Maschinenbau

Studien-Jahr 1861/62

Redtenbacher, Ferdinand

Karlsruhe, 1862

Drittens Dampfmaschinen

urn:nbn:de:bsz:31-278571

3tens Dampfmaschinen.

Die Dampfmaschine ist eigentlich 2 mal erfunden worden und es tauchte der Gedanke gleichzeitig in England, sowie auch auf dem Continente auf.

In England hatte man den Gedanken unter dem Kolben einen luftleeren Raum herzustellen, so daß die äußere Atmosphäre mächtig auf den Kolben wirkt und von derselben niedergetrieben wird. Diese ersten einfachen Maschinen nannte man zwar atmosph. Maschinen, indem man auch gar nicht darauf ausging den Dampf als Motor zu benützen. Der erste der diesen Gedanken in England hatte war Marquis von Worchester

In Deutschland dachte sich zuerst Papin die Spannkraft des Dampfes als Motor anzuwenden (er schrieb ein kleines Werkchen darüber in Heidelberg).

Gehen wir nun von dem Grundgedanken Papin's aus, daß also der Dampf im Stande ist einen mächtigen Druck auszuüben, den wir in mechanische Arbeit verwandeln können.

Ferner stellen wir einen Cylinder mit Kolben her und setzen denselben einmal mit dem Kessel ein zweites Mal mit der äußern Atmosphäre in Verbindung und fragen nun nach der Leistung und zwar mit einmaliger Füllung des Cylinders.

Heißen wir O den Querschnitt des Dampfcylinders

p die Pressung des Dampfes vor dem Kolben,
c die Pressung hinter dem Kolben,
l die Länge eines Kolbenschubes, so ist:

O (p–c) l unser Gewinn, Ol sind die Kosten.
Nachtheilig ist der atmosphärische Druck vor dem Kolben, freilich ist derselbe nicht überall gleich groß. Es geht die Hälfte von dem nützlichen Druck nur durch Ueberwindung von atmosph. Druck verloren, sodann kommen noch eine Menge Reibungswiderstände in Betracht. Demnach wird eine Maschine sehr Ungünstiges leisten, wenn die Dampfspannung eine geringe ist. Die einfachsten Maschinen sind nun die

Hochdruckmaschinen ohne Expansion, ohne Condensation

Es tritt hier nachdem der Dampf während eines Kolbenschubes gewirkt hat geradezu ins Freie und ist für fernere Zwecke rein verloren. Bei diesen Maschinen ist eine höchst vollkommene Ausführung zu beachten und es muss namentlich dafür gesorgt werden, daß alle diejenigen Theile, welche Dampf enthalten vor Abkühlung geschützt sind.

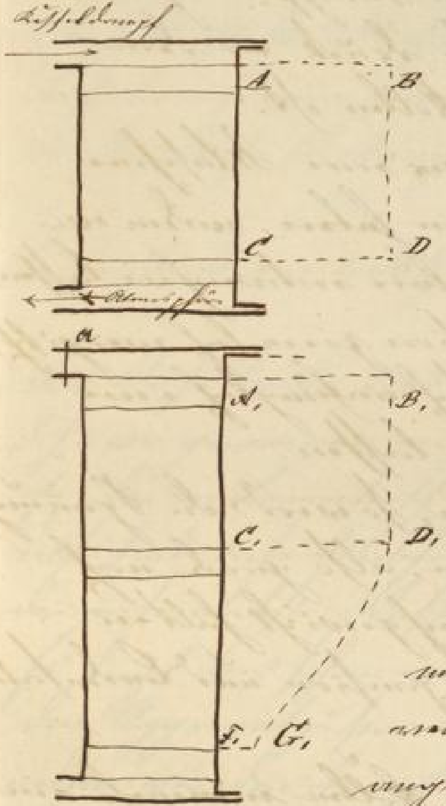
Mißstände sind nun, daß

1. daß der schädliche Druck der Atmosphäre fortwährend der Bewegung des Kolbens schadet, wir wollen nun sehen ob sich dieser Druck wegbringen läßt.

Lassen wir nun die Dampfausströmung nicht ins Freie, sondern in ein Gefäß, das von der atm. Luft abgeschlossen und entweder mit Wasser umgeben, oder so eingerichtet ist, daß Wasser eingespritzt wird. Es wird also der Dampf condensirt werden und folglich nur noch eine äußerst niedrige Pressung vor dem Kolben stattfinden. Bringen wir Kaltes

Wasser ~~augenblicklich~~ direkt mit dem Dampf in Verbindung, so geschieht die Condensation fast augenblicklich.
Da wir nun zum condensiren sehr viel Wasser brauchen etwa 20 Kilo Wasser auf 1 Kilo Dampf, so müssen Pumpen aufgestellt werden und zwar eine um kaltes Wasser zuzuführen u. eine zweite um das condensirte Wasser zu entfernen.
Letztere Pumpe wird Luftpumpe genannt und es stammt die Benennung daher, daß die Quellwasser u. so die man zum condensiren benützt, namhafte Quantitäten atm. Luft enthalten, dieselbe sich im Condensator ansammelt und ebenfalls mit dem warmen Wasser entfernt werden muß.
Wenden wir Dampf von nicht sehr hoher Spannkraft an, so wird sich im Condensator allmählig viel Dampf bilden und wenig wegkommen, da dieses von der Atmosphäre umgeben wird, später wird mehr und mehr Wasser kommen als nöthig ist, was eine verkehrte Anordnung ist, indem der Vorgang gerade umgekehrt sein soll.
Für Dampf von höherer Spannung muß eine Preßpumpe angewandt werden.
Dieser Condensator läßt sich nun gut und vortheilhaft für Dampfschiffe anwenden, da diese kaltes Wasser im Ueberfluß haben; für Landmaschinen hingegen müssen wir eine Kaltwasserpumpe anlegen.
Wir können alsdann schon ein gutes Resultat erzielen bei schwacher Dampfspannung, was in manchen Fällen von großer Wichtigkeit ist in Betreff der Kesselconstruktion.

Denken wir uns einen Dampfcylinder, lassen oben Dampf eintreten und unten mit der Atmosphäre communiciren, so wird AB der constante Druck des Dampfes gegen den Kolben sein und AC die Länge des Schubes; also W = AB × AC gleich der Wirkung für einen Cylinder voll Dampf.



Nehmen wir nun einen 2ten Cylinder dessen Durchschnitt gleich dem vorhergehen, machen ihn aber doppelt so lang, er also auch das doppelte Volumen hat. Nun schließen wir bei a ab, wenn der Kolben in der Mitte des Schubes angelangt ist, also bei C, so wird die Wirkung sein A, B, C, D, = ABCD.
Der Dampf wird sich nun von B, aus fort und fort ausdehnen (expandiren) und einen Druck ausüben bis der Kolben in F, angelangt ist.
Fragen wir nun hier nach der Wirkung des Dampfes die während eines Schubes entwickelt wird, so haben wir, wenn wir dieselbe mit W, bezeichnen:

$$W_{,} = \overline{A_{,}B_{,}F_{,}G_{,}} = \overline{A_{,}B_{,}C_{,}D_{,}} + \overline{C_{,}D_{,}F_{,}G_{,}}$$

$$W_{,} = \overline{ABCD} + \overline{C_{,}D_{,}F_{,}G_{,}}$$

$$W_{,} = W + \overline{C_{,}D_{,}F_{,}G_{,}}$$ gleich der Wirkung für dasselbe Dampfvolumen. Wir können nun machen daß der Dampf das 3, 4, 6, 10 fache Volumen einnimmt.

Wir sehen aber auch, daß wenn der Dampf ausgewirkt hat, er zu nichts mehr fähig ist, und der Druck vor dem Kolben gleich dem Drucke hinter dem Kolben ist.
Hieraus ist leicht zu ersehen, daß wir eine Maschine mit Expansion aber ohne Condensation haben, indem wir den Dampf geradezu in die Atmosphäre entweichen lassen.
Will man das Prinzip der Expansion ziemlich ausgiebig eintreten lassen, so muß man sich anfänglich eine sehr hohe Dampfspannung gefallen lassen.
Nehmen wir z. B. 3 fache Expansion, so wird die Spannung zuletzt nur noch 1 Atmos. betragen, also gerade noch dem schädlichen Vorderdruck das Gleichgewicht halten.
Es entsteht nun die Frage ob wir Expansion und Condensation anwenden können.
Ist dies der Fall, so herrscht vor dem Kolben nunmehr ein schwacher Druck, es wird derselbe immer noch getrieben und wir können den Dampf so ausbeuten, daß er etwa nur noch mit $\frac{1}{2}$ Atmosphäre austritt. Haben wir z. B. Dampf von 5 Atmosph. und 5 fache Expansion, so hat derselbe beim Austritt nur noch eine Spannung von $5 \times \frac{1}{2}$ Atm. gleich $2\frac{1}{2}$ Atmosphären.
Eine solche Maschine heißen wir eine Maschine mit Expansion mit Condensation, auch in der Regel Mitteldruckmaschinen. Es läßt sich mit denselben das best mögliche Resultat erzielen.
Nun handelt es sich bei diesen Maschinen ob hinsichtlich der Wärme dieselbe gut benützt wird.
Wir können nun bei den besten Maschinen, Englands,

Frankreich und Deutschland 2 Kilg. Steinkohlen pro
Pferdekraft stündlich annehmen und zwar bei den besten
Kesselanordnungen. 80%.
Die stündliche Wirkung einer Pferdekraft ist 3600×75
$= 270\,000$ Kilg Meter
Die Heizkraft von 2 Kilg Steinkohlen ist: $2 \times 7000 \times 424.$
$= 5936000$
Das Verhältniß $5936000 : 270\,000$ ist nahe 22.
d.h. wir gewinnen mit diesen absolut besten Maschinen
$\frac{1}{22}$ der im Brennstoff enthaltenen Leistungsfähigkeit,
also sind diese Maschinen in dieser Hinsicht schlechter als
das miserabelste Wasserrad.
Es liegt dies schon an der Dampferzeugung, indem wir
den Aggregatzustand des Wassers ändern müssen und
indem wir den Dampf zuletzt in einem Zustand entlassen,
der er noch viele Wärme besitzt, selbst wenn wir condensiren erhalten wir nur einen Bach warmen Wassers.

Analytische Theorie der Dampfmaschinen Siehe Heft S. 228.
No. 282. Heißen wir das Volumen des schädlichen Raumes
c, so ist das Verhältniß $\frac{c}{Ol} = m$, und $c = m\,Ol$,
p. die Spannung des Dampfes ~~vor~~ und hinter dem Kolben ist
nicht constant, weil die Einströmungsöffnung variabel und
ebenso die Geschwindigkeit des Kolbens variabel ist.
Bei Landmaschinen ist dieser Fehler gering, hingegen macht
er etwas aus bei Locomotiven.
Für den Erfolg ist es ganz gleichgültig, denn besser wird
die Maschine nicht, außer wir bringen den Fehler weg.
Wir sehen aber daraus, daß eine mäßige Geschwindigkeit

der Kolbens vortheilhaft ist.
In r ist enthalten der atmosph. Druck. Es geht die Spannung des Dampfes die dieselbe im Kessel hatte beim Entweichen allmählig in den atmosph. Druck über, ist also variabel. Nehmen wir weite Kanäle, langsamen Gang des Kolbens, so wird der Druck nahe 1 Atmosphäre sein. Nehmen wir hingegen enge Kanäle und einen raschen Kolbengang, so wird der Druck mehr als 1 Atmosphäre betragen. Es ist hieraus ersichtlich, dass die Kanäle weit gemacht werden müssen, damit der Dampf leicht ein und austreten kann. Nun kommen noch eine Menge Reibungswiderstände in Betracht, die zu überwinden sind als bei dem Kolben, Kopfbüchse, Schieber, Kreuzkopf, Stangen, Axen, Zapfen, etc.

$$\text{Es ist } r = 10330 + \tfrac{1}{4}\,10330 + \tfrac{1}{4}\,10330$$

$$r = \left(1+\tfrac{1}{2}\right) 10330$$

Bestimmung und Verlauf bei einer Maschine wobei c & p konstant angenommen.

Wir befassen uns hier mit dem Beharrungszustand der Bewegung und es wird derselbe dadurch charakterisirt, dass Erscheinungen, die bei der Maschine vorkommen sich gleich bleiben.

1. Es ändert sich im Beharrungszustand die Dampfspannung nicht, d.h. es muss im Kessel geradesoviel Dampf produzirt werden als die Maschine consumirt.
2. Muss die lebendige Kraft beim Ende eines Kolbenschubes so gross als im Anfange sein.

Gleichheit der produzirten und consumirten Wirkungen.

die Wassermenge soll sich nicht ändern, es soll also in jeder Secunde soviel Wasser dem Kessel zugeführt werden als in einer Secunde verdampft wird.
Haben wir alles in Formeln ausgedrückt, so haben wir die Theorie.
Es ist nun $p-r$ der nützliche Druck mit welchem der Kolben fortgeschoben wird.

$$O(p-r)v = 75\,N_n \quad (1.)$$
$$O(p-r) = R \quad (2)$$

wobei R den nützlichen Widerstand bedeutet.
Das Dampfvolumen das wir bei jedem Kolbenschub opfern müssen, ist: $Ol + m\,Ol$
und das Gewicht: $(Ol + m\,Ol)(\alpha+\beta p) = Ol(1+m)(\alpha+\beta p)$.
die Dampfmenge, die durchschnittlich in jeder Secunde verbraucht wird ist: $\dfrac{Ol(1+m)(\alpha+\beta p)}{\frac{l}{v}}$ $\left[\frac{l}{v}\right.$ die Zeit eines Kolbenschubs$\left.\right]$

$$\frac{Ol(1+m)(\alpha+\beta p)}{\frac{l}{v}} = Ov(1+m)(\alpha+\beta p) = S \quad (3.)$$

In diesen 3 Gleichungen kommen nun folgende Größen vor:

$$O,\ p,\ r,\ N_n,\ R,\ S,\ v.$$

diese Gleichungen enthalten also 7 unbekannte Größen, wovon wir 3 annehmen können, es sind also 35 Lösungen möglich.
Nehmen wir nun an es existire eine Maschine, nehmen weiter an, sie sei im Gange und machen Beobachtungen, messen

I

z. B. $O,\ v,\ p,\ r$, bleibt also $N,\ R,\ S$ zu bestimmen.
aus (1) folgt $N_n = \dfrac{O(p-r)v}{75}$
„ (3) „ $S = Ov(1+m)(\alpha+\beta p)$

aus (2) folgt. $R = O(p - r)$

II

Sei bekannt O, r, S, R, Gesucht p, v, N.

aus (2) folgt $p = r + \frac{R}{O}$

" (3) " $v = \frac{S}{O(1+m)(\alpha+\beta p)}$

" (1) " $N = \frac{O(p-r)v}{75}$

III

Unter welchen Umständen wird die Leistung einer Maschine vortheilhaft ausfallen?

Wenn $f = \frac{N}{S}$ möglichst groß also ein Max. wird.

Es ist $f = \frac{\frac{1}{75}\, Ov(p-r)}{Ov(1+m)(\alpha+\beta p)} = \frac{1}{75(1+m)}\,\frac{p-r}{\alpha+\beta p}$

$$f = \frac{1}{75(1+m)}\,\frac{1-\frac{r}{p}}{\frac{\alpha}{p}+\beta}$$

$\frac{\alpha}{p}$ ist gegen β zu vernachlässigen

$$f = \frac{1}{75(1+m)\beta}\left(1-\frac{r}{p}\right) = \text{Minimum.}$$

$\frac{p}{r}$ soll sehr groß sein. Hoher Dampfdruck.

Die Länge des Kolbenschubs ist beinahe gleichgültig, wenn wir jedoch auf Feinheiten der Bewegung eingehen wollen, so ist ein langer Kolbenschub besser. Wir können den Kolbenschub wählen wie wir wollen, vortheilhaft ist es für die Anzahl der Umdrehungen, wenn wir einen kleinen nehmen.

Es ist $\frac{2ln}{60} = v$; $n = \frac{30v}{l}$

In den Gleichgn ist ferner nicht v enthalten, d. h. die Effektleistung ist beinahe unabhängig von der Geschwindigkeit. Nehmen wir wiederum auf einzelne Feinheiten Acht, so ist eine mäßige Geschw. vortheilhaft.

IV. Sind gegeben N, o, p, r,
Gesucht O, S, R.

Aus (1) folgt: $O = \frac{75N}{o(p-r)} = \frac{75N}{op(1-\frac{r}{p})}$

" (3) " $S = Oo(1+m)(\alpha+\beta p)$

" (2) " $R = O(p-r)$.

Wir sehen hieraus, daß der Querschnitt sich nach der Pferdekraft, ferner nach dem Dampfdruck richtet, nach der Geschw. des Kolbens und nach der Dampfspannung, welche wir eintreten lassen. Wollen wir eine wohlfeile Maschine bauen, so müssen wir o & p groß machen und die Maschine wird klein.

Wir erhalten für o ---- $= 2.5$ bis 3 Meter.

" " p ---- $= 5-8$ Atmosph. insbesondere wenn die Kraft nicht sehr und wir mit einem Röhrenkessel ausreichen können.

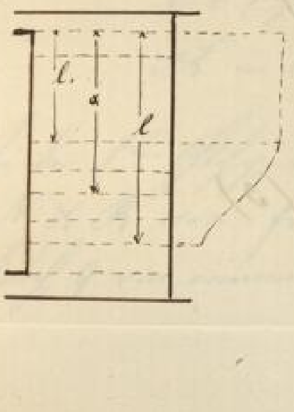
Die Maschinen werden kostspielig, sobald wir eine große Kraftleistung, einen guten Effekt und Condensation verlangen.

Wir haben dann $o = 1 - 1.3$ Meter.

$r = \frac{1}{2}$ Atmosph.

$\frac{r}{p} = \frac{1}{4}$, $p = 2$ Atmosph.

Berechnung der Expansionsmaschinen.



Wir lassen nun Dampf einströmen und zwar so lange bis der Kolben einen Weg l_1 zurückgelegt hat. Von hier an sperren wir den Dampf ab und wirkt nun der Dampf den übrigen Weg hindurch durch seine Expansivkraft.

Ist nun p die Pressung des Dampfes gegen den Kolben bis zum Beginn der Expansion, y die Pressung des Dampfes während der Expansion, da der Kolben irgend eine Stellung x hat; so ist $O(p-r)l_1$ die nützliche Wirkung, welche entwickelt wird bis zum Beginn der Expansion, und

$$O(p-r)l_1 + \int_{x=l_1}^{x=l} O(y-r)dx$$

ist die totale nützl. Wirkung, welche während eines Kolbenschubes produzirt wird.

$$\frac{O(p-r)l_1 + \int_{x=l_1}^{x=l} O(y-r)dx}{\frac{l}{v}} = 75N.$$

ist die nützliche Wirkung während einer Secunde.

$$Ov\frac{l_1}{l}(p-r) + \frac{Ov}{l}\int_{x=l_1}^{x=l}(y-r)\,dx = 75N \quad (1.)$$

Das Dampfvolumen, das bei einem Schube consumirt wird, ist:

$$Ol_1 + mOl = Ol\left(\frac{l_1}{l} + m\right)$$

und folglich dem Gewichte nach:

$$Ol\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta p)$$

$$\frac{Ol\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta p)}{\frac{l}{v}} = S$$

$$Ov\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta p) = S \quad (2.)$$

Die Dampfmenge dem Gewichte nach bis die Absperrung erfolgt, ist: $(Ol_1 + mOl)(\alpha + \beta p) = (Ox + mOl)(\alpha + \beta y)$

$$(l_1 + ml)(\alpha + \beta p) = (x + ml)(\alpha + \beta y)$$

$$\alpha + \beta y = (\alpha + \beta p)\frac{l_1 + ml}{x + ml}$$

$$y = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\frac{l_1 + ml}{x + ml} - \frac{\alpha}{\beta} \quad (3.)$$

Nun ist $\int (y-r)\,dx = \int \left\{ \left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{l_1+ml}{x+ml} - \frac{\alpha}{\beta} - r \right\} dx$

$$= \left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)(l_1+ml)\int\frac{dx}{x+ml} - \left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right) dx$$

$$\int_{l_1}^{l}(y-r)\,dx = \left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)(l_1+ml)\log nat\frac{l+ml}{l_1+ml} - \left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)(l-l_1)$$

$$f5N = Ov\frac{l_1}{l}(p-r) + O\frac{v}{l}\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)(l_1+ml)\right.$$

$$\left.\log nat\frac{l+ml}{l_1+ml} - \left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)(l-l_1)\right\}$$

$$f5N = Ov\left\{\frac{l_1}{l}(p-r) + \left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\left(\frac{l_1}{l}+m\right)\log nat\frac{l+ml}{l_1+ml} - \left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\left(1-\frac{l_1}{l}\right)\right\}$$

$$\frac{l_1}{l}p - \frac{l_1}{l}r - \frac{\alpha}{\beta} - r + \frac{l_1}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right),$$

$$\frac{l_1}{l}p - \frac{\alpha}{\beta} - r + \frac{l_1}{l}\,\frac{\alpha}{\beta}\,;\ \frac{l_1}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right) - \left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)$$

$$f5N = Ov\left\{\frac{l_1}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right) + \left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\left(\frac{l_1}{l}+m\right)\log nat\frac{l+ml}{l_1+ml} - \left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right\}$$

Setzen wir zur Abkürzung $\frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l}+m\right)\log nat\frac{l+ml}{l_1+ml} = k$ (III)

so hängt diese Größe von der Construction ab.

So ist $f5N = Ov\left\{k\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right) - \left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right\}$ (II)

Fassen wir R für einen Augenblick den nützl. Widerstand

so haben wir $Rv = f5N$. (I)

$$Ov\left(\frac{l_1}{l}+m\right)(\alpha+\beta p) = S.$$

$$R = O\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)k - \left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right\} \text{ (IV)}$$

In der 1ten Gleichung kommen die Größen O, v, $\frac{l_1}{l}$, p, S, k, r, N & R vor. Ein System von 4 Gleichungen ist gegeben durch 9 von einander unabhängigen Größen. Es müssen also 5

Größen angenommen werden

1stes Beispiel

Bei einer bestimmten Maschine seien gegeben O, $\frac{l_1}{l}$, p, r, v.
Zu suchen wäre also S, N, k, R.

$$S = Ov\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta p)$$

$$k = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right) \log nat \left(\frac{l + ml}{l_1 + ml}\right)$$

$$N = \frac{Ov}{75}\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\right]$$

$$R = O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\right].$$

2tes Beispiel.

Gegeben sei: O, $\frac{l_1}{l}$, R, S, r.
Gesucht v, N, p, k.

$$k = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right) \log nat \frac{l + ml}{l_1 + ml}$$

aus IV folgt $\frac{R}{O} + \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right) = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k$.

$$p = \frac{\frac{R}{O}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)}{k} - \frac{\alpha}{\beta}$$

$$v = \frac{S}{O\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta p)}$$

$$N = \frac{Ov}{75}\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\right\}.$$

3tens Es sollen die günstigsten Verhältnisse gesucht werden
also $\frac{75 N}{S}$ = Maximum = ζ.

$$\zeta = \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)}{\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta p)}$$

$$\zeta = \frac{\left(\frac{1}{p}\frac{\alpha}{\beta} + 1\right) k - \left(\frac{1}{p}\frac{\alpha}{\beta} + \frac{r}{p}\right)}{\left(\frac{l_1}{l} + m\right)\left(\frac{\alpha}{p} + \beta\right)}$$

Es entsteht nun die Frage wie p & $\frac{l_1}{l}$ genommen werden sollen damit η ein Max wird.

Nehmen wir eine Dampfspannung, die im Verhältniss zum schädlichen Widerstand gross ist. Vortheilhaft ist, dass die Expansion grad gross genommen wird, zwar darf nicht über ein gewisses Maass gegangen werden.

Die Expansion soll so genommen werden, dass beim Ende des Kolbenschubes die Dampfspannung nur noch mehr gleich r ist.

$$y = \left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{l_1+ml}{x+ml} - \frac{\alpha}{\beta}$$

für $x = l$ muss $y = r$ werden.

$$r = \left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{l_1+ml}{l+ml} - \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\frac{\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)}{\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)} = \frac{l_1+ml}{l+ml}$$

$$\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p} = \frac{l_1+ml}{l+ml}\;;\; \frac{r}{p} = \frac{l_1}{l}$$

ml können wir gegen l. vernachlässigen.

Lassen wir die vortheilhafteste Expansion eintreten, so ist gegen das Ende des Kolbenschubes die Kraft der Maschine nahezu 0.

ist z. B. $\frac{r}{p} = \frac{1}{3}$, so beginnt die Expansion in $\frac{1}{3}$ des Kolbenschubes.

Sind gegeben $N, p, r, \frac{l_1}{l}$

Gesucht, O, S, k & R.

$$k = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l}+m\right) \log nat \left(\frac{l_1+ml}{l+ml}\right)$$

$$O = \frac{75 N}{v\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)k - \left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]}$$

$$S = O v \left(\frac{l_1}{l}+m\right)(\alpha+\beta p)$$

$$R = O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+1\right)k-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]$$

p & r müssen wir annehmen. Wegen eines guten Effektes müssen wir p groß machen, r bestimmt die Wahl der Maschine hinsichtlich $\frac{l_1}{l}$ wäre es gut, wenn wir stark expandiren, besser ist jedoch wenn wir die Expansion mäßigen, indem wir bei starker Expansion riesige Dimensionen erhalten.

$$r = \text{-------------} \quad \frac{1}{2} \times 10330$$

wenn condensirt wird

$$r = \text{-------------} \quad \left(1+\frac{1}{2}\right)10330$$

wenn nicht condensirt wird.

ist zu nehmen $\frac{l_1}{l} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

p wenigstens $= r\frac{l}{l_1}$ und wenn wir es so annehmen ist die Wirkung der Maschine am Ende des Kolbenhubes Null. $p = \frac{1}{2} \times 10330 \times 2 = 10330$ Mit Condensation

also 1 Atmosph.

$p = \left(1+\frac{1}{2}\right)10330 \times 2 = 3$ Atmosph. Spannung

$p = 1.5 \times r\frac{l}{l_1}$

Für Condensation haben wir:

$r = \frac{1}{2} \times 10330$

$\frac{l_1}{l} = \frac{1}{3}$

$p = 1.5 \times \frac{1}{2}\, 10330 \times 3 = \frac{9}{4} \times 10330.$

Ohne Condensation

$r = \frac{3}{2} \times 10330$

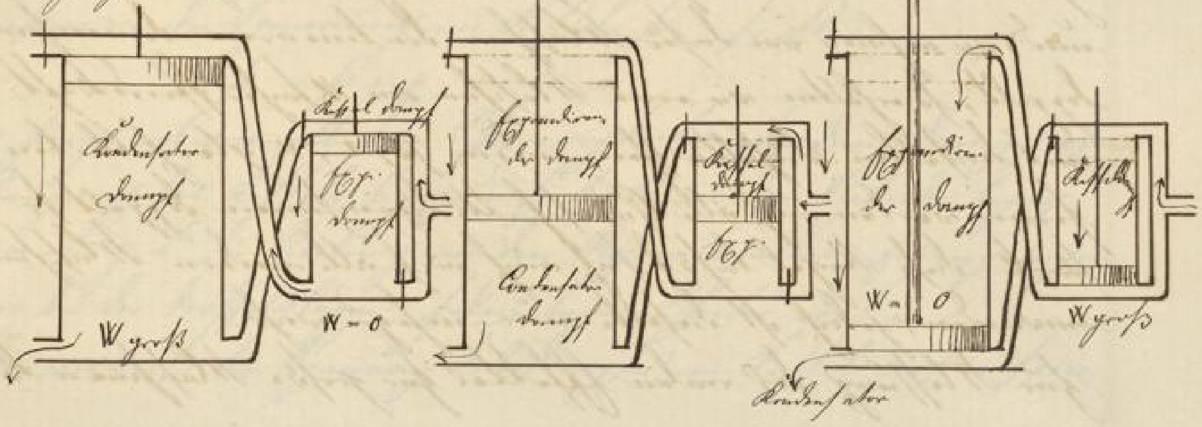
$\frac{l_1}{l} = \frac{1}{3}$

$p = 1.5 \times \frac{3}{2} \times 10330 \times 3 = 6.7$ Atm.

$v = 1$ Meter.

Expansionsmaschinen mit einem Cylinder wendet man nur bei kleineren Anlagen an; sobald es sich aber um größere Anlagen handelt, wenden wir eine Doppelmaschine an mit Kurbeln unter rechtem Winkel.
Letztere Maschinen werden seit neuerer Zeit vorzugsweise zum Betriebe größerer Fabriken angewandt, auch kann bei diesen Maschinen der Expansionsgrad einzig auf's äußerste getrieben werden, wenn sogar beim Ende eines Kolbenschubes die Dampfspannung nur noch gleich dem schädlichen Widerstande, so wird dennoch die Bewegung eine gleichförmige bleiben.
Nur kommt diese Maschine etwas theurer, indem sie eine Doppelmaschine ist, ferner haben aber diese Art von Maschinen wieder in der Fundirung gegen andere den Vorzug, weil hier nur die Schwungradwelle solid gelagert sein muß, während das Gebäude selbst sehr leicht sein kann und nur gegen die Einflüsse der Witterung schützen soll.

Eine 2te Art von Doppelmaschinen ist diejenige von Woolf aus England. Beistehende Skizzen zeigen uns den Vorgang beim Niedergang des Kolbens.



Nehmen wir an die Kolben gehen nach einerlei Richtung, wie hier z. B. abwärts, so wird der kleine Kolben während des ganzen Schubes vom Kesseldampf getrieben, während der unter dem kleinen Kolben befindliche Dampf in den großen Cylinder übertritt und hier expandirend wirkt.
Ist z. B. das Volumen des großen Cylinders das 5fache des kleinen, so arbeitet die Maschine mit 5facher Expansion.

Erklärungen einiger Buchstaben Red. Seite 230.

Nro 284. s bedeutet hier die Dampfmenge, welche zwischen Cylinder & Kolben entweicht.

254 h bezieht sich auf die Kaltwasserpumpe und es bedeutet h die Tiefe aus welcher das Wasser zu heben ist.

269 D bezieht sich auf die Schwungradreibung, und es ist diese dem Durchmesser proportional und es haben die großen Maschinen diesen einzigen Nachtheil gegen die kleineren.

267, bezieht sich auf die Kolbenreibung.

Nro 285. Es ist hier der Unterschied von 284, daß e etwas anders ist.

Nro 286. Hier ist auf eine sehr exakte Ausführung zu sehen, indem die Verluste sonst gleich groß würden (Kolben)

Nro 287. Unterscheidet sich blos durch den Werth von e.

Haben wir eine Watt'sche Maschine von irgend welcher Construktion und wir nehmen von dieser Maschine die linearen Dimensionen doppelt, so erhalten wir eine Maschine von 4facher Pferdekraft, mit denselben Verhältnissen, indem p, e, v gleich bleiben, ferner werden auch alle Querschnittsdimensionen doppelt so stark. Diese Regel läßt sich auch auf alle andern Maschinen anwenden, jedoch ist dieselbe nur nahezu wahr.
Zur Messung des realen Effektes für große Maschinen kann

man den Prony'schen Zaum nicht mehr anwendet, man wendet hier einen andern Apparat an, den sog. Indicator, welcher den Druck vor und hinter dem Kolben angibt $O(p_1 - r_1)v$.

Hinsichtlich des Effektes der Maschinen unterscheiden wir

1. den Nominal Effekt, der am kleinsten ist.
2. den realen Effekt, der größer und
3. den Effekt den der Indicator angibt und am größten ist.

Die Messung mit dem Indicator hat sich jedoch auch nicht als eine zuverlässige richtige bewiesen, sondern einzig und allein nur die Rechnung.

Sei nun p die Spannung des Dampfes im Cylinder hinter dem Kolben, so haben wir schon früher gefunden:

$$Ov(p - r) - fS N = Rv.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R = O(p - r) \\ p = \frac{R}{O} + r \end{array} \right\}$$

Worin R den Widerstand bedeutet, den die Maschine zu überwinden hat. p richtet sich im Beharrungszustand nach dem nützlichen Widerstand den die Maschinen zu leisten haben.

Die Geschwindigkeit des Dampfes hängt von der Dampfspannung ab.

Die Spannung des Dampfes im Kessel muss jederzeit größer sein als die Dampfspannung im Cylinder.

Heißen wir die Spannung im Kessel p_1, so ist:

$$p_1 = p + z.$$

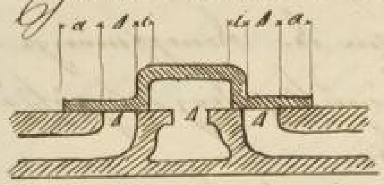
z hängt ab von all den Schwierigkeiten die dem Dampf vom Ausgang des Kessels bis zum Eintritt in den Cylinder begegnen, wie z. B. die Reibung an den Röhrenwänden, Einengungen wie bei der Drosselklappe, Ecken beim Schieber u. s. w.

Um wieviel die Spannung des Dampfes im Kessel größer sein

muß als im Cylinder, hängt von diesen Widerständen ab.
Bei Landmaschinen bringt man die Drosselklappe mit dem Regulator in Verbindung um einen gleichmäßigen Gang der Maschine zu erzielen, da die nützlichen Widerstände meistens variabel sind. Wir kommen nun zu dem Detail Studium und zwar speziell zur Theorie der Steuerungsapparate.
Die Mechanismen zur Steuerung hat man in zahlloser Menge und mannigfacher Weise ausgeführt. Die jetzigen noch gebräuchlichen Steuerungsapparate hat man in 3 Klassen getheilt

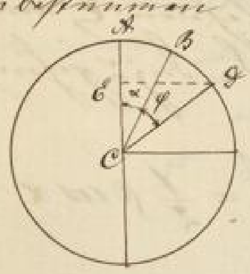
1. Schiebersteuerung, es werden hier die Kommunikationswechsel mittelst Schieber bewerkstelligt.
2. Ventilsteuerung und
3. diejenige Steuerung, welche theils durch Schieber, theils durch Ventile bewerkstelligt wird.

Die Schiebersteuerung wird meistens angewandt, die Ventilsteuerung vorzugsweise bei Wasserhaltungsmaschinen und Fördermaschinen, die Ventil & Schiebersteuerung kommt bei expandirenden Maschinen vor.



Betrachten wir zuerst den einfachen Schieber und zwar in seiner mittlern Stellung wie beistehende Skizze zeigt. Es ist folgendes zu beachten. Es ist a, i, die sogenannte Ueberdeckung und zwar ist a die äussere, i die innere Ueberdeckung. d bezeichnet die Weite der Kanäle, es kommt nun weiter in Betracht die Schublänge des Schiebers, welche gleich dem Durchmesser der Steuerungskurbel ist.
Steht nun die Hauptkurbel horizontal, so steht die Steuerungskurbel senkrecht dazu und es ist die Horizontalgeschwindigkeit

der Kurbelsteuerung im Maximum.
Man heißt dies eine Steuerung ohne Voreilung.
Der Winkel um welche die Steuerungskurbel von der Vertikallinie absteht heißt Voreilung.
Wir haben hier also 5 von einander unabhängigen variabeln Größen (α, s, e, Schublänge, Voreilung) und es ist nöthig dieselben so zu bestimmen, daß der Effekt ein bestmöglicher wird.
Nach der Absperrung des Dampfes wird derselbe auf den Kolben folgendermaßen wirken:
Zuerst wirkt der Dampf ohne Expansion richtig,
alsdann tritt die richtige Expansion ein,
hierauf die falsche Expansion, sodann
Compression und zuletzt
Gegendruck.
Die 3 letzteren Größen sind jedoch nicht groß, indem sie nur auf einen kleinen Theil des Schubes Einfluß haben.
Graphische Darstellung der Wirkungsweise einiger Schieber, siehe Uebersichtsblätter.
Falsche Expansion heißen wir, wenn vor dem Kolben Compression und hinter demselben Expansion herrscht.
Redtenbacher nimmt die Schubstange zum Kurbelhalbm. ∞ lang.
Suchen wir also nun diese verschiedenen den erwähnten Größen zu bestimmen



$$DE = \xi$$
$$CD = \rho$$
$$\xi = \rho \sin(\alpha + \varphi)$$

ξ ist nichts anderes als die Abweichung des

Stückes von seiner mittleren Stellung.

So ist $\xi = \rho(\sin\alpha\cos\varphi + \cos\alpha\sin\varphi)$

$$\xi = (\rho\sin\alpha)\cos\varphi + (\rho\cos\alpha)\sin\varphi.$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Wir setzen nun } \rho\sin\alpha = \mathfrak{A} \\ \text{und } \rho\cos\alpha = \mathfrak{L}\end{array}\right\}\ (1)$$

Dann wird $\xi = \mathfrak{A}\cos\varphi + \mathfrak{L}\sin\varphi$

Wir wollen φ als Winkel und ξ als Radius Vector gelten lassen. Die verschiedenen ξ und φ geben auch verschiedene Punkte m und wir wollen die Linie dieser m suchen.

$$\text{So ist } x = \xi\cos\varphi$$

$$y = \xi\sin\varphi$$

$$x^2 + y^2 = \xi^2.$$

$$\sin\varphi = \frac{y}{\xi} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\cos\varphi = \frac{x}{\xi} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\sqrt{x^2+y^2} = \mathfrak{A}\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} + \mathfrak{L}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$x^2 + y^2 = \mathfrak{A}x + \mathfrak{L}y.$$

$$x^2 - \mathfrak{A}x + y^2 - \mathfrak{L}y = 0;\ x^2 - \mathfrak{A}x + \frac{\mathfrak{A}^2}{4} + y^2 - \mathfrak{L}y + \frac{\mathfrak{L}^2}{4} - \frac{\mathfrak{A}^2}{4} - \frac{\mathfrak{L}^2}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{\mathfrak{A}}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{\mathfrak{L}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(\mathfrak{A}^2 + \mathfrak{L}^2) = \left[\frac{1}{4}\sqrt{\mathfrak{A}^2 + \mathfrak{L}^2}\right]^2.$$

Wir finden als Curve einen Kreis. Nehmen wir z. B. irgend einen Punkt m, so ist die Gesammtheit aller Achsen ξ und man hat immer die dazugehörigen Werthe von φ.

$$\frac{\mathfrak{A}}{2} = \frac{1}{2}\rho\sin\alpha,\ \frac{\mathfrak{L}}{2} = \frac{1}{2}\rho\cos\alpha.$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{(a^2+b^2)} = \frac{1}{2}c$$

der Hilfskreis ist also halb so groß als der Kurbelkreis.

Nehmen wir also im Coordinaten System construiren einen Winkel α, nehmen $\frac{c}{2}$, so erhalten wir $\frac{1}{2}a$ & $\frac{1}{2}b$, folglich ist O der Mittelpunkt des Kreises.

Nehmen wir die innere Ueberdeckung O b beschreiben einen Kreis, ferner mit der äusseren Ueberdeckung O c einen 2ten Kreis, so ist für $90-\alpha$ die Einströmung ein Maximum und der Schieber bewegt sich von da an zurück. Vergrößern wir den Voreilungswinkel, so tritt alles früher ein auch die äußere Expansion, allein alle Schieberstellungen für den Effekt ungünstige Dinge treten gleichfalls früher ein.

Ein Schieber ist gut bei etwa 30° Voreilung, starker äußerer Ueberdeckung und schwacher innerer Ueberdeckung.

1. Kann der Dampf zu Anfang des Kolbenschubs leicht in den Cylinder gelangen
2. Kann gegen das Ende des Kolbenschubs kein Dampf mehr einströmen.

Es beträgt z. B. Einströmungsöffnung

= 30 Millim. = A − A

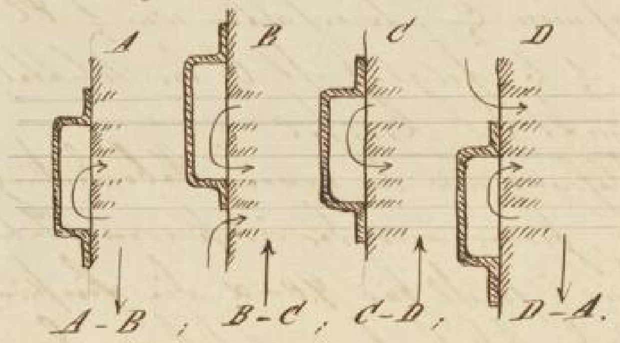
die äußere Ueberdeckg = 20 Millim = $\frac{20}{30}$ = $\frac{2}{3}$ A

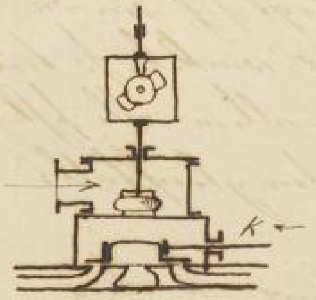
" innere " = 8 " = $\frac{8}{30}$ = $\frac{1}{4}$ A.

α = – – – – 30°

ρ = – – – – 50 = $\frac{50}{30}$ = $\frac{5}{3}$ A.

Wir kommen nun zu den Expansionsschiebern, deren verschiedene Anordnungen aus den Ueberdruckblättern ersichtlich. Eine ältere vielfach angewandte Anordnung für Expansion ist der sog. verlängerte Schieber





Man wendet auch ferner für Expansionsmaschinen die sog. Ventilsteuerung an. Der Schieber muß im vertikalen Sinne frei beweglich sein, so daß derselbe vom Dampf gut angepreßt werden kann. Gewöhnlich ist derselbe von einem schmiedeisernen Rahmen umgeben an welchem die Bewegung abgegeben wird.

Die Fläche des Schiebers beträgt ungefähr $\frac{1}{5}$ der Kolbenfläche und es läßt sich hieraus leicht die Kraft berechnen mit der der Schieber bewegt werden muß. (O die Kolbenfl.)

Wir haben $k = 0{\cdot}6\,O \times p \times f$; $f = \frac{1}{5}$ — $\frac{0{\cdot}6}{5}\,O.p.$

$$k = 0{\cdot}08 \times O p.$$

Es ist also ungefähr 0·08 % von der Kraft nöthig mit der der Kolben getrieben wird. Bei großen Schiffsmaschinen wendet man, um das Einströmen des Dampfes zu erleichtern in der Regel 2 Schieber an.

Der Condensator.

Wird gewöhnlich bei allen Niederdruckmaschinen angewandt und hat den Zweck den atmosph. Druck vor dem Kolben zu vermindern, sowie auch den Kessel mit warmem Wasser zu speisen.

Die Condensation soll so viel als möglich mit einem Minimum von kaltem Wasser geschehen und es ist der Vorgang bei einem solchen Apparate etwa folgender:

Es muß alles Wasser, das bei einer Umdrehung der Maschine in den Condensator gelangt ist durch die Luftpumpe wieder aus demselben herausgeschafft werden, ferner muß die in der Luftpumpe enthaltene Luft comprimirt werden, was wiederum einen Kraftverlust der Maschine herbeiführt, ferner ist der äußere atmosph. Druck zu überwinden, sobald das obere Ventil geöffnet ist und es wird der Kraftaufwand, wenn wir mit vielem Wasser condensiren um so größer, je länger bei geöffnetem Ventil der Kolbenschub dauert. Die Vorgänge, welche unter dem Kolben vor sich gehen erfordern fast gar keinen Kraftaufwand.

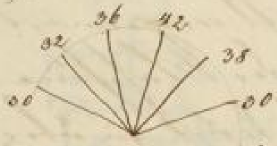
Es ist daher unsere Aufgabe mit einem Minimum von Wasser zu condensiren.

1. Nehmen wir an, daß wir sehr wenig Wasser einspritzen, so wird die Condensation schlecht vor sich gehen und ein hoher Druck sich im Condensator einstellen und ebenfalls ein großer Gegendruck vor dem Dampfkolben sein.

2 Nehmen wir an, daß wir reichlich Wasser einspritzen, so wird die Condensation gut vor sich gehen, wir erhalten einen

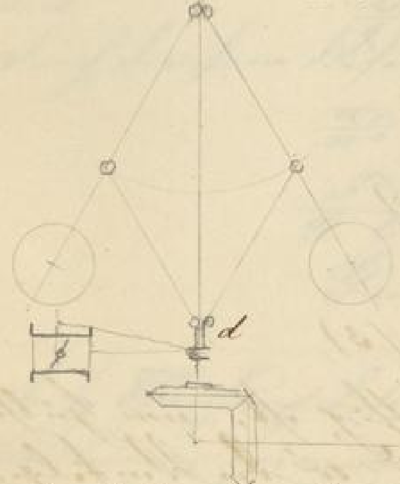
schädlichen Gegendruck, allein es muß auch viel Wasser hinausgeschafft werden und dies erfordert großen Kraftaufwand.

3. Die zur Condensation bestimmende Wassermenge wird nach Versuchen faktisch genau bestimmt.
Wir setzen die Maschine bei sehr schwacher Condensation in Gang, so wird bei einer gewissen Stellung des Einspritzhahnes die Maschine sofort so viele Umdrehungen gemacht haben, wir notiren uns das alles.
Nun drehen wir den Hahn um etwas weiter, so wird die Maschine mehr Umdrehungen machen, vortheilhafter arbeiten, so fahren wir fort und sehen daß die Maschine z. B. bei einer gewissen Stellung des Hahnes 42 Touren macht und daß also bei dieser Stellung sie

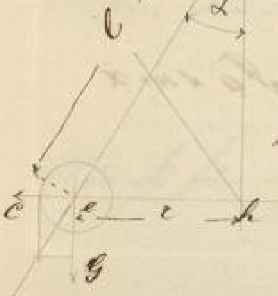


am vortheilhaftesten arbeitet und wir wie weiter gehen der Effekt der Maschine wieder geringer wird.
Wir müssen auf diese Weise die vortheilhafteste Stellung im Sommer und im Winter uns bezeichnen, da die Temperatur des Wassers ebenfalls einen großen Einfluß hat.
Unvollkommen ist der Apparat hinsichtlich der Pumpe, indem dieselbe Luft, Wasser & Dampf zugleich fortschaffen muß; ferner schafft die Pumpe nur Wasser beim Kolbenhinaufgang Wasser hinaus und nicht beim Kolbenniedergehen. Um diese Uebelstände zu beseitigen müssen wir das Wasser durch eine eigene Pumpe eintreiben und zwar immer zu Anfang des Kolbenschubs vermindern, und ferner soll die Luftpumpe eine doppelt wirkende Pumpe sein.

Theorie des Regulator's.



Wir setzen die Axe des Regulators mit der Schwungradwelle in Verbindung, so daß das Uebersetzungsverhältniß der Umdrehungen beider Axen constant bleibt. Die Hülse d setzen wir mit der Drosselklappe in Verbindung und zwar so, daß wenn die Hülse in die Höhe geht, die Maschine also schneller läuft, die Klappe zugedreht wird und also weniger Dampf einströmen kann. Nehmen wir nun an die Regulatoraxe habe beim ges. Gang der Maschine eine Normalgeschwindigkeit von $n = 30$ Umdrehungen, die Arme und Kugeln nehmen also eine gewisse Stellung gegen die Axe an. Nun soll der Widerstand für kurze Zeit größer werden, so wird dies zur Folge haben, daß anfänglich die Geschwindigkeit der Maschine kleiner wird, die Kugeln fallen gegen einander, es geht mehr Dampf durch die Klappe und dieser hat eine höhere Spannung als der im Cylinder, was eine lebhaftere Bewegung der Maschine zur Folge haben wird.



Heißen wir ω die Winkelgeschwindigkeit im Normalzustand, G das Gewicht einer Kugel, C die Centrifugalkraft welche der Bewegung entspricht, so ist:

$ch = r$

$$C = G \operatorname{tg} \alpha \quad (1)$$

$$C = \frac{G}{g}\frac{r^2\omega^2}{r} = \frac{G}{g}\, l \sin \omega^2$$

$$r = l \sin\alpha$$

$$C = \frac{G}{g}\, w^2 l \sin\alpha$$

$$\frac{G}{g}\, w^2 l \sin\alpha = G\,\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$w^2 \frac{l}{g} = \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\cos\alpha = \frac{g}{l}\,\frac{1}{w^2} \quad (2)$$

$$w = \frac{2\pi n}{60}$$

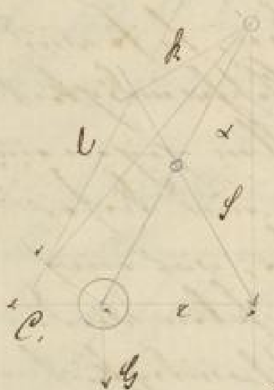
$$\cos\alpha = \frac{g}{l}\left(\frac{60}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{n^2} \quad (3)$$

Heißen wir nun die Kraft, die nöthig ist, um Hülse und Kugeln zu bewegen F und w' die Winkelgeschwindigkeit mit welcher die Axe sich bewegen muß um den Rbgswiderstand zu bewältigen, S die Zugkräfte, welche in den Stangen bc & b_1c_1 wirken müssen, um den Rbgswiderstand zu bewältigen, so ist:

$$S\cos\alpha + S\cos\alpha = F$$

$$2S\cos\alpha = F$$

$$S = \frac{F}{2\cos\alpha}$$



$$k = a\sin 2\alpha \,,\quad k \text{ Hebelarm der Last } S.$$

$$kS = \frac{F}{2\cos\alpha}\, a \sin 2\alpha \quad ; \; ab_1 = a$$

$$Sk = a\,\frac{F}{2\cos\alpha}\, 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$= Fa\sin\alpha \quad (4)$$

Für den Gleichgewichtszustand ist folgendes:

$$C_1\, l\cos\alpha = Gr + Sk \quad (5)$$

$$C_1 = \frac{G}{g}\, r w_1^2 \;;\; r = l\sin\alpha.$$

$$\frac{G}{g}\, r w_1^2\, l\cos\alpha = Gr + Sk + Fa\sin\alpha$$

$$\frac{G}{g}\, w_1^2\, l\cos\alpha = G + \frac{Fa}{l}$$

Setzen wir $F = 0$, so haben wir die Normalgeschwindigkeit.

$$\frac{G}{g} w^2 l \cos\alpha = G.$$

Durch division dieser beiden Gleichungen ergibt sich:

$$\frac{w_1^2}{w^2} = 1 + \frac{F}{G}\frac{a}{l}$$

$$\frac{F}{G}\frac{a}{l} = \frac{w_1^2}{w^2} - 1;\quad \frac{G}{F}\frac{l}{a} = \frac{1}{\frac{w_1^2}{w^2} - 1}$$

$$G = F\frac{a}{l}\frac{1}{\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 - 1} \quad (6)$$

Diese Gleichung bestimmt das Gewicht einer Kugel. Wollen wir einen empfindlichen Apparat, so müssen wir die Kugeln schwer machen.

$$\cos\alpha = \frac{g}{l}\left(\frac{60}{2\pi}\right)^2\frac{1}{n^2}$$

$$\text{und } G = F\frac{a}{l}\frac{1}{\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 - 1}$$

sind die beiden Hauptgleichungen, welche wir zur Construction brauchen.

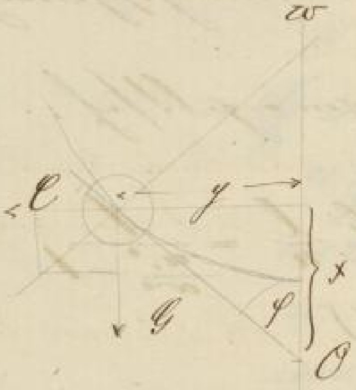
Wenn nun die Normalgeschwindigkeit eingetreten ist, so sollen die Kugeln stehen bleiben, was bei dieser Anordnung nicht sein kann. Es frägt sich nun einen solchen Apparat herzustellen, der so beschaffen ist, dass wenn die Maschine ihre Normalgeschwindigkeit besitzt, die Kugeln stehen bleiben, an welchem Orte sie sich befinden mögen, und es muss die Curve aufgesucht werden, welche die Kugeln beschreiben.

Sollen die Kugeln stehen bleiben, so muss sein:

$$G = C\,tg\,\varphi.$$

$$C = \frac{G}{g} w^2 y$$

Nun ist für irgend eine Curve $tg\,\varphi = \frac{dy}{dx}$



$$G = \frac{G}{g}\,\omega^2 y \frac{dy}{dx}$$

$$y\frac{dy}{dx} = \frac{g}{\omega^2}$$

$$\frac{y^2}{2} = \frac{g}{\omega^2}\,x$$

$$y^2 = \frac{2g}{\omega^2}\,x$$

Es ist dies die Gleichung einer Parabel, können es jedoch auf einen Regulator nicht anwenden, indem ein solcher constructiv schwierig auszuführen ist, und das Pendelprinzip nicht anzuwenden ist. Es läßt sich noch allerdings mit Differentialräderwerk und Uhrenmechanismus machen, wie folgt:

Es ist A die Schwungradwelle
B das Uhrwerk

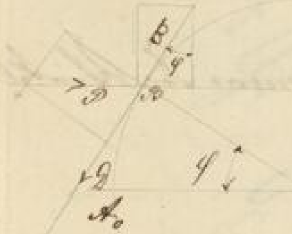
$$\left(\frac{n}{C}\right) = \left(\frac{n}{A}\right) - \left(\frac{2n}{D}\right)$$

$$\left(\frac{n}{C}\right) = 0.$$

$$\left(\frac{n}{A}\right) = 2\left(\frac{n}{D}\right)$$

Theorie der Schwungräder.

Wir nehmen einen Beharrungszustand der Bewegung an, sodann wirke hinter dem Kolben während des Schubes ein unveränderlicher Dampfdruck. Machen die Schubstange unendlich lang, so daß der Kolben eine sinus versus Bewegung beschreibt, vernachlässigen die Masse des Kolbens, der Kolbenstange, Schubstange, des Balanciers etc. im Verhältniß zu der viel größeren Masse des Schwungrades, so werden wir auf folgende Rechnung kommen:



Wir zerlegen P in eine normale und eine tangential Kraft.

Es ist $BD = P \sin \varphi$.

$(P \sin\varphi - Q)$ ist die treibende Kraft

Ist nun der Weg klein, so ist die Wirkung

$(P \sin\varphi - Q)\, r\, d\varphi$.

Ferner sei w die Winkelgeschwindigkeit und μ das Trägheitsmoment des Schwungrades. Wir haben also dann:

$$(P\sin\varphi - Q)\, r\, d\varphi = d(w^2 \mu).$$

$$r(-P\cos\varphi - Q\varphi + \text{Const.}) = w^2 \mu$$

Heißen wir nun w_0 die Winkelgeschwindigkeit die von A_0 an vorhanden war, so haben wir

$$r(-P + \text{Const}) = w_0^2\, \mu$$

$$r(P(1-\cos\varphi) - Q\varphi) = \mu\,(w^2 - w_0^2) \quad (1$$

Für den Beharrungszustand muss werden:

$$\varphi = \pi\,;\ w = w_0$$

$$r(P(1-\cos\varphi) - Q\pi) = 0$$

$$P\,2 = Q\pi$$

$$P = \frac{\pi}{2} Q \quad (2)$$

(2) in (1) eingesetzt, gibt:

$$r\left[\frac{\pi}{2}(1-\cos\varphi) - Q\varphi\right] = \mu(w^2 - w_0^2).$$

$$rQ\left[\frac{\pi}{2}(1-\cos\varphi) - \varphi\right] = \mu(w^2 - w_0^2) \quad (3)$$

Suchen wir nun die Stellen, wo das Maximum & Minimum eintritt:

$$\left.\frac{d(w)^2}{d\varphi} = 0\right\} \begin{matrix}\text{Max}\\ \text{Min.}\end{matrix}\ w\Big\{$$

$$\frac{d\left[\mu(w^2 - w_0^2)\right]}{d\varphi} = rQ\left[\frac{\pi}{2}\sin\varphi - 1\right] = 0$$

$$\frac{\pi}{2}\sin\varphi = 1$$

$$\sin\varphi = \frac{2}{\pi} = \frac{2}{3.1415}$$

$$\varphi = \begin{cases} \alpha = 39^\circ + 32' + 35'' \text{ Minim.} \\ \alpha = \pi - \alpha \text{ Max.} \end{cases}$$

Heißen wir nun W & w das Maxim. & Minimum der Winkelgeschwindigkeiten, daß also für

$$\varphi = \alpha; \; w = w,$$

und für $\varphi = \pi - \alpha \; w = W$, dann ist:

$$rQ\left[\frac{\pi}{2}(1-\cos\alpha) - \alpha\right] = \mu\,(w^2 - w_0^2) \quad (4)$$

$$rQ\left[\frac{\pi}{2}(1-\cos(\pi-\alpha)) - (\pi-\alpha)\right] = \mu\,(W^2 - W_0^2)$$

$$rQ\left[\frac{\pi}{2}(1+\cos\alpha) - \pi + \alpha\right] = \mu\left[W^2 - w_0^2\right] \quad (5)$$

Ziehen wir nun 4 von 5 ab.

$$rQ\left[\frac{\pi}{2}\,2\cos\alpha - \pi + 2\alpha\right] = \mu\left[W^2 - w^2\right] \quad (6)$$

$$\mu = \frac{rQ\left[\pi\cos\alpha + 2\alpha - \pi\right]}{W^2 - w^2}$$

Wir haben das Trägheitsmoment des Schwungrades ausgedrückt als Masse. Heißen wir L' die mittlere Geschwindigkeit, so ist:

$$\left.\begin{aligned} L' &= \frac{1}{2}(W + w) \\ \frac{L'}{i} &= (W - w) \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

i gibt uns den Gleichförmigkeitsgrad der Bewegung an.

$$(W+w)(W-w) = \frac{2}{i} L'^2$$

$$W^2 - w^2 = 2L'^2 \quad (9)$$

Heißen wir nun G das Gewicht des Schwungringes und R den Radius desselben, so ist μ annähernd:

$$\mu = \frac{G}{2g} R^2 \quad (10)$$

so ist $Q\,r\,L'$ die mittlere Geschwindigkeit der Kurbel

$$= 75\,N \quad (11)$$

und $\frac{2\pi n}{60} = L'$ (12)

$$\frac{G}{2g} R^2 = \frac{f s N}{L} \frac{[\pi \cos\alpha + 2\alpha - \pi]\, i}{2L^2}$$

$$G R^2 L^2 = \frac{2g f s}{2} [\pi \cos\alpha + 2\alpha - \pi] \frac{Ni}{L}$$

$$R L = V.$$

$$G V^2 = \frac{2g f s [\pi \cos\alpha + 2\alpha - \pi]}{2} \frac{60}{2\pi} \frac{Ni}{n}$$

$$G V^2 = 4645 \frac{Ni}{n}$$

$$G = 4645 \frac{Ni}{n V^2}$$

Schwungräder für Doppelmaschinen.

Die Kurbeln der Maschinen stehen hier unter rechtem Winkel. Es ist Rücksicht zu nehmen in Bezug auf die hin und hergehenden Massen.

$$[P \sin\varphi - Q]\, r\, d\varphi = d[w^2 \mu + m w^2 \sin^2\varphi].$$

$$r[-P\cos\varphi - Q\varphi + \text{Const}] = w^2(\mu + m \sin^2\varphi)$$

$$\varphi = 0, \quad w = w_0$$

$$r(-P + \text{Const}) = w_0^2 \mu.$$

$$r[P(1-\cos\varphi) - Q\varphi] = \mu[w^2 - w_0^2] + w^2 m \sin^2\varphi.$$

für $\varphi = \pi$, muß $w = w_0$.

$$r[P(1-\cos\varphi) - Q\pi] = 0$$

$$2P = Q\pi, \quad P = \frac{\pi}{2} Q.$$

$$rQ\left[\frac{\pi}{2}(1-\cos\varphi) - \varphi\right] = w^2[\mu - m\sin^2\varphi] - w_0^2 \mu$$

$$\frac{d w^2}{d\varphi} = 0.$$

$$rQ\left[\frac{\pi}{2}\sin\varphi - \varphi\right] = w^2\, 2m \sin\varphi \cos\varphi + [\mu + m \sin^2\varphi]$$

$$\frac{d w^2}{d\varphi} = 0.$$

$$rQ\left[\frac{\pi}{2}\sin\varphi-\varphi\right] = m w^2 \sin 2\varphi$$

$$P\left[r(1-\cos\varphi)+r\sin\varphi\right]-$$
$$-Qr\varphi = \mu(w^2-w_0^2) \quad (1)$$

w_0 ist die uns unbekannte Winkelgeschwindigkeit als die Kurbel durch B ging. w die Winkelgeschwindigkeit bei φ.

Für $\varphi=\frac{\pi}{2}$, muß $w=w_0$ wegen des Beharrungszustandes.

$$P\left[r\left(1-\cos\frac{\pi}{2}\right)+r\sin\frac{\pi}{2}\right] - Qr\frac{\pi}{2} = 0.$$
$$2Pr = Qr\frac{\pi}{2}$$
$$P = \frac{\pi}{4}Q \quad (2)$$
$$\frac{\pi}{4}Qr\left[1-\cos\varphi+\sin\varphi\right]-Qr\varphi = \mu(w^2-w_0^2)$$
$$Qr\left\{\frac{\pi}{4}(\sin\varphi-\cos\varphi+1)-\varphi\right\} = \mu(w^2-w_0^2) \quad (3)$$

$\frac{d(w)^2}{d\varphi} = 0$ für das Max. der Geschwindigkeit.

$$Qr\left[\frac{\pi}{4}(\cos\varphi+\sin\varphi)-1\right]=0$$
$$\sin\varphi+\cos\varphi = \frac{4}{\pi}$$
$$\sqrt{1+\sin 2\varphi} = \frac{4}{\pi}$$
$$1+\sin 2\varphi = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2$$
$$\sin 2\varphi = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2-1$$

$$\left\{\begin{array}{l} \alpha = 19^\circ 10' 30'' \text{ Minimum} \\ \frac{\pi}{2}-\alpha = 90^\circ-[19^\circ 10' 30''] \text{ Maximum} \end{array}\right.$$

Heißen wir wieder W das Max. & w das Minimum der Winkelgeschwindigkeit, so erhalten wir:

Heißen wir nun wieder W das Maximum & w das Minimum der Winkelgeschwindigkeit. Dann ist:

$$Q r \left[\frac{\pi}{4}(\sin\alpha - \cos\alpha + 1) - \alpha\right] = \mu\left[W^2 - w_0^2\right] \quad (4)$$

$$Q r \left[\frac{\pi}{4}\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) + 1\right] - \frac{\pi}{2} + \alpha\right] = \mu\left[W^2 - w_0^2\right]$$

$$Q r \left\{\frac{\pi}{4}\left[\cos\alpha - \sin\alpha + 1\right] - \frac{\pi}{2} + \alpha\right\} = \mu\left(w^2 - w_0^2\right) \quad (5)$$

Nun ziehen wir 5 von 4 ab.

$$Q r \left\{\frac{\pi}{4}\left[\cos\alpha - \sin\alpha + 1\right] - \frac{\pi}{2} + \alpha - \frac{\pi}{4}(\sin\alpha - \cos\alpha + 1) + \alpha\right\} = \mu\left(W^2 - w^2\right)$$

$$Q r \left\{\frac{\pi}{2}(\cos\alpha + \sin\alpha) - \frac{\pi}{2} + 2\alpha\right\} = \mu\left(W^2 - w^2\right)$$

$$Q r \left\{\cos\alpha - \sin\alpha - 1 + \frac{4\alpha}{\pi}\right\} = \mu\left(W^2 - w^2\right) \quad (6)$$

Wenn nun v die mittl. Geschwindigkeit der Kurbelwarze, so ist:

$$Q v = 75\,N.$$

$$v = \frac{2r\pi n}{60}$$

$$Q \frac{2r\pi n}{60} = 75\,N.$$

$$Q r = \frac{60 \times 75}{2\pi}\,\frac{N}{n} \quad (7.)$$

Ferner sei L die mittl. Winkelgeschw. der Kurbelwarze.

$$W - w = \frac{L}{i}$$

$$W + w = 2L.$$

$$W^2 - w^2 = \frac{2L^2}{i} \quad (8)$$

7 und 8 in Gleichg (6) eingesetzt, gibt:

$$\frac{60 \times 75}{2\pi}\,\frac{N}{n}\,\frac{\pi}{2}\left\{\cos\alpha - \sin\alpha \mp 1 + \frac{4\alpha}{\pi}\right\} = \frac{2}{i}L^2\mu.$$

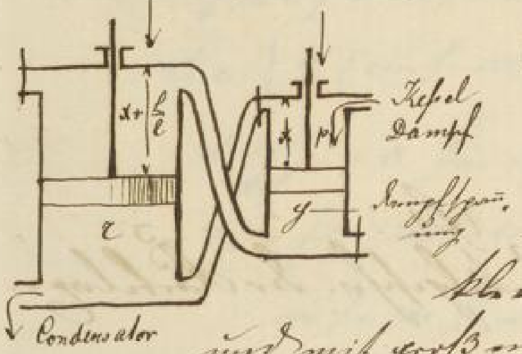
$$\mu = \frac{G}{2g}R^2 L^2 = \frac{2}{i}\,\frac{G}{2g}R^2L^2 = \frac{2}{i}\,\frac{1}{2g}\,G C^2$$

$$G C^2 = \frac{60 \times 75}{2\pi}\,\frac{\pi}{2}\left\{\cos\alpha - \sin\alpha - 1 + \frac{4\alpha}{\pi}\right\}\frac{2g}{2}\,\frac{N i}{n}$$

$$\sin\alpha = 0{\cdot}3284.$$
$$\cos\alpha = 0{\cdot}9444$$
$$\frac{4\alpha}{\pi} = \frac{4\alpha^\circ}{180^\circ} = 0{\cdot}4261.$$
$$G L^2 = 464{\cdot}5\ \frac{N_i}{n^3}$$

Wir ersehen hieraus, daß das Schwungrad für die Doppelmaschinen somit 10 mal kleiner ausfällt als bei einfachen Maschinen; allein da die Lineardimensionen bei den Doppelmaschinen um $\sqrt{2}$ kleiner sind, so wird also das Schwungrad 14 mal leichter und es ist bei Doppelmaschinen die Umdrehungszahl um $\sqrt{2}$ größer.

Schwungrad für Expansionsmaschinen
(Woolf'sche Maschinen.)



Vernachlässigen wir den schädlichen Raum, ferner das Volumen der des Verbindungsrohres. Bezeichnen mit den kleinen Buchst. die Daten des kl. Cyl. und mit großen Buchst. aber diejenigen d. großen, so haben wir: $o(l-x) + O x \frac{L}{l}$ das Dampfvolumen das in den großen Cylinder eintritt.

$$\left\{ol + x\left[O\frac{L}{l} - o\right]\right\}(\alpha+\beta y) = ol(\alpha+\beta p)$$

$$y = \frac{\alpha+\beta p}{\beta}\,\frac{ol}{ol + x\left[O\frac{L}{l} - o\right]} - \frac{\alpha}{\beta}.$$

$$y = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\frac{ol}{ol + x\left[O\frac{L}{l} - o\right]} - \frac{\alpha}{\beta}\ (1.)$$

$$\mathfrak{p}px - Orx\frac{L}{l} + \int_0^x Oy\frac{L}{l}\,dx - \int_0^x Oy\,dx - QR\varphi$$
$$= \mu(w^2 - w_0^2) \quad (2)$$

$$x\left[\mathfrak{p}p - Or\frac{L}{l}\right] + \int_0^x \left(O\frac{L}{l} - o\right)\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{\mathfrak{d}}{\mathfrak{d}+x\left[O\frac{L}{l}-o\right]} - \frac{\alpha}{\beta}\right]dx - QR\varphi = \mu(w^2 - w_0^2) \quad (2')$$

$$x\left(\mathfrak{p}p - Or\frac{L}{l}\right) + \left(O\frac{L}{l} - o\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\mathfrak{d}\int_0^x \frac{dx}{\mathfrak{d}+x\left[O\frac{L}{l}-o\right]}$$
$$- \frac{\alpha}{\beta}\left(O\frac{L}{l} - o\right)x - QR\varphi = \mu\left[w^2 - w_0^2\right]$$

Nun ist $\int \frac{dx}{\mathfrak{d}+x\left[O\frac{L}{l}-o\right]} = \frac{1}{\left(O\frac{L}{l}-o\right)}\int \frac{\left(O\frac{L}{l}-o\right)dx}{\mathfrak{d}+x\left(O\frac{L}{l}-o\right)}$

$$\frac{1}{\left(O\frac{L}{l}-o\right)}\,l.n.\left[\mathfrak{d}+x\left(O\frac{L}{l}-o\right)\right] - \frac{1}{O\frac{L}{l}-o}\log nat\,\mathfrak{d} + Const.$$

$$= \frac{1}{O\frac{L}{l}-o}\log nat.\frac{\mathfrak{d}+x\left(O\frac{L}{l}-o\right)}{\mathfrak{d}} = \frac{1}{O\frac{L}{l}-o}\;l.n\left[1+\frac{x}{l}\left(\frac{OL}{\mathfrak{d}}-1\right)\right]$$

$$x\left[\mathfrak{p}p - Or\frac{L}{l} - \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{OL}{l}-o\right)\right] + \left(\frac{OL}{l}-o\right) + \mathfrak{d}\frac{\left(O\frac{L}{l}-o\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)}{\left(O\frac{L}{l}-o\right)}$$
$$\log nat.\left[1+\frac{x}{l}\left(\frac{OL}{\mathfrak{d}}-1\right)\right] - QR\varphi = \mu(w^2 - w_0^2) \quad (3)$$

Der Beharrungszustand der bei φ eintritt.

für $\varphi = \pi$ wird $w = w_0$.

$$x = \frac{L}{2}\left[1-\cos\varphi\right]l\left\{o\left[\frac{\alpha}{\beta}+p\right] - O\frac{L}{l}\left[\frac{\alpha}{\beta}+r\right]\right\} +$$
$$\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\log nat\left(\frac{OL}{\mathfrak{d}}\right) - QR\pi = o \quad (4)$$

Die Gleichung gibt den Beziehung an die zwischen der Spannung und dem Widerstand herrscht.

Für das Maximum der Winkelgeschwindigkeit muss sein: $\frac{d(w^2)}{d\varphi} = o$

$$\left\{ o\rho - Or\frac{L}{l} + \left(O\frac{L}{l} - o\right)\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+\rho\right)\frac{ol}{ol + x\left[\frac{OL}{l} - o\right]} - \frac{\alpha}{\beta}\right]\right\}$$

$$\frac{l}{2}\sin\varphi - QR = 0$$

diese Gleichung gibt uns die Winkel für das Maximum & Minimum der Winkelgeschwindigkeit.

$$\pi\left\{o\left(\frac{\alpha}{\beta}+\rho\right) - O\frac{L}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right) + \left(\frac{\alpha}{\beta}+\rho\right)\frac{\left(O\frac{L}{l}-o\right)}{1+\frac{x}{l}\left[\frac{OL}{ol}-1\right]}\right\}\frac{l}{2}\sin\varphi$$

$$- QR\pi = 0 \quad (5)$$

$$\sin\varphi = \frac{QR\pi}{\pi\frac{l}{2}\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta}+\rho\right) - O\frac{L}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right) + \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta}+\rho\right)\left(O\frac{L}{l}-o\right)}{1+\frac{x}{l}\left(\frac{OL}{ol}-1\right)}\right\}}$$

$$\sin\varphi = \frac{l\left\{o\left(\frac{\alpha}{\beta}+\rho\right) - O\frac{L}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right\} + \left(\frac{\alpha}{\beta}+\rho\right)\log n.\frac{OL}{ol}}{\pi\frac{l}{2}\left\{o\left(\frac{\alpha}{\beta}+\rho\right) - O\frac{L}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right) + \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta}+\rho\right)\left(O\frac{L}{l}-o\right)}{1+\frac{x}{l}\left(\frac{OL}{ol}-1\right)}\right\}}$$

$$\sin\varphi = \frac{2}{\pi}\,\frac{1 + l.n\frac{OL}{ol} - \frac{OL}{ol}\,\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta\rho}}{\frac{1+\frac{OL}{ol}-1}{1+\frac{x}{l}\left(\frac{OL}{ol}-1\right)} - \frac{OL}{ol}\,\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta\rho}} \quad (6.)$$

$x = \frac{l}{2}(1-\cos\varphi)$. die Gleichung hat 2 Wurzeln

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = \frac{l}{2}(1-\cos\varphi_1) \\ x_2 = \frac{l}{2}(1-\cos\varphi_2) \end{array}\right\} (7)$$

der kleinere Wurzelwerth entspricht dem Minimum
" größere " " " " Maximum
der Geschwindigkeit.

Nun gehen wir an Gleichung (3) setzen für $\varphi = \varphi_1$ und w seinen Minimalwerth.

Es gehören zusammen $\varphi_1\, x_1\, w$; $\varphi_2\, x_2\, W$

$$x_2\left[o\left(\frac{\alpha}{\beta}+\rho\right) - \frac{OL}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right] + ol\left(\frac{\alpha}{\beta}+\rho\right) l.n.$$

$$\left[1+\frac{x_2}{l}\left(\frac{OL}{ol}-1\right)\right] - QR\varphi_2 = p\left(W^2 - w_0^2\right)$$

$$x_1\left[o\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)-\frac{OL}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]+ol\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)l.n.\left[1+\frac{x_1}{l}\left(\frac{OL}{ol}-1\right)\right]$$
$$-QR\varphi_1=(W^2-w_0^2)\,\mu.$$

Ziehen wir nun beide Gleichungen von einander ab, so erhalten wir:

$$\left[o\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)-\frac{OL}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]\left[x_2-x_1\right]+ol\left[\frac{\alpha}{\beta}+p\right]l.n$$
$$\left\{\frac{1+\frac{x_2}{l}\left(\frac{OL}{ol}-1\right)}{1+\frac{x_1}{l}\left(\frac{OL}{ol}-1\right)}\right\}-QR(\varphi_2-\varphi_1)=\mu(W^2-w^2)$$

$$QR\left\{\frac{\left[o\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)-\frac{OL}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]\left[x_2-x_1\right]+ol\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)l.n\frac{1+\frac{x_2}{l}\left(\frac{OL}{ol}-1\right)}{1+\frac{x_1}{l}\left(\frac{OL}{ol}-1\right)}}{\frac{1}{\pi}\left[o\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)-\frac{OL}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]+ol\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\,l.n\,\frac{OL}{ol}}-(\varphi_2-\varphi_1)\right\}$$
$$=\mu(W^2-w^2)$$

Bezeichnen wir den Ausdruck Seite 145 mit A.

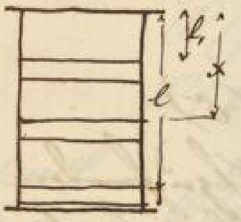
Ferner haben wir für $\frac{Q\,2R\pi n}{60}=75N.$

$$\mu=\frac{G}{2g}C^2,\quad W-w=\frac{C}{i},\quad W+w=2C.$$

und $W^2-w^2=\frac{2C^2}{i}$

so wird demnach $G=30\times75\times g\,\frac{iN}{nC^2}\,A.$

Schwungrad für Expansionsmaschinen mit einem Cylinder.



die Dampfmenge, die eingeschlossen ist, sei:

$$(ol_1+m\,OL)(\alpha+\beta p)$$
$$=(ox+mol)(\alpha+\beta y)$$
$$\alpha+\beta y=(\alpha+\beta p)\,\frac{ol+m\,OL}{ox+mol}.$$

$$y = \left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{l_1+ml}{x+ml} - \frac{\alpha}{\beta} \quad (1.)$$

$$Opl_1 + \int_{x=l_1}^{x=x} O y\,dx - Orx - Q\rho\varphi = \mu\left[w^2 - w_0^2\right]$$

$$Opl_1 + \int_{l_1}^{x} O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{l_1+ml}{x+ml} - \frac{\alpha}{\beta}\right]dx - Orx - Q\rho\varphi$$
$$= \mu\left[w^2-w_0^2\right] \quad (2)$$

$$Opl_1 + O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)(l_1+ml)\right]\int\frac{dx}{x+ml} - O\frac{\alpha}{\beta}(x-l_1)$$
$$- Orx - Q\rho\varphi = \mu(w^2-w_0^2)$$

$$Opl_1 + O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)(l_1+ml)\right] l.n.\frac{x+ml}{l_1+ml} - O\frac{\alpha}{\beta}(x-l_1)$$
$$- Q\rho\varphi - Orx = \mu(w^2-w_0^2) \quad (3)$$

Nehmen wir an, daß der Beharrungszustand vorhanden, so muß sein für $\varphi = \pi$, $x = l$, $w = w_0$

$$Opl_1 + O\left[\frac{\alpha}{\beta}+p\right]\left[l_1+ml\right] l.n.\frac{l+ml}{l+ml}$$
$$- O\frac{\alpha}{\beta}(l-l_1) - Q\rho\pi - Orl = 0.$$

$$Ol_1\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right) - Ol\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right) + O\left[\frac{\alpha}{\beta}+p\right]\left[l_1+ml\right] l.n\frac{l+ml}{l_1+ml}$$
$$- Q\rho\pi = 0.$$

$$Ol\left[\frac{\alpha}{\beta}+p\right]\cdot\frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l}+m\right) l.n\left[\frac{l+ml}{l_1+ml}\right] - Ol$$
$$\left[\frac{\alpha}{\beta}+r\right] = Q\rho\pi \qquad \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l}+m\right) l.n.\frac{l+ml}{l_1+ml}$$
$$= \frac{k}{ll_1} \quad (4)$$

$$Ol\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\left(\frac{k}{ll_1}\right) - \left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right] = Q\rho\pi \quad (5).$$

Nun handelt es sich darum die Stellen aufzufinden wo Maximum und Minimum der Geschwindigkeit eintreten.

Es muß sein: $\frac{d(w^2)}{d\varphi} = 0$ für's Maximum.
Differenziren wir Gl. (2), so erhalten wir die Gleichg. der Bewegung während der Expansion.

$$O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{l_1+ml}{x+ml}-\frac{\alpha}{\beta}\right]dx - O\,r\,dx - Q\rho\, d\varphi = 0.$$

Nun ist aber $x = \rho(1-\cos\varphi)$

$$dx = \rho \sin\varphi$$

also $O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{l_1+ml}{x+ml}-\frac{\alpha}{\beta}-r\right]\rho\sin\varphi - Q\rho = 0$

$$\sin\varphi = \frac{Q}{O\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{l_1+ml}{x+ml}-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right\}}$$

Setzen wir nun für Q seinen Werth, so erhalten wir:

$$\sin\varphi = \frac{\frac{Ol}{\rho\pi}\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{\xi_1}{ll_1}-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]}{O\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{l_1+ml}{x+ml}-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right\}}$$

$$\sin\varphi_2 = \frac{2}{\pi}\,\frac{\left(\frac{\xi_1}{ll_1}\right)-\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}}{\frac{l_1+ml}{x_2+ml}-\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}} \qquad (6)$$

Weil aber $\rho = \frac{l}{2}$ und

$x_2 = \frac{l}{2}(1-\cos\varphi_2)$ (7), so giebt (6) das Maximum der Geschwindigkeit an.

Vor der Expansion haben wir für einen Werth $\xi_1 < l$.

$$O(p-r)\xi_1 - Q\rho\varphi = \mu(w^2-w_0^2)$$

$$\frac{d\,w^2}{d\varphi} = 0$$

$$O(p-r)\,d\xi_1 - Q\rho\, d\varphi = 0$$

$$O(p-r)\rho\sin\varphi_1 - Q\rho = 0$$

$$\sin\varphi_1 = \frac{Q\rho}{O(p-r)\rho} = \frac{Q\rho}{O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]\rho}$$

$$\sin\varphi_1 = \frac{\frac{Ql}{\pi}\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\left(\frac{k}{x_2 l_1}\right)-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]}{Q\frac{l}{2}\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]}$$

$$\sin\varphi_1 = \frac{2}{\pi}\,\frac{\left(\frac{k}{x_2 l_1}\right)-\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}}{1-\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}} \quad (8)$$

diese Gleichung bestimmt uns die Stelle, da das Minimum der Geschwindigkeit stattfindet.
Nun gehen wir auf Gl. (31 zurück und setzen hier statt $\varphi = \varphi_2$ und für w also W.

Dann ist. $$Q p l_1 + Q\left[\frac{\alpha}{\beta}+p\right]\left[l_1+ml\right] l.\,n.\,\frac{x_2+ml}{l_1+ml}$$
$$-Q\frac{\alpha}{\beta}(x_2-l_1) - Q r x_2 - Q\rho\varphi_2 = \mu\left(W^2-w_0^2\right)$$

die Gleichung der Bewegung vor der Expansion.

$$Q\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]x_1 - Q\rho\varphi_1 - - - = \mu\left(w^2-w_0^2\right)$$

Ziehen wir nun beide Gleichungen von einander ab: $$Q p l_1 - Q\frac{\alpha}{\beta}(x_1-l_1) - Q r x_2 - Q\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]x_1$$
$$+Q\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)(l_1+ml)\,l.\,n.\,\frac{x_2+ml}{l_1+ml} - Q\rho\left[\varphi_2-\varphi_1\right]$$
$$=\mu\left[W^2-w^2\right]$$

$$Ql_1\left[\frac{\alpha}{\beta}+p\right] + Q\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)(l_1+ml)\,l.\,nat.\,\frac{x_2+ml}{l_1+ml} - Q\left[\frac{\alpha}{\beta}+r\right]$$
$$\left[x_2-x_1\right] - Q\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)x_1 - Q\rho\left(\varphi_2-\varphi_1\right) = \mu\left(W^2-w^2\right)$$

Ql als Faktor herausgenommen, kommt:

$$\frac{l_1}{l}+\left(\frac{l_1}{l}+m\right)\log nat.\,\frac{x_2+ml}{l_1+ml} = \left(\frac{k}{x_2 l_1}\right)$$

$$Ql\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\left(\frac{k}{x_2 l}\right)-\frac{x_1}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)-\left(\frac{x_2}{l}-\frac{x_1}{l}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]$$
$$-Q\rho\left[\varphi_2-\varphi_1\right] = \mu\left[W^2-w^2\right].$$

225.

$$Q\rho\left[\frac{Ol\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\left(\frac{k}{x_2}l\right)-\frac{x_1}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)-\left(\frac{x_2}{l}-\frac{x_1}{l}\right)\left[\frac{\alpha}{\beta}+r\right]}{}-(\varphi_2-\varphi_1)\right]$$

$$=\mu\left(W^2-w^2\right)$$

$$Q\rho\left[\frac{Ol\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\left(\frac{k}{x_2}l\right)-\frac{x_1}{l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)-\left(\frac{x_2}{l}-\frac{x_1}{l}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]}{\frac{Ol}{\pi}\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\left(\frac{k}{ll_1}\right)-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]}-\frac{\varphi_2-\varphi_1}{\pi}\right]$$

$$=\mu\left(W^2-w^2\right)$$

$$Q\rho\pi\left[\frac{\left(\frac{k}{x_2}l\right)-\frac{x_1}{l}-\left(\frac{x_2}{l}-\frac{x_1}{l}\right)\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}}{\left(\frac{k}{ll_1}\right)-\frac{\alpha+\beta p}{\alpha+\beta r}}-\frac{\varphi_2^{\circ}-\varphi_1^{\circ}}{180}\right]$$

$$Q\,\frac{2\rho\pi n 60}{75}=75\,N.$$

$$\mu=\frac{G}{2g}R^2;\quad W+w=2L'';\quad W-w=\frac{2L''}{i}$$

$$W^2-w^2=\frac{2L''^2}{i}$$

$R L''=C$; die mittlere Umfangsgeschwindigkeit des Rades.

$$G=30\times75\times g\,\frac{iN}{n\,C^2}\left\{\frac{\left(\frac{k}{l\,x_2}\right)-\left(\frac{x_1}{l}\right)-\left(\frac{x_2}{l}-\frac{x_1}{l}\right)\left(\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}\right)}{\left(\frac{k}{ll_1}\right)-\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}}-\frac{\varphi_2-\varphi_1}{180^{\circ}}\right\}$$