

# **Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

## **Der Maschinenbau**

**Redtenbacher, Ferdinand**

**Mannheim, 1865**

Zweiter Abschnitt. Der Bau der Dampfschiffe

[urn:nbn:de:bsz:31-278533](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-278533)

## ZWEITER ABSCHNITT.

**Der Bau der Dampfschiffe.**

**Allgemeines.** Die Anordnung, Einrichtung und der Bau der Dampfschiffe richtet sich nach den Zwecken, welchen dieselben zu dienen haben. In dieser Hinsicht kann man folgende Eintheilung aufstellen;

- A. Flussdampfschiffe: a) zum Personentransport, b) Schleppschiffe.
- B. Landseedampfschiffe: a) für Personentransport, b) Schleppschiffe.
- C. Meerdampfschiffe: a) für Personentransport, b) Schleppschiffe, c) für den Kriegsdienst.

Wenn irgend ein Dampfschiff seinem Zweck entsprechen soll, muss es folgende Eigenschaften besitzen.

1. *Stabilität.* Eine hinreichende und für den Zweck genügende Schwimmstabilität, welche zu bemessen ist, theils nach dem statischen Moment der Kraft, die erforderlich ist, um das Schiff aus seiner aufrechten Lage in eine um einen gewissen Winkel geneigte Lage zu bringen, theils nach der Grösse der lebendigen Kraft, die auf das Schiff einwirken muss, um eine gewisse Ablenkung aus der aufrechten Lage hervorzubringen. Flussdampfboote erfordern eine geringe, Landeeschiffe eine grössere, Meerschiffe (insbesondere wenn sie eine ausgedehnte Besegelung ertragen sollen) eine sehr grosse Stabilität.

2. *Tiefgang.* Einen angemessenen Tiefgang oder Tauchung, womit die Tiefe des Kiels unter der Oberfläche des Wassers zu verstehen ist. Bei Flusschiffen richtet sich die Tiefe theils nach der Grösse des Schiffes, theils nach den geringsten Wassertiefen, die im Fluss, in der Fahrlinie (im Fahrwasser) vorkommen. Bei Landeeschiffen kann diese Tauchung im Allgemeinen grösser sein, als bei Flusschiffen. Bei Meerschiffen muss die Tauchung grösser sein, um eine grosse Stabilität hervorzubringen.

3. *Räumlichkeit.* Eine für die Aufnahme der fortzuschaffenden Körper angemessene Räumlichkeit. In dieser Hinsicht sind die Anforderungen sehr verschieden, je nachdem es sich um ein Fracht-

Passagier- oder Kriegsschiff handelt. Im Allgemeinen kann man sagen, dass die Endtheile von scharf geformten Schiffen nur kleine und unpassend gestaltete Räume darbieten, dass dagegen in dieser Hinsicht Schiffsformen, welche vom Parallelepiped nur wenig abweichen, sehr bequem benutzbare Räume gewähren.

4. *Möglichst geringen Widerstand.* Die Kraft, mit welcher die Maschinen gegen das Wasser wirken müssen, damit ein Schiff eine gewisse Geschwindigkeit der Bewegung erlangt, richtet sich theils nach der Grösse des Schiffs, theils nach dem Verhältniss zwischen Länge, Breite und Tauchung, theils nach den Formen des eingetauchten Theiles des Schiffskörpers, insbesondere aber nach der Geschwindigkeit. Bei Schiffen, die nur mit kleiner Geschwindigkeit zu fahren haben, z. B. bei Kanalschiffen, die durch Pferde gezogen werden, hat die Form des Schiffes nur einen geringen Einfluss auf den Widerstand, bei schnell fahrenden Dampfschiffen dagegen hat das Verhältniss zwischen Länge und Breite und hat die Form des eingetauchten Theiles einen grossen Einfluss auf den Widerstand. Bei schnell fahrenden Schiffen sind daher insbesondere solche Formen und Verhältnisse zu wählen, durch welche der Widerstand klein ausfällt.

5. *Steuerbarkeit, Lenkbarkeit.* Ein Dampfschiff muss mit einer gewissen Leichtigkeit aus einer Richtung in jede beliebige andere gelenkt werden können. Dies nennt man die Steuerbarkeit des Schiffes. Kurze Schiffe sind leicht, lange sind schwer zu lenken.

6. *Festigkeit.* Das Schiff muss fest sein, darf nicht brechen, soll in allen Theilen genau oder nahezu gleich stark in Anspruch genommen sein. Die Kräfte, welche auf einen Schiffbau wirken, sind: 1) die Gewichte aller Theile des Schiffbaues, 2) die Gewichte der Maschine, Kessel, Triebapparate und der Lasten, 3) die Pressungen des Wassers gegen den eingetauchten Theil des Schiffes. Diese Pressungen richten sich nach den Horizontal-Dimensionen des Schiffes und seiner Tauchung, nach der Form des eingetauchten Theiles und nach dem Zustand des Wassers, der entweder ein ruhiger oder ein bewegter ist.

Diese oberflächliche Aufzählung der bei einem Schiffbau zu beachtenden Verhältnisse lässt bereits erkennen, wie schwierig es ist, den mannigfaltigen Anforderungen auf befriedigende Weise zu entsprechen. Jedes einzelne dieser Verhältnisse stellt ein wissenschaftlich höchst schwieriges Problem dar, und obgleich der Schiffbau so alt ist als die Geschichte, so fehlt es dennoch überall an haltbaren Erfahrungen, die der Theorie zu Hilfe kommen könnten.

**Druck des Wassers gegen den eingetauchten Theil des Schiffes.**  
Denken wir uns eine in Ruhe befindliche Wassermasse mit horizontaler Oberfläche und nehmen wir an, dass ein Theil dieses Wassers erstarre, ohne dass dabei eine Aenderung des spezifischen Gewichtes eintritt, so ist kein Grund vorhanden, vermöge welchem dieser starr gewordene Theil des Wassers in Bewegung gerathen sollte. Allein dieser erstarrte Theil hat ein gewisses Gewicht, welches gleich ist dem Gewicht einer Wassermasse, deren Volumen gleich ist dem Volumen der starr gewordenen Flüssigkeit, und dieser Körper wird von dem denselben umgebenden Wasser gedrückt. Der Ruhezustand des starren Körpers ist daher nur möglich, wenn sich sämtliche Pressungen des Wassers gegen die Oberfläche des Körpers auf eine einzig vertikal aufwärts gerichtete Kraft reduzieren, deren Intensität gleich ist dem Gewicht des erstarrten Wassers und deren Richtung durch den Schwerpunkt der starr gewordenen Flüssigkeit geht. Ersetzt man die starr gewordene Flüssigkeit durch einen andern Körper, dessen Form mit jener der erstarrten Flüssigkeit congruent ist, so wird dieser Körper von der umgebenden Flüssigkeit genau so gedrückt, wie früher der erstarrte Körper gedrückt wurde. Hieraus ersieht man, dass ein in ruhendem Wasser ganz oder theilweise eingetauchter Körper von irgend einer Form durch das denselben umgebende Wasser vertikal aufwärts mit einer Kraft gedrückt wird, die gleich ist dem Gewicht der durch den Körper verdrängten Flüssigkeit, und dass diese Kraft durch den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit geht oder im Schwerpunkt ihren Angriffspunkt hat. Diesen Wasserdruck wollen wir den „Auftrieb“ nennen.

**Statische Stabilität des Schwimmens.** Wenn das Gewicht eines Körpers grösser ist als das Gewicht eines Wasservolumens, das so gross ist, als das Volumen des Körpers, so kann dieser Körper im Wasser nicht schwimmen, sondern muss untersinken; denn in diesem Falle ist der Auftrieb, selbst dann, wenn der Körper im Wasser vollständig eingetaucht ist, kleiner als das Gewicht des Körpers.

Nehmen wir aber an, das Gewicht eines Körpers sei kleiner als das Gewicht des Wasservolumens, das er bei vollständiger Eintauchung verdrängt, legen diesen Körper ins Wasser und überlassen ihn dann sich selbst, so wird derselbe nicht untersinken, sondern nur theilweise untertauchen, und nach einiger Zeit ruhig in einer gewissen Lage im Wasser schwimmen. Dieser Zustand ist aber ein Gleichgewichtszustand, denn der Körper ist unter der Einwirkung von Kräften in Ruhe. Eine solche Ruhelage ist aber

nur möglich, wenn 1. das Gewicht der Flüssigkeit, welche der Körper verdrängt, d. h. wenn der Auftrieb gleich ist dem Gewicht des Körpers und wenn 2. der Schwerpunkt des Körpers und der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit in einer und derselben Vertikallinie liegen. Die erste dieser Bedingungen bestimmt die Tiefe der Eintauchung, die zweite dagegen die Gleichgewichtslage.

Allein die Gleichgewichtslage kann stabil, sie kann auch labil sein. Man nennt die Lage eine stabile oder eine labile, je nachdem der Körper von selbst in dieselbe zurückkehrt, oder sich von derselben entfernt, nachdem man ihn aus dieser Lage abgelenkt hat, und wir wollen nun die Bedingungen des stabilen oder unstabilen Schwimmens zu bestimmen suchen.

Zunächst ist klar, dass ein Körper mit Stabilität schwimmt, wenn der Schwerpunkt des Körpers tiefer liegt, als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit. Denn ist Fig. 1, Taf. XIV. eine Gleichgewichtslage, bei welcher der Schwerpunkt  $s$  des Körpers tiefer liegt, als der Schwerpunkt  $w$  der verdrängten Flüssigkeit, und man bringt den Körper dann in eine etwas andere Lage (Fig. 2), so rückt der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit nach der Seite hin, nach welcher die Ablenkung stattgefunden hat. Das Kräftepaar  $w$  und  $s$  sucht daher den Körper in seine ursprüngliche Lage (Fig. 1) zurückzudrehen.

Ist dagegen die Gleichgewichtslage des Körpers so beschaffen, dass der Schwerpunkt desselben höher liegt, als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist die Lage des Körpers je nach Umständen eine stabile oder eine labile. Es sei Fig. 3 die Gleichgewichtslage des Körpers, Fig. 4 die abgelenkte Lage des Körpers.  $x y$  die Vertikallinie, welche durch den Schwerpunkt des Körpers geht. Fällt der Schwerpunkt der Flüssigkeit, die der Körper in seiner geneigten Lage verdrängt, rechts von  $x y$ , z. B. nach  $w$ , so sind das Gewicht des Körpers und der Auftrieb ein Kräftepaar, welches den Körper in seine ursprüngliche Lage zurück drängt. Die Gleichgewichtslage (Fig. 3) ist daher in diesem Falle eine stabile. Fällt dagegen der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit links von  $x y$ , so hat jenes Kräftepaar das Bestreben, die Ablenkung des Körpers von der Gleichgewichtslage zu vergrößern, ist mithin die Gleichgewichtslage eine instabile.

Um dieses Kennzeichen der stabilen oder labilen Gleichgewichtslage schärfer aussprechen zu können, wollen wir folgende Benennungen festsetzen. Wir nennen Schwimmfläche den Schnitt des Körpers durch die Horizontaloberfläche des Wassers, wenn sich der Körper in einer Gleichgewichtslage befindet; Schwimm-

axe: die Richtung des Perpendikels, der vom Schwerpunkt des Körpers auf die Schwimmfläche gefällt werden kann; Auftriebrichtung: die Vertikallinie, welche durch den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit geht, wenn der Körper irgend eine Lage hat, in der er so viel Flüssigkeit verdrängt, dass ihr Gewicht gleich ist jenem des Körpers; Metacentrum: der Durchschnittspunkt der Auftriebrichtungen, die der Gleichgewichtslage und der geneigten Lage des Körpers entsprechen. Wenn die Gleichgewichtslage eine stabile ist, wenn also der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit in der geneigten Lage des Körpers rechts von  $x y$  nach  $w_1$  fällt, liegt das Metacentrum in  $M_1$ , d. h. oberhalb des Schwerpunktes  $s$  des Körpers. Wenn dagegen die Gleichgewichtslage eine labile ist, wenn also der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit links von  $x y$  nach  $w_2$  fällt, liegt das Metacentrum in  $M_2$ , d. h. unterhalb des Schwerpunktes des Körpers. Die Gleichgewichtslage eines Körpers ist daher eine stabile oder eine labile, je nachdem das Metacentrum höher oder tiefer liegt, als der Schwerpunkt des Körpers.

*Geometrische Bedeutung des Metacentrums.* Bringt man einen Körper in alle möglichen Lagen, in welchen er gleich viel und zwar so viel Wasser verdrängt, dass das Gewicht desselben jedesmal gleich ist dem Gewicht des Körpers und bestimmt für jede Lage die Position des Schwerpunktes der verdrängten Flüssigkeit, so bilden alle Auftriebpunkte zusammen eine geschlossene Fläche. Zieht man hierauf sämtliche Perpendikel, die vom Schwerpunkt des Körpers aus nach der Fläche der Auftriebpunkte gefällt werden können, so ist der Körper jederzeit in einer Gleichgewichtslage, wenn einer dieser Perpendikel eine Vertikallage hat. Legt man durch einen dieser Perpendikel eine Ebene, schneidet mit derselben die Fläche der Auftriebpunkte, und sucht den Krümmungsmittelpunkt für das durch den Fußpunkt der Perpendikel gehende Kurvenstückchen der Durchschnittslinie, so ist dieser Krümmungsmittelpunkt ein Metacentrum. Da durch einen und denselben Perpendikel unendlich viele Ebenen gelegt werden können, so entsprechen einem und demselben Perpendikel unendlich viele Metacentra, die aber alle in dem Perpendikel liegen. Liegen alle Metacentra eines Perpendikels höher oder tiefer als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist die Gleichgewichtslage des Körpers, in welcher der Perpendikel vertikal steht, für alle Ablenkungsrichtungen im ersteren Falle eine stabile, im letzteren Falle eine labile. Liegen die Metacentra eines Perpendikels theilweise höher, theilweise tiefer als der Schwer-

punkt, so ist die Gleichgewichtslage des Körpers stabil für diejenigen Ablenkungsrichtungen, für welche die Metacentra höher als der Schwerpunkt des Körpers liegen, dagegen labil für alle Ablenkungsrichtungen, für welche die Metacentra tiefer als die Schwerpunkte der Flüssigkeit liegen.

Die Richtigkeit aller dieser Sätze ergibt sich aus einer von *Gaubert* in seiner *Mecanique analytique* entwickelten Theorie des Gleichgewichtes schwimmender Körper.

Zur Erläuterung dieser Sätze wollen wir dieselben auf einen ellipsoidischen Cylinder anwenden. Nehmen wir an, ein Körper sei halb so schwer, als das Gewicht eines Wasservolumens, das gleich ist dem ganzen Volumen des Cylinders; der Schwerpunkt des Körpers falle aber nicht in den Mittelpunkt der Gestalt, sondern nach einem beliebigen Punkt des Körpers. Bringen wir den Körper in alle möglichen Lagen, in welchen er so viel Wasser verdrängt, als dem Gewicht entspricht, so geht die Ebene der Wasserfläche in jeder Lage des Ellipsoids durch dessen Mittelpunkt und die Fläche aller Auftriebspunkte hat eine der Begrenzungsfläche des Körpers ähnliche Form. In Fig. 5 sei  $A B C D$  der Cylinder,  $A, B, C, D$ , die Fläche der Auftriebspunkte. Nehmen wir, um das Verständniß zu erleichtern, an, der Schwerpunkt des Körpers liege in einem Punkt  $s$  innerhalb  $A, B, C, D$ , aber in der Ebene der Axen  $A C$  und  $B D$ , dann kann man von  $s$  aus gegen die Fläche 3 Perpendikel  $s w_1, s w_2, s w_3$  fallen. Es gibt also für diesen Körper drei Lagen, in welchen er schwimmt. Dies ist nämlich der Fall, wenn  $s w_1$  oder  $s w_2$  oder  $s w_3$  eine vertikale Lage hat.

#### Analytische Berechnung der Stabilitäts-Bedingung.

Wir haben gezeigt, dass ein Körper selbst dann, wenn sein Schwerpunkt höher liegt als der Schwerpunkt der Flüssigkeit, mit Stabilität schwimmen kann, wenn das Metacentrum höher liegt als der Schwerpunkt des Körpers. Diese Bedingung wollen wir nun analytisch auszudrücken suchen. Wir legen der Untersuchung eine Körperform zu Grunde, die durch eine Ebene in zwei congruente Hälften getheilt werden kann, und nehmen ferner an, dass der Schwerpunkt des Körpers in dieser mittleren Symmetrieebene liege. Wird dieser Körper in der Weise ins Wasser gelassen, dass die Symmetrieebene eine vertikale Lage hat, und dass das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit gleich ist dem Gewicht des Körpers, so befindet er sich nothwendig in einer Gleichgewichtsposition. Fig. 6 stelle den Körper in dieser Gleichgewichtslage vor.

s Schwerpunkt des Körpers, w Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit. Nehmen wir nun an, der Körper werde durch eine äussere Kraft aus seiner Gleichgewichtslage um einen Winkel  $\varphi$  abgelenkt, so dass er in die Position Fig. 7 gelangt und dann mit der äusseren Kraft im Gleichgewicht ist. Ist für diese Lage w, der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist der oberhalb w, in der Symmetrieebene liegende Punkt M das Metacentrum. Fällt man von s aus auf w, M den Perpendikel s c und bezeichnet seine Länge mit a, ferner das Gewicht von 1 Kubikmeter Wasser (= 1000 Kilg.) mit  $\gamma$  und das in Kubikmetern ausgedrückte Volumen des verdrängten Wassers mit  $\mathfrak{B}$ , so ist  $\gamma \mathfrak{B}$  der in Kilogrammen ausgedrückte Werth des von w, aufwärts wirkenden Auftriebes, demnach  $\gamma \mathfrak{B} a$  das in Kilogrammmetern ausgedrückte statische Moment der Kraft, welche erforderlich. Bezeichnet man die Höhe M s des Metacentrums über dem Schwerpunkt der Flüssigkeit mit  $e$ , den Ablenkungswinkel s M c mit  $\varphi$  und das Moment mit  $\mathfrak{M}$ , so ist:

$$a = e, \sin \varphi \text{ und}$$

$$\mathfrak{M} = \gamma \mathfrak{B} e, \sin \varphi \dots \dots \dots (1)$$

Dieses Stabilitätsmoment kann aber noch in anderer Weise ausgedrückt werden.

Wenn die Ablenkung des Körpers klein ist, durchschneiden sich die Schwimmflächen A B und A<sub>1</sub> B<sub>1</sub>, welche der aufrechten und der geneigten Stellung des Körpers entsprechen, in einem Punkt D der Schwimmaxe, und diese zwei Flächen bilden zwei keilförmige Körper A D A<sub>1</sub>, B D B<sub>1</sub>. Der erste dieser Keile ist durch die Neigung des Schiffes aus dem Wasser getreten, der letzte dagegen ist untergetaucht, der Auftrieb ist daher an der linken Seite vermindert, auf der rechten Seite vergrössert. Es ist klar, dass das Gesamtmoment  $\mathfrak{M}$  auch gleich ist dem Moment von B D B<sub>1</sub>, + dem Moment von A D A<sub>1</sub>, — dem Moment von A x B. Diese drei Momente berechnen sich auf folgende Art: Nennt man e die Höhe s w des Schwerpunktes des Schiffes über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist das Moment von A x B =  $\gamma \mathfrak{B} e \sin \varphi$ . Nehmen wir in den Punkten G und G<sub>1</sub>, die von D gleich weit entfernt sind, unendlich kleine Flächenelemente an, errichten über denselben Prismen, die bis F und F<sub>1</sub> reichen und setzen D G = D G<sub>1</sub> = v, s D = b, d f die Flächenelemente bei G und G<sub>1</sub>, so sind  $v \tan \varphi = F G = F_1 G_1$  die Höhen dieser Prismen; d f v tan  $\varphi$  der Kubikinhalt derselben, und  $\gamma d f v \tan \varphi [v + b \sin \varphi]$  und  $\gamma d f v \tan \varphi [v - b \sin \varphi]$  die statischen Momente der Prismengewichte in Bezug auf s als Drehungspunkt. Nimmt man die In-

Integrale dieser Differenzialausdrücke von  $v = 0$  bis  $v = D A_1 = D B_1 = y$ , so erhält man, wenn  $\varphi$  unendlich klein gedacht wird, die Momente der keilförmigen Wasserkörper. Diese Momente sind demnach:

$$\int_0^y \gamma \, df \, v \, \text{tang } \varphi [v + b \sin \varphi], \quad \int_0^y \gamma \, df \, v \, \text{tang } \varphi [v - b \sin \varphi]$$

Die Summe derselben ist demnach:  $2 \int_0^y \gamma \, df \, v^2 \, \text{tang } \varphi$  oder:

$\gamma \, \text{tang } \varphi \left( 2 \int_0^y df \, v^2 \right)$ . Allein es ist  $2 \int_0^y df \, v^2$  das Trägheitsmoment der

Schwimmfläche  $A, B$ , oder auch wenn  $\varphi$  unendlich klein gedacht wird, das Trägheitsmoment der Schwimmfläche  $A B$ . Bezeichnet

man dieses Trägheitsmoment mit  $\mu$ , setzt also  $2 \int_0^y df \, v^2 = \mu$  und statt

$\text{tang } \varphi$  den Winkel  $\varphi$ , so findet man für die Summe der Momente der keilförmigen Körper:  $\gamma \mu \varphi$  und wir erhalten nunmehr auch

$$\mathfrak{M} = \gamma \mu \varphi - \gamma \mathfrak{B} e \varphi = \gamma [\mu - \mathfrak{B} e] \varphi \dots \dots (2)$$

Setzt man auch in (1)  $\varphi$  statt  $\sin \varphi$ , so folgt aus (1) und (2)

$$\mathfrak{N} = \gamma \mathfrak{B} e_1 \varphi = \gamma [\mu - \mathfrak{B} e] \varphi \dots \dots (3)$$

und hieraus folgt auch:

$$e + e_1 = \frac{\mu}{\mathfrak{B}} \dots \dots (4)$$

Die Höhe  $e + e_1 = w M$  des Metacentrums über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit wird also gefunden, wenn man das Trägheitsmoment  $\mu$  der Schwimmfläche in Bezug auf seine Symetrieaxe durch das Volumen der verdrängten Flüssigkeit dividirt. Die Stabilität des Gleichgewichtes erfordert, dass  $M$  oberhalb  $s$  liegt oder dass  $e_1$  positiv ist; allein es ist vermöge (4)  $e_1 = \frac{\mu}{\mathfrak{B}} - e$ .  $e_1$  fällt also positiv aus, wenn  $\frac{\mu}{\mathfrak{B}} > e$ . Die Bedingung der Stabilität ist demnach:

$$e < \frac{\mu}{\mathfrak{B}}$$

Zur Berechnung des Trägheitsmomentes  $\mu$  hat man folgende Regel:

Es sei Fig. 8 die Form des Schnittes des Schiffskörpers durch die Schwimmfläche.  $o p = \xi$ ,  $m p = v$  die Coordinaten eines beliebigen Punktes der Schnittlinie, so hat man nach der Lehre vom Trägheitsmoment:

$$\mu = \int 2 v d\xi \frac{1}{12} (2 v)^2 = \frac{2}{3} \int v^3 d\xi \dots \dots (5)$$

wobei das Integrale von  $x = 0$  bis  $x = 00$ , auszudehnen ist. Wir haben bisher die Stabilität in Bezug auf eine Drehung um eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Längsaxe betrachtet. Die gewonnenen Resultate gelten aber auch für Drehungen um jede andere durch den Schwerpunkt gehende Horizontalaxe. Dreht man das Schiff um eine durch den Schwerpunkt gehende Queraxe, so dass es eine Neigung nach vorwärts oder nach rückwärts erhält und bezeichnet durch  $\mu$ , das Trägheitsmoment der Schwimmfläche in Bezug auf die Axe  $AB$  Fig. 8, so ist vermöge Gleichung (3)  $\mathfrak{M} = \gamma [\mu, - \mathfrak{B} e] \varphi$  das statische Moment der Kraft, mit welcher sich das Schiff aufzurichten sucht, wenn es um einen Winkel  $\varphi$  vor oder rückwärts geneigt worden ist; ist ferner  $\frac{\mu_1}{\mathfrak{B}}$  die Höhe des dieser Neigung entsprechenden Metacentrums über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit. Da offenbar  $\mu$ , viel grösser ist als  $\mu$ , so ist die Stabilität jedes Schiffes gegen das Nicken viel grösser als jene gegen das Wanken, und es ist überhaupt die erstere so gross, dass die Gefahr eines Umsturzes durch Nicken gar nicht vorhanden ist.

Das dem Wanken entsprechende Stabilitätsmoment (3) ist gänzlich unabhängig von der Querschnittsform des Schiffes (von der Form der Spanten), d. h. es ist hinsichtlich der statischen Stabilität ganz gleichgiltig, wie der Spantenriss aussieht. Jenes Moment richtet sich dagegen erstens nach dem Trägheitsmoment der Schwimmfläche in Bezug auf die Längsaxe  $o o$ . Breite Schiffe geben ein grosses Moment, schmale ein kleines. Nehmen wir z. B. an, der schwimmende Körper habe die Form eines Parallelepipedes und es sei  $B$  die Breite,  $L$  die Länge,  $T$  die Eintauchung, so hat man vermöge (5)

$$\mu = \frac{2}{3} \int y^3 dx = \frac{2}{3} B^3 L = \frac{2}{3} (B L) B^2$$

woraus man sieht, dass dieses Moment dem Flächeninhalt  $B L$  der

Schwimmfläche und überdies dem Quadrat der Breite proportional ist. Wenn also bei Fahrzeugen nur allein die statische Stabilität zu beachten wäre, so würden breite Flösse die besten Fahrzeuge sein. Es ist auch in der That noch niemals vorgekommen, dass ein Floss umgestürzt worden wäre. Der Werth von  $m$  richtet sich ferner nach dem Werth von  $e$ . Dieser soll so klein als möglich sein, d. h. der Schwerpunkt des Schiffs mit Einschluss seines Inhaltes soll möglichst tief liegen, oder die Höhe dieses Schwerpunktes über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit soll möglichst klein sein. Dieser Werth von  $e$  richtet sich theils nach der Querschnittsform des Schiffes, insbesondere nach dem Theil der Schiffshöhe, welcher über dem Wasser liegt, ferner nach der Vertheilung der den Schiffsbau bildenden Körper, endlich nach der Ladung des Schiffs. Hinsichtlich der Stabilität ist es also vortheilhaft, wenn sich ein Dampfschiff nur wenig über das Wasser erhebt, wenn Maschine und Kessel mit tief liegendem Schwerpunkt gebaut und möglichst tief in den Schiffsraum hinab gestellt, wenn endlich die Waaren und Lasten in den untersten Theil des Schiffsraums gebracht werden.

**Vorbereitung zu einer praktischen zweckmäßigen Methode, nach welcher berechnet werden kann:** a. das Volumen der verdrängten Flüssigkeit, b. der Schwerpunkt derselben, c. der Ort, nach welchem der Schwerpunkt der Maschine fallen muss, damit das Schiff überall gleich tief taucht, d. die Stabilitätsbedingung oder das Metacentrum.

Diese Berechnungen sind für die Beurtheilung eines Entwurfes zu einem Schiff von Wichtigkeit; wir wollen zu diesem Behuf genaue und bequem anwendbare Regeln aufstellen.

Um diese Berechnungen durchführen zu können, muss die Schiffsförm durch genaue Zeichnungen dargestellt sein. Die Zeichnungen, welche die Form eines Schiffes vollkommen bestimmen, sind: 1. ein Spantenriss. 2. ein Wasserlinienriss. 3. ein Längenschnitt mit einer durch den Kiel gelegten Vertikalebene. Der Spantenriss wird erhalten, wenn man das Schiff durch eine grössere Anzahl (z. B. durch 20) vertikale, gleich weit abstehende Querebenen schneidet und die Schnittlinien (Spanten) auf eine diesen Ebenen parallele Ebene projizirt. Der Wasserlinienriss wird erhalten, wenn man das Schiff durch eine grössere Anzahl Horizontalebenen, die gleich weit von einander entfernt sind, schneidet, und sämtliche Schnittlinien, mit Einschluss der Linien des Deckrandes, auf eine horizontale Ebene projizirt. Der Längenschnitt

zeigt die Formen der beiden Sterne, ferner die Kiellinie und die Decklinie.

Angenommen, man besitze von einem Schiff diese Risse, so lassen sich daraus Zahlentabellen aufstellen, die zur Durchführung der früher erwähnten Berechnungen gute Dienste leisten. Um diese Tabellen zu erhalten, verfähre man in folgender Weise: Man theile im Wasserlinienriss und im Längensprofil die ganze Schiffslänge, gemessen zwischen den Perpendikeln, in 20 gleiche Theile und lege durch dieselben Querebenen. Theile ferner im Spantenriss wie im Längenschnitt den Tiefgang in mehrere, z. B. in 5 bis 10 gleiche Theile und lege durch diese Theilungspunkte Horizontalebenen. Die Wasserlinien der Horizontalebenen und die Spanten der Vertikalebenen durchschneiden sich in gewissen Punkten der Schiffsfläche und die Abstände dieser Punkte von der mittleren Ebene des Längenschnitts können aus dem Spantenriss entnommen werden. Wir nennen diese Abstände die „Schiffsordinaten“ und messen ihre Längen (nicht mit einem absoluten Maas, sondern) mittelst eines Transversal-Maasstabes, durch welchen die aus der Zeichnung entnommene halbe Schiffsbreite in 1000 gleiche Theile getheilt wird. Bezeichnen wir durch  $Y$  den absoluten Werth einer Schiffsordinate, durch  $y$  ihren mit dem Maasstab gemessenen Werth, durch  $B$  die ganze Schiffsbreite, so ist  $Y = y \cdot \frac{B}{2000}$ . Die oben erwähnte, einer bestimmten Schiffsbreite entsprechende Tabelle wird erhalten, wenn man die sämtlichen Schiffsordinaten entsprechenden Werthe von  $y$  in der Weise zusammenstellt, wie nachfolgendes Beispiel zeigt:

*Ordinaten-System des Dampfschiffes Rainbow.*

| Hinterschiff.         |            |     |      |     |     |     |          | Vorderschiff.         |            |     |      |     |     |     |          |
|-----------------------|------------|-----|------|-----|-----|-----|----------|-----------------------|------------|-----|------|-----|-----|-----|----------|
| Nr. des Querschnitts. | Ordinaten. |     |      |     |     |     | Verdeck. | Nr. des Querschnitts. | Ordinaten. |     |      |     |     |     | Verdeck. |
|                       | I.         | II. | III. | IV. | V.  | VI. |          |                       | I.         | II. | III. | IV. | V.  | VI. |          |
| 0                     | 20         | 20  | 20   | 20  | 20  | 20  | 700      | 10                    | 770        | 860 | 930  | 950 | 980 | 990 | 1000     |
| 1                     | 75         | 110 | 150  | 200 | 260 | 336 | 750      | 11                    | 745        | 850 | 900  | 940 | 960 | 980 | 1000     |
| 2                     | 165        | 250 | 325  | 385 | 455 | 520 | 810      | 12                    | 710        | 810 | 860  | 910 | 940 | 960 | 1000     |
| 3                     | 280        | 400 | 480  | 530 | 590 | 640 | 860      | 13                    | 640        | 750 | 810  | 845 | 870 | 900 | 1000     |
| 4                     | 400        | 530 | 610  | 665 | 710 | 750 | 900      | 14                    | 545        | 665 | 730  | 760 | 800 | 830 | 960      |
| 5                     | 515        | 640 | 700  | 750 | 790 | 830 | 930      | 15                    | 440        | 550 | 620  | 660 | 700 | 735 | 890      |
| 6                     | 610        | 710 | 770  | 820 | 860 | 890 | 960      | 16                    | 320        | 460 | 530  | 570 | 610 | 645 | 820      |
| 7                     | 680        | 770 | 830  | 880 | 910 | 930 | 980      | 17                    | 200        | 300 | 350  | 390 | 430 | 460 | 670      |
| 8                     | 730        | 820 | 880  | 910 | 945 | 960 | 990      | 18                    | 90         | 160 | 210  | 230 | 260 | 290 | 500      |
| 9                     | 760        | 860 | 910  | 940 | 970 | 990 | 1000     | 19                    | 30         | 35  | 55   | 70  | 80  | 90  | 270      |
| 10                    | 770        | 860 | 930  | 950 | 980 | 990 | 1000     | 20                    | —          | —   | —    | —   | —   | —   | 30       |

Die Vertikalreihen geben die Ordinaten der Iten, IIten, . . . Wasserlinie Die Horizontalreihen dagegen die Ordinaten des 0ten, Iten, 2ten — 20ten Querschnitts (siehe Fig. 9). Eine solche Tabelle, welche das ganze System der relativen Werthe der Ordinaten einer Schiffsform darstellt, ist nicht nur nützlich für verschiedene Berechnungen, sondern kann auch gebraucht werden, wenn man ein Schiff verzeichnen will, das einem vorhandenen Modellschiff geometrisch ähnlich ist.

**Berechnung des Flächeninhalts eines Horizontalschnittes.** Nennt man:  $y_0, y_1, y_2, y_3, \dots, y_{20}$  die Tabellenwerthe, welche dem zu berechnenden Horizontalschnitt entsprechen,  $F$  den zu berechnenden Flächeninhalt eines Horizontalschnittes,  $B$  den absoluten Werth der Schiffsbreite, gemessen am Deck,  $L$  " " " " Schiffslänge, gemessen zwischen den Perpendikeln.

$\frac{F}{BL}$  =  $f$  das Verhältniss zwischen dem Flächeninhalt  $F$  und dem Flächeninhalt  $BL$  des Rechteckes, das dem Schwimmflächenschnitt umschrieben werden kann, so sind:

$\frac{B}{2000} y_0, \frac{B}{2000} y_1, \frac{B}{2000} y_2, \dots$  die absoluten Werthe der Ordinaten des Horizontalschnittes und

$$\frac{B}{2000} (y_0 + y_1) \frac{L}{20}, \frac{B}{2000} (y_1 + y_2) \frac{L}{20} \dots$$

annähernd die Flächeninhalte der durch die aufeinander folgenden Ordinaten entstehenden Flächenstreifen; man hat daher:

$$F = \frac{B}{2000} (y_0 + y_1) \frac{L}{20} + \frac{B}{2000} (y_1 + y_2) \frac{L}{20} + \dots + \frac{B}{2000} (y_{19} + y_{20}) \frac{L}{20}$$

oder:

$$F = \frac{BL}{2000} \left\{ \frac{1}{2} (y_0 + y_{20}) + y_1 + y_2 + \dots + y_{19} \right\}$$

demnach:

$$f = \frac{F}{BL} = \frac{1}{2000} \left\{ \frac{1}{2} (y_0 + y_{20}) + y_1 + y_2 + \dots + y_{19} \right\} \quad (1)$$

**Displacement oder Volumen der verdrängten Flüssigkeit.** Nennt man  $n$  die Anzahl der Horizontalschnitte I, II, III, . . . welche durch den eingetauchten Theil des Schiffes gelegt wurden,

$f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$  die nach der vorhergehenden Regel berechneten Werthe von  $f$ , welche den aufeinander folgenden Horizontalschnitten entsprechen,

$\mathfrak{B}$  das Volumen der verdrängten Flüssigkeit,

$B, L, T$  Breite, Länge und Tauchung des Schiffes, so sind annähernd

$$f_1 BL \frac{1}{2} \frac{T}{n}, [f_1 BL + f_2 BL] \frac{1}{2} \frac{T}{n}, (f_2 BL + f_3 BL) \frac{1}{2} \frac{T}{n}, \dots$$

die zwischen je zwei unmittelbar auf einander folgenden Horizontalschnitten enthaltenen Volumen des eingetauchten Theiles. Man hat daher:

$$\mathfrak{B} = f_1 BL \frac{1}{2} \frac{T}{n} + [f_1 BL + f_2 BL] \frac{1}{2} \frac{T}{n} + [f_2 BL + f_3 BL] \frac{1}{2} \frac{T}{n} + \dots$$

oder:

$$\mathfrak{B} = \frac{BLT}{n} [f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n] \dots (2)$$

oder:

$$\frac{\mathfrak{B}}{BLT} = \frac{1}{n} \left\{ f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n \right\} \dots (3)$$

Höhe des Schwerpunktes der verdrängten Flüssigkeit über der Kiellinie. Bezeichnen wir diese Höhe mit  $\left(\frac{y}{W}\right)$ . Theilt man die ganze Tauchung durch  $n$  Horizontalschnitte, so sind die zwischen denselben enthaltenen Volumen wie oben:

$$f_1 BL \frac{1}{2} \frac{T}{n}, [f_1 BL + f_2 BL] \frac{1}{2} \frac{T}{n}, [f_2 BL + f_3 BL] \frac{1}{2} \frac{T}{n}, \dots$$

und die Höhen der Schwerpunkte dieser Volumen über der Kiellinie:

$$\frac{2}{3} \frac{T}{n}, \frac{3}{2} \frac{T}{n}, \frac{5}{2} \frac{T}{n}, \dots$$

Nach der Lehre vom Schwerpunkt hat man daher:

$$\begin{aligned} \left(\frac{y}{W}\right) \mathfrak{B} &= \frac{BLT}{n} \frac{f_1}{2} \times \frac{2}{3} \frac{T}{n} \\ &+ \frac{BLT}{2n} [f_1 + f_2] \frac{3}{2} \frac{T}{n} \\ &+ \frac{BLT}{2n} [f_2 + f_3] \frac{5}{2} \frac{T}{n} \\ &+ \dots \\ &+ \frac{BLT}{2n} [f_{n-1} + f_n] \frac{2n-1}{2} \frac{T}{n} \end{aligned}$$

oder:

$$\left(\frac{y}{W}\right) \mathfrak{B} = \frac{BLT^2}{4n^2} \left\{ \frac{1}{3} f_1 + (2n-1) f_n + 4 f_1 + 8 f_2 + 12 f_3 + \dots \dots \dots \right. \\ \left. + 4 (n-1) f_{n-1} \right\}$$

Führt man für  $\mathfrak{B}$  seinen Werth aus (2) ein, so findet man auch:

$$\frac{\left(\frac{y}{W}\right)}{T} = \frac{1}{4n} \frac{\frac{1}{3} f_1 + (2n-1) f_n + 4 f_1 + 8 f_2 + 12 f_3 + \dots + 4 (n-1) f_{n-1}}{f_1 + f_2 + \dots + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n} \quad (4)$$

Flächeninhalt eines Querschnittes der verdrängten Flüssigkeit. Nennt man  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$  die Tabellenwerthe, welche dem zu berechnenden Querschnitt entsprechen,  $q$  das Verhältniss zwischen dem zu berechnenden Querschnitt und dem Rechtecke  $BT$ , das der Breite und Tauchung entspricht, so findet man leicht auf ähnliche Weise, wie die Horizontalschnitte berechnet wurden:

$$q = \frac{1}{2000} \frac{1}{n} [z_n + 2 (z_1 + z_2 + \dots + z_{n-1})] \quad \dots \quad (5)$$

Horizontalabstand des Schwerpunktes der verdrängten Flüssigkeit vom hintern Endpunkt des Kieles. Es sei:

$\left(\frac{x}{W}\right)$  der zu berechnende Horizontalabstand,

$q_0, q_1, q_2, \dots, q_{n-1}$ , die nach der vorhergehenden Regel berechneten Werthe von  $q$  für sämtliche Querschnitte, dann sind:

$$BT \frac{1}{2} (q_0 + q_1) \frac{L}{20}, \quad BT \frac{1}{2} (q_1 + q_2) \frac{L}{20}, \quad BT \frac{1}{2} (q_2 + q_3) \frac{L}{20}, \dots$$

die Volumen des zwischen den aufeinanderfolgenden Querschnitten enthaltenen eingetauchten Theiles und:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{L}{20}, \quad 3 \cdot \frac{1}{2} \frac{L}{20}, \quad 5 \cdot \frac{1}{2} \frac{L}{20}, \dots$$

die Abstände der Schwerpunkte vom hintern Ende des Kieles. Nach der Lehre vom Schwerpunkt ist demnach:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{W}\right) \mathfrak{B} &= BT \frac{1}{2} (q_0 + q_1) \frac{L}{20} \times \frac{1}{2} \frac{L}{20} \\ &+ BT \frac{1}{2} (q_1 + q_2) \frac{L}{20} \times 3 \cdot \frac{1}{2} \frac{L}{20} \\ &+ BT \frac{1}{2} (q_2 + q_3) \frac{L}{20} \times 5 \cdot \frac{1}{2} \frac{L}{20} \\ &+ \dots \end{aligned}$$

Hieraus folgt ohne Schwierigkeit:

$$\left(\frac{x}{W}\right) \mathfrak{B} = \frac{1}{1600} BTL^2 [q_0 + 4q_1 + 8q_2 + 12q_3 + \dots + 76q_{10}]$$

oder auch:

$$\frac{\left(\frac{x}{W}\right)}{L} = \frac{1}{1600} \frac{BLT}{\mathfrak{B}} [q_0 + 4q_1 + 8q_2 + 12q_3 + \dots + 76q_{10}] \quad \dots \quad (6)$$

Schwerpunkt des Schiffes mit Ausrüstung, aber ohne Maschinen und ohne Kessel. Das Gewicht einer Schiffskonstruktion und die Coordinaten ihres Schwerpunktes können nur durch mühsame Berechnungen vermittelt der allgemeinen Regeln bestimmt werden.

Nennt man  $p_0, p_1, p_2, \dots$  die Gewichte sämtlicher Theile, aus welchen das Schiff besteht, mit Einschluss aller Theile der Ausrüstung, aber mit Auslassung der Maschinen, Kessel und Treibapparate.

$x_0, y_0, x_1, y_1, x_2, y_2, \dots$  die Coordinaten der Schwerpunkte der Gewichtstheile  $p_0, p_1, p_2, \dots$ ,  $s$  das Gewicht des Schiffes mit Ausrüstung, aber ohne Maschine,  $\left(\frac{x}{S}\right) \left(\frac{y}{S}\right)$  die zu berechnenden Coordinaten von  $s$ , so hat man nach der Lehre vom Schwerpunkt

$$\left. \begin{aligned} S &= p_0 + p_1 + \dots = \Sigma p \\ \left(\frac{x}{S}\right) &= \frac{p_0 x_0 + p_1 x_1 + \dots}{p_0 + p_1 + \dots} = \frac{\Sigma p x}{\Sigma p} \\ \left(\frac{y}{S}\right) &= \frac{p_0 y_0 + p_1 y_1 + \dots}{p_0 + p_1 + \dots} = \frac{\Sigma p y}{\Sigma p} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

Position der Maschinen. Die Maschinen, Kessel und Treibapparate müssen so placirt werden, dass das Schiff überall gleich tief taucht. Diese Position kann auf folgende Art gefunden werden.

Nennt man  $s$  das Gewicht des Schiffes sammt Ausrüstung, aber ohne Maschinen, Kessel und Treibapparate.

$\begin{pmatrix} x \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ s \end{pmatrix}$  die nach (7) berechneten Coordinaten von  $s$ .

$M$  das Gewicht der Maschinen, Kessel und Treibapparate.

$\begin{pmatrix} x \\ M \end{pmatrix}$  den Horizontalabstand des Schwerpunktes von  $M$ , vom hintern Ende des Kieles.

$w$  das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit =  $s + M$ .

$\begin{pmatrix} x \\ w \end{pmatrix}$  die Ordinate des Schwerpunktes von  $w$  [berechnet nach der Regel (6)], so hat man nach der Lehre vom Schwerpunkt

$$w \begin{pmatrix} x \\ w \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ M \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} x \\ s \end{pmatrix}$$

demnach

$$\begin{pmatrix} x \\ M \end{pmatrix} = \frac{w \begin{pmatrix} x \\ w \end{pmatrix} - s \begin{pmatrix} x \\ s \end{pmatrix}}{M} \dots \dots \dots (8)$$

**Bedingung der Stabilität und Höhe des Metacentrums.** Nennt man  $y_0, y_1, y_2, \dots$  die Tabellenwerthe, welche dem Schwimmflächenschnitt entsprechen.

$\sum y^3$  die Summe der 3ten Potenzen aller Werthe von  $y$ .

$\mathfrak{B}$  das Volumen der verdrängten Flüssigkeit.

$\mu$  das Trägheitsmoment der Schwimmfläche in Bezug auf die Längensaxe des Horizontalschnittes.

$e$  die Höhe des Schwerpunktes des Baues mit Einschluss der Maschinen, Kessel und Treibapparate über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist vermöge (5), Seite 134:

$$\mu = \frac{2}{3} \sum \left( y \cdot \frac{B}{2000} \right)^3 \frac{L}{20} = \frac{L B^3 \sum y^3}{240\,000\,000\,000} \dots \dots (9)$$

$$e + e_0 = \frac{\mu}{\mathfrak{B}} = \frac{L B^3 \sum y^3}{240\,000\,000\,000} \frac{1}{\mathfrak{B}} \dots \dots (10)$$

Die Bedingung der Stabilität ist  $e < \frac{\mu}{\mathfrak{B}}$  oder:

$$e < \frac{L B^3 \sum y^3}{240\,000\,000\,000} \frac{1}{\mathfrak{B}} \dots \dots (11)$$

Höhe des Schwerpunktes des ganzen Baues über dem Kiel. Diese Höhe kann möglicher Weise auf folgende Art gefunden werden:

Es seien  $p_0, p_1, p_2, \dots$  die Gewichte aller Theile des ganzen Baues mit Einschluss der Maschinen, Kessel und Treibapparate.  $z_0, z_1, z_2, \dots$  die Höhen der Schwerpunkte der Gewichte  $p_0, p_1, p_2, \dots$  über der Kiellinie.  $e_2$  die zu findende Höhe des Schwerpunktes des totalen Baues über der Kiellinie, so ist:

$$e_2 = \frac{p_0 z_0 + p_1 z_1 + p_2 z_2 + \dots}{p_0 + p_1 + p_2 + \dots} = \frac{\sum p z}{\sum p} \dots \dots \dots (12)$$

Allein die wirkliche Durchführung dieser Berechnung ist höchst mühsam und verlässlich kaum ausführbar. Schätzungsweise darf man annehmen, dass der Schwerpunkt des ganzen Baues bei einem Dampfschiff in der halben Höhe des Schiffes sich befindet. Bei Fluss- und Landsee-Dampfschiffen beträgt die Schiffshöhe in der Regel = 0.5 B. Bei Meerschiffen dagegen = 0.64 B. Als Schätzwerte dürfen wir daher setzen:

$$\text{Höhe des Schwerpunktes über dem Kiel.} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0.25 \text{ B für Flussdampfer.} \\ 0.32 \text{ B für Meerdampfer.} \end{array} \right.$$

### Numerische Rechnungen über Schiffe.

Vermittelst der in dem vorhergehenden Abschnitte aufgestellten Regeln wurden über 12 Schiffe Berechnungen angestellt. Die Ergebnisse, in folgender Tabelle zusammengestellt, sind:

## A.

| Benennung<br>des<br>Schiffes. | Koordinaten von<br>$\mathfrak{B}$ |                            | Volumen<br>$\mathfrak{B}$ | Metacentrum.<br>$e + e_1 = \frac{\mu}{\mathfrak{B}}$ |
|-------------------------------|-----------------------------------|----------------------------|---------------------------|--|
|                               | $\left(\frac{x}{W}\right)$        | $\left(\frac{y}{W}\right)$ |                           |  |
| <i>Flussdampfer.</i>          |                                   |                            |                           |  |
| Rainbow . . .                 | 0·488 L                           | 0·600 T                    | 0·525 B L T               | 0·0769 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |
| Diamond . . .                 | 0·485 L                           | 0·602 T                    | 0·441 B L T               | 0·0802 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |
| Red Rower . . .               | 0·497 L                           | 0·594 T                    | 0·523 B L T               | 0·0901 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |
| Minerva . . .                 | 0·475 L                           | 0·604 T                    | 0·434 B L T               | 0·0846 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |
| <i>Meerdampfer.</i>           |                                   |                            |                           |  |
| Isis . . . . .                | 0·494 L                           | 0·518 T                    | 0·643 B L T               | 0·0958 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |
| Medea . . . . .               | 0·533 L                           | 0·640 T                    | 0·530 B L T               | 0·1090 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |
| Berenice . . . . .            | 0·577 L                           | 0·579 T                    | 0·579 B L T               | 0·0907 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |
| Cyclops . . . . .             | 0·507 L                           | 0·613 T                    | 0·522 B L T               | 0·1020 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |
| Colchis . . . . .             | 0·491 L                           | 0·589 T                    | 0·559 B L T               | 0·0915 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |
| Nile . . . . .                | 0·494 L                           | 0·595 T                    | 0·606 B L T               | 0·1027 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |
| Firebrand . . . . .           | 0·515 L                           | 0·664 T                    | 0·480 B L T               | 0·1210 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |
| Mittlere Werthe               | <i>Fluss-Dampfer.</i>             |                            |                           |  |
|                               | 0·486 L                           | 0·600 T                    | 0·481 B L T               | 0·0829 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |
| Mittlere Werthe               | <i>Meer-Dampfer.</i>              |                            |                           |  |
|                               | 0·516 L                           | 0·600 T                    | 0·560 B L T               | 0·1020 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B                  |

Die Tabelle zeigt, dass für Schiffe jeder Art  $\left(\frac{y}{W}\right) = 0.600 T$  ist. Die Höhe des Schwerpunktes über dem Kiel ist bei allen Schiffen annähernd gleich  $\frac{1}{2} H$ , daher findet man für Schiffe jeder Art

$$e = \frac{1}{2} H - 0.600 T$$

Berücksichtigt man die Mittelwerthe von  $e + e_1$ , der Tabelle, so ergibt sich nun:

$$\left. \begin{aligned} \frac{e + e_1}{e} &= \frac{0.0829 \frac{B}{T}}{\frac{1}{2} \frac{H}{B} - 0.600 \frac{T}{B}} \text{ für Flussdampfer} \\ \frac{e + e_1}{e} &= \frac{0.1020 \frac{B}{T}}{\frac{1}{2} \frac{H}{B} - 0.600 \frac{T}{B}} \text{ für Meerdampfer} \end{aligned} \right\} (1)$$

Wir werden keinen merklichen Fehler begehen, wenn wir alle in diesem Abschnitt gefundenen Rechnungsergebnisse für Dampfschiffe jeder Art gelten lassen, denn die Coefficienten-Werthe der Tabelle A hängen nicht von den absoluten Werthen von  $BHTL$  ab, sondern nur von dem System der relativen Ordinaten und dieses System stimmt bei allen Schiffen beinahe überein.

Bei den Schiffen, welche vor etwa 10 Jahren zu den guten oder besten Constructionen gerechnet wurden, haben die Verhältnisse  $\frac{H}{B}$ ,  $\frac{T}{B}$ ,  $\frac{B}{T}$  folgende Werthe:

|                   | $\frac{H}{B}$ | $\frac{T}{B}$ | $\frac{B}{T}$ |
|-------------------|---------------|---------------|---------------|
| Für Flussdampfer: | 0.5           | 0.18          | 5.5           |
| Für Meerdampfer:  | 0.64          | 0.40          | 2.5           |

Führt man diese Verhältnisse in die Ausdrücke (1) ein, so findet man:

$$\text{Für Flussdampfer } \frac{e + e_1}{e} = 3.21$$

$$\text{Für Meerdampfer } \frac{e + e_1}{e} = 3.19$$

Der Unterschied dieser beiden Werthe ist nicht zu beachten;

wir dürfen daher sagen, dass bei allen guten aber älteren Fluss- oder Meerdampfern

$$\frac{e + e_1}{e} = 3.2$$

ist, d. h. bei allen guten, aber älteren Dampfern ist die Höhe des Metacentrums über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit 3.2 mal so gross, als die Höhe des Schwerpunktes des Baues über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit.

In neuester Zeit werden die Schiffe verhältnissmässig lang, schmal und hoch gebaut. Das Verhältniss  $\frac{e + e_1}{e}$  fällt daher für diese Schiffe kleiner aus. So ist z. B. für das Riesenschiff Great Eastern:  $\frac{B}{T} = 3.05$ ,  $\frac{T}{B} = 0.327$ ,  $\frac{H}{B} = 0.710$ . Für diese Verhältnisse findet man vermittelst der zweiten der Formeln (1)

$$\frac{e + e_1}{e} = \frac{0.1020 \times 3.05}{0.5 \times 0.710 - 0.6 \times 0.327} = 2.$$

Die Stabilität dieses Schiffes ist also kleiner als jene der guten älteren Schiffe.

### Dynamische Stabilität der Schiffe.

Wenn ein Schiff ganz langsam aus seiner aufrechten Stellung in eine geneigte Lage gebracht wird, ist in jedem Augenblick der Bewegung nur allein das statische Moment des Auftriebes zu überwinden. Der Betrag dieses Moments ist, wenn der Ablenkungswinkel gleich  $\varphi$  ist,  $= \gamma (u - \mathfrak{B}e) \varphi$ . Die Wirkungsgrösse, welche erforderlich ist, um das Schiff um einen Winkel  $\alpha$  aus seiner aufrechten Lage abzulenken, ist demnach, wenn die Bewegung ganz langsam erfolgt:

$$\int_0^{\alpha} \gamma (u - \mathfrak{B}e) \varphi \, d\varphi = \frac{1}{2} \gamma (u - \mathfrak{B}e) \alpha^2 \dots \dots (1)$$

Eben so gross würde auch die zu einer rascher vor sich gehenden Ablenkung eines Schiffes erforderliche Wirkungsgrösse sein, wenn das Schiff die Form eines halben Cylinders hätte, dessen Axe durch den Schwerpunkt des Schiffes ginge, weil die Drehung

eines solchen Schiffes um die durch seinen Schwerpunkt gehende Längenaxe keine Bewegung in dem das Schiff umgebenden Wasser veranlassen würde. Allein die Schiffe und insbesondere die Dampfschiffe, haben Formen, die von jenen eines halben Cylinders sehr bedeutend abweichen; insbesondere gilt dies von den Endtheilen, weniger von dem mittleren Theile, und eine rasche Drehung eines Dampfschiffes um seine durch den Schwerpunkt gehende Längenaxe setzt daher das das Schiff umgebende Wasser in Bewegung, wozu eine gewisse Wirkungsgrösse  $w$  erforderlich ist. Die totale Wirkung, welche erforderlich ist, um ein Schiff um einen Winkel  $\alpha$  abzulenken und ihm gleichzeitig eine gewisse Winkelgeschwindigkeit zu ertheilen, ist demnach:

$$\frac{1}{2} \gamma (u - \mathfrak{B}e) \alpha^2 + W$$

und nach dem Betrag dieser Wirkungsgrösse ist die dynamische Stabilität eines Schiffes zu beurtheilen. Der Unterschied  $w$  zwischen der dynamischen und der statischen Stabilität ist um so grösser, je mehr die Form des eingetauchten Theiles des Schiffes von der eines halben Cylinders abweicht, dessen Axe mit der Längenaxe des Schiffes übereinstimmt. Die dynamische Stabilität wird demnach insbesondere durch die Form der Spanten bestimmt, während die statische Stabilität von dieser Spantenform unabhängig ist und von der Gestalt des Schwimmflächenschnittes abhängt. Eine genauere Berechnung des Werthes von  $w$  ist mit unüberwindlichen Schwierigkeiten verbunden. Aber auch ohne alle Rechnungen ist leicht zu erkennen, dass die keilförmigen Endtheile der Dampfschiffe die dynamische Stabilität beträchtlich erhöhen, weil sie bei einer Drehung des Schiffes um seine Längenaxe grosse Wassermengen zur Seite drängen und beschleunigen.

Für Flussschiffe, die nur ruhigen Pressungen ausgesetzt sind, ist eine hinreichende statische Stabilität ganz genügend, ist also hinsichtlich der Stabilität die Gestalt der Spanten ziemlich gleichgültig. Für Meerdampfer hingegen, welche der riesigen lebendigen Kraft der Wellenschläge ausgesetzt sind, ist dagegen eine grosse dynamische Stabilität von grösster Wichtigkeit, daher ist für Meerdampfer die Form der Spanten sehr wesentlich. Bei mehreren in neuerer Zeit erbauten Schiffen, so z. B. bei dem Great-Britain hat man sogar, um die dynamische Stabilität zu erhöhen, an die äussere Schiffsfäche zwei dicke 0.3 Meter über dieselbe hervorragende Blechrippen angebracht, die beim Wanken des Schiffes wie zwei grosse Schaufelflächen wirken.

Da eine genaue Berechnung von  $w$  nicht möglich ist, so wollen wir doch eine annähernde versuchen.

Schneiden wir das Schiff durch zwei Querebenen  $\Omega, \Omega_1$ , die vom hintern Ende des Kieles um  $x$  und  $x + dx$  entfernt sind, deren Abstand also gleich  $dx$  ist. Es sei  $A B$  Taf. XV, Fig. 1 der Schnitt der erstern dieser Ebenen mit dem Schiff.  $A C$  die Wasserebene;  $s$  der Punkt, in welchem die durch den Schwerpunkt des Baues gehende Längsaxe die Ebene  $\Omega$  durchschneidet. Ziehen wir von  $s$  aus zwei einander unendlich nahe Radien  $s D$  und  $s E$  und beschreiben aus  $s$  als Mittelpunkt mit dem Halbmesser  $s D$  den Kreisbogen  $D F$ : so ist  $E F = dr$  die Aenderung des Radius  $s D = r$  und es entsteht bei  $E F$  ein Flächenelement  $\pm dr dx$  (wobei das Zeichen  $+$  zu nehmen ist, wenn  $r$  wächst und  $-$  wenn  $r$  abnimmt) und dieses wirkt wie eine Stossfläche gegen das Wasser, wenn das Schiff rasch um die durch  $s$  gehende Axe gedreht wird. Sehen wir den Vorgang so an, wie wenn die Fläche  $dr dx$  in jedem Augenblick mit einer Geschwindigkeit  $\omega r$  ( $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit der Drehung) gegen ruhendes Wasser stosse, so ist der Druck der Fläche  $dr dx$  und dem Quadrat der Geschwindigkeit  $\omega^2 r^2$  proportional zu setzen, und dieser Druck muss, wenn das Schiff um einen Winkel  $\varphi$  abgelenkt wird, durch einen Weg überwunden werden  $= r \varphi$ ; die diesem Vorgang entsprechende Arbeit kann daher ausgedrückt werden durch:  
 $\pm k dx dr \times \omega^2 r^2 \times r \varphi = \pm k \omega^2 \varphi \cdot r^3 dr dx$ , wobei  $k$  eine Constante bedeutet. Die totale Wirkungsgrösse  $w$  ist demnach:

$$W = \pm k \omega^2 \varphi \iint r^3 dr dx.$$

Nennen wir (Fig. 2)  $s B = h$  die Höhe des Schwerpunktes des Schiffes über der Kiellinie,  $s A = y$  den der Schwimmlinie entsprechenden Radiusvektor,  $s G = n$  den kleinsten Radiusvektor, so ist:

$$\pm \int r^3 dr = \frac{1}{4} [y^4 - n^4] + \frac{1}{4} [t^4 - n^4] \text{ oder:}$$

$$\pm \int r^3 dr = \frac{1}{4} [y^4 + t^4] - \frac{1}{2} n^4$$

Man erhält demnach:

$$W = k \omega^2 \varphi \int \left\{ \frac{1}{4} (y^4 + t^4) - \frac{1}{2} n^4 \right\} dx$$

oder:

$$W = k \omega^2 \varphi \left\{ \frac{1}{4} \int_0^L y^4 dx + \frac{1}{4} t^4 L - \frac{1}{2} \int_0^L n^4 dx \right\} \dots (2)$$

Da der Schwerpunkt  $s$  nur wenig über der Wasseroberfläche liegt, so kann man für  $y$  die Ordinaten der Wasserlinie setzen und dann ist  $\int y^4 dx$  eine Grösse, die von der Form und Ausdehnung der Schwimmfläche abhängt. Nennt man  $y_i$  die relativen Werthe der Ordinaten  $y$ , so dass  $y = y_i \frac{B}{2000}$  ist und setzt annähernd  $dx = \frac{L}{20}$  so wird:  $\int y^4 dx = \frac{B^4 L}{(2000)^4 20} \sum y_i^4$ . Schreibt man ferner  $n = \left(\frac{n}{t}\right) t$ ,  $dx = \frac{L}{20}$ , so wird  $\int n^4 dx = t^4 \frac{L}{20} \sum \left(\frac{n}{t}\right)^4$ , und ist diese Summe eine von der absoluten Grösse des Schiffes unabhängige Grösse. Setzt man endlich:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{4} \frac{\sum y_i^4}{20 (2000)^4} &= a \\ \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \frac{\sum \left(\frac{n}{t}\right)^4}{20} &= b \end{aligned} \right\}$$

so wird der Ausdruck für  $w$ :

$$W = k \omega^3 \varphi [a B^4 L + b t^4 L] = k \omega^3 \varphi L [a B^4 + b t^4] \quad (3)$$

$a$  fällt gross aus, wenn die Zuspitzungen des Schiffes kurz sind,  $b$  wird gross, wenn die Werthe von  $\left(\frac{n}{t}\right)$  klein sind. Für die Mehrzahl der Schiffe wird  $b$  nahezu gleich Null, so dass die Wirkungsgrösse  $w$  beinahe nur von  $a B$  und  $L$ , d. h. nur von der Grösse und Form der Schwimmfläche abhängt. Hieraus ergibt sich also, dass auch die dynamische Stabilität von den Spantenformen nur sehr wenig abhängt und grösstentheils durch die Grösse und Form der Schwimmfläche bedingt wird. Eine grosse Schiffsbreite ist hinsichtlich der dynamischen Stabilität noch wichtiger, als hinsichtlich der statischen Stabilität, denn die erstere wächst mit der vierten, die letztere nur mit der dritten Potenz der Schiffsbreite  $B$ . Die im Verhältniss zur Breite sehr langen Schiffe sind demnach für die Stabilität sehr ungünstig.

### Dynamische Theorie der Wellenbewegung.

Die Bewegungen, welche in einer, in einem Gefäss enthaltenen Wassermasse eintreten können, sind je nach Umständen und insbesondere je nach den Anregungsweisen sehr mannigfaltig. Wir beschränken uns hier auf die Behandlung eines speziellen

Falles. Wir nehmen an, in einem geradlinigen Kanal mit ebenen vertikalen und parallelen Seitenwänden und mit einem horizontalen Boden befinde sich Wasser; es sei auf irgend eine Weise in Bewegung gesetzt und dann sich selbst und der Einwirkung der Schwere überlassen worden. Die Anregung zur Bewegung sei jedoch so geschehen, dass alle Atome, welche sich in einem bestimmten Zeitmoment in einer auf der Ebene der Seitenwände des Kanals senkrechten Linie befinden, identische Bahnen beschreiben, deren Ebenen zu den Wänden parallel sind. In diesem Falle wird die Bewegung der ganzen Wassermasse bestimmt, wenn man die Bewegungen ermittelt, welche in einer zu den Wänden des Kanals parallelen Ebene vorkommen.

Wir legen der Rechnung ein Coordinatensystem zu Grunde, dessen Anfangspunkt in einem Punkt der Oberfläche des Wassers liegt, wenn dasselbe ruht; legen die Axe der  $x$  horizontal und parallel zu den Wänden des Kanals, die Axe der  $y$  vertikal und parallel zu den Wänden des Kanals. Siehe Fig. 3.

Es seien zur Zeit  $t$ :  $O_p = x$ ,  $m p = y$  die Coordinaten eines Punktes der Flüssigkeit. Vorausgesetzt, dass sich die Wassertheilchen in ihrer Bewegung nur wenig von ihren Ruhepositionen entfernen, und dass die Bewegung in so schwachem Maasse stattfindet, dass man die Quadrate der Geschwindigkeiten der Wassertheilchen vernachlässigen darf, hat man zur Bestimmung ihrer Bewegung nach *Poisson Mecanique Tome II., pag. 493* folgende Gleichungen:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} = 0 \quad \dots \quad (1)$$

$$g \frac{d\varphi}{dy} - \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0 \quad \dots \quad (2)$$

$$p - \gamma y + \frac{\gamma}{g} \frac{d\varphi}{dt} = 0 \quad \dots \quad (3)$$

In diesen Gleichungen, welche für jeden Punkt im Innern der Flüssigkeit gelten, bedeutet  $t$  die Zeit,  $g = 9.808$  die Beschleunigung durch die Schwere,  $\gamma$  das Gewicht von einem Kubikmeter Wasser,  $p$  den auf einen Quadratmeter bezogenen Druck, welcher zur Zeit  $t$  in dem Punkt herrscht, dessen Coordinaten  $x$  und  $y$  sind,  $\varphi$  eine gewisse Hilfsfunktion von  $x y t$ , die die Eigenschaft hat, dass ihre partiellen Differenzialquotienten  $\frac{d\varphi}{dx}$ ,  $\frac{d\varphi}{dy}$  nach  $x$  und  $y$ , die zur Zeit  $t$  im Punkte  $x y$  herrschenden Horizontal- und Vertikalgeschwindigkeiten ausdrücken, so dass man hat:

$$u = \frac{d\varphi}{dx} \quad v = \frac{d\varphi}{dy} \quad \dots \quad (4)$$

Nebst diesen Gleichungen sind noch andere zu berücksichtigen, die sich auf die freie Oberfläche des Wassers und auf den Boden des Kanals beziehen. Nennt man  $h$  die Tiefe des Bodens unter der Oberfläche des Wassers, wenn dasselbe ruhig ist, so ist für

$$y = h \quad u = \frac{d\varphi}{dx} = 0 \quad \dots \quad (5)$$

Für die freie Oberfläche ist  $p = 0$ . Nennt man  $Y$  die Ordinate eines Punktes der Oberfläche, so hat man zur Bestimmung derselben:

$$Y = \frac{1}{g} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)_0 \quad \dots \quad (6)$$

wobei der Index  $0$  andeuten soll, dass in dem berechneten allgemeinen Differenzialquotienten  $y = 0$  gesetzt werden soll. Die analytische Aufgabe, um deren Lösung es sich nun handelt, besteht nun darin, für  $\varphi$  eine solche Funktion von  $x$   $y$   $t$  zu finden, dass dieselbe den Gleichungen (1) und (2), sowie auch den speziellen Bedingungen (5) und (6) entspricht und dass überdiess vermittelst dieser Funktion der zur Zeit  $t = 0$  vorhandene Bewegungszustand ausgedrückt werden kann.

Wenden wir uns nun zur Integration der Gleichung (1) und versuchen wir derselben durch die Annahme  $\varphi = X Y$  zu genügen, wobei  $X$  kein  $y$  und  $Y$  kein  $x$  enthalten soll. Aus diesem Werth von  $\varphi$  folgt durch Differenziation

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = Y \frac{d^2X}{dx^2}, \quad \frac{d^2\varphi}{dy^2} = X \frac{d^2Y}{dy^2}$$

Führt man diese Werthe in (1) ein, so erhält man:

$$Y \frac{d^2X}{dx^2} + X \frac{d^2Y}{dy^2} = 0 \quad \text{oder:} \quad -\frac{1}{X} \frac{d^2X}{dx^2} = \frac{1}{Y} \frac{d^2Y}{dy^2}$$

Dieser Gleichung wird entsprochen, wenn jedes Glied derselben einer Constanten  $k^2$  gleich gesetzt wird. Setzen wir also:

$$-\frac{1}{X} \frac{d^2X}{dx^2} = k^2, \quad +\frac{1}{Y} \frac{d^2Y}{dy^2} = k^2$$

so folgt aus diesen Ausdrücken

$$Y = A e^{ky} + B e^{-ky}$$

$$X = C \sin kx + D \cos kx.$$

Wir erhalten demnach

$$\varphi = X Y = \left[ A e^{ky} + B e^{-ky} \right] \left( C \sin kx + D \cos kx \right) \dots (7)$$

wobei A, B, C, D zwar t aber kein x und y enthalten. Die Gleichung (7) ist ein partikulares Integral von (1). Differenziert man den Ausdruck (7) nach y, so findet man

$$\frac{d\varphi}{dy} = k \left[ A e^{ky} - B e^{-ky} \right] \left( C \sin kx + D \cos kx \right)$$

Am Boden des Kanals ist die Vertikalgeschwindigkeit der Wassertheilchen gleich Null. Der Ausdruck für  $\frac{d\varphi}{dy}$  muss also für  $y = h$  für jeden Werth von x verschwinden, was nur möglich ist, wenn  $A e^{kh} - B e^{-kh} = 0$  wird. Dies ist der Fall, wenn wir nehmen  $A = E e^{-kh}$ ,  $B = E e^{+kh}$ . Vermittelst dieser Werthe von A und B, in welchen E eine Constante bezeichnet, wird die Gleichung (7)

$$\varphi = E \left[ e^{k(h-y)} + e^{-k(h-y)} \right] \left( C \sin kx + D \cos kx \right) \dots (8)$$

Um vermittelst dieses Ausdruckes der nur für  $y = 0$  giltigen Gleichung (2) zu genügen, betrachten wir E als eine Funktion von t. Dann wird

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \left[ e^{k(h-y)} + e^{-k(h-y)} \right] \left( C \sin kx + D \cos kx \right) \frac{d^2E}{dt^2}$$

Ist aber auch

$$\frac{d\varphi}{dy} = -E k \left[ e^{k(h-y)} - e^{-k(h-y)} \right] \left( C \sin kx + D \cos kx \right)$$

Setzt man in diesen Ausdrücken  $y = 0$  und substituirt sie sodann in (2), so folgt:

$$\begin{aligned} & -g E k \left[ e^{kh} - e^{-kh} \right] \left( C \sin kx + D \cos kx \right) \\ & - \left[ e^{kh} + e^{-kh} \right] \left[ C \sin kx + D \cos kx \right] \frac{d^2E}{dt^2} = 0 \dots (9) \end{aligned}$$

Setzt man zur Abkürzung

$$c^2 = \frac{gk \left[ e^{kh} - e^{-kh} \right]}{e^{kh} + e^{-kh}} \dots \dots \dots (10)$$

so wird der Gleichung (9) für jeden Werth von  $x$  entsprochen, wenn man nimmt:

$$\frac{d^2 E}{dt^2} + c^2 E = 0$$

Hieraus folgt durch Integration:

$$E = \mathfrak{M} \sin ct + \mathfrak{N} \cos ct \dots \dots \dots (11)$$

Setzt man diesen Werth von  $E$  in (8), so erhält man:

$$\varphi = \left[ e^{k(h-y)} + e^{-k(h-y)} \right] [C \sin kx + D \cos kx] [\mathfrak{M} \sin ct + \mathfrak{N} \cos ct] \quad (12)$$

Dieser Ausdruck ist hinsichtlich  $x$  und  $t$  eine periodische Funktion. Wenn  $t$  um  $\frac{2\pi}{c}$  wächst, tritt wiederum derselbe Werth von  $\varphi$  ein. Setzen wir:

$$\frac{2\pi}{c} = \mathfrak{T} \dots \dots \dots (13)$$

so ist  $\mathfrak{T}$  die Schwingungszeit jedes einzelnen Wassertheilchens. Wenn  $x$  um  $\frac{2\pi}{k}$  wächst, erhält ebenfalls  $\varphi$  wiederum den gleichen Werth. Alle um  $\frac{2\pi}{k}$  in horizontalem Sinn von einander entfernten Atome machen demnach identische Bewegungen. Setzen wir

$$\frac{2\pi}{k} = \lambda \dots \dots \dots (14)$$

so bedeutet  $\lambda$  die sogenannte Wellenlänge. Setzen wir in (12) für  $c$  und  $k$  die Werthe, welche aus (13) und (14) folgen, so erhalten wir:

$$\varphi = \left[ e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} \right] \times \\ \left[ C \sin \frac{2\pi}{\lambda} x + D \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right] \left[ \mathfrak{M} \sin \frac{2\pi}{\mathfrak{T}} t + \mathfrak{N} \cos \frac{2\pi}{\mathfrak{T}} t \right] \quad (15)$$

Führt man diese Werthe von  $c$  und  $k$  auch in (10) ein, so erhält man:

$$\left( \frac{\lambda}{\mathfrak{T}} \right)^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \dots \dots \dots (16)$$

Nun ist  $\tau$  die Zeit, welche verfließt, bis an zwei um  $\lambda$  von einander entfernten Stellen der gleiche Bewegungszustand wiederkehrt.  $\frac{\lambda}{\tau}$  ist mithin die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der periodischen Bewegung. Setzen wir diese gleich  $v$ , mithin

$$v = \frac{\lambda}{\tau} \dots \dots \dots (17)$$

so erhalten wir statt (16)

$$v^2 = \frac{\frac{2\pi}{\lambda} h - e}{\frac{2\pi}{\lambda} h + e} \dots \dots \dots (18)$$

Durch die Gleichungen (15) und (18) wird allen Bedingungen der vorgelegten Aufgabe entsprochen, sie stellen also eine von den möglichen Bewegungen des Wassers dar. Um aber eine Lösung des Problems zu erhalten, welche jede mögliche Bewegungsweise des Wassers auszudrücken im Stande wäre, ist das partikuläre Integrale (15) nicht genügend, sondern muss das allgemeinste Integrale genommen werden, welches man erhält, wenn man die Summe aller denkbaren partikulären Integrale nimmt, muss also dem Ausdruck (15) das Summenzeichen  $\Sigma$  vorgesetzt werden. Allein wir wollen uns für unsere Zwecke mit dem partikulären Integrale begnügen, was in dem Fall hinreichend ist, wenn der Bewegungszustand zur Zeit  $t$  eine gewisse Beschaffenheit hat, die wir später werden kennen lernen. Ja wir wollen sogar dieses partikuläre Integrale (15) noch mehr spezialisiren. Die Bewegung, welche (15) darstellt, besteht nämlich aus 4 Elementarschwingungen, denn man kann dem Produkt

$$\left( C \sin \frac{2\pi}{\lambda} x + D \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \left( \mathfrak{M} \sin \frac{2\pi}{\tau} t + \mathfrak{N} \cos \frac{2\pi}{\tau} t \right)$$

die Form geben:

$$\begin{aligned} & \mathfrak{P} \sin 2\pi \left[ \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\tau} \right] + \mathfrak{Q} \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\tau} \right) + \\ & \mathfrak{R} \sin 2\pi \left[ \frac{x}{\lambda} + \frac{t}{\tau} \right] + \mathfrak{S} \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} + \frac{t}{\tau} \right) \end{aligned}$$

Das Produkt jedes einzelnen dieser vier Glieder mit dem von

y abhängigen Faktor  $\left[ e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} \right]$  stellt eine mögliche Elementarschwingung vor. Beschränken wir uns auf die Betrachtung von einer dieser Bewegungen und zwar derjenigen, welche dem Gliede  $\sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{Z}} \right)$  entspricht, so erhalten wir:

$$\varphi = \Re \left[ e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} \right] \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{Z}} \right) \quad (19)$$

Durch partielle Differenziation dieses Ausdruckes folgt:

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{2\pi}{\mathfrak{Z}} \Re \left[ e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} \right] \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{Z}} \right) \quad (20)$$

$$u = \frac{d\varphi}{dx} = +\frac{2\pi}{\lambda} \Re \left[ e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} \right] \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{Z}} \right) \quad (21)$$

$$v = \frac{d\varphi}{dy} = -\frac{2\pi}{\lambda} \Re \left[ e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} \right] \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{Z}} \right) \quad (22)$$

Vermittelst des Ausdruckes (20) wird vermöge (3)

$$p = \gamma y + \frac{\gamma}{g} \frac{2\pi}{\mathfrak{Z}} \Re \left[ e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} \right] \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{Z}} \right) \quad (23)$$

Setzen wir hier  $p = 0$  und  $y = Y$ , erlauben uns aber in den Exponentialausdrücken  $Y$  gegen  $h$  zu vernachlässigen, so erhalten wir für die Gleichung der freien Oberfläche folgenden Ausdruck:

$$Y = -\frac{1}{g} \frac{2\pi}{\mathfrak{Z}} \Re \left[ e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h} \right] \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{Z}} \right) \quad (24)$$

Heissen wir  $\frac{\mathfrak{S}}{2}$  den grössten Werth von  $Y$ , so ist  $\mathfrak{S}$  die Wellenhöhe an der Oberfläche.  $Y$  wird aber am grössten, wenn  $\cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{Z}} \right) = 1$  ist.

Demnach erhalten wir:

$$\frac{\mathfrak{S}}{2} = -\frac{1}{g} \frac{2\pi}{\mathfrak{Z}} \Re \left[ e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h} \right] \quad \dots \quad (25)$$

oder

$$\Re = -g \frac{\mathfrak{S}}{2} \frac{\mathfrak{Z}}{2\pi} \frac{1}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \quad \dots \quad (26)$$

Führt man diesen Werth von  $\xi$  in die Ausdrücke (21), (22), (23), (24) ein, so erhält man:

$$u = -g \frac{\mathfrak{S}}{2} \frac{\mathfrak{S}}{\lambda} e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} \frac{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}} \right). \quad (27)$$

$$v = +g \frac{\mathfrak{S}}{2} \frac{\mathfrak{S}}{\lambda} e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} \frac{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}} \right). \quad (28)$$

$$p = \gamma y - \gamma \frac{\mathfrak{S}}{2} e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} \frac{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}} \right) \quad (29)$$

$$Y = \frac{\mathfrak{S}}{2} \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}} \right) \dots \dots \dots (30)$$

Damit die Elementarbewegung (19) zur Zeit  $t$  möglich ist, muss die Gleichung (30) für  $t = 0$  mit der zur Zeit  $t = 0$  vorhandenen Wellenform übereinstimmen, d. h.  $Y = \frac{\mathfrak{S}}{2} \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$  muss die Oberfläche des Wassers zur Zeit  $t = 0$  sein.

Wir können den obigen Gleichungen noch eine andere Form geben, die unseren Zwecken besser entspricht. Man wird keinen merklichen Fehler begehen, vielleicht sogar der Wahrheit näher kommen, wenn man in den Ausdrücken (27) bis (30) statt  $x$  und  $y$  die Coordinaten  $\xi$  und  $\nu$  setzt, welche der Gleichgewichtsposition des Wassers entsprechen, denn die Differenzialgleichungen sind nur unter der Voraussetzung von ganz kleinen Bewegungen der Wassertheilchen aufgefunden worden, auch wurden die höheren Potenzen der Geschwindigkeiten vernachlässigt und überdies ist in allen Fällen, in welchen wir Anwendungen machen werden,  $x$  und  $y$  gegen  $\lambda$  klein.

Setzen wir also in den Ausdrücken (27) bis 30 statt  $x$ :  $\xi$  und statt  $y$ :  $\nu$ , so enthalten wir:

$$u = -g \frac{\mathfrak{S}}{2} \frac{\mathfrak{T}}{\lambda} e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)} \frac{-e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}}{\frac{2\pi}{\lambda}h - \frac{2\pi}{\lambda}h} \cos 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}} \right) \quad (31)$$

$$v = +g \frac{\mathfrak{S}}{2} \frac{\mathfrak{T}}{\lambda} e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)} \frac{-e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}}{\frac{2\pi}{\lambda}h - \frac{2\pi}{\lambda}h} \sin 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}} \right) \quad (32)$$

$$p = \gamma v - \gamma \frac{\mathfrak{S}}{2} e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)} \frac{-e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}}{\frac{2\pi}{\lambda}h - \frac{2\pi}{\lambda}h} \cos 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}} \right) \quad (33)$$

$$Y = \frac{\mathfrak{S}}{2} \cos 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}} \right) \dots \dots \dots (34)$$

Nebst diesen Ausdrücken haben wir noch wegen (18)

$$v^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} \frac{-e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}{\frac{2\pi}{\lambda}h - \frac{2\pi}{\lambda}h} \dots \dots \dots (35)$$

Multiplizieren wir die Gleichungen (31) und (32) mit  $dt$  und integrieren dieselben hierauf, so ergeben sich die Coordinaten  $x = \int u dt$ ,  $y = \int v dt$  des Theilchens, dessen Ruhepunkts-Coordinaten  $\xi$  und  $v$  sind. Man findet:

$$x = g \frac{\mathfrak{S}}{2} \frac{\mathfrak{T}^2}{2\pi\lambda} e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)} \frac{-e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}}{\frac{2\pi}{\lambda}h - \frac{2\pi}{\lambda}h} \sin 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}} \right) + \xi \quad (36)$$

$$y = g \frac{\mathfrak{S}}{2} \frac{\mathfrak{T}^2}{2\pi\lambda} e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)} \frac{-e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}}{\frac{2\pi}{\lambda}h - \frac{2\pi}{\lambda}h} \cos 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}} \right) + v \quad (37)$$

Diese Gleichungen entsprechen einer Ellipse und die Coordinaten des Mittelpunktes sind  $\xi$  und  $v$ . Die Halbaxen  $\alpha$  und  $\beta$  sind:

$$\alpha = g \frac{\frac{5}{2}}{2\pi\lambda} \frac{\xi^2}{2\pi\lambda} e \frac{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}{e} + e \frac{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}{-e} \quad (\text{horizontal}).$$

$$\beta = g \frac{\frac{5}{2}}{2\pi\lambda} \frac{\eta^2}{2\pi\lambda} e \frac{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}{e} - e \frac{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}{-e} \quad (\text{vertikal}).$$

Allein es ist wegen (35) und wegen  $v = \frac{\lambda}{\xi}$

$$\frac{\xi^2 g}{2\pi\lambda} \frac{1}{\frac{2\pi}{\lambda}h - \frac{2\pi}{\lambda}h} = \frac{1}{\frac{2\pi}{\lambda}h - \frac{2\pi}{\lambda}h}$$

Daher werden die Werthe von  $\alpha$  und  $\beta$

$$\alpha = \frac{\frac{5}{2}}{2\pi\lambda} e \frac{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}{e} + e \frac{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}{-e} \dots \dots \dots (38)$$

$$\beta = \frac{\frac{5}{2}}{2\pi\lambda} e \frac{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}{e} - e \frac{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}{-e} \dots \dots \dots (39)$$

und die Gleichungen der Bahn des Theilchens sind:

$$x = \alpha \sin 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\xi} \right) + \xi \dots \dots \dots (40)$$

$$y = \beta \cos 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\xi} \right) + v \dots \dots \dots (41)$$

Auch wird vermöge (33)

$$p = \gamma v - 2\pi \frac{\gamma\alpha}{\lambda g} v^2 \cos 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\xi} \right) \dots \dots \dots (42)$$

Endlich ist noch:

$$v^2 = \left(\frac{\lambda}{\xi}\right)^2 = \frac{g \lambda}{2 \pi} \frac{e^{\frac{2 \pi}{\lambda} h} - e^{-\frac{2 \pi}{\lambda} h}}{e^{\frac{2 \pi}{\lambda} h} + e^{-\frac{2 \pi}{\lambda} h}} \dots \dots \dots (43)$$

Für jedes Wassertheilchen am Boden des Kanals ist  $v = h$ ,  
wird demnach wegen (38) und (39)

$$\alpha = \frac{1}{2} \left\{ \frac{e^{\frac{2 \pi}{\lambda} h} - e^{-\frac{2 \pi}{\lambda} h}}{e^{\frac{2 \pi}{\lambda} h} + e^{-\frac{2 \pi}{\lambda} h}} \right\} \dots \dots \dots (44)$$

$$\beta = 0$$

Am Boden des Kanales schwingen demnach die Theilchen nur  
horizontal, wie es mit der Natur der Sache übereinstimmt.

Ist die Tiefe des Kanales sehr gross oder unendlich gross, so  
kann man in den Exponentialausdrücken die Glieder mit negativen  
Exponenten weglassen; dann wird:

$$\alpha = \frac{1}{2} e^{-\frac{2 \pi}{\lambda} v}$$

$$\beta = \frac{1}{2} e^{-\frac{2 \pi}{\lambda} v}$$

$$x = \frac{1}{2} e^{-\frac{2 \pi}{\lambda} v} \sin 2 \pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\xi} \right) + \xi \dots \dots (45)$$

$$y = \frac{1}{2} e^{-\frac{2 \pi}{\lambda} v} \cos 2 \pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\xi} \right) + v$$

$$v^2 = \frac{g \lambda}{2 \pi}, \quad v = \sqrt{\frac{g \lambda}{2 \pi}}$$

$$p = \gamma v - \gamma \frac{1}{2} e^{-\frac{2 \pi}{\lambda} v} \cos 2 \pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\xi} \right)$$

Da die Werthe von  $\alpha$  und  $\beta$  gleich gross werden, so werden in diesem Fall die Bahnen der Wassertheilchen Kreise, deren Halb-

messer  $\alpha = \beta = \frac{\Phi}{2} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} v}$  sind. Diese Halbmesser nehmen nach der Tiefe zu rasch ab; in einiger Tiefe unter der Oberfläche des Wassers herrscht also beinahe Ruhe, während an der Oberfläche eine beinahe stürmende Bewegung vorhanden ist.

Ist die Wassertiefe  $h$  im Kanal sehr klein, insbesondere zur Wellenlänge  $\lambda$ , so sind  $\frac{2\pi}{\lambda} h$ ,  $\frac{2\pi}{\lambda} (h-v)$  sehr kleine Grössen, kann man sich also erlauben zu setzen:

$$\begin{aligned} e^{\frac{2\pi}{\lambda} h} &= 1 + \frac{2\pi}{\lambda} h, & e^{-\frac{2\pi}{\lambda} h} &= 1 - \frac{2\pi}{\lambda} h \\ e^{\frac{2\pi}{\lambda} (h-v)} &= 1 + \frac{2\pi}{\lambda} (h-v), & e^{-\frac{2\pi}{\lambda} (h-v)} &= 1 - \frac{2\pi}{\lambda} (h-v) \end{aligned}$$

und dann findet man:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\Phi}{2} \frac{\lambda}{2\pi h} \\ \beta &= \frac{\Phi}{2} \left( 1 - \frac{v}{h} \right) \\ x &= \frac{\Phi}{2} \frac{\lambda}{2\pi h} \sin 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}} \right) \\ y &= \frac{\Phi}{2} \left( 1 - \frac{v}{h} \right) \cos 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}} \right) \\ v &= \sqrt{gh} \end{aligned} \right\} \dots (46)$$

Da  $\alpha$  von  $v$  nicht abhängt, so sind die Horizontalbewegungen der Wassertheilchen in jeder Tiefe des seichten Kanals gleich gross, die Vertikalbewegungen nehmen dagegen nach der Tiefe zu rasch ab, und verschwinden am Boden (für  $v = h$ ) gänzlich. Die Bahnen sind jedoch elliptische. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist in diesem Falle der Quadratwurzel aus der Wassertiefe proportional, was mit den von *Scott Russel* gemachten Erfahrungen nicht stimmt. Derselbe hat für seichte Kanäle gefunden:

$$v = \sqrt{g(h + \dots)}$$

### Elementare Beschreibung der Wellenbewegung.

**Mannigfaltigkeit der Wellenbewegungen.** Die Wellenbewegungen, welche in einer Flüssigkeit eintreten können, sind äusserst mannigfaltig. Sie richten sich nach der Form des die Flüssigkeit begrenzenden Gefässes, nach den an den Wänden stattfindenden Reibungen, insbesondere aber nach den die Wellenbewegungen anregenden äusseren Kräften. Eine allgemeine analytische Lösung des Problems ist bis jetzt noch nicht gelungen; wir beschränken uns hier darauf, einige von den unendlich vielen möglichen Wellenbewegungen, die im Wasser eintreten können, zu beschreiben.

**Wellen in einem Kanal von unbestimmter Länge und unbestimmter Tiefe.** Wenn auf das Wasser ausser der Schwere keine äusseren Kräfte einwirken, wenn also namentlich gegen die Oberfläche keine Schläge, Pressungen, Windstösse ausgeübt werden, sondern es ganz sich selbst und der Einwirkung der Schwere überlassen ist: so kann durch gewisse uns nicht bekannte Anregungsweisen ein Bewegungszustand eintreten, der folgende Eigenschaften zeigt.

1. Alle Wassertheilchen beschreiben kreisförmige Bahnen mit übereinstimmender Umlaufsrichtung.

2. Die Wassertheilchen der Oberfläche bewegen sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit in Kreisen von gleichem Halbmesser, deren Mittelpunkte in der horizontalen Ebene liegen, welche die Oberfläche des Wassers bildet, wenn es in Ruhe ist. Die Ebenen der Kreise sind vertikal und parallel zur Längsrichtung des Kanals.

3. Ist  $e$  die Entfernung der Mittelpunkte  $e, e_1$  der Kreise, welche zwei Atome  $m, m_1$  der Oberfläche beschreiben und sind  $\varphi$  und  $\varphi_1$  die Winkel, welche in einem und demselben Augenblick die von den Atomen  $m$  und  $m_1$  nach den Mittelpunkten  $e, e_1$  gehenden Radien mit der vertikalen Richtung bilden, so ist  $(\varphi_1 - \varphi)$  (der Phasenunterschied) der Entfernung  $e$  proportional, d. h. man hat

$$\varphi_1 - \varphi = k e \quad \dots \dots \dots (1)$$

Derjenige Werth von  $e$ , für welchen der Phasenunterschied  $360^\circ$  oder  $2\pi$  beträgt, wird die Wellenlänge genannt. Bezeichnen wir dieselbe mit  $\lambda$ , so ist:

$$2\pi = k\lambda, \text{ demnach } k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ und } \varphi_1 - \varphi = 2\pi \frac{e}{\lambda} \dots (2)$$

4. Alle Wassertheilchen, welche im Ruhezustand des Wassers in gleicher Tiefe waren, machen ähnliche Bewegungen, wie die Oberflächenatome, nur sind die Halbmesser der Bahnen nach der Tiefe zu kleiner als an der Oberfläche. Die Umlaufsrichtungen und Umlaufszeiten sind in der Tiefe wie an der Oberfläche, und die Phasen aller Atome einer und derselben Vertikallinie stimmen überein.

Diese so eben beschriebene Bewegung wird durch Fig. 4, Taf. XV. anschaulich gemacht.

AB ist die horizontale Ebene des Wassers, wenn es in Ruhe ist.  $a, b, c, \dots, i$  sind 9 gleich weit von einander liegende Mittelpunkte der kreisförmigen Bahnen von 9 Atomen der Wasseroberfläche.  $a_1, b_1, c_1, \dots, i_1$  gleichzeitige Positionen der Atome in ihren Bahnen. Die Atome  $a_1$  und  $i_1$  befinden sich in den untersten Punkten ihrer Bahnen. Der Phasenunterschied von  $a_1$  und  $i_1$  beträgt  $360^\circ$ . Der Phasenunterschied in zwei unmittelbar auf einander folgenden Bahnen beträgt  $\frac{360}{8} = 45^\circ$ . Die Umlaufsrichtung kann nach rechts oder nach links erfolgen. In der Zeichnung ist angenommen, dass die Atome rechts umlaufen. Unter dieser Voraussetzung erfolgt die Wellenfortpflanzung von links nach rechts hin und ergeben sich die Phasenwinkel durch eine Linksdrehung; d. h. man muss den Radius  $aa_1$  links umdrehen, damit er zuerst mit  $bb_1$ , dann mit  $cc_1, \dots$  parallel wird. Man nennt 1. den oberhalb des Wasserspiegels befindlichen Theil  $c, c_1, g_1$  der Welle „Wellenberg“; 2. den unterhalb befindlichen Theil „Wellenthal“; 3. den höchsten Punkt  $e_1$  der Welle „Wellengipfel“; 4. den tiefsten Punkt  $a_1, i_1$  eines Thales „Thalgrund“. Zieht man durch  $e_1$  eine Vertikallinie CD, so wird durch diese und durch die Horizontale AB die ganze Welle in 4 Theile getheilt.  $aa_1, c_1$  nennen wir die hintere Thalhälfte,  $c_1, e_1, e$  die hintere Berghälfte,  $e_1, c_1, g_1$  die vordere Berghälfte,  $g_1, i_1$  die vordere Thalhälfte.

Nennt man  $T$  die Zeit eines Umlaufes eines Atoms in seiner Bahn, so gelangt jedes Atom nach Verlauf der Zeit  $\frac{T}{8}$  in seiner Bahn nach einem Ort, der mit demjenigen übereinstimmt, welchen das unmittelbar nachfolgende Atom am Anfang der Zeit  $\frac{T}{8}$  einnahm. Man findet daher die Oberfläche der Flüssigkeit nach Verlauf der Zeit  $\frac{T}{8}$ , wenn man die Figur  $a_1, b_1, \dots, i_1$  nach horizontaler Richtung um  $\frac{\lambda}{8}$  nach rechts verschiebt. Die scheinbare

Bewegung der Welle ist demnach eine gleichförmige Fortbewegung der Form und die Fortbewegungsgeschwindigkeit ist  $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda}{\frac{8}{8}} = \frac{\lambda}{T}$

In vertikalem Sinn haben alle Oberflächen-Atome der hinteren Wellenhälfte eine Bewegung nach abwärts (die hintere Wellenhälfte senkt sich), haben dagegen alle Oberflächen-Atome der vorderen Wellenhälfte eine Bewegung nach aufwärts (die vordere Wellenhälfte erhebt sich). In horizontalem Sinn haben alle Oberflächen-Atome des Wellenberges eine Bewegung nach vorwärts, alle Oberflächenatome des Wellenthals eine Bewegung nach rückwärts.

Die Bewegungen in der Tiefe unterscheiden sich von denen der Oberflächenatome nur durch die Halbmesser der Kreisbahnen, die nach der Tiefe zu nach einem gewissen Gesetz abnehmen. Die Umlaufzeiten und Umlaufrichtungen stimmen bei allen Atomen überein, eben so auch die Phasenwinkel, welche in einer und derselben Vertikallinie vorkommen. In den Vertikallinien  $a_1, a_2, i_1, i_2$  haben die Atome nur horizontale Bewegungen nach rückwärts, in der Vertikallinie  $c_1, c_2$  trifft man nur Bewegungen nach vertikaler Richtung abwärts; in  $g_1, g_2$  nur Bewegungen nach vertikaler Richtung aufwärts. Zwischen  $a_1, a_2, c_1, c_2$  bewegen sich die Atome rückwärts und abwärts. Die Horizontalbewegung nimmt von  $a_2$  nach  $c_2$  hin ab, die Vertikalbewegung nimmt zu. Zwischen  $c_1, c_2$  und  $e_1, e_2$  bewegen sich die Atome abwärts und rechts hin. Zwischen  $e_1, e_2$  und  $g_1, g_2$  rechts hin und aufwärts, endlich zwischen  $g_1, g_2$  und  $i_1, i_2$  links hin und aufwärts.

Wählt man  $a$  als Anfangspunkt eines rechtwinkligen Koordinaten-Systems,  $AB$  als Abscissenaxe und eine durch  $a$  vertikal abwärts gehende Linie als Ordinatenaxe und setzt (Fig. 5):

$ap = x$ ,  $mp = y$ , die Coordinaten eines Punktes  $m$  der Oberfläche.  
 $ac = \xi$ , die Abscisse von dem Mittelpunkt  $c$  des Kreises, welchen

$m$  durchläuft.  $cm = \frac{1}{2} \delta$  den Halbmesser des Kreises oder die halbe Wellenhöhe,  $\psi$  den Winkel, welchen der Radius  $cm$  mit der durch  $m$  gehenden Vertikallinie bildet, so ist vermöge der Gleichung

$$(2) \quad \psi = 2\pi \frac{\xi}{\lambda} \text{ und}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \xi + \frac{\delta}{2} \sin 2\pi \frac{\xi}{\lambda} \\ y &= + \frac{\delta}{2} \cos 2\pi \frac{\xi}{\lambda} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

Durch Elimination von  $\xi$  findet man auch

$$x = \frac{\lambda}{2\pi} \arccos \frac{2y}{\xi} + \frac{\xi}{2} \sqrt{1 - \frac{4y^2}{\xi^2}} \dots \dots \dots (4)$$

Die durch diese Gleichung ausgedrückte Linie wollen wir die „Wellenlinie“ nennen.

Es geht aus der Entstehungsart dieser Linie hervor, dass dieselbe nichts anders ist als die Cycloide, d. h. es ist die Linie, welche ein mit einem Kreis fest verbundener Punkt beschreibt, wenn dieser Kreis auf einer geraden Linie fortgerollt wird. Der Halbmesser des rollenden Kreises ist  $\frac{\lambda}{2\pi}$ , so dass die Peripherielänge des rollenden Kreises gleich ist der Wellenlänge. Liegt der beschreibende Punkt innerhalb des rollenden Kreises, so ist  $\frac{\xi}{2} < \frac{\lambda}{2\pi}$  und dann entstehen gestreckte Cycloiden, wie Taf. XVI, Fig. 1 und 2. Liegt der beschreibende Punkt in der Peripherie des rollenden Kreises, so ist  $\frac{\xi}{2} = \frac{\lambda}{2\pi}$  und dann entsteht die gewöhnliche Cycloide Fig. 3. Liegt endlich der beschreibende Punkt ausserhalb des rollenden Kreises, so ist  $\frac{\xi}{2} > \frac{\lambda}{2\pi}$  und dann entsteht eine verschlungene Cycloide Fig. 4. So wie also die Wellenhöhe wächst, geht ihre Form nach und nach aus Fig. 1 durch Fig. 2 und Fig. 3 in Fig. 4 über.

Die dynamische Theorie der Wellenbewegung gibt noch folgende Resultate.

Nennt man  $\rho$  den Halbmesser des Kreises, welchen ein Atom beschreibt, das sich im Ruhezustand des Wassers in einer Tiefe  $v$  unter der Oberfläche befand und  $v$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle, so ist:

$$\rho = \frac{\xi}{2} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} v} \dots \dots \dots (5)$$

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \dots \dots \dots (6)$$

Aus (5) sieht man, dass die Bahnhalbmesse nach der Tiefe zu rasch abnehmen. Verschwindend klein werden diese Halbmesser doch erst in der Tiefe  $v$ , die ungefähr halb so gross ist, als die Wellenlänge  $\lambda$ .

Die Laufgeschwindigkeit  $v$  der Welle richtet sich nach ihrer Länge  $\lambda$  und ist der Quadratwurzel aus dieser Länge proportional.

Nennt man  $x_1$  und  $y_1$  die Geschwindigkeiten nach horizontaler (rechts hin) und nach vertikaler Richtung (abwärts) eines Atoms, dessen Coordinaten im Ruhezustand  $\xi$  und  $\nu$  sind, so hat man auch:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{2} \mathfrak{S} \sqrt{2\pi \frac{g}{\lambda}} e^{-2\pi \frac{\nu}{\lambda}} \cos 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \\ y_1 &= \frac{1}{2} \mathfrak{S} \sqrt{2\pi \frac{g}{\lambda}} e^{-2\pi \frac{\nu}{\lambda}} \sin 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

wobei  $t$  die Zeit bezeichnet. Die Geschwindigkeit  $w$  eines Atoms in seiner Bahn selbst ist  $w = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$  oder:

$$w = \frac{1}{2} \mathfrak{S} \sqrt{2\pi \frac{g}{\lambda}} e^{-2\pi \frac{\nu}{\lambda}} \dots (8)$$

Um die lebendige Kraft aller Atome einer Welle (vom Grund des Thales bis zum Gipfel des Berges gemessen) zu berechnen, werden wir keinen merklichen Fehler begehen, wenn wir die Geschwindigkeit jedes Atoms der Welle gleich jener setzen, welche den Oberflächenatomen entsprechen, für die  $\nu = 0$  ist. Dann wird vermöge (8)  $\frac{1}{4} \mathfrak{S}^2 2\pi \frac{g}{\lambda}$  das Quadrat der Geschwindigkeit jedes Atoms. Nennt man  $\gamma$  das Gewicht eines Kubikmeters Wasser, so ist die Masse eines Wellenstückes von einer längs des Rückens gemessenen Breite  $\beta$

$$\frac{\gamma}{2g} \mathfrak{S}^2 \beta \lambda$$

Die lebendige Kraft  $L$  der Welle ist demnach:

$$L = \frac{\pi}{8} \gamma \beta \mathfrak{S}^3 \dots (9)$$

und ist folglich der dritten Potenz der Wellenhöhe proportional.

Wellen in einem Kanal von endlicher aber konstanter Tiefe  $h$ . Die einfachste von den unendlich vielen möglichen Wellenbewegungen, die in einem geradlinigen Kanal stattfinden können, wenn das Wasser eine Tiefe  $h$  hat, unterscheidet sich von der im Vorhergehenden beschriebenen im Wesentlichen nur dadurch, dass die Bahnen aller Atome nicht Kreise, sondern Ellipsen mit horizontalen und vertikalen Axen sind.

Die Halbaxen  $\alpha$  und  $\beta$  der Ellipse, welche ein Atom beschreibt, das sich im Ruhezustand in einer Tiefe  $v$  unter der Oberfläche des Wassers befand, sind:

$$\alpha = \frac{\wp}{2} \frac{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v) \quad -\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}{\frac{2\pi}{\lambda}h \quad -\frac{2\pi}{\lambda}h} + e \quad \text{(horizontal) . . . . . (10)}$$

$$\beta = \frac{\wp}{2} \frac{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v) \quad -\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}{\frac{2\pi}{\lambda}h \quad -\frac{2\pi}{\lambda}h} - e \quad \text{(vertikal) . . . . . (11)}$$

Für die Theilchen an der Oberfläche ist  $v = 0$  und werden die Halbaxen

$$\alpha = \frac{\wp}{2} \frac{\frac{2\pi}{\lambda}h \quad -\frac{2\pi}{\lambda}h}{\frac{2\pi}{\lambda}h \quad -\frac{2\pi}{\lambda}h} + e \quad \text{. . . . . (12)}$$

$$\beta = \frac{\wp}{2} \quad \text{. . . . . (13)}$$

$\wp$  ist mithin die Vertikalaxe der Ellipse, welche ein Atom der Oberfläche beschreibt, ist also die Wellenhöhe. Für die Atome am Boden des Kanals, ist  $v = h$  demnach

$$\alpha = \frac{\wp}{2} \frac{2}{\frac{2\pi}{\lambda}h \quad -\frac{2\pi}{\lambda}h} \quad \text{. . . . . (14)}$$

$$\beta = 0 \quad \text{. . . . . (15)}$$

Für die Geschwindigkeiten  $x_1$  und  $y_1$  eines Theilchens, dessen Ruhepunkt-Coordinten  $\xi$  und  $v$  sind, hat man die Ausdrücke:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\frac{2\pi}{T} \alpha \cos 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \\ y_1 &= +\frac{2\pi}{T} \beta \sin 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \end{aligned} \right\} \quad \text{. . . . . (16)}$$

Die Laufgeschwindigkeit der Welle ist:

$$v = \frac{g \lambda}{2 \pi} \frac{e^{\frac{2 \pi}{\lambda} h} - e^{-\frac{2 \pi}{\lambda} h}}{e^{\frac{2 \pi}{\lambda} h} + e^{-\frac{2 \pi}{\lambda} h}} \dots \dots \dots (17)$$

Die Schwingungen jedes Theilchens entstehen demnach durch die Zusammensetzung zweier Kurbelschwingungen. Der Horizontal-schwingung entspricht ein Kurbelhalbmesser  $\alpha$ , der Vertikalschwin-gung ein Kurbelhalbmesser  $\beta$ .

Wellen in einem seichten Kanal. Ist die Wassertiefe  $h$  im Ver-hältniss zu  $\lambda$  sehr klein, hat man es also mit Wellen zu thun im seichten Wasser, so ist  $\frac{2 \pi}{\lambda} (h-v)$  und  $\frac{2 \pi}{\lambda} h$  sehr klein; daher hat man annähernd:  $e^{\frac{2 \pi}{\lambda} (h-v)} = 1 + \frac{2 \pi}{\lambda} (h-v)$ ,  $e^{\frac{2 \pi}{\lambda} h} = 1 + \frac{2 \pi}{\lambda} h$

und dann geben die Gleichungen (10) bis (17)

$$\alpha = \frac{1}{4} \frac{\lambda}{\pi} \frac{\phi}{h} \dots \dots \dots (18)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \phi \frac{(h-v)}{h} \dots \dots \dots (19)$$

$$v = \sqrt{g h} \dots \dots \dots (20)$$

$$x_1 = - \frac{2 \pi}{T} \alpha \cos 2 \pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \dots \dots \dots (21)$$

$$y_1 = + \frac{2 \pi}{T} \beta \sin 2 \pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \dots \dots \dots (22)$$

Die Horizontalaxen aller Bahnen sind also constant, die Ver-tikalaxen nehmen nach der Tiefe zu ab. Die Laufgeschwindigkeit der Wellen ist der Quadratwurzel aus der Wassertiefe proportional.

Wellenkreuzungen und Wellendeckungen. Wenn in einer Wasserfläche von unbestimmter Horizontalausdehnung zwei Wellen zusammen-treffen, so entsteht eine Zusammensetzung der Wellen. Die Lauf-richtungen zweier Wellen können 1. übereinstimmen, 2. entgegen-gesetzt sein, 3. einen beliebigen Winkel einschliessen. Es seien, Fig. 5 und 6,  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$ , zwei nach einerlei Richtung fortlaufende Wellen. Die Geschwindigkeit von  $\mathfrak{A}$  sei grösser als jene von  $\mathfrak{B}$ , so wird  $\mathfrak{A}$  mit  $\mathfrak{B}$  zusammentreffen.

$\xi$  ist die hintere,  $\eta$  die vordere Hälfte der Welle  $\mathfrak{A}$ .  $\xi$  ist die hintere,  $\eta$  die vordere Hälfte der Welle  $\mathfrak{B}$ . Die vertikale Bewegung der Wasseratome ist in  $\xi$  und  $\eta$ , nach abwärts, in  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$ , nach aufwärts gerichtet. Wenn nun die Wellen zusammentreffen, tritt zuerst ein Zeitmoment ein, in welchem  $\mathfrak{A}$  und  $\xi$ , übereinanderfallen. In diesem Moment heben sich die Bewegungen in vertikalem Sinn ganz auf und es entsteht die Erscheinung Taf. XVII., Fig. 1.

Gehen die Wellen weiter fort, so tritt ein Moment ein, in welchem  $\mathfrak{A}$  mit  $\mathfrak{B}$ ,  $\xi$  mit  $\eta$ , zusammenfällt. Dann summiren sich die Bewegungen von  $\xi$  und  $\eta$ , und von  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$ . Es tritt die Erscheinung ein, welche Fig. 2 zeigt. Es entsteht nämlich ein hoher Wellenberg und entstehen zwei tiefe Wellenthäler.

Zuletzt tritt ein Moment ein, in welchem  $\xi$  mit  $\mathfrak{B}$ , zusammenfällt. Dann tritt die Erscheinung ein, welche Fig. 3 zeigt.

Kommt endlich  $\mathfrak{A}$  nach  $\mathfrak{B}$ , so stehen die Wellen nebeneinander und beginnt die Welle  $\mathfrak{A}$  der Welle  $\mathfrak{B}$ , zu entlaufen.

Betrachten wir nun den Fall, wenn die Laufrichtungen der beiden Wellen einander entgegengesetzt sind. Fig. 4 und 5.

Dann zeigen sich folgende Erscheinungen. Zuerst wenn  $\mathfrak{A}$  mit  $\mathfrak{B}$ , zusammenfällt, entsteht in der Mitte eine horizontale Ebene, Fig. 6. Hierauf, wenn die Wellen sich ganz decken, ist eine einzige Welle mit einem hohen Berg und mit zwei tiefen Thalhälften vorhanden, Fig. 7.

Zuletzt, wenn  $\xi$  und  $\eta$ , übereinander fallen, entsteht abermals eine mit Fig. 8 übereinstimmende Form. Die Bewegungsrichtungen sind denen der Fig. 6 entgegengesetzt.

Die äusseren Erscheinungen sind, wie die Figuren zeigen, die gleichen, wenn die beiden Wellen nach gleichen Richtungen laufen oder nach entgegengesetzten. Allein die Geschwindigkeitsrichtungen der Atome sind in den beiden Fällen verschieden. Im Wellenberg Fig. 2 haben die Atome in den beiden Hälften entgegengesetzte Richtungen; in der Welle Fig. 7 haben die Atome keine Vertikalgeschwindigkeit.

Durchkreuzen sich zwei Wellen, deren Laufrichtungen einen beliebigen Winkel bilden, so treten ähnliche Erscheinungen wie die in Vorhergehendem beschriebenen ein. Sind z. B.  $r$   $r_1$ , Fig. 9, die Laufrichtungen der zwei Wellen, so fallen in  $a$  die beiden Vorderhälften, in  $b$  die beiden Hinterhälften übereinander, in  $c$  und  $d$  dagegen fällt die vordere Hälfte der einen Welle mit der hinteren Hälfte der anderen zusammen. In  $a$  und  $b$  bilden sich daher hohe Berge, in  $c$  und  $d$  dagegen heben sich die Bewegungen theilweise oder vollständig auf, so dass in  $c$  und  $d$  beinahe Ebenen vorhanden sind.

Der wesentlichste Erfolg des Zusammentreffens oder der Durchkreuzung zweier Wellen besteht, wie man sieht, in allen Fällen in der Bildung eines hohen Wellenberges und tiefen Wellenthales.

**Burückwerfung der Wellen. Stehende Schwingungen.** Wenn eine Welle gegen eine vertikale Wand anläuft, wird sie so zu sagen in horizontalem Sinn zusammengedrückt, wodurch der Wellenberg nahe doppelt so hoch und das Wellenthal doppelt so tief wird, als vor dem Anschlagen. Zuletzt, wenn das Anprallen geschehen ist, bildet sich eine von der Wand weglaufende Welle von der gleichen Höhe und Breite wie die anlaufende. Allein, weil die Laufrichtung der zurückgeworfenen Welle entgegengesetzt ist, so ist in der zurückgeworfenen Welle die Umlaufsrichtung der Atome entgegengesetzt der Umlaufsrichtung in der anlaufenden Welle.

Wenn gegen eine vertikale Wand in gleichen Zeitintervallen fort und fort Wellen anlaufen, so werden sie zurückgeworfen, kommen aber mit den fort und fort anlaufenden Wellen in Conflict, und es entstehen sogenannte stehende, d. h. nicht fortschreitende Wellen, in welchen hohe Wellenberge und tiefe Wellenthäler auftreten. In diesen stehenden Wellen kommen keine Horizontalbewegungen, sondern nur Vertikalbewegungen vor.

Wenn eine Meereswelle über einen seichten Strand hinläuft, werden die unteren Wassertheilchen durch die Reibung am Boden zurückgehalten, die Laufgeschwindigkeit wird dadurch am Boden geringer als im Wellengipfel, was zur Folge hat, dass sich die ganze Welle gegen das Ufer hindrängt, und dass der Wellengipfel nach der vorderen Fläche der Welle herabfällt, die Welle überstürzt sich und es entsteht die Erscheinung, welche man Brandung nennt.

**Entstehung und Wachsen der Wellen.** Die Wellen eines Sees oder des Meeres werden bekanntlich durch den Wind angeregt, dessen Richtung in der Regel von der horizontalen Richtung nur wenig abweicht. Wenn der Wind mit gleicher Geschwindigkeit gegen alle Punkte einer ausgedehnten Wasserfläche hinbläst, kann durch den Winddruck selbst keine Welle entstehen. Wenn dagegen der Wind stossweise und gegen verschiedene Theile der Wasserfläche mit ungleicher Geschwindigkeit hinbläst, werden die Stellen, wo der Druck gross ist, niedergedrückt, jene, wo der Druck klein ist, gehoben, und dadurch entstehen Wellenformen, die nach der Richtung des Windes fortlaufen. Diese Wellen sind aber stets mit ganz kleinen Wellchen überdeckt, die durch die Reibung der Luft

an der Wasseroberfläche entstehen. Aber so wie sich einmal grössere Wellen gebildet haben, die mit kleinen Wellenschuppen überdeckt sind, bewirkt die fernere Einwirkung des Windes ein Wachsen der Wellen; denn der Wind übt gegen die hinteren Wellenhälften, die stets im Sinken begriffen sind, einen grösseren Druck aus, als gegen die vorderen stets im Steigen begriffenen Wellenhälften (Siehe Fig. 10), was zunächst eine Vertiefung des Thales und in Folge dessen eine Erhöhung des Berges zur Folge hat. Die Wellen wachsen daher mit der Dauer der Einwirkung des Windes, und da diese Dauer bei einer ausgedehnten Wasseroberfläche grösser sein kann, als bei einer Wasseroberfläche von beschränkter Ausdehnung, so erklärt es sich, dass die Wellen auf grösseren Seen mächtiger sind, als auf kleineren Seen und dass sich auf den Meeren die Mächtigkeit der Wellen nach der Ausdehnung der Meere richtet. Die Höhe der Wellen beträgt auf einem kleinen Bache einige Centimeter, auf einem kleinen See 0.2 Meter, auf einem See von mittlerer Grösse, wie z. B. dem Vierwaldstädtersee 0.6 Meter, auf dem Bodensee bereits circa 1.2 Meter, im adriatischen Meer bei starkem Sturm circa 5 Meter; im grossen Ocean bei starkem Sturm 10 Meter. Der Wind bringt jedoch nur dann eine Vergrösserung der Wellen hervor, wenn seine Richtung mit der des Wellenlaufes übereinstimmt. Bläst er dem Wellenlauf entgegen, so wirkt er auf die vordere steigende Wellenhälfte stärker ein, als auf die hintere fallende Hälfte, es muss daher in diesem Falle eine Schwächung der Wellen eintreten. Wellenverstärkungen treten auch noch ein, wenn Durchkreuzungen oder Uebereinanderlagerungen von Wellen stattfinden, also insbesondere, wenn die Windrichtung wechselt, so dass Wellen entstehen, die nach verschiedenen Richtungen fortlaufen und sich begegnen. Bei heftigem anhaltenden, aber oftmals seine Richtung wechselnden Wind entsteht ein wahres Wellenchaos von durcheinanderlaufenden und sich wechselseitig verstärkenden Wellen; es entsteht derjenige Zustand, den man Aufruhr zu nennen pflegt, und wehe den Schiffen, die demselben preisgegeben sind.

**Erfahrungen über die Wellenbewegung im Meere.** Die Wellenhöhe richtet sich nach der Vehemenz und Dauer der Einwirkung des Windes. Zahlreichere Beobachtungen über die Höhe, Länge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Meereswellen sind nicht bekannt.

A. G. Findley gibt an, dass die Laufgeschwindigkeit von Wellen von 94 bis 125 Meter Länge 11 bis 15 Meter betrage. Unsere Formel (6) gibt für  $g = 9.808$ ,  $\pi = 3.142$ ,  $\lambda = 125$ :  $v = 14$  Meter, was mit den Angaben nahe übereinstimmt.

*David Thomson* hat Wellen von 160 Meter Länge beobachtet, die mit 15·7 Meter Geschwindigkeit fortliefen. Unsere Formel (6) gibt für  $g = 9\cdot808$ ,  $\pi = 3\cdot142$ ,  $\lambda = 160$ :  $v = 15\cdot78$ , was ebenfalls gut stimmt.

Die grösste Wellengeschwindigkeit hat *Wollaston* beobachtet; diese beträgt 32 Meter pro 1 Sekunde und es entspricht dieselbe nach Gleichung (6) einer Wellenlänge  $\lambda = \frac{2\pi v^2}{g} = 660$  Meter.

Die Fregatte *Venus* beobachtete Wellen von 150 Meter Länge. Die grösste Wellenhöhe, welche beobachtet wurde, betrug 7 bis 10 Meter.

Nach diesen wenigen Erfahrungen können wir annehmen, dass die mächtigsten im grossen Ocean bei heftigen andauernden Stürmen vorkommenden Wellen eine Höhe von 10 Meter, eine Länge von 150 Meter und eine Laufgeschwindigkeit von 15 Meter haben. Durch Wellenkreuzungen und Deckungen können also möglicher Weise Wellen von circa 20 Meter Höhe entstehen.

### Die Bewegungen eines Schiffes.

**Berlegung der Bewegung.** Ein auf welligem Wasser fahrendes Dampfschiff ändert in jedem Augenblick nicht nur seinen Ort, sondern auch seine Lage, und ist in dynamischer Hinsicht als ein fester Körper zu betrachten, der innerhalb gewisser Grenzen in jedem Sinne frei beweglich ist. Die totale Bewegung, welche möglicher Weise in einem solchen Körper eintreten kann, und die auch, wenigstens auf dem Meere, in der Bewegung der Schiffe eintritt, kann in sechs elementare Bewegungen zerlegt werden, von denen drei die Bewegungen des Schwerpunktes, die drei andern die Drehungen um drei durch den Schwerpunkt gehende auf einander senkrecht stehende Axen bestimmen. Denken wir uns durch den Schwerpunkt  $s$  des Schiffes drei Axen gelegt. Die erste  $s_x$  parallel mit der Kiellinie (Längenaxe), die zweite  $s_y$  parallel mit der Breitenrichtung (Queraxe), die dritte  $s_z$  senkrecht auf die beiden ersteren (Vertikalaxe), so können wir die in einem beliebigen Zeit- augenblick möglicher Weise vorhandenen Bewegungen in folgende Elementarbewegungen zerlegen: 1. die Fortbewegung des Schwerpunktes nach der Längenrichtung des Schiffes im Sinn von  $s_x$ ; 2. die Bewegung des Schwerpunktes nach der Richtung der Axe  $s_y$  (die Abtrift); 3. Die vertikale Oscillation des Schwerpunktes (das Wogen); 4. die Drehung des Schiffes um die Axe  $s_x$  (das Wanken); 5. die Drehung des Schiffes um die Queraxe  $s_y$  (das Nicken); 6. die Drehung des Schiffes um die Axe  $s_z$  (das Schlingern).

Von diesen sechs Bewegungen bringt nur die erstere einen nützlichen Erfolg hervor, alle anderen Bewegungen sind in der Regel nachtheilig, mit Ausnahme der Drehungen um die Vertikalaxe, wenn die Fahrrihtung des Schiffes vermittelt des Steuerruders verändert werden soll. Die Abtrift ist für Meerschiffe sehr nachtheilig, weil sie nicht leicht verlässlich gemessen werden kann, daher dadurch die Ortsbestimmung des Schiffes sehr irrig ausfallen kann. Diese Abtrift wird durch Wind und Wellen hervorgebracht, wenn sie von der Seite, also nach der Richtung  $\pm s_y$  einwirken. Die Vertikaloscillationen sind am wenigsten schädlich, sie erwecken jedoch Raumschwindel und veranlassen dadurch die sogenannte Seekrankheit. Das Wanken und Nicken, insbesondere wenn sie mit Heftigkeit eintreten, erschweren die Bewegungen der Personen im Schiffe und machen sie selbst unmöglich, rütteln ferner alles Bewegliche durcheinander, können aber auch Mastenbrüche veranlassen. Wenn z. B. ein mächtiger Wellenberg gegen den vorderen Theil des Schiffes einwirkt, wird das Schiff plötzlich vorn in die Höhe gerissen, die Masten können aber dieser Bewegung nicht schnell genug folgen und brechen deshalb, wenn sie nicht durch Thau oder Ketten nach der Länge sehr fest gehalten sind.

Es kommt also darauf an, das Schiff in der Weise herzustellen und einzurichten, dass die fortlaufende Bewegung möglichst begünstigt wird, und dass es sich mit Leichtigkeit vermittelt des Steuerruders um eine Vertikalaxe drehen lässt (Steuerbarkeit), dass dagegen alle übrigen Bewegungen in einem möglichst schwachen Maasse auftreten.

**Die Fahrbewegung nach der Längenrichtung des Schiffes.** Diese richtet sich nach der Kraft, mit welcher die Treibapparate (Ruderäder, Schrauben) vermittelt der Dampfmaschine gegen das Wasser wirken, und nach dem Widerstand, mit dem das Wasser der Fortbewegung des Schiffes entgegenwirkt. Diesen Widerstand wollen wir zunächst zu ermitteln suchen. Allein dies ist eine sehr schwierige Aufgabe, die bis jetzt weder durch die Theorie, noch durch Erfahrungen mit Genauigkeit gelöst werden konnte. So viel ist wohl klar, dass sich dieser Widerstand richtet 1. nach der Hauptdimension des eingetauchten Theiles, nämlich nach Breite, Länge und Tauchung; 2. nach der Form des eingetauchten Theiles; 3. nach der Geschwindigkeit des Schiffes; 4. nach dem Bewegungszustand des Wassers. Aber in welcher Weise diese Elemente zusammenwirken, konnte mit Verlässlichkeit bis jetzt noch nicht aufgefunden werden, wir müssen uns daher mit Wahrscheinlichkeiten begnügen.

Der Widerstand, welchen ein Schiff vermöge seiner Grösse, Form und Geschwindigkeit verursacht, spricht sich offenbar in dem Bewegungszustand aus, der im Wasser hinter dem fahrenden Schiff vorhanden ist. Wäre dieses absolut ruhig, so würde die Bewegung des Schiffes durch das Wasser gar keinen oder nur Reibungswiderstand verursachen. Im Gegentheil muss der Widerstand sehr gross sein, wenn das Wasser hinter dem Schiff einen welligen, wirbelnden, tumultuarischen Zustand zeigt; denn die totale lebendige Kraft, welche diesem Zustand entspricht, muss die das Schiff treibende Kraft hervorbringen, dieser Theil der Kraft geht also für die Fortbewegung verloren. Der hinter dem Schiff im Wasser zurückbleibende Bewegungszustand muss sich zunächst offenbar nach der Form des eingetauchten Theiles richten. Eine parallelepipedische Form würde offenbar einen grossen Widerstand verursachen, denn die vordere Stirnfläche stösst das Wasser vor sich her, staut es auf und veranlasst die Bildung eines Wasserberges. Am hinteren Ende dagegen bildet sich eine muldenförmige Vertiefung, in welche das Wasser von den Seiten und von hintenher hineinstürzt und dann tumultuarisch durcheinander wirbelt. Die Form des eingetauchten Theiles des Dampfschiffes ist aber nicht eine parallelepipedische, sondern ist in der Weise gebildet, dass die Horizontalschnitte sanft geschwungene, der Wellenlinie ähnliche Linien sind. Diese Form hat zur Folge, dass vorn am Schiff kein Wasserberg und hinten kein Wasserthal entstehen kann, und dass die Wasseratome nur veranlasst werden, zuerst von der mittleren Ebene des Schiffes weg seitlich heraus und dann wieder bis an die mittlere Ebene zurückzuschwingen, wo sie dann beinahe ohne Geschwindigkeit ankommen. Bei diesen geschwungenen Formen kann daher das Wasser hinter dem Schiff nur wenig bewegt sein, und folglich verursachen diese Schiffe durch ihre Form nur einen äusserst geringen Widerstand. Allein derlei geschwungene Linien kann man unendlich viele verzeichnen, es entsteht also die Frage, welche spezielle Schwingungsform die beste ist, und diese Frage vermögen wir nicht zu beantworten; werden aber doch in der Folge, wenn von der Bestimmung der Schiffsfornen die Rede sein wird, dasjenige aussprechen, was uns das Wahrscheinlichste zu sein scheint. Einstweilen nehmen wir also als wahrscheinlich an, dass bei den Dampfschiffen die Form der Schiffe selbst nur einen sehr kleinen Widerstand veranlassen kann. Nun ist aber ferner einzusehen, dass der Widerstand bei grossen Schiffen von guter Form verhältnissmässig kleiner sein muss, als bei kleinen Schiffen von guter Form, indem bei grossen Schiffen die Horizontalschnitte sanfter

gekrümmt sind als bei kleinen Schiffen. Es ist daher bei kleinen Schiffen viel schwieriger, eine gute Schiffsform zu finden, als bei grossen Schiffen. Das heisst, bei kleinen Schiffen ist die Form des Schiffes noch mehr zu beachten, als bei grossen Schiffen. Dieser Ausspruch wird auch durch die Erfahrung bewiesen, wie wir später zeigen werden.

Nehmen wir für einen Augenblick an, die Horizontalschnitte des Schiffes seien nach Wellenlinien geformt, und berechnen wir die Geschwindigkeit, mit welcher die mit dem Schiff in Berührung bleibenden Wasseratome aus- und einoscilliren.

Vermöge der Gleichung (7) Seite 164 wird die Geschwindigkeit  $y$ , der Bewegung eines oscillirenden Atoms am grössten, wenn  $v = 0$ ,  $2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) = \frac{\pi}{2}$  und diese grösste Geschwindigkeit beträgt:

$$\frac{1}{2} \wp \sqrt{2\pi \frac{g}{\lambda}} = \frac{1}{2} \wp \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2} = \frac{1}{2} \wp \frac{2\pi}{\lambda} v = \pi \frac{\wp v}{\lambda}.$$

Allein wenn die Wellenlinie mit dem Horizontalschnitt des Schiffes übereinstimmt, ist:  $\wp = \frac{1}{2} B$ ,  $\lambda = L$ . Demnach wird jene grösste Geschwindigkeit:  $\frac{\pi}{2} \frac{B v}{L}$ . Dieser Ausdruck gibt uns mehrere nicht unwichtige Aufschlüsse. Es ist, wenn auch nicht eine Gewissheit, aber doch sicherlich eine Wahrscheinlichkeit, dass die hinter dem Schiff zurückbleibenden Bewegungen um so lebhafter sein werden, je schneller die Wassertheilchen aus- und einschwingen müssen, d. h., je grösser  $\frac{\pi}{2} \frac{B v}{L}$  ist. Dieser von der Form des Schiffes herrührende, verhältnissmässig kleine Widerstand richtet sich also, wie man sieht, auch nach dem Verhältniss zwischen der Breite und Länge des Schiffes und nach der Fahrgeschwindigkeit. Fährt ein Schiff langsam, so schwingen die Wasseratome so langsam auseinander und wieder zusammen, dass sie zuletzt fast ohne Geschwindigkeit an ihren ursprünglichen Ort zurückkehren, wenn auch das Schiff verhältnissmässig zur Länge breit ist und die Schiffsform nicht besonders ausgebildet ist. Wenn dagegen ein Schiff sehr schnell fährt, so kann der von der Grösse und Form herrührende Widerstand nur dann klein ausfallen, wenn das Schiff im Verhältniss zur Länge schmal ist und wenn die Horizontalschnittlinien des eingetauchten Theiles insbesondere bei kleinen Schiffen sehr glücklich oder geschickt gewählt sind.

Aber nebst diesem von der Form des Schiffes herrührenden

Widerstände verursacht noch die Reibung des Wassers an dem eingetauchten Theil der Schiffsoberfläche einen Widerstand, der viel beträchtlicher ist, als man bisher angenommen hat. Dieser Reibungswiderstand kann mit ziemlicher Verlässlichkeit wie der Reibungswiderstand des in einem Kanal fließenden Wassers berechnet werden. Nennt man  $F$  den eingetauchten Theil der Schiffsoberfläche,  $U$  die relative Geschwindigkeit des Schiffes gegen das Wasser, so ist der Widerstand:

$$W = 1000 F (\alpha U + \beta U^2) \text{ Kilgr.} \quad (1)$$

wobei  $\alpha$  und  $\beta$  Constante sind. Für Geschwindigkeiten von 4 bis 6 Meter, wie sie bei Dampfschiffen vorkommen, ist das Glied  $\alpha U$  gegen  $\beta U^2$  sehr klein, kann also vernachlässigt werden. Wir können daher für Dampfschiffe setzen:

$$W = 1000 F \beta U^2 \quad (2)$$

Nennen wir  $B$ ,  $L$ ,  $T$  Breite, Länge und Tauchung des Schiffes, so ist mit hinreichender Genauigkeit

$$F = \frac{2}{3} LB + 2 LT = BT \left[ \frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right]$$

Demnach wird:

$$W = 1000 \beta B T \left[ \frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right] U^2 \quad (3)$$

oder wenn wir setzen:

$$k = 1000 \beta \left[ \frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right] \quad (4)$$

$$B T = \Omega \quad (5)$$

so wird:

$$W = k \Omega U^2 \quad (6)$$

Nach den vorhergegangenen Untersuchungen dürfen wir als wahrscheinlich annehmen: 1. dass bei Dampfschiffen mit geschwungener Form der Horizontalschnitte der von der Schiffform herrührende Widerstand unbedeutend ist; 2. dass der Widerstand bei kleineren Schiffen verhältnissmässig grösser ist, als bei grossen Schiffen; 3. dass der Widerstand von Dampfschiffen vorzugsweise durch die Reibung des Wassers an der Schiffswand hervorgebracht wird. Die Richtigkeit dieser hypothetischen Annahmen sind wir

nicht in der Lage direkt zu beweisen; es fehlen leider direkte Versuche über den Widerstand der Schiffe. Derlei Versuche könnte man heut zu Tage auf folgende Weise ohne Schwierigkeiten anstellen. Man beseitige von dem Schiffe, dessen Widerstand durch Versuche man bestimmen will, den Treibapparat (Räder oder Schraube), bringe am Vordertheil einen genauen, aber für grosse Zugkräfte construirten Federdynamometer an, nehme das Schiff in das Schlepptau eines Dampfers, beobachte am Dynamometer die Zugkraft und messe die Fahrgeschwindigkeit. Jeder Versuch wird die zusammengehörigen Werthe von  $B$ ,  $T$ ,  $L$ ,  $U$ ,  $w$  geben und man könnte dann aus Formel (3) den Werth  $\beta$  berechnen. Sind unsere Annahmen hinsichtlich des Widerstandes richtig, so würde man für  $\beta$  nicht einen constanten, sondern mit der Grösse des Schiffes abnehmenden Werth finden, und man würde dann wohl die Abhängigkeit des Werthes von  $\beta$  von der Grösse des Schiffes auffinden können. Da aber derlei Versuche nicht angestellt worden sind, so müssen wir suchen, die Richtigkeit unserer Hypothese und die Werthe von  $\beta$  auf indirektem Wege zu bestimmen, was in der Folge geschehen soll.

**Treibapparat mit Dampfmaschine und Schaufelrädern.** Betrachten wir nun das Forttreiben eines Schiffes vermittelt Ruderrädern, die durch eine im Schiff aufgestellte Dampfmaschine bewegt werden.

Nennen wir:

- $L$   $B$   $T$  Länge, Breite, Tauchung des Schiffes,
  - $\Omega = BT$  das dem eingetauchten Theil des Hauptspantes umschriebene Rechteck,
  - $\Omega_1$  die Summe der Flächen zweier Schaufeln,
  - $u$  die relative Geschwindigkeit des Schiffes gegen das Wasser,
  - $v$  die relative Geschwindigkeit des Umfanges eines Schaufelrades gegen das Schiff,
  - $k$ , einen Coefficienten zur Berechnung des Druckes der Schaufeln gegen das Wasser,
  - $N$ ,  $N_n$  den realen und den nominalen Nutzeffekt der das Schiff treibenden Dampfmaschine, in Pferdekräften ausgedrückt.
- Vermöge des hypothetisch aufgestellten Ausdruckes (6) ist:

$$k \Omega u^2 \dots \dots \dots (7)$$

der Widerstand des Schiffes. Der Druck der Schaufeln der Ruderräder gegen das Wasser darf dem Quadrat  $(v - u)^2$  der relativen Geschwindigkeit der Schaufeln gegen das Wasser und der Fläche

$\Omega$ , zweier Schaufeln proportional gesetzt werden, kann daher ausgedrückt werden durch:

$$k, \Omega, (v-u)^2 \dots \dots \dots (8)$$

Da im Beharrungszustand der Bewegung dieser Druck der Schaufeln gegen das Wasser gleich sein muss dem Widerstand des Schiffs, so hat man:

$$k \Omega u^2 = k, \Omega, (v-u)^2 \dots \dots \dots (9)$$

Hieraus folgt:

$$\frac{v}{u} = 1 + \sqrt{\frac{k \Omega}{k, \Omega}} \dots \dots \dots (10)$$

Die Kraft, mit welcher die Radumfänge getrieben worden, ist gleich dem Widerstand  $k \Omega u^2$ , und die Geschwindigkeit, mit welcher dieser Widerstand überwunden wird, ist  $v$ ; man hat daher:

$$75 N_r = k \Omega u^2 v$$

oder:

$$75 N_n \left( \frac{N_r}{N_n} \right) = k \Omega u^3 \left( \frac{v}{u} \right) \dots \dots \dots (11)$$

und

$$N_n = \frac{k \Omega u^3 \left( \frac{v}{u} \right)}{75 \left( \frac{N_r}{N_n} \right)} \dots \dots \dots (12)$$

$$u = \sqrt[3]{ \left\{ \frac{75 N_n}{k \Omega} \frac{\left( \frac{N_r}{N_n} \right)}{\left( \frac{v}{u} \right)} \right\} } \dots \dots \dots (13)$$

Aus (12) ersieht man, dass die Kraft der Maschine dem Widerstandskoeffizienten  $k$ , dem Rechteck  $\Omega$  und dem Kubus der Schiffsgeschwindigkeit direkt proportional ist und ferner noch von dem Verhältniss  $\frac{v}{u}$  abhängt. Hiernach erkennt man, dass der Transport zu Wasser sehr günstig ist, wenn kleine Geschwindigkeiten, sehr ungünstig dagegen, wenn grosse Geschwindigkeiten verlangt werden. Auf Eisenbahnen ist der Hauptwiderstand unabhängig von der Fahrgeschwindigkeit, daher kommt es, dass die Flussdampfschiffahrt mit den Eisenbahnen nicht mehr konkurriren kann, wenn es sich um schnelle Förderung handelt, dass dagegen der langsame Lastentransport auf Kanälen billiger ist, als auf

Eisenbahnen. Die Gleichung (12) zeigt, dass es vorthailhaft ist, wenn  $\frac{v}{u}$  klein ausfällt, dies ist aber, wie der Ausdruck (10) zeigt, der Fall, wenn  $\Omega_1$  im Verhältniss zu  $\Omega$  gross ist, d. h. wenn die Schaufeln der Ruderräder im Verhältniss zum Flächeninhalt des eingetauchten Theiles des Hauptspantes gross sind. Das Verhältniss  $\frac{v}{u}$  bestimmt den Kraftverlust, welcher durch die unvollkommene Wirkung der Ruderräder entsteht. Der Druck der Räderschaukeln gegen das Wasser ist genau gleich dem Schiffswiderstand. Der Effekt, welcher dem Druck der Ruderräder entspricht, d. h. der Effekt der Maschine würde also nur dann gleich sein dem Effekt, welcher der Ueberwindung des Schiffswiderstandes entspricht, wenn die Geschwindigkeit  $v$  der Schaufeln gleich wäre der Fahrgeschwindigkeit  $u$  des Schiffes. In der Regel ist bei den Dampfschiffen  $\frac{v}{u} = 1.4$ , ist demnach wegen der Ruderräder der Effekt, welchen die Maschinen zu entwickeln haben, 1.4 mal grösser, als jener, der der Ueberwindung des Schiffswiderstandes entspricht, oder durch die Schaufeln gehen  $\left(1 - \frac{1}{1.4}\right)$  oder circa 30 % an Kraft verloren.

Wir wenden uns nun zur indirekten Bestimmung des Widerstands-Coeffizienten  $\beta$  vermittelst Thatsachen.

Aus (4) und (12) folgt durch Elimination von  $k$

$$\frac{1000 \beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)} = \frac{75 N_n}{\Omega u^3 \left(\frac{v}{u}\right) \left(\frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B}\right)} \dots \dots (14)$$

Diese Gleichung kann gebraucht werden, um den Coeffizienten  $\beta$  oder  $\frac{1000 \beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}$  zu bestimmen, wenn von einem Schiffe die Dimensionen

$L, B, T$ , die Nominalpferdekraft, das Verhältniss  $\frac{v}{u}$  und die Fahrgeschwindigkeit bekannt sind.

Die folgende Tabelle enthält reine Thatsachen und gibt für eine grössere Anzahl von Schiffen von sehr abweichender Grösse und Hauptverhältnisse ihrer Dimensionen alle Werthe von  $L, B, T, \Omega, N_n$ .

## Dimensionen verschiedener Schiffe

und

Kraft ihrer Maschinen.

| Benennung<br>des<br>Schiffes. | $N_n$ | L    | B    | H    | T    | $\Omega$ | u    | $\frac{L}{B}$ | $\frac{N_n}{\Omega}$ |
|-------------------------------|-------|------|------|------|------|----------|------|---------------|----------------------|
| St. Pierre . . .              | 12    | 21.0 | 3.38 | 1.1  | 1.3  | 2.73     | 3.34 | 6.2           | 4.4                  |
| Unbekannt . . .               | 20    | 24.0 | 4.16 | 1.1  | 1.3  | 5.41     | 3.86 | 5.6           | 3.7                  |
| Estaffette . . .              | 50    | 27.7 | 4.98 | 1.6  | 1.82 | 9.06     | 4.28 | 5.6           | 5.5                  |
| Mercurio . . .                | 80    | 38.7 | 6.24 | 2.38 | 2.55 | 16.00    | 4.28 | 6.2           | 5.0                  |
| Gulnare . . .                 | 100   | 34.7 | 6.94 | 2.57 | 2.67 | 18.53    | 4.50 | 5.00          | 5.4                  |
| Phocéén . . .                 | 120   | 49.4 | 7.12 | 2.25 | 2.50 | 17.80    | 5.04 | 6.90          | 6.7                  |
| Mentor . . .                  | 160   | 50.1 | 8.19 | 3.08 | 3.33 | 27.27    | 4.73 | 6.12          | 6.0                  |
| Medea . . .                   | 220   | 52.9 | 9.66 | 3.6  | 3.82 | 36.90    | 4.94 | 5.50          | 6.0                  |
| Vier Schiffe, 1)              | 70    | 60   | 5.00 | —    | 0.70 | 3.50     | 4.91 | 12            | 20                   |
| welche die 2)                 | 120   | 67   | 4.10 | —    | 0.70 | 2.87     | 5.50 | 16            | 42                   |
| Saône be- 3)                  | 200   | 80   | 4.00 | —    | 0.80 | 3.20     | 6.08 | 20            | 62                   |
| fahren . . 4)                 | 240   | 80   | 4.10 | —    | 0.75 | 3.01     | 6.17 | 20            | 80                   |
| Great Western .               | 450   | 64   | 10.8 | 4.26 | 5.08 | 54.86    | 6.20 | 6.4           | 8.2                  |
| British Queen . .             | 500   | 75   | 12.2 | 4.26 | 5.05 | 61.61    | 6.16 | 6.1           | 8.1                  |
| President . . .               | 540   | 73   | 12.5 | 4.38 | 5.18 | 64.75    | 6.20 | 6.0           | 8.3                  |
| Great Eastern . .             | 3100  | 209  | 25.3 | 18.0 | 8.5  | 215      | 6.1  | 8.0           | 14.4                 |

Setzen wir  $\frac{v}{u} = 1.4$ ,  $\frac{N_r}{N_n} = 1.5$ , so geben diese Thatsachen  
vermittelst der Gleichung (14) folgende Resultate:

| Benennung des Schiffes. | $N_n$ | $\frac{1000 \beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}$ | 1000 $\beta$ |
|-------------------------|-------|---|--------------|
| 1. St. Pierre . . . . . | 12    | 0.26  | 0.39         |
| 2. Unbekannt . . . . .  | 20    | 0.15  | 0.23         |
| 3. Estaffette . . . . . | 50    | 0.18  | 0.27         |
| 4. Mercurio . . . . .   | 80    | 0.15  | 0.23         |
| 5. Gulnare . . . . .    | 100   | 0.15  | 0.23         |
| 6. Phocéén . . . . .    | 120   | 0.12  | 0.18         |
| 7. Mentor . . . . .     | 160   | 0.13  | 0.20         |

| Benennung des Schiffes.     | $N_n$          | $\frac{1000 \beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}$ | 1000 $\beta$ |
|-----------------------------|----------------|---|--------------|
| 8. Medea . . . . .          | 220 . . .      | 0.13 . . .  | 0.20         |
| 9.                          | Nr. 1 70 . . . | 0.14 . . .  | 0.21         |
| 10.                         | " 2 120 . . .  | 0.14 . . .  | 0.21         |
| 11.                         | " 3 200 . . .  | 0.13 . . .  | 0.20         |
| 12.                         | " 4 240 . . .  | 0.16 . . .  | 0.24         |
| 13. Great Western . . . . . | 450 . . .      | 0.09 . . .  | 0.14         |
| 14. British Queen . . . . . | 500 . . .      | 0.08 . . .  | 0.12         |
| 15. President . . . . .     | 540 . . .      | 0.09 . . .  | 0.14         |
| 16. Great Eastern . . . . . | 3100 . . .     | 0.10 . . .  | 0.15         |

Diese Rechnung zeigt, dass der Widerstandcoefficient 1000  $\beta$  mit der Grösse der Maschinenkraft oder mit der Grösse des Schiffes abnimmt, was wir früher vorausgesetzt haben. Durch eine graphische Darstellung der in dieser Tabelle enthaltenen Werthe von  $\frac{1000 \beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}$

findet man dass sich dieselben ausdrücken lassen durch:

$$\frac{1000 \beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)} = \alpha = 0.1 \left( 1 + e^{-\frac{N_n}{165}} \right) \dots \dots \dots (15)$$

$$1000 \beta = 0.15 \left( 1 + e^{-\frac{N_n}{165}} \right) \dots \dots \dots (16)$$

Vermittelst dieses Werthes von  $\alpha = \frac{1000 \beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}$  erhalten wir nun:

wegen (4)  $k = 1.5 \left( 1 + e^{-\frac{N_n}{165}} \right) \left( \frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right) \dots \dots \dots (17)$

wegen (14)  $75 N_n = 0.1 \left( 1 + e^{-\frac{N_n}{165}} \right) \left( \frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right) \Omega u^3 \left( \frac{v}{u} \right) (18)$

wegen (10)  $\frac{v}{u} = 1 + \sqrt{\frac{k \Omega}{k_1 \Omega_1}} \dots \dots \dots (19)$

Die Werthe von  $\alpha = 0.1 \left( 1 + e^{-\frac{N_n}{165}} \right)$  für verschiedene Werthe von  $N_n$  sind in nachstehender Tabelle enthalten:



Tabelle über die Werthe von

$$\alpha = 0.1 \left( 1 + e^{-\frac{N_n}{165}} \right)$$

| $N_n$ | $\alpha$ | $N_n$ | $\alpha$ | $N_n$ | $\alpha$ | $N_n$ | $\alpha$ |
|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|
| 10    | 0.193    | 130   | 0.146    | 250   | 0.122    | 370   | 0.111    |
| 20    | 0.188    | 140   | 0.143    | 260   | 0.121    | 380   | 0.110    |
| 30    | 0.183    | 150   | 0.141    | 270   | 0.120    | 390   | 0.109    |
| 40    | 0.178    | 160   | 0.138    | 280   | 0.119    | 400   | 0.109    |
| 50    | 0.174    | 170   | 0.136    | 290   | 0.118    | 410   | 0.108    |
| 60    | 0.170    | 180   | 0.134    | 300   | 0.117    | 420   | 0.108    |
| 70    | 0.166    | 190   | 0.132    | 310   | 0.115    | 430   | 0.107    |
| 80    | 0.162    | 200   | 0.130    | 320   | 0.114    | 440   | 0.107    |
| 90    | 0.159    | 210   | 0.128    | 330   | 0.113    | 450   | 0.106    |
| 100   | 0.155    | 220   | 0.127    | 340   | 0.112    | 460   | 0.106    |
| 110   | 0.152    | 230   | 0.125    | 350   | 0.112    | 470   | 0.106    |
| 120   | 0.149    | 240   | 0.124    | 360   | 0.111    | 480   | 0.105    |

Der mittlere Werth von  $\frac{1000 \beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}$  ist 0.14. Nehmen wir an, dass der Realeffekt zweimal so gross ist, als der nominale Effekt, dass also  $\frac{N_r}{N_n} = 2$  ist, so wird für jenen mittleren Thatsachenwerth  $1000 \beta = 2 \times 0.14 = 0.28$ . Für die Reibung des Wassers in Kanälen ist aber  $1000 \beta = 1000 \times 0.000309 = 0.309$ , d. h. also: wenn man den Widerstandcoefficienten unter der Voraussetzung bestimmt, dass der Widerstand nur durch Reibung verursacht wird, so findet man aus den Erfahrungsthatfachen für diesen Coefficienten einen Werth, der noch etwas kleiner ist als derjenige, welcher durch zuverlässige Versuche für die Reibung des Wassers in Kanälen gefunden wurde. Wenn also diese Thatsachen wenigstens annähernd richtig sind, so ist man zu dem Schlusse berechtigt, dass bei gutgeformten Dampfschiffen der von der Form herrührende Theil des Widerstandes sehr klein ist, und dass dieser Widerstand beinahe ganz und gar durch die Reibung der Schiffswand am Wasser verursacht wird. Weil wir aber für kleine Schiffe einen

grösseren Werth gefunden haben, als für grössere, so dürfen wir auch den Satz aussprechen, dass der Einfluss der Form des Schiffes bei kleinen Schiffen merklicher ist, als bei grossen Schiffen. Wir finden also durch diese Vergleichung unserer Theorie mit den Thatsachen die Voraussetzungen bestätigt.

Vergleichung der im Vorhergehenden entwickelten Widerstandstheorie mit der Theorie, welche bisher aufgestellt wurde. Navier, Poncelet, Weisbach, Campagnac, Tourasse, Tredgold und alle Schriftsteller, welche bisher eine Theorie des Widerstandes der Schiffe aufgestellt haben, gehen von der Voraussetzung aus, dass der Widerstand eines Schiffes dem Flächeninhalt des eingetauchten Theiles des Hauptspantes und dem Quadrat der Geschwindigkeit des Schiffes proportional sei, und suchen unter dieser Voraussetzung den Widerstandscoeffizienten aus Thatsachen zu bestimmen. Diese Theorien beurtheilen also die Grösse eines Schiffes hinsichtlich des Widerstandes nur nach dem Querschnitt des Hauptspantes, vernachlässigen die Reibung, welche von der Länge des Schiffs abhängt, gänzlich und glauben auch noch, dass es möglich sei, Formen ausfindig zu machen, die einen beträchtlich kleineren Widerstand geben würden, als die gebräuchlichen. Aus diesen Theorien folgt, dass bei einerlei Geschwindigkeit die Pferdekkräfte der Schiffe den Querschnitten  $\Omega$  proportional sein müssen, oder dass  $\frac{N_n}{\Omega}$  für einerlei Werth von  $n$  constant ist. Dies widerspricht aber in so auffallender Weise den Thatsachen, dass diese Theorie gänzlich zu verwerfen ist. Die Tabelle Seite 178 zeigt, dass der Werth von  $\frac{N_n}{\Omega}$  bei ungefähr gleicher Geschwindigkeit keineswegs constant ist, sondern von 6 bis 80 variirt, und wenn man in der Tabelle den Werth von  $\frac{N_n}{\Omega}$  mit jenem von  $\frac{L}{B}$  vergleicht, erkennt man sogleich, dass die Werthe von  $\frac{N}{\Omega}$  gross oder klein ausfallen, je nachdem  $\frac{L}{B}$  gross oder klein ist. Die Ursache, dass man die Unrichtigkeit der älteren Theorien nicht erkannt hat, liegt vorzugsweise darin, dass bei den Schiffen, die zu jener Zeit existirten, in welcher diese älteren Theorien aufgestellt wurden, die Verhältnisse  $\frac{L}{T}$  und  $\frac{L}{B}$  beinahe constante Werthe hatten. Uebermässig lange Schiffe gab es damals nicht. Diese fehlerhafte Theorie hat aber zu sehr fatalen Consequenzen geführt. Denn man hat daraus gefolgert, dass es vortheilhaft sein müsse, die Schiffe möglichst lang zu bauen; denn nach dieser

älteren Theorie würden zwei Schiffe von gleich grossem Querschnitte, von denen aber das eine noch einmal so lang wäre, als das andere, bei gleicher Geschwindigkeit gleich viel Kraft erfordern. Das doppelt so lange Schiff würde also bei gleicher Kraft einen zweimal so grossen benutzbaren Raum darbieten, als das Schiff von einfacher Länge. Durch diesen Irrthum sind nun diese übermässig langen Schiffe entstanden, die wenig Stabilität gewähren, sehr grosse Betriebskraft erfordern, schwierig zu steuern sind und überdies, wie wir später zeigen werden, wenig Festigkeit besitzen.

Da wir nachgewiesen haben, dass bei den bestehenden Dampfschiffen der Widerstand, wenn auch nicht einzig und allein, aber doch grösstentheils nur von dem von der Form des Schiffes unabhängigen Reibungswiderstand abhängt, so folgt daraus, dass die üblichen Schiffformen jedenfalls nahezu bereits so gut als nur möglich sind, dass es demnach ein Irrthum ist, wenn man glaubt, dass es möglich wäre, durch theoretische Untersuchungen oder auf dem Wege der Erfahrung Formen ausfindig zu machen, die einen beträchtlich geringeren Widerstand verursachen würden, als die jetzt üblichen Formen. Es scheint sogar aus unsern Rechnungen gefolgert werden zu dürfen, dass ziemlich beträchtliche Formenabweichungen den Widerstand nur wenig ändern; denn die Schiffe, welche zu den früheren Berechnungen gedient haben, unterscheiden sich nicht nur nach ihrer Grösse (die von 20 bis 3100 Pferdekraft variirt), sondern auch in sehr hohem Grade nach ihrer Form, und dennoch haben wir für den Widerstandscoefficienten nur wenig abweichende Werthe gefunden. Wir glauben daher, dass diese in neuerer Zeit üblich gewordene lange und scharfe Zuspitzung des Vorder- und Hintertheiles der Schiffe hinsichtlich des Widerstandes zwecklos und in jeder andern Hinsicht nachtheilig ist. Denn diese scharfen Theile des Schiffes gewähren keinen nutzbaren Raum, vergrössern aber das Gewicht und vermehren, weil sie kein Wasser verdrängen, die Tauchung. Unsere Theorie nöthigt uns also zu dem Ausspruch, dass die alten Formen und Verhältnisse der Schiffe den in neuester Zeit in Anwendung gekommenen vorzuziehen sind, dass man also in Betreff der Anordnung der Schiffe nicht Fortschritte, sondern Rückschritte gemacht hat. Indessen, unsere Folgerungen gründen sich auf die nicht ganz verlässlichen Thatsachen, welche in der Tabelle Seite 178 zusammengestellt sind. Würden genaue und direkte Versuche über den Widerstand von kleinen und grossen, kurzen und langen Schiffen angestellt, so könnten diese möglicher Weise zu einem etwas andern Urtheile führen.

Aus dem Ausdruck (18) folgt, wenn man denselben mit  $B L T = \Omega L$  dividirt:

$$\frac{75 N_n}{B L T} = 0.1 \left( 1 + e^{-\frac{N_n}{165}} \right) \left( \frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right) \frac{u^3}{L} \left( \frac{v}{u} \right) \dots (20)$$

Für Schiffe, die geometrisch ähnlich gebaut sind, haben die Verhältnisse  $\frac{L}{T}$ ,  $\frac{L}{B}$  gleiche Werthe und ist  $B L T$  dem Volumen der verdrängten Flüssigkeit proportional.  $\frac{N_n}{B L T}$ , d. h. die Pferdekraft für jeden Kubikmeter des nützlichen Raumes, ist daher für Schiffe von geometrisch ähnlichen Verhältnissen der Länge  $L$  des Schiffes verkehrt proportional. Hieraus folgt, dass grosse Schiffe für jeden Kubikmeter des benutzten Raumes oder pro eine Tonne Nutzlast weniger Kraft erfordern, als kleine Schiffe; oder umgekehrt, dass die Nutzlast, welche ein Schiff mit angemessener Geschwindigkeit fortzuschaffen vermag, der Pferdekraft der Maschine und der Länge des Schiffes proportional ist. Daher kommt es, dass nur grosse Schiffe weite Seereisen mit Dampfkraft machen können. Ist  $s$  die Wegestrecke, die ein Dampfschiff zu durchfahren hat, ohne Kohlen einzunehmen, so ist die zur Fahrt erforderliche Kohlenmenge dem Produkt  $N_n s$  proportional; dieses kann aber dem Produkt  $L B T$  proportional gesetzt werden, demnach ist der Quotient  $\frac{N_n}{B L T}$  dem Werth von  $\frac{1}{s}$  proportional, daher wird endlich vermöge (20)  $s$  proportional  $L$ . Je grösser also die Wegstrecke ist, desto grösser muss jede lineare Dimension des Schiffes sein.

### Die Schraube als Treibapparat.

Die sogenannten Schrauben, welche gegenwärtig sehr häufig zum Treiben der Dampfschiffe benutzt werden, haben zwar dem äusseren Ansehen nach keine Aehnlichkeit mit dem, was man in der Geometrie eine Schraubenfläche nennt; nach ihrer Wirkungsweise stimmen sie aber doch mit der einer Schraubenfläche überein. Wir wollen daher der Berechnung dieses Treibapparates eine wirkliche Schraubenfläche, d. h. eine Fläche zu Grunde legen, die durch jede durch die Axe gelegte Ebene, in einer auf die Axe senkrechten Geraden, und durch einen mit der Axe concentrischen Cylinder von kreisförmigem Querschnitt in einer Schraubenlinie von gleichförmiger Steigung geschnitten wird. Die ganze Fläche kann man sich aus concentrisch um einander laufenden Schraubenlinien, deren

Steilheit von der Axe aus nach dem Umfang abnimmt, bestehend denken. Wir nehmen an, die Schraube habe nur einen Umgang, und bezeichnen durch:

$R$  den äusseren Halbmesser der Schraube;

$\alpha$  den Winkel, den jede an die äusserste Schraubenlinie gezogene Berührungslinie mit einer auf die Axe der Schraube senkrecht gelegten Ebene bildet;

$\varphi$  den gleichartigen Winkel für die in der Entfernung  $x$  von der Axe befindliche Schraubenlinie;

$u$  die relative Geschwindigkeit des Schiffes gegen das Wasser;

$\theta$  die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher sich die Schraube im Beharrungszustand bewegt;

$e = 1000$  Kilogramm, das Gewicht von einem Kubikmeter Wasser;

$g = 981$  die Beschleunigung durch die Schwere.

Aus der Bildungsweise der Schraube folgt zunächst:

$$R \tan \alpha = x \tan \varphi \quad \dots \dots \dots (1)$$

Denken wir uns irgend ein unendlich kleines Flächentheilchen,  $df$  der Schraubenfläche, welchem die Elemente  $x$  und  $\varphi$  entsprechen, so besitzt dasselbe eine Geschwindigkeit  $u$  in der Richtung der Axe und eine Geschwindigkeit  $\theta x$ , deren Richtung auf  $x$  senkrecht steht.

Die absolute Geschwindigkeit  $w$  des Flächenelementes ist:

$$w = \sqrt{u^2 + \theta^2 x^2} \quad \dots \dots \dots (2)$$

und die Richtung dieser Geschwindigkeit bildet gegen die dem Flächenelement entsprechende tangirende Ebene einen Winkel  $\psi$ , der durch folgende zwei Gleichungen bestimmt wird:

$$\left. \begin{aligned} \sin (\varphi - \psi) &= \frac{u}{\sqrt{u^2 + \theta^2 x^2}} \\ \cos (\varphi - \psi) &= \frac{\theta x}{\sqrt{u^2 + \theta^2 x^2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\left. \begin{aligned} \cos \psi &= \frac{u \sin \varphi + \theta x \cos \varphi}{\sqrt{u^2 + \theta^2 x^2}} \\ \sin \psi &= \frac{\theta x \sin \varphi - u \cos \varphi}{\sqrt{u^2 + \theta^2 x^2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

Die Pressung  $d p$ , welche das Wasser senkrecht gegen das Flächenelement  $d f$  ausübt, ist:

$$d p = a \frac{\rho}{g} d f (W \sin \varphi)^2 \dots \dots \dots (5)$$

wobei  $a$  eine Constante bezeichnet, die am besten durch Erfahrungen bestimmt wird.

Vermittelt der Werthe, welche die Gleichungen (2) und (4) darbieten, wird

$$d p = a \frac{\rho}{g} d f (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \dots \dots \dots (6)$$

Zerlegen wir  $d p$  in zwei Kräfte, von denen die eine nach der Richtung der Schraubenaxe, die andere aber zugleich senkrecht auf die Axe der Schraube und auf den Halbmesser  $x$  wirkt, so ist die erstere dieser Kräfte

$$\left. \begin{aligned} d p \cos \varphi &= a \frac{\rho}{g} d f (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \cos \varphi \\ d p \sin \varphi &= a \frac{\rho}{g} d f (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \sin \varphi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

die letztere dagegen

Schneiden wir die Schraubenfläche durch zwei mit ihrer Axe concentrische Cylinder, deren Halbmesser  $x$  und  $x + d x$  sind; ferner durch zwei in die Axe gelegte, einen Winkel  $d \omega$  gegen einander bildende Ebenen, so ist das durch diese vier Flächen auf der Schraubenfläche entstehende Flächenelement

$$\frac{r d x d \omega}{\cos \varphi}$$

und wir können dasselbe für  $d f$  in obige Ausdrücke einführen, wodurch dieselben folgende Gestalt annehmen:

$$\left. \begin{aligned} d p \cos \varphi &= a \frac{\rho}{g} (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 x d x d \omega \\ d p \sin \varphi &= a \frac{\rho}{g} (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \operatorname{tang} \varphi x d x d \omega \end{aligned} \right\} \dots \dots (8)$$

Das Integrale des ersten Ausdruckes innerhalb der Grenzen  $x = 0, x = R$  und  $\omega = 0, \omega = 2 \pi$  gibt den gesammten Druck, mit welchem das Schiff durch die Schraube vorwärts getrieben wird.

Der zweite dieser Ausdrücke mit  $\theta x$  multipliziert und dann innerhalb derselben Grenzen integrirt, gibt dagegen den Effekt der Kraft, welcher in der Axe der Schraube wirksam ist.

Wir erhalten daher, weil der Widerstand des Schiffes durch  $k \Omega u^2$  ausgedrückt werden kann:

$$\left. \begin{aligned} k \Omega u^2 &= a \frac{\rho}{g} \int_0^{2\pi} \int_0^R (\theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 x dx d\omega \\ 75 N_r &= a \frac{\rho}{g} \theta \int_0^{2\pi} \int_0^R (\theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 x \operatorname{tang} \varphi x dx d\omega \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

Aus der Gleichung (1) folgt:

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi &= \frac{\frac{R}{x} \operatorname{tang} \alpha}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{x}\right)^2 \operatorname{tang}^2 \alpha}} \\ \cos \varphi &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{x}\right)^2 \operatorname{tang}^2 \alpha}} \\ \operatorname{tang} \varphi &= \frac{R \operatorname{tang} \alpha}{x} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

Durch Einführung dieser Werthe in die Ausdrücke (9) verwandeln sich dieselben in folgende:

$$\left. \begin{aligned} k \Omega u^2 &= a \frac{\rho}{g} (R \theta \operatorname{tang} \alpha - u)^2 \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{x dx d\omega}{1 + \left(\frac{R}{x}\right)^2 \operatorname{tang}^2 \alpha} \\ 75 N &= a \frac{\rho}{g} \theta R \operatorname{tang} \alpha (R \theta \operatorname{tang} \alpha - u)^2 \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{x dx d\omega}{1 + \left(\frac{R}{x}\right)^2 \operatorname{tang}^2 \alpha} \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

Es ist aber, wie man ohne Schwierigkeit finden wird:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{x dx d\omega}{1 + \left(\frac{R}{x}\right)^2 \operatorname{tang}^2 \alpha} = R^2 \pi [1 + 2 \operatorname{tang}^2 \alpha \operatorname{lognat}(\sin \alpha)]$$

Setzt man zur Abkürzung:

$$\left. \begin{aligned} R^2 \pi &= \Omega_1 \\ 1 + 2 \operatorname{tang}^2 \alpha \operatorname{lognat}(\sin. \alpha) &= \psi(\alpha) \\ a \frac{\rho}{g} &= k_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

wobei das Zeichen  $\psi$  als Funktionszeichen zu nehmen ist, so erhält man nun statt (11) folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} k \Omega u^2 &= k_1 (R \Theta \operatorname{tang} \alpha - u)^2 \Omega_1 \psi(\alpha) \\ 75 N_r &= k_1 \Theta R \operatorname{tang} \alpha (R \Theta \operatorname{tang} \alpha - u)^2 \Omega_1 \psi(\alpha) \end{aligned}$$

und aus diesen Gleichungen folgt nun:

$$\left. \begin{aligned} R \Theta \operatorname{tang} \alpha &= u \left( 1 + \sqrt{\frac{k \Omega}{k_1 \Omega_1} \frac{1}{\psi(\alpha)}} \right) \\ N_r &= \frac{k \Omega}{75} u^3 \left( 1 + \sqrt{\frac{k \Omega}{k_1 \Omega_1} \frac{1}{\psi(\alpha)}} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

Die erste dieser Gleichungen bestimmt die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher sich die Schraube drehen muss, wenn sich das Schiff mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegen soll; die zweite bestimmt den Effekt der Maschinen. Dieser belehrt uns, dass die Projektion  $\Omega_1$  der Schraube auf eine auf die Axe senkrechte Ebene möglichst gross sein soll. Allein in dieser Hinsicht ist man sehr eingeengt; man kann den Durchmesser der Schraube nicht wohl grösser machen, als die Tauchung des Schiffes beträgt, für schwach tauchende Flussschiffe ist also die Schraube gar nicht anwendbar, sondern nur für Seeschiffe mit Tiefgang. Dann aber kommt es auch noch darauf an, den Werth von  $\psi(\alpha)$  so gross als möglich, also wo möglich  $\infty$  zu machen, denn so lange die Wurzelgrösse

$$\sqrt{\frac{k \Omega}{k_1 \Omega_1} \frac{1}{\psi(\alpha)}}$$

einen von 0 verschiedenen Werth hat, fällt der Effekt grösser aus, als jener ist, der dem Widerstand  $k \Omega u^2$  und der Geschwindigkeit  $u$  entspricht. Nun ist aber:

$$\psi(\alpha) = \frac{1}{\Omega_1} \int_0^{R \operatorname{tang} \alpha} \int_0^{2\pi} \frac{x \, dx \, d\omega}{1 + \left(\frac{x}{R}\right)^2 \operatorname{tang}^2 \alpha}$$

woraus man sieht, dass der grösste Werth von  $\psi(\alpha)$  nur gleich der Einheit ist, und dass derselbe dann eintritt, wenn  $\alpha = 0$  ist, in welchem Falle die Umdrehungsgeschwindigkeit der Schraube unendlich gross werden müsste. Angenommen, dass es möglich wäre,  $\psi(\alpha) = 1$  zu machen, so würde doch die Schraube noch nicht in einem besseren Licht zum Vorschein kommen, als die Ruderräder, vorausgesetzt, dass  $\Omega_1 = R^2 \pi$  ungefähr gleich der Summe der Flächen zweier Schaufeln wäre, was auch nahe der Fall ist. Dies ist auch durch die Erfahrung bestätigt, denn die durch Schrauben getriebenen Schiffe haben alle stärkere Maschinen, als die durch Ruderräder bewegten.

Die Werthe von  $\psi(\alpha)$  sind für verschiedene Werthe von  $\alpha$  in folgender Tabelle enthalten:

|                  |       |       |       |       |       |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\alpha =$       | 25°   | 30°   | 35°   | 40°   | 45°   |
| $\psi(\alpha) =$ | 0.615 | 0.538 | 0.461 | 0.384 | 0.307 |

Aus dieser Tabelle ergibt sich, dass man annähernd setzen kann:

$$\psi(\alpha) = 1 + 2 \operatorname{tang}^2 \alpha \log \operatorname{nat}(\sin \alpha) = 1 - 0.0154 \alpha^0 \dots \quad (14)$$

Wenden wir unsere Resultate auf Seeschiffe an und setzen dabei voraus, dass der Durchmesser der Schraube gleich der Tauchung genommen wird.

Nach Versuchen von *Didon* über den Widerstand von Flächen, die gegen Wasser bewegt werden, ist der Coefficient  $k_1 = 70$  zu setzen. Für Meerschiffe hat man ferner:

$$\frac{L}{B} = 6, \quad \frac{T}{B} = 0.4, \quad \frac{L}{T} = 15, \quad \text{demnach } k = 6.8, \quad \Omega = BT = B^2 \left( \frac{T}{B} \right) = 0.4 B^2$$

$$R = \frac{T}{2} = 0.2 B, \quad R^2 \pi = \Omega_1 = 0.126 B^2, \quad \frac{\Omega}{\Omega_1} = \frac{0.4 B^2}{0.126 B^2} = 3.16,$$

$$\frac{k \Omega}{k_1 \Omega_1} = \frac{6.8}{70} 3.16 = 0.305$$

Nehmen wir den Winkel  $\alpha = 30^\circ$  an, so ist  $\psi(\alpha) = 0.538$ , führen statt der Winkelgeschwindigkeit  $\vartheta$  die Anzahl  $n$  der Umdrehung der Schraube per 1 Minute ein, so ist  $\vartheta = \frac{2 \pi n}{60}$  und nun erhalten wir vermittelst (13) folgende Ausdrücke:

$$\left. \begin{aligned} n &= 145 \frac{u}{B} \\ N_r &= 0.16 \Omega u^3 = 0.064 B^3 u^3 \\ N_n &= 0.10 \Omega u^3 = 0.043 B^3 u^3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

wobei der Nominaleffekt  $N_n = \frac{2}{3} N_r$  gesetzt wurde.

Für Schaufelräder ist aber

$$N_n = \frac{6.8 \times 1.4}{75 \times 1.5} \Omega u^3 = 0.084 \Omega u^3$$

Die Schraube braucht also im Verhältniss  $\frac{100}{84}$  mehr Kraft, als die Ruderräder erfordern.

Wir wollen nun die aufgefundenen Resultate (15) mit den Thatsachen der Wirklichkeit vergleichen

Nach dem allerdings ziemlich unregelmässigen aber zahlreichen Thatsachenmaterial, das in dem *Engineer's and Contractors Pocket-Book for the Years 1852 and 1853* über Schraubendampfschiffe enthalten ist, ergibt sich, wenn man die in diesem Buch in englischen Einheiten angegebenen Grössen auf Meter und Sekunde reduziert:

$$\left. \begin{aligned} n &= 180 \frac{u}{B} \\ N_n &= 0.037 B^3 u^3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

Vergleicht man dieses Ergebniss mit den Resultaten (15) der Theorie, so wird man eine befriedigende Uebereinstimmung finden.

Ich muss gestehen, dass ich eine so gute Uebereinstimmung nicht erwartet habe, und dass ich aus diesem Grunde diese Theorie 13 Jahre lang habe liegen lassen. Ich habe immer besorgt, dass die durch das Schiff verursachten unregelmässigen Bewegungen und Wirbelungen des Wassers am Hinterstern des Schiffes, so wie auch das Vorhandensein des Schiffskörpers selbst die Wirkung der Schraube bedeutend modifiziren müssten.

Nach der nun nachgewiesenen Uebereinstimmung der Theorie mit den Thatsachen scheint es aber, dass der unregelmässige Bewegungszustand des Wassers die Wirkung der Schraube nicht wesentlich stört.

Was die praktischen Vortheile und Nachtheile der Schraube anbelangt, so werde ich mich darüber später aussprechen, weil in dieser Hinsicht die Schraube mit der Turbine, deren Theorie nun noch entwickelt werden soll, übereinstimmt.

### Die Turbine als Treibapparat.

Man kann zum Treiben der Dampfschiffe auch Turbinen ohne Leiträder statt der Schrauben anwenden. Fig. 11 und 12, Taf. XVII zeigt einen solchen Turbinenapparat, dessen Theorie nun entwickelt werden soll.

Nennt man:

- $R_1$  den innern,  $R_2$  den äussern,  $R = \frac{R_1 + R_2}{2}$  den mittleren Halbmesser des Rades;
- $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit der Turbine in ihrem Beharrungszustand der Bewegung;
- $\beta$  den Winkel, welche die Schaufeln da, wo das Wasser in das Rad eintritt, mit der Ebene des Rades bilden;
- $\gamma$  den Winkel, welchen die Leitschaufeln da, wo das Wasser das Rad verlässt, mit der Ebene des Rades bilden;
- $\rho$  den Krümmungshalbmesser der Radschaufel an einer Stelle, wo die Normale mit einer auf die Axe des Rades senkrechten Ebene einen Winkel  $\varphi$  bildet;
- $\Omega = BT$  den Flächeninhalt des Rechteckes, das dem eingetauchten Theil des Hauptspantes entspricht;
- $\Omega_1 = (R_1^2 - R_2^2) \pi$  den Flächeninhalt der Projektion des Rades auf eine auf der Axe senkrechten Ebene;
- $\omega$  den Querschnitt eines Radkanales. Dieser Schnitt ist zwar nicht in jedem Punkt der Kurve von ganz gleicher Grösse, die einzelnen Querschnitte weichen jedoch so wenig von einander ab, dass wir  $\omega$  als constant nehmen können;
- $u_r$  die relative Geschwindigkeit des Wassers in den Radkanälen gegen die Schaufelflächen. Auch diese Grösse ist als eine Constante anzusehen, wenn  $\omega$  constant ist;
- $w$  die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser das Rad verlässt;
- $i$  die Anzahl der Kanäle des Rades.

Wir wollen gleich von vornherein die Bedingung stellen, dass das Wasser ohne Stoss in das Rad eintreten soll; dann muss sein:

$$\left. \begin{aligned} R \omega &= u_r \cos \beta \\ u &= u_r \sin \beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

Zwischen zwei unendlich nahen Querschnitten eines Kanals ist eine Wassermenge von  $1000 \omega ds$  Kilogramm eingeschlossen. Diese übt da, wo der Krümmung ein Halbmesser  $\rho$  entspricht, nach

normaler Richtung, also in der Richtung von  $\rho$  gegen die Schaufel einen Druck aus, der durch die Ablenkungskraft gemessen wird; dieser Druck ist daher:

$$\frac{1000 \omega ds}{g} \frac{u_r^2}{\rho}$$

Zerlegt man diesen Druck in zwei Kräfte, von denen die eine parallel mit der Axe der Turbine, die andere nach einer auf R und auf die Axe der Turbine zugleich senkrechten Richtung wirkt, so sind diese Kräfte:

$$\frac{1000 \omega ds}{g} \frac{u_r^2}{\rho} \sin \varphi, \quad \frac{1000 \omega ds}{g} \frac{u_r^2}{\rho} \cos \varphi,$$

Wird das auf die ganze Länge eines Kanales ausgedehnte Integrale des ersten Ausdruckes mit  $i$  multipliziert, so erhält man den Druck, mit welchem das Schiff durch das im Rad enthaltene Wasser vorwärts getrieben wird.

Der zweite dieser Ausdrücke mit  $\Theta R i$  multipliziert und dann auf die Ausdehnung einer Schaufel integrirt, gibt den Effekt. Wir erhalten daher:

$$\Omega k u^2 = i \int \frac{1000 \omega ds}{g} \frac{u_r^2}{\rho} \sin \varphi$$

$$75 N_r = \Theta R i \int \frac{1000 \omega ds}{g} \frac{u_r^2}{\rho} \cos \varphi$$

oder weil  $u_r$  constant ist, indem keine Kraft existirt, die das Wasser durch das Rad beschleunigt oder verzögert,

$$\left. \begin{aligned} \Omega k u^2 &= \frac{1000 \omega i}{g} u_r^2 \int \frac{\sin \varphi}{\rho} ds \\ 75 N_r &= \Theta R \frac{1000 \omega i}{g} u_r^2 \int \frac{\cos \varphi}{\rho} ds \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

Allein es ist  $\frac{ds}{\rho} = -d\varphi$ , demnach wird:

$$\int \frac{\sin \varphi}{\rho} ds = \int -\sin \varphi d\varphi, \quad \int \frac{\cos \varphi}{\rho} ds = \int -\cos \varphi d\varphi.$$

Da diese Integrale auf eine Schaufelkurve ausgedehnt werden müssen, so sind sie zu nehmen: von  $\varphi = \frac{\pi}{2} - \beta$  bis  $\varphi = \frac{\pi}{2} - \gamma$ .

Man erhält demnach:

$$\int_{\frac{\pi}{2} - \beta}^{\frac{\pi}{2} - \gamma} -\sin \varphi \, d\varphi = (\sin \gamma - \sin \beta)$$

$$\int_{\frac{\pi}{2} - \beta}^{\frac{\pi}{2} - \gamma} -\cos \varphi \, d\varphi = (\cos \beta - \cos \gamma)$$

Hierdurch erhalten nun die durch (2) ausgedrückten Beziehungen folgende Gestaltung:

$$\Omega k u^2 = \frac{1000 \omega i}{g} u_r^2 (\sin \gamma - \sin \beta)$$

$$75 N_r = \Theta R \frac{1000 \omega i}{g} u_r^2 (\cos \beta - \cos \gamma)$$

Allein es ist  $\omega i = \Omega \sin \beta$ ,  $u_r = \frac{u}{\sin \beta}$ ,  $R \Theta = u \frac{\cos \beta}{\sin \beta}$ . Führt man diese Werthe in die vorhergehenden Ausdrücke ein, und bezeichnet theils zur Abkürzung, theils um eine symmetrische Form der Ausdrücke zu erhalten,  $\frac{1000}{g}$  mit  $k_1$ , setzt also:

$$\frac{1000}{g} = k_1 \dots \dots \dots (3)$$

so erhält man:

$$\frac{\Omega k}{\Omega_1 k_1} = \frac{\sin \gamma - \sin \beta}{\sin \beta}$$

$$75 N_r = k_1 \Omega \frac{\cos \beta (\cos \beta - \cos \gamma)}{\sin^2 \beta} u^2$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\sin \beta = \frac{\sin \gamma}{1 + \frac{\Omega k}{\Omega_1 k_1}}$$

$$N_r = \frac{\Omega k}{75} u_r^2 \frac{\cos \beta \cos \beta - \cos \gamma}{\sin \beta \sin \gamma - \sin \beta}$$

und dann hat man noch vermöge (1)

$$\Theta = \frac{u}{R} \cotg \beta$$

$$\text{Es ist aber } \frac{\cos \beta - \cos \gamma}{\sin \gamma - \sin \beta} = \text{tang } \frac{\beta + \gamma}{2} \text{ und } \Theta = \frac{2 \pi n}{60}$$

Die drei vorhergehenden Gleichungen können deshalb geschrieben werden, wie folgt:

$$\left. \begin{aligned} \sin \beta &= \frac{\sin \gamma}{1 + \frac{\Omega k}{\Omega_1 k_1}} \\ n &= \frac{60}{2 \pi} \frac{u}{R} \cotg \beta \\ N_r &= \frac{\Omega k}{75} u^2 \frac{\text{tang } \frac{\beta + \gamma}{2}}{\text{tang } \beta} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

Dieses Ergebniss habe ich in die Resultate für den Maschinenbau Seite 316, vierte Auflage, aufgenommen. Da vermöge der ersten dieser Gleichungen  $\beta$  immer kleiner als  $\gamma$  sein muss, so ist:

$$\frac{\text{tang } \frac{\beta + \gamma}{2}}{\text{tang } \beta}$$

stets grösser als die Einheit; es ist also auch diese Turbine ein unvollkommener Treibapparat, denn für einen vollkommenen müsste  $N_r$  gleich  $\frac{\Omega k u^2}{75}$  werden.

Um diese Unvollkommenheit so viel als möglich zu schwächen, muss man  $\gamma$  sehr klein und  $\Omega_1$  sehr gross annehmen. Allein in der Annahme dieser Grössen wird man sehr beschränkt.  $\Omega_1$  kann nicht grösser genommen werden, als es die Tauchung erlaubt, auch  $\gamma$  kann nicht zu klein angenommen werden, weil sonst  $\beta$  sehr klein ausfällt, was zur Folge hätte, dass man  $n$  ausserordentlich gross nehmen müsste; man muss also auf eine ganz vortheilhafte Wirkungsweise der Turbine verzichten.

Für Seeschiffe dürfen wir nehmen:

$$\begin{aligned} k &= 6.8, \quad k_1 = 102, \quad R_1 = 0.2 B, \quad R_2 = 0.1 B, \quad R = 0.15 B \\ \Omega &= 0.4 B^2, \quad \Omega_1 = (R_1^2 - R_2^2) \pi = 0.0943 B^2, \quad \frac{\Omega k}{\Omega_1 k_1} = 0.283, \quad \gamma = 30^\circ \end{aligned}$$

dann wird vermöge der Gleichungen (4)

$$\left. \begin{aligned} \beta &= 23^\circ \\ n &= 149 \frac{u}{B} \\ N_r &= 0.042 B u^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

Diese Werthe von  $n$  und  $N_r$  treffen beinahe mit jenen zusammen, die wir für die Schraube gefunden haben, es verspricht daher die Turbine kein besseres Resultat als die Schraube, und beide sind hinsichtlich des Kraftaufwandes nicht besser als die alten Ruderräder.

**Bewegung eines Schiffes auf den Wellen.** Durch die früher gegebene Beschreibung der Wellenbewegung in tiefem Wasser wissen wir 1. dass die Vertikalbewegungen der Wassertheilchen in der vorderen Wellenhälfte nach aufwärts, in der hinteren Wellenhälfte nach abwärts gerichtet sind; 2. dass die Horizontalbewegungen der Wassertheilchen in dem Gebiete eines Wellenberges nach vorwärts gerichtet sind; 3. dass die Bewegungen der Wassertheilchen nach der Tiefe hinab (nach einem Exponentialgesetz) rasch abnehmen; 4. dass die Laufgeschwindigkeit einer Welle der Quadratwurzel aus der Wellenlänge proportional ist; 5. dass die grössten im Ocean vorkommenden Wellenhöhen circa 10 Meter, die grössten Wellenlängen circa 150 Meter und die grössten Laufgeschwindigkeiten 15 Meter (Schnellzuggeschwindigkeit) betragen.

Mit Berücksichtigung dieser theoretischen Ergebnisse und den angeführten praktischen Erfahrungen sind wir nun einigermassen im Stande, die Bewegungen eines Schiffes auf dem wellenbewegten Meere zu erklären.

Die Vertikalbewegungen des Wassers wirken vorzugsweise gegen den Boden, die Horizontalbewegungen dagegen vorzugsweise gegen die Wände des Schiffes; die ersteren dieser Bewegungen bewirken daher das Wogen und Nicken, die letzteren das Wanken des Schiffes. Ein kleines nur wenig tauchendes Schiff ist daher den an der Oberfläche und in geringer Tiefe vorhandenen grossen und heftigen Vertikalbewegungen ausgesetzt, wird aber wegen seiner geringen Tauchung von den Horizontalbewegungen des Wassers nur wenig affizirt. Daher kommt es, dass diese kleinen Schiffe an der Oberfläche der Wellen bleiben, mit denselben steigen und sinken, aber von den Wellen nicht untergraben werden, dass also kleinere Schiffe selbst bei höchgehender See nicht zu Grunde gehen.

Bei stürmendem Meere sind ferner die Wellenlängen gegen die Schiffslänge eines kleinen Schiffes so gross, dass die Einwirkungen des Wassers gegen alle Theile des Schiffsbodens in ziemlich gleich grossem Maasse stattfindet, was zur Folge hat, dass die Deckfläche eines kleinen Schiffes mit der tangirenden Ebene an der Welle stets ziemlich nahe parallel bleibt, oder dass die Mastrichtung in jedem Augenblick gegen die Wellenfläche normal gerichtet ist.

In anderer Weise erfolgen die Bewegungen eines grossen tief-tauchenden Schiffes. An dem tief unter der Wasserfläche befindlichen Boden des Schiffes herrscht im Wasser beinahe Ruhe, Vertikalbewegungen werden daher bei einem sehr tieftauchenden Schiff beinahe nicht angeregt, es schwankt nur wenig auf und nieder, nickt nur wenig vorwärts und rückwärts (stampft wenig). Die Wirkungen der Horizontalbewegungen gegen die ausgedehnten Schiffswände sind dagegen insbesondere an der Oberfläche des Wassers sehr heftig, so dass die Grösse des Schiffes gegen das Wanken nicht schützt. Das Nicken richtet sich überdiess nach dem Verhältniss zwischen der Wellenlänge und Schiffslänge. So lang die Wellenlänge nicht mehr als ein Drittel oder die Hälfte der Schiffslänge beträgt, liegt das Schiff (vorausgesetzt, dass seine Bewegungsrichtung mit der Richtung des Wellenlaufes übereinstimmt oder entgegengesetzt ist) in ersterem Fall beständig auf drei, in letzterem Fall auf zwei Wellen, es kann also nicht stark nicken, sondern dies tritt erst dann ein, wenn die Wellenlänge gleich oder grösser wird als die Schiffslänge. Ist also die Länge eines Schiffes kleiner als die längste im Ocean vorkommende Welle (150 Meter), so wird es zuweilen Stürmen ausgesetzt sein, die ein heftiges Stampfen veranlassen. Der Great Eastern ist 209 Meter lang, also länger als die längsten im Ocean vorkommenden Wellen; dieses Schiff stampft also selbst bei den heftigsten Stürmen nur wenig, allein dem Wanken und Umlegen ist auch dieses Schiff eben so sehr ausgesetzt, wie ein Schiff von mittlerer Grösse. Kurz zusammengefasst können wir sagen: 1. kleine Schiffe tanzen mit den Wellen auf und nieder und die Mastrichtung weicht nie viel von der Normalrichtung zur Wellenfläche ab; 2. Schiffe von mittlerer Grösse sind bei stürmender See einem heftigen Wanken, Wogen und Nicken ausgesetzt; 3. sehr grosse Schiffe zeigen weder ein starkes Wogen noch ein heftiges Nicken, werden aber wie kleinere Schiffe zur Seite gelegt, wobei die Wellen an den Schiffswänden hinauffahren.

Die störenden Bewegungen eines Schiffes werden bei hohem Wellengang immer, bei mässigem Wellengang aber unter gewissen Um-

ständen, beträchtlich und heftig. Die Erklärung dieser Erscheinung, welche zuerst *Lamartin* (der Dichter) während seiner Reise nach dem Orient beobachtet und mit ausgezeichnete Klarheit beschrieben hat, ergibt sich aus einer genauern Kenntniss der Schwingungsgesetze. Diese Gesetze lehren, dass jede der drei Schwingungen, die wir Wogen, Wanken und Nicken genannt haben, aus zweierlei Arten von Schwingungen zusammengesetzt sind. Bezeichnen wir diese Schwingungsarten mit A und B und nennen die ersteren (nämlich A) Stabilitätsschwingungen, die letzteren Wellenschlag-schwingungen. Die Schwingungen A entstehen und werden unterhalten durch den hydrostatischen Auftrieb, wenn einmal das Gleichgewicht gestört worden ist. Ihre Schwingungsdauer T richtet sich nach der Grösse der Tauchung und überhaupt nach den Stabilitätsverhältnissen des Schiffes. Die Schwingungen B werden durch die Einwirkungen der Wellenbewegung des Wassers gegen den Boden und gegen die Wände des Schiffes hervorgebracht. Die Schwingungszeit T<sub>1</sub> dieser Schwingungen B stimmt genau mit der Zeit von einem Wellenschlag bis zum nächsten überein, oder diese Schwingungszeit ist gleich der Zeit, die verfliesst, bis eine Welle um ihre eigene Länge fortrückt. Wenn nun die Wellen eine solche Länge haben, dass T<sub>1</sub> gleich T wird, so erhält das Schiff immer dann einen Wellenschlag, wenn es vermöge seiner Stabilitätsschwingungen A in eine gewisse Phase gerathen ist. Die störenden Bewegungen, welche die wieder aufeinanderfolgenden Wellenschläge verursachen, müssen sich daher, wenn T = T<sub>1</sub> ist, ansammeln, was zur Folge hat, dass selbst bei mässig hohem Wellengang mit der Zeit sehr heftige störende Bewegungen eintreten können. Bezeichnen wir für die Stabilitätsschwingungen mit t<sub>1</sub> die Zeit einer Vertikal-schwingung, mit t<sub>2</sub> die Zeit einer Wankung, mit t<sub>3</sub> die Zeit einer Nickung, so tritt ein heftiges Wogen ein, wenn T<sub>1</sub> = t<sub>1</sub>, ein heftiges Wanken, wenn T<sub>1</sub> = t<sub>2</sub>, endlich ein heftiges Nicken, wenn T<sub>1</sub> = t<sub>3</sub> wird. Für kleine Schiffe haben die Schwingungszeiten t<sub>1</sub>, t<sub>2</sub>, t<sub>3</sub> kleine Werthe, für grosse Schiffe dagegen grosse Werthe.

Da die Werthe von T der Quadratwurzel aus der Wellenlänge proportional sind (denn es ist  $T = \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}} = \sqrt{\frac{2\pi}{g}} \sqrt{\lambda}$ ) so folgt,

dass auch häufig die störenden Bewegungen bei kleinen Schiffen schon bei kurzen Wellen, bei grossen Schiffen aber erst durch lange Wellen eintreten können.

Auf ähnliche Weise, wie so eben erklärt wurde, können jedes mal Ansammlungen von störenden Bewegungen entstehen, wenn

zwei von einander unabhängige Ursachen vorhanden sind, von denen jede für sich allein eine schwingende Bewegung veranlasst. Die Schwingungen eines gewöhnlichen Pendels werden mit der Zeit heftig, wenn gegen das Pendel jedesmal, nachdem es eine Schwingung gemacht hat, ein, wenn auch nur ganz schwacher Schlag ausgeübt wird. Die bei einer Lokomotive vorkommenden störenden Bewegungen werden mit der Zeit sehr heftig, wenn die Zeit einer Umdrehung der Triebäder mit der Zeit übereinstimmt, in welcher die Lokomotive vermöge ihres Federsystems eine Schwingung vollbringt. Die elliptische Bahn, welche ein Planet vermöge der Sonnenanziehung beschreibt, kann durch die Einwirkung eines zweiten Planeten  $p$ , Störungen erleiden, die mit der Zeit fort und fort anwachsen, wenn die Umlaufzeiten (Schwingungszeiten) der beiden Planeten in einem einfachen durch ganze Zahlen ausdrückbaren Verhältniss stehen.

Damit die Schiffe (insbesondere die kleineren) beim Nicken mit den beiden Enden nicht zu tief in das Wasser gerathen können, sind die Formen der über dem Wasser befindlichen Theile der Schiffsenden von Wichtigkeit. Die eingetauchten Theile der Schiffsenden müssen zur Verminderung des Widerstandes scharf geformt sein, die über dem Wasser befindlichen Theile der Schiffsenden müssen dagegen von der Schwimmfläche an in die Breite gehen, so dass das Schiff gleichsam mit breiter Brust auf das Wasser schlägt, wenn es mit seinen Enden ins Wasser stürzt. Dadurch ist das Schiff allerdings erschütternden, seine Festigkeit gefährdenden Schlägen ausgesetzt, allein der hieraus entstehende Nachtheil ist bei einem fest gebauten Schiff nicht so gross, als wenn die Schiffsenden unter Wasser gerathen.

**Vertikaloscillationen eines Schiffes.** Die Bestimmung der oscillirenden Bewegungen eines Schiffes ist, insbesondere wenn man welliges Wasser voraussetzt, mit unüberwindlichen Schwierigkeiten verbunden. Es bleibt also nichts anderes übrig, als sich mit einer Annäherungsrechnung zu begnügen. Denken wir uns zuerst Oscilliren in vertikalem Sinn in glattem Wasser und fassen das Schiff in dem Moment ins Auge, wenn es im Niedersinken begriffen ist und der Schwerpunkt um  $z$  unter der Gleichgewichtslage sich befindet. Dann ist annähernd  $\alpha B L z$  das Wasservolumen und  $\gamma \alpha B L z$  das Gewicht der Wassermenge, das der Zunahme der Tauchung um  $z$  entspricht, ist demnach  $\gamma \alpha B L z$  die Kraft, welche nach aufwärts der Bewegung des Schiffes entgegen wirkt. Dabei bedeutet  $\gamma$  das Gewicht von einem Kubikmeter Wasser und  $\alpha$  den Coefficienten, mit welchem

der Flächeninhalt  $B L$  des der Schwimmfläche umschriebenen Rechteckes multipliziert werden muss, um den wahren Flächeninhalt der Schwimmfläche selbst zu erhalten. Wenn wir aber nun noch annehmen, dass continuirlich gegen das Wasser Wellen von einer Höhe  $\mathfrak{G}$ , Länge  $\lambda$  und Laufgeschwindigkeit  $v$  hinlaufen, so wird immer nach Verlauf einer Zeit  $\frac{\lambda}{v}$  eine Welle ankommen und das Schiff heben. Die Hebungskraft einer Welle ist mit der Zeit und Grösse der Welle veränderlich. Nehmen wir an, dass dieselbe durch  $\mathfrak{G} B L \sin 2\pi \frac{v}{\lambda} t$  ausgedrückt werden könne, wobei  $\mathfrak{G}$  eine Grösse bedeutet, die von der Höhe der Welle abhängt. Berücksichtigt man noch, dass das Gewicht des Schiffes (des zu bewegenden Körpers) ausgedrückt werden kann durch  $\gamma \beta B L T$ , wobei  $\beta$  den Coefficienten bedeutet, mit welchem das dem eingetauchten Theil des Schiffes umschriebene Parallelepiped multipliziert werden muss, um das vom Schiff verdrängte Wasservolumen zu erhalten; so ergibt sich folgende Differenzialgleichung der Bewegung:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = g \frac{-\gamma \alpha B L z + \mathfrak{G} B L \sin 2\pi \frac{v}{\lambda} t}{\gamma \beta B L T} \dots \dots \dots (1)$$

oder:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -g \frac{\alpha}{\beta} \frac{z}{T} + \frac{g \mathfrak{G}}{\gamma \beta T} \sin 2\pi \frac{v}{\lambda} t \dots \dots \dots (2)$$

Das Integrale dieser Gleichung ist:

$$z = \mathfrak{A} \sin \sqrt{\frac{\alpha}{\beta} \frac{g}{T}} t + \mathfrak{B} \cos \sqrt{\frac{\alpha}{\beta} \frac{g}{T}} t + \frac{\frac{g \mathfrak{G}}{\gamma \beta T}}{\left(\frac{\alpha}{\beta} \frac{g}{T} - \left(2\pi \frac{v}{\lambda}\right)^2\right)} \sin 2\pi \frac{v}{\lambda} t \dots (3)$$

Die Vertikaloscillationen des Schiffes bestehen, wie diese Gleichung zeigt, aus drei Elementarschwingungen. Die von den Constanten  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$  abhängigen Schwingungen sind diejenigen, welche auch im glatten Wasser vorkommen, die von  $\mathfrak{G}$  abhängige Schwingung wird durch den periodisch wiederkehrenden Wellenhub hervorgebracht. Vermöge der ersteren dieser Schwingungen kehrt das Schiff in eine bestimmte Position zurück, wenn sich die Zeit  $t$  um  $\mathfrak{Z} = 2\pi \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \frac{T}{g}}$  ändert, dies ist demnach die Zeit einer ganzen

Schwingung der ersten Art. Die Schwingungszeit derjenigen Schwingung, welche die Wellen verursachen, ist dagegen  $\frac{\lambda}{V}$ , ist also gleich der Zeit  $\mathfrak{x}$ , von einem Wellenhub bis zum nächstfolgenden.

Die Schwingungen, welche durch die Wellen verursacht werden, können sehr gross werden, wenn der Nenner  $\frac{\alpha}{\beta} \frac{g}{T} - \left(2\pi \frac{V}{\lambda}\right)^2$  sehr klein oder selbst Null wird, d. h. wenn

$$(2\pi)^2 \left\{ \left( \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta} \frac{g}{T}} \right)^2 - \left( \frac{V}{\lambda} \right)^2 \right\} = (2\pi)^2 \left[ \left( \frac{1}{\mathfrak{x}} \right)^2 - \left( \frac{1}{\mathfrak{x}_1} \right)^2 \right]$$

verschwindend klein wird. Dies ist der Fall, wenn  $\mathfrak{x} = \mathfrak{x}_1$  ist. Die Vertikaloscillation des Schiffes kann also selbst bei schwachen Wellenschlägen (wenn  $\mathfrak{G}$  klein ist) sehr hoch werden, wenn die Zeit einer Schwingung, die durch den Auftrieb verursacht wird, gleich ist der Zeitintervalle von einem Wellenschlag bis zum nächstfolgenden. Diese Zeiten stimmen überein, wenn  $2\pi \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \frac{T}{g}} = \frac{\lambda}{V}$

oder wegen Gleichung (6) Seite 163, wenn  $2\pi \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \frac{T}{g}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{g}{2\pi} \frac{\lambda}{2\pi}}}$

$= \sqrt{\frac{2\pi}{g}} \lambda$ , d. h. wenn  $\lambda = 2\pi \frac{\beta}{\alpha} T$  ist. Diese Länge  $\lambda$  der für die Vertikaloscillationen gefährlichen Wellen ist also der Tauchung des Schiffes proportional. Für Meerschiffe ist in der Regel  $\beta = 0.566$   $\alpha = 0.812$ , demnach  $\lambda = 2 \times 3.14 \frac{0.566}{0.812} T = 4.37 T$ . Diese gefährlichen Wellen sind also nur etwa 4 mal so lang als die Tauchung, und sind also selbst für die grössten Schiffe kleiner als die Sturmwellen.

Diese allmähigen Steigerungen einer schwingenden Bewegung durch periodisch wiederkehrende Einwirkungen kommen in der Natur sowohl, als auch bei Maschinenbewegungen häufig vor. Dass ein Schiff durch wiederholte, wenn auch schwache Wellenschläge in starke Oscillationen versetzt werden kann, ist vielleicht noch niemals von einem Seemann so klar erkannt worden, als von dem Dichter *Lamartin*, der diese Erscheinung in seinem Werke „Voyage dans l'Orient“ mit meisterhafter Klarheit beschreibt. Es verdient noch bemerkt zu werden, dass die Zeit  $\mathfrak{x} = 2\pi \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \frac{T}{g}}$  einer Schwingung, die der Auftrieb verursacht, übereinstimmt mit der eines einfachen Pendels von der Länge  $\frac{\beta}{\alpha} T$ .

## Festigkeit des Schiffbaues.

Hinsichtlich der Festigkeit ist ein Schiff als ein schwerer, belasteter hohler Körper zu betrachten, auf dessen Oberfläche äussere Pressungen ausgeübt werden. Diese äusseren Pressungen richten sich nach dem Zustand des Wassers, der ein ruhiger oder ein wellenförmig bewegter sein kann. Wir haben daher die Festigkeit des Schiffes in folgenden Fällen zu betrachten: 1. wenn das Wasser eine horizontale Ebene bildet; 2. wenn die Oberfläche des Wassers mit vielen kleinen Wellen bedeckt ist, deren Länge viel kleiner ist, als die Länge des Schiffes, wenn also das Schiff auf einer grossen Anzahl von Wellen aufliegt; 3. wenn die Oberfläche des Wassers grosse Wellen bildet, deren Länge genau oder ungefähr gleich ist  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{1}$  der Schiffslänge, so dass das Schiff gleichzeitig auf 3, auf 2 oder nur auf einer Welle aufliegt.

**Glattes Wasser.** Wir beginnen unsere Betrachtung für den Fall, dass die Oberfläche des Wassers eine Ebene bildet. Es sei  $\omega$  die Fläche des eingetauchten Theiles von demjenigen Schiffsquerschnitt  $BC$ , Taf. XVIII Fig. 1 der vom Ende  $A$  des Kieles um  $AC = x$  absteht.  $B, C$ , irgend ein anderer Querschnitt,  $AC_1 = x_1$ ,  $p$  die Gewichtsintensität des Schiffes sammt Belastung im Querschnitt  $BC$ , in dem Sinn verstanden, dass man  $p$  mit  $dx = Ce$  multiplizieren muss, um das Gewicht des zwischen den Ebenen  $BC$  und  $b c$  enthaltenen Theils des Schiffes sammt den zwischen diesen Ebenen enthaltenen Theils der Belastung zu erhalten. Sowohl  $\omega$  als  $p$  sind Funktionen von  $x$ ;  $\omega$  ist eine stetige,  $p$  eine unstetige Funktion von  $x$ . Vermöge des Gewichtes wirkt auf den Körpertheil  $BC b c$  nach vertikaler Richtung eine Kraft  $p dx$ , vermöge des Auftriebes nach vertikaler Richtung aufwärts eine Kraft, die gleich ist dem Gewicht  $\gamma \omega dx$  der Wassermenge, welche dieser Körpertheil verdrängt. Die Resultirende aus diesen beiden Kräften ist  $p dx - \gamma \omega dx = (p - \gamma \omega) dx$  und ist abwärts oder aufwärts gerichtet, je nachdem  $p > \gamma \omega$  oder  $p < \gamma \omega$ . Das Moment dieser Kraft in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Querschnittes von  $B, C$ , gehende Queraxe ist demnach  $(p - \gamma \omega) dx (x_1 - x)$  und die Summe der Momente aller Kräfte, welche auf den Schiffstheil von  $A$  bis  $C$ , einwirken, ist demnach:

$$\int_0^{x_1} (p - \gamma \omega) (x_1 - x) dx$$

Dies ist also das statische Moment der Kraft, welche das Schiff in der Weise im Querschnitt B, C, zu brechen strebt, dass oben bei B, Ausdehnung, unten bei C, Zusammendrückung stattfindet. Nennt man  $\mathfrak{S}$  die Spannungsintensität bei B, E eine gewisse nur von den Dimensionen des Querschnittes B, C, des Schiffbaues abhängige Funktion, so ist  $\mathfrak{S} E$  die Summe der statischen Momente aller im Querschnitt B, C, des Schiffbaues vorkommenden Spannungen und Pressungen in Bezug auf die durch den Schwerpunkt des Querschnittes B, C, gehende Queraxe; demnach hat man:

$$\int_0^{x_1} (p - \gamma \omega) (x_1 - x) dx = \mathfrak{S} E \dots \dots \dots (1)$$

Es ist auch noch:

$$\mathfrak{B} \gamma = \int_0^L \gamma \omega dx = \int_0^L p dx \dots \dots \dots (2)$$

durch welche Gleichung ausgedrückt wird, dass das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit gleich ist dem Gewicht des Schiffbaues sammt Belastung.  $\mathfrak{B}$  ist das Volumen der vom ganzen Schiff verdrängten Flüssigkeit.  $\gamma$  das Gewicht von einem Kubikmeter des Wassers, in welchem das Schiff schwimmt. L die Länge des Schiffes.

Wenn die Belastung eines Schiffes so vertheilt wird, dass das zwischen den Ebenen BC und bc enthaltene Gewicht  $p dx$  des Baues sammt Belastung gleich ist dem Gewicht  $\gamma \omega dx$ , welches dieser Theil des Schiffes verdrängt, so ist  $(p - \omega \gamma) dx = 0$  und dann wird

$$\int_0^{x_1} (p - \gamma \omega) (x_1 - x) dx = 0, \text{ demnach } \mathfrak{S} E \text{ oder } \mathfrak{S} = 0, \text{ d. h. bei}$$

einer solchen Belastung ist die Festigkeit des Schiffbaues gar nicht in Anspruch genommen. Diese Belastungsweise wird in der That bei den leicht gebauten Flusstransportschiffen, insbesondere bei den Kohlenschiffen auf den Kanälen und Flüssen in Anwendung gebracht, und dadurch ist es möglich, dass derlei Schiffe ihrem Zweck entsprechen, obgleich sie oft so leicht gebaut sind, dass sie sich biegen und eine Wellenform annehmen, wenn sie den Wellen eines vorbeifahrenden Dampfschiffes ausgesetzt sind.

Bei den Dampfschiffen mit scharf geformtem Vorder- und Hintertheil ist es anders. Bei diesen Schiffen verdrängen die scharfen Enden nur sehr wenig Wasser, ist daher an den Enden

$p > \gamma \omega$ , verdrängt dagegen der mittlere Theil des Schiffes sehr viel Wasser und ist daher für denselben  $p < \gamma \omega$ . An zwei Stellen des Schiffes ist  $p = \gamma \omega$ .

Fig. 2 zeigt das Kräftesystem, durch welches die Festigkeit des Baues bedroht ist. Die Pfeile geben der Grösse und Richtung nach die Werthe von  $p - \gamma \omega$  an. In den Punkten B und D ist die Intensität des Schiffsgewichts sammt Belastung gleich der Intensität des Auftriebes; ist also  $p - \gamma \omega = 0$ . Man sieht, es wird gleichsam nur der mittlere Theil B D des Schiffes getragen, und die Enden BA und DE müssen durch die in den Querschnitten bei B und D vorkommenden Spannungen und Pressungen horizontal schwebend erhalten werden. Das ganze Kräftesystem sucht also das Schiff so zu biegen, dass der Kiel eine concave Form annimmt, Fig. 3. Diese Formänderung tritt in der That bei hölzernen Schiffen, wenn sie lange im Gebrauch waren, ein. Man sagt dann, das Schiff sei „hohlkielig.“

So wie gegenwärtig die eisernen Schiffe hergestellt werden, bestehen sie aus einem mit einer Blechhaut überzogenen System von Querrippen. Denkt man sich einen Fisch in umgekehrte Lage gebracht, so dass der Rücken nach unten und der Bauch nach oben gekehrt ist, so hat man ein Bild von der gegenwärtig allgemein üblichen Bauart der eisernen Schiffe. Allein diese Bauart ist offenbar fehlerhaft, denn das System der Querrippen gibt wohl dem Boden und den Wänden Steifigkeit, so dass sie äusseren Stössen und Schlägen beim Anfahren oder Stranden widerstehen, allein Festigkeit gegen das Abbrechen können diese Querrippen nicht verleihen, sondern hierzu können nur Längerippen und Längenverbindungen dienen, die gewöhnlich ganz fehlen, oder doch nicht in genügendem Maasse vorhanden sind. Für Flussschiffe genügt allerdings diese übliche Bauart, indem die vertikalen Schiffswände gegen das Abbrechen hinreichend schützen, allein für Meeresschiffe ist die Längenverbindung durch die Schiffswände allein nicht genügend, sondern diese Schiffe sollten nach dem Prinzip der Röhrenbrücken, d. h. so gebaut werden, dass sowohl am Boden als am Deck, also an den von der Neutralfaser entferntesten Stellen ein System von Längerippen angebracht würde, die vom Hinterstern bis zum Vorderstern ohne Unterbrechung fortlaufen. Fig. 4 gibt eine Idee von dieser Bauart.

Die Richtigkeit dieser Bauart scheint nunmehr auch in England erkannt zu werden. Der Great Eastern ist in der That nach diesem System erbaut, und Fairbairn hat sich bei mehreren Gelegenheiten für die Bauart mit starken Längerippen ausgesprochen.

Wir wollen nun versuchen, den Einfluss der Hauptdimensionen eines Schiffes auf seine Festigkeit zu bestimmen. Aus Fig. 2 ist zu ersehen, dass man sich von der Wahrheit nicht viel entfernen wird, wenn man annimmt, dass  $p - \gamma \omega$  durch einen Ausdruck von der Form  $\mathfrak{A} B^2 \cos \frac{2\pi}{L} x$  dargestellt werden kann, wobei  $\mathfrak{A}$  eine von der Länge des Schiffes unabhängige und nur von den Verhältnissen der Querschnittsformen und Dimensionen abhängige Grösse bezeichnet. Unter dieser Voraussetzung wird:

$$\begin{aligned} \int_0^{x_1} (p - \gamma \omega) (x_1 - x) dx &= \mathfrak{A} B^2 \int_0^{x_1} (x_1 - x) \cos \frac{2\pi}{L} x dx \\ &= \mathfrak{A} B^2 \left[ x_1 \int_0^{x_1} \cos \frac{2\pi}{L} x dx - \int_0^{x_1} x \cos \frac{2\pi}{L} x dx \right] \\ &= \mathfrak{A} B^2 \left\{ \frac{L}{2\pi} x_1 \sin \frac{2\pi}{L} x_1 - \left( \frac{L}{2\pi} \right)^2 \left[ \frac{2\pi}{L} x_1 \sin \frac{2\pi}{L} x_1 + \cos \frac{2\pi}{L} x_1 - 1 \right] \right\} \\ &= \mathfrak{A} B^2 \left( \frac{L}{2\pi} \right)^2 \left[ 1 - \cos \frac{2\pi}{L} x_1 \right] \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

Die Querschnittsform des Schiffbaues kann annähernd mit einer I-Form verglichen werden und für diese Form kann der Werth von  $E$  ausgedrückt werden durch einen Ausdruck von der Form  $H^2 \mathfrak{B} y_1$ , wobei  $H$  die Höhe des Schiffes und  $\mathfrak{B}$  eine reine Funktion der Verhältnisse der Dimensionen des Querschnittes und  $y_1$  die Breite des Schiffes an der Stelle  $x_1$  bezeichnet. Wir erhalten daher vermöge (1):

$$\frac{\mathfrak{A} B^2 L^2}{(2\pi)^2} \left[ 1 - \cos \frac{2\pi}{L} x_1 \right] = \mathfrak{C} \mathfrak{B} H^2 y_1$$

Soll das Schiff in allen Theilen gleich stark in Anspruch genommen sein, so muss  $\mathfrak{C}$  eine Constante sein; dies ist der Fall, wenn man setzt:

$$\left. \begin{aligned} B \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{L} x_1 \right) &= y_1 \\ n B L^2 &= \mathfrak{C} H^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

wobei  $m$  und  $n$  gewisse constante Grössen bedeuten. Aus der zweiten dieser Gleichungen folgt:

$$c = n \left( \frac{B}{H} \right) \frac{L^2}{H} \dots \dots \dots (5)$$

Diese Gleichung lässt erkennen, dass eine zur Breite grosse Schiffshöhe vortheilhaft, dass aber die Länge sehr nachtheilig ist. Diese langen und schmalen Schiffe, wie sie jetzt gebaut werden, sind also hinsichtlich der Festigkeit nicht zu empfehlen.

Nach dieser Untersuchung müssen wir das Urtheil aussprechen, dass diese unverhältnissmässig langen und vorzugsweise nur mit Querrippen versehenen Schiffe, wie sie gegenwärtig gebaut werden, hinsichtlich der Festigkeit nachtheilig sind, und dass man im Gegentheil die Schiffe mit Längenrippen versehen und verhältnissmässig kürzer bauen sollte.

**Welliges Wasser.** Ist das Wasser in einem welligen Zustand, sind jedoch die Wellen im Verhältniss zur Schiffslänge klein, so liegt das Schiff gleichzeitig auf sehr vielen Wellen, seine Festigkeit ist daher unter solchen Umständen beinahe ebenso in Anspruch genommen, wie im glatten Wasser. Werden die Wellen grösser (länger und höher), so richtet sich die Art und Weise, wie die Festigkeit eines Schiffes in Anspruch genommen wird, nach den absoluten Dimensionen des Schiffes und der Wellen. Wir müssen daher verschiedene Fälle in Betrachtung ziehen. Ist das Schiff klein (z. B. ein Fischerboot) und ist die Wellenlänge ungefähr gleich der Schiffslänge, so liegt der mittlere Theil des Schiffes bald auf einem Wellenberg, bald auf einem Wellenthal. Der Schiffskörper wird daher abwechselnd abwärts und aufwärts gebogen; allein da diese Wellen noch nicht mächtig sind, so wird die Festigkeit des Schiffes doch nicht stark in Anspruch genommen. Werden aber die Wellen grösser und mehrmal länger als das Schiff, so wird ein kleines Schiff stark gehoben und es nimmt in jedem Augenblick eine Stellung an, bei welcher die Mastenrichtung nahe auf der Wellenfläche senkrecht steht. Das Schiff macht also starke Bewegungen, steigt und fällt, neigt sich vorwärts und rückwärts, liegt aber beinahe der ganzen Länge nach auf der Wellenfläche, seine Festigkeit wird daher nur wenig in Anspruch genommen. Kleine Schiffe können daher durch grosse Wellen umgeworfen, aber nicht wohl zerbrochen werden.

Ist das Schiff von mittlerer Grösse, etwa 20 Meter lang, so wird seine Festigkeit nur wenig in Anspruch genommen, so lange

die Wellenlänge nicht mehr als circa 10 Meter, dagegen stark, wenn einmal die Wellenlänge 20 und mehr Meter beträgt, denn dann wird das Schiff stark gehoben, und wenn es auf einen Wellenberg zu liegen kommt, wird es in der Mitte stark emporgehoben, während die Enden nur wenig eintauchen.

Ist das Schiff gross, hat es z. B. eine Länge von 75 Meter (British Queen), so wird es nicht viel gehoben und macht es überhaupt keine heftigen Bewegungen, so lange die Wellenlänge nicht mehr als  $\frac{75}{3} = 25$  Meter beträgt, so wie aber die Wellenlänge gleich oder grösser als die Schiffslänge wird, kommt es wiederum bald auf einen Wellenberg, bald in ein Wellenthal zu liegen und es ist dann seine Festigkeit in hohem Grade in Anspruch genommen.

Die Länge des grössten bis jetzt erbauten Schiffes (Great Eastern) beträgt 209 Meter, ist also ungefähr so lang als die längsten Wellen, die im grossen Ocean vorkommen. Die Festigkeit dieses kolossalen Schiffes ist also bei gewöhnlicherem, wenn auch hohem Wellengang nicht viel stärker in Anspruch genommen, als in glattem Wasser, allein bei heftigsten Stürmen und wenn die Wellenlänge nahe gleich der Schiffslänge und die Wellenhöhe 10 Meter beträgt, wird dieses Schiff sehr stark in Anspruch genommen und werden seine Bewegungen sehr heftig.

#### **Bestimmung der Hauptabmessungen eines zu erbauenden Dampfschiffes.**

Wir können die Dampfschiffe nach den Zwecken, welchen sie zu dienen haben, in drei Klassen theilen, nämlich 1. Kriegsschiffe, 2. Passagierschiffe, 3. Schlepper oder Remorqueur. Wir wollen im Folgenden die Kriegsschiffe von unsern Betrachtungen ausschliessen.

**Passagierschiffe.** Um die Dimensionen eines solchen Schiffes zu bestimmen, nehmen wir an: 1. die Pferdekraft  $N_n$  der Maschine, 2. die Verhältnisse  $\frac{L}{B} \frac{H}{B} \frac{T}{B}$ , 3. die Geschwindigkeit  $u$  des Schiffes. Dass wir von dieser Annahme ausgehen, und nicht unmittelbar von der Länge des Schiffes, geschieht nur deshalb, weil wir dadurch den Widerstandscoeffizienten unmittelbar bestimmen können.

Was die Verhältnisse  $\frac{L}{B} \frac{H}{B} \frac{T}{B}$  betrifft, so können wir nach den Ergebnissen unserer Untersuchungen die in neuester Zeit üblich gewordenen Werthe nicht empfehlen. Wir haben gefunden, dass diese neuern, im Verhältniss zur Breite übermässig langen, vorn

und hinten lang und fein zugespitzten Schiffe 1. eine geringe Stabilität gewähren, 2. einen grossen Reibungswiderstand verursachen, 3. eine geringe Festigkeit besitzen, 4. schwierig zu steuern sind, 5. im Vorder- und Hintertheil wenig benutzbaren Raum darbieten, dass also diese neueren Schiffe in jeder Hinsicht nachtheiliger sind, als die älteren Schiffe, wie sie vor ungefähr zehn Jahren gebaut wurden. Wenn nicht ganz besondere Umstände ungewöhnliche Verhältnisse verlangen, nehmen wir daher folgende Verhältnisse an:

|                 | Flussschiffe | Landeeschiffe. | Meerschiffe. |
|-----------------|--------------|----------------|--------------|
| $\frac{L}{B} =$ | 9            | 7              | 6            |
| $\frac{T}{B} =$ | 0.18         | 0.20           | 0.4          |
| $\frac{H}{B} =$ | 0.5          | 0.5            | 0.64         |

Die Geschwindigkeit der schnellsten Schiffe gegen still stehendes Wasser beträgt 5 bis 6 Meter in der Sekunde und diese wollen wir auch annehmen, und zwar für kleinere Schiffe bis zu 100 Pferdekraft 5 Meter, für grössere 6 Meter, indem grössere Schiffe eine verhältnissmässig stärkere Belastung zulassen, als kleinere.

Diess vorausgesetzt, hat man nun zur Bestimmung der Abmessung eines Schiffes mit Ruderrädern folgende Ausdrücke:

$$B T = \Omega = \frac{75 N_n}{0.1 \left(1 - e^{-\frac{N_n}{165}}\right) \left(\frac{2}{3} \frac{L}{T} + \frac{L}{B}\right) \frac{v}{u} \cdot u^2} \quad (1)$$

Hat man  $B T$  berechnet, so ergeben sich dann die Dimensionen  $L B T H$  selbst vermittelst der Werthe von  $\frac{L}{B} \frac{H}{B} \frac{T}{B}$ .

Es sei z. B. für ein Flussschiff:

$$N_n = 100, \quad \frac{L}{T} = \frac{9}{0.18} = 50, \quad \frac{L}{B} = 9, \quad u = 5, \quad \frac{v}{u} = 1.41, \quad \frac{T}{B} = 0.18$$

Dann findet man:

$$0.1 \left(1 - e^{-\frac{N_n}{165}}\right) = 0.155, \quad \frac{2}{3} \frac{L}{T} + \frac{L}{B} = 42$$

$$B T = \Omega = \frac{75 \times 100}{0.155 \times 42 \times 1.41 \times 125} = 6.53 \text{ Quadrat-Meter.}$$

Demnach wegen

$$B T = B^2 \left( \frac{T}{B} \right) = 6.53$$

$$B = \sqrt{6.53 \times \frac{B}{T}} = \sqrt{\frac{6.53}{0.18}} = 6.02 \text{ Meter.}$$

$$L = 9 B = 54.18 \text{ Meter.}$$

$$H = 0.5 B = 3.01 \text{ Meter.}$$

Es sei ferner für ein grösseres Meerschiff:

$$N_n = 500, \quad \frac{L}{B} = 6, \quad \frac{T}{B} = 0.4, \quad \frac{H}{B} = 0.64, \quad \frac{v}{u} = 1.41, \quad u = 6$$

Dann findet man:

$$0.1 \left( 1 + e^{-\frac{N_n}{165}} \right) = 0.100,$$

$$\frac{2}{3} \frac{L}{T} + \frac{L}{B} = 16$$

$$B T = \Omega = \frac{500 \times 75}{0.100 \times 16 \times 1.41 \times 216} = 76.9 \text{ Quadrat-Meter.}$$

$$B = \sqrt{B T \times \frac{B}{T}} = \sqrt{76.9 \times \frac{1}{0.4}} = 13.8 \text{ Meter.}$$

$$L = 6 B = 82.8 \text{ Meter.}$$

$$T = 0.4 B = 5.52 \text{ „}$$

$$H = 0.64 B = 8.83 \text{ „}$$

Es sei endlich für ein grosses Meerschiff

$$N_n = 1000, \quad \frac{L}{B} = 6, \quad \frac{T}{B} = 0.4, \quad \frac{H}{B} = 0.64, \quad \frac{v}{u} = 1.41, \quad v = 6.$$

Dann wird:

$$B T = \Omega = \frac{1000 \times 75}{0.100 \times 16 \times 1.41 \times 216} = 153.8 \text{ Quadrat-Meter.}$$

$$B = \sqrt{\frac{153.8}{0.4}} = 19.6 \text{ Meter.}$$

$$L = 6 B = 117.6 \text{ Meter.}$$

$$T = 0.4 B = 7.84 \text{ Meter.}$$

$$H = 0.64 B = 12.54 \text{ Meter.}$$

Es sei endlich:

$$N_n = 3000, \quad \frac{L}{B} = 6, \quad \frac{T}{B} = 0.4, \quad \frac{H}{B} = 0.64, \quad \frac{v}{u} = 1.41, \quad v = 7$$

so wird:

$$B T = \Omega = \frac{3000 \times 75}{0.100 \times 16 \times 1.41 \times 343} = 298.5 \text{ Quadrat-Meter.}$$

$$B = \sqrt{\frac{298.5}{0.4}} = 27.3 \text{ Meter.}$$

$$L = 6 B = 163.8 \text{ Meter.}$$

$$H = 0.64 B = 17.5 \text{ Meter.}$$

$$T = 0.4 B = 10.92 \text{ Meter.}$$

**Geometrisch ähnliche Anordnungen.** Die einfachste Art, die Totalität der Abmessungen eines zu erbauenden Schiffes zu erhalten, besteht darin, dass man sich ein bereits existirendes Schiff zum Vorbild nimmt und dasselbe in aller und jeder Hinsicht geometrisch ähnlich nachbildet. Die Richtigkeit dieses Verfahrens erhellet aus Folgendem. Bezeichnen wir das als Vorbild dienende Schiff mit  $\mathfrak{M}$ , das Nachbild mit  $\mathfrak{N}$  und nehmen wir beispielsweise an, dass wir in letzterem jede lineare Dimension zwei mal so gross machen, als in ersterem. Unter dieser Voraussetzung sind bei  $\mathfrak{N}$  alle Flächeninhalte 4 mal, alle Gewichte 8 mal so gross, als bei  $\mathfrak{M}$ . Daher wird die Tauchung des Schiffes  $\mathfrak{N}$  2 mal so gross sein, als jene von  $\mathfrak{M}$ .

Da die Schiffe geometrisch ähnlich sind und ähnliche Tauchungen haben, so haben die Quotienten  $\frac{k}{k_1}, \frac{\Omega}{\Omega_1}$  für beide Schiffe gleiche Werthe, vermöge der Gleichung

$$\frac{u}{v} = 1 + \sqrt{\frac{k \Omega}{k_1 \Omega_1}}$$

stimmen daher die Werthe der Quotienten  $\frac{u}{v}$  für beide Schiffe überein.

Die Heizfläche des Kessels von  $\mathfrak{N}$  ist 4 mal so gross, als jene des Kessels von  $\mathfrak{M}$ . Die Pferdekraft des Kessels von  $\mathfrak{N}$  ist demnach 4 mal so gross, als jene von  $\mathfrak{M}$ . Der Quotient  $\frac{N}{\Omega}$  hat demnach für beide Schiffe den gleichen Werth. Die Werthe von  $k$  sind für geometrisch ähnliche Schiffe sehr nahe gleich gross. Wenn nun die Werthe von  $\frac{N}{\Omega}, k, \frac{u}{v}$  für beide Schiffe übereinstimmen,

so folgt aus der Gleichung

$$u^3 = \frac{75 N_n}{k \Omega \frac{u}{v}},$$

dass beide Schiffe einerlei Geschwindigkeit  $u$  haben und dass folglich auch, weil  $\frac{u}{v}$  für beide einerlei Werth hat, die Geschwindigkeit  $v$  für beide Schiffe übereinstimmt. Allein da auch die Maschinen und Triebäder geometrisch ähnlich sind, so können die Werthe von  $v$  für beide Schiffe nur dann übereinstimmen, wenn die Geschwindigkeiten der Kolben der beiden Maschinen gleich gross sind.

Da die Pferdekraft des Kessels von  $\mathfrak{N}$  4 mal so gross ist, als jene des Kessels von  $\mathfrak{M}$ , so ist auch die Pferdekraft der Maschine von  $\mathfrak{N}$  4 mal so gross, als jene der Maschine von  $\mathfrak{M}$ . Da ferner der Querschnitt des Dampfzylinders von  $\mathfrak{N}$  4 mal so gross ist, als jener des Dampfzylinders von  $\mathfrak{M}$  und die Geschwindigkeiten der Dampfkolben übereinstimmen, so müssen die Dampfspannungen in beiden Maschinen übereinstimmen.

Diese Vergleichen lassen sich beinahe bis in die kleinsten Details fortsetzen, und man findet überall, dass das Schiff  $\mathfrak{N}$  in aller und jeder Hinsicht richtige Dimensionen erhalte, wenn es mit  $\mathfrak{M}$  geometrisch ähnlich angeordnet wird. Es ist mithin der Satz bewiesen, dass man ein Schiff mit guten Konstruktionsverhältnissen erhält, wenn man ein anerkannt gutes Schiff  $\mathfrak{M}$  als Vorbild benützt und dasselbe in jeder Hinsicht geometrisch ähnlich nachbildet. Hierauf gründet sich das in den Resultaten für den Maschinenbau Seite 291 u. f. aufgestellte System von Verhältnisszahlen, dessen man sich jederzeit bedienen kann, wenn an ein neu zu erbauendes Schiff ganz normale mittlere Anforderungen gestellt werden. Verlangt man in den Grundverhältnissen oder in der Geschwindigkeit Ungewöhnliches, so müssen die Dimensionen nach den aufgestellten Formeln berechnet werden.

**Schleppschiffe.** Nennt man für einen Remorqueur  $\Omega$  den Flächeninhalt des Rechteckes, das dem eingetauchten Theil des Hauptspantes umschrieben werden kann,  $\omega_1, \omega_2$  die gleichnamigen Grössen für die Schiffe, welche durch den Remorqueur fortgeführt werden sollen,  $k, f_1, f_2$  die Widerstandscoeffizienten für die sämtlichen Schiffe, so hat man:

$$k \Omega u^3 + f_1 \omega_1 u^3 + f_2 \omega_2 u^3 + \dots = k_1 \Omega_1 (v - u)^3 \dots \quad (1)$$

$$\frac{v}{u} = 1 + \sqrt{\frac{k \Omega + f_1 \omega_1 + f_2 \omega_2 + \dots}{k_1 \Omega_1}} \dots \quad (2)$$

ferner

$$75 N_n \left( \frac{N_r}{N_n} \right) = (k \Omega u^3 + f_1 \omega_1 u^3 + f_2 \omega_2 u^3 + \dots) v \dots \dots (3)$$

$$N_n = \frac{k \Omega + f_1 \omega_1 + f_2 \omega_2 + \dots u^3 \left( \frac{v}{u} \right)}{75 \left( \frac{N_r}{N_n} \right)} \dots \dots (4)$$

$$\Omega = \frac{75 N_n \left( \frac{N_r}{N_n} \right)}{k u^3 \frac{v}{u}} - \left( \frac{f_1}{k} \omega_1 + \frac{f_2}{k} \omega_2 + \dots \right) \dots \dots (5)$$

**Form der Schiffe.** Die beste Form der Schiffe auf theoretischem Wege ausfindig zu machen, ist bis jetzt nicht gelungen und wird auch in der Folge nicht gelingen können, weil es überhaupt eine Form, welche allen Anforderungen, die man an ein Schiff stellen kann, vollkommen entspricht, nicht gibt. Die Form, welche die grösste Stabilität gewährt, ist ein Floss, die Form, welche den kleinsten Widerstand verursacht, ist wahrscheinlich oben am Wasserkiefförmig scharf, unten in der Tiefe breit, entsteht also durch Umkehrung der gewöhnlichen Schiffsform. Die Form, welche die zweckmässigste Räumlichkeit darbietet, ist ein parallelepipedischer Kasten. Die Form, welche den höchsten Grad von Festigkeit gewährt, ist ein kurzes, breites, hohes Parallelepiped. Man sieht, dass die Formen, welche den einzelnen Anforderungen am besten genügen, sich gegenseitig widersprechen. Da also die Aufgabe auf rationellem Wege nicht gelöst werden kann, so bleibt nichts anderes übrig, als die Verfolgung eines empirischen Weges, indem man die bereits existirenden Formen einer Kritik unterwirft, dadurch ihre Fehler ermittelt und dann durch Induktion Regeln aufzustellen sucht, die zu anerkannt guten Formen führen. Es folgen nun mehrere empirische Methoden zur Verzeichnung von Schiffsformen.

**Nachahmung eines Modellschiffes.** Ist man im Besitze der Risse eines anerkannt guten Schiffes, so kann man dasselbe als Modell benützen und darnach die Formen eines zu erbauenden Schiffes bestimmen. Dabei ist folgendes Verfahren angemessen. Man stellt zuerst vermittelst des Wasserlinienrisses des Modellschiffes eine Tabelle auf, indem man die ganze Länge des Schiffes in 20 gleiche Theile theilt, durch die Theilungspunkte im Grundriss Querlinien zieht und die Ordinaten der einzelnen Wasserlinien misst, dabei aber einen Maassstab anwendet, der die halbe Schiffsbreite in 1000

Theile theilt. In den Resultaten findet man Seite 298 bis 309 solche Tabellen über mehrere Schiffe aufgestellt. In der mit  $x$  überschriebenen Vertikalcolumnne sind die aufeinanderfolgenden Querschnitte nummerirt. Die Nummerirung beginnt mit 0 am hinteren Ende und endigt mit 20 am vorderen Ende des Schiffes. Die mit I., II., III. . . . überschriebenen Vertikalkolumnen geben die Ordinaten der von unten nach aufwärts gezählten Wasserlinien. Die horizontalen Zahlenreihen geben die den einzelnen Spanten entsprechenden Ordinaten. Die Zahl 1000 ist die halbe Breite des Schiffes. Hat man diese dem Modellschiff entsprechende Ordinaten-Tabelle aufgestellt und die absoluten Dimensionen  $B, L, T, H$  des zu verzeichnenden Schiffes berechnet, so unterliegt die Verzeichnung keiner Schwierigkeit.

Man nimmt die Breite  $B$ , zeichnet einen genauen Maassstab, welcher diese Breite in 1000 gleiche Theile theilt und trägt vermittelst desselben die Tabellenzahlen auf. Um die Punkte, welche einer Wasserlinie entsprechen, in stetiger Weise zu verbinden, bedient man sich einer elastischen Ruthe von Holz, die man längs der Punkte hinbiegt und durch Gewichte festhält.

**Senteneintheilung nach der Quadrantenmethode.** Die älteren Methoden zur Verzeichnung der Schiffsformen beruhen auf gewissen graphischen Interpolationen oder Senteneintheilungen. Eine der besseren dieser Methoden ist die folgende sogenannte Quadranten-Methode. Nach diesem Verfahren verzeichnet man zuerst mit Benutzung einer Modellzeichnung eines Schiffes oder vermittelst der oben erwähnten Tabellenwerthe

- a. den Längenschnitt des Schiffes (Fig. 5) und theilt die Länge vom Hinterstern bis zur Spitze des Vordersterns in 20 gleiche Theile;
- b. den Grundriss des Verdecks (Fig. 7);
- c. den Hauptspant No. 10 des Schiffes (Fig. 6);
- d. die Spanten, welche den Theilungspunkten 0, 1, 5 des Hinterschiffes, und die Spanten, welche den Theilungspunkten 15 und 19 des Vorderschiffes entsprechen.

Nach diesen Vorbereitungen ergeben sich die übrigen Spanten durch folgendes Verfahren:

Man theilt die 1te, 10te und 19te Spante (Fig. 6) in so viele gleiche Theile, als die Anzahl der Punkte beträgt, die von jeder Spante bestimmt werden sollen (in der Zeichnung sind 10 Theile angenommen) und verbindet die correspondirenden Punkte wie  $a$  und  $b$ ,  $a_1$  und  $b_1$ , durch gerade Linien, so sind dies die Senten.

Um nun die Punkte zu finden, in welchen die Sente  $a b$  von den Spanten geschnitten wird, verzeichne man einen Quadranten (Fig. 8) und theile denselben in 10 gleiche Winkel, nehme hierauf die Länge  $a b$  (Fig. 6) und trage sie nach  $\alpha \beta$  (Fig. 8) auf, nehme ferner die Länge  $a c$  (Fig. 6), die dem Punkt entspricht, in welchem die Sente  $a b$  von der fünften Spante geschnitten wird, und suche in (Fig. 8) in dem Radius No. 5 den Punkt  $\gamma$ , dessen Entfernung von der Linie  $\alpha 1$  gleich  $a c$  ist.

Verzeichnet man nun einen Kreisbogen  $\beta \gamma \delta$ , dessen Mittelpunkt  $o$  in der abwärts verlängerten Richtung von  $\beta \alpha$  liegt, und der durch die Punkte  $\beta$  und  $\gamma$  geht, so scheidet derselbe die Radien, durch welche man den Quadranten (Fig. 8) getheilt hat, in einer Folge von Punkten, und wenn man die zu  $\gamma \varepsilon$  parallelen Ordinaten dieser Durchschnittspunkte auf die Sente  $a b$  (Fig. 6) von  $a$  an aufträgt, so erhält man die Punkte, in welchen diese Sente  $a b$  von sämtlichen Spanten geschnitten wird.

Wiederholt man die gleiche Konstruktion mit jeder der übrigen Senten des Hinterschiffes und auch mit jeder Sente des Vorderschiffes, so ergeben sich die Punkte, in welchen sämtliche Senten von sämtlichen Spanten geschnitten werden, und wenn man endlich die Punkte, welche jeder Spante entsprechen, vermittelt einer elastischen Feder durch eine stetige Linie verbindet, so erhält man den vollständigen Spantenriss.

Ist einmal der Spantenriss verzeichnet, so unterliegt es keiner Schwierigkeit, im Grundriss des Schiffes eine beliebige Anzahl von Horizontalschnitten darzustellen, oder überhaupt ein beliebiges System von Schnittlinien zu verzeichnen.

**Induktive Bestimmung der Formen der Wasserlinien.** Eine dritte Methode der Verzeichnung der Schiffsförmungen beruht darauf, dass man das Bildungsgesetz der Wasserlinien, wie sie bei guten Schiffsförmungen vorkommen, zu ermitteln sucht. Die Wasserlinien haben eine gewisse Aehnlichkeit mit den Wellenlinien. *Scott Russel* behauptet, dass diese Linien die beste Form der Schiffe bestimmen. Allein dies ist nicht richtig. Die Formen, welche die Wellenlinie gibt, sind noch viel schärfer als die schärfsten Formen, welche man in der Wirklichkeit angewendet findet. Die Wellenlinie gibt ferner für das Vorder- und Hinterschiff gleiche Formen, während in der Wirklichkeit die beiden Schiffshälften nie ganz übereinstimmen und in der Regel das Ende des Hinterschiffes noch schärfer gebildet ist, als das Ende des Vorderschiffes.

Die folgende Tabelle dient zu einer Vergleichung theoretischer Formen und wirklicher Formen.

| Nr.<br>des<br>Querschnitts | O r d i n a t e n<br>der |                  |                      |                |
|----------------------------|--------------------------|------------------|----------------------|----------------|
|                            | A.<br>Wellenlinie.       | B.<br>Sinusoide. | C.<br>Great Eastern. | D.<br>Congrès. |
| 0                          | 0                        | 0                | 0                    | 0              |
| 1                          | 18                       | 29               | 92                   | 153            |
| 2                          | 62                       | 95               | 224                  | 450            |
| 3                          | 137                      | 207              | 400                  | 666            |
| 4                          | 241                      | 349              | 584                  | 817            |
| 5                          | 374                      | 500              | 800                  | 900            |
| 6                          | 529                      | 653              | 923                  | 947            |
| 7                          | 686                      | 793              | 972                  | 966            |
| 8                          | 839                      | 908              | 1000                 | 983            |
| 9                          | 954                      | 978              | 1000                 | 1000           |
| 10                         | 1000                     | 1000             | 1000                 | 1000           |
| 11                         | 954                      | 978              | 1000                 | 983            |
| 12                         | 839                      | 908              | 984                  | 975            |
| 13                         | 686                      | 793              | 923                  | 950            |
| 14                         | 529                      | 653              | 864                  | 913            |
| 15                         | 374                      | 500              | 707                  | 833            |
| 16                         | 241                      | 349              | 568                  | 725            |
| 17                         | 137                      | 207              | 406                  | 581            |
| 18                         | 62                       | 95               | 246                  | 371            |
| 19                         | 18                       | 29               | 80                   | 166            |
| 20                         | 0                        | 0                | 0                    | 0              |

Die Ordinaten der Columnne A sind nach der Gleichung der Wellenlinie bestimmt. Die Ordinaten von B sind nach der Sinusoide berechnet, deren Gleichung (L Länge, B Breite des Schiffes) ist:

$$y = \frac{B}{4} \left( 1 - \cos 2 \pi \frac{x}{L} \right)$$

Eine Vergleichung dieser Tabellenwerthe zeigt, dass die Wellenlinie äusserst scharfe Endtheile gibt. Die Gleichung der Sinusoide

gibt etwas weniger scharfe Endtheile, aber doch noch viel schärfere, als sie bei dem Great Eastern und Congrès vorkommen, welches sehr scharf gebaute Schiffe sind.

Da die Sinusoide wohl im Wesentlichen den richtigen Charakter hat, aber zu scharfe Vorder- und Hintertheile gibt, so kommt man zur Vermuthung, dass man angemessene Horizontalschnitte vermittelst des Ausdruckes

$$y = \frac{Y}{2} \left( \frac{1 - \cos 2\pi \frac{x}{L}}{2} \right)^{\frac{T}{4z}}$$

erhalten könnte. In diesem Ausdruck bedeutet  $Y$  die grösste Breite eines Horizontalschnittes,  $T$  die Tauchung,  $z$  die Höhe der Schnittebene über der Kiellinie. Diese Gleichung gibt:

Werthe von  $1000 \frac{y}{\frac{1}{2} Y}$  für

| $\frac{1}{20} \frac{L}{x}$ | $z = \frac{1}{4} T$ | $z = \frac{2}{4} T$ | $z = \frac{3}{4} T$ | $z = \frac{4}{4} T$ |
|----------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 0                          | 0                   | 0                   | 0                   | 0                   |
| 1                          | 29                  | 170                 | 307                 | 412                 |
| 2                          | 95                  | 316                 | 456                 | 566                 |
| 3                          | 207                 | 458                 | 592                 | 678                 |
| 4                          | 349                 | 592                 | 704                 | 768                 |
| 5                          | 500                 | 707                 | 794                 | 843                 |
| 6                          | 653                 | 806                 | 868                 | 900                 |
| 7                          | 793                 | 888                 | 926                 | 943                 |
| 8                          | 908                 | 954                 | 968                 | 975                 |
| 9                          | 978                 | 990                 | 993                 | 995                 |
| 10                         | 1000                | 1000                | 1000                | 1000                |

Die Werthe von  $y$  für jeden Horizontalschnitt ergeben sich aus der Zeichnung des Hauptspantes.

Will man das Vorderschiff etwas weniger scharf halten, als das Hinterschiff, so kann dies bewirkt werden, indem man den Hauptspant nicht in die Mitte, sondern etwas vor die Mitte des Schiffes verlegt, so dass das Hinterschiff etwas länger ausfällt, als das Vorderschiff. Man theilt dann jede der beiden Hälften in 10 Theile und trägt die Tabellenwerthe auf.

### Bau der Dampfschiffe.

Bau der Dampfschiffe im Allgemeinen. Die Bauart der eisernen Flussdampfer ist sehr einfach. Kiel, Stern und Bug werden gewöhnlich durch eine Blechrinne gebildet und auf dem Stapel zuerst aufge-

stellt. Die Schiffsrippen bestehen aus Winkeleisen, die nach der Gestalt der Spanten auf gusseisernen Richtplatten in glühendem Zustand nach Lehren gebogen werden. Sie werden auf den Kiel gestellt und untereinander durch eiserne Bänder oder hölzerne Latten provisorisch verbunden. Die äussere Verkleidung geschieht durch Bleche, die der Länge des Schiffes nach hinlaufen und untereinander und mit den Rippen vernietet werden. In den Schiffsenden werden die Rippen durch Blechtafeln verstärkt. Im Mittelschiff werden am Boden Längsbalken (Kielsons) angebracht, auf welche die Maschinen zu stehen kommen. Das Deck wird durch Pföcklinge gebildet, die fest an einander getrieben und an die Winkeleisen geschraubt werden, selbstverständlich der Länge des Schiffes nach liegen.

Die Bauart der Seedampfer unterscheidet sich von jener der Flussdampfer durch verschiedene den Boden, das Deck und die Wände verstärkende Verbindungen. Es ist schon früher nachgewiesen worden, dass diese Meerschiffe starke Längenverbindungen erfordern, und dass das übliche System der Querverbindungen verlassen werden soll. Was die Bauart anbelangt, muss man den Great Eastern das erste richtig gebaute Schiff nennen, indem bei demselben das System der Längenverbindungen mit Consequenz durchgeführt ist.

Wenden wir uns nun zu den konstruktiven Details.

Der Kiel wird bei Flussdampfern rinnenförmig, bei Meer-dampfern meistens massiv keilförmig gemacht.

Taf. XIX Fig. 1 Rinnenkiel, abgerundet gebogen. Fig. 2 Rinnenkiel, scharf gebogen. Fig. 3 massiver keilförmiger Kiel. Die Rinne ist gut, weil sich darin das Wasser sammelt und die durch die Querverbindungen entstehenden Räume mit einander communizieren. Der scharfe massive Kiel gibt viele Festigkeit. Die Dimensionen sind: Höhe des Kieles oder Tiefe einer Rinne  $\frac{1}{40} B$ .

Mittlere Dicke des massiven Kieles  $\frac{1}{160} B$  bis  $\frac{1}{120} B$ . Blechdicke für die Kielrinne =  $\frac{B}{600}$ .

Der Stern wird ebenfalls rinnenförmig oder massiv gemacht in Uebereinstimmung mit dem Kiel.

Fig. 4 und 5 Rinnenstern. Fig. 6 massiver Stern. Kiel und Stern müssen hier zusammengeschweisst werden. Der Stern soll aus einem Stück gemacht werden. Der Kiel muss wegen seiner Länge aus Stücken zusammengesetzt werden.

Der Schiffsboden wird gewöhnlich durch Winkeleisen, Querplatten und Kielsons gebildet, wie Figuren 7 und 8 zeigen.

a Kiel. b Bekleidung. c c Rippen. d Verstärkungsrippen. e e Winkeleisen längs des oberen Randes der Blechtafeln d. f f Kielsons.

Fig. 9 hölzerner Kielbalken mit Blechverstärkung. Fig. 10 hohler Kielbalken. Fig. 11 I-förmiger Kielson.

Fig. 12 doppelter Boden des Great Western; System der Längenverbindung. Die Kielsons haben gewöhnlich eine Höhe von  $\frac{1}{20}$  B. Die Blechdicke ist gleich jener der Bodenverkleidung, nämlich  $\frac{B}{600}$ .

Die Blechverkleidung. Am Boden werden die Bleche überplattet, Fig. 13, in den Wänden werden die Bleche entweder, wie Fig. 14 oder Fig. 15 zeigt, überplattet oder, wie Fig. 16 zeigt, auf einander gesetzt und mit Bandvernietung verbunden. Die letztere dieser Verbindungen ist offenbar die beste, indem die Niete gar nicht dem Abscheeren ausgesetzt sind

Die Stärke der Bleche ist: a. in den Wänden  $\frac{B}{900}$ , b. im Boden  $\frac{B}{600}$ , c. in der Uebergangskrümmung  $\frac{B}{750}$ . Die Bleche haben in der Regel 0·6 bis 0·7 Meter Breite und 4 Meter Länge. Die Winkeleisen sind um 0·7 Meter von einander entfernt. Im eingetauchten Theil sollen die Nietköpfe versenkt werden, damit sie nicht viel Widerstand verursachen, auch ist es gut, die Bleche im eingetauchten Theile so anzuordnen, dass die Längenkanten ebene Kurven bilden, deren Ebenen auf den Ebenen der Spanten senkrecht stehen. Die Vernietung ist ganz nach den von uns aufgestellten Regeln, Resultate Seite 43 bis 45 zu machen. Im eingetauchten Theil muss die Vernietung wasserdichten Verschluss und Festigkeit gewähren, in den Wänden über dem Wasser hat man vorzugsweise nur für Festigkeit zu sorgen, und wenn die Bleche auf einander gestellt werden, kann die Vernietung ziemlich weitschichtig genommen werden.

Verbindungen in der Wand und in der Decke. Die Verbindungen Fig. 17 bis Fig. 22 kommen nur bei stärker gebauten Meerschiffen vor. Bei Flussschiffen besteht die Wand nur aus einfachen Winkeleisen mit Blechverkleidung.

Das Steuerruder wird am Besten aus einem mit Blech bekleideten schmiedeeisernen Rahmen gemacht. Fig. 23 Steuerruder für einen Flussschiff. Fig. 24 Steuerruder für einen Meerschiff.

### Maschinen und Treibapparate.

System der Maschinen im Allgemeinen. Zum Betriebe der Dampfschiffe werden (mit Ausnahme von Amerika) nur Condensationsmaschinen gebraucht. Auf Flüssen, Seen und auf dem Meere fehlt es nicht an dem zur Condensation nöthigen Wasser und durch die Condensation erreicht man den wesentlichen Vortheil, dass selbst mit mässigen Dampfspannungen eine ziemlich günstige Verwendung des Brennstoffes möglich wird. Bei dieser niedrigen Dampfspannung sind die Maschinen leicht in gutem und dampfdichtem Zustand zu erhalten und wird insbesondere die Kesselconstruction sehr erleichtert, indem bei einer schwachen Dampfspannung selbst ausgedehnteren ebenen Theilen der Kesselwände eine genügende Festigkeit ertheilt werden kann. Da die Feueranföchung auf Dampfschiffen nur durch Kamine von mässiger Grösse geschieht, darf bei Steinkohlen die Dicke der Brennstoffschicht auf dem Rost nicht mehr als 10 bis 12 Centimeter betragen; erhalten daher die Roste unvermeidlich eine sehr grosse Horizontalausdehnung und da sie bei Schiffskesseln im Innern derselben angebracht werden müssen, so werden die Feuerungsräume selbst sehr ausgedehnt. Für die Raumerparung ist es aber sehr wünschenswerth, wenn diese Feuerungsräume die Form von viereckigen Kanälen mit abgerundeten Kanten erhalten können, und dies ist nur bei schwacher Dampfspannung möglich, indem bei hoher Dampfspannung die Decken der Feuerkanäle unmöglich stark genug gemacht werden könnten. Man sieht, dass insbesondere die Kesselconstruction die Anwendung von schwach gespanntem Dampf bedingt, und die Condensation ist nur nothwendig, um bei dieser schwachen Dampfspannung eine vortheilhafte Verwendung des Brennstoffes erzielen zu können. Das Expansionsprinzip wird bei Schiffsmaschinen entweder gar nicht oder nur in einem mässigen Grade in Anwendung gebracht. Starke Expansionen sind bei schwachen Dampfspannungen nicht möglich und würden auch die Maschinen zu sehr vergrössern. Wo es nur möglich ist, sucht man bei Schiffsmaschinen die Räderübersetzungen zu vermeiden. Das Geräusch der Räder ist zu störend; die Axen können auf einem elastischen Bau, wie ein Schiff es ist, nie so sicher gelagert werden, als bei stehenden Landmaschinen, und der Bruch eines Zahnes kann zu nachtheilige Folgen haben. Um den Räderübersetzungen zu entgehen, sucht man theils durch einen kurzen Kolbenschub, theils durch eine ziemlich grosse Geschwindigkeit der Dampfkolben unmittelbar die nöthige Geschwindigkeit der Triebwellen hervorzubringen. Bei Schrauben-Maschinen muss man

sich oftmals, insbesondere wenn die Schiffe verhältnissmässig klein sind, sehr kurze Kolbenschübe und grosse Kolbengeschwindigkeit gefallen lassen. Die Schublänge beträgt zuweilen nur  $\frac{2}{5}$  vom Durchmesser der Cylinder und die Kolbengeschwindigkeit 2<sup>m</sup> in einer Sekunde. In England hat man früher bei Schraubenschiffen in der Regel Räderübersetzungen angewendet, thut es aber gegenwärtig nicht mehr. In Frankreich wurden im Gegentheil die Schraubenmaschinen früher ohne Räderübersetzungen gemacht und werden solche nun sehr gewöhnlich gebraucht.

Hinsichtlich der Bauart sind die Ruderrädermaschinen von den Schraubenmaschinen zu unterscheiden, weil bei ersteren die zu treibende Kurbelwelle hoch, bei letzteren tief liegt. Bei den älteren Rädermaschinen sind die Maschinen nur mit den Kielsons, nicht aber mit den Wänden oder mit der Decke des Schiffes verbunden. Die Maschinen stehen ganz frei da und die Kurbelwelle liegt theils in den Gestellen der Maschine, theils in Lagern, welche ausserhalb der Schiffswand angebracht sind. Diese Bauart ist offenbar fehlerhaft; denn die Lage der Kurbelwelle ist dadurch nicht gesichert, indem die oberen Theile der Maschinengestelle ganz merklich gegeneinander Bewegungen machen müssen, so wie sich das Schiff durch die Wirkung des Wellenschlags etwas deformirt. Brüche der Axen oder der Gestelle sind daher bei dieser Bauart, insbesondere bei Meeresschiffen kaum zu vermeiden. Diese fehlerhafte Bauart ist aber gegenwärtig ganz verlassen. Bei allen neueren Konstruktionen wird oben von Wand zu Wand eine solide Brücke hergestellt, welche die Kurbelwelle sicher trägt, und die Maschine wird unten gleichsam an die Brücke gehängt. Auf diese Weise ist die Maschine von den Formänderungen des Schiffes fast unabhängig gemacht und ist die Welle gegen jeden Bruch vollkommen gesichert. Bei Schraubenschiffen ist die Bauart der Maschinen insofern erleichtert, als alle Theile tief unten im Schiff auf den Kielsons und Querrippen sicher gelagert werden können. Wie die Schwierigkeiten der Lagerung der Schraubenwellen überwunden werden können, wird in der Folge gezeigt werden.

#### Maschinen für Ruderräder.

**Die Watt'sche Maschine mit unteren Balanciers.** Diese Maschine war einstens sehr allgemein verbreitet, wird aber gegenwärtig nur noch auf älteren Schiffen angetroffen. Der Dampfeylinder mit dem Steuerungsgehäusewerk, der Condensator, die Luftpumpe,

die Warmwassercisterne und die Lagerständer stehen nebeneinander auf einer hohlen Grundplatte, die auf die Kielsons geschraubt ist. Die Uebertragung der Bewegung von den Kolben nach der Kurbelwelle geschieht auf einem ziemlich weitläufigen Umweg mittelst Hängestangen, Balanciers und Schubstangen. Aber die Balanciers gewähren den Vortheil, dass es mittelst derselben so leicht ist, die verschiedenen Kolben der Pumpen mit der angemessenen Geschwindigkeit zu bewegen. Die ganze Anordnung ist eine der schönsten von den *Watt'schen* Erfindungen, aber leider hat sie einen Hauptfehler, vermöge welchem sie nicht mehr angewendet wird. Es ist nämlich die Kurbelwelle nicht sicher gelagert. Die kleinsten Deformationen des Schiffskörpers verursachen merkliche relative Bewegungen der beiden Maschinen gegen einander und gegen die Schiffswände.

**Gorgan's Maschine.** (Tredgold Appendix C.) Die Cylinder stehen unter der Kurbelwelle und die Bewegung wird direkt übertragen. Zur Bewegung der Hilfspumpen ist ein leichter, um eine Schwinge drehbarer Balancier vorhanden. Die Cylinder und Apparate sind auf einer Grundplatte neben einander aufgestellt, ähnlich wie bei der *Watt'schen* Maschine.

**Maudslay's direkt wirkende Maschine.** Die Kurbelwelle liegt oben auf einer Brücke, welche die Wände des Schiffes verbindet; die Cylinder (bei kleinen Schiffen zwei, bei grösseren vier) stehen unter der Kurbelwelle auf einer gegen die Kielsons geschraubten Grundplatte, die durch säulenartige Stangen mit der Lagerbrücke verbunden ist. Die Uebertragung der Bewegung geschieht durch Vermittelung eines T-förmigen Stückes, das bei Maschinen mit einem Cylinder längs der Axe des Cylinders, bei Maschinen mit zwei Cylindern an einer zwischen den Cylindern angebrachten Bahn geführt wird. Bei Maschinen mit nur einem Cylinder ist der Kolben wegen der Führung des T-förmigen Stückes ringförmig. Die Luftpumpe wird von einem Hilfsbalancier aus bewegt. Die Höhlung der Grundplatte bildet den Condensationsraum. Die Lage der Kurbelwelle ist durch den oberen Brückenbau vollkommen gesichert.

**Penn'sche Maschine, vertikal oscillirend.** Diese Maschinen werden seit längerer Zeit sehr allgemein angewendet. Sie sind sehr compendiös, erfordern sehr wenig Aufstellungsraum, sind sehr leicht, gewähren, wenn der Brückenbau gut gemacht wird, eine sichere Lagerung der Kurbelwelle, sind bequem zu steuern, erfordern je-

doch wegen der Dichtungen an den Hohlzapfen der Cylinder eine sehr sorgfältige Ausführung und Aufstellung. Zur Umsteuerung werden meistens Taschen gebraucht. (Armengaud 9<sup>e</sup> Volume Pl. 9).

**Schief liegende oscillirende Maschine, Loyd'sche Maschine.** (Portefeuille Cockerill Pl. 7.) Die mittlere Richtung der Cylinder ist gegen den Horizont um 45° geneigt. Die Cylinder mit ihren Hohlzapfen und der Kurbelwelle liegen in zwei dreieckigen gegen die Kielsons geschraubten Ständern. Die Luftpumpe und der Condensator befinden sich in der Regel in der Mitte zwischen den Ständern. In der Regel fehlt bei diesen Maschinen der obere Brückenbau, so dass die Kurbelaxen nicht sicher gelegt sind. Die Ruderrädermaschinen des Great Eastern sind ebenfalls mit schief liegenden oscillirenden Maschinen und zwar sind zwei Maschinen jede mit zwei Cylindern vorhanden, der Condensationsapparat und die Luftpumpen sind zwischen der Maschine in der Mitte des Schiffes direkt unter der Kurbelwelle aufgestellt.

**Hoch- und Niederdruckmaschine.** Die Aufstellung dieser Maschine ist ähnlich der vorhergehenden. Die Cylinder sind jedoch nicht schwingend, sondern sind in schiefer Richtung an die Gestelle geschraubt. Der eine Cylinder ist klein, der andere gross. Der Dampf wirkt zuerst auf den Kolben des kleinen Cylinders, entweicht dann durch ein Rohr nach der Dampfkammer des grossen Cylinders, wirkt hierauf auf den Kolben des grossen Cylinders und entweicht schliesslich nach dem Condensator. Es ist, wie man sieht, das *Wolf'sche* Expansionsprinzip in Anwendung gebracht.

#### Maschinen für Schrauben.

**Sodmer's Aufstellung.** (Armengaud, 11<sup>e</sup> Vol. Planche 37. Portefeuille John Cockerill, Schiff Congrès). Die mit einander durch die Dampfkasten verbundenen Cylinder schweben so zu sagen frei in der Luft und werden durch acht säulenartige Stangen getragen, welche in der unteren Grundplatte eingesetzt sind; auf dieser Grundplatte liegt die Kurbelaxe. Die Bewegung der Kolben wird direkt durch Kreuzköpfe und Schubstangen nach der Kurbelaxe herab übertragen. Die Luftpumpen stehen seitlich neben den Maschinen, ihre Bewegung geschieht durch Hilfsbalanciers. Zur Umsteuerung sind Taschen angewendet. Bei dieser Aufstellung ist die Maschine von den Formänderungen, die im Schiffskörper

vorkommen mögen, ganz unabhängig und die direkte Verbindung der Dampfcylinder mit der Grundplatte, welche die Kurbelwelle trägt, lässt nichts zu wünschen übrig.

Die im Wesentlichen nach dem gleichen Principe construirte, in Armengaud Publications, 11<sup>e</sup> Volume, Planche 37 abgebildete Maschine unterscheidet sich in manchen Einzelheiten von der vorhergehenden Anordnung und insbesondere dadurch, dass die Kurbelwelle in Lagern liegt, die an den Gestellsäulen in der Mitte zwischen der Grundplatte und den Cylindern angebracht sind. Die Maschine ist mit Räderübersetzungen versehen.

**Horizontal liegende, nicht oscillirende Maschinen.** (Armengaud Vol. 12, Planche 27, Pag. 311.) Diese Maschine ist ähnlich gebaut, wie die gekuppelten Maschinen, welche häufig in Fabriken angewendet werden. Der Kolbenschub ist kurz. Die Umsteuerung geschieht mit Taschen. Die Luftpumpen sind liegend und doppelt wirkend, ihre Kolben stehen mit den Dampfkolben durch Stangen in direkter Verbindung. Die Schubstangen sind sehr kurz,  $3\frac{1}{2}$  mal so lang als die Kurbelhalbmesser.

**Maschine mit vier horizontal oscillirenden Cylindern.** (Tredgold). Die Grundform der ganzen Anordnung bildet ein Quadrat. Von den vier Cylindern wirken je zwei einander gegenüber liegende auf eine der Kurbeln. Die Schwingungsaxen der Cylinder sind hohl, an den äusseren Axen tritt der Dampf ein, durch die innern Axen entweicht er nach den zwischen den Cylindern liegenden Condensatoren. Die hohlen Schwingungsaxen liegen in Lagern, die an vier gusseisernen Gestellen angebracht sind. Diese Gestelle sind auf ein Blechgerippe gelegt, das aus Längen- und Querbalken besteht. Die zwei Luftpumpen befinden sich im Centrum der Maschine, haben eine schiefe Stellung und werden von einer mittleren Kurbel aus bewegt. Die Umsteuerung geschieht durch Taschen.

**Maschine von Gâche.** (Armengaud, 10<sup>e</sup> Vol. Pl. 9.) Die Maschinen sind nicht in der Mitte des Schiffes, sondern in der Nähe des Sternes aufgestellt, wo das Schiff bereits eine scharfe Form hat. Die Cylinder der Maschinen liegen längs den Schiffswänden, unter  $45^\circ$  gegen den Horizont geneigt.

**Dampfkessel.** Für Dampfschiffe werden zweierlei Kesselconstruktionen angewendet, Labyrinthkessel und Röhrenkessel. Beide bestehen aus einer äusseren Blechumhüllung und aus einem inneren

Kanalbau, durch welchen die Verbrennungsgase vom Rost weg nach dem Kamine ziehen. Die Fläche des innern Kanalbaues ist die Heizfläche. Bei den Labyrinthkesseln besteht das innere Kanalsystem aus rechtwinkligen Kanälen, deren Decken, Böden und Seitenwände aus ebenen Flächen gebildet sind und die im Innern in labyrinthartigem Gang durchziehen. Bei den Röhrenkesseln liegen die Roste in viereckigen oder cylindrischen Kanälen und die Heizfläche wird vorzugsweise durch ein System von Röhren gebildet, deren Durchmesser nur 0·07 bis 0·08 Meter beträgt. Die Labyrinthkessel werden gegenwärtig nicht mehr angewendet. Sie gewähren wegen der ebenen Flächen, der äusseren Umhüllung und des innern Einbaues wenig Festigkeit, sind deshalb nur bei ganz schwachen Dampfspannungen, wie sie gegenwärtig nicht mehr angewendet werden, zulässig; sind ferner schwierig zu repariren und zu reinigen, weil es kaum möglich ist in die Labyrinthgänge einzudringen, und haben überdies ein grösseres Volumen und Gewicht, als die Röhrenkessel. Bei den Röhrenkesseln kommen nur wenig ebene Flächen vor, die eine besondere Verstärkung bedürfen. Die Röhren sind sehr leicht, wenn sie durch die Hitze gelitten haben, durch neue Röhren zu ersetzen, und die Reinigung derselben unterliegt nicht der geringsten Schwierigkeit. Auch sind diese Kessel leichter und nehmen einen geringeren Raum ein, als die Labyrinthkessel. Zeichnungen von diesen Kesseln findet man in Armengaud, im Portefeuille von Cockerill, im Werke von Tredgold u. a.

Die Heizfläche der Kessel beträgt per Pferdekraft 1·2 bis 1·6 Quadratmeter. Die Rostfläche 0·5 bis 0·1 Quadratmeter. Der Durchmesser der Heizröhren der Röhrenkessel ist 0·075 bis 0·08 Meter. Das Gewicht der Kessel beträgt per Pferdekraft a) für Labyrinthkessel 0·36 Tonnen, b. für Röhrenkessel 0·15 Tonnen. Die Blechdicke beträgt a. in der äussern Umhüllung 0·015 Meter, b. in den Feuerungskanälen 0·012 Meter, c. in den Heizröhren 0·007 bis 0·008 Meter.

Bei den Marinekesseln verursacht die Speisung derselben Schwierigkeiten. Werden die Kessel mit Meerwasser gespeist, so ist ein solcher Kessel eine Salzpfanne. Das Wasser verdampft, das Salz des Meerwassers häuft sich in dem tieferen Theil des Kessels und insbesondere am Boden an. Man hilft sich gegenwärtig dadurch, indem man in Zeitintervallen von circa 2 Stunden Wasser aus dem tiefern Theile des Kessels ablässt und dafür frisches Meerwasser zupumpt. Man hat auch versucht, die Marinekessel mit Süsswasser zu speisen, indem man die Condensation nicht durch Einspritzen

von kaltem Wasser, sondern durch Abkühlung in den Röhrencondensatoren bewirkt (Hall'sche Condensation); allein es scheint, dass diese Condensationsart nicht gut gethan hat, denn sie wird gegenwärtig wenig mehr gebraucht.

Der Brennstoffverbrauch ist 2.5 bis 3 Kilogramm Steinkohlen per Pferdekraft und per 1 Stunde.

**Die Schaufelräder.** Wir haben über die Schaufelräder noch einige theoretische Verhältnisse zu besprechen. Wir haben Seite 177 gezeigt, dass die Summe der Oberflächen zweier Schaufeln möglichst gross und dem Flächeninhalt von  $B T$  proportional sein soll. Man kann aber mit der Grösse der Schaufeln nicht über eine gewisse Grenze gehen, weil die Räder zu breit würden. Die üblichen Dimensionen der Schaufeln findet man Seite 292 der „Resultate für den Maschinenbau“ angegeben. Die Anzahl der Schaufeln ist für die Wirkung derselben nicht gleichgiltig. Auf theoretischem Wege kann die beste Anzahl der Schaufeln nicht bestimmt werden. Gewöhnlich ist das Verhältniss zwischen der Anzahl der Schaufeln und dem Durchmesser des Rades gleich 3 bis 4. Gewöhnlich werden die Schaufeln nach radialen Richtungen an die Radspeichen befestigt, was zur Folge hat, dass sie in schiefer Richtung in das Wasser eintreten und austreten, daher theilweise nach vertikaler Richtung gegen das Wasser wirken, was nicht gut ist. Um diesen Nachtheil zu schwächen, muss man entweder den Radhalbmesser sehr gross machen, oder die Schaufeln in der Art beweglich machen, dass sie, wenn sie durch das Wasser gehen, genau oder annähernd eine vertikale Stellung haben. Gewöhnlich liegt die Welle der Ruderräder bei Flusschiffen unmittelbar unter dem Deck, zuweilen bei kleinen niedrigen Schiffen unmittelbar über dem Deck, bei hoch gebauten Meerschiffen ziemlich tief unter dem Deck. In allen Fällen beträgt der Durchmesser des Rades durchschnittlich 0.73 von der Schiffsbreite. Die Vortheile der beweglichen Schaufeln scheinen nicht sehr erheblich zu sein, indem es bei dem durch den Schaufelschlag verursachten tumultuarischen Zustand des Wassers ziemlich gleichgiltig ist, ob die Schaufeln eine radiale oder eine vertikale Stellung haben. Räder mit vertikal tauchenden Schaufeln findet man gegenwärtig nur selten angewendet. In meinen „Bewegungsmechanismen“ findet man auf Tafel LVII. und LVIII. drei Anordnungen von Rädern mit beweglichen Schaufeln dargestellt, und im Text beschrieben, nämlich a. das Morgan-Rad, b. das Buchanan'sche Rad und c. das Oldham'sche Rad. Bei allen drei Anordnungen geschieht die Verstellung der Schaufeln vermittelt

einer excentrischen Scheibe. Bei der letzteren wird diese Scheibe durch ein Räderwerk bewegt.

Die Konstruktion der Ruderräder mit unbeweglichen Schaufeln ist sehr einfach. Die Welle wird bei kleinen Schiffen mit einer einzigen, bei grösseren Schiffen mit mehreren gusseisernen Rosetten versehen, von denen aus die aus Schmiedeeisen gefertigten Speichen ausgehen. Die Speichen werden aussen mit einem oder mit zwei schmiedeeisernen Ringen verbunden. Das Lager, welches die Welle trägt, wird bei kleinen Schiffen auf einen Lagerstuhl gelegt, der aus schmiedeeisernen Tafeln gebildet ist und an die Schiffswand genietet wird. Bei grossen Schiffen dagegen wird das Wellenlager ausserhalb des Rades angebracht und durch einen Balken getragen, der um das Rad herumgeht.

Die innere Lagerung ist vorzuziehen.

Bei Meerschiffen wird die Wirkung der Schaufeln durch zwei Umstände sehr gestört. Bei langen Seereisen nimmt die Tauchung des Schiffes allmählig ab, indem der Brennstoff allmählig verzehrt wird. Gegen das Ende der Fahrt tauchen demnach die Schaufeln weniger tief, als beim Beginn derselben. Dieser Nachtheil ist in der Regel nicht sehr gross, indem bei verminderter Tauchung der Widerstand des Schiffes kleiner wird, daher auch ein Abnehmen der Schaufelflächen ohne Nachtheil für die Geschwindigkeit der Fahrt eintreten kann. Sehr störend sind dagegen die Wellenbewegungen und das Wanken des Schiffes. Legt sich das Schiff zur Seite, so taucht das eine Rad tief und wirbelt im Wasser herum, während das andere Rad beinahe ausser Wasser wirkungslos in der Luft umherhaspelt. Dadurch wird nicht nur die Geschwindigkeit der Fahrt vermindert, sondern es wird auch die Steuerung des Schiffes sehr erschwert. Fährt das Schiff in der Richtung des Wellenlaufes oder in entgegengesetzter Richtung, so sind die Räder, je nachdem ein Wellenberg oder ein Wellenthal mit ihnen zusammentrifft, im ersteren Falle bis an die Axe im Wasser, im letzteren fast ganz in der Luft, wodurch sehr unregelmässige Bewegungen der Räder und der Maschine entstehen und die fortreibende Wirkung der letzteren sehr geschwächt wird. Ungleichförmige Wirkungen der Schaufelräder entstehen ferner auch dadurch, dass die Bewegungen der Wassertheilchen in jedem Wellenberg nach vorwärts, in jedem Wellenthal nach rückwärts erfolgen. Hieraus erklären sich die ungünstigen Wirkungen der Ruderräder bei hochgehendem Meere, und die heillose Zerstörung, welchen die Räder bei heftigen Stürmen ausgesetzt sind. Nicht selten werden die Radkasten und die Schaufeln weggerissen. Glücklicher Weise lassen

sich solche Schaufelräder, wenn der Sturm vorüber ist, ziemlich leicht und in kurzer Zeit repariren, aber man erkennt auch aus dem Gesagten, dass diese verhältnissmässig complizirten Mechanismen der Räder mit beweglichen Schaufeln für Meerschiffe durchaus nicht passend sind, denn während eines Sturmes wirken fixe wie bewegliche Schaufeln gleich ungünstig, die Reparaturen sind aber bei einem Rade mit fixen Schaufeln leicht, bei einem Rade mit beweglichen Schaufeln kaum durchzuführen.

**Die Schraube.** Die Benennung „Schraube“ wird heut zu Tage für alle Treibapparate gebraucht, die an den Stern des Schiffes verlegt und von einer Axe aus bewegt werden, die mit der Richtung des Kieles parallel ist. Eine wahre Schraubenform hat jedoch nur diejenige Anordnung, welche zuerst von *Smith* bei dem Dampfschiff Archimedes angewendet wurde, alle übrigen sogenannten Schrauben gleichen mehr entweder einer *Jonval*'schen Turbine oder einem Windmühlenrad. Gegenwärtig erhalten die Schrauben drei bis vier Flügel, doch gibt es auch Schrauben mit nur zwei Flügeln. Abgesehen von der Begrenzungsform der Flügel sind dieselben theils nach Schraubenflächen, theils nach windschiefen Flächen geformt. Im ersteren Falle ist der Schnitt einer Flügelfläche mit einer durch die Axe der Schraube gelegten Ebene eine gerade Linie, im letzteren ist der Schnitt mit einer zur Axe parallelen Ebene geradlinig. Denkt man sich einen Flügel platt gedrückt, so zeigt derselbe eine Form, wie Fig. 1 Taf. XX. darstellt. Zwischen den Flügeln muss ein ziemlich ausgedehnter Zwischenraum gelassen werden, damit das zwischen dem Schiff und dem Flügel befindliche Wasser leicht nach rückwärts entweichen kann und nicht durch die Flügelflächen nach vorwärts geschoben werden muss. Die beste Form der Flügel wird wohl niemals weder auf theoretischem, noch auf empirischem Wege gefunden werden, indem die Bewegung des Wassers in der Umgegend der Schraube so complizirt ist, dass sie durch Rechnung nicht verfolgt werden kann.

Die Schrauben werden aus Blech, aus Gusseisen oder aus Kanonenmetall hergestellt. Das Beste ist, die Schraube aus einem Gussstück aus Kanonenmetall herzustellen, indem dieses Material nicht nur fest ist, sondern auch vom Salzwasser nur wenig angegriffen wird, während eiserne Schrauben sehr schnell durchrosten. Damit die Flügel das Wasser leicht durchschneiden und hinreichende Festigkeit erhalten, werden dieselben so geformt, dass die Querschnitte linsenförmig sind, dass aber die Linsendicke von der Axe an bis an die Peripherie hinaus allmählig abnimmt. Derlei Schrauben werden in England mit wahrer Meisterschaft hergestellt. Um das

Steuerruder und die Schraube gut anbringen zu können, wird der Hinterstern mit einem schmiedeeisernen vertikalen Rahmen versehen. Meistens wird die Schraube innerhalb des Rahmens, das Steuer ausserhalb desselben angebracht, wie Fig. 2 zeigt.

Zuweilen befindet sich das Steuer innerhalb, das Flügelrad ausserhalb des Rahmens (Fig. 3). Im ersteren Falle ist das Flügelrad, im letzteren das Steuerruder gegen Verletzungen geschützt. Je nachdem das Flügelrad innerhalb oder ausserhalb des Rahmens angebracht wird, erhält die Axe im ersteren Falle bei *a* einen Endzapfen, im letzteren bei *a*, ein Halslager. Da wo die Axe durch den Stern geht, ist derselbe ringförmig erweitert (Fig. 4). An diesen Ring schliesst eine Röhre *c* (Fig. 2), *c*, (Fig. 3) an, die in das Schiff bis an eine Stelle reicht, wo Raum genug zur Anbringung einer das Eindringen des Wassers verhindernden Stopfbüchse *d*, vorhanden ist. Von dieser Stelle an bis zu der Maschine hin muss die in der Regel aus mehreren Wellenstücken zusammengekuppelte Schraubenwelle durch mehrere Lager getragen werden, die am besten auf einen hohen Kielbalken geschraubt werden. Damit das Schiff durch die Schraube fortgetrieben werden kann, muss sich die Welle an irgend einer Stelle gegen das Schiff stemmen. Gewöhnlich geschieht dies in der Nähe der Maschinen, und wird zu diesem Behufe die Welle mit angeschweissten Ringen versehen und in ein langes Ringlager gelegt, das man mit den Kielbalken fest verbindet (Fig. 5). Dieses Ringlager, die ganze Lagerung der Schraubenaxe, die Stopfbüchse am Stern und die Lagerung des Wellenendes im Sternrahmen sind unvermeidliche und sehr fatale Bestandtheile eines Schraubenapparates.

#### Construction der Schiffsschrauben.

Ein rationelles Verfahren für die Construction der Schiffsschrauben ist nicht bekannt. Die beste Form der Flügelflächen konnte bis jetzt aus mechanistischen Gesetzen nicht abgeleitet werden. Wir geben im Folgenden zwei Constructionsweisen. Die erste geht aus der zuerst von *Smith* angewendeten Vollschraube hervor und stimmt mit den gegenwärtig vorherrschend im Gebrauch befindlichen Schiffsschrauben überein. Die zweite Construction ist dem Windmühlenrad analog, ist bis jetzt noch nicht angewendet worden, verspricht aber gute Erfolge, und empfiehlt sich durch leichte Anfertigung. Die erstere der beiden Anordnungen wollen wir die gewöhnliche Schiffsschraube nennen, die letztere dagegen die Windmühlenradschraube.

### Construction der gewöhnlichen Schraube.

Die Schiffsschraube, welche zuerst von *Smith* eingeführt wurde, war ein ganzer Umgang einer geometrischen Schraubenfläche, welche eine gerade Linie beschreibt, wenn sie längs der Schraubenaxe mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegt und gleichzeitig mit gleichförmiger Geschwindigkeit um die Axe gedreht wird, dabei aber in jeder Position die Axe unter einem rechten Winkel schneidet. Die Entstehung der gegenwärtig im Gebrauch befindlichen Schiffsschrauben aus jener *Smith'schen* Vollschraube kann auf folgende Weise erklärt werden.

Es sei Fig. 6 die geometrische Darstellung eines ganzen Schraubenganges. Theilen wir die Höhe 0·8 des Schraubenganges in 4 gleiche Theile, legen durch die Theilungspunkte 0, 2, 4, 6, 8 Ebenen, die auf der Axe  $AB$  der Schraube senkrecht stehen, so schneiden dieselben die Schraubenfläche in fünf geraden Linien, die auf der Axe senkrecht stehen und von denen je zwei unmittelbar aufeinanderfolgende um  $45^\circ$  gegen einander geneigt sind.  $aa_1, cc_1, ee_1, gg_1, ii_1$ , Fig. 6 und 7 sind diese Schnittlinien. Nennen wir einen Schraubentheil, der zwischen zwei unmittelbar aufeinander folgenden Schnittebenen liegt, einen Schraubenquadranten, so zerfällt der ganze Schraubengang in vier Schraubenquadranten  $aa_1, bcc_1, ccd_1, ee_1, eefg_1, gg_1, hii_1$ . Schneiden wir ferner die ganze Schraubenfläche noch durch vier Ebenen, die durch die Punkte 1 3 5 7 senkrecht gegen die Axe gelegt sind, so wird die Schraubenfläche abermals in vier auf der Axe senkrecht stehenden Linien  $bb_1, dd_1, ff_1, hh_1$  geschnitten, durch welche jeder der Quadranten in zwei gleiche Hälften getheilt wird. Wir nennen diese Schnittlinien Mittel der Schraubenquadranten. Denken wir uns nun, dass die vier Quadranten längs der Axe  $AB$  verschoben werden, bis ihre Mittellinien  $bb_1, dd_1, ff_1, hh_1$  in eine Ebene zu liegen kommen, die auf der Axe  $AB$  senkrecht steht, so erhalten wir das in Fig. 8 dargestellte aus vier Schraubenquadranten bestehende Flügelrad. Dieses Flügelrad hat aber zwei nachtheilige Eigenschaften: 1. die Spitzen der Quadranten schneiden zu scharf in das Wasser ein und würden leicht wegbrechen, müssen daher abgerundet werden, 2. das zwischen dem Hinterstern und der Schraube befindliche Wasser kann nicht leicht entweichen, man muss daher dafür sorgen, dass es durch die Schraube selbst nach der vom Stern abgewendeten Seite gelangen kann. Dies kann bewirkt werden, wenn man die Umfangslinie der Quadranten in der Art zuschneidet, dass die Schraube in Fig. 7 eine Kleeblattform erhält, wodurch sich Fig. 8 in Fig. 9

verwandelt. Dies ist nun die gegenwärtig in Gebrauch befindliche Schiffsschraube mit vier kleeblattförmigen Flügeln. Auf ähnliche Weise, wie so eben beschrieben wurde, kann man zwei- und dreiflügelige Schiffsschrauben aus den Vollschrauben ableiten.

### Konstruktion der Windmühlenradschraube.

Geht man von der Voraussetzung aus, dass die Flügelflächen einer Schiffsschraube in ähnlicher Weise geformt werden dürfen, wie die Flügel einer Windmühle, so erhält man eine Schiffsschraube, welche der gewöhnlichen Anordnung sehr ähnlich ist, sich aber doch wesentlich unterscheidet. Eine solche Flügelfläche entsteht nämlich, wenn man eine gerade Linie  $\xi$  längs einer auf die Triebaxe senkrecht stehenden Linie  $\mathfrak{M}$  mit gleichförmiger Geschwindigkeit von der Nabe an bis an den Umfang hinausgleiten lässt und gleichzeitig mit gleichförmiger Geschwindigkeit um  $\mathfrak{M}$  als Axe dreht, dabei aber die Leitungslinie  $\mathfrak{M}$  stets senkrecht gegen die Axe richtet. Wenn man es für geeignet hält, kann man auch die Drehung von  $\xi$  um  $\mathfrak{M}$  nach irgend einem Gesetz mit ungleichförmiger Geschwindigkeit geschehen lassen, während die Gleitung mit gleichförmiger Geschwindigkeit erfolgt. Erfolgt die Gleitung und Drehung mit gleichförmiger Geschwindigkeit, so beschreibt die Erzeugungslinie  $\xi$  eine Schraubenfläche, deren geometrische Axe mit  $\mathfrak{M}$  zusammenfällt, also auf der Schiffsschraubenaxe  $AB$  senkrecht steht, während die Flügelfläche der gewöhnlichen Schiffsschraube eine Schraubenfläche ist, deren geometrische Axe mit der Schiffsschraubenaxe zusammenfällt.

Diese Windmühlenradschraube kann auf folgende Weise gezeichnet werden:

Man zeichnet zuerst das eckige Maltheserkreuz  $abcd \dots$  (Fig. 10), zieht in Fig. 11 durch den Mittelpunkt  $m$ , eine gerade Linie  $xy$  nach derjenigen Richtung, die die Erzeugungslinie  $\xi$  in ihrer von der Axe entferntesten Position annehmen soll, zieht dann durch  $a$  und  $b$  parallele Linien zu  $mm$ , bis dieselben  $xy$  in  $a$ , und  $b$ , schneiden und durch diese Punkte die Senkrechten  $uv$   $wz$  auf  $mm$ , so bestimmen diese Linien die nach der Richtung der Axe gemessene Längenausdehnung des Flügelrades. Projiziert man nun  $c$  nach  $c_1$ ,  $d$  nach  $d_1$  und zieht  $ad_1$ , so ist dies die Position der erzeugenden Geraden an der Radnabe. Theilt man hierauf in Fig. 10 den Abstand  $mn$  in mehrere, z. B. in vier gleiche Theile, und errichtet in den Theilungspunkten Senkrechte auf  $mn$ ; theilt ferner den Winkel  $a, m, c$ , in ebenso viele gleiche Winkel, so sind diese Theilungslinien des Winkels und die in den Theilungspunkten

von  $m n$  auf  $m n$  errichteten Perpendikel zusammengehörige Projektionen der erzeugenden Geraden in mehreren auf einander folgenden Positionen. Zeichnet man endlich in das Trapez  $a b c d$  eine Kleeblattform ein, und projizirt die Punkte ihres Umfangs nach Fig. 11 hinüber, so erhält man die Darstellung Fig. 12 des Flügelrades.

**Vortheile der zweiten Anordnung.** Wenn die Hauptwinkel und Hauptdimensionen in den beiden Anordnungen übereinstimmen, unterscheiden sich dieselben so wenig, dass man wohl mit grosser Wahrscheinlichkeit von beiden Rädern gleiche Erfolge erwarten darf. Allein die Windmühlenschraube ist doch der gewöhnlichen Schraube sowohl in theoretischer wie in praktischer Hinsicht vorzuziehen. Der theoretische Vortheil besteht darin, dass man bei der Windmühlenschraube das Drehungsgesetz der Erzeugungslinie  $\epsilon$  ganz nach Belieben annehmen und dadurch vielleicht so wählen kann, dass eine vortheilhafte Form erzeugt wird. Die Windmühlenschraube lässt daher Verbesserungen zu, während bei der gewöhnlichen Schraube, ausser dem Neigungswinkel des äusseren Schraubenganges Alles unabänderlich bestimmt ist.

In praktischer Hinsicht ist die Windmühlenschraube der gewöhnlichen vorzuziehen, weil bei derselben die Herstellung des Gussmodelles sehr leicht, bei der gewöhnlichen Schraube dagegen sehr schwierig bewerkstelligt werden kann. Wenn man nämlich einen dünnen eisernen Stab nimmt und an denselben hölzerne Querstäbe steckt, deren Länge durch die Breite der Kleeblattform in verschiedenen Entfernungen von der Axe bestimmt wird und deren Querschnitte in der Art variabel linsenförmig nimmt, dass die Stäbe in der Nähe der Axe dick, gegen den Umfang hinaus aber allmählig dünner sind, und wenn man diese Stäbe an jenem Eisenstab nach einem angemessenen Gesetz gegen einander verdreht und zuletzt sämtliche Stäbe zusammenschraubt, so erhält man ein Gebilde, an welchem nur noch mittelst Hobel, Raspel und Feile der stufenförmige Uebergang in einen stetigen zu verwandeln ist, um die fertige Form des Flügels zu erhalten.

### Theorie der Windmühlenschraube.

Wir entwickeln im Folgenden die Theorie der Windmühlenschraube. Dabei sind wir genöthigt, von mehreren nur annähernd richtigen Voraussetzungen auszugehen, weil wir sonst nicht im Stande wären, die Integrationen durchzuführen. Wir nehmen an: 1. die Projektion des Flügelrades auf einer Ebene, die auf

seiner Axe senkrecht steht, habe die Form eines Maltheserkreuzes, 2. das zwischen dem Hinterstern und dem Rade befindliche Wasser habe keine Bewegung, 3. die Geschwindigkeit eines jeden Punktes einer Sprosse eines Flügels sei gleich gross, wobei wir unter Sprosse eine Linie verstehen wollen, die auf der Axe eines Flügels senkrecht steht.

Es sei (Taf. XXI. Fig. 1 und 2)  $O_m = R_0$  der Halbmesser der Nabe.  $O_n = R$  der Halbmesser des Kreises, der dem Maltheserkreuz eingeschrieben werden kann.  $ab = b$  die Länge der Projektion der äussersten Sprosse eines Flügels.  $\varphi$  der Winkel der Sprosse, deren Entfernung  $Oh$  von der Axe gleich  $x$  ist, mit einer auf der Axe senkrechten Ebene.  $ef = y$  die Länge der Projektion dieser Sprosse.  $\theta$  die Winkelgeschwindigkeit der Schraubenaxe.  $u$  die Geschwindigkeit des Schiffes.  $k \Omega u^2$  der Widerstand des Schiffes.  $a$  ein Erfahrungscoefficient zur Bestimmung des Druckes der Flügelflächen gegen das Wasser.  $\rho = 1000$  das Gewicht von einem Kubikmeter Wasser. Es sei  $O, A = \theta x$  die Geschwindigkeit des Sprossenmittelpunktes  $h$ .  $O, C = u$  die Geschwindigkeit des Schiffes. Zeichnet man das Rechteck  $O, A B C$  und zieht die Diagonale  $O, B$ , so ist dieselbe die absolute Geschwindigkeit des Sprossenmittelpunktes und annähernd auch die Geschwindigkeit jedes anderen Punktes der Sprosse  $e f$  und es ist:

$$\left. \begin{aligned} w = O, B = \sqrt{u^2 + \theta^2 x^2}, \quad \sin(\varphi - \psi) &= \frac{u}{\sqrt{u^2 + \theta^2 x^2}}, \\ \cos(\varphi - \psi) &= \frac{\theta x}{\sqrt{u^2 + \theta^2 x^2}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Hieraus folgt:

$$\left. \begin{aligned} \cos \psi &= \frac{u \sin \varphi + \theta x \cos \varphi}{\sqrt{u^2 + \theta^2 x^2}} \\ \sin \psi &= \frac{\theta x \sin \varphi - u \cos \varphi}{\sqrt{u^2 + \theta^2 x^2}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Nun ist:  $\frac{y}{b} = \frac{x}{R}$ ,  $y = \frac{b}{R} x$ . Die wahre Länge  $e, f$ , der Sprosse, deren Projektion gleich  $e f$  ist, ist gleich  $\frac{y}{\cos \varphi} = \frac{b}{R} \frac{x}{\cos \varphi}$ . Lässt man  $x$  um  $dx$  wachsen, so ist der Flächeninhalt  $df$  des dadurch entstehenden Sprossenstreifens

$$\frac{b}{R} \frac{x}{\cos \varphi} dx = df \quad (3)$$

Der Druck, welchen dieses Flächenelement gegen das Wasser ausübt, kann durch

$$dp = a \frac{\rho}{g} df (w \sin \psi)^2 \dots \dots \dots (4)$$

ausgedrückt werden, wobei a einen durch Erfahrungen zu bestimmenden Coefficienten bezeichnet. Wir erhalten daher vermöge (2) und (3)

$$dp = a \frac{\rho}{g} (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \frac{b}{R} \frac{x}{\cos \varphi} dx \dots \dots \dots (5)$$

Zerlegen wir diesen auf e, f, senkrechten Druck nach den Richtungen O, A und O, C, so ist die erstere dieser Seitenkräfte  $dp \sin \varphi$ , die letztere  $dp \cos \varphi$ . Multiplizieren wir  $dp \sin \varphi$  mit  $\Theta x$ ,  $dp \cos \varphi$  mit u, so sind die Produkte  $dp \sin \varphi \Theta x$ ,  $dp \cos \varphi u$  die Effekte, mit welchen die Kraft der Maschine das Flächenelement ar treibt, und mit welchen das Flächenelement das Schiff fortreibt, demnach:

$$\frac{dp \cos \varphi u}{dp \sin \varphi \Theta x} = p \dots \dots \dots (6)$$

das Güteverhältniss der Wirksamkeit des Flächenelementes ar, welches Verhältniss für jedes Sprossenelement so nahe als möglich gleich der Einheit werden soll, wenn die Schraube vortheilhaft wirkt. Aus (6) folgt:

$$x = \frac{u}{p \Theta} \frac{1}{\tan \varphi} \dots \dots \dots (7)$$

Nennt man  $\alpha$  den Werth von  $\varphi$  für  $x = R$ , so ist auch:

$$R = \frac{u}{p \Theta} \frac{1}{\tan \alpha} \dots \dots \dots (8)$$

Demnach wenn man  $\frac{u}{p \Theta}$  eliminirt:

$$x \tan \varphi = R \tan \alpha \dots \dots \dots (9)$$

Diese Gleichung bestimmt das Gesetz, nach welchem die Erzeugungslinie gedreht werden muss, um die Schraubensfläche zu erzeugen, wenn sie längs der Flügelaxe fortgleitet. Diese Gleichung (9) lässt sich leicht construiren.

Zeichnet man nämlich den Winkel  $E O, G = \alpha$  (Fig. 3), macht  $O, E = R$ , verzeichnet das Rechteck  $O, E G H$ , theilt  $H G$  in mehrere,

z. B. in vier gleiche Theile und zieht die Linien 1 O<sub>1</sub>, 2 O<sub>1</sub>, 3 O<sub>1</sub>, so sind dies die Sprossenrichtungen in den Entfernungen  $\frac{1}{4} R$ ,  $\frac{2}{4} R$ ,  $\frac{3}{4} R$  . . . . . von der Axe.

Setzt man in (5) für x den Werth (7) und für dx den aus (7) durch Differenziation folgenden Werth  $dx = -\frac{u}{p} \frac{d\varphi}{\sin^2 \varphi}$  so erhält man :

$$dp = -a \frac{e}{g} \frac{b}{R} \left(\frac{1}{p} - 1\right)^2 \frac{u^4}{p^2 \Theta^2} \frac{\cos^2 \varphi d\varphi}{\sin^3 \varphi} \dots \dots \dots (10)$$

Allein es ist  $4 \int dp \cos \varphi$  der gesammte Druck, den die Schraube nach der Richtung ihrer Axe gegen das Wasser ausübt, und dieser Druck ist im Beharrungszustand der Bewegung des Schiffes gleich dem Widerstand  $k \Omega u^2$  des Schiffes. Man hat daher :

$$k \Omega u^2 = 4 \int dp \cos \varphi = -4 a \frac{e}{g} \frac{b}{R} \left(\frac{1}{p} - 1\right)^2 \frac{u^4}{p^2 \Theta^2} \int \frac{\cos^3 \varphi d\varphi}{\sin^3 \varphi} \dots (11)$$

Es ist ferner  $4 \int dp \sin \varphi \Theta x$  der Effekt, mit welchem die Schraube gegen das Wasser wirkt, man hat daher

$$75 N_r = 4 \int dp \sin \varphi \Theta x$$

oder wegen (7) und (10)

$$75 N_r = -4 a \frac{e}{g} \frac{b}{R} \left(\frac{1}{p} - 1\right)^2 \frac{u^5}{p^3 \Theta^2} \int \frac{\cos^3 \varphi}{\sin^3 \varphi} d\varphi \dots (12)$$

Durch Division von (11) und (12) folgt:

$$75 N_r = \frac{k \Omega u^3}{p} \dots \dots \dots (13)$$

welcher einfache Ausdruck selbstverständlich richtig ist, weil  $k \Omega u^3$  den Nutzeffekt ausdrückt, welcher der Ueberwindung des Schiffswiderstandes entspricht und das Güteverhältniss für alle Sprossen-elemente constant angenommen wurde.

Nun ist allgemein:

$$-\int \frac{\cos^3 \varphi d\varphi}{\sin^3 \varphi} = \frac{1}{2 \sin^2 \varphi} + \log \tan \sin \varphi \dots \dots \dots (14)$$

Nennt man  $\alpha_0$  den Werth von  $\varphi$  für  $x = R_0$ ,  $\alpha$  den Werth von  $\varphi$  für  $x = R$  und setzt zur Abkürzung:

$$\frac{1}{2 \sin^2 \varphi} + \operatorname{lognat} \sin \varphi = F(\varphi) \dots \dots \dots (15)$$

wobei F ein Funktionszeichen ist, so hat man:

$$-\int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{\cos^3 \varphi \, d\varphi}{\sin^3 \varphi} = F(\alpha) - F(\alpha_0) \dots \dots \dots (16)$$

Zur Bestimmung von  $\alpha_0$  hat man wegen (9)

$$R_0 \operatorname{tang} \alpha_0 = R \operatorname{tang} \alpha \dots \dots \dots (17)$$

Weil das in (11) angedeutete Integrale von  $\alpha_0$  bis  $\alpha$  zu nehmen ist, so erhält man mit Berücksichtigung von (16)

$$k \Omega u^2 = 4 a \frac{\rho}{g} \frac{b}{R} \left( \frac{1}{p} - 1 \right)^2 \frac{u^4}{p^2 \Theta^2} \left[ F(\alpha) - F(\alpha_0) \right]$$

oder:

$$k \Omega = 4 a \frac{\rho}{g} \frac{b}{R} \left( \frac{1}{p} - 1 \right)^2 \left( \frac{u}{p \Theta} \right)^2 \left[ F(\alpha) - F(\alpha_0) \right]$$

oder weil vermöge (8)  $\frac{u}{p \Theta} = R \operatorname{tang} \alpha$  ist

$$k \Omega = 4 a \frac{\rho}{g} \frac{b}{R} \left( \frac{1}{p} - 1 \right)^2 R^2 \operatorname{tang}^2 \alpha \left[ F(\alpha) - F(\alpha_0) \right]$$

Hieraus folgt, wenn man den Werth von p sucht:

$$p = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{\frac{k g}{4 a \rho} \frac{R}{b} \frac{\Omega}{R^2}} \operatorname{tang} \alpha \sqrt{F(\alpha) - F(\alpha_0)}}}$$

oder auch:

$$\frac{p}{1-p} = \sqrt{\frac{4 a \rho}{g k} \frac{b}{R} \frac{R^2}{\Omega} \operatorname{tang} \alpha \sqrt{F(\alpha) - F(\alpha_0)}} \dots \dots (18)$$

Die bisher gewonnenen Resultate enthalten die vollständige Theorie der Schraube. Um die Anwendung zu erleichtern, dient folgende Zusammenstellung.

Wenn es sich um die Anordnung einer Schraube handelt, ist gegeben:

$$a \ b \ R \ g \ k \ \Omega \ \rho \ u \ \alpha \ R_0$$

und dann findet man vermöge Gleichung (9) zur Anordnung der Sprossen:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{R}{x} \operatorname{tang} \alpha \quad \dots \quad (I)$$

Zur Bestimmung des Winkels  $\alpha_0$  hat man wegen (17)

$$\operatorname{tang} \alpha_0 = \frac{R}{R_0} \operatorname{tang} \alpha \quad \dots \quad (II)$$

Die Werthe von  $F(\alpha)$  und  $F(\alpha_0)$  sind:

$$\left. \begin{aligned} F(\alpha) &= \frac{1}{2 \sin^2 \alpha} + \operatorname{lognat} \sin \alpha \\ F(\alpha_0) &= \frac{1}{2 \sin^2 \alpha_0} + \operatorname{lognat} \sin \alpha_0 \end{aligned} \right\} \dots \quad (III)$$

Zur Bestimmung des Güteverhältnisses  $\nu$  dient die Gleichung (18), nämlich:

$$\frac{\nu}{1-\nu} = \sqrt{\frac{4 a \varrho}{g k} \frac{b}{R} \frac{R^2}{\Omega} \operatorname{tang} \alpha} \sqrt{F(\alpha) - F(\alpha_0)} \quad \dots \quad (IV)$$

Die Winkelgeschwindigkeit der Schraube ist wegen (8):

$$\Theta = \frac{u}{R \nu \operatorname{tang} \alpha} \quad \dots \quad (V)$$

Die Anzahl der Umdrehungen der Schraube per 1 Minute ist:

$$n = \frac{60}{2\pi} \Theta = \frac{60}{2\pi} \frac{u}{R \nu \operatorname{tang} \alpha} \quad \dots \quad (VI)$$

Der Effekt der Kraftmaschine ist:

$$N_r = \frac{k \Omega u^3}{75 \nu} \quad \dots \quad (VII)$$

Setzen wir in diesen Gleichungen:

$$\alpha = 25^\circ \quad 30^\circ \quad 35^\circ$$

so erhalten wir aus (II), wenn  $\frac{R}{R_0} = 4$  gesetzt wird:

$$\alpha_0 = 61^\circ \quad 67^\circ \quad 70^\circ$$

aus (III) ergibt sich sodann:

$$\begin{array}{lll}
 F(\alpha) = 1.937 & 1.307 & 1.011 \\
 F(\alpha_0) = 0.6402 & 0.5073 & 0.5040 \\
 F(\alpha) - F(\alpha_0) = 1.2968 & 0.7997 & 0.5070 \\
 \sqrt{F(\alpha) - F(\alpha_0)} = 1.140 & 0.894 & 0.712 \\
 \text{tang } \alpha \sqrt{F(\alpha) - F(\alpha_0)} = 0.531 & 0.506 & 0.499
 \end{array}$$

Für Marineschiffe können wir setzen:

$$\begin{array}{l}
 \frac{L}{B} = 6, \quad \frac{T}{B} = 0.4, \quad R = \frac{T}{2} = 0.2 B, \quad \Omega = B T = 0.4 B^2, \\
 \frac{R^2}{\Omega} = \frac{0.04 B^2}{0.40 B^2} = \frac{1}{10} = 0.10, \quad \frac{a \rho}{g} = 70 \quad (\text{Versuche von Didon}). \\
 \frac{b}{R} = \frac{6}{4}, \quad k = 2.2 \quad (\text{für ein Schiff von 500 Pferdekraft}).
 \end{array}$$

Dann wird:

$$\sqrt{\frac{4 a \rho}{g k} \frac{b}{R} \frac{R^2}{\Omega}} = 4.37.$$

Demnach vermöge (IV):

$$\begin{array}{lll}
 \frac{p}{1-p} = 2.32 & 2.21 & 2.18 \\
 p = 0.70 & 0.69 & 0.68
 \end{array}$$

Aus (VI) folgt nun:

$$n = 29 \frac{u}{R} \quad 24 \frac{u}{R} \quad 20 \frac{u}{R}$$

oder wenn man  $R = 0.2 B$  setzt:

$$n = 140 \frac{u}{B} \quad 120 \frac{u}{B} \quad 100 \frac{u}{B}$$