = \frac{1}{10}$ – 14 Atm und auch noch ziemlich weit darüber hinaus ist h für gesättigten Wasserdampf beständig negativ.

Gesättigtem, trockenem Wasserdampf muß demnach Wärme mitgetheilt werden wenn er bei d. Expansion gesättigt und trocken bleiben soll und umgekehrt bei d. Compression Wärme entzogen werden, wenn er gleichfalls gesättigt und trocken bleiben soll.

Die meisten andern Dämpfe verhalten sich ebenso wie gesättigter Wasserdampf mit Ausnahme d. Aetherdampfes, indem dieser innerhalb d. obigen Grenzen h beständig positiv hat, dem also bei d. Expansion Wärme entzogen werden und bei d. Compression Wärme mitgetheilt werden muß, wenn er immer gesättigt und trocken bleiben soll.

Bei diesem Verhalten findet man aber offenbar nicht nur dann statt, wenn d. Wasserdampf vollkommen gesättigt und trocken ist, sondern auch dann, wenn derselbe mit einer gewissen Menge Wasser [illegible] gemischt ist, sofern d. Verhältniß y nicht unter einen bestimmten Grenzwerth hinabsinkt. Dieser Grenzzustand ist dadurch charakterisirt, wo d. Quotient $\frac{dQ}{dt}$ sein Zeichen wechselt, welcher aber nur ein [illegible] dieser Grenze 0 durchgeht.

Für $\frac{dQ}{dt} = 0$ folgt nach der entsprechenden Gleichung von dQ:

$$y = \frac{c}{c-h}$$

Einem solchen Gemisch von Wasser mit gesättigtem Wasserdampf, wenn aber y nicht unter d. Grenze $\frac{c}{c-h}$ kommen darf, muß demnach, wenn d. verhältnißmäßige Dampfmenge y constant bleiben soll, bei d. Expansion Wärme mitgetheilt und bei d. Compression Wärme entzogen werden.
Mit Hülfe d. früher gefundenen Werthe von c und h [illegible] Tabellen kann man diesen Werth, welchen y nicht überschreiten darf, damit d. betreffende Gemisch in d. selben Beziehung sich ebenso verhalten soll wie trockener gesättigter Dampf, für Werthe von [illegible] berechnen.
Z. B. findet man zwischen d. Grenzen $p = \frac{1}{2}$ Atm – 8 Atm

$$y_{min} = \frac{c}{c-h} = 0{,}45 - 0{,}57$$

Derjenige Wasserdampf, welcher bei Dampfmaschinen [illegible] wird, kann zwar unter Umständen mit ziemlich viel Wasser vermischt in die Dampfcylinder kommen, aber [illegible] 20 % d. ganzen [illegible], so daß $y = 0{,}80$ [illegible] die zulässige Grenze noch [illegible] ist. Dieser Dampf ([illegible] mit dem [illegible] Wasser) verhält sich demnach ebenso wie trockener gesättigter Wasserdampf. Einem solchen Dampfe muß also, damit y constant bleibt, bei d. Expansion Wärme mitgetheilt und bei d. Compression Wärme entzogen werden. Geschieht dies letztere aber nicht und wird d. Dampfe bei d. Expansion keine Wärme mitgetheilt, so muß nothwendig eine theilweise Condensation stattfinden, und wird d. Dampfe bei d. Compression keine Wärme entzogen, so muß nothwendig eine theilweise Verdampfung von vorhandenem Wasser [illegible] bei d. Compression [illegible] Dampf stattfinden. In den Dampfcylindern findet dieses auch zum Theil statt, indem d. Expansion und Compression so schnell von statten gehen, daß die durch d. [illegible] Cylinderwand von außen mitgetheilte [illegible] Wärmemenge [illegible] nicht [illegible] kommen kann.

Diese Betrachtungen [illegible] Rankine [illegible] für [illegible] d. Dampfmaschinen [illegible] d. Mischungsverhältniß von Dampf und Wasser also y [illegible] constant [illegible] erhalten [illegible]. —

Ferner kann noch bemerkt werden, daß d. innere Arbeit eines Gemisches von Dampf und [illegible] Flüssigkeit [illegible] zunimmt, wenn dasselbe [illegible], daß d. verhältnißmäßige Dampfmenge y constant bleibt.
Allgemein ist nämlich d. Wärmewerth d. inneren Arbeit [illegible]:

$$AU = q + y\rho$$

Differentiirt man diese Gleichung nach t, wobei man y constant [illegible] entsprechend d. [illegible] bei constanter verhältnißmäßiger Dampfmenge y, so erhält man:

$$A\frac{dU}{dt} = \frac{dq}{dt} + y\frac{d\rho}{dt} \quad \text{u. d. } \frac{dq}{dt} = \text{spez. Wärme } c:$$

$$A\frac{dU}{dt} = c + y\frac{d\rho}{dt}$$

d. [illegible] $\frac{d\rho}{dt}$ ist bei [illegible] einer [illegible] und [illegible] für [illegible]:

$$\rho = 575{,}4 - 0{,}791\,t \quad \text{also} \quad \frac{d\rho}{dt} = -0{,}791$$

und folglich $$A\frac{dU}{dt} = c - \gamma \cdot 0{,}791$$

Indem man für Wasser c immer 1, [illegible] $= 1$ setzen kann, [illegible] immer [illegible] auch $A\frac{dU}{dt}$ [illegible].

[illegible] $v = d\rho$ und dt [illegible] dU [illegible] ab.

Zustandsänderung bei constantem inneren Arbeitsvermögen.

[illegible]

$$U = \text{constant}$$

und [illegible] isodynamische Curve graphisch dargestellt.

Diese Bedingung $U = \text{constant}$ hat zur Folge, daß auch

$$AU = q + \gamma\rho = \text{constant} = q_0 + \gamma_0\rho_0$$

wenn unter $q_0\ \rho_0\ \gamma_0$ die Werthe von $q\ \rho\ \gamma$ im Anfangszustand verstanden werden.

Hieraus können wir leicht d. Gleichung d. entsprechenden isodynamischen Curve aufstellen.

[illegible] Zustandsgleichung [illegible] Art:

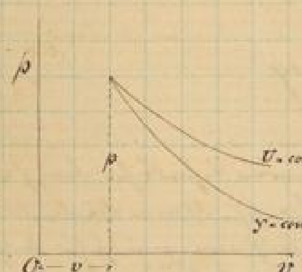
$v = w + \gamma\Delta$, wenn w immer als Constante [illegible] ist.

[illegible] Gleichung [illegible] Werth:

$$\gamma = \frac{q_0 + \gamma_0\rho_0 - q}{\rho} \quad \text{erhalten wir:}$$

$$v = w + \Delta\,\frac{q_0 + \gamma_0\rho_0 - q}{\rho}.$$

Diese Formel stellt eine Gleichung zwischen Volumen v und Pressung p, indem $\Delta\ q\ \rho$ [illegible] Functionen von p sind, [illegible] Gleichung einer Curve mit den Coordinaten v und p [illegible] d. isodynamischen Curve, [illegible] Punkt $(v_0\ p_0)$ entsprechend d. Anfangszustand [illegible].



[illegible] Curve [illegible] isodynamische Curven [illegible] (v) [illegible] isodynamische Curve [illegible] v [illegible] Curve [illegible] isodynamischen Curve γ [illegible].

[illegible]:

$$\gamma = \frac{q_0 + \gamma_0\rho_0 - q}{\rho},$$ welche Gleichung man auch schreiben kann:

$$x = x_0 + \frac{(q_0 + x_0\rho_0) - (q + x\rho)}{\rho}$$

[illegible] $q_0 + x_0\rho_0$ [illegible] im Anfangszustand und
$q + x\rho$ = [illegible] Zustand, bei derselben [illegible] x_0.

[illegible]

$$q_0 + x_0\rho_0 > q + x\rho$$

[illegible]

[illegible] $x > x_0$ sein.

[illegible]

$$v = \sigma + x u = \sigma + \frac{q_0 + x_0\rho_0 - q}{\rho}\, u$$

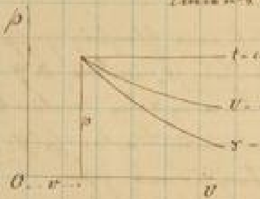
[illegible]

1) [illegible]

2) [illegible]

3) [illegible] x_0 [illegible]

4) [illegible]



[illegible]

Zustandsänderung ohne Mittheilung od. Entziehung v. Wärme.

[illegible]

Die adiabat. Zustandsänderung ist eine charakteristisch durch:

$$dQ = 0$$

Für dQ, nämlich für d. Wärmemenge, welche 1 kg d. Gemisches von Flüssigkeit und überhitztem Dampf bei einer unendlich kleinen Zustandsänderung mitgetheilt werden muß, wurde früher ein entsprechender Ausdruck gefunden (Seite 108). Wir setzen dort unter 3 gefundenen Werth von dQ nämlich:

$$dQ = dq + T\,d\left(\frac{xr}{T}\right)$$ so erhält man mit $dQ = 0$ die d. vorliegende Zustandsänderung charakterisirende Gleichung:

$$0 = \frac{dq}{T} + d\left(\frac{xr}{T}\right)$$

Um nun diese Gleichung auf eine einfache Form zu bringen, sollen einige neue Buchstabenbezeichnungen eingeführt werden und zwar soll gesetzt werden:

$$\int_0^t \frac{dq}{T} = a \quad \text{und} \quad \frac{r}{T} = b.$$

Sofern q wie T und r Funktionen d. Temperatur t sind, so sind auch a und b Temperaturfunktionen. Da aber weiter durch d. Temperatur gesättigten Wasserdampf auch sein Druck bestimmt ist, so kann man a und b auch als Funktionen von ~~[illegible]~~ p betrachten.
Durch Einsetzen d. Werthe von a und b in d. obige Gleichung bekommt man:

$$0 = da + d\,xb$$ und hieraus durch Integration ergibt sich d. die betreffende Zustandsänderung charakterisirende Gleichung:

$$a + xb = \text{Const} = a_1 + x_1 b_1.$$

wenn $a_1\,x_1\,b_1$ d. Werthe von $a\,x\,b$ für den Anfangszustand bezeichnen.

Die Größen a und b kann man nun mit Hilfe d. obigen Ausdrucks und mit Rücksicht auf d. früher [illegible] Tabelle als Funktionen von p berechnen und für verschiedene Werthe von p tabellarisch zusammenstellen. Ist dies geschehen, so kann man nun einfach d. Gleichung d. d. vorliegenden Zustandsänderung entsprechenden adiabatischen Kurve bestimmen, welche durch einen bestimmten Punkt hindurchgeht; man setzt nun nämlich in d. allgemeine Zustandsgleichung: $v = \sigma + xu$ d. diesem Fall entsprechenden Werth von x ein, so erhält man:

$$v = \sigma + xu = \sigma + \frac{a_1 + x_1 b_1 - a}{b}\,u$$, worin $a_1\,x_1\,b_1$ als die den Anfangszustand charakterisirenden Größen als gegeben zu betrachten sind, während $a\,b\,u$ als Funktionen von p erscheinen, so ist diese Gleichung eine Beziehung zwischen v und p. σ ist hier Volumen d. Flüssigkeit [illegible] = const zu setzen. Diese eben gefundene Gleichung ist also d. Gleichung d. Zustandskurve mit d. Koordinaten v u. p, welche d. vorliegenden adiabatischen Zustandsänderung entspricht, also d. Gleichung d. adiabatischen Kurve.
Die betreffenden Rechnungen für diese adiabatische Kurve bei einem Gemisch von Wasser und Wasserdampf und es ist deshalb nöthig eine Tabelle für a u. b entsprechend verschiedenen Pressungen zu haben.
Was nun b betrifft, so kann diese Größe direkt berechnet werden mit Hilfe d. früher angegebenen Temperaturfunktionen von r und T und mit Rücksicht auf d. damals gemachten Tabellen; es ist nämlich dann der Werth zu setzen:

$$b = \frac{r}{T} = \frac{\rho + Apu}{273 + t}$$; diese Formel liefert mit Hilfe d. bekannten Werthe von ρ und Apu für verschiedene Temperaturen und weiter für verschiedene Pressungen d. entsprechenden Werthe von b.

Was aber d. Berechnung d. Größe a betrifft, so ist hier eine Modification erforderlich:
Es ist bekanntlich:

$$c = \frac{dq}{dt} \quad \text{also} \quad dq = c\,dt$$

und wenn man für [illegible] Werthe gefunden:

$$dq = c\,dt = \left(1 + \frac{4}{10^5}\,t + \frac{9}{10^7}\,t^2\right) dt$$

wo schon früher [illegible] bei d. Berechnung d. spez. Wärme c.

Demzufolge ist nun mit $T = 273 + t$:

$$a = \int_0^t \frac{dq}{T} = \int_0^t \frac{\left(1 + \frac{4}{10^5}t + \frac{9}{10^7}t^2\right)}{273 + t}\,dt$$

Dieses Integral kann man nach den bekannten Regeln d. Integralrechnung in eine endliche Function von t verwandeln, deren Integration dann folgenden Ausdruck ergiebt:

$$a = 2{,}431884 \lg \frac{273 + t}{273} - 0{,}0002057\,t + 0{,}00000045\,t^2$$

Mit Hilfe dieser Formel kann man nun auch a für verschiedene Pressungen berechnen, indem man t nach p bestimmt. Eine derartige Tabelle findet man Grashof 835.
Um vermittelst d. folgenden Tabelle durch Interpolation die Werthe von a u. b auch für solche Werthe von p zu bestimmen, welche nicht unmittelbar in d. Tabelle enthalten sind, kann man bemerken, daß d. Differenzen Δa und Δb von a u. b [illegible] den Differenzen von t [illegible] proportional gesetzt werden können. Zum Zweck d. Interpolation sind deshalb d. Werthe von t und d. Differenzen von a und b für $\Delta t = 1$ in d. folgenden Tabelle hinzugefügt worden, vermittelst welcher a u. b genügend genau berechnet werden können.

Mit Hilfe genannter Tabelle ist es jetzt leicht für ein Gemisch von Wasser und Wasserdampf d. entsprechende adiabatische Curve zu construiren, welche durch einen gewissen gegebenen Punkt (v_0, p_0) hindurchgeht.
Vermittelst d. gegebenen Anfangsspannung p_0 lassen sich d. dem Anfangszustand entsprechenden Größen a_0 und b_0 aus d. genannten Tabelle entnehmen, ferner kann man mit Rücksicht auf frühere [illegible] Tabellen den d. Pressung p_0 entsprechenden Werth von Δ bestimmen. Mit Rücksicht auf d. gegebenen Volumen v im Anfangszustand $= v_0$ kann man dann auch d. dem Anfangszustand entsprechende [illegible] Dampfmenge y_0 berechnen vermittelst d. Formel $v_0 = w + y_0\Delta$.

$$y_0 = \frac{v_0 - w}{\Delta} \quad \text{und mit } w = \text{spez. Volumen d. Wassers} = 0{,}001:$$

$$y_0 = \frac{v_0 - 0{,}001}{\Delta}$$

Man kennt also jetzt v_0, y_0, a_0, b_0, Δ_0 und p_0 für den Anfangspunkt $v_0\,p_0$.
Um nun irgend einen anderen Punkt d. adiabatischen Curve zu finden, hat man für d. angenommene p den entsprechenden Werth von v zu berechnen. Dies kann dadurch geschehen, daß man aus d. [illegible] Tabellen für p den entsprechenden Werth von a und b entnimmt und ebenso aus d. früheren Tabellen den d. Pressung p entsprechenden Werth von Δ entnimmt. Mit Hilfe d. Gleichung:

$$v = w + \frac{a_0 + y_0 b_0 - a}{b}\,\Delta$$

kann man dann auch den entsprechenden Werth von v berechnen und somit einen Punkt d. adiabatischen Curve bestimmen. Sobald dann auf ähnliche Weise [illegible] genügend viele Punkte gefunden worden, welche durch einen stetigen Curvenzug zu verbinden sind, um d. ganze Form d. gesuchten adiabatischen Curve zu bestimmen, welche durch den Punkt $v_0\,p_0$ [illegible] hindurchgeht.

[illegible] (v, p) [illegible]

[illegible] y [illegible] 110:

$y_{min} = y_0 = \frac{c}{c-k}$, [illegible] c [illegible] k [illegible]

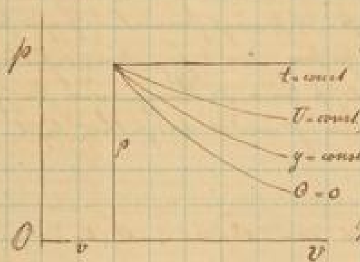
[illegible] y_0 [illegible]

[illegible] $y > 0{,}5$, [illegible] $y_0 = \frac{c}{c-k}$ [illegible]

0,5 [illegible]

[illegible]: $v = w + y\Delta$

[illegible] (v) [illegible] y [illegible] Δ [illegible] y [illegible] Δ [illegible] v [illegible] y [illegible] y [illegible] $(\theta = 0)$ [illegible] (v, p) [illegible] $y > y_0$ [illegible] (y = const) [illegible]



[illegible] v [illegible] (U = const) [illegible] (v, p) [illegible] $\theta = 0$ [illegible] (v p) [illegible] y = const [illegible] U = const [illegible] v) [illegible] $y = y_0$ [illegible] $y < y_0$ [illegible] $y > y_0$ [illegible]

[illegible] E [illegible]

$$W d\theta = dU + dE.$$

[illegible] $d\theta = 0$ [illegible]:

$$-dU = dE.$$

[illegible] A [illegible]:

$$A\,dE = -A\,dU = -d(AU) \quad \text{mit } A = \text{const.}$$

[illegible] AU [illegible] (Seite 101. Gl. 2)

$$AU = q + y\varrho$$

[illegible] 0°C. [illegible] AU [illegible]

$$A\,dE = -\,dq - d(y\varrho)$$

Durch Integration bekommt man somit für eine Zustandsänderung endlicher Größe, bei welcher die Spannung von p_1 bis p abnimmt, während die [illegible] Dampfmenge im Anfange $= y_1$ war:

$$AE = q_1 - q + y_1\varrho_1 - y\varrho$$

Hierin sind q_1, y_1 und ϱ_1 durch den Anfangszustand gegeben. Wenn die Größe der Expansionsarbeit gegeben ist durch die Spannung p im Endzustand, so sind auch q und ϱ bekannt. Der Werth von y ist nach der Gleichung zu bestimmen:

$$a + yb = a_1 + y_1 b_1$$

woraus:

$$y = \frac{a_1 + y_1 b_1 - a}{b}$$

Es sind hierin a_1, b_1 und y_1 wieder bekannte Größen, indem a_1 und b_1 durch t_1 p_1 bestimmt sind, y_1 durch den Anfangszustand gegeben ist und a und b mit p bekannt sein müssen entsprechend der bekannten Größen a, b und p [illegible] Funktionen.

Unbequemer dagegen ist z. B. die Arbeit zu berechnen, welche Dampf in einer Dampfmaschine durch Expansion verrichtet, wenn in dieser Untersuchung im Cylinder [illegible] wird und [illegible]. Namentlich [illegible] die [illegible] Anfangszustand nicht sowohl die Spannung im Endzustand als vielmehr das Expansionsverhältniss

$$e = \frac{v_1}{v}$$

gegeben zu sein pflegt, ist es wünschenswerth, durch eine möglichst einfache Näherungsformel die Expansionsarbeit als unmittelbare Funktion der mit dem Anfangszustand gegebenen Größen und des Expansionsverhältnisses berechnen zu können. Dieser Zweck ist erreicht, wenn sich näherungsweise [illegible] Dampf- und Flüssigkeitsgemisches durch eine einfache Gleichung $p = f(v)$ unmittelbar zwischen p und v darstellen läßt, denn es ist dann die [illegible] Expansionsarbeit E:

$$E = \int_{v_1}^{v} p\,dv = (\text{mit } p = f(v)) = \int_{v_1}^{v} f(v)\,dv = \mathfrak{F}(v) - \mathfrak{F}(v_1)$$

und da $e = \frac{v_1}{v}$ also $v = \frac{v_1}{e}$:

$$E = \mathfrak{F}\left(\frac{v_1}{e}\right) - \mathfrak{F}(v_1)$$

Es fragt sich nun, zu untersuchen, ob sich möglichst eine Formel ähnlich derjenigen für Gase ermitteln läßt, welche bekanntlich $p\cdot v^n = \text{Const.}$ war. Als Formel hat man zuerst Rankine

$$p v^m = \text{Const} = p_1 v_1^m$$

vorgeschlagen. Später wurde zwar der Exponent m nicht ebenso wie früher bei den Gasen constant sein, sondern eine Funktion des Expansionsverhältnisses e und der den Anfangszustand bestimmenden Größen p_1 und v_1 sein. Indessen wird die Gleichung [illegible] dadurch [illegible], [illegible] m [illegible] mit e p_1 und y_1 [illegible], um dafür bei gewissen Gruppen von Aufgaben einen [illegible] Mittelwerth setzen zu können.

Es kommt nun darauf an, den Exponenten m als eine Funktion von e p_1 und y_1 [illegible] für ein Gemisch von Wasser und Wasserdampf [illegible] mit [illegible] Tabellen, welche die [illegible] bestimmenden Größen unmittelbar als Funktionen der Spannung enthalten, [illegible] diese Bestimmung zunächst für [illegible] Werthe von p, p_1 und y_1 auszuführen, [illegible] bei gleichzeitiger Bestimmung der entsprechenden Werthe von e [illegible] den Zusammenhang zwischen m und e p_1 y_1 findet.

Es ist nämlich:

$$p \cdot v^m = p_1 \cdot v_1^m \quad \text{oder} \quad \left(\frac{v_1}{v}\right)^m = \frac{p}{p_1} = e^m$$

und daraus $m = \dfrac{\lg \frac{p}{p_1}}{\lg e}$

Hierin ist für Wasser:

$$v = 0{,}001 + y\,u \quad \text{und} \quad v_1 = 0{,}001 + y_1 u_1 \quad \text{und} \quad e = \frac{v_1}{v}$$

Auf diese Weise ergeben sich nun für verschiedene Werte von p_1, y_1, p, welche zwischen solchen Grenzen gewählt werden mußten, daß diejenigen, die für die in Betracht kommenden technischen Anwendungen fallen, möglichst überschritten werden, die in einer Tabelle zusammengestellten Werte von y, e und m, wie solche in Grashof § 35 aufgestellt sind.

Wenn man nun m auf 3 Dezimalstellen gefunden hat, so kann man die Werte in die Formel einsetzen:

$$m = \alpha - \beta p_1 + \gamma \lg p_1 + b \lg e .$$

Hierin sind α β γ und b von y_1 abhängig und es ergibt sich mit Hilfe der angeführten Tabellen ihr Wert mit genügender Genauigkeit aus den Formeln:

$$\alpha = 1{,}0014 + 0{,}1924\,y_1 - 0{,}06\,y_1^2$$
$$\beta = 0{,}0024 - 0{,}002\,y_1$$
$$\gamma = -0{,}0852 + 0{,}194\,y_1 - 0{,}09\,y_1^2$$
$$b = -0{,}0495 + 0{,}104\,y_1 - 0{,}04\,y_1^2$$

Die Genauigkeit dieser Werte ist vollkommen genügend, denn berechnet man mit ihrer Hilfe für verschiedene Fälle den Exponenten m und vergleicht diese Werte mit den in der früheren Tabellen angegebenen, so zeigt es sich, daß noch die dritte Dezimalstelle vollkommen übereinstimmen.

Diese Formel ist jedoch für die praktische Anwendung zu compliciert. Eine viel einfachere, wenn auch weniger genaue Formel ist:

$$m = \frac{81{,}95 - 2983\,(1-y_1)^2 + \lg p_1}{72{,}20 + 2705\,(1-y_1)^2 - \lg e}$$

Die hiernach berechneten Werte von m zeigen mit denen aus der früheren Tabellen entnommenen höchstens eine Abweichung von 2 Einheiten in der 3ten Dezimalstelle.

Will man sich mit einer noch geringeren Genauigkeit begnügen, so kann man bemerken, daß der Exponent m in geringerem Grade von p_1 und e, als von y_1 abhängt, so daß er bloß mit einiger Annäherung als Funktion von y_1 allein dargestellt werden kann. Diese entwickelte Funktion ist:

$$m = 1{,}035 + 0{,}1\,y_1$$

die welche die Werte von m von denen aus der früheren Tabelle um höchstens eine Einheit in der 2ten Dezimalstelle abweichen.

Wenn man nun auf diese Weise den Exponenten m in der zweckmäßigsten Zustandsgleichung:

$$p v^m = \text{const.} = p_1 v_1^m$$

dem Anfangszustande entsprechend für eine Gruppe von Aufgaben ungenähert bestimmt hat, so können auf die ohne Mittheilung oder Entziehung von Wärme stattfindenden Zustandsänderungen des im Wasser befindlichen Gemisches ohne Weiteres die früher für dieselben Zustandsänderungen eines Gases gefundenen Formeln angewandt werden, natürlich nur insoweit in denselben die Temperatur nicht vorkommt, indem deren Beziehungen zu p und v bei Gasen und Dämpfen wesentlich verschieden sind. Wenn also außer dem Anfangszustande noch das Expansionsverhältnis:

$e = \dfrac{v_1}{v}$ gegeben ist, so folgt nach dem früheren:

die Expansionsarbeit pr. 1 kgr. d. vorliegenden Gemisches:

$$E = \frac{p_1 v_1}{m-1}\left(1 - e^{m-1}\right)$$

und ermittelt man aus d. vorausgesetzten Zustandsgleichung $pv^m = p_1 v_1^m = p_1\left(\frac{v_1}{e}\right)^m$ mit $v = \frac{v_1}{e}$ d. Spannung im Endzustand:

$$p = \frac{p_1 v_1^m}{v^m} = p_1 e^m.$$

Durch d. Spannung p im Endzustand sind dann auch d. übrigen davon abhängigen Größen also namentlich Größe Δ bestimmt.
Es bleibt also nur noch übrig d. entsprechende Dampfmenge y für den Endzustand zu bestimmen. Dies kann aber leicht geschehen mit Hilfe d. Zustandsgleichung:

$$v = w + y\Delta \quad \text{oder } v = \frac{v_1}{e}$$

$$\frac{v_1}{e} = w + y\Delta$$

$$\text{Also} \quad y = \frac{\frac{v_1}{e} - w}{\Delta}.$$

Mit Hilfe dieser 3 Formeln findet man demnach d. Expansionsarbeit E pr. 1 kgr. d. Gemisches sowie die den Endzustand charakterisierenden Größen p und y.

Handelt es sich nun um Expansion hinter Compression, so kann man auch dieselben Formeln beibehalten, nur kann man aber nicht d. Exponenten m direkt aus den bekannten empirischen Formeln entnehmen, man müßte vielmehr d. empirischen Tabellen od. weitere Beobachtungen benützen um m als Funktion d. Größen p y und $\frac{1}{e}$ darzustellen. Jedoch ist diese Aufgabe von ganz geringer Wichtigkeit und daher auch noch gänzlich ungelöst.

Die zur Compression pr. 1 kgr. aufzuwendende Arbeit ist nämlich wie oben:

$$-E = \frac{p_1 v_1}{m-1}\left(e^{m-1} - 1\right)$$

Um in dieser Formel einen passenden Werth von m einzuführen kann man zunächst versuchsweise einen annähernd richtigen Werth von m nehmen und mit dessen Hilfe nach obigen Formeln y und p berechnen und dann nachsehen ob die für m aufgestellten Formeln, in welche diese Werthe p und y für p und y sowie $\frac{1}{e}$ für e zu setzen sind, d. Richtigkeit d. angenommenen Werthes von m prüfen.
Wie schon erwähnt ist diese Aufgabe jedoch für d. Anwendung von ganz untergeordneter Bedeutung.

Nachdem nun im Vorhergehenden die technisch interessantesten und wichtigsten Fälle von Zustandsänderungen behandelt worden sind, ist nur ein Fall übrig zu besprechen, nämlich betreffend d. Zustandsänderungen eines Gemisches zweier verschiedener Dämpfe und Flüssigkeitsgemische einerlei Art. Ein solches Gemisch kommt bei den technischen Anwendungen nicht häufig, unter Andern auch bei Dampfmaschinen vor, indem die d. sog. schädlichen Raum d. Cylinders immer bei jedem Hube eine gewisse Dampfmenge zurückbleibt, die theilweise condensirt, theilweise aus einem Quantum Luft oder Flüssigkeitstheilchen untermischt wird, oder jedenfalls in einen andern Zustand übergeht. Es ist dann einem Gemische von Dampf und solchem flüssigen Gemisch entsprechend, dessen Zustandsänderungen wir weiter besprechen wollen.

Mischung zweier Dampf- und Flüssigkeitsgemische von gleicher Art und verschiedenem Zustande.

Die allgemeine Aufgabe für einen solchen Fall ist nun folgende:

Man denke sich 2 Gefäße; das eine enthalte m_1 kgr eines Gemisches von gesättigtem Dampf und gleichartiger Flüssigkeit, das Volumen sei $= V_1$, d. Pressung d. Gemisches $= p_1$ und d. verhältnismäßige Dampfmenge $= y_1$. Im 2ten Gefäße vom Volumen V_2 seien m_2 kgr eines Gemisches von Dampf und Flüssigkeit derselben Art wie im 1ten Gefäß aber in einem anderen Zustande, indem d. Pressung $= p_2$ und d. verhältnismäßige Dampfmenge $= y_2$ ist.

Stellt man nun eine Communication zwischen beiden Gefäßen her, so tritt offenbar eine Mischung ein, indem von dem Gefäße, in welchem d. Pressung größer ist, ein [illegible] in das andere Gefäß stattfindet. Dieser Vorgang, offenbar eine nicht einfachen [illegible] bedingend, [illegible] sich [illegible] einer [illegible] Untersuchung [illegible]. Dagegen läßt sich ziemlich leicht bestimmen den schließlichen Zustand, welchen d. Mischung in den vereinigten Gefäßen angenommen haben wird, nachdem d. Strömung aufgehört hat und sich im Zustand d. Ruhe eine gleichförmige Mischung gebildet hat. Dieser Endzustand ist bestimmt durch Pressung $= p$ und d. Dampfmenge $= y$ in 1 kgr d. enthaltenen Gemisches. [illegible] Flüssigkeiten [illegible], so stellt sich [illegible] in beiden Gefäßen ein vollkommen gleichförmiges Gemisch her, so daß auch y = d. [illegible] verhältnismäßige Dampfmenge gelten kann. Hat sich aber in beiden Gefäßen an beiden verschiedenen Mengen [illegible] Flüssigkeitsgemenge [illegible], so kann offenbar y nur als d. mittlere [illegible] verhältnismäßige Dampfmenge gelten.

Q sei d. Wärmemenge, welche während d. Mischungsvorgangs von außen durch d. Wände d. Gefäße hindurch d. Masse mitgetheilt wird, wobei einem negativen Werth von Q eine Entziehung von Wärme während d. Mischvorgangs entsprechen soll.

Es handelt sich also nun zunächst darum 2 Gleichungen aufzustellen, mit deren Hilfe man die beiden unbekannten Größen p und y und mithin d. Endzustand bestimmen kann.

Zu diesem Zwecke kann man bemerken daß d. Volumen V_1 d. ersten Gefäßes vor d. Herstellung d. Communication war:

$$V_1 = m_1 \cdot (\text{spez. Volumen d. Gewichtseinheit d. Gemisches})$$

d. Volumen d. Gewichtseinheit d. Gemisches im ersten Gefäße ist aber nach d. allgemeinen Formel:

$$v = w + y_1 \Delta_1 \quad \text{und demnach:}$$

$$V_1 = m_1 (w + y_1 \Delta_1)$$

Ebenso war im 2ten Gefäße vor d. Communication d. Volumen:

$$V_2 = m_2 (w + y_2 \Delta_2)$$

Nachdem d. Communication [illegible] und Ruhe eingetreten war, befinden sich in den beiden communicirenden Gefäßen: $(m_1 + m_2)$ kgr d. enthaltenen Gemisches, dessen spez. Volumen gemäß d. allgemeinen Formel: $v = w + y\Delta$ ist. Das [illegible] gebildete Gesammtvolumen $V_1 + V_2$ d. beiden Gefäße ist also:

$$V_1 + V_2 = (m_1 + m_2)(w + y\Delta)$$

Nach der obigen Formeln aber auch:

$$v_1 + v_2 = m_1(w + y_1\Delta_1) + m_2(w + y_2\Delta_2)$$

und demnach eine erste Gleichung zur Bestimmung von β und y.

$$(m_1 + m_2)(w + \Delta y) = m_1(w + y_1\Delta_1) + m_2(w + y_2\Delta_2)$$

9. .... oder: $(m_1 + m_2)\,y\Delta = m_1 y_1 \Delta_1 + m_2 y_2 \Delta_2$

Um nun eine 2te Gleichung zur Bestimmung von β u. y zu finden, soll die allgemeine Gleichung der Arbeitsenergie für jedes der beiden Gemische angewendet werden, so wie in der Gemischtheorie[?] ... Diese allgemeine Gleichung war:

$$d(L + U) = dM + d\mathfrak{P} + W\,dQ$$

sie bedeutet, daß bei einer unendlich kleinen Zustandsänderung der Zuwachs der Arbeitsenergie bestehend aus dem Zuwachs der lebendigen Kraft und der inneren Arbeitsenergie, zusammengesetzt ist aus dem Zuwachs der Werkarbeit, der äußeren Drucke und der Arbeitswerth der mitgetheilten Wärme. Sehen wir aber allgemein in den vorliegenden Fällen von der Schwerkraft, als besonders in Betracht kommende Werkkraft ab, indem dieselbe einen ganz zu vernachlässigenden Einfluß haben soll, so ist zu setzen:

$$dM = 0 \text{ und es bleibt:}$$

$$d(L + U) = d\mathfrak{P} + W\,dQ.$$

Wendet man nun diese Gleichung nicht auf ursprüngliche Gemische an und integrirt dieselbe über den ganzen Verlauf der gegenseitigen Mischung, so ist offenbar $\int dL = 0$, indem im Anfangszustand und im Endzustand Ruhe stattfindet, also der resultirende Zuwachs der lebendigen Kraft $= 0$ ist.
Bezeichnet man also mit ΔU_1 den Zuwachs der inneren Arbeitsenergie des 1sten Gemisches, so ist diese:

$$\Delta U_1 = \mathfrak{P}_1 + W Q_1$$

unter $\mathfrak{P}_1$ u. Q_1 die Arbeit der äußeren Drucke auf d. während des Mischungsvorgangs mitgetheilte Wärmemenge verstanden, welche Wärmemenge theilweise von außen theils von dem anderen Gemische herrühren mag.
Ebenso ist auch der Zuwachs ΔU_2 der inneren Arbeitsenergie des 2ten Gemisches, wenn $\mathfrak{P}_2$ und Q_2 die Arbeit der äußeren Drucke und die während des Mischungsvorgangs dem 2ten Gemisch mitgetheilte Wärmemenge bedeuten:

$$\Delta U_2 = \mathfrak{P}_2 + W Q_2$$

Beide Gleichungen addirt giebt den Zuwachs der inneren Arbeitsenergie des resultirenden Gemisches. In dieser Summe ist aber offenbar $\mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2 = 0$, denn da das Gefäß während des Vorgangs in Ruhe ist, so können die Arbeiten der äußeren Drucke nur von dem gegenseitigen Druck zwischen beiden Gemischen herrühren; im schließlichen Endzustand der Ruhe halten sich diese Drucke aber natürlich das Gleichgewicht, woraus unmittelbar folgt, daß die Summe ihrer Arbeiten $= 0$ sein muß.
Was ferner die Summe $Q_1 + Q_2$ betrifft, so rührt diese theils von der während des Mischungsvorgangs von außen mitgetheilten Wärmemenge Q und theils von dem gegenseitigen Wärmeaustausch der beiden Mischungen her. Da die vom gegenseitigen Wärmeaustausch der beiden Gemische herrührenden Bestandtheile von Q_1 und Q_2 einander gleich und entgegengesetzt sind, so ist $Q_1 + Q_2 = Q$ und es ist der Zuwachs der inneren Arbeitsenergie des resultirenden Gemisches also:

$$\Delta(U_1 + U_2) = QW \text{ oder: } \Delta(AU_1 + AU_2) = Q$$

$$\text{mit } W = \frac{1}{A}.$$

In diesem Ausdruck ist offenbar $AU_1 + AU_2$ d. ges. Energiesumme od. d. Wärmeinhalt und innerem Arbeitsvermögens beider Gewichte zusammen, deren Änderung bei d. Mischungsvorgang nach oben aufgestellter Formel = d. mitgetheilten Wärme Q ist.

Allgemein ist aber d. ges. Energiesumme eines solchen vorliegenden Gemisches vom Druck p und specifischer Feuchtigkeit nach früherem:

$$AU = q + y\varrho$$

unter q d. Wärmemenge verstanden, welche dazu erforderlich ist, 1 kgr Flüssigkeit von bei constantem Druck von 0 bis t^o zu erwärmen und unter ϱ d. ges. innere Verdampfungswärme verstanden.

Dieser Formel entsprechend ist nun demnach d. Gesammtenergiesumme od. Gesammtwärmeinhalt u. innerer Arbeitsvermögens beider Gewichte zusammengenommen:

Im Anfangszustand: $= m_1(q_1 + y_1\varrho_1) + m_2(q_2 + y_2\varrho_2)$

und im Endzustand: $= (m_1 + m_2)(q + y\varrho)$

Beide sollen aber nur um Q verschieden sein, woraus sich ergibt:

$$(m_1 + m_2)(q + y\varrho) = m_1(q_1 + y_1\varrho_1) + m_2(q_2 + y_2\varrho_2) + Q$$

In diesen beiden Bestimmungsgleichungen für p und y sind q, ϱ und Δ bekanntlich empirische Functionen von p, welche schon früher entwickelt wurden und in den Tabellen numerisch zusammengestellt wurden. Wenn man nun mittelst d. einen Gleichung ein Unbekannte z.B. y eliminirt, so bleibt nur eine Gleichung zur Bestimmung von p übrig, woraus freilich p nur durch Probiren gefunden werden kann, indem d. Größen q, ϱ und Δ zu verwickelte Functionen sind, um p direct aus d. Gleichung zu entwickeln. Hat man p gefunden, so braucht man nur diesen Werth in eine Gleichung und namentlich in die Bestimmungsgleichung einzusetzen, um y zu bekommen, womit dann auch d. Endzustand d. erhaltenen Gemisches gefunden ist.

Für d. technischen Anwendungen sind besonders einige Fragen von Wichtigkeit und zwar d. folgende:

Wenn insbesondere $Q = 0$ und $p_1 > p_2$ vorausgesetzt wird, wie groß ist dann diejenige Wärmemenge Q_1 resp. Q_2, welche der aus d. ... Gewichten ... Mischung in Dampf ... Gesammtmasse mitgetheilt resp. entzogen werden müßte, um ihre Spannung von p auf p_1 zu erhöhen resp. bis p_2 zu vermindern.

Der hierbei stattfindende Vorgang ist ein solcher, wie er früher unter ... näher untersucht ist, es ist nämlich eine Zustandsänderung eines Gemisches von Dampf und Flüssigkeit bei constantem Volumen und dort wurde auch im Allgemeinen d. Wärmemenge Q angegeben, welche ~~...~~ 1 kgr d. Gemisches mitgetheilt werden müßte um bei constantem Volumen d. Spannung von p_1 auf p zu bringen; wenn nämlich d. Anfangszustand d. Gemisches durch (p_1 v_1) dargestellt, so fand man für diese Wärmemenge:

$$Q = q - q_1 + y_1\Delta_1\left(\frac{\varrho}{\Delta} - \frac{\varrho_1}{\Delta_1}\right)$$

Wendet man diese Formel auf d. vorliegenden Fall an, wo d. Spannung bei constantem Volumen $V_1 + V_2$ von p auf p_1 gebracht werden soll, so ist d. fragliche Wärmemenge Q_1, welche dem Gemisch dazu erforderlich ist:

$$Q_1 = (m_1 + m_2)(\text{Wärmemenge pr. 1 kgr})$$

Die für 1 kgr erforderliche Wärmemenge ergibt sich aber direct aus d. obigen Formel, indem man nur d. mit d. Zeiger 1 versehenen Buchstaben mit d. ohne Zeiger versehenen Buchstaben vertauscht. Man hat also:

$$Q_1 = (m_1 + m_2)\left[q_1 - q + y\Delta\left(\frac{\varrho_1}{\Delta_1} - \frac{\varrho}{\Delta}\right)\right]$$

oder:

$$Q_1 = (m_1 + m_2)\left[q_1 - q + y\Delta\frac{\rho_1}{\Delta_1} - y\rho\right]$$

Setzt man in diese Gleichung die sich aus Gl. 1 und 2) ergebenden Werthe für Δy und $q + y\rho$ ein, so erhält man:

$$Q_1 = (m_1 + m_2)\left[q_1 - q + \frac{m_1 y_1 \Delta_1 + m_2 y_2 \Delta_2}{m_1 + m_2}\frac{\rho_1}{\Delta_1} - \frac{m_1(q_1 + y_1\rho_1) + m_2(q_2 + y_2\rho_2)}{m_1 + m_2}\right]$$

$$= m_2 q_1 + m_1 y_1 \rho_1 + m_2 y_2 \Delta_2 \frac{\rho_1}{\Delta_1} - m_1 y_1 \Delta_1 - m_2(\overset{+q}{q_2} + y_2\rho_2)$$

$$Q_1 = m_2\left[q_1 - q_2 + y_2\Delta_2\left(\frac{\rho_1}{\Delta_1} - \frac{\rho_2}{\Delta_2}\right)\right]$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit dem allgemeinen, welcher d. Wärmemenge angibt, welche 1 kg eines Gemisches von Flüssigkeit und Dampf mitgetheilt werden muß, um dessen Spannung bei constantem Volumen von p_1 auf p zu erhöhen, so ist leicht ersichtlich, daß dieses Q_1 diejenige Wärmemenge, welche erforderlich ist, um d. Spannung d. zusammenströmenden Gemisches bei constantem Volumen von p auf p_1 zu erhöhen, gleich ist d. Wärmemenge, welche d. Masse m_2 d. 2ten Gemisches vor d. Mischung mit d. ersten Gemisch hätte mitgetheilt werden müssen, um ihre Spannung von p_2 auf p_1 zu erhöhen.

Ebenso läßt sich zeigen, daß falls dasselbe für die andere Frage nach Q_2, indem d. obige Formel entsprechend diese Wärmemenge Q_2, welche d. resultierende Gemisch bei constantem Volumen entzogen werden müßte, um seine Spannung von p auf p_2 zu vermindern, gleich ist derjenigen Wärmemenge, welche d. Masse m_1 d. ersten Mischung vor d. Zusammenmischung hätte entzogen werden müssen, um ihre Spannung bei constantem Volumen V_1 von p_1 bis p_2 zu vermindern.

Also $Q_2 = m_1\left[q_1 - q_2 + y_1\Delta_1\left(\frac{\rho_1}{\Delta_1} - \frac{\rho_2}{\Delta_2}\right)\right]$