Maschinenbau

Studien-Jahr 1860/61

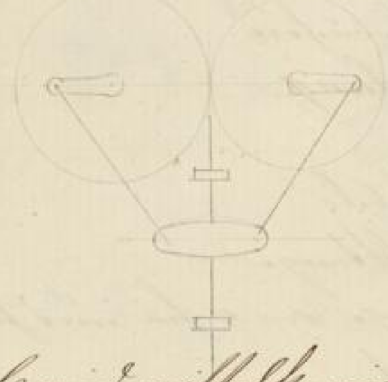
Redtenbacher, Ferdinand

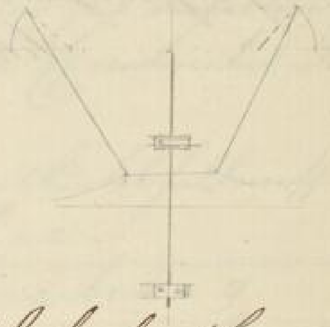
Karlsruhe, 1861

Interferenzmechanismus

urn:nbn:de:bsz:31-278567

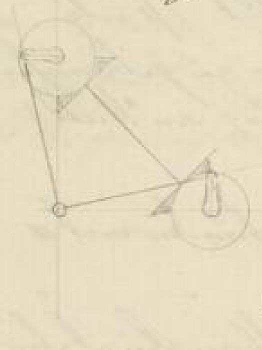
Interferenzmechanismus.





Es wird mittelst einer constant drehenden Bewegung bewirkt, daß ein Auge entweder die Summe oder Differenz einer Sinusversusbewegung beschreibt. Drehen wir die eine Kurbel um φ, so wird sich die andere um einen Winkel $k\varphi$ drehen, wobei k das Uebersetzungsverhältniß ist.

Wir haben $y = \frac{1}{2} r \sin \varphi + \frac{1}{2} r \sin k\varphi$.



Beistehende Skizze zeigt uns die Schwingung des Polarisationslichts, wenn die Atome senkrecht auf der Fortpflanzungslinie schwingen.

Herzbewegungen.

Sind sehr gute Bewegungsmechanismen und leisten als solche Ausgezeichnetes. Die Aufgabe und Lösung derselben besteht darin, daß durch eine gleichmäßige drehende Bewegung eine hin und hergehende Bewegung nach irgend einem vorgeschriebenen Gesetze erfolgt, welche sowohl stetig als auch nicht stetig sein kann.

das Bewegungsgesetz angeben heißt, daß wenn die Axe um einen gewissen Winkel gedreht wird, die Stange sich um ein bestimmtes Maaß heben muß.
Die Erhebungshöhen müssen auf die Radien als $f(\varphi)$ aufgetragen werden. Wir haben hier z. B.

$$AD = y = f(\varphi)$$

Wir fahren so mit einer Reihe Punkte fort, die wir zuletzt durch einen stetigen Zug verbinden.

Es ist die Möglichkeit gegeben durch eine gleichförmig drehende Bewegung eine hin u. hergehende Bewegung nach irgend einem Gesetz, welche auch symmetrisch sein kann zu verwandeln.

Erhebung und Niedergang mit gleichförmiger Geschwindigkeit.

Wir verzeichnen vor Allem den Grundkreis, tragen von einem Endpunkte des Durchmessers die Erhebungshöhe auf und theile dieselbe in eine Anzahl gleicher Theile z. B. 6; theile den Halbkreis ebenfalls in 6 gleiche Theile, ziehe die Radien.

Schneide mit O_1 in 1 u 11, mit O_2 in 2 u 10 mit O_3 in 3 u 9 mit O_4 in 4 u 8 u. s. w. verbinde alle Punkte, so haben wir eine zum Durchmesser 12 6 symmetrische Kurve. Wollen wir diese Herzbewegung als Horizontalschub gebrauchen, so müssen wir 2 Röllchen anbringen, deren Mittelpunkte in einem der Durchmesser und zugleich in der Kurve liegen. Mit dem Halbmesser des

Rollkurve müssen wir noch immer zur eigentlichen Kurve eine Achse distinkte vorzeichnen.
Es ist hier noch zu bemerken, daß die Summe zweier diametralliegenden Radien Vectoren constant ist.
Es soll, während die Achse einen Winkel von 180° + 60° zurücklegt die Erhebung mit gleichförmiger Geschwindigkeit vor sich gehen, die Senkung soll rascher gehen. Wir theilen A B C in 6 gleiche Theile desgleichen A C, tragen vom Grundkreis die Erhebungshöhe 6 mal auf und verfahren in ähnlicher Weise, wie vorher.

Soll die Stange eine Sinus Versus-bewegung machen, so müssen die Radien Vectoren nach dem Gesetz des Sinus Versus wachsen.

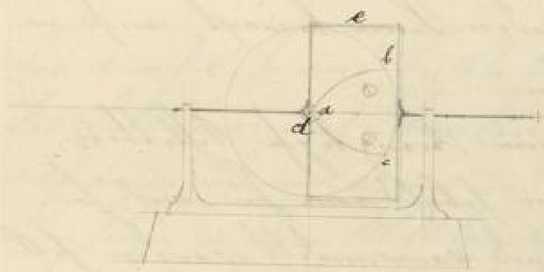
Die Summe zweier diametralliegenden Radien Vectoren ist constant.
Wir sollen nun eine Scheibe construiren, die Stange soll ~~welche~~ theilweise ruhen, dann soll sie sich nur ein gewisses heben u. sie und zwar unter folgenden Angaben.
Von 0° – 60° soll sie ruhen
" 60° – 90° bewegen um a
" 90° – 150° ruhen
" 150° – 180° aufwärts um b
Der Rückgang soll in dergleichen Weise vor sich gehen.

die verzeichnete Curve ist die Linie für den Mittelpunkt des Röllchens, um die Curve selbst verzeichnen zu können müssen wir mit dem Halbmesser des Röllchens eine Aequidistante zur Curve verzeichnen.

Damit ein ruhiger Gang erzielt wird muß der Grundkreis im Verhältniß zur Erhebungshöhe groß sein.

Für größere Bewegungen sind diese Scheiben überhaupt nicht mehr zu gebrauchen, sondern nur für kleinere Bewegungsmechanismen und zu Arbeitsmaschinen.

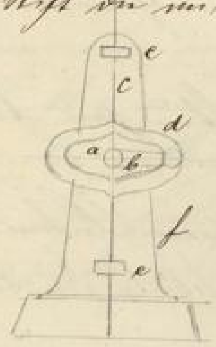
Ein ähnlicher Mechanismus ist das Bogendreieck, jeder Bogen beträgt 60°. die eine Spitze des Dreiecks liegt in dem Mittelpunkt der Drehungsaxe.



a b c Bogendreieck verbunden mit d, e Gestück, worin das Dreieck abc schleift.
das Gesetz, während die Spitze schleift ist ein anderes, wenn die Seite des Dreiecks schleift.

Gleichförmige Hin und Herbewegung durch eine Kurbel

Wir nehmen an, daß die Kurbel mit gleichförmiger Geschwindigkeit gedreht wird, während wir zugleich eine Zeichentafel gleichförmig auf und nieder bewegen, so beschreibt ein an der Kurbel befestigter Stift die mittlere Linie der Kanalfläche



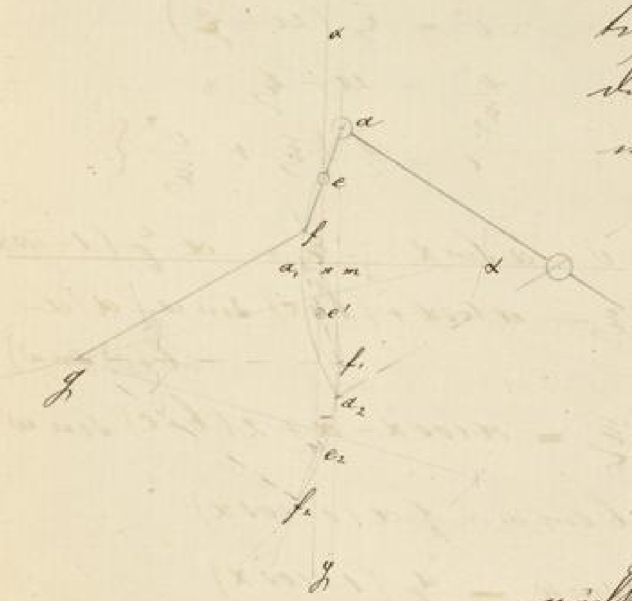
a Axe
b Kurbel mit Röllchen
c Stange mit einer Scheibe d
e Führungen der Stange
f Gestell.

a Axe
b Kurbel, verbunden mit a mit verschiebbarem Halbmesser
c Axe
d Führungsbuchse, verbunden mit c
f Stange
g Stift
der Stift beschreibt je nachdem er tief oder hoch geschraubt wird, verschiedene Kurven.

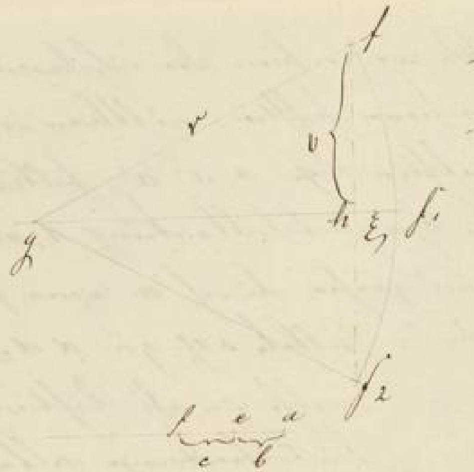
Gerad-Führungen.

Ein Körper, der sich in einer geraden Linie bewegt, muss in dieser Lage erhalten, geführt werden.
In den meisten Fällen wendet man Kreuzköpfe, Schlitten, Rollen etc zu Geradführungen an, sobald eine hin und hergehende Bewegung in eine rotirende verwandelt werden soll. Wenn es sich nun handelt die rotirende Bewegung in eine schwingende zu verwandeln, so müssen wir andere Vorrichtungen treffen. Die Geradführung besteht aus einem System von Hebel und Verbindungsstangen, die derart verbunden sind, dass sich das ganze System bewegen lässt und ein gewisser Punkt annähernd sich in einer nahezu mathematisch genauen Geraden bewegt.
Es handelt sich nun darum solche Gelenkvorrichtungen für Geradführungen zu bestimmen.
Nehmen wir zwei Hebel an, heissen den einen Lenker, den andern den Gegenlenker. Es wird ersterer sobald die Bewegung

erfolgt auf und nieder gehen. Wir verzeichnen den Balancier in seiner höchsten, mittleren und tiefsten Lage a, a', a^2, halbiren die Horizontalablenkung a, m und ziehen durch n eine Parallele xy zu $a\,a_2$, welche wir als Richtung der Kolbenstange halten lassen wollen. Nun nehmen wir den Verbindungspunkt zwischen Balancier und Gegenlenker an und zwar zunächst einen Pkt e in xy, verbinden a mit e, so wird die Verlängerung von ae die Kreisbahn des Balanciers in f schneiden.



aef tragen wir von a' aus und ebenfalls von a_2 aus ab.
Nun suchen wir den Mittelpunkt desjenigen Kreises, der durch die 3 Punkte f, f_1, f_2 geht; dieser befindet sich in g, welcher Punkt der Aufhängepunkt für den Gegenlenker ist.
Es wird also der Punkt e annähernd in einer geraden Linie geführt werden.
Der Fehler wird sehr klein werden, wenn wir den Balancier sammt Gegenlenker sehr lange machen.
Es kann nun auch durch Rechnung bestimmt werden, daß der Punkt e annähernd in einer geraden Linie bleibe.
In vielen Fällen ist es zweckmäßig, Balancier, Gegenlenker und Aufhängepunkt anzunehmen, und den Verbindungspunkt zu suchen.



damit c in einer geraden Linie bleibe, muß sein

$$v^2 = \xi(2r - \xi)$$

$$\frac{v^2}{\xi} = 2r - \xi$$

$$r = \frac{1}{2}\left\{\xi + \frac{v^2}{\xi}\right\}$$

$$v = a\sin\alpha \quad \Big| \quad \xi = a\frac{c}{b}(1-\cos\alpha)$$

$$\xi = a\cos\alpha + (b+c)\sin\omega - (a - (b+c)\sin\omega)$$

$$\xi = a\cos\alpha - a + 2(b+c)\sin\omega$$

$$b\sin\omega = \frac{1}{2}a(1-\cos\alpha)$$

$$2\sin\omega = \frac{a}{b}(1-\cos\alpha)$$

$$\xi = a\cos\alpha - a + \frac{a}{b}(b+c)(1-\cos\alpha)$$

$$\xi = (1-\cos\alpha)\left(\frac{a}{b}(b+c) - a\right)$$

$$= (1-\cos\alpha)\, a\frac{c}{b}$$

$$r = \frac{1}{2}\left\{a\frac{b}{c}\,\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha} + a\frac{c}{b}(1-\cos\alpha)\right\}$$

Es kann nun gegeben sein α, $\frac{r}{a}$; $\frac{b}{c}$ gesucht

Wir haben $\frac{b}{c} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin^2\alpha}\left\{\frac{r}{a} + \sqrt{\left(\frac{r}{a}\right)^2 - \sin^2\alpha}\right\}$

In allen Fällen der Anwendung muß α so klein als möglich angenommen werden und wir können dann setzen für $\sin\alpha = \alpha$, $\cos\alpha = 1 - \frac{1}{2}\alpha^2$.

$$1 - \cos\alpha = \frac{1}{2}\alpha^2$$

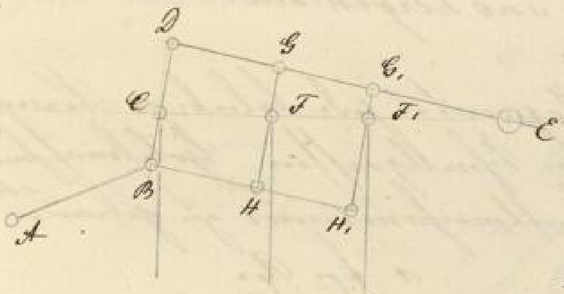
dann wird $r = \frac{1}{2}\left\{a\frac{b}{c}\,\frac{\alpha^2}{\frac{1}{2}\alpha^2} + a\frac{c}{b}\,\frac{1}{2}\alpha^2\right\}$

$$r = a\,\frac{b}{c} + \frac{1}{4}\,a\,\frac{c}{b}\,x^2$$

da wir nun x sehr klein angenommen haben, so ist x^2 auch kleiner und kann vernachlässigt werden
Wir können also setzen $\frac{r}{a} = \frac{b}{c}$

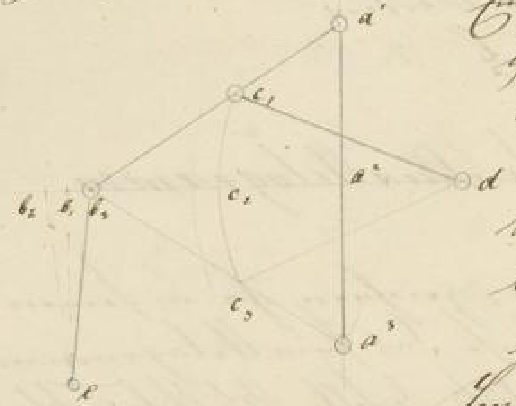
Das Watt'sche Parallelogramm.

Wir nehmen den Balancier an, zeichnen ihn in seinen 3 Hauptstellungen, dann ebenso das Parallelogramm, richten den Aufhängepunkt so, daß derselbe Mittelpunkt ist für den Kreis der durch die 3 Punkte f, f_1, f_2 geht und der Punkt c immer in der Geraden $x\,y$ bleibt.



In der Geraden CE nehmen wir einen Pkt F an, ziehen durch F eine Parallele mit BD, ferner durch B eine Parallele zu DE, so werden die Dreiecke DCE und GFE in jeder Position ähnlich bleiben, also auch F eine gerade Linie beschreiben wie der Punkt C; es wird überhaupt jeder Punkt der in der Geraden CE liegt eine gerade Linie beschreiben.
Es ist also die Möglichkeit vorhanden von einem Balancier aus eine größere Anzahl Stangen mit verschiedener Geschwindigkeit und verschiedenem Hub zu bewegen.
Nur ~~verursachen~~ erfordert diese Maschinen eine äußerst exacte und solide Ausführung; es werden die Zapfen, welche eine oscillirende Bewegung machen nicht an jeder Stelle um gleich viel

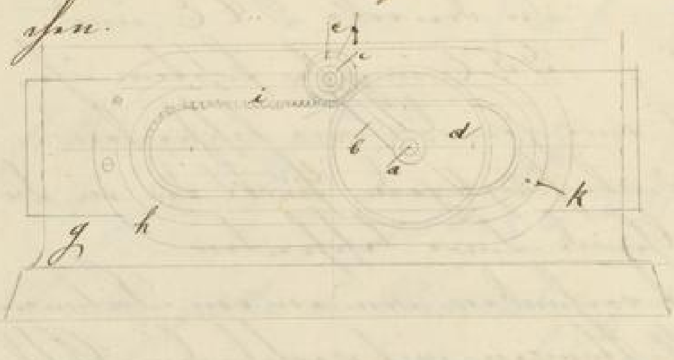
abgenützt, also unrund und müssen deßhalb von Zeit zu Zeit gedreht werden.



Eine andere Art von Geradführung ist die nebenbei skizzirte. $a^1 a^2 a^3$ höchste, mittlere und tiefste Lage des Balanciers. Würden wir den Hebel $b_3 c$ sehr lange machen, wird diese Anordnung gut werden. Im Großen läßt sich dieses System nicht anwenden, wohl aber für kleinere Maschinen.

Verwandlung einer continuirlich drehenden Bewegung in eine hin und hergehende.

Man kann mittelst dieses Apparates jede beliebige Bewegungslänge herstellen, namentlich bei Schnellpressen, Hobelmaschinen anwendbar und auch als Kraftmechanismus zu gebrauchen.



a feste Axe

b 2 Arme tragen eine Axe c und sind frei drehbar auf a.

d Stirnrad verbunden mit a.

e kleines Getriebe fest verbunden mit c

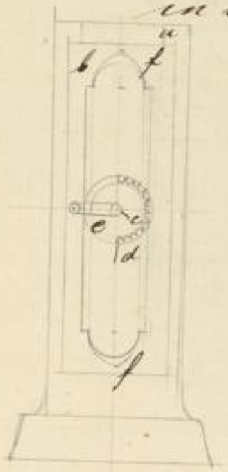
f ein zweites Rad gleich e greift in die Zahnstange ein.

g Wand, h Schlitten

i Zahnstange, k Furche.

In der Furche k liegt das Zapfenende der Axe c

Verwandlung der drehenden Bewegung in eine hin und hergehende.



a Bahn

b Schlitten

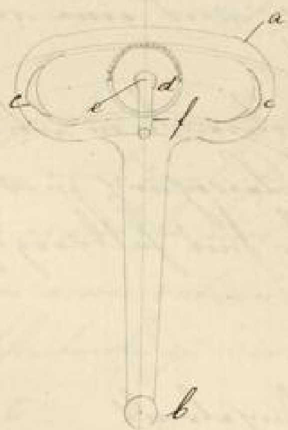
c Axe

d halbverzahntes Rad

e Kurbel mit Zapfen

f Ansätze

Greift die Verzahnung rechts ein, so geht der Schlitten nieder, im entgegengesetzten Falle aufwärts.



a Verzahnte Schwinge, dreht sich um b

c Ansätze an a

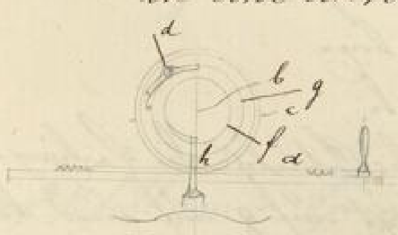
d halbverzahntes Rad

e Axe

f Kurbel mit Zapfen

Durch drehende Bewegung von d entsteht eine oscillirende Bewegung in a.

Verwandlung der ~~rotirenden~~ hin und hergehenden Bewegung in eine ruckweise rotirende.



a Zugstange

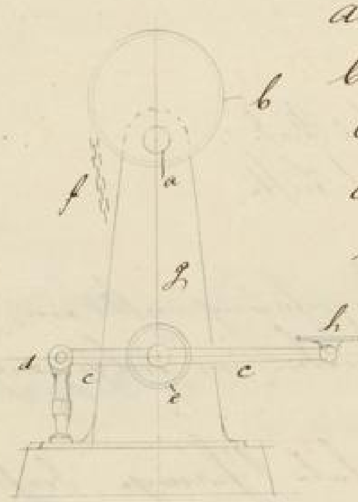
b Axe

c Zahnrad frei drehbar auf b

und ihm verbunden ein Haken d

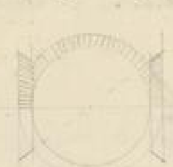
f Scheibe fest verbunden mit b
g " " " mit b.
h Stab, wird durch eine Feder in die Höhe getrieben.

Trittbewegung.



a Axe
b Excentrik
c Tritthebel
d Lager
e Rolle
f Kette
g Gestell
h Tritt

durch eine oscilirende Bewegung des Tritthebels c wird eine rotirende Bewegung der Axe a bewirkt.

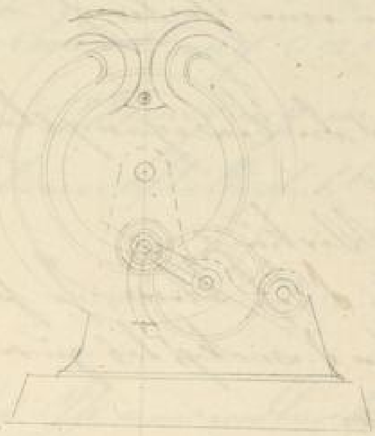


Apparat um eine rotirende in rotirende hin und hergehende Bewegung zu verwandeln. Alle 3 Räder sind halbverzahnt.

Mangelrad.

a Axe des Mangelrads
b Triebstockverzahnung
c Einführungskanal
d Getriebaxe
e Getriebe
f Axe des Getriebes. Die Verschiebung von f liegt auf g auf und kann

vermöge des Schlitzes h nicht höher hinauf, ist also in ihrer Lage gehalten.



Beistehende Skizze zeigt uns ein Mangel- od. vollkommenere Construction.

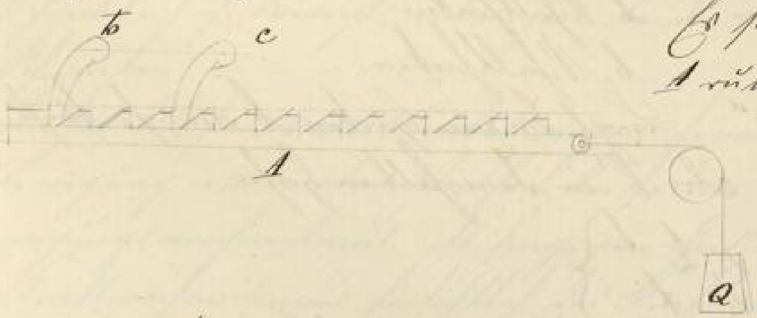
Es ist hier eine doppelte Zahnstange mit äußerer und innerer Verzahnung, und es hat ferner dieser Apparat den Vortheil, daß die Axe eine horizontale Lage hat und also direkt von der Transmission aus getrieben werden kann, während beim übrigen ein Universalgelenk angewandt werden muß.

Schaltungen.

Sie werden benützt um

1. Eine continuirlich drehende Bewegung in eine ~~x~~ ruckweise drehende zu verwandeln und

2. Um eine continuirlich drehende Bewegung in eine ruckweise fortschreitende zu verwandeln



Es soll also z. B. die Stange A ruckweise fortgeschoben werden, so denken wir uns der Stange einen Widerstand Q entgegenwirkend, bringen deshalb einen Sperrhaken b an, sodann einen zweiten

Haken, Schaltkörper an, der den Zweck hat die Stange fort-
zuschieben.
Wir sind nun im Stande den Haken so zu bewegen, daß er die Stange um ein wenig, genau einer Theilung, um $1\frac{1}{2}$ Thlg, 2 Thlg etc bewegt.
Heißen wir t die Zahntheilung, s die Bewegungslänge des Schaltkörpers, so gibt

$s < t$ keine Wirkung

$s = t + \delta$, wobei δ sehr klein, so haben wir den Erfolg, daß der Haken um δ wirkungslos zurückgeht und um eine Zahntheilung t vor.

$$\left\{\begin{matrix} s > t \\ s < 2t \end{matrix}\right\}$$

so schaltet der Haken um eine Theilung.

$$\left\{\begin{matrix} s > 2t \\ s < 3t \end{matrix}\right\}$$

so entsteht eine wirksame Bewegung um 2 Theilungen.
Handelt es sich um sehr feine ruckweise Bewegungen, so muß man sehr feine Theilungen nehmen.

Schaltung für Bruchtheilung

a Stange
b Schaltkörper
b, Schaltkörper

Liegt der eine Haken b an, so steht die Angriffsfläche des 2ten b' in dem halben Zahne

$$s\left\{\begin{matrix} > \frac{1}{2}t \\ < t \end{matrix}\right\}$$

wird genau um eine halbe Theilung geschaltet.

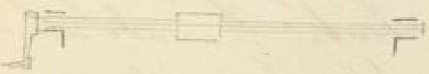
$s \left\{ \begin{matrix} > t \\ < \frac{3}{2} t \end{matrix} \right\}$ Schaltung auf eine Theilung.

Verwandlung der continuirlich drehenden Bewegung in eine continuirl. fortschreitende.

Wird bewerkstelligt 1tens mittelst Zahnstange und Getriebe.

In practischer Hinsicht steht dieser Mechanismus zwischen Kraft und Bewegungsmechanismus. Ist anwendbar bei einfachen Bewegung, wie z. B. beim Blockwagen einer Schneidemühle.

2tens die Schraubenmutter.



Es liegt hier die Schraubenspindel in Lagern, kann sich also nicht verschieben. Wird die Spindel umgedreht, so muss wenn die Mutter sich nicht drehen kann dieselbe längs der Spindel sich hinbewegen.

Ist die Schraube fest und wird die Mutter bewegt, so entstehen beide Bewegungen in der Mutter.

Im entgegengesetzten Falle, da die Mutter fest ist und die Schraube sich bewegt, entstehen beide Bewegungen in der Schraube.

Dieser Mechanismus bietet wegen seiner sanften ruhigen Bewegung einen eminenten Vortheil bei seiner Anwendung als Bewegungsmechanismus, ist hingegen bei Anwendung als Kraftmechanismus hinsichtlich des Kraftverlustes sehr beschränkt. Bei der besten Ausführung kann man darauf rechnen, dass

dieselbe Kraft durch Reibung verloren geht, bei geringer Ausführung kann man auf 2/3 Kraftverlust rechnen.
Es ist noch zu erwähnen, dass hinsichtlich der Ausführung es vortheilhaft ist eine lange Mutter zu machen, weil dieselbe sich sehr leicht ausschleift.

3tens die Schnurbewegung

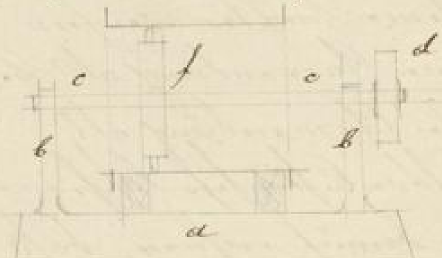
a Stab, der hin und herbewegt wird.

b Schnurrolle

c und d Enden woran die Schnur befestigt wird. Durch eine hin und hergehende Bewegung des Stabes wird eine periodisch rotirende Bewegung der Rolle erzielt. Ist zu gebrauchen als Bewegung von Handbohrern.

Sind 2 Körper gleichzeitig nach entgegengesetzter Richtung zu verschieben, so hat man rechtes und linkes Gewinde an die Schraube zu schneiden und es werden je nach der Drehungsrichtung die Mütter sich entweder entfernen oder einander nähern.

Bei Bohrwerkzeugen wird angebracht, dass die Meisel sich um eine Axe drehen und ferner längs dieser Axe fortschreiten. Die Spitze des Meisels wird alsdann eine Schraubenlinie beschreiben, so dass die einzelnen Schraubenlinien sehr nahe beisammen liegen.



a Bohrbank

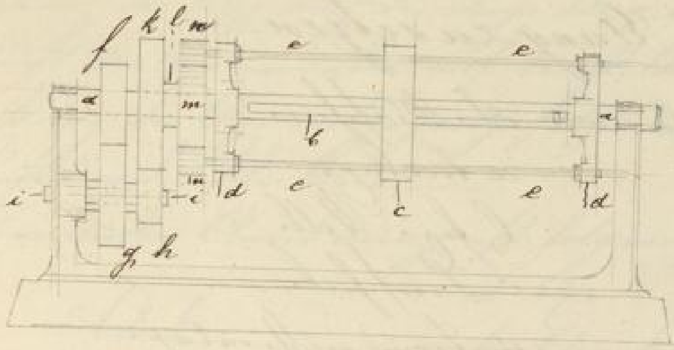
b Lager der Spindel

c Bohrspindel

d Getriebe

f Bohrkopf, muss mit c rotiren und sich zugleich verschieben.

Skizze einer Cylinderbohrmaschine



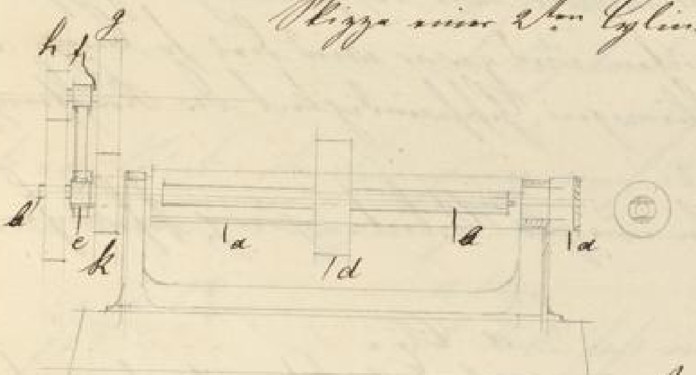
a Bohrwelle
b Hülse
c Bohrkopf
d Lagerhalter
e Schraubenspindel
f Stirnrad fest verbunden mit a

g
h { Stirnräder ein Stück, frei drehbar auf i

k
l { k m Stirnräder, frei drehbar auf a
m

n Getriebe, fest auf e

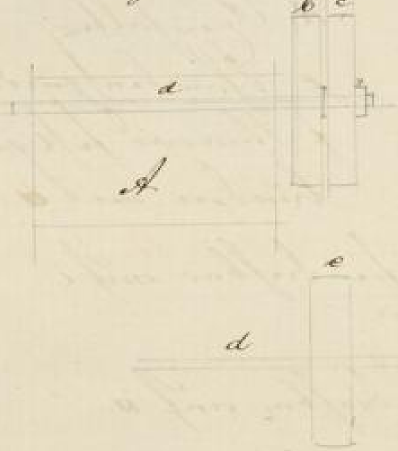
Skizze einer 2ten Cylinderbohrmaschine



a Bohrspindel
b Schraubenspindel
c Stirnrad verbunden mit b
d Bohrkopf mit Zwischenstück, in welchem eine Mutter eingeschnitten ist.
e ein mit a fest verbundener Hebel
f Axe
g h Stirnräder, fest verbunden mit f
f g h ein Stück
k Stirnrad fest verbunden mit der Axe a.

Absteller um Maschinen in und außer Gang zu setzen

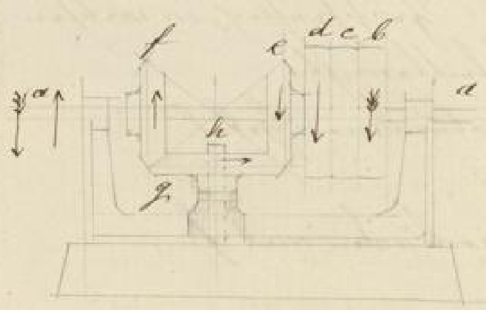
Im Allgemeinen haben wir A Maschine



a Triebwelle
b feste Rolle
c Leerscheibe
d Transmissionswelle
e Rolle fest verbunden mit d. Wenn wir nun die Transmissionswelle in Gang setzen wollen, so ist die Leerscheibe das vortheilhafteste, weil der Riemen nach und nach der Welle d die Bewegung mittheilt.

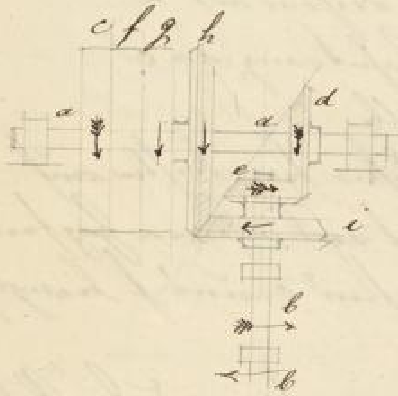
Es wird also die Transmission mit beschleunigter Geschwindigkeit anfangen zu laufen und zwar wird dies so lange dauern bis dieselbe der gleichförmigen Geschwindigkeit der Kraftmaschine gleichkommt.

Die Leerscheibe ist aber nur zur Uebertragung schwacher Kräfte verwendbar.



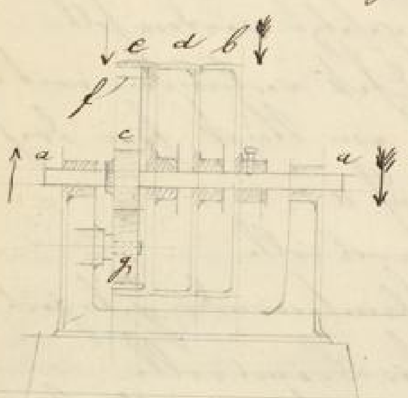
a Axe
b Rolle fest verbunden mit a
c Leerscheibe frei drehbar auf a
d Rolle " " " a
e Getriebe fest verbunden mit d
f Kegelrad fest verbunden mit a
g Zwischenrad drehbar um den Zapfen h

Liegt der Riemen auf der Rolle b, so ist die Bewegungs-
richtung der Axe nach der Lage des gefiederten Pfeils ←
Läuft der Riemen aber auf der Rolle d, so ist die Bewegungs-
richtung der Axe entgegengesetzt und zwar nach der
Richtung des Pfeiles ←
Eine andere Anordnung ist folgende.



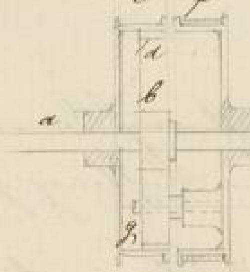
a Axe
b Axe kann sowohl nach der einen als nach der andern Richtung gedreht werden
c Rolle fest verbunden mit a
d Rädchen fest " " " a
e Kegelrad fest " " mit b
f Leerscheibe frei drehbar auf a
g Rolle " " " auf a
h Kegelrad " " " a
i " " fest verbunden mit b.

g h ein Stück. Die Bewegung nach der Richtung des ⟹ ist eine andere als diejenige des →



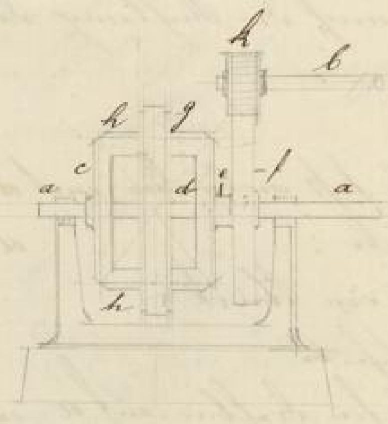
a Axe
b Rolle fest verbunden mit a
c Getriebe " " a
a b c ein Stück
d Leerscheibe
e Rolle frei drehbar auf a mit innerer Verzahnung f
g Zwischenrad frei drehbar auf einem Zapfen greift in c und f ein

Ist gut anwendbar bei Hobelmaschinen, da wegen des Uebersetzungsverhältnisses bei Zurückführung des Schlittens derselbe rascher geht, während beim Angriff des Meißels der Schlitten langsam geführt werden muß.



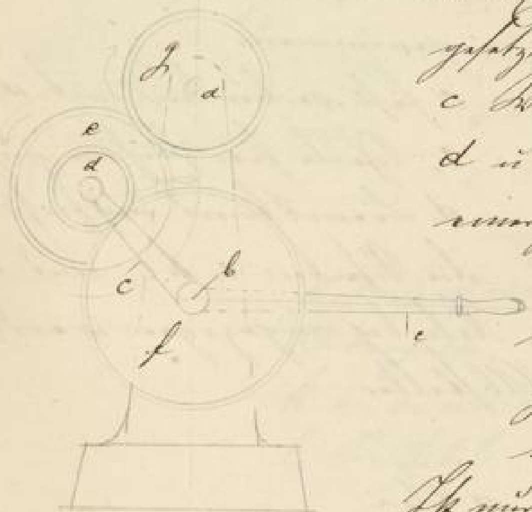
a Axe
b Scheibe fest verbunden mit a
c Rolle frei drehbar auf a
d Innerer Zahnkranz an c
f Bremsrolle
g Sternrädchen frei drehbar auf einem mit f verbundenen Zapfen

Wird die Bremse nicht angezogen, so sind c und f beweglich auf a.
Wird hingegen das Bremsband angezogen, so wird die Rolle f nichts anders als ein Axenhalter für das Rädchen g und es muß sich daher die Rolle c umdrehen.



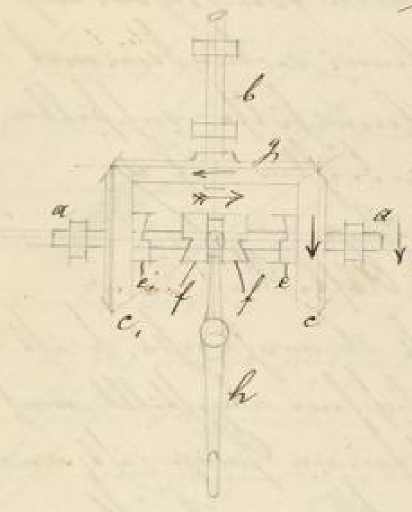
a Axe
b Axe, welche in oder außer Gang gesetzt werden soll.
c Rad, fest verbunden mit a
d e f ein Stück, frei drehbar auf a
g Bremsrolle
h i Sternenräder, gelagert in der Bremsrolle.
k fest verbunden mit der Transmissionswelle b.
Wird die Bremse losgelassen, so ist die Maschine abgestellt

Wird die Bremse angezogen, so ist die Maschine im Gang und die Planetenräder werden zu einer ordinären Uebersetzung.



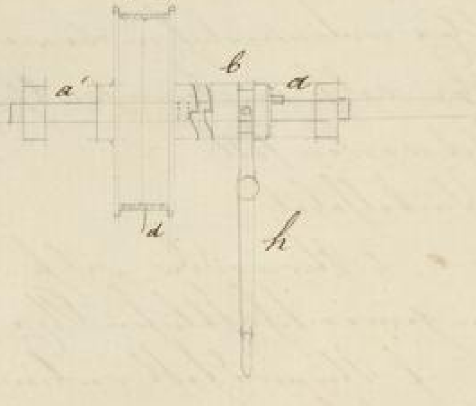
a Axe continuirlich in Bewegung
b Axe, welche in oder außer Gang gesetzt werden soll
c Winkelhebel
d u e, 2 Stirnräder, welche auf einer gemeinschaftlichen Axe sitzen
f Stirnrad fest verbunden mit b
g Stirnrad fest verbunden mit a.

Ist nur für kleinere Maschinen anwendbar.

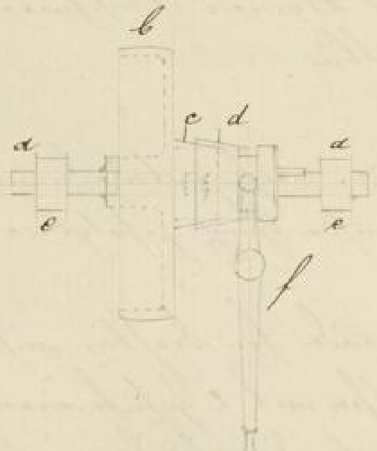


a Axe
b Axe, welche entweder in Gang oder außer Gang gesetzt werden soll.
c c, 2 Räder frei drehbar auf a
f Hülse mit 2 Zahnformen
g Kegelrad, verbunden mit b
e e, Hülsen verbunden mit c u c,
h Absteller.

Wird die Klaue f in die Mitte gestellt, so ist die Maschine außer Gang.
Schieben wir die Klaue nach c, so erfolgt die Bewegung in Richtung des ↓. Schieben wir die Klaue nach c, , so erfolgt die Bewegung nach entgegengesetzter Richtung.

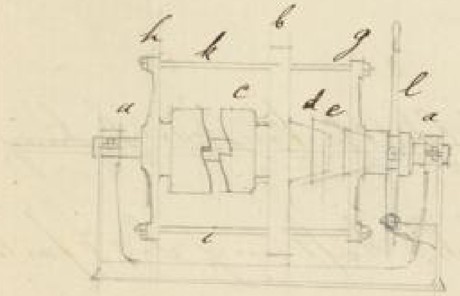


a
a, } 2 Axen
b eine auf a verschiebbare Klaue und wird von a mitgenommen.
c fest verbunden mit a,
c, Scheibe frei drehbar auf a,
d Bremsband umfaßt die Scheiben c u c, und kann beliebig angezogen werden.
h. Absteller



a Axe
b Rolle frei drehbar auf a
c Conus, verbunden mit b
d Conushülse, verschiebbar und freidrehbar auf a.
e Lager
f Absteller
Steht d nach rechts, so ist die Maschine abgestellt, nach links ist sie im Gange; ist anwendbar für kleinere Kräfte.

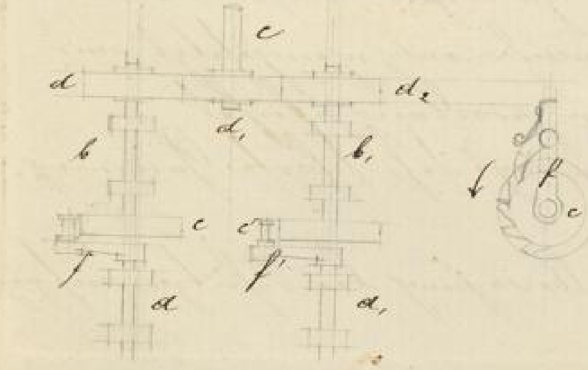
Auch ist diese Methode nicht ganz zuverlässig, weil die eine Klaue blos durch friction der andern mitgenommen wird. Ein ähnlicher Apparat ist folgender.



a Axe
b Rad, welches in oder außer Gang gesetzt werden soll, frei drehbar auf a
c Klauenhülse, verbunden mit dem Konus d
b c d ein Stück.
e Konus, frei drehbar auf a und verschiebbar auf a
g h Zäume, umfassen die Konus und Klauenhülse
k i, vereinigen die Zäume
l Stellhebel.

Kraftmaschinenverkupplung.

Diese kommt sehr oft vor, namentlich bei Fabrikbetrieben, wo eine Kraftmaschine nicht genügt und die Fabrik eine große Ausdehnung hat.
Auch werden öfters hydraulische Maschinen mit Dampfmaschinen verbunden, wo also die Verbindung derart sein muß, daß keine die andere fortreißt und überhaupt keine gewaltsamen Stöße vorkommen
Es besteht eine solche Kupplung im Wesentlichen aus Folgendem



a, a' Axen, jede von einer Kraftmaschine aus getrieben
b b', 2 Axen liegen in der Fortsetzung von a a'
c Axe, welche die Kraft der Transmission abgibt.

d, d', d² 3 Räder, durch welche c mit b, b' verbunden ist

e
e' } 2 Schalträder.

f, f' Kurbelartige Hebel mit Schaltklinken, welche durch Federn angedrückt werden.
Bewegen sich beide C an nach der Richtung des Pfeiles so treiben beide c

Parallelmechanismen.

Sie haben den Zweck, Körper parallel mit sich selbst zu verschieben.
Das einfachste ist das Parallellineal

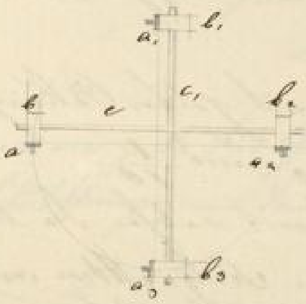
Ferner haben wir die Schnurbewegung. Es sind hier c c' d d' Fixpunkte a b a' b' Roller an dem Lineale f befestigt.
Wir spannen nun eine Schnur über c a b' d, welche aber nicht genügend ist und das Lineal sich nach der Richtung des ↻ drehen würde, deshalb bringen wir eine zweite Schnur c' a' b d' an, welche das Bestreben hat das Lineal nach ↺ zu drehen; diese beiden Drehungsrichtungen sind aber einander entgegengesetzt und es wird das Lineal wohl genau parallel geschoben.
Wird angewandt, wenn es sich um nicht sehr scharfe Genauigkeit handelt.
Wir haben nun noch die Parallelbewegung bei Schützenaufzügen

a

a_1 2 Axen, welche der Richtung nach senkrecht und über einander liegen

d, d_1, d_2, d_3, Stangen verbunden mit entsprechenden Kurbeln

Besser ist die 2te Anordnung, weil man hier jede beliebige Hubhöhe herstellen kann.



Es sind hier

a, a_1, a_2, a_3 Zapfenstangen,

b, b_1, b_2, b_3, die entsprechenden Zahnrädchen

c, c_1, 2 Axen.

Von der Reibung.

Es hängt von derselben hauptsächlich die Construction der Maschinentheile ab.
Der Reibungswiderstand richtet sich nach dem Material der Körper und nach der Beschaffenheit und dem Zustande der Berührungsflächen.
Der Reibungswiderstand ist unabhängig von der Größe der Berührungsflächen.
Er ist ferner unabhängig von der Geschwindigkeit, mit welcher sich die Körper auf einander bewegen, innerhalb gewisser Grenzen.
Er ist wesentlich abhängig von der Pressung, mit welcher beide Körper aufeinander drücken und ist proportional diesem Drucke.

Heißen wir P die Pressung des Körpers gegen die Fläche, f den Reibungswiderstand, welcher durch einen Druck von 1 Kilg. F den Reibungswiderstand, der durch einen Druck von P Kilg verursacht wird, so haben wir

$$F = f \cdot P. \text{ und}$$

$$f = \frac{F}{P}$$

dieses f heißen wir den Reibungscoefficienten, und es sind in der Rb. Tab. 94 die Erfahrungscoefficienten für die verschiedenen Materialien angegeben.

Für gut bearbeitete metallische Flächen, mit guter Ölung schwankt der Reibungscoefficient zwischen $\frac{1}{500}$ und $\frac{1}{10}$.

Heißen wir nun v die Geschwindigkeit mit welcher die beiden Körper aufeinander gleiten, e den in Kilg. Meter ausgedrückten Effect, welcher der Überwindung des Reibungswiderstandes entspricht, so haben wir

$$e = F v$$

Setzen wir für F seinen Werth, so ist

$$e = f P v.$$

Betrachten wir die Reibung hinsichtlich der Abnützung ins Auge und fragen worauf sich diese richtet, so ist dieselbe zu beurtheilen nach der Intensität des Druckes, der an einer gewissen Stelle stattfindet und nach der Beschaffenheit des Materials. Bezeichnen wir mit A die Contactfläche zwischen beiden Körpern, so ist

$\frac{P}{A}$ die Intensität des Druckes, oder die Pressung auf 1 □cm

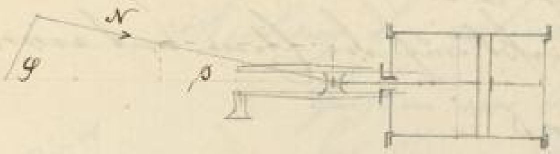
Bezeichnen wir ferner mit Al die Abnützung

so ist $Al = f\frac{Pv}{A}$

der Werth von Al setzt voraus, daß die Intensität der Pressung an allen Punkten dieselbe ist.
Es wird also Al klein ausfallen, wenn die Contactflächen der beiden Körper groß sind und es wird Al groß ausfallen im entgegengesetzten Falle.

Reibungswiderstände, welche bei Gleitstücken vorkommen.

Nehmen wir z. B. das Gleitstück bei einer Dampfmaschine, so wird die Schubstange mit der Horizontalen einen gewissen Winkel bilden wenn die Schubstange mit der Kurbel einen Winkel φ bildet.



Bezeichnen wir mit N die Schubstange und zerlegen diese in 2 Seitenkräfte, nämlich in eine Vertikalkraft $V = N \sin\beta$ und in eine Horizontalkraft

$$H = N\cos\beta = P$$

Wir haben also $P = N\cos\beta$.

$$\frac{V}{P} = tg\,\beta$$

$$V = P\,tg\,\beta.$$

Der Druck des Gleitstücks auf das Führungslineal ist mit β variabel und er wird um so größer, je größer β wird; β richtet sich aber nach der Länge der Schubstange und Kurbel und ferner nach dem Winkel φ.

der Kreuzkopf wird stets gegen das untere Lineal angepreßt und zwar ist der Druck variabel, nach der Mitte hin ist er am stärksten, was ein Ausschleifen des unteren Lineals und der unteren Fläche des Kreuzkopfs zur Folge hat.

Nehmen wir die schiefe Ebene und legen einen Körper darauf, dessen Gewicht Q sei.

Frage welche Kraft ist nothwendig um den Körper diese Ebene hinaufzuziehen und zwar soll diese Kraft P mit der geneigten Ebene selbst einen Winkel β bilden.

Nun zerlegen wir Q in 2 Seitenkräfte $Q \cos\alpha$ und $Q \sin\alpha$ ebenso P in die 2 Seitenkräfte $P \sin\beta$ und $P \cos\beta$.

Der Körper wird dann angepreßt auf die Ebene mit einer Kraft

$$Q\cos\alpha - P\sin\beta$$

Um den Körper wirklich bewegen zu können müssen wir diese Differenz mit dem Reibungscoefficienten multipliziren und das Gewicht des Körpers addiren. Wir haben alsdann

$$(Q\cos\alpha - P\sin\beta)\,f + Q\sin\alpha = P\cos\beta$$

Woraus folgt $Q\cos\alpha\, f + Q\sin\alpha = P(\cos\beta + f\sin\beta)$

und $$P = Q\,\frac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\cos\beta + f\sin\beta}$$

Wollen wir bewirken daß der Körper nicht herabgleitet, so wirkt die Reibung zu Gunsten des Körpers und es ist f negativ zu nehmen.

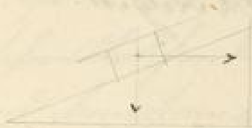
Wir haben hier

$$p = Q\,\frac{\sin\alpha - f\cos\alpha}{\cos\beta - f\sin\beta}$$

Nehmen wir den Fall für $\beta = 0$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{so ist } P = Q(\sin\alpha + f\cos\alpha) \\ \text{und } p = Q(\sin\alpha - f\cos\alpha) \end{array}\right\}$$

Setzen wir aber für $\beta = -\alpha$, d.h. die Zugkraft horizontal, so ist



$$\left\{\begin{array}{l} P = Q\,\dfrac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\cos\alpha - f\sin\alpha} = Q\,\dfrac{tg\,\alpha + f}{1 - f\,tg\,\alpha} \\ \text{und } p = Q\,\dfrac{\sin\alpha - f\cos\alpha}{\cos\alpha + f\sin\alpha} = Q\,\dfrac{tg\,\alpha - f}{1 + f\,tg\,\alpha} \end{array}\right\}$$

Reibung bei rotirenden Körpern.

Heißen wir P den Druck des Zapfens auf das Lager in Kilgr. ausgedrückt, so ist Pf der Reibungswiderstand.

Wir müssen uns am Umfang des Zapfens eine Kraft Pf angebracht denken, welche dem Körper eine drehende Bewegung ertheilt.

Wir müssen also an 2 diametral gegenüberliegenden Punkten uns 2 Kräfte ½ F nach entgegengesetzter Richtung wirkend denken.

Bezeichnen wir mit v die Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens, so ist wenn wir e in Kilogr. Metern ausdrücken

$$e = Pf\,v.$$

Nun ist aber $v = \frac{d\pi}{100}\,\frac{n}{60}$ (d in Centimeter ausgedrückt.)

$$c = \frac{\pi}{6000} n d P f = \frac{1}{1910} n d P f.$$

Nehmen wir z. B. den Verlust bei einem Wasserrade.

Es sei also $P = 300 \times 40 = 12000$ Kilg.

$$d = 0{\cdot}18 \sqrt{12000} = 20.$$

$$n = 3$$

$$f = 0{\cdot}06$$

Also $c = \frac{3 \times 20 \times 12000 \times 0{\cdot}06}{1910} = 22$ Kilg M.

der Verlust ist also hier sehr gering.

Nehmen wir aber ein anderes Beispiel, also eine Dampfmaschine

Nehmen wir für $P = 20000$ Kilg.

$$d = 30$$

$$n = 30$$

und $f = 0{\cdot}054$

so ist $c = \frac{30 \times 30 \times 20000 \times 0{\cdot}054}{1910} = 508$ Kilg M.

Der Verlust also schon bedeutender.

In Betreff der Abnutzung conserviren sich rundumlaufende Zapfen am besten, vorausgesetzt, daß das Material an allen Stellen dasselbe ist.

Gußeiserne Zapfen nutzen sich erfahrungsgemäß am wenigsten ab, schmiedeiserne Zapfen viel mehr, weil eben das Material an verschiedenen Stellen nicht dasselbe ist.

Ferner richtet sich auch die Abnutzung nach der Intensität des Druckes und ist zu beurtheilen nach dem Verhältniß

$$\frac{P}{d l} f v$$

Sie ist diesem Ausdruck proportional.

Es ist also $\mathfrak{A} = \lambda \frac{P}{d\,l} f v$

Ferner ist erfahrungsgemäß $d = 0{\cdot}18 \sqrt{P}$

und $l = 1{\cdot}25\, d = 0{\cdot}18 \times 1{\cdot}25 \times \sqrt{P}$

Also $\mathfrak{A} = \lambda \frac{P}{0{\cdot}18\sqrt{P} \times 0{\cdot}18 \times 1{\cdot}25 \times \sqrt{P}} f v$

oder $\mathfrak{A} = \frac{\lambda f v}{(0{\cdot}18)^2 \times 1{\cdot}25}$

v ist n und d proportional, woraus folgt, daß dicke und schnelllaufende Zapfen sich rasch abnützen, hingegen dünne und langsamlaufende Zapfen sich schwach abnützen.
Seite 280 Resultate findet sich eine Tabelle hiezu.
Führen wir nun noch für v seinen Werth ein, so erhalten wir für:

$$\mathfrak{A} = \lambda \frac{P}{d\,l} f \frac{d \pi n}{6000}$$

$$\mathfrak{A} = \frac{\lambda \pi}{6000} \times \frac{P n}{l}$$

Man macht jetzt z. B. bei Eisenbahnwagen die Zapfenlängen $l = 2 - 2\frac{1}{2}\, d$ um eine rasche Abnützung zu vermeiden und eine weiche Auflage des Zapfens zu erhalten.
Bodmer macht die Zapfenlängen bei Locomotiven sogar 3 d.

Reibung bei Zapfen, welche eine schwingende Bewegung machen.

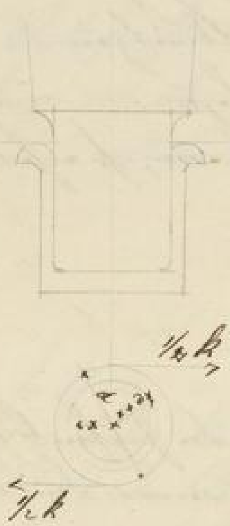
Die Reibung ist wohl etwas geringer als bei rundumlaufenden Zapfen; allein das mißliche bei der Sache ist, daß hier die Zapfen unrund werden und auf die Lagerschale wie eine Reibahle einwirken.

Heißen wir n die Anzahl der Oscillationen, so haben wir

$$e = \frac{n\,d\,P\,f}{1910}\,\frac{\alpha}{360^\circ}$$

Zapfenreibung bei stehenden Wellen.

Es kommen hier 2 Reibungsflächen in Betracht. Nämlich erstens die Reibung an der Bodenfläche und 2tens die Rbg am Umfange des Cylinders. Der Druck auf 1 □cm der Bodenfläche beträgt $\frac{P}{\frac{d^2\pi}{4}}$, vorausgesetzt, daß der Druck gleichmäßig vertheilt ist.



Wir berechnen uns zunächst den Druck auf einen Theil der Bodenfläche und es beträgt dieser $2x\,\pi\,dx$

Die Reibung für diese Fläche beträgt.

$$2x\,\pi\,dx\,\frac{P}{\frac{d^2\pi}{4}}\,f\,x$$

und der Reibungswiderstand auf die ganze Fläche ist alsdann:

$$\int_{x=0}^{x=\frac{d}{2}} 2x\,dx\,\pi \times \frac{P}{\frac{d^2\pi}{4}}\,f\,x = k \times \frac{d}{2}$$

$$\frac{2\pi P f}{\frac{d^2\pi}{4}} \int_0^{\frac{d}{2}} x^2\,dx = k \times \frac{d}{2}$$

$$\frac{16 P f}{d^2}\,\frac{1}{3}\left(\frac{d}{2}\right)^3 = k\,d.$$

$$\frac{16 P f}{24\,d^2} = k\,d$$

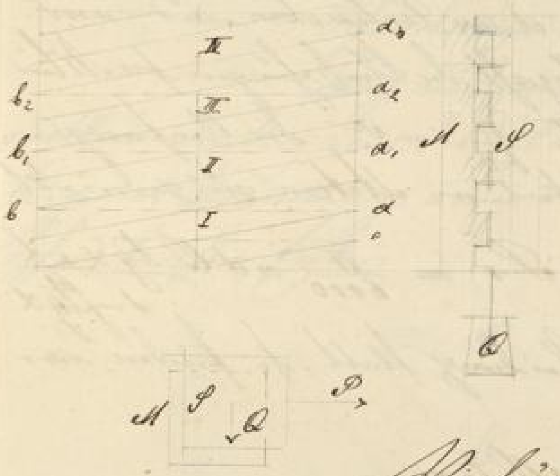
$$k = \frac{2}{3}\,P f$$

und $e = \frac{2}{3}\,\frac{1}{1910}\,P f\,d\,n$

$$x = \frac{n d f}{1910} \left\{ P + \frac{2}{3} P_1 \right\}.$$

Reibung an der Schraube.

Um dieselbe strikt genau zu berechnen, bedarf es zahlloser Rechnungen und führt zu endlosen Resultaten.
Wir wollen uns hier mit einer Annäherung begnügen indem wir ein Brett nehmen und hierauf eine Anzahl Leisten parallel in schräger Richtung befestigen.



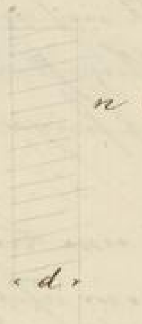
Stützen wir das eine Brettchen M und befestigen ein ähnliches Brett P, welches vollkommen ~~in~~ in die Höhlung des ersten paßt.
Wir hängen an P ein Gewicht Q und bringen ferner eine horizontal Kraft P an.
Wir haben dann weiter nichts als einen Körper auf schiefer Ebene und haben nach einem früheren Satze

$$P = Q \frac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\cos\alpha - f\sin\alpha}$$

$$P = Q \frac{tg\,\alpha + f}{1 - f\,tg\,\alpha}$$

Denken wir uns die Platten aus elastischem Material bestehend und biegen sie so lange bis sie zu einem cylindrischen Körper werden, so werden die Punkte a u. b, a_1 u. b_1 u.s.w. zusammenkommen und die Leisten werden zu Schraubenflächen.
Die Kraft P wirkt drehend am Umfang der Schraube.

die Reibung an der Schraubenfläche ist aber an allen Punkten gleich groß.
Wir nehmen die Reibung am äußern Umfange der Spindel an und fragen nun welche Kraft nothwendig ist um die Arbeit am äußern Umfang der Spindel zu bewältigen.
Der Fehler den wir begehen wird sehr klein sein, wenn die Gewindtiefe klein ist.



drücken wir d in Centimetern aus, und ist n die Anzahl der Umdrehungen pro Min. so ist $\frac{d\pi}{100}\,\frac{n}{60} = v$ die Umfangsgeschwindigkeit in Metern ausgedrückt

und $e = Pv = \frac{\pi}{6000}\, n d Q \,\frac{tg\,\alpha + f}{1 - f\,tg\,\alpha}$

findet keine Reibung statt, so finden wir e_1, indem wir $f = 0$ setzen.

so ist $e_1 = \frac{\pi}{600}\, n d Q\, tg\,\alpha$

$$\frac{e_1}{e} = tg\,\alpha\,\frac{1 - f\,tg\,\alpha}{tg\,\alpha + f}$$

Nehmen wir z. B. $tg\,\alpha = \frac{1}{10}$ an und $f = \frac{1}{10}$

so ist $\frac{e_1}{e} = \frac{1}{10}\,\frac{1 - \frac{1}{100}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}} = 2.$

Es gehen also 50% der Kraft verloren, und die Schraube daher, wie schon früher erwähnt nicht als Kraftmechanismus zu gebrauchen.
Noch ungünstiger wird der Fall, wenn wir $tg\,\alpha$ noch kleiner nehmen; z. B. $tg\,\alpha = \frac{1}{20}$ und $f = \frac{1}{10}$

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{20}\;\frac{1-\frac{1}{200}}{\frac{1}{20}+\frac{2}{40}} = 3$$

Reibung bei der Schraube ohne Ende.

Es beträgt für flache Gewinde

$$P = Q\,\frac{\operatorname{tg}\alpha + f}{1 - f\operatorname{tg}\alpha}$$

Schneiden wir von der Mutter den größten Theil weg und machen sie so lange als wir immer wollen, denken uns das Material der Mutter elastisch und biegen es können zu einer Kreisform, so erhalten wir die Schraube ohne Ende.

Ist nun Q der auf den Umfang des Rades reducirte Widerstand, welcher der Schraube entgegenwirkt, P die Kraft, welche die Reibung und den Widerstand Q bewältigen muß, so ist

$$P = Q\,\frac{\operatorname{tg}\alpha + f}{1 - f\operatorname{tg}\alpha}$$

Es gehen also immer noch 50 % bei sehr guter Ausführung verloren.

Reibung bei Zahnrädern.

Sind Z und z richtige Zahnformen, so haben alle Verzahnungen die Eigenschaft, daß wenn wir den Berührungspunkt B mit dem Berührungspunkt der Theilung verbinden, AB Normale ist.
Ist nun P die am Umfange des treibenden Rades R wirken-

de

Kraft, Q der am Umfange des getriebenen Rades zu bewältigende Widerstand.

Es wird z einen Druck N auf das Rad r ausüben und z einen Druck N auf R. Auf das ~~Kraft~~ Rad R wirkt eine Kraft P treibend und wirkt Nf dieser Kraft entgegen.

Heißen wir nun $AB = p$, so ist $PR = N R\cos\varphi + Nf(p + R\sin\varphi)$

und $Qr = N r\cos\varphi - Nf(p - r\sin\varphi)$.

Theilen wir die 1te Gleichung durch R, die 2te durch r, so erhalten wir:

$$P = N\cos\varphi + Nf\left(\frac{p}{R} + \sin\varphi\right)$$

$$Q = N\cos\varphi - Nf\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right)$$

Dividiren wir beide Gleichungen durcheinander, so haben wir

$$\frac{P}{Q} = \frac{\cos\varphi + f\left(\frac{p}{R} + \sin\varphi\right)}{\cos\varphi - f\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right)}$$

$$\frac{P}{Q} - 1 = \frac{P-Q}{Q} = \frac{\cos\varphi + f\left(\frac{p}{R} + \sin\varphi\right)}{\cos\varphi - f\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right)} - 1$$

$$= \frac{f\left(\frac{p}{R} + \sin\varphi\right) + f\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right)}{\cos\varphi - f\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right)}$$

und $$\frac{P-Q}{Q} = \frac{F}{Q} = \frac{fp\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)}{\cos\varphi - f\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right)}$$

die Reibung ist variabel, da φ und p variabel sind.
Wir müssen also für jede spezielle Verzahnungsart p als Fktion von φ ausdrücken.
Nun ist aber in allen Fällen der Anwendung φ sehr klein, ferner ist auch p eine kleine Größe und selten größer als eine Theilung.
Es wird also der Fehler sehr gering, wenn wir p sehr klein annehmen, d.h. eine feine Theilung nehmen und also folglich viele Zähne an ein Rad anbringen.

Wir können also dann setzen:

$$\cos\varphi = 1 \text{ und } \varphi\left(\frac{p}{2} - \sin\varphi\right) = 0$$

Es wird dann $\frac{F}{Q} = f\,p\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)$

Nehmen wir den mittleren Werth des Reibungswiderstandes und setzen für p seinen mittleren Werth, so wird der kleinste Werth von p, 0 sein, der größte Werth von p wird nahezu einer Theilung t gleichkommen.

Wir haben $\frac{F_m}{Q} = f\frac{t}{2}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)$

$$t = \frac{2R\pi}{M}$$

M Anzahl der Zähne des größeren Rades, m die Anzahl der Zähne des kleineren Rades.

$$\frac{F_m}{Q} = \frac{1}{2} f \frac{2R\pi}{M}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)$$

$$= f\frac{\pi}{M}\left(1 + \frac{R}{r}\right) = f\frac{\pi}{M}\left(1 + \frac{M}{m}\right)$$

$$F_m = Q f \pi\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right)$$

In Betreff der Verzahnungen ist der Abgleitwiderstand bei allen derselbe.

Nehmen wir z.B. $f = 0.1$.

$M = 60$

$m = 30$.

Also $\frac{F}{Q} = 0.1 \times 3.142 \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{30}\right) = 0.0157$.

Reibungswiderstand bei Kegelrädern.

Die Reibung ist ähnlich wie bei Stirnrädern nur sind hier die Halbmesser s und S zu nehmen. $\alpha = \beta + \gamma$ (1)

$$\frac{F}{Q} = \pi f \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{m_1}\right) \quad (2)$$

M_1 und m_1 sind nun auszurechnen.

$$R = BC \sin\beta$$
$$r = BC \sin\gamma$$

$$\frac{R}{r} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$$

$\frac{R}{r} = \frac{M}{m}$, weil die Anzahl der Zähne proportional den Radien sind.

$$\frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{M}{m}$$

$$\frac{\sin(\alpha - \gamma)}{\sin\gamma} = \frac{M}{m}$$

$$\frac{\sin\alpha\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma}{\sin\gamma} = \frac{M}{m}$$

$$\sin\alpha \cot\delta - \cos\alpha = \frac{M}{m}$$

$$\left.\begin{aligned} tg\,\delta &= \frac{\sin\alpha}{\frac{M}{m} + \cos\alpha} \\ tg\,\beta &= \frac{\sin\alpha}{\frac{m}{M} + \cos\alpha} \end{aligned}\right\} (3).$$

$$\cos\delta = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\delta}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\sin\alpha}{\frac{M}{m}+\cos\alpha}\right)^2}} = \frac{\frac{M}{m}+\cos\alpha}{\sqrt{\left(\frac{M}{m}\right)^2 + 2\frac{M}{m}\cos\alpha + 1}}$$

$$= \frac{\frac{M}{m}+\cos\alpha}{M\sqrt{\frac{1}{M^2}+\frac{1}{m^2}+\frac{2}{Mm}\cos\alpha}}$$

$$= \frac{\frac{1}{m}+\frac{\cos\alpha}{M}}{\sqrt{\frac{1}{M^2}+\frac{1}{m^2}+\frac{2}{Mm}\cos\alpha}} \quad (4.)$$

$$\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\beta}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\sin\alpha}{\frac{m}{M}+\cos\alpha}\right)^2}}$$

$$= \frac{\frac{m}{M}+\cos\alpha}{\sqrt{\left(\frac{m}{M}\right)^2 + 2\frac{m}{M}\cos\alpha + 1}}$$

$$= \frac{\frac{m}{M}+\cos\alpha}{m\sqrt{\frac{1}{M^2}+\frac{1}{m^2}+\frac{2}{Mm}\cos\alpha}}$$

$$= \frac{\frac{1}{M}+\frac{\cos\alpha}{m}}{\sqrt{\frac{1}{M^2}+\frac{1}{m^2}+\frac{2}{Mm}\cos\alpha}} \quad (4.)$$

$$\frac{M_1}{M} = \frac{S}{R} \quad ; \quad \frac{m_1}{m} = \frac{s}{r}$$

$$\frac{1}{M_1} = \frac{1}{M} \cdot \frac{R}{D} = \frac{\cos\beta}{M}$$

$$\frac{1}{m_1} = \frac{1}{m} \cdot \frac{r}{s} = \frac{\cos\gamma}{m}$$

Setzen wir diese Werthe in (2) ein, so erhalten wir

$$\frac{F}{Q} = \pi f \left(\frac{\cos\beta}{M} + \frac{\cos\gamma}{m} \right)$$

für $\cos\beta$ und $\cos\gamma$ nun die Werthe (4) gesetzt, gibt:

$$\frac{F}{Q} = \pi f \, \frac{\frac{1}{M^2} + \frac{\cos\alpha}{Mm} + \frac{1}{m^2} + \frac{\cos\alpha}{Mm}}{\sqrt{\frac{1}{M^2} + \frac{1}{m^2} + \frac{2}{Mm}\cos\alpha}}$$

$$= \pi f \, \frac{\frac{1}{M^2} + \frac{1}{m^2} + \frac{2}{Mm}\cos\alpha}{\sqrt{\frac{1}{M^2} + \frac{1}{M^2} + \frac{2}{Mm}\cos\alpha}}$$

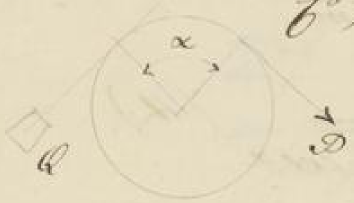
$$= \pi f \sqrt{\frac{1}{M^2} + \frac{1}{m^2} + \frac{2}{Mm}\cos\alpha}$$

der Ausdruck unter der Wurzel ist kleiner als $\frac{1}{M} + \frac{1}{m}$, d. h. die Kegelräder verursachen noch weniger Reibung als die Stirnräder.

Reibung eines Seiles an einem ruhenden Cylinder.

Es ist $P = Q e^{f\alpha}$

wo e die Basis der natürl. log.



Reibung bei liegenden Transmissions-Wellen.

L sei hier die Länge der Transmissionswelle in Metern, d. der Durchmesser derselben in Centimetern, v die Umfangsgeschwindigkeit, N die Anzahl der zu übertragenden Pferdekräfte, E der zu übertragende Effect und e den Effectverlust durch Reibung derselben.

Wir haben das Volumen der Welle

$$100 L \frac{d^2 \pi}{4}$$

das Gewicht also:

$$100 L \frac{d^2 \pi}{4} \frac{7800}{100000}$$

die Umfangsgeschwindigkeit v ist

$$\frac{d \pi}{100} \frac{n}{60} = v$$

der Effectverlust durch Reibung also:

$$e = 100 L \frac{d^2 \pi}{4} \frac{7800}{100000} \times \frac{d \pi n}{6000} \times f.$$

da L, f, n und d die in Betracht kommenden Größen sind, so kann man den Ausdruck gleich setzen.

$$e = \mathfrak{A} L f n d^3$$

wobei $\mathfrak{A}$ ein bestimmter Coefficient ist.

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

$$d^3 = 16^3 \frac{N}{n}.$$

$$e = \mathfrak{L} L f n \frac{N}{n} = \mathfrak{L} L f N$$

$$e = \mathfrak{L} L f \frac{E}{75}.$$

Dies ist der Effectverlust in Kilogrammmetern.

$$\frac{e}{E} = 2Lf$$

Es ist also der Effectverlust unabhängig von dem Durchmesser und der Geschwindigkeit der Welle. Er wird also bei einer starken und langsam gehenden Welle, ebenso groß sein, wie bei einer dünnen und schnellgehenden; nur kann bei letzterer noch Effectverlust durch Vibration.

Effectverlust einer Uebersetzung durch Rollen und Riemen

Wegen der Spannung 2P und P werden die Axen in die Lager gepreßt. Die Kraft die nöthig ist um am Umfang der Rolle den durch 3P verursachten Reibungswiderstand an den Zapfen zu überwinden ist für die größere Rolle

$$3Pf\frac{d}{D}$$

für die andere $3Pf\frac{d'}{D'}$

der Effectverlust ist also:

$$e = 3Pf\frac{d}{D} + 3Pf\frac{d'}{D'}$$

$$\frac{e}{Pv} = 3f\left(\frac{d}{D} + \frac{d'}{D'}\right)$$

$Pv - e$ den zu übertragenden Effect.

$$\frac{e}{E} = 3\left(\frac{d}{D} + \frac{d'}{D'}\right)$$

Diese Formel ist ähnlich mit der der Zahnräder.
Man erhält aus dieser Formel diejenige der Zahnräder, wenn man statt 3π, $\frac{d}{D}$, $\frac{1}{M}$ und statt $\frac{d'}{D'}$, $\frac{1}{m}$ setzt.
$\frac{d}{D}$ ist gewöhnlich $\frac{1}{14}$, also viel größer als $\frac{1}{M}$ oder $\frac{1}{m}$, deshalb ist der Effectverlust bei einem Riemenbetriebe viel größer als bei Zahnrädern.

Widerstand bei der Bewegung eines Wagens.

Beistehende Skizze zeigt uns die einfachste Construction eines Transportwagens bei einer Eisenbahn.

k Der Widerstand der der Bewegung des Wagens entgegenwirkt, hängt ab:

1. Von der Bahn, ob dieselbe hart und fest ist.
2. Von der Beschaffenheit der Räder, ob dieselben hart, glatt rund und concentrisch sind.
3. Von der Axe

Berücksichtigen wir nur die Axenreibung, so wird die Pressung auf jeden der 4 Zapfen sein

Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 = Q (1), dem Gesammtgewicht des Wagens sammt Belastung.
Die Effectverluste, welche durch die Reibungswiderstände an jedem Zapfen entstehen, sind:

$Q_1 f v \frac{d}{D}$; $Q_2 f v \frac{d}{D}$; $Q_3 f v \frac{d}{D}$; $Q_4 f v \frac{d}{D}$.

Um diese zu überwinden, ist der Effect kv erforderlich. Wir haben also:

$$Q_1 f v \frac{d}{D} + Q_2 f v \frac{d}{D} + Q_3 f v \frac{d}{D} + Q_4 f v \frac{d}{D} = kv.$$

v ist die Geschwindigkeit des Wagens und $v \frac{d}{D}$ die Umfangsgeschwindigkeit der Zapfen.

Wir finden $k = \frac{d}{D} f (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4)$

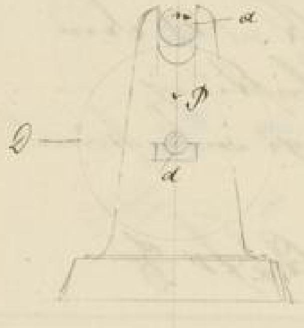
oder $k = \frac{d}{D} f Q$

Es kommt also die Anzahl der Räder nicht in Betracht. Der Wagen muss so leicht als möglich gebaut werden, damit Q möglichst klein wird.

Große Räder im Verhältniss zum Axendurchmesser sind gut, bei Eisenbahnen beträgt das Verhältniss gewöhnlich $1/14$.

Je mehr Axen vorhanden sind, desto kleiner kann d und mithin D sein, man kann also die Räder um so kleiner machen, je mehr Axen man nimmt. Harte Bahnen erlauben kleine Räder, weiche Bahnen hingegen erfordern große Räder.

Reibungswiderstände bei Frictionsrollen.



Es soll hier auf die Axe a eine vertikal abwärts gerichtete Kraft P einwirken. Die Axe selbst sei auf einer Rolle gelagert und außerdem vor seitlichen Verschiebungen geschützt sein.

Die Welle hat einen Durchmesser gleich D und einen Zapfen-
durchmesser = d.
Die Zapfen der Frictionsrolle werden nun in die Lager ge-
preßt mit einem Drucke

$$P_1 + P_2 = P$$

Die Reibungswiderstände am Umfange beider Zapfen sind

$$\left.\begin{array}{l} P_1 f v \frac{d}{D} \\ P_2 f v \frac{d}{D} \end{array}\right\} = e$$

$$e = f v \frac{d}{D} (P_1 + P_2)$$

$$e = f v \frac{d}{D} P.$$

Wir sind nun im Stande das Verhältniß $\frac{d}{D}$ so klein als immer nur möglich zu machen.
Bei dem hier gezeichneten Apparate wird die Reibung, welche in einem Lager für die Welle d verursacht würde in dem Verhältniße $\frac{d}{D}$ verringert.
In der Praxis wendet man aber solche Frictionsrollen entweder selten oder gar nicht an, wegen Mangel an Solidität der Zapfenlagerung; würden aber von diesem Uebelstande abgesehen eminente Vortheile gewähren.

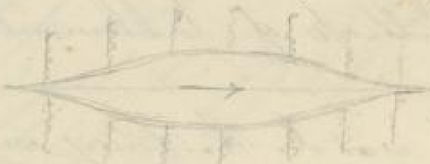
Widerstände bei Körpern, die sich in Luft oder Waßer bewegen.

Wenn ein Körper, von irgend welcher Gestalt in Wasser oder Luft sich fortbewegt, so muß die Luft oder das Wasser zur Seite gedrängt werden. In der Luft wird alsdann ein luftverdünnter Raum und im Wasser ein leerer Raum entstehen.

der dem Körper entgegenwirkende Widerstand ist bei-
nahe der dichte der Flüssigkeit proportional und richtet sich nach der Größe
des Körpers, nach der Form desselben, ferner nach dem Querschnitt,
der die Flüssigkeit durchdringt und ist diesem beinahe pro-
portional, ferner hat der Widerstand für jede Körperform
einen andern Werth.

Das Problem, welchen Einfluß die Körperformen auf den
Widerstand haben ist noch nicht gelöst, weil es zu schwierig
ist.

Die beste Form für einen Körper, der in einer Flüssigkeit
schwimmt ist diejenige, die nach Schwingungslinien gebildet
ist; und es wird derselbe ~~sehr~~ wenig Reibungswiderstand



finden, denn denken wir uns
beistehende Figur stelle eine
Schwingungslinie dar und es
wären einzelne Stäbe gegen
den Körper gepreßt, von beiden Seiten, bewege sich ferner der
Körper in Richtung des Pfeiles, so werden beim Wegschieben des
Wassers die Stäbe so lange geschoben werden, bis sie das Maximum
erreicht haben, sodann aber wirken die Stäbe als Druckkräfte
und schieben den Körper vorwärts. (die Stäbe sollen uns die
Wassertheilchen vorstellen)

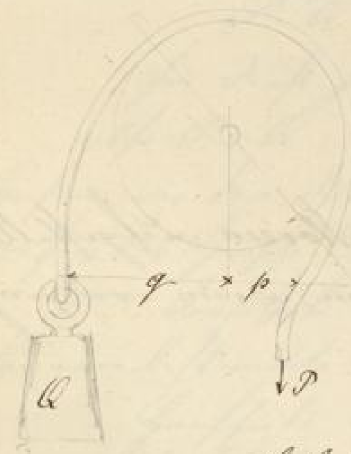
Die richtige Form, welche ein Schiff erhalten müßte, damit es
blos die Reibung zu überwinden hätte, hat man bis jetzt
noch nicht ermitteln können auf wissenschaftlichem Wege.
Der Wasserwiderstand, eigentlich Adhäsionswiderstand ent-
steht durch Reibung der Wassertheilchen an dem Körper.
Er hängt zusammen mit den Molekularkräften des Wassers

ist proportional der Größe der Berührungsfläche, scheint aber nicht abhängig zu sein von der Form und dem Material des Körpers, er ist ferner abhängig von der Geschwindigkeit der Bewegung und die Geschwindigkeit ist theils der 1ten, theils der 2ten Potenz proportional. Nun können wir noch fragen ob er abhängig ist von der Intensität der Pressung, nicht ferner abhängig von der Dichte und der Natur der Flüssigkeit. Der Rbgs widerstand läßt sich ungefähr ausdrücken durch die Formel

$$F(\alpha u + \beta u^2)$$

Steifheit der Seile.

und zwar bloß der Hanfseile.



Diese werden sehr oft gebraucht und namentlich zum Transportiren von Kräften auf größere Entfernungen.
Nehmen wir ein Seil von größerem Durchmesser legen es über eine Rolle, so werden wir sehen, daß dasselbe sich nicht an allen Stellen gleich anlegt, weil es nicht elastisch ist und ein Bestreben hat seine Krümmung beizubehalten. Es ist hier also $P > Q$ damit Gleichgewicht herrscht, muß sein

$$Q q = P p$$

und $P = Q \frac{q}{p}$

$$P - Q = Q\left(\frac{q}{p} - 1\right)$$

Nun hat man versucht durch Experimente die Steifigkeit dieser

Seile zu finden.

~~Von~~ der Quotienten $\frac{Q}{P}$ hängt ab von der materiellen Beschaffenheit des Seiles, von der Länge und Dicke desselben, von der Dicke der Hanffaser, ob dieselbe alt oder neu ist, von dem Anfertigen der Schnüren, Leinen, wie dieselben geschnürt sind etc., je nach diesen Angaben kann der Widerstand verschieden sein.

Ferner hängt derselbe ab vom Zustand der Luft, ob dieselbe trocken oder naß, oder vom Zustand des Seiles, ob dasselbe trocken, feucht, eingefettet, getheert etc ist und von dem Durchmesser der Rolle.

Wir müssen Seile mittleren Schlages nehmen und in solchem Zustand, wie sie im Gebrauche vorkommen, nehmen ferner eine constante Qualität an und bringen blos Rollen und Seildurchmesser in Betracht.

Dann haben wir die Gleichung:

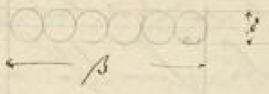
$$P - Q = \lambda Q \frac{d^m}{D^n}$$

Ähnliche Formeln haben Coulomb und Moirin aufgestellt. Sie entsprechen so ziemlich den Anforderungen, wenn wir nach Eytelwein setzen:

$$\lambda = 0{\cdot}26.$$
$$m = 2$$
$$\text{und } n = 1$$

Wir haben als dann $P - Q = 0{\cdot}26\, Q \frac{d^2}{D}$.

Flachseile kommen ebenfalls vor, nur ist die Anfertigung der Art, daß eine gewisse Anzahl Hanfleinen nebeneinander gelegt werden und durch Querfäden miteinander verbunden sind.



δ ist proportional β und verkehrt proportional D

$$P - Q = \mu Q \frac{\delta}{D}$$

Setzen wir $\beta = \delta$

so erhalten wir $P - Q = \mu Q \dfrac{\delta^2}{D}$

erfahrungsgemäß ist für $\mu = 0{\cdot}26$ zu setzen

und $P - Q = 0{\cdot}26\, Q \dfrac{\beta \delta}{D}$

Es ist der Widerstand bei Flachseilen von gleichem Querschnitt wie bei Rundseilen bei weitem geringer, das dieselbe Last zu tragen hat. Zu bemerken ist noch, daß Hanfseile von geringer Dauer sind.

2 Drahtseile.

dieselben verursachen gleichfalls einen Widerstand und zwar ist derselbe allgemein:

$$P - Q = \lambda Q \frac{\delta^2}{D}$$

für λ ist hier zu setzen: $0{\cdot}58$

also $P - Q = 0{\cdot}58\, Q \dfrac{\delta^2}{D}$

Heißen wir den Durchmesser für das Drahtseil δ_1, so haben wir für das Hanfseil $P - Q = Q \times 0{\cdot}26 \dfrac{\delta^2}{D}$

" " " Drahtseil $P - Q = Q \times 0{\cdot}58 \dfrac{\delta_1^2}{D}$

für eine bestimmte Last beträgt die Dicke der

Hanfseile $\delta = 0{\cdot}1 \sqrt{Q}$

Drahtseile $\delta_1 = \dfrac{0{\cdot}1}{2} \sqrt{Q}$

so ist $0{\cdot}26 \dfrac{\delta^2}{D} = \dfrac{0{\cdot}26}{100} \dfrac{Q}{D} = 0{\cdot}0026 \dfrac{Q}{D}$

$$0{\cdot}58 \frac{\delta_1^2}{D} = \frac{0{\cdot}58}{4 \times 100} \frac{Q}{D} = 0{\cdot}0014 \frac{Q}{D}.$$

Die Steifigkeiten beider Seile verhalten sich also wie $26 : 14$ und die Steifigkeit der Hanfseile beträgt beinahe das Doppelte derjenigen der Drahtseile.

Es gewähren die Drahtseile also bei weitem mehr Vortheile, indem sie nicht so steif sind, nicht so stark werden bei gleicher Belastung, einen kleineren Rollendurchmesser erfordern, weil dauerhafter sind und nicht soviel kosten.
Hiermit schließen wir die Elemente des Maschinenwesens und kommen zu einem weiteren Abschnitte, nämlich:

Den Messapparaten, die meistens in der Technik gebraucht werden und namentlich diejenigen, welche auf mechanistichen Grundsätzen beruhen.

Unter der 1ten Gruppe

betrachten wir zunächst die Messapparate für Längen, Flächen, Volumen und Winkel.

2te Gruppe

Hier haben wir die Zeitmessapparate, Uhren etc.

3te Gruppe

Geschwindigkeitsmessapparate für feste und tropfbar flüssige Körper. Je nachdem nun die Bewegung gleichförmig oder ungleichförmig, beschleunigte etc. ist oder überhaupt, je nach der Beschaffenheit des Körpers und dem Gesetze der Bewegung fallen die Apparate verschieden aus.

4te Gruppe.

Diese umfasst die Kraftmessapparate, wie Waagen zur Bestimmung des Gewichtes der Körper, ferner gehören hierher die Dynamometer

zur Bestimmung der Widerstände, welche Körpern entgegengesetzt sind; ferner die Manometer zum Messen der Drucks bei Gasen und tropfbar flüssiger Körper.
Betrachten wir zunächst die verschiedenen Arten von Waagen und zwar 1tens die Schnell oder Römerwaage.

Ist nun S das Gewicht der Schale sammt Seilen oder Ketten, ferner p das im Schwerpunkt vereinigte Gewicht und P das Laufgewicht, so muss, wenn Gleichgewicht stattfinden soll, sein:

$$Px + pb = a(G+S)$$

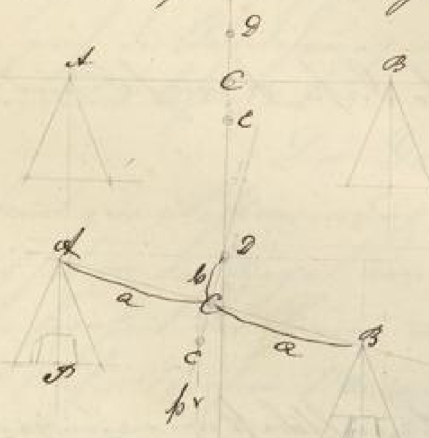
denken wir nun das Gewicht um 1 verschoben, so erhalten wir folgende Gleichg:

$$Px_1 + pb = a(G+1+S)$$

$$P(x_1 - x) = a \qquad ; x_1 - x \text{ ist eine Constante.}$$

$$x_1 - x = \frac{a}{P}$$

2tens die gleicharmige Waage.
Hier ist die Genauigkeit nach der Differenz $P_1 - P$ zu beurtheilen; es soll die Waage bei einer noch so schwachen Differenz einen merklichen Ausschlag geben.



Bezeichnen wir hier wieder mit S das Gewicht der Schalen sammt Schnüren und sind P und P_1 die Gewichte, ferner D der Drehungspunkt des Waagbalkens, so muss, wenn Gleichgewicht stattfinden soll, sein:

$$(P_1+S)(a\cos\varphi - b\sin\varphi) = (P+S)(a\cos\varphi + b\sin\varphi) + pc\sin\varphi$$

$$(P_1+S)[a - b\,tg\,\varphi] = (P+S)(a + b\,tg\,\varphi) + pc\,tg\,\varphi.$$

$$\text{oder } tg\,\varphi = \frac{(P_1-P)\,a}{(P+S)\,b + (P_1+S)\,b + pc}$$

$$tg\,\varphi = \frac{(P_1-P)\,a}{(P+P_1+2S)\,b + pc}$$

Eine genaue Waage muss also folgenden Bedingungen entsprechen, wenn sie richtig ist.
Es muss der Nenner klein werden, d. h. wir müssen die Schalen leicht machen, p u. c klein machen, den Wagbalken lang, und so construiren, dass wir die Stärke mit einem Minimum von Materialaufwand erreichen.
3tens Die ungleicharmige Waage.

Die Hebellängen der Waage seien a und a', die Schalen sollen beide gleich schwer sein und die Waage sich im Gleichgewicht finden. So wie die Gewichte jetzt liegen, haben wir für den Gleichgewichtszustand:

$$a\,k = a_1\,P$$

Legen wir aber die Gewichte verkehrt, so dass k nach P und P nach k kommt, so ist

$$a\,P_1 = a_1\,k.$$

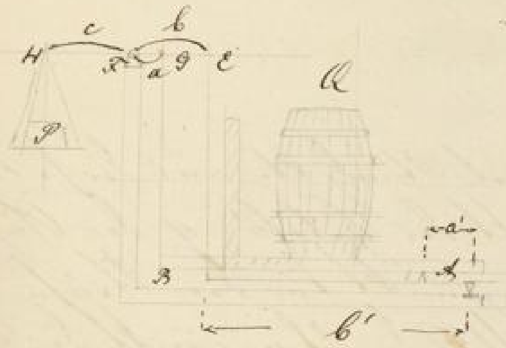
$$\frac{k}{P_1} = \frac{P}{k}$$

$$\text{daraus } k = \sqrt{P P_1}$$

Ist sehr zu empfehlen für genaue Gewichtsbestimmungen

3tens die Decimalwaage

Ist sehr praktisch für große Gewichtsmassen zu bestimmen dieselbe wurde erfunden von Quintenz



die Pressungen bei A sind

$$Q_1 + Q_2 = Q$$

C wird niedergedrückt mit einer Kraft $Q_1 \frac{a_1}{b_1} b + a Q_2 = Pc$

$$Q_1 \frac{a_1}{b_1} b + a(Q - Q_1) = Pc$$

$$Q_1 \left[\frac{a_1}{b_1} b - a\right] + aQ = Pc$$

$$Q_1 b \left[\frac{a_1}{b_1} - \frac{a}{b}\right] + aQ = Pc$$

Diese Waagen richtet sich einzig nach der Grundbedingung, daß $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a}{b}$ ist.

$$aQ = Pc$$

$$P = Q \frac{a}{c}$$

Es kann jeder freibewegliche Parallelmechanismus auch bei einer Brückenwaage angewendet werden.

Die Federwaagen dienen zum Messen von Zugkräften und je nach der Ausdehnung oder Zusammenpressung der Feder wird der Druck bestimmt.

Die Garnwaage

dient zur Bestimmung der verschiedenen Garnsorten. Es hat in der Regel ein Strähn 1000 Meter Fadenlänge. Die Feinheit der Garne wird dadurch bestimmt, daß z.B. 30 solcher Strähne 1 kg wiegen, wenn letzteres als Gewichtseinheit angenommen wird und die Nummer des Garns also 30 ist.

Ist also q das Gewicht eines Strähnes, n die Nummer, welche die Feinheit eines Strähnes angibt, so haben wir

$$qn = \frac{1}{2}$$
$$q = \frac{1}{2n}$$
$$n = \frac{1}{2q}$$

Bezeichnen wir uns vom theoret. Standpkte aus diese Waage und es sei A der Drehungspkt des Hebels, q der Aufhängepunkt für den Strähne und ist C der Schwerpunkt des Hebels, so muß, wenn man die Waage sich selbst überläßt, vertikal stehen.

Setzen wir nun $\overline{AC} = a$, $\overline{AB} = b$

so ist
$$p\,a\cos\varphi = q\,b\cos(\pi - (\alpha+\varphi))$$
$$p\,a\cos\varphi = -\,q\,b\cos(\alpha+\varphi)$$
$$p\,a\cos\varphi = q\,b(\sin\alpha\sin\varphi - \cos\alpha\cos\varphi)$$
$$p\,a = q\,b(\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi - \cos\alpha)$$
$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{pa}{qb}\,\frac{1}{\sin\alpha} + \mathrm{cotg}\,\alpha$$
$$\mathrm{tg}\,\varphi = \mathrm{cotg}\,\alpha + 2\frac{pa}{b}\,\frac{n}{\sin\alpha} \quad (1)$$

die Gleichung bestimmt uns die Lage eines Armes; für leichtere Strähne wird φ kleiner, und es ist

$$\mathrm{tg}\,\varphi_1 = \mathrm{cotg}\,\alpha + 2\frac{pa}{b}\,\frac{n+1}{\sin\alpha} \quad (2.)$$

diese letztere Gleichg bestimmt also den Werth eines Strähnes dessen No um 1 höher.

Nehmen wir die Differenz dieser beiden Größen, so haben wir: $\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi = \frac{2 \sin a}{b} \cdot \frac{1}{\sin x}$ (3)

Ist nun A der Drehungspunkt des Hebels, so ziehen wir an dem von A aus beschriebenen Kreis eine vertikale Tangente, legen ein gewisses N° auf, so wird der Hebel in die Lage des Winkels φ kommen, legen wir ein anderes N° auf, so ist die Tgten-differenz DE.

Die Differenzen auf der Tgte bleiben nun aber gleich, folglich haben wir ein Mittel zur Hand auf empirischem Wege, die Eintheilung einer solchen Waage vorzunehmen.

Indem wir auflegen: n, $n+1$, $n+2$, $n+3$ etc erhalten wir $DE = EF = FG = GH$.
Die Bogenintervalle nehmen jedoch immer ab und werden zuletzt so klein, daß das Anzeigen ungenau wird.

Nun lassen sich auch 2 Extreme denken, man läßt die Differenz zwischen dem größten und kleinsten Gewichte nur wenig betragen, wobei aber Alles ungenau würde.

Hat aber die Tgtentheilung einen zu großen Umfang, so werden die Intervalle in der Nähe der Normalen sehr groß sein, die feinsten und gröbsten Nummern aber sehr schlecht bestimmt sein.

Die beste Anordnung wird diejenige sein, bei welcher das Bogenintervall, das der höchsten Nummer und der zunächst kleineren Nummer entspricht, ein Maximum ist. Zwischen 32 u. 40.

Legt man nun die höchste Nummer auf u. dann die niederste so sind n u. n_2 die Stellen.

Nehmen wir dann die um 1 kleinere Nummer $n_2 > n_1$ heißen das uns unbekannte No. μ

so ist $tg\,\beta_2 = (n_2 - \mu)c$

$$tg(\beta_2 - \Delta\beta_2) = (n_2 - 1 - \mu)c$$

$$\frac{tg(\beta_2 - \Delta\beta_2)}{tg\,\beta_2} = \frac{n_2 - 1 - \mu}{n_2 - \mu} \quad (4.)$$

$$\frac{n_2 - 1 - \mu}{n_2 - \mu} = \lambda \quad (5.)$$

$$\frac{tg(\beta_2 - \Delta\beta_2)}{tg\,\beta_2} = \lambda \quad (6.)$$

Es ist nun der Werth von β zu bestimmen, der $\Delta\beta_2$ zu einem Maximum macht.

$$tg(\beta_2 - \Delta\beta_2) = \lambda\, tg\,\beta_2$$

$$\frac{d\beta - d(\Delta\beta_2)}{\cos^2(\beta_2 - \Delta\beta_2)} = \lambda \frac{d\beta_2}{\cos^2\beta_2}$$

$$d(\Delta\beta_2) = 0.$$

$$\frac{1}{\cos^2(\beta_2 - \Delta\beta_2)} = \lambda \frac{1}{\cos^2\beta_2}$$

$$\cos^2\beta_2 = \lambda \cos^2(\beta_2 - \Delta\beta_2)$$

$$\cos^2\psi = \frac{1}{\sec^2\psi} = \frac{1}{1 + tg^2\psi}$$

$$\frac{1}{1+tg^2\beta_2} = \lambda\,\frac{1}{1+tg^2(\beta_2-\Delta\beta_2)}$$

$$1+tg^2(\beta_2-\Delta\beta_2) = \lambda(1+tg^2\beta_2)$$

$$1+\lambda^2 tg^2\beta_2 = \lambda(1+tg^2\beta_2)$$

$$tg\,\beta_2 = \sqrt{\frac{1-\lambda}{\lambda(1-\lambda)}} = \sqrt{\frac{1}{\lambda}}$$

$$tg\,\beta_2 = \sqrt{\frac{n_2-1}{n_2-\mu-1}}$$

Also ist das beste, daß für die höchste Nummer und für die niederste der Gabel um 45° abweicht.
Nun entsteht die Frage, wie der Wechselmechanismus einzurichten ist, damit der Gabel sich unter 45° stellt.

Vermöge der Gleichung 1.

Setzt man in Gleich. 1.

$$n = n_2, \quad \vartheta = +45^\circ$$

$$n = n_1, \quad \vartheta_1 = -45^\circ$$

$$\left.\begin{aligned} 1 &= cotg\,\alpha + \frac{2pa}{b}\,\frac{n_2}{\sin\alpha} \\ -1 &= cotg\,\alpha + \frac{2pa}{b}\,\frac{n_1}{\sin\alpha} \\ 1-cotg\,\alpha &= \frac{2pa}{b}\,\frac{n_2}{\sin\alpha} \end{aligned}\right\}(7)$$

$$-1-cotg\,\alpha = \frac{2pa}{b}\,\frac{n_1}{\sin\alpha}$$

$$\frac{1-cotg\,\alpha}{-1-cotg\,\alpha} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{tg\,\alpha-1}{-tg\,\alpha-1} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{tg\,\alpha - 1}{-tg\,\alpha - 1} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{1 + tg\,\alpha}{1 - tg\,\alpha} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$tg\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{n_2}{n_1} \quad (A)$$

Zieht man die Gleichgn (7) von einander ab, so kommt:

$$2 = \frac{2pd}{b \sin\alpha}(n_2 - n_1)$$

$$\frac{pd}{b} = \frac{\sin\alpha}{n_2 - n_1} \quad (B.$$

Bestimmt das Gewicht des Kabels

Theorie der Uhren.

Pendelschwingungen.

Wir messen die Zeit durch zweierlei Bewegungen: nämlich 1tens durch eine absolut gleichförmige, oder
2tens " " gleichmäßig wiederkehrende.
Bei der ersten nehmen wir einen gewissen Weg als Einheit an, bei der 2ten die Zeit einer Periode.
Lassen wir z. B. ein einfaches Pendel schwingen, so wirken der Bewegung folgende Widerstände entgegen:

1. das Gewicht desselben
2. der Reibungswiderstand am Aufhängepkt.
3. der Luftwiderstand
4. Gewichtsverlust durch Gegendruck der Luft.

5. die Rotation der Erde
6. der Temperaturwechsel
7. die electrischen und magnetischen Einflüsse.

Legen wir uns zur Rechnung ein ideales Pendel vor und abstrahiren von allen Einflüssen mit Ausnahme von (1.)

Es ist hier A der Aufhängepunkt, B ein Schwingungspunkt. Denken wir uns das Pendel sich selbst überlassen, so wird es in einer gewissen Zeit in die Lage C gekommen sein und dabei einen gewissen $\angle \varphi$ zurückgelegt haben. Denken wir uns nun das Gewicht u. Masse des Pendels im Schwerpunkt vereinigt, und heißen ~~[illegible]~~ μ das Trägheitsmoment in Bezug auf die Drehungsaxe bei A, M das Gewicht der im Schwerpunkt vereinigten Masse; so ist:

$$\mu = M l^2$$

Nun ist aber Beschleunigung gleich der Differenz der Geschw.

$$dv = \frac{1}{2} \frac{Kft}{Masse} \quad (1)$$

die Differenz der Zeit: $$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} \frac{Kft}{Masse} \quad (2)$$

v die Geschwindigkeit im Punkte M

$$v = \frac{d\varphi}{dt} l$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\left(l \frac{d\varphi}{dt}\right)}{dt} = l \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Kraft ist hier $Q \sin(\alpha-\varphi)$, Masse ist hier M.

G ist in eine Tangential u. eine Normalcomponente zerlegt. Also

$$l\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1}{2}\,\frac{G\sin(\alpha-\varphi)}{M}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{G}{2Ml}\sin(\alpha-\varphi)\ (1)$$

Nehmen wir aber an, daß der Ablenkungswinkel sehr klein ist, also $\alpha-\varphi$ sehr klein, und wir setzen können $\sin(\alpha-\varphi) = (\alpha-\varphi)$

So wird alsdann $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{G}{2Ml}(\alpha-\varphi)$ (2)

$$\varphi = A + M\sin\lambda t + N\cos\lambda t\ (3)$$

$$-\lambda^2(M\sin\lambda t + N\cos\lambda t) = \frac{G}{2Ml}\left\{\alpha - A - M\sin\lambda t - N\cos\lambda t\right\}$$

diese Gleichung wird erfüllt, wenn wir setzen $\lambda^2 = \frac{G}{2Ml}$

$$A = \alpha,\ \varphi = \alpha + M\sin\sqrt{\frac{G}{2Ml}}\,t + N\cos\sqrt{\frac{G}{2Ml}}\,t$$

M u. N sind constante Größen.

Für $t = 0$, soll $\varphi = \alpha$ werden

Also $0 = \alpha + N$, $N = -\alpha$

ferner ist $\frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{G}{2Ml}}\left\{M\sin\sqrt{\frac{G}{2Ml}}\,t - N\cos\sqrt{\frac{G}{2Ml}}\,t\right\}$

für $t = 0$, wird $\frac{d\varphi}{dt} = 0$

$$0 = \sqrt{\frac{G}{2Ml}}\,M$$

$$M = 0$$

$$\varphi = \alpha - \alpha \cos\sqrt{\frac{G}{2Ml}}\, t$$

$$\varphi = \alpha\left[1 - \cos\sqrt{\frac{G}{2Ml}}\, t\right]$$

für $\varphi = \alpha$ wird $t = \frac{T}{2}$

$$\alpha = \alpha\left\{1 - \cos\sqrt{\frac{G}{2Ml}} \times \frac{T}{2}\right\}$$

und $\sqrt{\frac{G}{2Ml}} \times \frac{T}{2} = \frac{\pi}{2}$

$$T = \pi\sqrt{\frac{2Ml}{G}}$$

die Schwingungszeit ist unabhängig von dem Schwingungswinkel. Ist also M die im Pendel vereinigte, reducirte ideale Masse, so ist Ml^2 das Trägheitsmoment derselben und zwar ist dieses $Ml^2 = \frac{G}{2g}h^2 + \frac{G}{2g}l^2$.

$$\frac{G}{2g}\left(\frac{h^2+l^2}{l^2}\right) = M.$$

$$\frac{M}{G} = \frac{1}{2g}\left(\frac{h^2+l^2}{l^2}\right)$$

$$\frac{2Ml}{G} = \frac{2}{2g}\,\frac{h^2+l^2}{l^2}$$

$$T = \pi\sqrt{\frac{1}{g}\,\frac{h^2+l^2}{l}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}\left(1+\left(\frac{h}{l}\right)^2\right)}$$

$$l\,\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1}{2}\,\frac{G\sin(\alpha-\varphi) - \alpha G - b\,\frac{d\varphi}{dt} - C}{M}$$

$$l\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1}{2}\,\frac{G(\alpha-\varphi) - aG - b\frac{d\varphi}{dt} - C}{M}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{G}{2M}(\alpha-\varphi) - \frac{aG}{2M} - C - \frac{b}{2M}\,\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{G}{2M}\varphi + \left(\frac{G\alpha}{2M} - \frac{aG}{2M} - C\right) - \frac{b}{2M}\frac{d\varphi}{dt}$$

Setzen wir der Abkürzung halber $\frac{G}{2M} = m$

dann ist $\frac{G\alpha}{2M} - \frac{aG}{2M} - C = n \quad \frac{b}{2M} = p.$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + m\varphi + p\frac{d\varphi}{dt} = n$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + p\frac{d\varphi}{dt} + m\varphi = n$$

$$\varphi = \mathfrak{A} + \mathfrak{L}e^{kt} \quad \frac{\partial\varphi}{dt} = \mathfrak{L}ke^{kt}$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{dt^2} = \mathfrak{L}k^2e^{kt}$$

$$\mathfrak{L}k^2e^{kt} + p\mathfrak{L}ke^{kt} + m\mathfrak{A} + m\mathfrak{L}e^{kt} = n$$

$$e^{kt}\left\{\mathfrak{L}k^2 + p\mathfrak{L} + m\mathfrak{L}\right\} = n - m\mathfrak{A}.$$

$$\mathfrak{L}k^2 + p\mathfrak{L}k + m\mathfrak{L} = 0$$

$$n - m\mathfrak{A} = 0$$

$$\mathfrak{A} = \frac{n}{m}$$

$$\varphi = \frac{n}{m} + \mathfrak{L}_1e^{kt} + \mathfrak{L}_2e^{k_2t}$$

Schwungradschwingungen.

Befestigen wir an die Axe eines Schwungrades eine Spiralfeder und zwar befestigen wir das andere Ende an irgend einem Punkte des Gestelles.

Fassen wir nun das Schwungrad an und drehen dasselbe um einen Winkel α nach rechts, so wird die Feder zusammengewunden, lassen wir das Schwungrad los, so wird vermöge der Spannkraft der Feder das Schwungrad über die Gleichgewichtsdisposition hinaus nach links schwingen und also die Feder aufgewunden werden, die Bewegung also verzögert.

Nehmen wir z. B. an, das Schwungrad sei um einen Winkel α aus seiner Gleichgewichtsdisposition abgelenkt und dann um einen Winkel φ derselben näher gerückt, wir wollen nun versuchen die Intensität der Federkraft zu bestimmen.

Die Kraft sei proportional dem Ablenkungswinkel $\alpha-\varphi$.

Das statische Moment ist $A(\alpha-\varphi)$ bezogen auf die Entf. 1.

Heißen wir nun M das Trägheitsmoment des Schwungrads, so ist M eine ideale Masse in der Entfernung 1 vom Drehungspunkt angebracht.

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1/2\,\lambda(\alpha-\varphi)}{M}$$

Setzen wir $\alpha - \varphi = \psi$

$$-d\varphi = d\psi$$

$$-d^2\varphi = d^2\psi$$

$$-\frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}\psi$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \left(\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\right)^2\psi = 0 \quad (1)$$

$$\psi = \mathfrak{M}\sin\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\,t + \mathfrak{N}\cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\,t \quad (2)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\left(\mathfrak{M}\cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\,t - \mathfrak{N}\sin\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\,t\right)$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}$$

Die Bewegung ist die algebraische Summe einer Sin u. einer Cos. Bewegung.

Setzt man $\psi = \alpha - \varphi$

so haben wir $\alpha - \varphi = \mathfrak{M}\sin\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\,t + \mathfrak{N}\cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\,t$

$$\varphi = \alpha - \mathfrak{M}\sin\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\,t - \mathfrak{N}\cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\,t \quad (3)$$

$t = 0,\ \varphi = 0;\ 0 = \alpha - \mathfrak{N},\quad \mathfrak{N} = \alpha$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\left\{\mathfrak{M}\cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\,t - \mathfrak{N}\sin\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\,t\right\}$$

$$\left\{t = 0\ ,\ \frac{d\varphi}{dt} = 0\right\}$$

$$0 = -\sqrt{\frac{1}{2}\frac{\lambda}{M}}\,\mathfrak{M}\ ,\quad \mathfrak{M} = 0$$

Wegen $H = \alpha$ und $H' = 0$

wird $\varphi = \alpha\left(1 - \cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\,t\right)$ (3.)

Vorausgesetzt, daß die Intensität der Federkraft dem Ablenkungswinkel proportional ist, haben wir eine Sinus artige Schwingung.
Suchen wir die Schwingungszeit bis $\varphi = \alpha$ wird
So haben wir $\alpha = \alpha\left(1 - \cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\,\frac{T}{2}\right)$

$$\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\,\frac{T}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$T = \pi\sqrt{\frac{2M}{A}}$$

die Schwingungszeit ist unabhängig vom Ausschlagswinkel.
Die Schwingungszeit ist abhängig vom Trägheitsmoment, ferner von A der Härte und Federkraft. Ist A klein, so ist T groß, A groß, T klein.
Die Feder muß nun so angeordnet sein, daß der Schwerpunkt derselben in der Axe bleibt. Es kann letzteres nur der Fall sein, indem man entweder die Feder unten nicht festhält oder die Feder mit sehr langen Windungen versieht.
Luftwiderstand u. Reibung sind nicht berücksichtigt. Die Temperatur hat Einfluß auf M, ist die Schwingungszeit größer, so ist die Anzahl der Schwingungen klein. Man kann nun durch Compensation es dahin bringen, daß die Temperatur keinen Einfluß mehr auf A üben kann.

Von allen Bewegungen, welche zur Zeitmessung dienen ist es hauptsächlich die gleichförmige und es bieten eine annähernd genaue Bewegung, die Turbine, das conische Pendel, und die Axendrehung der Erde.
Eine 2te Bewegungsweise ist die periodisch wiederkehrende und es gehört hierzu das Pendel u. Schwungradschwingung.
Wollen wir einen Apparat der, indem ein Körper isochrone Schwingungen macht.
Wir wissen, daß ein Pendel isochron schwingt; allein es hören die Schwingungen nach und nach auf.
Wenn also diese Schwingungen fortdauern sollen, so müssen wir dem Pendel oder Schwungrad den Verlust an lebendiger Kraft ersetzen.
Wir müssen daher einen Motor haben, der bei dem Schwung die Kraft ersetzt, welche durch Reibung etc verloren geht, müssen die Einrichtung aber so treffen, daß der Motor mit mathematischer Genauigkeit gerade so viel ersetzt, als eben nothwendig ist.
Sind wir dies im Stande auszuführen, so haben wir einen Apparat, der zur Zeitmessung geeignet ist.
Als Motoren werden nun gebraucht:
1tens Gewichte.
2tens Spiralfedern.
Die Einrichtung müssen wir nun so treffen, daß der schwingende Körper längere Zeit ganz frei schwingen

kann, dann aber plötzlich der Motor einwirkt und
zwar in dem Maaße, daß er den Verlust ersetzt.
Dies wird geleistet durch diejenigen Theile, welche man
Hemmungen nennt.
Die Hemmung selbst besteht aus 2 Theilen, dem Hemmungs-
rad und einem Haken, der in das Rad eingreift
und die Hemmung bewirkt.
Soll das Pendel langsam schwingen, so muß es schwach
einwirken im andern Falle entgegengesetzt.
Der Kraftverlust ist klein bei kleinen Schwingungen
und groß bei großen Schwingungen.
Bei jeder guten Uhr muß ein Beharrungszustand ein-
treten, bei welchem der Kraftersatz gleich dem Kraft-
verlust ist.

Die Kraftverluste sind bei Uhren fast
gar nicht in Anschlag zu bringen, wohl
aber die Abnützung, welch letztere
einen langsameren Gang der Uhr ver-
ursachen würde.

Die erstere skizzirte Hemmung findet
man öfters bei Taschenuhren, die 2te bei Pendel, Zimmer
Thurmuhren etc. Die beiden ersteren sind unfreie Hem-
mungen.
Besser ist die freie Hemmung nach Jürgensen, welcher
2 Räder angebracht hatte, nämlich eines zum Hemmen,
das 2te zum Treiben.
Schlagwerke, wie sie bei größeren Thurmuhren vor-
kommen, werden außerdem, daß sie einen eigenen

Uhren besitzen noch ein Zeigerwerk getrieben.
Viertel und Stundenschlagwerke sind gesondert.
Im Allgemeinen besteht das letztere aus einer mit
genau gesetzten Stiften versehenen Scheibe; mit dieser
Scheibe verbunden ist die Schnurtrommel etc.
Damit nun das Schlagwerk richtig functioniren
kann ist noch eine Vorbereitung nöthig
der Schlaghammer wird vermittelst eines Hebelwerkes
gehoben. die Scheibe des Viertelstundenschlagwerkes ist
in 10 gleiche Theile getheilt, so daß bei 1/4 die Scheibe
sich um 1/10, bei 1/2 um 2/10, bei 3/4 um 3/10
und bei 4/4 um 4/10 solcher gleichen Theile bewegt.
Beim Stundenschlagwerk ist die Scheibe in 1+2+3
+4+5+6+ · · +12 = 78 Theile getheilt.

Pendelaufhängungen

Hier kommt es darauf an eine Schneide mit einer Schneide
versehen derart aufzuhängen, daß der Drehungspunkt sich
in einem Stahl oder Achatlager bewegt.
Eine Aufhängung die so zu sagen fast gar keine Luftreibg Rbg
verursacht, ist die Pendelstange an eine Stahllamelle zu
befestigen und diese einzuklemmen
Bei der Uhrruhe allein muß man sich die Zapfenreibg gefallen
lassen.

Compensation

Es kommt hiebei darauf an, daß die Temperaturän-
derungen keinen Einfluß haben auf den Gang der Uhr.
das Princip der Comp. beruht darauf, 2 Körper miteinan-
der zu verbinden, welche von der Wärme derart afficirt

werden, dass wenn der eine Körper das Bestreben hat das Trägheitsmoment des Pendels zu vermehren, der andere Körper dasselbe zu vermindern sucht. In ähnlicher Weise ist das Rostpendel gebildet. Das Nähere findet sich in den Lithographieen z. d. Vortr.

Die thierischen Kraefte.

Die Wirkung, welche ein Mensch oder ein Thier ohne Nachtheil seiner Gesundheit zu leisten vermag, fällt am günstigsten aus; wenn ein Individuum bei einem Widerstande von k Kilogr. thätig ist mit einer Geschwindigkeit C, wenn es ferner von 24 Stunden eine gewisse Zeit T arbeitet und es beträgt diese größte Wirkung in einem Tage

$$W = 3600\, k\, C\, T \text{ Kilogr.}$$

k u. C richten sich nach der Art des Individuums und sind bei einer Arbeitszeit $T = 8$ Stunden auf Tab. Seite 248 in den Lith. zusammengestellt.
Beträgt die tägl. Arbeitszeit z Stunden und erfolgt die Arbeit mit v meter Geschwindigkeit in der Secunde, so findet man den Widerstand den der Motor zu überwinden hat annähernd durch folgenden von Gerstner aufgestellten Ausdruck:

$$Q = \left(2 - \frac{v}{C}\right)\left(2 - \frac{z}{T}\right) k.$$