Ausführliches Lehrbuch der Elementar-Geometrie

Lübsen, Heinrich B.

Leipzig, 1885

Erstes Buch. Von den geraden Linien besonders, von der Ebene und vom Kreise vorläufig die Erklärungen

urn:nbn:de:bsz:31-264714

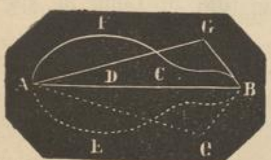
Erster Teil.

Ebene Geometrie.

Erstes Buch.

Von den geraden Linien besonders, von der Ebene und vom Kreise vorläufig die Erklärungen.

1.



Erklärung. Eine gerade Linie ist diejenige, welche nicht aus ihrer Lage kommt, wenn sie sich um zwei in ihr liegenden festen Punkte (z. B. um ihre Endpunkte) dreht.*)

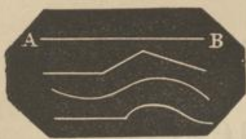
Erläuterung. Zwischen zwei Punkten A und B sind offenbar unzählig viele Linien möglich, z. B. die von A über F nach B, oder die von A durch G nach B gehende. Stellt man sich nun vor: alle diese Linien drehten sich um die beiden als fest gedachten Endpunkte A und B, so daſs sie in andere Lagen, z. B. nach halber Umdrehung in die punktierte kommen, so läſst sich noch eine solche von A nach B gehende Linie denken, welche bei dieser Umdrehung nicht aus ihrer Lage

---

*) So hörten wir einmal Gauſs bei der Erklärung des Fernrohrs und dessen richtigem Gebrauche den Begriff der geraden Linie festsetzen. Diese Erklärung ist theoretisch fruchtbar, wie die gleich daraus folgenden Sätze zeigen; auſserdem ist das angegebene Merkmal praktisch wichtig, z. B. bei der Justierung eines Fernrohrs, richtigen Bohrung eines Cylinders etc.

kommt, gleichsam die Umdrehungsachse bildet, in welcher also alle Punkte, wie C, D, ruhen. (Man breche ein Stück Papier, so ist der entstehende Bruch [Falze] eine gerade Linie.)

2.



Erklärungen. Eine gerade Linie (eine Gerade) nennt und bezeichnet man durch zwei an ihre Endpunkte gesetzte Buchstaben (Ziffern). Will man auch den Lauf der Linie andeuten und sich dieselbe durch die fortschreitende Bewegung des einen Endpunkts gegen den andern hin, beschrieben denken, so schreibt man desjenigen Punktes Buchstaben voran, von dem die Bewegung ausgeht. So bedeutet z. B. AB oder nach der neuern Bezeichnung (Carnot) $\overline{\mathrm{AB}}$, die von A nach B gehende gerade Linie, und eben so BA oder $\overline{BA}$ dieselbe Linie in umgekehrter Richtung.

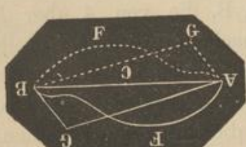
Ein aus geraden Linien von verschiedenen Richtungen zusammengesetzter Zug heiſst eine gebrochene Linie (AGB in vorletzter Figur oder die 2. Linie in vorstehender Figur).

Eine stetig gebrochene Linie, in welcher also kein Teil gerade ist, heiſst eine krumme Linie (die 3. Linie in vorstehender Figur).

Ein aus geraden und krummen Linien bestehender Zug heiſst eine gemischte Linie (die 4. Linie in vorstehender Figur).

Statt gerade Linie, sagt man gewöhnlich kurzweg: Linie.

3.



Lehrsatz. Durch zwei Punkte A und B ist nur eine einzige gerade Linie möglich.

Beweis. Dies folgt aus dem § 1 festgesetzten Begriff der geraden Linie. Zufolge der dort gegebenen Erläuterung kann es zwischen A und B offenbar nur eine einzige solche Reihe von Punkten geben, die nicht aus ihrer Lage kommen, indem man die ganze Figur (in Gedanken) um die beiden festen Endpunkte A, B dreht.

Zusatz. Hieraus folgt noch eine andere, jedoch nicht eigentümliche Eigenschaft der geraden Linie. Wird nämlich eine gerade Linie $\overline{AB}$ so umgelegt (um ihre Mitte C in der Bildfläche herumgedreht), dafs das Ende A nach B und dafür B nach A und folglich F nach Ⅎ kommt, so mufs notwendig (weil zwischen zwei Punkten nur e i n e gerade Linie möglich ist) die gerade Linie in ihrer jetzigen umgelegten Lage mit der vorigen genau zusammenfallen und mithin jede gerade Linie an der einen Seite genau so beschaffen sein, wie an der andern.

4.

Aufgabe. Zu untersuchen, ob die Seite ab eines zum Ziehen gerader Linien dienenden Lineals auch wirklich gerade ist.

Auflösung. Man ziehe längs der zu prüfenden Kante ab eine Linie so fein als möglich; lege hierauf das Lineal um (drehe es in der Bildfläche um die Mitte m), so dafs a nach b und b nach a, mithin c nach c' und d nach d' kommt. Schliefst dann dieselbe Kante des Lineals sowohl in dieser Lage als auch, wenn es jetzt längs der gezogenen Linie fortgeschoben wird, an dieselbe immer genau an, so ist das Lineal richtig.

5.

Erklärung. Eine Fläche ist und heifst e b e n oder eine E b e n e, wenn eine gerade Linie, die zwei b e l i e b i g e Punkte mit ihr gemein hat, auch mit allen ihren übrigen Punkten darin enthalten ist; oder mit andern Worten: eine Fläche heifst eben, wenn man von jedem ihrer Punkte aus, nach allen Richtungen gerade Linien in derselben ziehen kann.

Es sei hier noch ein für allemal daran erinnert, dafs im ersten Teile der Geometrie nur solche Figuren betrachtet werden, die ganz in einer ebenen Fläche (Ebene) liegen, wofür das Papier oder die Tafel, worauf sie gezeichnet sind, stets angenommen wird. Eine dreieckige Figur z. B., welche auf einer krummen Fläche, etwa auf einer Kugelfläche gezeichnet ist, gehört also nicht zur ebenen, sondern zur körperlichen Geometrie.

6.

Aufgabe. Wie kann man erkennen, ob eine Fläche eben oder eine Ebene ist.

Auflösung. Man passe ein richtiges Lineal an verschiedenen Stellen auf die zu prüfende Ebene und sehe zu, ob die Kante des Lineals mit allen ihren Punkten genau anschliefst. (§ 5.)

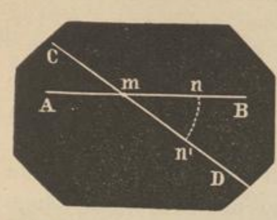
Anmerkung. Aufser diesem einfachen Prüfungsmittel giebt es noch viel schärfere. Vollkommen ebene Flächen existieren übrigens nur in Gedanken. Der feinern Technik wird es schon als Meisterstück angerechnet, wenn sie eine Fläche nur von der Gröfse eines Kartenblattes so eben liefert, dafs sie die erwähnten strengern Prüfungsmittel vertragen kann. Unsere gewöhnlichen Tische, Spiegelgläser etc. werden meistens für eben gehalten, strenge untersucht, finden sich aber immer Erhöhungen und Krümmungen darauf.

7.

Lehrsatz. Durch zwei Punkte A, B, ist die Lage und Richtung der dadurch gehenden geraden Linie $\overline{AB}$, nämlich der Lauf ihrer geradlinigen Verlängerungen (die man sich, nach beiden Seiten hin, bis ins Unendliche denken kann), vollkommen bestimmt.

Beweis. Man stelle sich vor, die Bildebene werde, wie in § 1, um die beiden festen Punkte A, B gebrochen, so entsteht in der ganzen unendlichen Ausdehnung der Bildebene nur eine und eben deshalb durch die beiden Punkte A, B bestimmte Linie (Falze), welche in ihrer ganzen unendlichen Ausdehnung das § 1 erwähnte Merkmal hat. Es ist also nicht möglich, eine gerade Linie auf verschiedene Weise geradlinig verlängert zu denken.

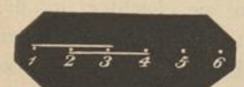
8.



Lehrsatz. Wenn zwei gerade Linien zwei Punkte gemein haben, so bilden sie nur eine einzige gerade Linie.

Beweis. Die beiden Linien AB, CD schneiden sich in dem Punkte m, den sie also gemeinschaftlich haben. Stellt man sich nun vor, die Linie CD drehe sich um den gemeinschaftlichen Punkt m, so daſs noch ein zweiter Punkt n', der Linie CD, mit einem Punkt n der Linie AB zusammenfällt, so haben dann die beiden Linien zwei Punkte m und n gemein. Durch diese beiden Punkte ist aber nur eine gerade Linie möglich (§ 3) und die geradlinige Verlängerung derselben vollkommen bestimmt (§ 7). Mithin müssen auch zwei gerade Linien, wenn sie zwei Punkte gemein haben, in ihrer ganzen unendlichen Ausdehnung zusammenfallen, mithin nur eine einzige gerade Linie bilden.

9.



Lehrsatz. Wenn in einer Reihe von Punkten 1, 2, 3, 4, ... je drei auf einander folgende in gerader Linie sind, so liegen sie alle zusammen in einer geraden Linie (in einerlei Richtung).

Beweis. Erstlich haben die beiden geraden Linien $\overline{123}$ und $\overline{234}$ zwei Punkte, 2 und 3, gemein und bilden folglich eine einzige gerade Linie $\overline{1234}$ (§ 8); dann haben wieder die beiden geraden Linien $\overline{1234}$ und $\overline{345}$ die zwei Punkte 3 und 4 gemein, und bilden mithin wieder eine gerade Linie etc.

Ob eine Reihe von Punkten in gerader Linie liegen, würde man praktisch dadurch ermitteln können, indem man ein Lineal (Schnur) an die Punkte legt, und, wenn es zur Zeit nur über drei hinausreicht, an der ganzen Reihe fortschiebt und achtgiebt, ob die ganze Reihe oder je drei unmittelbar auf einander folgende genau anliegen. Hierauf beruht auch das Verfahren, mittelst eines kurzen Lineals eine gerade Linie beliebig weit zu verlängern, indem man nur darauf achtet, dafs jeder folgende Zug mit dem vorhergehenden zwei Punkte gemein hat.

10.

Erklärung. Unter Entfernung (Abstand) zweier Punkte versteht man die Länge der sie verbindenden geraden Linie.

Ist also der Weg zwischen zwei Punkten nicht gerade (geht er z. B. über einen Berg), so mufs man die Länge desselben nicht mit der Entfernung (Abstand) der beiden Punkte verwechseln.

11.

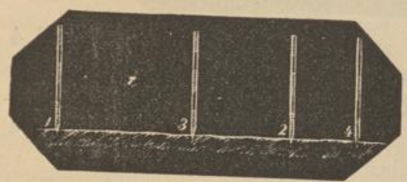
Von den, die gerade Linie betreffenden Lehrsätzen wollen wir nun schliefslich noch einige praktische Anwendungen auf das Feldmessen machen, und uns zu dem Ende auf ein ebenes freies Feld versetzt denken. Wie man in hügeligen und durchschnittenen Gegenden zu verfahren hat, kann erst in der körperlichen Geometrie gelehrt werden. Aus dem höchst einfachen Apparate, welcher zur Feldmefskunst erforderlich ist, entlehnen wir vorläufig nur einige runde Stangen, sogenannte Mefsstäbe. Diese sind etwa 3 cm dick, $2^1/_2$ bis 3 m lang; an einem Ende, um sie leichter in den harten Boden stecken zu können, mit eisernen Spitzen versehen, und um sie besser aus der Ferne wahrnehmen zu können, halbmeterweise abwechselnd, rot und weifs mit Ölfarbe angestrichen. In Ermangelung solcher Stäbe sind für den Privatmann auch andere Stäbe, wenn sie nur ziemlich gleiche Dicke haben, gut genug.

Angenommen nun, es seien (siehe folgende Figur) mehre solcher Mefsstäbe vertikal*) und so in die Erde gesteckt, dafs eine gerade Linie, welche die beiden äufsersten berührt, auch alle mittlern berührt, so würden sie auch alle in einerlei Richtung stehen. Ob dies wirklich der Fall ist, sieht man

*) Vertikal heifst diejenige Richtung, welche ein freifallender Körper einschlägt oder ein frei und ruhig hängendes Lot (Senkblei, d. i. ein Faden mit einer daran hängenden kleinen Kugel) angiebt. Für den hier angegebenen Zweck wird jedoch, ohne Hilfe eines Senkbleies, die vertikale Stellung der Mefsstäbe stets nur nach dem Augenmafse genau genug bewirkt.

aber (nach ein paar Stunden Übung) sehr leicht, indem man nur hinter einen der beiden äufsersten Mefsstäbe tretend, an beiden Seiten hinsieht (visiert). Für Kurzsichtige, oder wenn die Reihe der Stäbe zu lang ist, wird ein Fernrohr notwendig.

12.



Aufgabe. Auf dem Felde stehen zwei Mefsstäbe, 1 und 2. Zwischen dieselben soll ein dritter, 3, so eingesteckt werden, dafs er mit 1 und 2 in einerlei Richtung steht.

Auflösung. Man mufs erst die Linie $\overline{12}$ verlängern und deshalb in 4 eine Mefsstange so einstecken, dafs beim Visieren 4, 2, 1 in einerlei Richtung erscheinen, alsdann richte man, mit der dritten Mefsstange zwischen 1 und 2 tretend, diese dritte so ein, dafs auch 3, 2, 4 in einerlei Richtung erscheinen. Ist dies der Fall, so haben die beiden geraden Linien $\overline{421}$ und $\overline{324}$ zwei Punkte, 2 und 4, gemein, und bilden mithin eine einzige gerade Linie. (§ 8.)*).

Anmerkung. Zwei Personen brauchen hierzu weniger Zeit. Die eine (4) tritt dann in die Verlängerung von $\overline{12}$ und läfst, auf gegebene Winke, den Gehilfen die dritte Mefsstange mit ausgestrecktem Arm, so lange hin und her rücken, bis sie die Stäbe 1, 3, 2 in einerlei Richtung erblickt, worauf dann der Gehilfe, nach erhaltenem Winke, die dritte Mefsstange fest einsteckt.

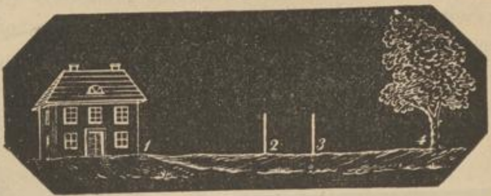
Nachdem erst drei Punkte in einer Linie durch Mefsstäbe bezeichnet sind, kann eine einzige Person leicht noch mehrere Zwischenpunkte durch eingesteckte Mefsstäbe bezeichnen.

Soll eine so ausgesteckte Linie ganz zur Anschauung gebracht werden, um darnach etwa eine Mauer, einen Damm etc. aufzuführen, so kann man von einem Punkt zum andern eine Schnur spannen und längs derselben eine kleine Furche in den Boden reifsen.

---

*) Anfänger mögen sich dies Verfahren praktisch erläutern und sich im Visieren üben, indem sie auf einen Tisch Stecknadeln einstecken.

13.

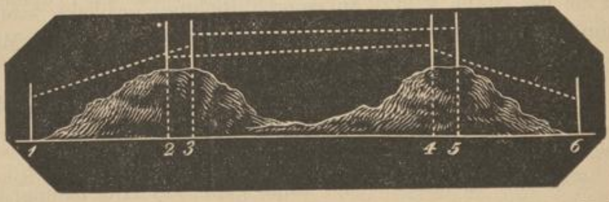


Aufgabe. Zwischen zwei gegebenen Punkten, 1 und 4, zwei andere Punkte durch Meſsstäbe zu bezeichnen, so daſs alle vier in einerlei Richtung sind. Es wird hier der Fall angenommen, daſs man wohl zwischen die Punkte 1 und 4, jedoch nicht hinter dieselben treten kann.*)

Auflösung. Zwei Personen (2 und 3) richten sich durch Visieren gegenseitig so ein, daſs gleichzeitig 2, 3, 4 und 3, 2, 1 in gerader Linie sind, welches auf gegenseitiges Zuwinken, nach einigem Hin- und Herrücken leicht bewirkt wird. Ist dies aber der Fall, so haben beide Linien $\overline{234}$ und $\overline{321}$ zwei Punkte, 2 und 3, gemein und folglich einerlei Richtung. (§ 8.)

Soll eine Person dies allein thun, so braucht sie nur, wegen des öftern Hintretens von einem der beiden Stäbe, 2 und 3, zum andern, mehr Zeit. Nachdem aber diese beiden Zwischenpunkte gefunden sind, können leicht noch mehrere bezeichnet werden.

14.



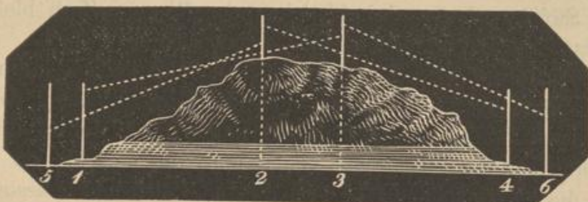
Aufgabe. Von 1 nach 6 soll über zwei Berge eine Bahn, Chaussee etc. geführt, oder dieselbe nach gerader Richtung

*) Der Anfänger möge zum bessern Verständnis dieser Aufgabe einen Tisch mitten ins Zimmer stellen und auf diesen zwei Stecknadeln (2) und (3) so einzustecken suchen, daſs sie mit den beiden gegenüber liegenden Kanten (1) und (4) des Zimmers in einerlei Richtung sind.

durchgegraben und deshalb, um den Arbeitern Richtpunkte zu geben, diese Richtung ausgesteckt werden. Es wird angenommen, daſs man von jedem Berge aus nur das zunächst stehende Signal sehen kann.

Auflösung. Auf jeden Berg treten zwei Personen und richten sich, wie in vorhergehender Aufgabe, durch Visieren so ein, daſs zu gleicher Zeit, $\overline{123}$, $\overline{234}$, $\overline{345}$, $\overline{456}$, gerade Linien sind. Ist dies der Fall und denkt man sich diese vier Linien an den verlängerten Stäben heruntergleitend, so müssen sie notwendig alle (weil dann jede folgende Linie mit der vorhergehenden zwei Punkte gemein bekommt) auf die durch 1 und 6 gehende gerade Linie fallen und mithin die über beide Berge gehende gerade Richtung oder den Durchschnitt bezeichnen. Mehre Zwischenpunkte sind nun leicht aufzufinden.

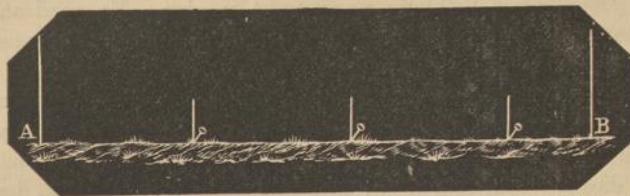
15.



Aufgabe. Es soll von 1 nach 4 ein unterirdischer Gang (Tunnel) unter einem Berge hindurch geführt werden und die Arbeit an beiden Enden (Eingang und Ausgang) zugleich beginnen. Was ist zu thun, damit die Minierer in einerlei Richtung arbeiten und auf einander stoſsen?

Auflösung. Auf dem Berge werden erst zwei Stäbe, 2 und 3, mit 1 und 4 in einerlei Richtung eingesteckt (nach § 13); alsdann noch 5 und 6 in dieselbe Richtung gebracht, so daſs erst 1, 2, 3 und 2, 3, 4, dann 5, 1, 2 und 6, 4, 3 in einerlei Richtung sind, dann haben die beiden Linien $\overline{5123}$ und $\overline{2346}$ zwei Punkte gemein und das Verlangte wird zustande gebracht, wenn die Arbeit nach den durch 1, 5 und 4, 6 bestimmten Richtungen ausgeführt wird. Auf ähnliche Weise lieſse sich auch ein Tunnel unter einem Flusse hindurch führen. Es wäre allerdings noch möglich, daſs die beiden Linien $\overline{51}$ und $\overline{64}$ über und unter einander weggingen, wie sich aber auch dies leicht vermeiden läſst, lehrt später § 213.

16.



Aufgabe. Eine auf ebenem Felde ausgesteckte Linie AB auszumessen.

Verfahren. Zu solchen unmittelbaren Längenmessungen gebraucht man ein 20 (oder 25) m langes Stahlbandmafs, welches in Centimeter eingeteilt ist. Durch die Endringe desselben werden, um sie bequemer fortziehen und anspannen zu können, 1 bis $1^1/_2$ m lange Stäbe (Kettenstäbe) gesteckt, welche gleich den Mefsstangen eiserne Spitzen haben. Ein paar Stifte verhüten das Abgleiten der Ringe. Zum blofsen Privatgebrauch kann auch eine hanfene Schnur dienen.

Zwei Personen, I und II, ziehen nun dieses Bandmafs. No. I zieht zuerst den in *A* stehenden Mefsstab aus, steckt an dessen Stelle ihren Kettenstab und richtet darauf durch Winke No. II, welche das Bandmafs straff anzieht, so ein, dafs die beiden Kettenstäbe und die in *B* stehende Mefsstange in einerlei Richtung sind. Hierauf ziehen beide Kettenzieher die Kettenstäbe wieder aus, No. I richtet die Mefsstange in *A* wieder auf, No. II bezeichnet die Stelle, wo ihr Kettenstab stand, mit einem kleinen Merkzeichen (Zähl- oder Markierstäbe, auch Sticken, deren sie ein Dutzend in einem Köcher mit sich führt) und geht nun, das Bandmafs nach sich schleppend, vorwärts, bis die ihr folgende No. I an die bezeichnete Stelle kommt, und an die Stelle des Merkzeichens ihren Kettenstab steckt. Nach diesem Kettenstabe und nach der in *A* wieder aufgerichteten Mefsstange kann No. II sich jetzt selbst einrichten. Diese zweite Stelle wird wieder mit einem Merkzeichen bezeichnet u. s. w. — So viele Merkzeichen No. I einsammelt, so viele ganze Bandlängen hält die ausgemessene Linie. Ein übrig bleibendes Stück wird mit einem Teile des Bandmafses ausgemessen.

Eine nicht zu grofse Länge kann auch mit einem sogenannten Dreimeterstock ausgemessen werden. In sehr vielen

Fällen genügt es auch, zu manchen militärischen Zwecken z. B., eine Länge durch Abschreiten oder durch bloſse Schätzung nach dem Augenmaſs zu messen, wozu dann aber eine groſse Übung erforderlich ist. Um sich im Zählen der Schritte nicht zu irren, kann man sich eines Schrittzählers (in Form einer Taschenuhr) bedienen. Die Längen krummer Linien und Wege werden oft auch mit einem eigenen, sich den Krümmungen anschlieſsenden Wegemesser gemessen, d. i. ein Rad von 2 bis $2^1/_2$ m im Umfange. Stand der Nullpunkt o unten und ist das Rad auf der krummen Linie so weit fortgeschoben, bis der Nullpunkt wiederum unten steht, so ist offenbar die Länge dieses durchlaufenen Stücks der krummen Linie gleich dem Umfange des Rades. In der Regel befindet sich an einem solchen Wegemesser eine Art Uhr, und man kann darnach, aus der Stellung der Zeiger, die Länge des vom Rade durchlaufenen Weges unmittelbar ablesen. Jeder Uhrmacher kann an einen Wagen, dessen Achsen in ihrer Nabe nicht zu viel Spielraum haben, einen solchen etwa 25 Mark kostenden Mechanismus leicht anbringen.

17.

Erklärungen. 1) Eine nach allen Richtungen hin begrenzte Fläche heiſst Figur. Dieselbe ist eine geradlinige oder krummlinige oder gemischtlinige, je nachdem sie von geraden oder krummen oder gemischten Linien begrenzt ist (z. B. Dreieck, Kreis, Halbkreis).

2) Der von den Grenzen einer Figur eingeschlossene Teil der (unendlichen) Ebene heiſst Inhalt oder Flächeninhalt.

3) Der Kreis ist eine ebene Figur, von einer krummen Linie so begrenzt, daſs alle ihre Punkte, wie A, G, H . . . von einem innerhalb liegenden Punkt C, den man Mittelpunkt oder Centrum nennt, gleich weit entfernt sind.

4) Die den Kreis begrenzende krumme Linie heiſst Kreis-Linie oder auch Peripherie (Umfang) und die davon eingeschlossene Fläche, Kreis oder Kreisfläche. „Kreis" wird wohl auch für „Kreislinie" gebraucht; aus dem Zusammenhange ergiebt sich aber alsdann, ob die Kreisfläche oder die Peripherie (Kreislinie) gemeint ist.

5) Jede vom Mittelpunkt C bis an die Peripherie gehende Linie, wie $\overline{CA}$, $\overline{CD}$, . . heiſst Radius oder auch Halbmesser.

6) Sehne (Chorde) heifst jede irgend zwei Punkte der Peripherie verbindende Gerade; z. B. $\overline{GH}$.

7) Durchmesser (Diameter) heifst die durch den Mittelpunkt gehende Sehne, z. B. $\overline{AB}$.

8) Es folgt aus dem Begriffe des Kreises, dafs alle Radien desselben einander gleich und ebenso, dafs alle Durchmesser einander gleich und jeder derselben doppelt so grofs als ein Radius ist.

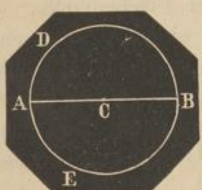
9) Jeder Teil der Kreislinie heifst ein Bogen (Arcus); z. B. $\overline{GH}$ oder arc GH.

Den Kreis kann man sich enstanden denken, indem der Radius $\overline{CA}$ desselben sich um den Mittelpunkt C dreht, alsdann beschreibt der Endpunkt A die in sich zurücklaufende Kreislinie.

18.

Erklärung. Wenn zwei Figuren so beschaffen sind, dafs, wenn man sie (in Gedanken) auf einander legt, sie genau mit einander zusammenfallen, so sagt man: sie decken sich oder sie sind kongruent. Figuren sind gleich, wenn sie gleichen Flächeninhalt haben. So kann z. B. ein Kreis einem Dreieck gleich sein. Das Zeichen der Gleichheit (der gleichen Gröfse ist $=$, das Zeichen der Kongruenz (der Gleichheit nach Gröfse) und Gestalt) $\cong$. Es ist klar, dafs, wenn zwei Figuren sich genau decken (kongruent sind), sie dann notwendig auch vollkommen gleich sind. Der Nachweis der Deckung (Kongruenz) zweier Figuren wird häufig angewandt, um die Gleichheit derselben zu beweisen. Als Erläuterungsbeispiel möge folgender Satz dienen.

19.



Lehrsatz. Ein Kreis wird durch einen beliebig gezogenen Durchmesser AB halbiert, d. h. in zwei gleiche Hälften geteilt.

Beweis. Man denke sich den obern Teil ADB aus der Bildebene herausgeschnitten, und (indem man ihn um den Durchmesser AB, wie um eine Achse gedreht denkt) auf den untern Teil AEB gelegt, so müssen, weil dem Begriffe des Kreises zufolge, alle Punkte der Peripherie gleich weit vom Mittelpunkt C entfernt sind, notwendig auch alle Punkte des obern Bogens ADB auf den untern AEB fallen, folglich decken sich beide Teile (Halbkreise), sind also kongruent und jeder die Hälfte des Ganzen.