Wärmetheorie & Hydraulik

Pieper, Andreas

Karlruhe, 1872/73

Verhalten d. Gase, insbesondere d. atmosphärischen Luft

urn:nbn:de:bsz:31-279864

Man hätte diese Fläche ebenso durch W_d [illegible] um d. bildliche Darstellung d. Verwandlungswerthes N zu bekommen, welcher der Zustandsänderung nach d. gegebenen Zustandscurve $a_1 a_2$ entspricht.

Mit Hülfe d. 3 Curven, isothermische, isodynamische und adiabatische, kann man also, wie gesehen, die einer gegebenen beliebigen Zustandsänderung (unendlich kleinen) [illegible] durch d. zugehörende Zustandscurve entsprechende Änderung d. inneren [illegible], d. mitgetheilten od. entzogenen Wärme und deren Verwandlungswerth mit Deutlichkeit zur bildlichen Anschauung bringen.

Bemerkenswerth ist noch, daß nach d. Gleichung $N = \frac{Q_2}{T}$ d. Verwandlungswerth ganz unabhängig ist von d. Ort, wo d. Punkt a_2 auf d. adiabatischen Curve liegt, und unabhängig von d. Gesetz, nach welchem d. Zustandsänderung von a_1 nach a_2 stattfindet, also unabhängig von d. Form d. Zustandscurve $a_1 a_2$, indem d. Größe Q_2 [illegible] für einen gegebenen Körper durch d. Curvenstück $a_1 c$ also durch d. Punkt a_1 und d. isothermische Curve A_2 bestimmt ist [illegible] d. Schnittpunkt c d. isothermischen Curve [illegible]. D. Werth N erhält also auch keine Änderung, wenn a_2 auf d. adiabatischen Curve A_2 [illegible], da er immer gleich bleibt N, der d. adiabatischen Curve A_2 eigenthümlich [illegible] Zustandscurve $a_1 a_2$ d. adiabatische Curve schneidet. [illegible]

[illegible]

Im Ganzen sollen nun d. entwickelten allgemeinen Sätze auf besondere Fälle angewendet werden, [illegible] d. Verhalten d. Gase und Dämpfe [illegible] in den allgemeinen Gleichungen eine so bedeutende Rolle spielt [illegible] gelangen kann.

Verhalten d. Gase, insbesondere d. atmosphärischen Luft.

Zunächst müssen wir erst einige physikalische Begriffe und Gesetze erörtern.

Man versteht unter einem permanenten Gase od. auch einem Gase im engeren Sinne einen luftförmigen Körper, welcher wie bis jetzt nur als solcher bekannt ist, indem er durch die uns zu Gebote stehenden Mittel d. Druckerhöhung und d. Wärmeentziehung bisher nicht in den flüssigen od. festen Aggregatzustand übergeführt werden konnte. Hierzu gehören besonders Sauerstoff und Stickstoff sowie [illegible] Gemische dieser Stoffe z. B. reine atmosphärische Luft, wenn sie von ihren unwesentlichen Bestandtheilen, Wasserdampf, Kohlensäure etc. befreit ist. Außer diesen [illegible] eigentlich nur noch 2 Gase nämlich Wasserstoffgas und Kohlenoxydgas [illegible], indem alle anderen bekannten Gase auch schon in flüssigen und theilweise festen Aggregatzustand hergestellt worden sind.

D. Verhalten d. permanenten Gase ist mit großer Annäherung an 2 einfache Gesetze gebunden, nämlich an d. Mariotte'sche und Gay-Lussac'sche Gesetz, und wodurch ihr physikalischer Charakter wesentlich bestimmt wird. [illegible] d. Begriff eines permanenten Gases nicht an sich bestimmt, sondern von dem Zufall unserer augenblicklichen Kenntnisse und Hülfsmittel unterworfen ist, mit deren Vervollkommnung ein bisher als permanent erscheinendes Gas diesen Charakter verlieren kann, weil ferner auch außer d. [illegible] andere luftförmige Körper in gewissen Wärmezuständen ([illegible]) den fraglichen beiden Gesetzen ebenso gut entsprechen können wie permanente Gase, so erscheint [illegible], d. Begriff eines Gases etwas anders zu fassen. In dem Sinne soll [illegible] unter einem Gas jeder luftförmige Körper von solcher Art od. in solchem Wärmezustand verstanden werden, daß seine [illegible] in Betracht gezogenen Zustandsänderungen mit d. Mariotte'schen und dem Gay-Lussac'schen Gesetze [illegible]

[illegible] ... [illegible] ... einen solchen Normalzustand [illegible] ... [illegible] ... [illegible]

[illegible] ... [illegible] Gase [illegible] ... luftförmige Körper [illegible] Dämpfe.

[illegible] ... die Zustandsgleichung für d. Gase aufzustellen, [illegible] ... [illegible] luftförmigen Körper [illegible] ... [illegible] mit Hilfe d. beiden genannten Gesetze:

D. Mariotte'sche Gesetz [illegible] ..., daß d. Volumen v und d. Pressung p eines Gases bei constanter Temperatur t einander umgekehrt proportional sind, [illegible] d. Produkt pv bei constanter Temperatur t eine constante Größe ist, [illegible] ... [illegible] ... d. Zustandsgleichung d. Gase d. allgemeine Form:

$$pv = f(t)$$ unter f eine [illegible] Funktion verstanden, welche [illegible] ... durch d. Gay-Lussac'sche Gesetz bestimmt wird.

Wenn man nämlich p als constant annimmt, und dann d. Gleichung differentiirt, so bekommt man:

$$p\,dv = f'(t)$$

unter $f'(t)$ [illegible] ... Differentialquotienten von $f(t)$ verstanden, also $f'(t) = \frac{d f(t)}{dt}$

[illegible] ... [illegible] ... constant [illegible] Pressung p ... [illegible] ... Volumenänderung [illegible] ... (Seite 30) [illegible] $\frac{dv}{dt}$ constant und [illegible] $f'(t)$ constant ... [illegible] Gay-Lussac'schen Gesetze [illegible] ... Volumen v und Temperatur t [illegible] ... für d. [illegible] ... [illegible] constanten Pressung, und [illegible] $f'(t)$ für alle Gase [illegible] ... constanten Pressung p = [illegible] ... Constante mit R

also $f'(t) = R$, so [illegible] ... d. letzten Gleichung: $p\,dv = f'(t)$:

$$pv = S + Rt$$ unter S eine andere Constante verstanden.

= Zustandsgleichung d. Gase, worin R und S für [illegible] Gase [illegible] Werthe haben können.

(Wir [illegible] ... Zustandsgleichungen [illegible] ... Constanten S und R für [illegible] ... Gase [illegible] können).

Gewöhnlich gibt man d. obigen Zustandsgleichung eine andere Form, indem man S [illegible] und d. Verhältniß $\frac{R}{S} = \alpha$ setzt:

I. $$pv = S(1 + \alpha t)$$

II. d. $$pv = R(a + t)$$ wenn a d. Verhältniß $\frac{S}{R}$ bedeutet

d.h. $a = \frac{1}{\alpha}$ = dem reciproken Werth von α.

Was nun d. Coefficienten α betrifft, [illegible] ... Ausdehnungscoefficient d. Gases, nämlich d. Verhältniß d. Volumenänderung, welche bei constanter Pressung einer Temperaturänderung von 1° entspricht, zu dem Volumen bei 0° unter derselben Pressung. Ist nämlich dv d. Änderung d. Volumens v, wenn sich d. Temperatur t bei constanter Pressung p um $dt = 1$ ändert, so ist nach Gl. I durch Differentiiren:

$$p\,dv = S\alpha\,dt \quad \text{wo } dt = 1 \text{ sein soll}$$

$$p\,dv = S\alpha$$

Ist nun noch v_0 d. Werth von v, welcher bei demselben Druck p, d. Temperatur $t = 0$ entspricht, so hat man nach Gleich. 1:

$$p v_0 = S$$

und schließlich durch Division beider Gleichungen:

$$\alpha = \frac{dv}{v_0}$$ = d. Ausdehnungscoefficienten d. Gases. Demnach ist also auch a d. reciproke Werth d. Ausdehnungscoefficienten.

Wie schon gesagt haben d. Constanten R und S in d. ersten Form d. Zustandsgleichung für verschiedenartige Gase verschiedene Werthe. Damit ist aber noch gar nicht gesagt, daß R und S nicht bei allen Gasen in ein und demselben Verhältniß zu einander stehen, also $\frac{R}{S}$ für alle Gase constant sei.
Um dies zu ermitteln, müßte man also d. Ausdehnungscoefficienten α für verschiedene Gase durch Versuche zu bestimmen suchen, od. kann d. Werthe ermitteln zunächst annehmen für d. Zustandsgleichung:

$$p v = R(a + t) = S(1 + \alpha t)$$ 2 Größen von zusammengehörenden $p v - t$ durch Beobachtung zu bestimmen, diese in d. Gleichung einsetzen, so ist man S damit eliminieren kann und also nur eine Gleichung zur Bestimmung von α übrig behält. Es empfiehlt sich hier besonders zur Beobachtung d. beiden Größen $t = 0°$ und $t = 100°$ zu wählen, indem man diese Temperaturen sehr leicht constant erhalten kann durch das Umgeben mit Eis und Wasser und kochendem Wasser.

Es seien nun p_0 und v_0 die beobachteten Werthe von p u. v bei d. Temperatur $t = 0°$
und p_1 u. v_1 " " " " " " $t = 100°$
eines Gases, so ist nach Gleich. 1:

$$p_0 v_0 = S(1 + \alpha \cdot 0) = S(1 + \alpha \cdot 0) = S$$
$$p_1 v_1 = S(1 + 100\alpha)$$

Also $$\frac{p_1 v_1}{p_0 v_0} = 1 + 100\alpha \quad u. \quad \alpha = \frac{p_1 v_1 - p_0 v_0}{100\, p_0 v_0}$$

Von verschiedenen Physikern sind in dieser Hinsicht Versuche gemacht worden und zwar hauptsächlich auf 2erlei Weise, entweder wurden in beiden Fällen d. Beobachtung (zur Feststellung d. beiden Größen zusammengehörender Werthe) bei constantem Volumen oder auch bei constantem Druck vorgenommen.
Wählt man in beiden Fällen d. Druck gleich, also $p_0 = p_1$, so hat man zur Bestimmung von α d. Formel:

$$\alpha = \frac{v_1 - v_0}{100\, v_0}$$

und wählt man in beiden Fällen d. Volumen constant, also $v_0 = v_1$, so hat man:

$$\alpha = \frac{p_1 - p_0}{100\, p_0}$$ zur Bestimmung d. Ausdehnungscoefficienten.

Für ein vollkommenes Gas, welches d. beiden physikalischen Gesetzen (Mariotte und Gay-Lussac) ganz streng unterworfen ist, für welches also d. Zustandsgleichung vollkommen genau gilt, müßte sich natürlich nach beiden Methoden gleiche Werthe von α ergeben für ein und dasselbe Versuch. Es wurde aber gefunden namentlich von Regnault, daß d. Werth von α für wirkliche Gase etwas verschieden ausfiel, je nachdem er nach d. ersten od. letzten Bestimmungsgleichung gemessen wurde und ferner auch ergaben d. beiden Formeln [illegible] verschieden je nach den Werthen von v_0 und p_0, nämlich α wurde um so kleiner unter sonst gleichen Umständen, je größer d. Gasvolumen und je kleiner d. Druck, also je größer v_0 und je kleiner p_0 war.
Die vorhin aufgeworfene Frage, ob nämlich das Verhältniß d. Constanten $\frac{R}{S} = \alpha$ = Ausdehnungscoefficient für alle Gase constant sei, wird nun durch diese Versuche und Messungen bejaht, indem nämlich α für verschiedene Gase unter gleichen Umständen nicht mehr verschieden ist, als für dasselbe Gas unter verschiedenen Umständen. Mit demselben Recht also, wie man α für ein und dasselbe Gas unter verschiedenen Umständen constant annimmt, mit demselben Rechte kann man auch d. Ausdehnungscoefficienten α für verschiedene Gase constant annehmen.

× Sämmtlich ist d. Ausdehnungscoefficient α für den Gaszustand eines vollkommenen Gases als eine nur d. Gasart unabhängige Constante zu betrachten und dem kleinsten Werth von α ist derjenige gleich zu setzen, welcher für irgend ein Gas unter irgend welchen Umständen bisher gefunden wurde, weil jedes Gas seinem Gaszustand um so näher kommt, je größer bei gegebener Temperatur sein spec. Volumen ist, mit wachsendem v aber α abnimmt. Dieser kleinste Werth ist:

$$\alpha = 0{,}00366$$

welcher für Wasserstoffgas aus d. besten Versuchen gefunden wurde, indem d. betreffenden Versuche bei Temperaturen von 0° u. 100° unter normalem Atmosphärendruck gemacht wurden. Das Wasserstoffgas stellt sich nämlich als dasjenige von allen permanenten Gasen, bei welchem d. Verschiedenheit von α am kleinsten ist, so daß man auch annehmen kann, es verhalte sich von allen Gasen am meisten d. idealen Gaszustand eines vollkommenen Gases nahe.

Zu diesem ist es nun aber zweckmäßig bequemer, nicht sowohl d. Zustandsgleichung in d. Form $pv = S(1 + \alpha t)$ sondern in d. Form $pv = R(a + t)$ zu Grunde zu legen und also anstatt d. Ausdehnungscoefficienten α seinen reciproken Werth $\frac{1}{\alpha} = a$ in d. Rechnung einzuführen.

Es ist: $a = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0{,}00366} = 273$

und mithin d. Zustandsgleichung:

$$pv = R(273 + t)$$

Während nun dieser Coefficient a in d. Zustandsgleichung als für alle Gase constant zu betrachten ist, ist dagegen R für verschiedenartige Gase verschieden zu nehmen. Um diesen Werth für R zu bestimmen, muß man erst eine Gruppe zusammengehörender Werthe von v, p u. t kennen. Da d. atmosphärische Luft als das für d. technische Anwendung am wichtigste Gas zu betrachten ist, so scheint es von besonderem Interesse für diese atmosphärische Luft d. Coefficienten R zu bestimmen. Es ist durch d. Versuche festgestellt worden, daß 1 Cubm Luft bei normalem Atmosphärendruck und d. Temperatur $t = 0$ – 1,2932 Kgr wiegt, es beträgt also ihr spec. Gewicht:

$$\gamma = \frac{1}{v} = 1{,}2932$$

Der normale Atmosphärendruck ist bekanntlich [illegible]; es ist im Gleichgewicht mit einer Quecksilbersäule von 1 qm Querschnitt und 0,76 m Höhe bei 0° Temperatur d. Quecksilbers, d. normale Atmosphärendruck ist also = dem Gewicht einer Quecksilbersäule von 1 qm Querschnitt und 0,76 m Höhe bei 0° Temperatur d. Quecksilbers ausgedrückt in Kgr pro qm.

D. Gewicht d. Quecksilbersäule ist nun = Volumen · spec. Gewicht
= 0,76 Cubm · spec. Gewicht

Was d. spec. Gewicht d. Quecksilbers betrifft, so ist d. Dichtigkeit d. Quecksilbers bei 0° 13,596 mal so groß als d. Dichtigkeit d. Wassers bei 4°; ferner wiegt bekanntlich [illegible] 1 Cubdcm Wasser 1 Kgr, also 1 Cubm natürlich 1000 Kgr. Demnach ist also d. Gewicht d. Quecksilbers pro Cubm bei 0° = 13,596 · 1000 = 13596 Kgr

und also d. Gewicht d. Quecksilbersäule = 0,76 · 13596 = 10333 Kgr

Dieses Gewicht ist aber = d. Atmosphärendruck also:

$$p = 10333 \text{ Kgr pro qm.}$$

Man hat also nun zusammengehörende Werthe von v, p, t, nämlich:

$\frac{1}{v} = 1{,}2932$ $p = 10333$ Kgr pro qm und $t = 0°$

Nach d. obigen Zustandsgleichung ist also:

$$R = \frac{pv}{273 + t} = \frac{10333}{1{,}2932\,(273 + 0)} = \frac{10333}{1{,}2932 \cdot 273} = 29{,}27.$$

Nachdem man in dieser Weise R als eine constante Größe für atmosphärische Luft gefunden hat, kann man nun auch R bestimmen für ein anderes Gas, dessen Dichtigkeit im Verhältniß zur Dichtigkeit d. atmosphärischen Luft bekannt ist, natürlich mit Rücksicht auf gleiche Pressung und Temperatur.

Nach Zustandsgleichung: $pv = R(a+t)$ sind nämlich offenbar bei d. Coefficienten R zweier verschiedener Gase von übrigens gleicher Pressung und Temperatur umgekehrt d. spec. Volumen also umgekehrt proportional d. Dichtigkeit. Ist also δ d. Dichtigkeit eines anderen Gases od. Gasgemenges in Bezug auf atmosphärische Luft von gleicher Pressung und Temperatur, so ist für dasselbe d. Coefficient R:

$$R = \frac{29.27}{\delta}$$

Es muss hierbei aber bemerkt werden, dass d. Werth $R = 29{,}27$ sich auf solche atmosphärische Luft bezieht, welche ganz vollständig von ihren zufälligen Bestandtheilen (Wasserdampf, Kohlensäure etc.) befreit worden, indem d. genannte Gewicht von 1 cubm Luft $= 1{,}2932$ kg sich nur auf solche reine Luft bezieht, aus welcher diese Beimischungen namentlich Kohlensäure und Wasserdampf durch chemische Mittel entfernt wurden. Es frägt sich nun ob d. Constante R nicht für gewöhnliche feuchte Luft wesentlich anders ausfallen wird als für d. reine Luft. In dieser Hinsicht kann man zunächst sagen, dass d. natürliche und zu technischen Zwecken benutzte atmosphärische Luft d. verschiedenen Beimischungen, namentlich also Wasserdampf und Kohlensäure nur in so kleinen Mengen enthält, dass durch diese Beimischungen d. Gas-Charakter d. Gemisches nicht wesentlich geändert wird, so dass die betreffenden Beziehungen unbedenklich von d. Zustandsgleichung in bekannter Form zu Grunde gelegt werden können. Immerhin aber werden d. veränderlichen Bestandtheile einen Einfluss auf d. Constante R ausüben, während d. anderen Beimischungen einen nur so geringen Einfluss ausüben, dass derselbe nicht in Rechnung gezogen werden kann. Das Interesse erscheint es daher wenigstens d. Einfluss d. Wassergehalts d. Luft auf δ und R zu untersuchen und festzustellen. Zu dem Ende muss natürlich Feuchtigkeitsgehalt d. natürlich vorkommenden atmosphärischen Luft bekannt sein.

Angenommen es sei p d. Gesammtpressung d. feuchten Luft, so ist bekanntlich nach d. Dalton'schen Gesetze diese Pressung = d. Summe d. Pressungen d. trockenen Luft und d. Wasserdampfs. Ist also p_0 d. Pressung d. in d. Luft enthaltenen Wasserdampfs so ist $p - p_0$ d. Pressung d. trockenen Luft für sich allein und d. verhältnissmässige Pressung d. ~~feuchten~~ Wasserdampfes also $= \frac{p_0}{p}$ und d. verhältnissmässige Pressung d. trockenen Luft $= \frac{p-p_0}{p}$. Nun ist aber weiter d. spec. Gewicht d. Wasserdampfes ungefähr $\frac{5}{8}$ so gross wie d. d. trockenen Luft bei gleicher Pressung und Temperatur; d. Dichtigkeit δ d. feuchten Luft demnach:

$$\delta = \frac{p-p_0}{p} + \frac{5}{8}\frac{p_0}{p} = 1 - \frac{3}{8}\frac{p_0}{p}$$

und also nach Obigem d. Constante R ihrer Zustandsgleichung:

$$R = \frac{29.27}{1-\frac{3}{8}\frac{p_0}{p}}$$

Rechnet man z. B. wie es ein mittlerer Zustand in Luft einer Zustand d. Fall ist, $\frac{p_0}{p} = \frac{1}{100}$ d. h. dass d. Pressung d. Wasserdampfes 1% d. Gesammtpressung d. feuchten Luft ausmacht, so bekommt man:

$$R = 29{,}38.$$

Hinsichtlich d. spec. Wärme sind nun noch einige Bemerkungen zu machen.

Es wurde im Vorhergehenden nämlich mit c d. spec. Wärme irgend eines Körpers mit constantem Volumen und mit c_1 d. spec. Wärme für constante Pressung bezeichnet. Diese Bezeichnungen sollen nun auch für Gase speciell beibehalten werden, also c d. spec. Wärme d. Gases für constantes Volumen und c_1 = spec. Wärme für constante Pressung. Von diesen spec. Wärmen ist nur d. letztere c_1 = spec. Wärme für constante Pressung (namentlich von Regnault) für verschiedene Gase direct durch Versuche bestimmt worden und es ergab sich dabei, dass c_1, welche übrigens für verschiedenartige Gase verschieden ist, unabhängig von dem augenblicklichen Zustande d. Gases ist, wenigstens mit derselben Annäherung, mit welcher d. Gas dem Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze folgt. Insbesondere wurde für atmosphärische Luft gefunden

$$c_1 = 0{,}2375.$$

Was d. spez. Wärme c bei constantem Volumen d. Gase betrifft, so ist diese nicht direct ermittelt worden, sondern dieselbe kann bisher nur indirect abgeleitet werden mit d. Verhältniss $n = \frac{c_1}{c}$, welches Verhältniss man auf verschiedenartige Weise und Versuchen ableiten kann, wie solche später noch ausgeführt werden sollen. Unter andern ergibt sich für d. atmosphärische Luft im Mittel aus verschiedenen Versuchen dieses Verhältniss $n = 1,41$.

$$\text{und also } c = \frac{c_1}{n} = \frac{0,2375}{1,41} = 0,1684.$$

Für irgend ein anderes Gas kann d. spez. Wärme c ebenfalls abgeleitet werden aus seiner spez. Wärme c_1, seiner Dichtigkeit δ in Beziehung auf atmosphärische Luft und aus den Werthen von c und c_1 für atmosphärische Luft. Da d. spez. Wärme c ebenso wie c_1 für jedes Gas von dem augenblicklichen Zustand desselben unabhängig sei, so muss ferner erwähnt, daß für atmosphärische Luft d. spez. Wärme $c = 0,1684$ od. d. Verhältniss $n = 1,41$ ebenso constant sei wie d. spez. Wärme $c_1 = 0,2375$. Die bisherigen ausgestellten Ermittlungen, nach welchen $n = 1,41$ als angenommen wird und bei auf Seite 26 ... vermuthlich zuverlässiger Werth d. Verhältnisses n für atm. Luft abgeleitet wird, sind nun zwar nicht einwurfsfrei und genau genug um eine Frage sicher zu entscheiden, indessen spricht d. innere Wahrscheinlichkeit für ihre Richtigkeit. Während d. bei constantem ~~Volumen~~ Volumen mitgetheilte Wärme nur eine Aenderung seines Zustandes bewirkt, hat d. bei constantem Druck mitgetheilte zugleich eine Expansionsarbeit $= pdv$ per 1 kg d. Gases zu verrichten; d. spez. Wärme c erscheint somit von einfacherer Bedeutung als c_1 und wenn schon letztere jedenfalls eine Constante für jedes Gas vorstellt, so ist dasselbe um so mehr von c zu vermuthen. Im folgenden wird daher vorausgesetzt, daß beide spez. Wärmen c und c_1 für jedes Gas constant sind, ihre Werthe also nur von d. Art, nicht vom Zustande d. Gases abhängen.

Bestimmung d. Temperaturfunction T.

Die erörterten charakteristischen Eigenschaften d. Gase können nun dazu dienen mit Hilfe d. beiden Hauptgleichungen d. Temperaturfunction T ein für allemal zu bestimmen, indem bekanntlich diese Function T ganz unabhängig von d. Art und Aggregatform d. Körpers ist, sondern nämlich lediglich eine Function d. Temperatur ist, welchen Punkt d. ... auch immer ist, so daß für einen Körper von welcher Aggregatform den folgenden Untersuchungen zu Grunde gelegt wird. Natürlich sind dazu die einfachen und verhältnissmässig sicher bekannten Gesetze, welchen d. Verhalten d. Gase unterworfen sind, besonders geeignet.

Die vorhin festgestellten charakteristischen Eigenschaften eines Gases bestanden nun darin, daß ihre Zustandsgleichung d. allgemeine Form hatte:

$$pv = S + Rt = R(a+t)$$

worin a eine Constante $= 273 =$ d. reciproken Werth d. für alle Gase unter allen Umständen constant angenommenen Ausdehnungscoefficienten α bedeutet, während d. Constanten R und S für verschiedenartige Gase verschieden sein können; ferner bestanden d. charakteristischen Eigenschaften d. Gase darin, daß d. spez. Wärmen c und c_1 bei constantem Volumen resp. constantem Druck für jedes Gas constant sind, daß ihre Werthe nur von d. Art d. Gases und nicht von dessen augenblicklichen Zustande abhängen.

Die beiden Hauptgleichungen, welche hier benutzt werden müssen um in Verbindung mit den genannten charakteristischen Eigenschaften d. Gase d. Temperaturfunction T zu ermitteln, hatten auf Seite 67 XI und XII folgende allgemein gültige Formen:

$$A = \frac{d}{dp}\left(C_p \cdot \frac{d\vartheta}{dv}\right) - \frac{d}{dv}\left(C_v \cdot \frac{d\vartheta}{dp}\right)$$

$$A\vartheta = (C_p - C_v)\,\frac{d\vartheta}{dp}\cdot\frac{d\vartheta}{dv}$$

In diesen beiden Gleichungen bedeuten C_p und C_v gewisse Functionen d. den Wärmezustand charakterisirenden Größen, welche in besonderer Beziehung stehen zu d. spec. Wärmen c und c_1 und d. Temperaturfunction ϑ; es war nämlich: (Seite 66 u. 67):

$$C_v = \frac{dQ}{d\vartheta} \text{ im Falle } v = \text{const. und } C_p = \frac{dQ}{d\vartheta} \text{ im Falle } p = \text{Constant.}$$

und ferner: $c = C_v \dfrac{d\vartheta}{dt}$ und $c_1 = C_p \dfrac{d\vartheta}{dt}$

wo man nun d. Ableitung von ϑ nach t = $\dfrac{d\vartheta}{dt} = \vartheta'$ bezeichnet, erhält man:

$$c = C_v\,\vartheta' \quad \text{und} \quad c_1 = C_p\,\vartheta'$$

$$\text{od} \quad C_v = \frac{c}{\vartheta'} \quad \text{und} \quad C_p = \frac{c_1}{\vartheta'}$$

Weiter erhält man d. partielle Ableitung von ϑ nach v, indem ϑ eine mittelbare Function von v ist, da ϑ eine Function von t und t wieder eine Function von v ist, dadurch daß man d. ~~partielle~~ Ableitung von ϑ nach t mit d. partiellen Ableitung von t nach v multiplicirt. Also:

$$\frac{d\vartheta}{dv} = \frac{d\vartheta}{dt}\cdot\frac{dt}{dv} = \vartheta'\cdot\frac{dt}{dv}$$

$$\text{und ebenso} \quad \frac{d\vartheta}{dp} = \frac{d\vartheta}{dt}\cdot\frac{dt}{dp} = \vartheta'\,\frac{dt}{dp}$$

Was nun d. beiden Ableitungen von t nach v und p betrifft, so sind diese bestimmt aus d. Zustandsgleichung d. Gase. Differentiirt man dieselbe partiell nach v, setzt also p als Constante an, so ergibt sich:

$$\frac{dt}{dv} = \frac{p}{R}$$

und differentiirt man partiell nach p, also unter Annahme v = Constante, so erhält man:

$$\frac{dt}{dp} = \frac{v}{R}$$

Substituirt man diese Ausdrücke nun in den beiden obigen Gleichungen, so werden diese dadurch speciell auf Gase angewendet, und man erhält dann diese nur für Gase geltenden Formen:

Aus d. ersten: $$A = \frac{d}{dp}\left(c_1\,\frac{p}{R}\right) - \frac{d}{dv}\left(c\,\frac{v}{R}\right)$$

Nach d. bezeichneten Annahme, daß d. spec. Wärmen c und c_1 und d. Coefficient R für ein und dasselbe Gas constant sind, sind c, c_1 und R als unabhängig von den, d. Wärmezustand charakterisirenden Größen v u. p zu betrachten; man hat demnach:

$$\cancel{A = \frac{(c_1 - c)}{R}\cdot\frac{dp}{dp} - \frac{dv}{dv}}$$

$$A = \frac{c_1}{R}\,\frac{dp}{dp} - \frac{c}{R}\,\frac{dv}{dv} = \frac{c_1 - c}{R}$$

Aus d. 2ten Hauptgleichung ergibt sich nach Einsetzung d. bezüglichen Werthe:

$$A\vartheta = \frac{c_1 - c}{\vartheta'}(\vartheta')^2\frac{pv}{R^2}$$

$$= \frac{c_1 - c}{R}\cdot\vartheta'\frac{pv}{R}$$

Nach d. Zustandsgleichung ist aber $\frac{pv}{R} = a + t$

also: $$A\vartheta = \frac{c_1 - c}{R}\vartheta'(a+t)$$

Vergleicht man nun diese Gleichung mit d. vorher für A gefundenen, so bekommt man:

$$\vartheta = \vartheta'(a+t)$$

Dies ist nun eine Differentialgleichung zur Bestimmung von ϑ als Function von t, setzt man nämlich für ϑ' seinen Werth, so bekommt man:

$$\vartheta = \frac{d\vartheta}{dt}(a+t)$$

od. $\frac{d\vartheta}{\vartheta} = \frac{dt}{a+t}$ nach d. Differentialrechnung ist aber wie bekannt:

$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = d\,l(\vartheta)$ und $\frac{dt}{a+t} = d\,l(a+t)$ wobei l d. natürlichen Logarithmus bedeutet.

Also: $d\,l(\vartheta) = d\,l(a+t)$

u. durch Integration:

$$l(\vartheta) = l(a+t) + \text{Constante}\ l(C)$$

$$= l[(a+t)C]$$

folglich: $\vartheta = (a+t)C$ wenn C eine willkürlich zu wählende Constante bedeutet und unter a d. reciproke Werth d. Ausdehnungscoefficienten α zu verstehen ist.

Nimmt man nun d. willkürlich zu wählende Constante $C = 1$, so hat man:

$$\vartheta = a + t = 273 + t.$$

Diese Temperaturfunction ϑ unterscheidet sich also von d. Temperatur t nur durch einen constanten Summanden, ist also selbst eine Temperatur nur von einem andern Nullpunkt aus gerechnet als d. thermometrische Temperatur t d.h. ist selbst eine Temperatur, welche nur von einem 273° unter d. thermometrischen Nullpunkt = Gefrierpunkt d. Wassers gelegenen Nullpunkt aus gerechnet werden muss. Man nennt diesen Nullpunkt auch d. absoluten Nullpunkt und dementsprechend ϑ d. absolute Temperatur.

Da nun die beiden Temperaturen ϑ und t sich nur durch einen constanten Summanden unterscheiden, $= a = 273$, so kann man auch d. Ableitungen von ϑ und t mit einander vertauschen und also in allen Gleichungen $d\vartheta$ und dt beliebig mit einander vertauscht werden.

Ferner ist nun auch $\vartheta' = \frac{d\vartheta}{dt} = 1$ und daher auch d. Werthe nach einiger Zeit:

$c_v = C$ und $c_p = C_1$ d.h. d. Grössen c_v und c_p welche im Allgemeinen d. Bedeutung $\frac{dQ}{d\vartheta}$ bei constantem Volumen resp. bei constantem Druck haben, bedeuten also nichts anderes als d. spec. Wärmen bei constantem Volumen resp. constantem Druck.

In d. Regel wird nur gehandelt d. absolute Temperatur ϑ an d. Stelle d. thermometrischen Temperatur t [illegible] eingeführt, wodurch dieselben in manchen Fällen sehr vereinfacht werden.
Insbesondere erhält man damit d. Zustandsgleichung eines Gases in d. einfachen Form:
für $a + t = \vartheta$:

$$pv = R\vartheta$$

Von d. Zustandsgleichungen, welche bei d. Behandlung von ϑ als Function von t gefunden wurden, [illegible] Wichtigkeit, indem nur diese [illegible] Schlüsse gezogen werden können, nämlich d. Gleichung, welche sich aus d. ersten Hauptgleichung ergab, wenn man diese auf ein Gas anwendet:

$$A = \frac{C_1 - C}{R}$$

$$\text{od. } C_1 - C = AR.$$

Dann gibt es noch Gleichungen, welche [illegible] zunächst d. allgemeinen Formen d. Wärmegleichung [illegible] d. allgemeinen Formen d. Wärmegleichung [illegible] d. Ausdruck für d. Wärmemenge dQ, welche einem Körper pro 1 kg [illegible] zugeführt werden muss, waren (Seite [illegible] VIII und Seite [illegible]):

$$dQ = c_p \frac{d\vartheta}{dv} dv + c_v \frac{d\vartheta}{dp} dp$$

$$dQ = c_v \, d\vartheta + A\vartheta \frac{dp}{d\vartheta} dv$$

$$dQ = c_p \, d\vartheta - A\vartheta \frac{dv}{d\vartheta} dp$$

von welchen d. erste angewendet wird um d. Wärmemenge dQ zu bestimmen, welche d. Körper pro 1 kg [illegible] zugeführt werden muss, wenn letztere gegeben ist durch d. Änderungen d. spec. Volumens v und d. Änderungen d. spec. Pressung p; die 2te wird angewendet, wenn d. Änderung d. Wärmezustands durch d. absolute Temperatur ϑ und d. spec. Volumen v gegeben ist und endlich d. 3te, wenn d. " " " " " " ϑ und d. spec. Pressung p " . . .

Diese Gleichungen gelten allgemein für einen beliebigen Körper, und wenn man für ϑ [illegible] eine [illegible] Function von t einsetzt, und [illegible] d. [illegible] Bedeutung von c_v und c_p [illegible] d. spec. Wärmen C und C_1 bei constantem Volumen resp. constanter Pressung einführt. Zum Unterschiede [illegible] für feste und flüssige Körper [illegible] Gleichungen [illegible] für Gase d. schon früher eingeführten Bezeichnung gelten soll, so [illegible] c_v und c_p d. spec. Wärmen bei constantem Volumen resp. constanter Pressung von festen und flüssigen Körpern bezeichnen und C und C_1 d. spec. Wärmen bei constantem Volumen resp. constanter Pressung von Gasen und Gasgemischen bedeuten.
Wendet man nun also d. Formeln auf ein Gas an, so ist: $c_v = C$ und $c_p = C_1$ zu setzen; ferner ergibt sich aus d. Zustandsgleichung $pv = R\vartheta$ d. Gase durch Differentiation:

$$\frac{d\vartheta}{dv} = \frac{p}{R} \quad \text{und} \quad \frac{d\vartheta}{dp} = \frac{v}{R}.$$

Mit Rücksicht hierauf nimmt nun d. erste Formel bei d. Anwendung auf Gase folgende Form an:

$$dQ = \frac{1}{R}\left(C_1 p \, dv + C v \, dp\right)$$

= diejenige Wärmemenge, welche d. Gase pro 1 kg zugeführt werden muss, damit d. spec. Volumen v in $v + dv$ und d. spec. Pressung p in $p + dp$ übergehen soll, wobei C und C_1 d. spec. Wärmen d. Gases bei constantem Volumen resp. constanter Pressung bedeuten.

Aus d. 2t. Formel wird:

$$dQ = c\,d\vartheta + \frac{AR\vartheta}{v}\,dv$$

und aus d. 3ten:

$$dQ = c_1\,d\vartheta - \frac{AR\vartheta}{p}\,dp$$

Diese können vereinfachter geschrieben werden, wenn man mit Rücksicht auf d. Zustandsgleichung: $pv = R\vartheta$ setzt:

$$\frac{R\vartheta}{v} = p \quad \text{und} \quad \frac{R\vartheta}{p} = v:$$

$$dQ = c\,d\vartheta + Ap\,dv$$

$$dQ = c_1\,d\vartheta - Av\,dp$$

wenn A d. Arbeitswert d. Wärme welche d. Arbeitseinheit $= \frac{1}{424}$ Calorien bedeutet. Diese verschiedenen Formen d. Wärmegleichung für Gase werden uns bei vielen Aufgaben zweckmäßige Verwendung finden.

Wie schon erwähnt, gestattet d. Gleichung, welche für Gase betreffs d. spez. Wärmen c und c_1 gilt, nämlich:

$$c_1 - c = AR$$

mehrere interessante Folgerungen. Zunächst sieht man, daß d. Differenz d. spez. Wärmen verschiedener Gase bei constantem Druck resp. constantem Volumen proportional ist d. Constanten R in d. Zustandsgleichung. Diese Constante R wurde oben Seite 77 als umgekehrt proportional d. Dichtigkeit gefunden, so ergibt sich d. Differenz $c_1 - c$ bei verschiedenen Gasen umgekehrt proportional d. Dichtigkeiten d. Gase zu sein.

Für atm. Luft kennt man nun mit genügender Genauigkeit und Zuverlässigkeit d. Werte für c_1, c und R und somit kann man aus d. obige Gleichung dazu dienen den Wert von A zu bestimmen, umgekehrt erscheint doch von Interesse zu untersuchen ob d. durch Joule gefundene, mit mehreren Versuchen bestätigte Mittelwert von $A = \frac{1}{424}$ auch mit diesen zusammen gefundenen Werten von c_1, c und R übereinstimmt und zwar für alle Gase.

Für d. atm. Luft wurde nun aus Versuchen gefunden:

$$c_1 = 0,2375 \quad \text{und} \quad \frac{c_1}{c} = 1,41$$

$$\text{also } c = \frac{c_1}{1,41} = \frac{0,2375}{1,41} = 0,1684.$$

$$\text{und } R = 29,27$$

Diese Werte eingesetzt gibt:

$$\frac{1}{A} = W = \text{Arbeitswert d. Wärmeeinheit} = \frac{R}{c_1 - c} = \frac{29,27}{0,2375 - 0,1684} = 423,6 \text{ kgm.}$$

Also wie d. Zahl stimmt dieser Wert fast genau mit d. Mittelwerte überein, welcher aus d. Versuchen von Joule sich ergeben hatte.

Weitere Folgerung:

$c_1 - c = AR$, wenn A für alle Gase constant $= \frac{1}{424}$, dagegen R umgekehrt proportional d. Dichtigkeit δ d. verschiedenen Gase ist, muß auch $c_1 - c$ umgekehrt proportional d. Dichtigkeit δ d. verschiedenen Gase sein, also kann für irgend ein beliebiges Gas diese Differenz $c_1 - c$ gesetzt werden d. betreffenden Differenz für atm. Luft dividiert durch d. Dichtigkeit δ d. Gases in Bezug auf d. Dichtigkeit d. atm. Luft. Für atm. Luft war diese Differenz gefunden $= 0,2375 - 0,1684 = 0,0691$

Also für ein beliebiges Gas:

$$c_p - c = \frac{0{,}0691}{\delta}$$

unter δ die Dichtigkeit des Gases verstanden wenn die Dichtigkeit der atm. Luft als 1 angenommen wird. Die Werthe von δ und ebenso die Werthe von c_p kennt man mit ziemlicher Genauigkeit für verschiedene Gase, während die Werthe c nur mit schwierigen Versuchen festgestellt werden können. [illegible] ist nun eine solche Beziehung, aus welcher man c d. spec. Wärme eines Gases für constantes Volumen aus d. bekannten A und d. spec. Wärme c_p bei constantem Druck berechnen kann, wenn man außerdem noch Dichtigkeit d. vorliegenden Gases in Bezug auf atm. Luft kennt. Ebenso kann man dann auch den schon erwähnten Quotienten $n = \frac{c_p}{c}$ berechnen. Man hat diese Rechnungen auch für d. wichtigsten Gase durchgeführt, namentlich hat dies Regnault angestellt und d. richtigen Werthe von δ und c_p d. verschiedenen Gase bestimmt. Es wurde dann gefunden daß bei d. 4 bisher genannten Gasen, nämlich Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff und Kohlenoxyd, d. Verhältniß $n = \frac{c_p}{c}$ sich nahe gleich groß [illegible] dem schon bekannten Werthe $n = 1{,}41$ für atm. Luft sei.

Während nach d. obigen Gleichung d. Differenz:

$$c_p\delta - c\delta = 0{,}0691$$

für alle Gase gleich groß ist entsprechen jenen Gasen, für welche n gleich groß ist, auch gleiche [illegible] d. Producte $c\delta$ und $c_p\delta$. Da δ dem spec. Gewicht (Gewicht pr. Volumeneinheit) eines Gases bei gleichem Druck und Temperatur proportional ist, so sind jene Producte $c\delta$ und $c_p\delta$ den betreffenden spec. Wärmen d. Volumeneinheit verschiedener Gase bei gleichem Druck und Temperatur derselben proportional. Während also für alle Gase d. Differenz d. spec. Wärmen d. Volumeneinheit (b. gleichen Werthen von p u. t) beziehungsweise für constantes Volumen und für constanten Druck gleich groß ist, sind diese spec. Wärmen auch einzeln gleich groß für solche Gase, für welche n denselben Werth hat, insbesondere also [illegible] für d. oben genannten [illegible] Gase. ———

Wie vorhin gesehen hat man nun d. Wärmegleichung auf [illegible] d. [illegible] gebracht, welche sich besonders zur Anwendung auf Gase eignen. [illegible] d. spec. innere Arbeitsenergie in [illegible] Weise für ein Gas durch d. den Wärmezustand [illegible] Größen [illegible]. Da man aber bekanntlich keinen Wärmezustand angeben kann, für welchen d. innere Arbeitsenergie $= 0$ ist, so kann man dieselbe [illegible] nur bis auf einen constanten Summanden [illegible], [illegible] man nur den Unterschied d. Arbeitsenergie in 2 verschiedenen Wärmezuständen od. d. Änderung d. spec. inneren Arbeitsenergie beim Übergange von einem gegebenen Anfangszustand zu einem anderen Zustand angeben kann.

Um nun einen Ausdruck für diesen Unterschied od. d. Änderung d. inneren Arbeitsenergie zu bekommen, hat man d. allgemeine Wärmegleichung:

$$W dQ = dU + p\,dv$$

welche bekanntlich ausdrückt, wie eine gewisse Wärmemenge d. Körper mitgetheilt werden muß, damit d. innere Arbeitsenergie sich um dU ändert und damit bei d. entsprechenden unendlich kleinen Zustandsänderung eine Expansionsarbeit $= p\,dv$ verrichtet wird.

Gleichbedeutend für ein Gas war ferner diese Wärmegleichung d. Form (Seite 82) an:

$$dQ = c\,d\vartheta + A\,p\,dv$$

welche sich darauf bezieht, daß d. Wärmezustand durch d. spec. Volumen v und durch d. absolute Temperatur ϑ dargestellt wird. Multiplicirt man diese Gleichung mit W, so bekommt man:

$$W dQ = Wc\,d\vartheta + p\,dv$$ indem bekanntlich $WA = 1$ ist

mit $W = \frac{1}{A}$ (Seite 39)

durch Vertauschen beider Gleichungen bekommt man:

$$0 = dU - Wc\,d\vartheta \quad \text{od.:} \quad dU = Wc\,d\vartheta.$$

Aus dieser Gleichung geht hervor, weil c d. spez. Wärme eines Gases bei constantem Volumen für d. vorliegende Gas constant ist, ihr Werth also unabhängig von augenblicklichen Zustande d. Gases ist, und weil ferner wie erwähnt $d\vartheta$ und dt mit einander vertauscht werden können wegen $\vartheta = 273 + t$, daß d. Änderung d. inneren Arbeitsvermögens eines Gases seiner Temperaturänderung proportional ist.

Bezeichnet man nun im Anfangszustand d. absolute Temperatur mit ϑ_1 und d. innere Arbeitsvermögen mit U_1, so erhält man durch Integration d. obigen Gleichung:

$$U - U_1 = Wc(\vartheta - \vartheta_1)$$

od. da mit Rücksicht auf d. Zustandsgleichung eines Gases: $\vartheta = \frac{pv}{R}$ und entsprechend $\vartheta_1 = \frac{p_1 v_1}{R}$, wobei p_1 und v_1 die dem Anfangszustand entsprechenden Werthe von v u. p darstellen, und wenn man ferner noch $W = \frac{1}{A}$ setzt:

$$U - U_1 = \frac{c}{AR}(pv - p_1 v_1)$$

od. auch da $AR = c_1 - c$ und für $\frac{c_1}{c} = n$ gesetzt, wenn man Zähler und Nenner durch c dividirt:

$$U - U_1 = \frac{pv - p_1 v_1}{n-1}$$

= d. Unterschied d. inneren Arbeitsvermögens im End- und Anfangszustand d. Zustandsänderung.

Wir wollen nun zu besonderen Arten von Zustandsänderungen der Gase übergehen, welche bei den technischen Anwendungen von Wichtigkeit sind.

Die wichtigsten dieser besonderen Arten von Zustandsänderungen lassen sich gemeinsam umfassen unter d. ziemlich allgemeinen Voraussetzung, daß d. Zustandsänderung in einer solchen Weise erfolge, daß während derselben d. Pressung p einem proportional bleibt einer gewissen Potenz d. spez. Volumens. Es ist also, wenn m und C Constanten bedeuten, d. Zustandsgleichung, welche d. Gesetz d. gleichzeitigen Änderung von v u. p angibt, d. Form hat:

I .... $p \cdot v^m = C$.

Zunächst bemerkt man, daß ... d. Gestalt d. Zustandscurve zu ermitteln, d. h. d. Charakter der Zustandscurve, welche d. Gesetz d. Zustandsänderung geometrisch darstellt, festzustellen.

Zu dem Ende wird d. obige Zustandsgleichung differentiirt; man bekommt:

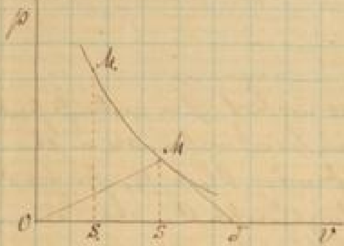
$$v^m\,dp + p\,m\,v^{m-1}\,dv = 0$$

entwickelt man hieraus $\frac{dp}{dv}$, welcher Quotient bekanntlich d. tang. d. Winkels ist, welchen d. Tangente an d. Punkte (v, p) d. Zustandscurve mit d. v Achse bildet, so ergibt sich:

II .... $\frac{dp}{dv} = -m\,\frac{p}{v}$

Setzt man nun in d. Zustandsgleichung $pv^m = C$, unter d. Voraussetzung, daß d. Constanten m u. C endliche Werthe haben, $v = 0$, so wird nach Gl. I. $p = \infty$ und also auch nach Gl. II. $\frac{dp}{dv} = \infty$, es sind also $v = 0$, $p = \infty$ und $\frac{dp}{dv} = \infty$ zusammengehörende Werthe, was aber nach d. analytischen Geometrie bekanntlich gleichbedeutend ist mit dem Umstand, daß d. Zustandscurve d. p Achse zur Asymptote hat.

Für $v = \infty$ ist umgekehrt nach Gesetz I, einem unter Annäherung, daß m einen endlichen Werth haben: $p = 0$ und nach Gesetz II $\frac{dp}{dv} = 0$. Also sind auch $v = \infty$, $p = 0$ und $\frac{dp}{dv} = 0$ zusammengehörende Werthe, entsprechend einem asymptotischen Anschmiegen d. Zustandscurve an d. v Achse.



D. allgemeine Charakter d. Zustandscurve, welche d. Zustandsgleichung: $pv^m = C$ entspricht, ist der, daß dieselbe sich asymptotisch den beiden Coordinatenaxen nähert.

Ist nun $S\sigma = s$ d. Subtangente für den beliebigen Punkt M d. Zustandscurve mit d. Coordinaten $OS = v$ und $SM = p$, so ist für dieselben:

$$\frac{dp}{dv} = -\frac{p}{s} \quad \text{also mit Rücksicht auf} \quad \frac{dp}{dv} = -m\frac{p}{v}$$

$$\text{ist: } m = \frac{v}{s} = \frac{OS}{S\sigma}$$

Ist p_1 d. Spannung und σ_1 d. absolute Temperatur, welche d. specifischen Volumen v_1 (mit $OS_1 = v_1$ dem Punkte M_1 d. Zustandscurve) entspricht, so ist, da in jedem Zustand d. Gleichung $pv^m = \text{const. } C$ stattfinden soll, auch:

$$p v^m = v_1^m p_1 \quad \text{und daraus also:}$$

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^m$$

d. h. in 2 verschiedenen, übrigens beliebigen Zuständen verhalten sich d. Spannungen umgekehrt wie d. $m$ten Potenzen d. spec. Volumina und umgekehrt wie d. spec. Volumina selbst.

Ferner ist nach d. allgemeinen Zustandsgleichung d. Gase: $pv = R\sigma$ und also auch: III

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = \frac{pv}{p_1 v_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^m \frac{v}{v_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{m-1} = \frac{p}{p_1}\left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{m}} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}$$

Die Expansionsarbeit E welche von 1 kg d. Gases beim Übergange aus d. Zustand M_1 $(v_1\ p_1\ \sigma_1)$ in den Zustand M $(v\ p\ \sigma)$ verrichtet wird, ist nach d. allgemeinen Formel:

$$E = S_1 M_1 M S = \int_{v_1}^{v} p\,dv = p_1 v_1^m \int_{v_1}^{v} \frac{dv}{v^m}$$

$$\text{od. } E = \frac{p_1 v_1^m}{m-1}\left(\frac{1}{v_1^{m-1}} - \frac{1}{v^{m-1}}\right) = \frac{p_1 v_1}{m-1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v}\right)^{m-1}\right] \quad \ldots\ldots \text{IV}$$

Vermittelst d. Gleichungen III kann hier nun auch statt durch v durch p od. σ ausgedrückt und mit d. Anfangszustand M_1 gegebenen Größen ausgedrückt werden.

D. spec. Wärme, welche als Function von m hier mit μ bezeichnet sei, ist mit Rücksicht auf d. Gleichung Seite 82: $dQ = c\,d\sigma + Ap\,dv = c\,d\sigma + \frac{AR\sigma}{v}dv$ und mit Rücksicht auf d. Zustandsgleichung $pv = R\sigma$:

$$\mu = \frac{dQ}{d\sigma} = c + Ap\frac{dv}{d\sigma} = c + AR\frac{p\,dv}{d(pv)}$$

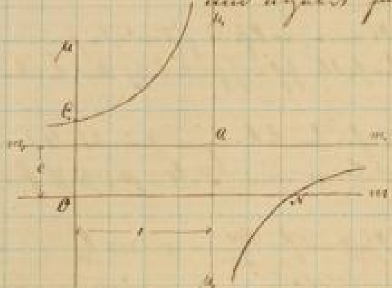
od. da: $c_p - c = AR$ und $\frac{c_p}{c} = n$ also $AR = c(n-1)$ ist und ferner: $d(p.v) = p\,dv + v\,dp$ ist folgt:

$$\mu = c + \frac{c(n-1)\,p\,dv}{p\,dv + v\,dp} = c + \frac{c(n-1)}{1 + \frac{v\,dp}{p\,dv}}$$

oder endlich nach Gl. II:

V. – – – – – – – – $$\mu = \left(1 + \frac{n-1}{1-m}\right) c = \frac{m-n}{m-1}\, c$$

Diese spez. Wärme ist positiv für $m < 1$ oder $m > n$ und negativ für $1 < m < n$



Das Gesetz, nach welchem sich μ mit m ändert, ist in nebenstehender Figur durch die Curve dargestellt, deren Coordinaten m u. μ sind; sie schneidet die μ-Achse in der Entfernung $OC_1 = c_1$, die Achse der m in der Entfernung $ON = n$ vom Anfangspunkt O. Die Curve ist eine gleichseitige Hyperbel mit den Asymptoten $m_1 m_1$ in der Entfernung $= c$ von Om und $\mu_1 \mu_1$ in der Entfernung $= 1$ von $O\mu$; denn mit $m = m_1 + 1$ und $\mu = \mu_1 + c$ wird ihre Gleichung für die Achsen $O_1 m_1$ und $O_1 \mu_1$:

$$m_1 \mu_1 = -(n-1)c = -(c_1 - c)$$

Mit Hilfe der positiven oder negativen Wärme, welche dem Gase pro 1kg beim Übergange aus dem Zustand M_1 in den Zustand M mitzutheilen ist, nach der bekannten Formel:

VI. – – – – – – – – $$Q = \mu(\vartheta - \vartheta_1)$$

womit nach den Gleichungen III auch ϑ durch v u. p ausgedrückt werden kann. Wegen:

$$\vartheta - \vartheta_1 = -\vartheta_1\left[1 - \left(\frac{v_1}{v}\right)^{m-1}\right] = -\frac{p_1 v_1}{R}\,\frac{m-1}{p_1 v_1}\, L$$

$$= -\frac{m-1}{AR}\, AL = -\frac{m-1}{c(n-1)}\, AL = -\frac{m-n}{\mu(n-1)}\, AL$$

ist auch:

VII. – – – – – – – – $$Q = \frac{n-m}{n-1}\, AL$$

also Q im entgegengesetzten Zeichen wie L, jenachdem $m < n$ oder $m > n$ ist.

Eine Zustandsänderung nach dem Gesetz $pv^m = \text{Const.}$ kann im Allgemeinen, zumal mit passender entsprechender Bestimmung von m, vermuthet werden, wenn die Zustandscurve oder das Gesetz der Wärmemittheilung nicht gegeben sind, sondern aus Beobachtungen abgeleitet werden müssen. Lässt sich aus denselben mit Hilfe der Gleichungen III und IV der Werth von m bestimmen, so ergibt sich das Gesetz der Wärmemittheilung aus Gleich. V und VI, oder die Annahme des Gesetzes $pv^m = \text{Const.}$, indem m eine Constante anzunehmen, erscheint zulässig, wenn sich eine mehr oder minder vollkommene Übereinstimmung der aus verschiedenen Beobachtungen abgeleiteten Werthe von m erkennen.

Diese allgemeinen Formeln können nun benutzt werden um die entsprechenden Sätze für verschiedene besondere Zustandsänderungen zu ermitteln, welche speciellen Fällen man dadurch erkennt, dass man m ~~und n~~ verschiedene Werthe beilegt.

1) Angenommen es sei $m = 0$

dann ist $v^m = v^0 = 1$ und also die Zustandsgleichung:

$$pv^m = p = C \text{ unter } C \text{ eine Constante verstanden.}$$

Man erhält damit also die Zustandsänderung bei constantem Drucke p; die entsprechende Zustandscurve ist eine mit der v Achse parallele Gerade im Abstande C von der v Achse entfernt.

Mit $m = 0$ wird die spez. Wärme: $\mu = \frac{-n}{-1}\, c$ oder bekanntlich $n = \frac{c_1}{c}$

$\mu = c_1$ wie es auch zu erwarten war, indem c_1 eben die spez. Wärme bei constantem Drucke bedeutet.

der Erwärmung verbraucht ist, handelt es sich nur noch um die Beziehung zwischen der Temperatur und dem Volumen in verschiedenen Zuständen. Diese Beziehungen sind gegeben durch die aus Gleich. III hervorgeht (mit $p = p_0$) hernach:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{v}{v_0}$$

Für die Expansionsarbeit E erhält man den Wert mit $p = p_0$ und $m = 0$:

$$E = p(v - v_0)$$

2) Es sei gegeben $m = 1$; dann geht die Zustandsgleichung über in:

$$pv = \text{Const.}$$

Gemäß der allgemeinen Zustandsgleichung der Gase: $pv = RT$, worin R für ein und dasselbe Gas constant ist, drückt diese Gleichung aus, dass $T = \text{const.}$ ist d. h. dass die Zustandsänderung bei constanter Temperatur erfolgt und dass die Zustandscurve eine isothermische Curve wird und zwar ist diese isothermische eine gleichseitige Hyperbel wegen ihrer Gleichungsform: $pv = \text{Const.}$

Ferner ist in diesem Falle:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{v_0}{v},$$

und die spec. Wärme $\mu = \infty$ weil $m - 1 = 0$ also der Bruch $= \infty$ wird.

Für die Expansionsarbeit E ergibt sich mit $m = 1$ aus Gleich. IIII ein unbestimmter Ausdruck, nämlich $E = \frac{p_0 v_0}{0}(1 - 1) = p_0 v_0 \frac{0}{0}$

Indessen läßt sich E direkt leicht bestimmen mit dem allgemeinen Ausdruck für die Expansionsarbeit, nämlich: $E = \int p\,dv$.

Setzt man nun für p seinen durch Gleich. III bestimmten Wert, und schafft man die constanten Größen $p_0\, v_0$ vor das Integral, so erhält man:

$$E = p_0 v_0 \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = p_0 v_0 \, l\left(\frac{v}{v_0}\right)$$ unter l den natürlichen Logarithmus verstanden.

Mit dieser isothermischen Curve ist bei Gasen die isodynamische Curve identisch, indem für ein Gas bekanntlich die Formel für die spec. Änderung der inneren Arbeit besteht:

$$dU = Wc\,dT$$

und da nur Wärme T enthalten sind, wird mit $dT = 0$ auch $dU = 0$ ist.

3) Für $m = n = \frac{c_p}{c}$ wird:

die spec. Wärme: $\mu = 0$ und die Zustandsgleichung: $pv^n = \text{Const.}$
und ferner auch natürlich: $dQ = 0$.

In diesem Falle geht also die Zustandsänderung ohne Mittheilung oder Entziehung von Wärme, also nach einer adiabatischen Curve vor sich, deren Gleich. $pv^n = \text{const.}$ ist. Aus demselben Punkt (v, p) aus

verläuft sie steiler, immer asymptotisch sich annähernd an die Axen, und schneidet die v Axe als die isothermische Curve; ist nämlich φ_1 der spitze Winkel, welchen die erstere und φ_0 derjenige, welchen die letztere in demselben Punkte mit der v Axe bildet, so ist nach Gleich. II:

$$tg\,\varphi_1 = n\,tg\,\varphi_0$$ wenn n ein unächter Bruch $= \frac{c_p}{c}$ ist.

Also ist $tg\,\varphi_1 > tg\,\varphi_0$ w. z. b. w.

Mit $m = n$ hat man weiter:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{n} \qquad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{n-1} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

und $$E = \frac{p_0 v_0}{n-1}\left(1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{n-1}\right)$$

Endlich 4) für $m = \infty$ zeigen, daß man d. Zustandsänderung auch schreiben kann:
anstatt $pv^m = C$: $p^{\frac{1}{m}} v = \sqrt[m]{C} =$ Const., so wird mit $m = \infty$ d. Zustandsgleichung: $p^0 v =$ Const oder $v =$ const. d.h. man erhält nur die Zustandsänderung bei constantem Volumen v.

Die spec. Wärme ist in diesem Fall natürlich: $c_\mu = c$

Da v constant ist, so handelt es sich nur noch um d. Beziehung zwischen Spannung und Temperatur in d. verschiedenen Zuständen; man findet dieses höchst einfach:

$$\frac{T}{T_1} = \frac{p}{p_1}$$

Die Expansionsarbeit E wird natürlich $= 0$, denn wenn keine Volumenänderung stattfindet, so kann auch keine Expansionsarbeit verrichtet werden.

Von diesen verschiedenen beiden Specialfällen ist besonders d. 3te von Wichtigkeit, nämlich d. Zustandsänderung ohne Mittheilung od. Entziehung von Wärme entsprechend d. adiabatischen Curve; bei diesem spielt eine wesentliche Rolle d. Verhältniß $n = \frac{c_p}{c}$ und es ist daher interessant zu wissen, wie man diesen Coeffizienten bestimmen kann.

Eine Methode zur Bestimmung von $n = \frac{c_p}{c}$ ist folgende:

In einem möglichst großen Behälter, welcher mit einer verschließbaren Ausflußöffnung und mit einem Manometer zur Messung d. Drucks im Innern d. Behälters versehen ist, befindet sich ein Gas, dessen Spannung $= p_1$ größer ist als d. d. umgebenden Mediums (d.h. d. Atmosphäre) während seine absolute Temperatur (und also auch d. Thermometerhöhe) gleich d. äußeren absoluten Temperatur $= T_1$ ist. Wird die Ausflußöffnung nun einige Augenblicke geöffnet und sogleich nach ihrem Schluß die im Innern gesunkene Spannung $= p_2$ beobachtet, die entsprechend auch T_2 gesunkene Temperatur kann, wenn man d. Behälter mit einem in sein Inneres reichenden Thermometer versehen würde, nicht mit Sicherheit beobachtet werden können, weil dieses Wand d. niedrigeren Temperatur viel langsamer folgt, als d. des Manometers d. niedrigeren Spannung, einige Zeit nach dem Schluß d. Ausflußöffnung [illegible] Zustand d. Gases [illegible] geändert haben kann infolge d. [illegible] Wärme durch d. Wand d. Behälters. Wenn man aber von derjenigen Wärmemenge absieht, welche schon während d. kurzen Zeit d. [illegible] Ausströmens d. Gases mit d. [illegible] Mündung durch d. Gefäßwand von außen her eindringt, so stellt sich d. Spannung p_2 entsprechend, sofort nach dem Schluß d. Mündung einen [illegible] Temperatur und d. [illegible] ~~[illegible]~~ Fall 3) [illegible] entsprechend d. Zustandsänderung ohne Mittheilung und Entziehung durch Wärme; es [illegible] nämlich nach d. Ableitungen:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1-\frac{1}{n}}$$

Nachdem nun d. Mündung d. Behälters wieder geschlossen ist, steigt in Folge d. [illegible] Wärme d. Temperatur im Innern allmählig wieder bis auf T_1, welcher Wert als erreicht zu betrachten ist, wenn d. Manometer eine weitere Zunahme d. allmählig auf p_3 gewachsenen Spannung nicht mehr erkennen läßt. Da diese Zustandsänderung d. im Behälter abgesperrten Gases bei constantem Volumen stattfand, gilt nach d. Fall 4):

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_3}{p_2}$$

Multiplicirt man beide Gleichungen miteinander, so bekommt man:

$$1 = \frac{p_3}{p_2}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1-\frac{1}{n}} = \frac{p_3}{p_1}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}}$$

od.: $\frac{p_1}{p_3} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}}$ und daher:

$$n = \frac{\log\left(\frac{p_1}{p_2}\right)}{\log\left(\frac{p_1}{p_3}\right)} = \frac{\log p_1 - \log p_2}{\log p_1 - \log p_3}$$

Auf diese Weise kann man nur d. Coeffizienten $n = \frac{c_p}{c}$ [illegible] bestimmen und es ist [illegible] [illegible] zur Bestimmung von n in Anwendung gekommen.

Verhalten d. Körper beim Uebergange aus d. festen in d. flüssige Aggregatform.

Wenn ein fester Körper in d. Änderung seiner Aggregatform begriffen ist, also wenn ein fester Körper im Schmelzen und ebenso wenn ein flüssiger in d. Erstarrung begriffen ist, so befindet er sich in einem Grenzzustand, welcher durch d. Pressung allein od. durch d. Temperatur allein vollkommen bestimmt ist. Sind nun für einen solchen Grenzzustand p u. t zusammengehörende Werthe von Pressung und Temperatur in einem gewissen Augenblick und $p + dp$, $t + dt$ zusammengehörende Werthe in einem andern Augenblick d. Grenzzustandes, so findet zwischen dp und dt eine bestimmte Beziehung statt, indem Pressung und Temperatur sich gegenseitig bedingen. Um nun diese Beziehung zwischen d. gleichzeitigen Änderungen von Pressung und Temperatur zu bestimmen, sei: $y:(1-y)$ d. Gewichtsverhältniss d. flüssigen und festen Theils in irgend einem Augenblick und zwar y d. Gewichtsmenge d. flüssigen Bestandtheils, also $1-y$ d. Gewichtsmenge d. festen Bestandtheils in 1 kgr d. Gemisches von Körpern gleicher Art aber verschiedener Aggregatform; es sei ferner w d. spez. Volumen d. im Schmelzen begriffenen Körpers im festen und $w + \Delta$ d. spez. Volumen desselben in d. flüssigen Aggregatform. So ist offenbar in dem betreffenden Augenblick d. entsprechende mittlere spez. Volumen v d. Gemisches:

$$v = (1-y)\,w + y\,(w+\Delta) = w + y\Delta.$$

Angenommen nun 1 kgr eines solchen Körpers sei bei constanter Temperatur t u. d. entsprechenden Pressung p in d. Schmelzung begriffen. Dann sind w und Δ vollkommen bestimmt durch p od. durch t. Bei constanten Werthen von t und p sind also auch w und Δ constant und d. ändert sich bei diesem Vorgange nur d. mittlere spez. Volumen zunehmend entsprechend um dv mit y. Für eine unendlich kleine Zustandsänderung entsprechend einem unendl. kl. Schmelzungsprocesse ergibt sich bei constanten Werthen von p u. t aus d. obigen Gleichung:

$$dv = \Delta\, dy$$

Nach d. allgemeinen Form d. Wärmegleichung Seite 89 ist nun d. Wärmemenge dQ, welche d. Körper bei dieser unendlich kl. Zustandsänderung mitzutheilen ist:

$$dQ = c_v\, d\sigma + A\sigma \frac{dp}{d\sigma}\, dv$$

od. da man bekanntlich $d\sigma$ und dt wechselseitig miteinander vertauschen darf:

$$dQ = c_v\, d\sigma + A\sigma \frac{dp}{dt}\, dv$$

Im vorliegenden Falle findet d. Zustandsänderung bei constanter Temperatur t statt, es ist also auch $d\sigma = 0$ und dem entsprechend, wenn man noch statt $\frac{dp}{dt}$ nur $\frac{dp}{dt}$ setzt:

$$dQ = A\sigma \frac{dp}{dt}\, dv \qquad \text{od. mit } dv = \Delta\, dy$$

$$dQ = A\sigma\Delta \frac{dp}{dt}\, dy$$

Ist nun mit r d. sog. spez. Schmelzwärme bezeichnet diejenige Wärmemenge, welche zur Schmelzung von 1 kgr d. Körpers bei d. Temperatur t od. d. entsprechenden Pressung p erforderlich ist, die Wärmemenge dQ also, welche zum Schmelzen von dy kgr erforderlich ist:

$$dQ = r\, dy$$

Setzt man diese beiden Ausdrücke für dQ einander gleich, so bekommt man:

$$\frac{dp}{dt} = \underline{A\sigma\Delta} \quad \text{- - - - - - - - - - - - - - - -} \quad a$$

= allgemeines Gesetz, wonach sich d. Temperatur und Pressung für einen solchen Process d. Ueberganges von d. festen in d. flüssige Aggregatform wechselseitig gegenseitig bedingt.

Offenbar gilt diese Gleichung $\mathfrak{A}$ allgemein für den Übergangszustand d. Übergangs aus einem in eine andere Aggregatform und also kann auch von dieser Gleichung in d. Folge für den Übergang aus d. flüssigen in d. dampfförmigen Gebrauch gemacht werden, wenn wir Δ und r d. entsprechend modificierten Bedeutungen beizulegen haben.

Zu erwähnen ist noch, daß, wie schon früher bei d. Entwickelung d. Princips d. Aequivalenz d. Umwandlungen hervorgehoben wurde, sobald d. Schmelzung bei constanter Temperatur stets mit Wärmeaufnahme des schmelzenden Körpers verbunden ist, die Allgemeingültigkeit jenes Princips und somit d. durch bestimmten Gleichungen notwendig einen positiven od. negativen Werth des Differentialquotienten $\frac{dt}{dp}$ erfordert, je nachdem d. spec. Volumen beim Schmelzen wächst od. abnimmt. Beim Verdampfen einer Flüssigkeit ist also $\frac{dt}{dp}$ immer positiv.
Diese Gleichung gilt auch für Schmelzen und d. Gleichung $\mathfrak{A}$ zeigt, denn da A u. r absolute Größen sind, ist $\frac{dt}{dp}$ $\pm$ je nachdem Δ $\pm$ ist. Δ bedeutet aber, dem allgemein bezogen, d. Unterschied d. spec. Volumens d. flüssigen resp. luftförmigen Aggregatform über d. spec. Volumen d. festen resp. flüssigen Aggregatform desselben Körpers. Z. B. ist beim Schmelzen des Eises Δ negativ, indem d. Volumen d. Wassers bei 0° kleiner ist als d. Volumen d. Eises bei 0°; dementsprechend ist auch für den Schmelzpunkt des Eises $\frac{dt}{dp}$ negativ.
Andererseits ist, wie schon erwähnt, Δ beim Verdampfen von Flüssigkeiten immer positiv, weil d. spec. Volumen zunimmt, also ist bei diesem Vorgange auch d. Differentialquotient $\frac{dt}{dp}$ immer positiv.

Wie oben erwähnt ist $\frac{dt}{dp}$ für schmelzendes Eis od. umgekehrt natürlich auch für gefrierendes Wasser immer negativ; dieses stimmt auch mit d. Erfahrungsthatsache überein, daß d. Schmelzpunkt d. Eises od. d. Gefrierpunkt d. Wassers mit wachsendem Druck herabgedrückt wird und zwar fand Thomson aus einer Reihe ausführlicher Versuche, daß durch Druckerhöhung d. Schmelzpunkt d. Eises um je $0{,}0075^\circ C$ erniedrigt wird bei einer Druckzunahme von 1 Atm. Es ist also diesen Versuchen gemäß:

$$\frac{dt}{dp} = \div\, 0{,}0075$$

Zu demselben Resultat kommt man auch mit Hilfe d. Formel $\mathfrak{A}$. Erfahrungsmäßig beträgt nämlich d. Schmelzwärme d. Eises auf 1 kg bei normalem Atm. Druck:

$$r = 79\ \text{Cal.}$$

Ferner kennt man auch d. Dichtigkeit d. Eises bei 0° also auch d. spec. Volumen d. Eises nämlich d. Volumen von 1 kg Eis in Cubm ausgedrückt:

$$w = 0{,}001087$$

dagegen beträgt d. spec. Volumen d. Wassers bei $0^\circ C$:

$$w + \Delta = 0{,}001000$$

Streng genommen ist $0{,}001000$ = d. spec. Volumen bei $4^\circ C$ als im Zustand d. größten Dichtigkeit, während bei 0° d. spec. Volumen eigentlich schon um etwas zugenommen hat. Jedoch ist diese Zunahme so gering, daß dieselbe erst auf d. siebenten Decimalstelle einen Einfluß haben würde. Der obige Werth kann also bis auf 6 Decimalstellen genau für d. spec. Volumen d. Wassers bei 0° gelten.

Demnach ist also:

$$\Delta = \div\, 0{,}000087$$

Diese Werthe in Formel $\mathfrak{A}$ eingesetzt gibt mit $A = \frac{1}{424}$ und wenn man p in Atm. statt in kg pr. □m ausdrückt also d. Formel noch mit 10 333 multipliziert, entsprechend d. Umstand, daß 10333 kg pr □m = 1 Atm sind, so erhält man:

$$\frac{dt}{dp} = \div\, \frac{10333 \cdot 273 \cdot 0{,}000087}{424 \cdot 79} = \div\, 0{,}00733$$

also in sehr guter Uebereinstimmung mit dem durch Versuche von Thomson oben ermittelten Werthe $\frac{dt}{dp} = \div\, 0{,}0075$.

Wie schon oben erwähnt gilt d. Gleichung $\mathfrak{A}$ nicht nur für schmelzende Körper sondern auch für verdampfende Flüssigkeiten, nur versteht man dann unter Δ d. Unterschied d. spec. Volumen d. luftförmigen über d. flüssige Aggregatform und unter r d. spec. Verdampfungswärme verstehen als d. Wärmemenge welche zum Verdampfen von 1 kg d. Flüssigkeit bei constanter Temperatur und Pressung erfordert wird.

Von besonderer Wichtigkeit in den technischen Anwendungen ist nun das:

Verhalten der Dämpfe
insbesondere des Wasserdampfs.

Unter Dampf versteht man bekanntlich einen luftförmigen Körper, welcher durch Wärmeentziehung flüssig gemacht und umgekehrt durch Wärmemittheilung aus Flüssigkeiten gebildet werden kann. Hinsichtlich d. Verhaltens d. Dämpfe und Gase müssen nun wesentliche Unterschiede festgestellt werden:

Erfahrungsgemäß kann nämlich ein bestimmter Raum bei einer gewissen Temperatur von einer gewissen Dampfart nur eine bestimmte Menge aufnehmen, wobei aber noch gleichzeitig andere luftförmige Körper in dem Raum enthalten sein können, ohne d. Capacität desselben für jene erstere Dampfart durch ihre Gegenwart zu beeinträchtigen. Wenn ein solcher Raum mit Dampf gesättigt ist, so nennt man den Dampf selbst gesättigten Dampf. Der Zustand d. gesättigten Dampfes ist also ein Grenzzustand bezüglich auf den Übergang von d. Luftform in d. flüssige Aggregatform. Das spec. Gewicht d. gesättigten Dampfes $\gamma = \frac{1}{v}$ und seine Spannung p sind Maximalwerthe für d. betreffende Temperatur t, oder umgekehrt t ein Minimalwerth für d. betreffende γ und p. Mit Rücksicht hierauf sind also durch eine d. 3 Elemente $p\,\gamma\,t$ d. beiden anderen bestimmt unter d. Voraussetzung d. gesättigten Dampfes.

Im Gegensatz zum gesättigten Wasserdampf versteht man unter überhitztem Dampf einen solchen, für welchen d. Temperatur t größer ist als für gesättigten Dampf bei denselben γ od. p, od. für welchen γ und p kleiner sind als für gesättigten Dampf bei derselben Temperatur t. Bei einem solchen überhitzten Dampf ist ebenso wie bei Gasen und wie im Allgemeinen für jede Zustandsform eines Körpers, nur durch 2 d. Elemente $\gamma\,p\,t$ od. $v\,p\,t$ das dritte bestimmt.

Wenn bei einem überhitzten Dampf bei unverändertem spec. Gewicht γ und unveränderter Spannung p die Temperatur t immer mehr und mehr wächst, od. umgekehrt bei constanter Temperatur t d. Werthe γ und p mehr und mehr abnehmen, so nähert d. Zustand d. überhitzten Dampfes sich einem anderen Grenzzustand, nämlich d. Zustand eines Gases, welcher charakterisirt ist durch d. Zustandsgleichung $pv = \text{Const.}\,T$.

Die Zustände d. gesättigten Dampfes und d. Gases sind also für d. Zustand d. Dampfs Grenzzustände, zwischen welchen d. verschiedensten Zustände überhitzter Dämpfe liegen.

Nachdem d. Gaszustand im Vorhergehenden näher betrachtet wurde, genügt nun auch d. Grenzzustand d. gesättigten Dampfes näher untersucht werden, um dann zur Betrachtung d. dazwischen liegenden Zustände überhitzten Dampfes überzugehen, zumal da auch meistens bei den technischen Anwendungen d. Dampfes, derselbe meistens im Zustand d. Gesättigtseins verwendet wird.

Offenbar wird nun ein Dampf nur dann gesättigt sein, wenn er im Beharrungszustand od. bei einer stetigen Zustandsänderung (Änderung d. Wärmezustands) mit Flüssigkeit derselben Art vermischt oder überhaupt mit ihr in Berührung ist. Bei den folgenden Untersuchungen, welche d. Annahme od. Forderung, daß d. Dampf bei seinen Zustandsänderungen beständig gesättigt bleiben soll, betreffen, muß man daher im Allgemeinen ein solches Gemisch von Dampf und gleichartiger Flüssigkeit od. d. Berührung mit zugehöriger Flüssigkeit voraussetzen.

Wenn bei einem solchen Gemisch von Flüssigkeit mit gleichartigem Dampf, also in einem gesättigten Dampf enthalten ist, w d. spec. Volumen d. Flüssigkeit und Δ d. Unterschied d. spec. Volumens d. Dampfes über d. spec. Volumen d. gleichartigen Flüssigkeit bedeutet, so ist bekanntlich, wenn ferner d. spec. Volumen d. Gemisches und zwar d. mittlere spec. Volumen im Falle eines ungleichartigen Gemisches:

$$v = w + y\Delta$$

unter y d. Gewichtsmenge Dampf verstanden, welche in 1 kgr d. Gemisches enthalten ist.

In dieser Gleichung sind w und Δ solche Größen, welche sich auf den Grenzzustand d. Flüssigkeit hinsichtlich ihrer Umwandlung in d. Luftform od. umgekehrt beziehen, welche also vollkommen bestimmt werden durch d. sich gegenseitig bedingenden Größen p und t, also vollkommen bestimmt sind durch p allein od. durch t allein. Die obige Gleichung stellt dementsprechend eine Beziehung zwischen $v\,p\,y$ od. eine Beziehung