

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Ausführliches Lehrbuch der Elementar-Geometrie

Lübsen, Heinrich B.

Leipzig, 1885

Anhang. Praktische Geometrie

[urn:nbn:de:bsz:31-264714](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-264714)

Anhang.

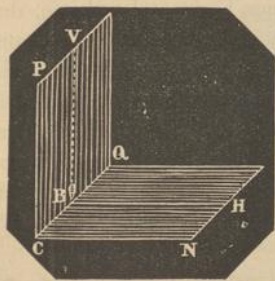
Praktische Geometrie.

205.

Obwohl man eigentlich jede Anwendung der Geometrie auf wirklich vorkommende Fälle des praktischen Lebens praktische Geometrie nennen kann, so pflegt doch gemeinlich nur derjenige Teil der angewandten Mathematik so genannt zu werden, welcher sich hauptsächlich mit der Feldmeßkunst beschäftigt, und da in dieser das Nivellieren eine der wichtigsten Operationen ist, so müssen wir hiervon, so wie von den dazu erforderlichen Instrumenten, noch eine Vorstellung zu geben versuchen, weil die hierbei vorkommenden neuen Begriffe beim Übergang zum Studium der Mechanik und Naturwissenschaften als bekannt vorausgesetzt werden müssen.

206.

Erklärungen. 1. Diejenige Richtung im Raume, welche ein ganz frei und ruhig hängendes Lot, VB (Senkblei, ein Faden, dessen unteres Ende mit einer kleinen Kugel beschwert ist), anzeigt, heißt **vertikal** (von *vertex*, Scheitel, weil diese Linie, aufwärts verlängert, durch den höchsten Punkt am Himmelsgewölbe, den Scheitelpunkt, geht). Eine solche Senkrechte heißt **absolute** oder **freie Senkrechte**.



2. Jede längs durch eine Vertikallinie gelegte Ebene, wie PQ, heißt eine **Vertikalebene**.

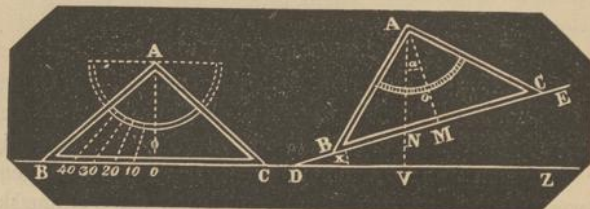
3. Jede Linie, die auf einer Vertikallinie rechtwinklig steht, wie BH, heißt eine **Horizontallinie**.

4. Jede Ebene, welche, wie QN, auf einer Vertikallinie senkrecht steht, heißt **Horizontalebene**.

Die Wände eines Zimmers z. B. sind oder sollten vertikal, Fußboden und Decke horizontal sein.

Ein sehr einfaches Instrument, mittelst dessen man untersuchen kann, ob eine Linie oder Ebene genau vertikal ist, giebt uns das oben erwähnte Lot (Senkblei), welches man an der Linie oder Ebene herunter hängen läßt, und beobachtet, ob die Linie oder Ebene dieselbe Richtung hat.

207.



Erklärung. Ein gleichschenkliges Dreieck von Metall (Holz), in dessen Spitze A ein Lot frei hängt, nennt man eine Setzwage. Befindet sich zwischen dessen Schenkeln ein aus der Spitze A beschriebener, in Grade geteilter Kreisbogen,*) so dient dies Instrument nicht allein, um zu untersuchen, ob Linien oder Ebenen eine horizontale Lage haben, oder um sie in eine solche zu bringen, sondern auch, um ihre Neigung gegen den Horizont zu bestimmen.

Stellt man nun diese Setz- oder Bergwage auf eine Linie, BZ, und das Lot spielt gerade auf den Nullpunkt ein, so ist, weil $AB = AC$, der Winkel BAC halbiert, das Lot folglich senkrecht auf BC, mithin die Linie BZ horizontal.

Wäre die Setzwage unrichtig (und nie muß man sich auf die Richtigkeit eines Instruments verlassen, sondern dessen Fehler zu eliminieren wissen), wäre z. B. der linke Schenkel AB kürzer als AC, so wird, auf einer horizontalen Linie, das Lot vom Nullpunkt nach dem kürzern Schenkel hin, um einen gewissen Winkel, y , (den Fehler des Instruments) abweichen. Dreht man dann aber das Instrument um, so daß B nach C und C nach B kommt, so muß das Lot jetzt wieder um denselben Winkel y nach dem kürzern (jetzt rechten) Schenkel hin abweichen; daher die allgemeine Regel: man drehe die Setzwage jedesmal um, spielt dann das Lot

*) Oft sind die Teilungen auf der Grundlinie BC bezeichnet, wodurch der Gradbogen entbehrlich wird.

beidemale auf 0 ein, oder weicht es nach entgegengesetzten Seiten gleich viel von 0 ab, so ist die Linie horizontal.

Ebenso untersucht man, ob eine Ebene horizontal ist, indem man die Setzwage nach zwei sich kreuzenden Richtungen aufstellt (§ 149).

Stellt man die Setzwage auf eine um den Winkel x gegen den Horizont geneigte Linie, DE (Figur 2), und das Lot weicht beidemale (vor und nach der Umdrehung) gleichweit, z. B. um $a=30^\circ$ vom Nullpunkt ab, so ist offenbar der fragliche Winkel $x=a$, weil das Lot von selbst vertikal hängt, mithin die rechtwinkligen Dreiecke AMN und DVN gleichwinklig sind.

Ist das Instrument unrichtig, so fällt das Lot beidemale, nämlich vor und nach der Umdrehung, um einen Winkel, y , zu weit nach dem kürzern Schenkel hin. Giebt nun die erste Ablesung a° , die zweite b° ; so hat man, wenn $b < a$, das erste Mal offenbar $x+y$, das zweite Mal $x-y$ abgelesen, daher:

$$x + y = a$$

$$x - y = b$$

$$\text{hieraus: } x = \frac{a + b}{2}$$

d. h. man nimmt von der Summe beider Ablesungen die Hälfte.

Die Neigung einer Ebene gegen den Horizont (die Abdachung oder Böschung eines Berges z. B.) wird eben so bestimmt, nur muß man in der fraglichen Ebene natürlich erst eine Horizontallinie mit Hilfe der Setzwage bestimmen, auf dieser dann eine Senkrechte annehmen, und auf diese die Setzwage stellen.

208.



Niveau (Libelle, Wasserwage) ist eine genaue cylindrische Röhre von Glas, die jedoch an einer Stelle, aob (Mitte), von innen genau ausgeschliffen sein muß,

so daß die Bögen oa , ob der Aushöhlung vollkommen gleich, auch beide vom Mittelpunkt o aus durch Teilstriche gleichmäÙig geteilt sind. Diese Röhre ist bis auf den kleinen Raum der Aushöhlung aob mit Weingeist gefüllt und hermetisch verschlossen. Zum Schutz der Röhre, und damit man sie besser

handhaben kann, ist sie mit einem Gehäuse von Messing so umgeben, daß etwas mehr als die innere Aushöhlung *aob* sichtbar bleibt. Die untere Platte des Gehäuses ist mit der Achse der Röhre parallel, oder doch durch eine Stellschraube leicht in solche Lage zu bringen. Dieses kleine Instrument (Niveau, sprich: Niwöh) ist weit bequemer und besser, als die Setzwage, wenn es bloß darauf ankommt, zu untersuchen, ob Linien, oder Ebenen horizontal sind.

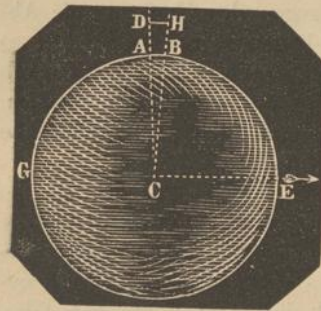
Es ist nämlich leicht einzusehen, daß, wenn das Niveau auf einer horizontalen Linie steht, der kleine leer gebliebene und nur mit Luft erfüllte Raum, die sogenannte Luftblase — weil stets die höchste Stelle einnehmend — sich so stellen wird, daß sowohl vor, als nach der nötigen Umwendung, beide Enden der Blase um gleich viel Striche vom Nullpunkt abstehen.

Das Niveau möge übrigens richtig (justiert) sein oder nicht, es wird gerade so damit beobachtet, wie mit der Setzwage.

209.

Für die meisten Zwecke der praktischen Geometrie ist es erlaubt, die Erde als eine vollkommene Kugel*) anzunehmen,

und daß die an irgend einem Orte, A, durch das Lot bestimmte Vertikallinie DA verlängert durch den Mittelpunkt C geht, weil die eine Hälfte der Erde das Lot eben so stark anzieht, als die andere Hälfte. Jeder andere Ort, B, E., hat also eine andere Vertikallinie. Vertikallinien sind also nicht parallel. Für sehr nahe gelegene Örter jedoch kann man, wie folgende Betrachtung zeigt, Stücke von ihren Vertikallinien in vielen Fällen der Praxis unbedenklich als parallel annehmen. — Sind z. B. DA, HB die Vertikallinien für zwei nur um eine



*) Streng genommen ist, selbst nachdem man von den Erhöhungen und Vertiefungen (Berg und Thal), als gegen die Größe der Erde verschwindend, abstrahiert hat, die Erde dennoch keine Kugel, sondern ein Ellipsoid.

halbe Meile von einander entfernte Örter, A, B, und ABEG ein größter Kreis, dessen Umfang = 5400 geogr. Meilen, so wäre der Winkel ACB, welchen die, erst in der großen Entfernung von 859,44 Meilen, zusammenstossenden Vertikalen DA, HB mit einander machen, nur 2 Minuten, also am Scheitel C nicht mehr wahrnehmbar, und deshalb auch die in zwei nahen Punkten A, D errichteten Perpendikel (Horizontalen) AB und DH für unsere Sinne gleich lang, also auch DA parallel mit HB.

Aus denselben Gründen ist nun ferner auch die Länge des Bogens AB = der Geraden AB, mithin der Bogen selbst als gerade Linie zu betrachten. In vielen Fällen (z. B. in der Schiffahrts- und Feldmefskunst) kann man sogar Bögen von 3 bis 5 Meilen Länge und darüber, als gerade Linien, mithin auch Flächen von 3 bis 5 Meilen Ausdehnung unbedenklich als eben annehmen.

Was von der Oberfläche der Erde als fester Körper gilt, muß offenbar auch von der Oberfläche eines ruhigen flüssigen Körpers darauf gelten, die also in großer Ausdehnung genommen, wie die Erde, krumm ist, in kleiner Ausdehnung aber als eben betrachtet werden kann, z. B. die Oberfläche eines kleinen ruhigen Sees.

210.

Nivellieren. Die Oberfläche einer ruhigen Flüssigkeit nennt man Niveau, und man sagt von zwei oder mehreren Punkten auf der Erde, sie seien in einerlei Niveau, wenn sie so liegen, daß die (erweitert gedachte) Oberfläche einer ruhigen Flüssigkeit, welche durch den einen Punkt geht, auch durch die übrigen Punkte geht. Sämtliche Punkte sind dann, die Erde als Kugel betrachtet, gleichweit vom Mittelpunkt entfernt und liegen also in einer krummen Fläche, die man aber, wenn die Punkte nur einige hundert Schritte oder bis zu einer Meile von einander entfernt sind, als eine ebene horizontale Fläche annehmen kann, weil dann alle durch diese Punkte gedachten Vertikallinien als unter sich parallel betrachtet werden können.

Das Verfahren, Punkte auf der Oberfläche der Erde zu bestimmen, welche in einerlei Niveau liegen, oder auch den Unterschied ihres Niveaus zu finden, d. h. um wie viel der eine höher oder tiefer liegt, als der andere, nennt man

nivellieren. Nivellements (sprich: Niwellemanngs) sind sehr häufig erforderlich, z. B. bei Anlegung von Kunststraßen, Eisenbahnen, Deichen, Wasserbauten, Wasserleitungen, Kanälen etc. Das hierzu nötige Instrument, so wie das Verfahren selbst, werden die folgenden Paragraphen erläutern.

211.

Nivellier-Instrumente giebt es sehr verschiedene. Die bessern bestehen aus einem, auf einem dreibeinigen Stativ ruhenden Fernrohr, welches sich um eine vertikale Achse ganz herum drehen und mittelst eines daran befindlichen Niveaus sich so stellen läßt, daß die Achse des Fernrohrs (Visierlinie, Kollimationslinie) genau horizontal ist (siehe folgende Figur). In der Bildebene des Fernrohrs, nämlich die Stelle nahe am Okularglase, wo das Bild von einem gesehenen Gegenstand entsteht, ist ein feiner Faden (Visierfaden) horizontal und senkrecht gegen die Visierlinie ausgespannt, oder statt eines Fadens auch wohl zwei Fäden (Fadenkreuz), von welchen der eine horizontal, der andere vertikal ist*). Zu einem solchen Nivellier-Instrument gehören nun noch zwei Zielstangen, welche in Meter und Centimeter eingeteilt sind, und an welchen sich, mittelst einer Schnur, eine kleine Visiertafel mit einem scharf markierten Zielpunkt auf und nieder schieben läßt.

212.

Nivellieren aus der Mitte. Um den Höhenunterschied zweier Punkte auf der Erde, 0 und 1, zu finden, stellt der Beobachter sein Nivellierinstrument zwischen den beiden Punkten 0 und 1 in der Mitte A auf (siehe folgende Figur); seine beiden Gehilfen in 0 und 1 halten jeder ihre Nivellierstange mit Hilfe des Senkbleis in vertikaler Lage. Der Beobachter stellt nun mit Hilfe des (der) Niveaus die Achse des Fernrohrs horizontal, richtet es auf die in 0 errichtete Nivellierstange, winkt dem Gehilfen, die Visiertafel zu heben oder zu senken, bis der markierte Zielpunkt in der horizontalen Visierlinie, und folglich an dem horizontalen Visierfaden erscheint, alsdann wird die Zielhöhe $0h$ abgelesen. Es sei z. B. $0h = 84,7$ cm. Hier-

*) Die wirkliche Ansicht und Handhabung des Instruments wird dem Praktiker das übrige lehren.

auf wird nun, indem man das Fernrohr um seine vertikale Achse dreht, eben so nach der vom zweiten Gehilfen in 1 errichteten Nivellierstange visiert. Es sei die hier abgelesene Zielhöhe $1k = 214,3$ cm, alsdann ist der Höhenunterschied beider Punkte $= 1k - 0h = 214,3 - 84,7 = 129,6$ cm, um soviel liegt nämlich der Punkt 1 unter dem durch 0 gedachten Horizont, oder der Ort (1) hat 129,6 cm Fall (Gefäll) in Bezug auf den Ort (0), oder letzterer Ort (0) hat in Bezug auf erstern 129,6 cm Steigung.

213.

Ist das Nivellierinstrument in gleicher Entfernung von den beiden Örtern 0 und 1 aufgestellt, und wäre dann auch die Visierlinie, wegen eines Fehlers des Instruments, nicht genau horizontal, und träfe sie den Zielpunkt in 0 z. B. um 11 mm zu hoch, so würde, wegen der gleichen Entfernung beider Örter vom Instrument, derselbe Fehler auch auf der andern Seite stattfinden, nämlich die Zielhöhe in 1 auch um 11 mm zu hoch ausfallen. Durch Subtraktion beider Zielhöhen wird aber dieser Fehler des Instruments eliminiert, also unschädlich. Dies ist der Grund, weshalb man das Instrument in gleicher Entfernung von den beiden nivellierten Örtern aufstellt, auch werden hierdurch zugleich noch die Fehler eliminiert, welche bei sehr großen Entfernungen die Refraktion und Krümmung der Erde verursachen könnten. Es genügt indessen, diese gleiche Entfernung des Standpunkts nur näherungsweise durch bloßes Abschreiten zu bestimmen. Eben so wenig ist es nötig, daß der Standpunkt des Instruments mit den beiden nivellierten Örtern in einerlei Richtung liegt, verschiedene Umstände können nötigen, ihn bedeutend zur Seite annehmen zu müssen. Um jedoch auch noch kleine Beobachtungsfehler möglichst unschädlich zu machen, muß man aus demselben Standpunkte noch einmal nivellieren, indem man zuvor das Instrument, durch näheres Zusammenrücken oder weiteres Ausspreizen der drei Beine, höher oder tiefer stellt, und dann von beiden gefundenen Höhenunterschieden, die jedoch bei kurzen Distanzen nicht über 2 bis 3 cm differieren dürfen, das Mittel nehmen.

Liegen die beiden Örter 0 und 3, deren Höhenunterschied bestimmt werden soll, sehr weit aus einander, so werden Zwischenstationen notwendig. Der Beobachter schreitet dann



eine passende, sonst beliebige Länge (100, 200, 300 Schritte etc.)*) von 0 nach A, und eben so weit von A nach 1, dann eine passende Länge von 1 nach B, und eben so weit von B nach 2 ab etc.**) und beobachtet zugleich auf die vorhin gezeigte Weise vom Standpunkt A aus den Höhenunterschied der Punkte 0 und 1; von B aus den Höhenunterschied der Punkte 1 und 2 u. s. w. bis zu Ende, indem er die beobachteten Zielhöhen etwa folgendermaßen aufzeichnet:

Standpunkt zwischen	Entfernung der Zielpunkte in Schritten.	Zielhöhen		Fall.	Steigung.	Bemerkungen.
		rückwärts.	vorwärts.			
0 und 1	350	84,7 cm	276,3 cm	191,6 cm	58,0 cm	
1 " 2	400	205,6 "	147,6 "	4,7 "	
2 " 3	300	185,2 "	180,5 "		
	1050	475,5 cm	604,4 cm	191,6 cm	62,7 cm	

Aus dieser Tabelle folgt, daß in Bezug auf den Ort 0, der Ort 1 um 191,6 cm tiefer liegt; der Ort 2 aber, weil er

*) Wie weit man die Distanzen nehmen soll, hängt von der Terrainbeschaffenheit, von der Länge der Nivellierstangen, dann auch von der Tragkraft des Fernrohrs ab, indem, wenn möglich, der Beobachter durch Hilfe des Fernrohrs die Zielhöhen selber abliest.

**) Die Örter 0, 1, 2 ... pflegt man zuweilen mit numerierten, in die Erde getriebenen Pfählen zu bezeichnen, besonders dann, wenn behufs Anlegung eines Deiches, einer Eisenbahn etc. die nivellierte Strecke planiert, d. h. alle Örter durch nötige Erhöhungen und Abgrabungen in gleiche Höhe (Niveau) kommen sollen.

wieder 58,0 cm höher als der Ort 1 liegt, nur um 133,6 cm tiefer als 0, und weil 3 wieder 4,7 cm höher als 2 liegt, dieser Ort 3 in Bezug auf 0 ein Gefäll von 128,9 cm hat. Hieraus ergibt sich nun leicht die allgemeine Regel, daß, um den Höhenunterschied des Anfangs- und Endpunkts (oder auch irgend zweier Punkte des ganzen Zuges zu finden, man nur die Summe aller Gefälle bis zum Endpunkt, sowie auch die Summe aller Steigungen zu suchen braucht, dann die kleinere Summe von der größern abzieht, und dem Rest die Benennung der größern Summe giebt. So ist z. B. der Höhenunterschied zwischen 0 und 3 = $191,6 - 62,7 = 128,9$ cm Fall; der zwischen 1 und 3 = $62,7 - 0 = 62,7$ cm Steigung etc. Zur Kontrolle der Rechnung kann man die Summe aller Zielhöhen vorwärts und rückwärts zwischen irgend zwei Punkten von einander subtrahieren, was dasselbe Resultat geben muß. Zur größern Sicherheit muß man dieselbe Strecke noch einmal vom Endpunkt nach dem Anfangspunkt wieder zurück nivellieren. Ob übrigens der ganze Zug der nivellierten Punkte in einerlei Richtung liegt, oder sich beliebig schlängelt, das ist gleichgültig.

215.

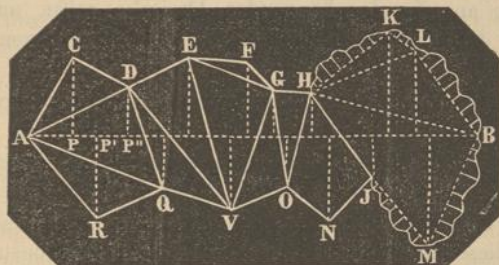
Nivellieren aus den Endpunkten. Kann man wegen eines zwischenliegenden Hindernisses (eines Flusses z. B.) das Instrument weder in der Mitte, noch zur Seite zweier Punkte, 0 und 1, aufstellen, so muß man, um einen etwaigen Fehler des Instruments zu eliminieren, zeitraubende und dennoch mißliche Reduktionen wegen Refraktion und Krümmung der Erde zu vermeiden, aus beiden Endpunkten 0 und 1 nivellieren. Man stellt dann das Instrument zuerst in dem einen Punkt (0) auf, visiert nach dem andern (1), liest die Zielhöhe ab, z. B. 212,9 cm, mißt zugleich auch die Höhe des Instruments, z. B. 139,0 cm, so hat man das Gefäll von (1), = 73,9 cm. Der Vorsicht halber stelle man jetzt das Instrument höher oder tiefer und visiere noch einmal nach (1), um zu sehen, ob auch dasselbe Resultat 73,9 cm kommt. Hierauf wird nun das Instrument nach dem andern Ort (1) gebracht, und von hier aus ebenso zweimal nach (0) visiert, jetzt aber die Zielhöhe von der Instrumentshöhe subtrahiert, wo man dann dasselbe Resultat wie vorhin erhalten, oder wenn beide nur wenig differieren, das Mittel nehmen muß.

Erklärung. Unter Karte (Plan) von einem Lande versteht man eine kleinere Figur (Zeichnung), in welcher alle Punkte dieselbe Lage gegen einander haben, oder doch andeuten, wie die, wovon sie Bilder sein sollen. Solche Karten werden nach dem Zwecke, dem sie entsprechen sollen, und wonach sich ihre technische Anfertigung richtet, verschieden benannt. So giebt es z. B. petrographische oder geologische Karten, welche die Gebirgsarten eines Landes, ihre Auflagerungen etc. kennen lehren. Ihre Entwerfung setzt geognostische Kenntnisse, sowie die übliche Zeichensprache voraus. Hierüber giebt es eigene Werke, so wie auch über die sogenannte Markscheidekunst, welche zur Leitung des Bergbaues unter der Erde messen und nivellieren lehrt. Militärkarten (Generalstabskarten, Situationspläne) sollen von einer Gegend (Terrain) eine deutliche Vorstellung geben, namentlich alle Berge, deren Höhe, Abhänge, Schluchten, den Lauf der Flüsse, Hecken, Hindernisse, (Coupierungen) und andere wichtige Punkte darstellen. Diese Karten sind für die Kriegsführung wichtig, um danach die günstigen Positionen eines Heeres und die zu machenden Operationen etc. im voraus bestimmen zu können. Über die technische Anfertigung solcher Karten handeln besondere Werke. Geographische Karten (Land- und See-Karten) stellen ganze Reiche und selbst die ganze Oberfläche der Erde dar, namentlich die Lage und Grenzen der Länder und Provinzen, der Meere, den Lauf der Flüsse etc. Unter diesen Karten giebt es sehr wenige, welche den Anforderungen der Mathematik nur einigermaßen entsprechen, indem viele Länder, z. B. Afrika, noch gar nicht aufgeschlossen, viel weniger vermessen sind, was erst mit der Zeit und nur nach und nach geschehen kann. Ökonomische Karten (Kameral- oder Kataster-Karten). Solche Karten läßt der Staat zur Bestimmung eines Katasters (Steuerbuch, Ackerverzeichnis) anfertigen, um nach der Größe der Ländereien und ihres Ertrags die Steuern zu regulieren.

Bevor nun aber eine geographische oder ökonomische Karte von einer Gegend entworfen werden kann, muß dieselbe erst aufgenommen (vermessen) werden, und dieser Aufnahme muß dann, wenn die Gegend von großer Ausdehnung ist, immer erst eine sogenannte Triangulation vorausgehen, d. h. das ganze Land wird erst, um feste Anhaltspunkte zu erhalten,

mit einem Netz von Dreiecken überspannt, und die Lage ihrer Eckpunkte durch scharfe Winkelmessungen, trigonometrische Rechnungen und Wahrscheinlichkeitsrechnung genau bestimmt. Ist aber die aufzunehmende Gegend nur von geringer Ausdehnung, etwa von einem Punkt aus übersehbar, und nur eine ökonomische Karte davon zu entwerfen, so ist eine vorhergehende Triangulation nicht notwendig. Die Aufnahme kann dann gleich mittelst des Meßtisches und der Meßkette geschehen. Ist die Gegend zugleich auch noch ziemlich eben, so wird eine solche sehr oft bloß mit Hilfe der Meßkette und des Winkelkreuzes (Winkelspiegels) aufgenommen, wobei man folgendermaßen verfährt.

217.



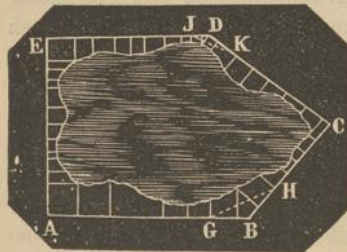
Es sei das Stück Land AB aufzumessen. Der Feldmesser umgeht zuerst dasselbe und entwirft davon in seinem Tagebuch nach dem Augenmaß ein nur halbweg ähnliches Bild. Kann man nun in der aufzumessenden Figur eine Linie, AB, auffinden, von welcher die Eckpunkte C, D, E... nicht zu weit entfernt sind, so ist es oftmals (namentlich bei langen schmalen Figuren) vorteilhaft, die Lage der Eckpunkte durch Abszissen und Ordinaten zu bestimmen. Während nämlich die Kettenzieher die Kette in der Richtung AB fortziehen, muß der sie begleitende Feldmesser die Länge der Abszissen AP, AP'... von der Kette ablesen und zugleich mit einem Dreimeterstock, den er rechtwinklig an die Kette anlegt, die Ordinaten PC, P'D... messen (oder durch einen dritten Gehilfen messen lassen) und die Längen der Abszissen und zugehörigen Ordinaten in seinem Tagebuche bemerken. Sind die Perpendikel (Ordinaten) CP, DP'... über 20 m lang, so ist es sicherer, sie mit Hilfe des Winkelkreuzes (oder eines Winkel-

spiegels) zu konstruieren, sonst aber nimmt man den rechten Winkel nur nach Augenmaß. Hat die aufzumessende Figur krummlinige Grenzen, so muß man so viele Ordinaten messen, daß man die zwischen je zwei Ordinaten liegenden Bögen praktisch als gerade Linien betrachten kann. Werden die Ordinaten zu lang und deren zu viele, so muß man mehrere neue Abscissenlinien, HK, KL. . . zu Hilfe nehmen.

Obgleich das Messen sehr vieler Koordinaten zeitraubend und höchst langweilig ist, so ist dieses doch bei Aufnahme krummer Wege, Gräben, Flüsse und Grenzen durchaus notwendig.

Läßt sich eine aufzunehmende Figur durch Diagonalen in lauter Dreiecke zerlegen, die nicht gar zu spitze Winkel haben, so kann man auch dies thun, indem man dann alle Seiten der an einander hängenden Dreiecke mißt, und ihre Länge in dem von der Figur nur flüchtig entworfenen Bilde notiert.

Auch kann und muß man sehr oft eine Figur durch eine andere Hilfs-Figur aufnehmen, die man in oder um erstere konstruiert, und deren Seiten man dann als Abscissenlinien annimmt. Ist die Hilfs-Figur ein Viereck, Fünfeck etc., so ist es vorteilhaft, wenn sie möglichst viel rechte Winkel hat, weil sich diese am leichtesten mit dem Winkelkreuz konstruieren



lassen. Eine Hilfs-Figur muß namentlich konstruiert werden, um eine andere aufzunehmen, deren Inneres unzugänglich ist, z. B. ein Morast, Teich, Wald etc. Es ist wohl einleuchtend, daß man unter Umständen auch alle drei Methoden mit einander verbinden kann.

Nachdem nun die Aufnahme auf die eine oder andere Weise geschehen, ist es sehr leicht, ein genaueres Bild oder Karte davon zu entwerfen. Man braucht nämlich nur die Längen sämtlicher gemessenen und notierten Koordinaten und Dreiecksseiten nach einem verjüngten Maßstabe aufzutragen, und die Endpunkte der Ordinaten durch einen freien Handzug zu verbinden.

Bei der Entwerfung der im letzten Beispiele angenommenen fünfseitigen Hilfs-Figur wird man bemerken, daß, nachdem die drei rechtwinklig an einander stossenden Seiten, AB, AE, ED, nach dem verjüngten Maßstab genau aufgetragen worden, und man nun mit den, vom verjüngten Maßstab abgemessenen Längen der beiden andern Seiten, BC, DC, zwei Bögen beschreibt, der Durchschnittspunkt derselben vollkommen bestimmt ist, und in der Karte die Lage des Punktes C darstellt, es mithin nicht nötig ist, die beiden Winkel B und D auf dem Felde noch zu messen, was sonst durch die Aufmessung der beiden Dreiecke GBH und JDK geschehen könnte.

Nach demselben Maßstab, nach welchem eine Karte gezeichnet worden, kann man nun auch den Abstand je zweier Punkte, welcher auf dem Felde gar nicht gemessen worden, unmittelbar auf der Karte messen; und die wirkliche Nachmessung auf dem Felde könnte entscheiden, ob die Karte richtig ist.

Was die Bestimmung des Flächeninhalts einer aufgemessenen Figur betrifft, zu welchem Zweck eine ökonomische Aufnahme hauptsächlich gemacht wird, so ist es am besten, diesen aus den Zahlen der unmittelbar gemessenen Koordinaten und Dreiecksseiten zu berechnen, und die Trapeze, welche je zwei Ordinaten mit dem zwischen ihnen liegenden Stück der Abscissenlinie bilden, nach § 103, die Dreiecke aber nach § 197 zu berechnen, und alles zu addieren. Sind aber die Zahlen der unmittelbar gemessenen Linien nicht vorhanden, so muß man freilich den Inhalt nach der Karte bestimmen, indem man diese in schickliche Dreiecke und Trapeze etc. zerlegt, Grundlinien und Höhen nach dem der Karte zu Grunde liegenden verjüngten Maßstab mißt, und die Dreiecke und Trapeze berechnet. Genauere Resultate giebt in diesem Falle aber die § 204 erklärte Methode.

Unter den verschiedenen künstlichen, für Katasterbureaux wichtigen Instrumenten, mittelst deren man den Inhalt einer Karte näherungsweise, aber sehr schnell, ohne alle Rechnung und Messung bestimmen kann, verdient erwähnt zu werden: der von *Ernst* in Paris nach den Ideen des Berner Ingenieurs *Oppikofer* konstruierte Flächenmesser. Dieses äußerst sinnreiche, etwa 210 M. kostende Instrument braucht nur längs des Umfangs um die Figur herumgeführt zu werden, und kann

man dann aus der Stellung der Zeiger den Inhalt unmittelbar ablesen. Es findet sich beschrieben und abgebildet in dem *Bulletin de la société d'encouragement* 1841, p. 402. In demselben *Bulletin* 1850, p. 100 befindet sich noch ein neuerer von *Bewière* erfundener Flächenmesser beschrieben und abgebildet. Ein noch neuerer von *Welli* erfundener und von *Stampfer* in *Dinglers polyt. Journal* 1850, Heft 6, beschriebener Flächenmesser soll nach *Stampfers* Urteil der beste von allen sein. Preis etwa 340 M. Wie uns scheint, gründet sich die Konstruktion dieser Instrumente auf der § 204 aufgestellten Formel. In einer kleinen Broschüre von *J. Amsler* 1856 wird noch ein neuerer Flächenmesser beschrieben, welcher viel einfacher und billiger sein soll. Ferner sind noch die von *Hansen* und *Bauernfeind* erfundenen Flächenmesser zu erwähnen.

Die Größe des verjüngten Maßstabes, nach welcher eine Karte aufgetragen wird, richtet sich nach der Größe der aufgemessenen Figur. Wäre z. B. die größte Ausdehnung derselben 4000 m (etwa eine halbe Meile) und soll die Karte davon auf ein Blatt Papier kommen, dessen größte Ausdehnung $\frac{1}{2}$ m ist, so ist klar, daß auf der Karte (deren Maßstab Achttausendstel des wirklichen ist) 80 m auf 1 cm kommen, kleinere Längen von 1 bis 2 m nicht mehr deutlich dargestellt werden können, und man den Inhalt darnach nur näherungsweise bestimmen kann. Karten, welchen noch viel kleinere Maßstäbe zu Grunde liegen, dienen nur dazu, eine Vorstellung von der Form des Landes, von der Lage der Hauptörter, dem Laufe der Flüsse etc. zu geben. Dies gilt namentlich von den Karten, welche auf einem Bogen Papier ganze Weltteile darstellen. Auf solchen finden nur die bedeutendsten Örter, Flüsse etc. Platz, indem hier selbst Meilen große Ausdehnungen in Punkte verschwinden.