Maschinenbau

Studien-Jahr 1860/61

Redtenbacher, Ferdinand

Karlsruhe, 1861

Von den Bewegungsmechanismen

Von den Bewegungsmechanismen.

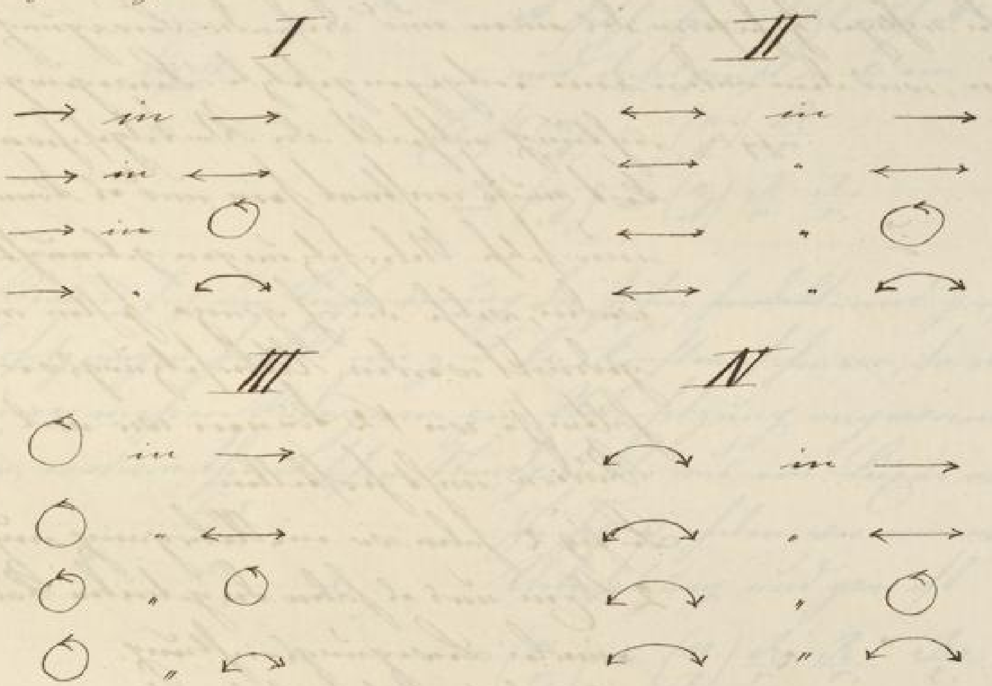
Jede Maschine besteht theils aus beweglichen, theils aus unbeweglichen Bestandtheilen, welch letztere die eigentlichen Stützen ~~[illegible]~~, während die ersteren rein activ sind.
Nun müssen in jedem Mechanismus nothwendig 2 Theile da sein, welche aufeinandereinwirken und dadurch eine Bewegung hervorbringen, welche selbst wieder übereinstimmen oder abweichen oder überhaupt mannichfacher Art sein können.
Es lassen sich alle Mechanismen nach der Bewegung der beweglichen Theile eintheilen, welche Eintheilung auch alsdann eine Uebersicht der Mechanismen ermöglicht.

Die Bewegung kann nun sein:

1. → Geradlinig fortschreitend.
2. ↔ Geradlinig hin und hergehend.
3. ○ Kreisförmig.
4. ↔ Bogenförmig hin und hergehend.
5. ◯ Krummlinig.
6. ↔ Krummlinig hin und hergehend.

Die beiden letzten Bewegungsarten sind meistens Ausnahmen und können durch Combination einfacher Mechanismen zu Stande gebracht werden.

Vereinigen wir 2 Elementarbewegungen, so entsteht eine Umwandlung, vielleicht mit Geschwindigkeitsänderung. Betrachten wir zuerst die 4 Elementarbewegungen, so sehen wir, daß sich 16 Bewegungen daraus combiniren lassen und zwar haben wir



Die Varietäten sind zahllos, die Arten jedoch beschränkt und es gibt trotz dem Reichthum der Mechanismen, deren nur sehr wenige, welche etwas Vollkommenes leisten. Von diesem Standpunkte aus können wir die Mechanismen wiederum in 2 Hauptgruppen bringen, nämlich: in Kraft und Bewegungsmechanismen. Es kommen die letzteren bei Arbeitsmaschinen in zahlloser Menge vor, dürfen jedoch bei Kraftmaschinen nicht in Anwendung gebracht werden.

die einfachste Maschinenkunst ist, da eine gleichförmig rotirende Bewegung in dieselbe verwandelt wird.
Bei dieser Betrachtung kommen wir zu 2 Hauptgruppen von Maschinen, nämlich 1tens Räder und 2tens Rollen.
Wir haben also zuerst eine einfache Uebersetzung mittelst Stirnräder. Bei richtiger Zahnform des einen und drehender Bewegung desselben, wird dem andern eine entgegengesetzte Bewegungsrichtung ertheilt.

fig 1

Die Winkelgeschwindigkeit muss constant sein und es können nur solche Uebersetzungen gebraucht werden, welche durch ganze Zahlen ausgedrückt werden. Uebersetzungsverhältnisse, wie $\sqrt{2}$ können wir mit Rädern nicht herstellen.
Bei fig 2 haben wir ein Uebergang auf 2 Axen und es haben die getriebenen Räder einerlei Bewegungsrichtung.

fig 2

Erhalten sich die Zahnzahlen wie die Halbmesser. Sollen beide Räder direkt in das treibende Rad eingreifen, so müssen der Grundform der Zähne entweder die Evolventen oder allgemeine Verzahnung zu Grunde gelegt werden. Wollen wir Cycloidenverzahnung anwenden, so müssen wir die Anordnung der Räder wie etwa fig. 3. treffen.

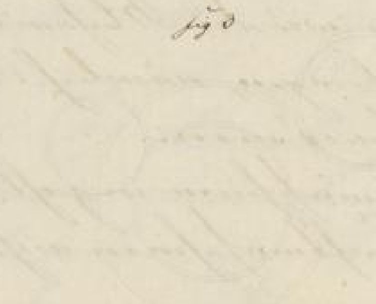


fig 3

In fig 4 haben wir eine mehrfache Uebersetzung. Bezeichnen wir die Welle des treibenden Rades mit A, den Halbmesser mit R und die Anzahl der Umdrehungen mit n. In R greift nun r ein welches auf A_1 sitzt, ferner sitzt auch A_1 noch R_1 und dieses greift in r_1 ein.

fig 4

$$\text{Es ist} \left(\frac{n}{A_1}\right) = \left(\frac{n}{A}\right) \frac{R}{r}$$

$$\text{und} \left(\frac{n}{A_2}\right) = \left(\frac{n}{A}\right) \frac{R}{r} \frac{R_1}{r_1}$$

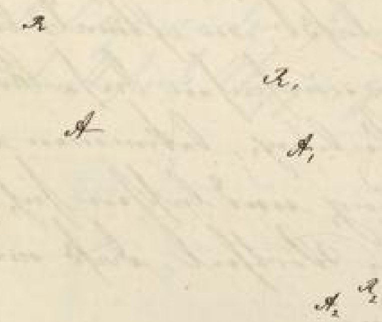
Wenn es sich um Conservirung der Kräfte ~~handelt~~ und große Uebersetzungen handelt wie z. B. bei Kraftmaschinen, so müssen immer mehrere Räderpaare zur Uebersetzung angewandt werden, was vom theoretischen Standpunkte aus ein Luxus wäre.

fig 5

In fig 5. haben wir eine mehrfache Uebersetzung und zwar ist

$$\left(\frac{n}{r_2}\right) = \left(\frac{n}{R}\right) \frac{R}{r} \frac{R_1}{r_1} \frac{R_2}{r_2}$$

Wenn das Rad auf welches die Bewegung des ersteren übertragen werden soll mit demselben einerlei Bewegungsrichtung haben soll, so müssen wir ein sog. Zwischenrad einschalten. Es ist die Peripheriegeschwindigkeit des letzten Rades so groß als diejenige des ersten.



Es ist also die Geschwindigkeit von R_2 gleich der von R bei dem directen Eingriff in R_1.

Wir können auf diese Art auch viele Zwischenräder anwenden, wir müssen nur immer die Theilrißgeschwindigkeiten gleich groß sein. Sie finden häufig ihre Anwendung bei sehr großer Entfernung zweier Axen, wenn also die fürchtbare Größe eines einzelnen Rades zu umgehen sucht.

Man wendet diese Zwischenräder aber auch da an, wenn der Raum bei einer complizirten Maschine durch andere Mechanismen eingenommen ist und man die Verbindung der Axen durch Umwege zu erreichen sucht.

Innere Verzahnung.

Die Zähne des größeren Rades sind hier nach innen gestellt. Bei der Bestimmung der Zahnform können wir so verfahren. Wir nehmen die Zahnform des Getriebes an und bestimmen nach der allgemeinen Verzahnung diejenige des größeren. Diese Räder werden nur dann angewandt, wenn sich die Transmission nicht gut nach außen legen läßt, wie oftmals bei Wasserrädern; auch verursachen diese Räder bei guter Ausführung sehr wenig Reibung, bekommen keine so krummen Flächen durch Abnützung und lassen sich sehr gut bearbeiten. Auch haben sie den Vortheil, daß man sehr starke Uebersetzungen erzielen kann.

In Bezug auf Bewegungsrichtung leisten sie dasselbe wie Zwischenräder.

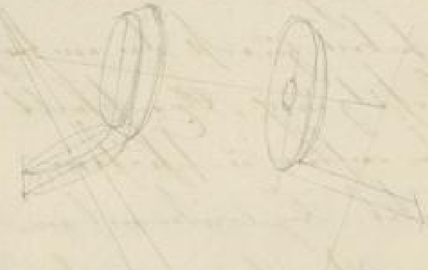
Uebersetzungen mittelst Kegelräder.

Sie erfüllen im Allgemeinen die Aufgabe, Axen die sich unter einem Winkel schneiden mit Rädern zu verbinden.

Wir haben zuerst die einfache Uebersetzung, Axenschnitt unter rechtem u. schiefem Winkel. Kegelräder mit innerer Verzahnung werden selten angewandt, kommen jedoch auch vor. Uebertrag einer Axe auf 2 andere mit übereinstimmender Geschwindigkeit.

Sollen von einer Axe aus 2 Räder mit ungleicher Geschwindigkeit übersetzt werden, so müssen wir 4 Räder anwenden, wie etwa untenstehende Skizzen zeigen.

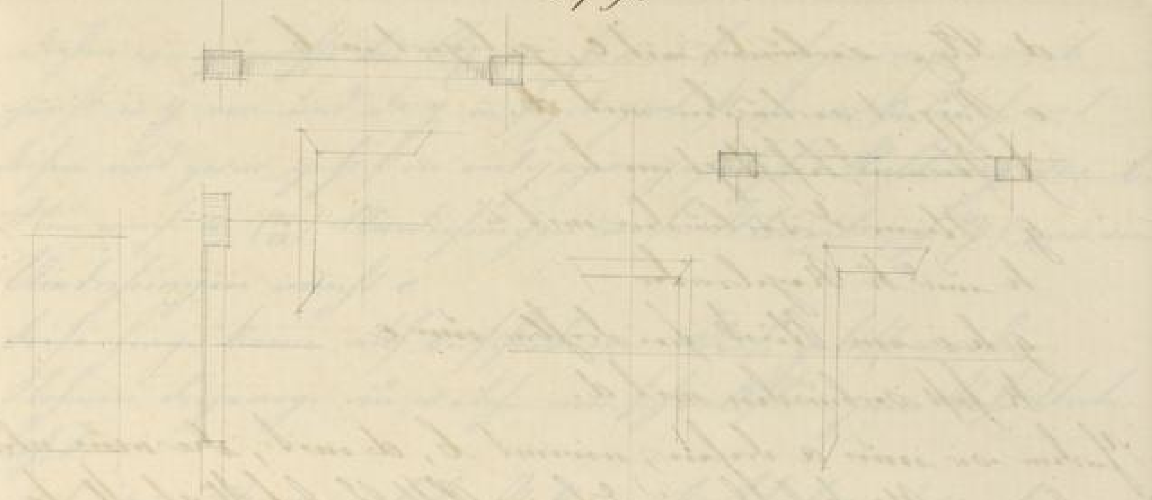
Wenn wir nun 2 Axen A B haben, welche ganz beliebige Lagen im Raum gegeneinander einnehmen, so können wir dieselben mittelst einer 3ten Axe durch Kegelräder in Verbindung bringen. Nehmen wir an A liege in der Ebene des Papiers, B stehe zu dieser Fläche eine geneigte Lage, C schneidet die Richtung der beiden Axen A und B.



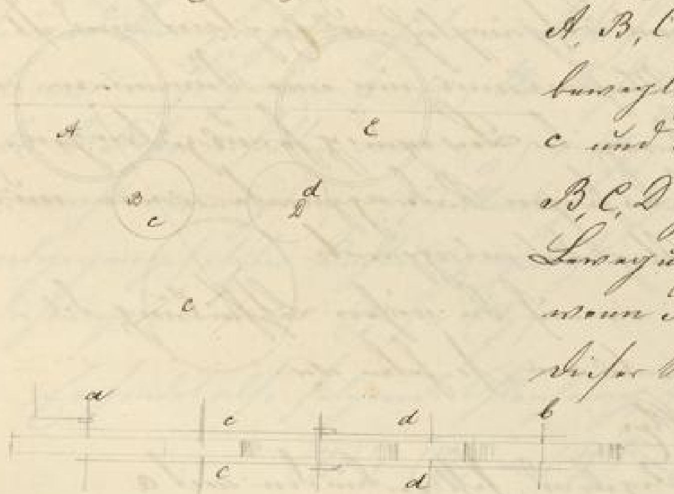
Sind nun z. B. 2 parallele Axen A und B zu verbinden, so finden wir in den Kegelrädern einen vortrefflichen Wechselmittel und zwar ist bei der ersten Anordnung die Bewegungsrichtung übereinstimmend, bei der 2ten entgegengesetzt.

Übergang einer Axe auf eine sehr entfernt gelegene, welch letztere rasch rotiren soll.

Übergang einer horizontalen Welle auf einer dazu senkrechten, welche sich mit großer Geschwindigkeit umdrehen soll und weit entfernt von der ersteren Welle liegt. Das erste Beispiel zeigt uns einen doppelten Wechselgang mit Wasserradbetrieb, das zweite einen Turbinenbetrieb.



Das Rädergehänge kommt meistens bei Arbeitsmaschinen vor und dient zur Uebertragung einer rotirenden hin und hergehenden Axe auf eine rotirende feste Axe.

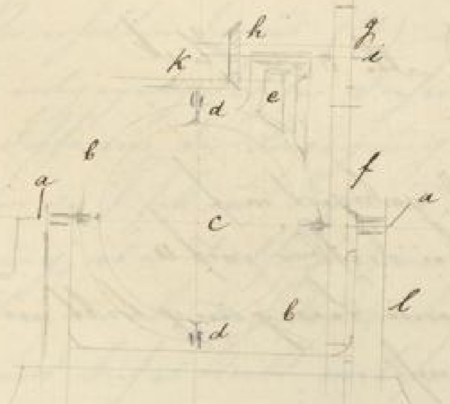


A, B, C, D, E Räder, a feste, b bewegliche Axe

c und d Verbindungsschienen

B, C, D Zwischenräder, die die Bewegung derart übertragen, wie wenn A in E eingriffe.

Dieser Mechanismus ist jedoch nur als Bewegungsmechanismus zu gebrauchen.



Gleichzeitige Drehung eines Körpers um zwei Axen

Wir haben hier:

a Axe

b Ring verbunden mit a

c Kugel frei drehbar um d

d Axe, verbunden mit c, gelagert in b

e Support verbunden mit b.

f Stirnrad, befestigt an b

g Stirnrad verbunden mit i

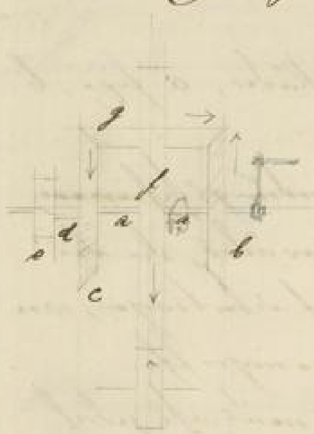
h und k Kegelräder

g h i ein Stück, frei drehbar um e

k fest verbunden mit d.

Indem wir nun a drehen, nimmt b, d mit, da nun aber g h i ein Stück bilden und f am Gestelle befestigt ist, so ist g gezwungen auf f zu rollen, was ein rotiren der Kugel um die Axe d zur Folge haben muß.

Das Differentialräderwerk



stammt ursprünglich aus England und ist ein Mechanismus um eine Summirung der Differenz der Bewegung herauszubringen, alle bisherigen Räderapparate waren nur Multiplikationsapparate.

Gehen wir auf die nähere Beschreibung des Apparates ein, so haben wir

a Axe

b Kegelrad, fest verbunden mit a

c " "

d Röhre } alle 3 ein Stück

e Stirnrad

g Planetenrad, gelagert in f

f Stirnrad, frei drehbar auf a.

Nun können wir fragen was für eine Bewegung tritt in c ein, wenn a, n Umdrehungen macht.

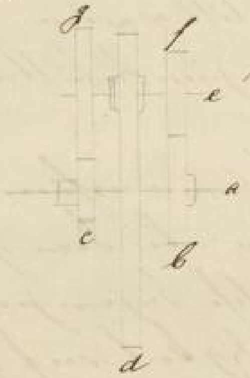
drehen wir zunächst die Axe a, so wird b mitgenommen, b
greift in g ein und da g an f gelagert ist, so muss f sich mit
drehen und zwar geht f in entgegengesetzter Richtung von b.
Nun macht a $\left(\frac{n}{a}\right)$ Umdrehungen in der Minute, f $\left(\frac{n}{f}\right)$, wieviel
Umdrehungen macht c.
Diese Frage kann auf verschiedene Weise gelöst werden.
Nehmen diejenige an, welche am schnellsten zum Resultate
führt.
Drehen wir also a nach der Richtung des Pfeiles und nehmen an,
dass überall eine Drehung stattfindet, fügen aber dem ganzen Apparate noch eine Bewegung hinzu, welche derjenigen von
f entgegengesetzt ist, aber dieselbe Geschwindigkeit wie f habe,
so wird dies zur Folge haben, dass f stille steht.
b wird in Folge von a $\left(\frac{n}{a}\right)$ Umdrehungen machen, indem wir
aber b drehen erhalten wir $\left(\frac{n}{a}\right) + \left(\frac{n}{f}\right)$ für b.
c macht vermöge a $\left(\frac{n}{c}\right)$ Umdrehungen, allein da f nach
entgegengesetzter Richtung gedreht wird, so sind die Umdrehungen von c $\left(\frac{n}{c}\right) - \left(\frac{n}{f}\right)$

Es findet also folgende Gleichung statt:

$$\left(\frac{n}{a}\right) + \left(\frac{n}{f}\right) = \left(\frac{n}{c}\right) - \left(\frac{n}{f}\right)$$

Wir erhalten daraus $\left(\frac{n}{c}\right) = \left(\frac{n}{a}\right) + 2\left(\frac{n}{f}\right)$
Bei entgegengesetzter Drehungsrichtung von b erhalten wir
die Differenz der Bewegung.
Halten wir f fest und drehen a, so haben wir eine ordinäre Übersetzung, es wird also f geradezu ein Lager vorstellen.
Halten wir aber a fest und bewegen f, so nimmt f zunächst g
mit und dieses bleibt mit seinen Zähnen in b hängen, rollt

auf b herum. Indem g auf b rollt, dreht es sich um seine eigene Axe. Lassen wir also f n mal herumlaufen, so wird c $\left(\frac{n}{f}\right)$ mal herum mitgenommen.
Vermöge der Drehung g um seine Axe nimmt es c mit
Wir haben also $\left(\frac{n}{c}\right) = \left(\frac{n}{a}\right) + 2\left(\frac{n}{f}\right)$



Nehmen wir einen andern Apparat mit Sternrädern so haben wir:

a Axe
b Sternrad, fest verbunden mit a
c Sternrad, frei beweglich auf a
d Sternrad " " " a
e Axe frei beweglich im Körper d
f, g } Sternräder, fest verbunden mit e

Fragen wir, was für eine Bewegung entsteht in c, wenn gleichzeitig b und d bewegt werden.
b macht nach der Richtung des Pfeiles $\left(\frac{n}{b}\right)$ Umdrehungen, d $\left(\frac{n}{d}\right)$ Umdrehungen, c wird eine uns noch unbekannte Umdrehung $\left(\frac{n}{c}\right)$ machen.
Fügen wir nun dem Ganzen noch eine künstliche Bewegung hinzu und zwar derart, daß selbige der Richtung des Rades d entgegengesetzt ist und ertheilen dieser Bewegung dieselbe Geschwindigkeit wie d, so wird d stille stehen.
Das Rad d ist nur ein Axenhalter und die Uebersetzung eine ordinäre. Es ist hier $\left(\frac{n}{c}\right) - \left(\frac{n}{d}\right) = \left\{\left(\frac{n}{b}\right) - \left(\frac{n}{d}\right)\right\} \frac{b}{f}\,\frac{g}{c}$

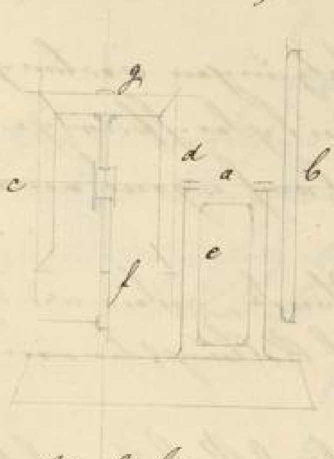
Setzen wir hier $\frac{b}{f}\,\frac{g}{c} = m$

$$\left(\frac{n}{c}\right) = \frac{b}{f}\,\frac{g}{c}\left(\frac{n}{b}\right) - \left(\frac{b}{f}\,\frac{g}{c} - 1\right)\left(\frac{n}{d}\right)$$

$$\left(\frac{n}{c}\right) = m\left(\frac{n}{b}\right) - (m-1)\left(\frac{n}{d}\right).$$

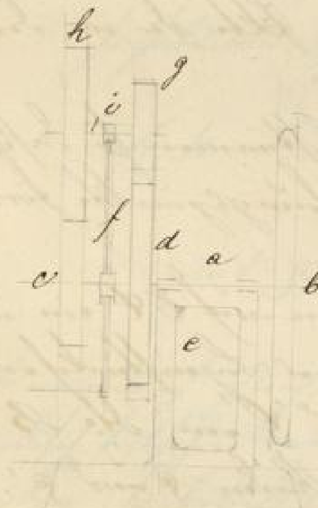
Halten wir d fest und drehen bloß b, so haben wir eine ordinäre Uebersetzung und es werden die Umdrehungen von c folgende sein:

$$\left(\frac{n}{c}\right) = \frac{b}{f}\,\frac{d}{c}\left(\frac{n}{b}\right) + \left(\frac{n}{d}\right) - \left(\frac{n}{d}\right)\frac{b}{f}\,\frac{d}{c}$$



a Axe
b Schwungrad
c Kegelrad } fest verbunden mit a.
d Kegelrad, unbeweglich verbunden mit e.
f Kurbel frei drehbar um d
g Planetenrad, frei drehbar um f

Bei einer Umdrehung von f macht b zwei Umdrehungen und zwar ist die Bewegungsrichtung übereinstimmend. Wir können dieselbe Bewegung mittelst Stirnräder hervorbringen, nur ist die Drehungsrichtung entgegengesetzt.



a Axe
b Schwungrad
c Stirnrad } fest verbunden mit a.
d Stirnrad, fest verbunden mit e
f Kurbel, frei drehbar um d
g Stirnrad
h Stirnrad } alle 3 bilden ein Stück
i Axe

drehen wir f, so wird zunächst i mitgenommen, g bleibt mit seinen Zähnen in d hängen und rollt auf d, weil aber h mit i verbunden, so muß c mitgenommen werden, was eine Drehung der Axe a zur Folge hat.

Theorie der unrunden Räder

Es kommt zuweilen vor, daß Uebersetzungen verlangt werden darf, daß wenn eine Axe mit gleichförmiger Geschwindigkeit gedreht wird, die andere sich nach irgend einem vorgeschriebenen Gesetze drehen muß.
Wir bringen die Aufgabe dadurch zu Stande, indem wir Scheiben herstellen, deren Grundformen nach Rollungslinien bearbeitet sind.
Es müssen aber diese Rollungslinien durch Rechnung bestimmt werden, und nehmen wir allgemein an A und A_1 seien die Axen zweier solcher Räder, die Kurven zweier solcher Rollungslinien sollen sich in B berühren, einem Punkte der in der Verbindungslinie beider Axen liegt.
Nun versuchen wir die Rollungslinien zu bestimmen so, daß wenn ein Rollen stattfindet, die Berührungspunkte fortwährend auf der Axe liegen.

Wir schneiden auf EC ein unendlich kleines Bogenstückchen Bc, auf $E'C'$ ein ditto Bc' ab, ziehen die Radien ρ und ρ', so werden EC und $E'C'$ wirklich Rollungslinien sein unter der Voraussetzung, daß:

$$\rho + \rho' = AA_1$$

$$BC = BC'$$
$$AA_1 = D$$

der Möglichkeit des Rollens müssen folgende 3 Gleichungen entsprechen:

$$\rho + \rho_1 = D$$
$$\rho\, d\varphi = \rho'\, d\varphi'$$

Gegeben muß sein $\varphi_1 = \text{funct}\ \varphi$

diese 3 Gleichungen lösen die Aufgabe und es muß durch das Rollen das Bewegungsgesetz bestimmt werden.

Nun ist $\rho_1 = \rho \dfrac{d\varphi}{d\varphi'}$

$$\rho + \rho \frac{d\varphi}{d\varphi_1} = D$$

und $\rho = \dfrac{D}{1 + \dfrac{d\varphi}{d\varphi'}}$

drücken wir nun φ_1 durch $\text{funct}\ \varphi$ aus,

so haben wir $\dfrac{d\varphi_1}{d\varphi} = \dfrac{d f(\varphi)}{d\varphi}$

so ist $\rho = \dfrac{D}{1 + \dfrac{1}{\frac{d f(\varphi)}{d\varphi}}}$ Polargleichung d. 1ten Curve

und $\rho' = D \dfrac{\frac{d\varphi}{d\varphi_1}}{1 + \frac{d\varphi}{d\varphi_1}}$ " " 2ten.

Soll nun durch gleichförmige Drehung der einen Axe, eine geradlinig fortschreitende Bewegung der andern Axe bezweckt werden, so besteht hiefür die Gleichung folgender Form.

$$\varphi_1 = A\varphi + L \sin k\varphi.$$

Würden wir das letzte Glied weglassen, so hätten wir eine ordinäre Uebersetzung.

Es sei nun $\varphi_1 = A\varphi;\ d\varphi_1 = A\,d\varphi.$

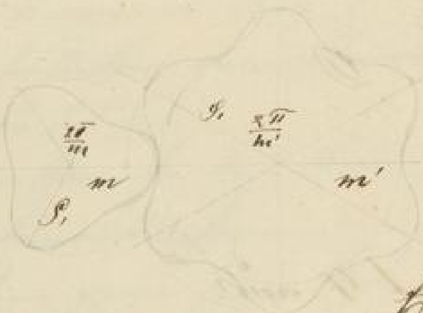
$\mathfrak{A}$ bedeutet hier das Uebersetzungsverhältniß.

$$\rho\,\partial\varphi = \rho_1\,\mathfrak{A}\,\partial\varphi$$

$$\rho_1\mathfrak{A} + \rho_1 = \mathfrak{D}$$

$$\left.\begin{aligned}\rho_1 &= \frac{\mathfrak{D}}{1+\mathfrak{A}}\\ \rho &= \mathfrak{D}\frac{\mathfrak{A}}{1+\mathfrak{A}}\end{aligned}\right\}\ \text{einfache Stirnräder}$$

Schreiben wir aber $\varphi_1 = \mathfrak{A}\varphi + \mathfrak{L}\sin k\varphi$, so haben wir eine Bewegung, die eine fortschreitende ist mit periodisch veränderlicher Geschwindigkeit. Wollen wir die Zeichnung von solchen polygonal Räderwerk[en] und nehmen an, das eine sei ein m, das andere ein m' Eck und zwar so, daß $\frac{m'}{m}$ das Uebersetzungsverhältniß $= i$ sei.



So ist
$$\rho + \rho' = \mathfrak{D} \quad (1)$$
$$\rho\,\partial\varphi = \rho'\,\partial\varphi' \quad (2)$$
$$\frac{m}{m'} = i \quad (3)$$

Wir genügen den Anforderungen des Rollens, indem wir die Gleichung differenziren.

$$\varphi_1 = \mathfrak{A}\varphi + \mathfrak{L}\sin k\varphi \quad (4)$$

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial\varphi} = \mathfrak{A} + \mathfrak{L}k\cos k\varphi \quad (5)$$

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \frac{\partial\varphi'}{\partial\varphi} = \mathfrak{A} + \mathfrak{L}k\cos k\varphi$$

Aus dieser Gleichung suchen wir ρ_1 und erhalten:

$$\rho_1\left[\mathfrak{A} + \mathfrak{L}k\cos k\varphi\right] + \rho_1 = \mathfrak{D}$$

$$\rho_1 = \frac{\mathfrak{D}}{1 + \mathfrak{A} + \mathfrak{L}k\cos k\varphi} \quad (6)$$

Nun ist $\varphi = \frac{2\pi}{m}$, $\varphi_1 = \frac{2\pi}{m_1}$

Vermöge Gleichg (1) haben wir $\frac{2\pi}{m_1} = \mathfrak{A}\frac{2\pi}{m} + \mathfrak{B}\sin k\frac{2\pi}{m}$ (7)

Setzen wir in (6) für $\varphi = 0$, so erhalten wir:

$$\frac{D}{1+\mathfrak{A}+\mathfrak{B}k} = \frac{D}{1+\mathfrak{A}+\mathfrak{B}k\cos k\frac{2\pi}{m}} \quad (8)$$

diesen Bedingungen wird entsprochen, wenn wir setzen:

$$\left.\begin{aligned} k &= m \\ \text{und } \mathfrak{A} &= \frac{m}{m_1} = \frac{1}{i} \end{aligned}\right\} (9)$$

(7) u (8) drücken weiter nichts aus als Gleichg (9)

$\frac{d\varphi_1}{d\varphi}$ das Geschwindigkeitsverhältniss ist variabel und hat einen größten und kleinsten Werth.

$$\frac{d\varphi_1}{d\varphi} = \mathfrak{A}+\mathfrak{B}k \text{ (Max)}$$

$$\frac{d\varphi_1}{d\varphi} = \mathfrak{A}-\mathfrak{B}k \text{ (Min)}$$

$$\mathfrak{A}+\mathfrak{B}k = \delta\mathfrak{A} - \mathfrak{B}\delta k$$

$$\mathfrak{B}[k+k\delta] = \delta\mathfrak{A} - \mathfrak{A}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{A}}{k}\,\frac{\delta-1}{\delta+1}, \quad \mathfrak{B} = \frac{1}{m_1}\,\frac{\delta-1}{\delta+1}$$

$$\frac{\left(\frac{d\varphi_1}{d\varphi}\right)\text{Max}}{\left(\frac{d\varphi_1}{d\varphi}\right)\text{Min}} = \frac{\mathfrak{A}+\mathfrak{B}k}{\mathfrak{A}-\mathfrak{B}k} = \delta$$

führen wir $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, k$ in die ursprünglichen Gleichgen ein, so haben wir $\varphi_1 = \frac{1}{i}\left\{\varphi + \frac{1}{m}\,\frac{\delta-1}{\delta+1}\sin m\varphi\right\}$

$$\rho_1 = \frac{iD}{1+i+\frac{\delta-1}{\delta+1}\cos m\varphi}$$

dieselbe Aufgabe kann auch als Problem der Zahnräderrechnung gelöst werden

$$\rho + \rho' = D$$
$$\rho\,\partial\varphi = \rho'\,\partial\varphi'$$
$$\rho = F(\varphi)$$
$$\rho_1 = D - F(\varphi)$$
$$\partial\varphi_1 = \frac{F\varphi\,\partial\varphi}{D - F(\varphi)}$$
$$\varphi_1 = \int \frac{f(\varphi)\,\partial\varphi}{D - f(\varphi)}$$

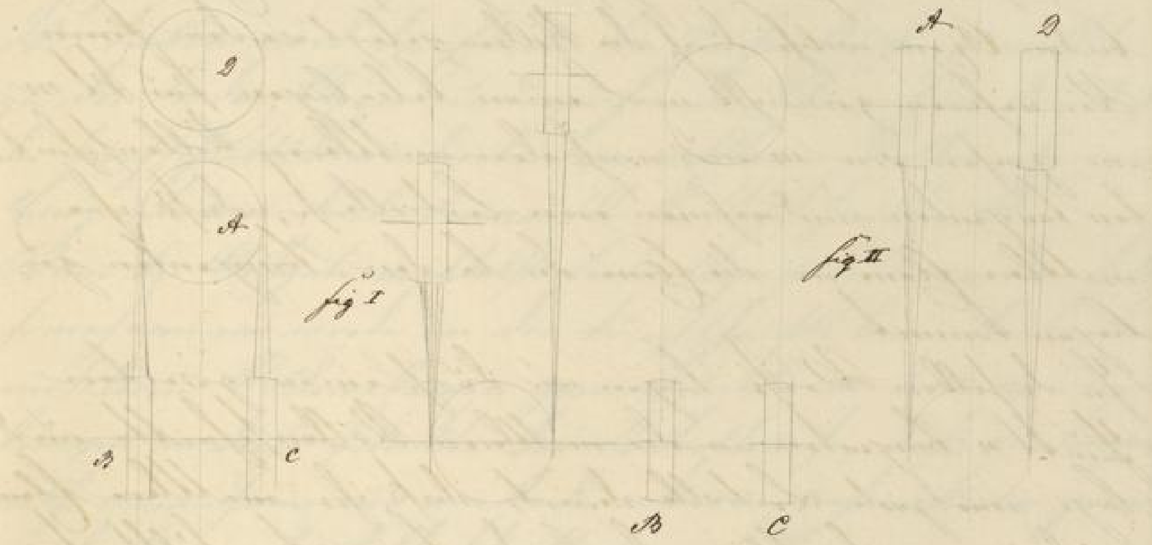
Rollen und Riemen

Es ist bei jeder Rollenanordnung zu beachten, daß der Riemen richtig auf und abläuft.

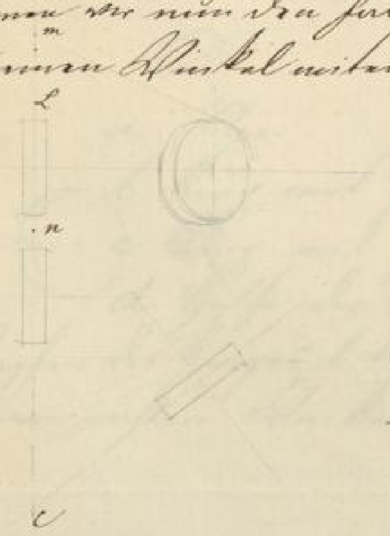
Um diesen Bedingungen zu entsprechen, muß die mittlere Ebene einer Rolle, d. i. die Ebene welche senkrecht auf der Axe steht mit dem Riemenmittel zusammenfallen, ferner muß das Riemenmittel gleichweit von seinen Rändern abstehen.

Für zwei parallele Axen liegen die Riemen außen, in Richtung der Axe an, die Bewegungsrichtung ist übereinstimmend und die Peripheriegeschwindigkeiten sind gleich der Geschwindigkeit der inneren Fläche des Riemens, unter der Voraussetzung, daß kein Gleiten stattfindet.

Bei dem zweiten Falle kreuzt sich der Riemen und es ist die Bewegungsrichtung entgegengesetzt, sonst bleibt alles gleich



Sollen nun zwei Wellen B u. C von A aus getrieben werden, so muß noch eine Hilfsrolle D angenommen werden, wie fig I zeigt. Dieselbe Anordnung ist bei fig II, nur mit dem Unterschiede, daß die Rolle D auf der Axe lose sein muß, weil sie sich in entgegengesetzter Richtung von A bewegt.
Letztere Methode ist jedoch empfehlenswerther, indem keine so starke Abnützung der Welle als auch der Rolle eintritt.
Nehmen wir nun den Fall, da zwei Axen sich schneiden und einen Winkel miteinander bilden.



Wir legen zuerst die Axen in die Ebene des Zeichenblattes, suchen den Durchschnitt der mittl. Rollenebenen, welcher in c ist.
Wir müssen also Leitrollen annehmen, da eine direkte Riemenverbindung

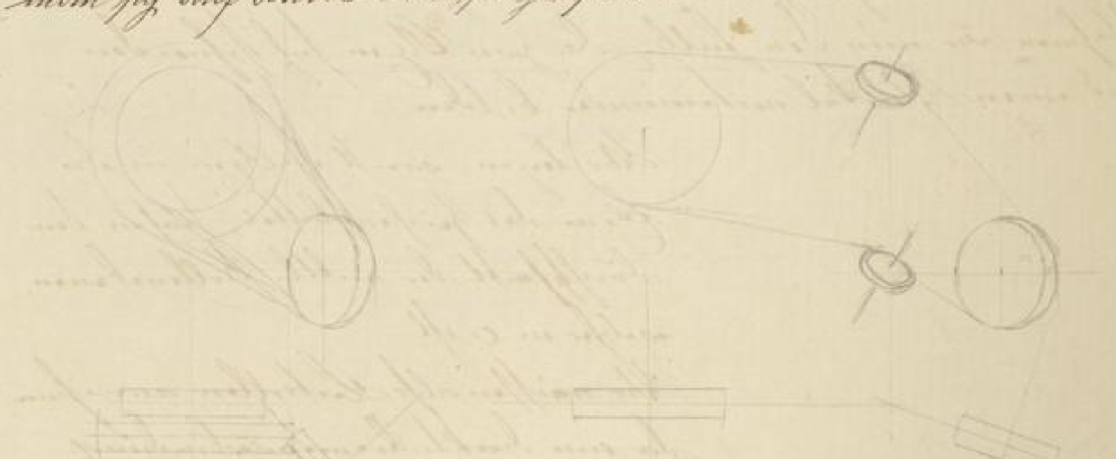
beider Rollen nicht möglich ist, es handelt sich also nur darum die Lage dieser Rollen zu bestimmen.

L steht der Richtung nach senkrecht auf der Ebene der beiden Axen, welche durch die Rollen gelegt werden können. Wir nehmen zunächst in L einen beliebigen Punkt m an, ziehen von m aus nach den mittleren Rollenschnitten Tangenten und nehmen eine Leitrolle so, daß ihre mittlere Ebene in die Ebene der beiden Tangenten zu liegen kommt.

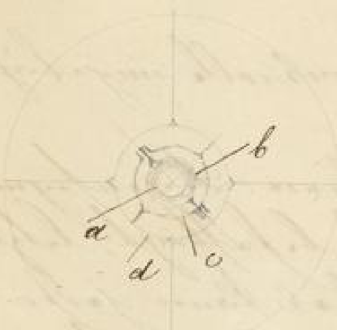
In derselben Weise legen wir durch einen zweiten Punkt n Tangenten an die mittleren Rollenschnitte und lege eine zweite Leitrolle derart, daß ihre mittlere Ebene wiederum in die Ebene der beiden Tangenten fällt, so wird alsdann die Aufgabe gelöst sein.

Diese Aufgabe ist kaum praktisch denkbar, indem die Leitrollen nach allen Seiten hin freie Beweglichkeit erhalten sollen und sie leicht verschoben werden sollen, damit der Riemen immer gut aufläuft.

Wenn daher eine solche Construction herzustellen ist, so muß man sich auf andere Weise helfen.



die Aufgabe für Rollen, deren Axen sich nicht schneiden und einen Winkel miteinander bilden kann zuweilen auch ohne Leitrollen gelöst werden.
Wir denken uns die Ebene der Zeichenfläche parallel zu den beiden Axen und machen die Annahme so, daß die Durchschnittslinie der beiden mittleren Rollenebenen Tangente an die beiden mittl. Rollenschnitte ist.
Wenn die Aufgabe mittelst Leitrollen gelöst werden soll so nehmen wir wieder in der Durchschnittslinie der beiden mittleren Rollenebenen zwei Punkte m u. n an und bringen an diese Punkte die Leitrollen so, daß die Tangente welche man ihnen aus an beide ersteren ziehen kann genau in die Ebene der Rollenschnitte hineinfallen.



Rollen deren Axen sich schneiden und einen beliebigen Winkel miteinander bilden kann man derart miteinander verbinden, daß man eine Rolle fest macht, die andere hingegen derart, daß sie jede beliebige Lage gegen ihre Axe einnehmen kann.
Wir haben also bei dieser Rolle

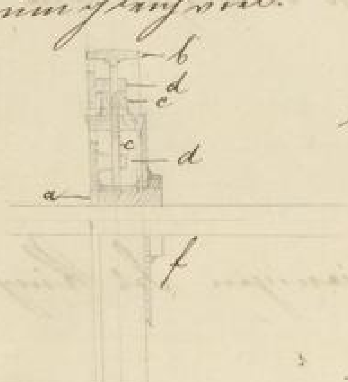
a. Axe
b Ring mit zwei Zapfen
c Ring mit zwei Zapfen
d Hülse der Rolle.

die Zapfen des Ringes b bilden mit denjenigen des Ringes c einen rechten Winkel.

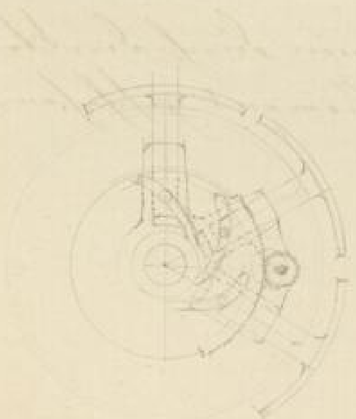
die Zapfen von b sind im Ringe c, die Zapfen des Ringes c sind in der Hülse d der Rolle gelagert. Diese Rollen sind nur in denjenigen Fällen praktisch brauchbar, wenn der Winkel der beiden Axen klein ist.

Expansionsrollen.

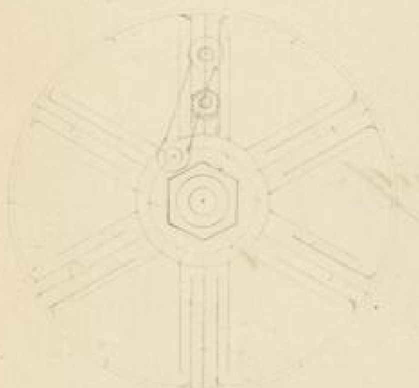
Es läßt sich durch einen Rollenbetrieb jedes Übersetzungsverhältniß realisiren, was bei Zahnrädern nicht der Fall ist.
Oftmals ist es wünschenswerth, daß die Geschwindigkeit der getriebenen Welle nur um ein klein wenig geändert werden soll, während die Geschwindigkeit der treibenden Welle constant bleibt.
Mit Rädern läßt sich dies gar nicht mehr erreichen, wohl aber durch Expansionsrollen.
Im Wesentlichen hat jede Expansionsrolle ungefähr folgende Einrichtung:
der Rollenkörper besteht aus einzelnen Bogensegmenten jedes Segment ist an einem Stiele befestigt, letzterer bewegt sich in einer Führung und es kann jeder Stiel hinausgeschoben werden und zwar alle immer um gleichviel.



a Rollenkörper
b Segmentstück
c Stiel
d Führungen
e Hülse mit Kegelrad
f Kegelrad, drehbar auf der Hülse des Rollenkörpers.

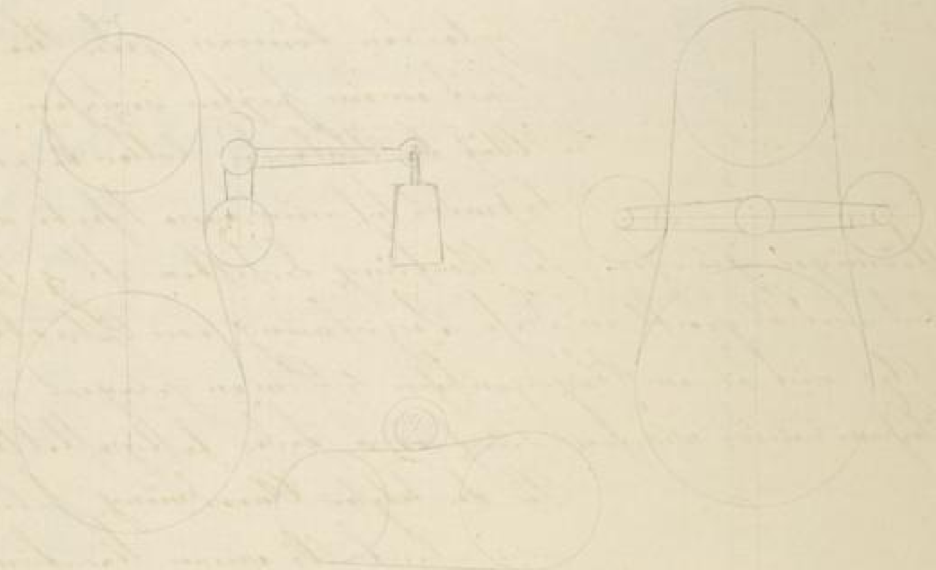


Der Rollenkörper besteht hier aus einem sternförmigen Theil, die Arme desselben sind Lehnen, worin die Arme aus und ein gleiten können, jeder Theil ist mit einem Zapfen versehen.
Auf der Nabe des Rollenkörpers befindet sich nun eine Scheibe mit spiralförmigen Furchen, der Umfang derselben ist z. Th. verzahnt und es greift in diese Verzahnung ein Getriebe, dessen Axe auf einem Steg zwischen 2 Armen gelagert ist. Der Mechanismus wird hier durch eine Feder festgestellt.

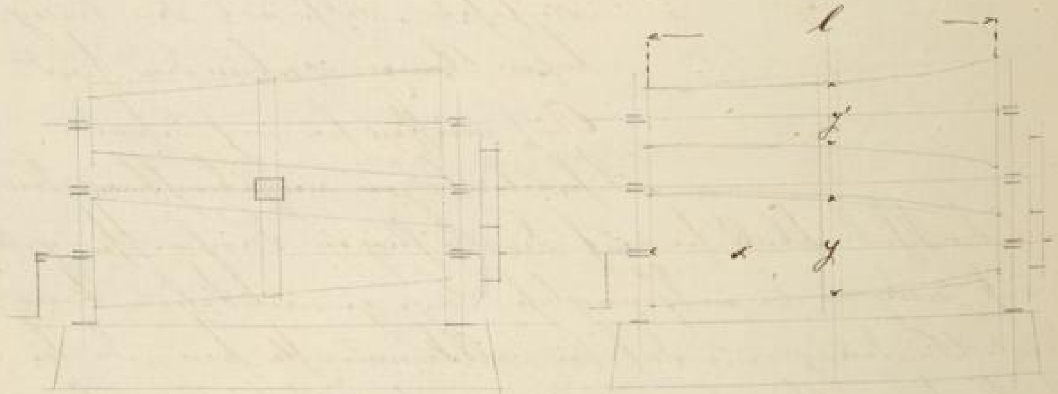


Bei der letzten Anordnung haben wir ebenfalls einen sternförmigen Radkörper, nur ist die auf der Nabe drehbare Scheibe mit Schubstangen versehen, welche mit den beweglichen Armen verbunden sind. Auch müssen hier noch besondere Schraubenbolzen angebracht werden, damit die Scheibe sobald sie auf den richtigen Durchmesser gestellt ist, nicht wieder in ihre ursprüngliche Lage zurückkehren kann. Die erste Anordnung wird doch die vollkommenste sein, da sie allen Zwecken entspricht und bei geringsten Verschiebung ihre Lage beibehält. Nun haben wir noch die Spannrollen zu betrachten welche auch bei Transmissionsrollen ihre Anwendung finden.
Sie haben den Zweck den Riemen immer in seiner richtigen Spannung zu erhalten, so daß kein Gleiten bei demselben entstehen kann.

die Spannung des Riemens kann nun durch direktes oder indirektes Andrücken des Riemens geschehen, wie aus den Skizzen ersichtlich ist.



Conusbewegung.



Es wird bei dem ersten Mechanismus, sobald der eine Conus mit gleichförmiger Geschwindigkeit gedreht wird, die Geschwindigkeit des andern sich fortwährend ändern.
Bei dem zweiten Apparat sind die Conus nach irgend einer

Riemen abgedreht und war ist die eine Conus concav, der andere convex bearbeitet.

Es soll nun bei einer Umdrehung von A, der Riemen um einen Weg s weiter gehen.

Heißen wir W die variable Geschwindigkeit der obern Axe und W' die variable Geschw. der untern Axe, und sind R u. r die beiden Radien der Conus

So haben wir $Wy = W'y'$ (1)

$$y + y_1 = R + r \quad (2)$$ Unter Voraussetzung, daß die Curven übereinstimmen.

$$S = \frac{x}{s} 2\pi \quad (3)$$ und $2\pi : S = s : x$

Für gewöhnliche geradlinige Kegel haben wir:

$$\left.\begin{aligned} y &= r + (R-r)\frac{x}{l} \\ y_1 &= R - (R-r)\frac{x}{l} \end{aligned}\right\} (4)$$

fragen wir nun nach dem Gesetz der letzteren,

so ist $$\frac{W'}{W} = \frac{y}{y'} = \frac{r + (R-r)\frac{x}{l}}{R - (R-r)\frac{x}{l}}$$

$$\frac{W'}{W} = \frac{r + (R-r)\frac{sS}{2\pi l}}{R - (R-r)\frac{s}{2\pi l}S}$$

indem wir für $x = \frac{sS}{2\pi}$ gesetzt haben.

Wird die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte, so haben wir $W_1 = W(a + b\varphi)$

$$y = \frac{r + R}{1 + \frac{W}{W_1}}$$

$$y_1 = \frac{r + R}{1 + \frac{W_1}{W}}$$

$$\frac{W_1}{W} = (a + b\varphi) = a + b\frac{2\pi}{s}x$$

$$y = \frac{(R+r)(a + b\frac{2\pi}{s}x)}{1 + a + b\frac{2\pi}{s}x}$$

$$y_1 = \frac{R+r}{1 + a + b\frac{2\pi}{s}x}$$

$\frac{W_1}{W}$ ist als Funct(φ) zu betrachten

$$\frac{W_1}{W} = f\left(\frac{2\pi}{s}x\right)$$

Es wird nun $y_1 = \dfrac{r+R}{1+f\left(\frac{2\pi}{s}x\right)}$

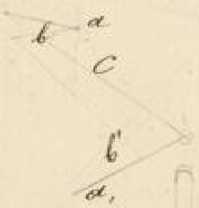
Die Kurven sind Hyperbeln und haben eine Gleichung von der Form $Axy + Bx + Cy + D = 0$.
Eine solche Bewegung läßt sich jedoch mittelst der Band nicht erzielen, wegen des Riemens.

Kettenbewegung

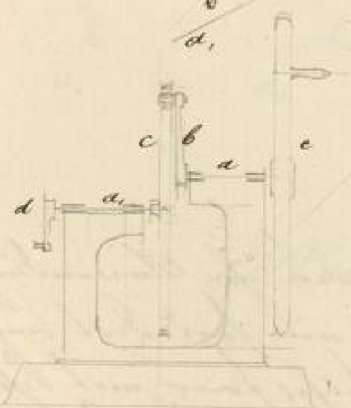
Die Kettenräder sind so zu sagen Zahnräder, die Kettentriebstöcke. In theoretischer Hinsicht wäre der Kettenzug recht vollkommen; betrachten wir ihn aber von praktischer Seite, so werden wir finden, daß derselbe höchstens zur Uebertragung schwacher Kräfte oder als Bewegungsmechanismus zu gebrauchen ist, wenn bei Uebertragung der Bewegung kein plötzlicher Stoß stattfinden soll. Ziehen wir die Abnützungsverhältnisse in Rechnung, namentlich bei Uebertragung großer Kräfte, so finden wir, daß die Zähne sich abnützen,

während die Zahntheilung constant bleibt, ferner werden die einzelnen Kettenglieder länger und länger, die Triebestöcke derselben schleifen und wetzen sich aus und es kann daher die Kette unmöglich mehr auf das Rad passen, was ein Reißen der Kette dann zur Folge haben muß.

Kurbelübersetzungen.



a
a, } Axen
b
b, } Kurbeln
c Schubstange.



a
a, } Axen
b Kurbel
c Schleife
d Kurbel
e Schwungrad.

a Axe
b Rinnenkreuz
c Axe
d Doppelkurbel
e Rollen
dieser Mechanismus ist als Kraftmaschine nur zu gebrauchen, namentlich bei Schraubenschiffen.

a Axe
b Kurbel
c Schwinge
d Drehungspunkt.
e Gleitstück
Durch continuirlich drehende Bewegung wird eine schwingende Bewegung hervorgebracht. Kommt vor bei Hobelmaschinen.

a
a, { Axen
b
b, { Kurbeln
c Schubstange
d
d, { Schwungräder

Diese Kurbeln finden ihre Anwendung bei Locomotiven, nur sind dort auf jeder Seite ein solches Paar mit Schubstange anzubringen, die Kurbeln selbst müssen unter einem Winkel von 90° gestellt werden, weil bei einfachen Kurbeln, die Bewegung vom todten Pkt an, gerade zu auch nach entgegengesetzter Richtung gehen kann.

Wir haben hier a a, 2 Axen; b b, 2 Kurbeln von gleicher Länge c Schubstange; β β, 2 Kurbeln von gleicher Länge δ Schubstange gleich der Länge der Schubstange von c. Diese Kurbeln haben den Vortheil, daß kein Schwungrad nöthig ist.

a, a_1 } 2 Axen

b, b_1 } Kurbeln

c Schubstange

d Schwungrad.

Bei der oscillirenden Bewegung von b_1 entsteht eine rotirende Bewegung durch b und d.

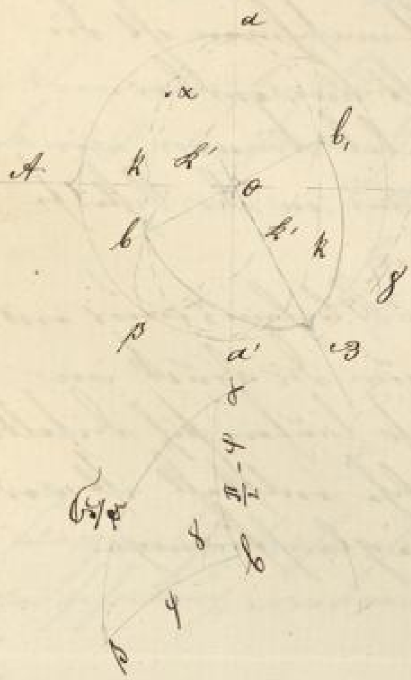
b. Eine weitere Kurbelbewegung von einer Axe auf mehrere z. B. hier 4 mit gleichmäßiger Geschwindigkeit wird bewerkstelligt indem c^1c^2 steif miteinander verbunden sind.

$a^1a^2a^3a^4$, 4 Axen

$c^1c^2c^3c^4$ 4 Verbindungsstangen

c^1c^2 ein Stück.

Hook'scher Schlüssel.



Der Hook'sche Schlüssel oder das Universalgelenk dient zur Verbindung zweier Axen welche in einem x beliebigen Winkel zu einander liegen.

Drehen wir A, so bewegt sich die Axe $a\,a_1$ in dem Kreise $k\,k$.

Drehen wir B, so bewegt sich die Axe $b\,b_1$ in dem Kreise $k'k'$.

Bewegen wir beide Axen zugleich, so können wir $a\,o$ in der Ebene k, $b\,o$ in der Ebene k' laufen lassen.

die Bewegung können wir so wohl durch Construction ermitteln als auch durch Rechnung finden.
Lassen wir a nach α kommen und b nach β, so ist nun

$$a\alpha = \varphi \text{ und } b\beta = \psi$$

durch sphärische Trigonometrie sind diese Winkel aus dem Dreieck leicht berechenbar.
Die Bewegung wird ungleichförmig, sobald der ∠ δ fort und fort wächst.

Sinusschleife.

a Axe
b Kurbel
c Geradführung
d Lagerung der Stange c
e Schleife
f Gleitstück

Heißen wir $AC = y = r(1-\cos\varphi)$

$$OC = r - r\sin\varphi$$

Für große Kraftmaschinen ist die Sinusschleife nicht anwendbar.
Anstatt der Kurbel können wir auch ein Excentricum in der Schleife gleiten lassen, für kleine Hubhöhen.
Durch Modification des vorhergehenden Mechanismus entsteht die Schubstangenbewegung. Da nun der Druck an den Führungslinealen verschieden ist, so laufen sich dieselben ungleichmäßig ab. Die Bewegung welche entsteht ist weder eine Sinusversusbewegung, noch eine gleichförmige.

Wie aus der Zeichnung schon ersichtlich, so legt der Kolben in dem ersten A. Quadranten einen weit kleineren Weg zurück als im zweiten. Der Unterschied wird um so größer werden, je kürzer wir die Schubstange annehmen, und er verschwindet allmählig, je länger wir dieselbe machen, auch nähert sich alsdann die Bewegung mehr und mehr einer Sinusversusbewegung oder gleichförmigen Bewegung.

Heißen wir $\overline{AC} = x$, so haben wir

folgendes $r \sin\varphi = l \sin\psi$ (1).

ferner ist $r\cos\varphi + l\cos\psi = x$ (2)

aus (1) folgt $\sin\psi = \frac{r}{l}\sin\varphi$

$$\cos\psi = \sqrt{1-\left(\frac{r}{l}\right)^2\sin^2\varphi}$$

und $$x = r\cos\varphi + l\sqrt{1-\left(\frac{r}{l}\right)^2\sin^2\varphi}$$

Wenn nun die Kurbel eine solche Lage einnimmt, daß der $\measuredangle\varphi = 0$, so müssen wir ξ suchen. Wir haben für

$$CA_1 = r + l$$

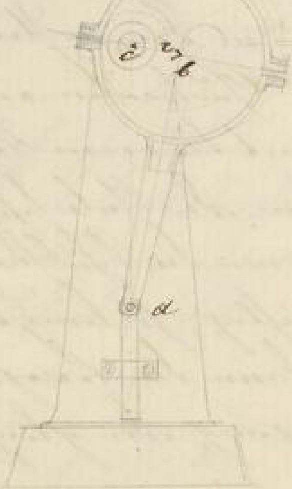
$$\xi = CA_1 - CA$$

$$\xi = r + l - r\cos\varphi - l\sqrt{1-\left(\frac{r}{l}\right)^2\sin^2\varphi}$$

$$\xi = r\left[1-\cos\varphi\right] + l\left[1-\sqrt{1-\left(\frac{r}{l}\right)^2\sin^2\varphi}\right]$$

$$\xi = r(1-\cos\varphi) + l\left[1-\cos\psi\right].$$

Für ziemlich gleichmäßige Bewegungen muß die Schubstange sehr lang werden.



Das Excentricum.

Ist weiter nichts als das vorhergehende beschriebene und hat dieselben Eigenschaften wie die Excentricität der Schubstange.

bc gleich dem Kurbelhalbmesser.

Wir haben $cb = r$

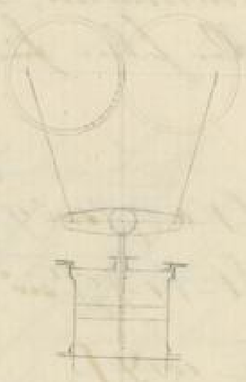
$ba = l; \angle bca = \varphi$

$$\xi = r(1-\cos\varphi) + l\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2\varphi}\right)$$

die Excenterbewegung ist geometrisch ähnlich mit der Schubstangenbewegung. Dieser Mechanismus erfordert vielen Kraftaufwand und ist als Kraftmechanismus nicht zu gebrauchen.

Das Differentialräderwerk.

findet seine Anwendung bei Feuerspritzen etc; sie haben den Vortheil, dass die Zapfenreibung sehr gering ist und daher als Kraftmechanismus gut zu gebrauchen

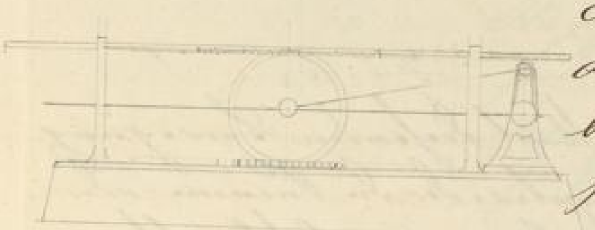


a. Axe
b Kurbel
c Zahnrad
d Zapfen befestigt an c
e Zahnkranz befestigt am Gestell.
f Pumpenstange

Ist gut gebrauchen als Bewegungsmechanismus. die Stange braucht hier keine besondere Führung, da der Halbmesser des vollen

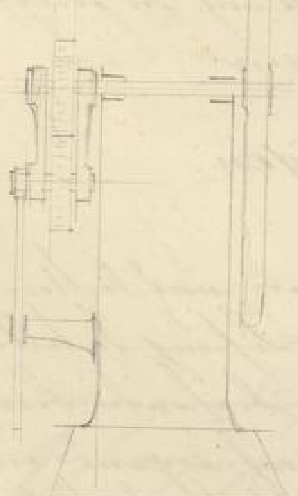
Kreises gleich dem halben Radius des festen Kreises und also die Hypocycloide eine gerade Linie. Dieser Apparat ist nur als Bewegungsmechanismus zu gebrauchen.

Schubverdoppelung.



a Axe
b Kurbel
c Schubstange
d Stange von c hin und her bewegt
f Lagerung der Stange d
g verzahntes Rädchen
h Zapfen gehend durch d, c u. g.
i feste Zahnstange
k Zahnstange befindlich an einer beweglichen Stange. k macht bei einem Hin und Hergang von d, k gerade den doppelten Schub. Ist als Bewegungsmechanismus für Schnellpressen zu gebrauchen.

Planetenrad (Erfindung von Watt)



a Axe
b Sonnenrad fest verbunden mit a
c Schwungrad.
d 2 auf a frei drehbare Kurbeln
e ein in die Kurbelarme gesteckter sich frei drehender Zapfen
f Zahnrad, verbunden mit e
g Schubstange verbunden mit e.
Bei einem Hin und Hergang der Schubstange, macht c eine doppelte Umdrehung.