Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1865

Die Turbine als Treibapparat

urn:nbn:de:bsz:31-278533

Die Turbine als Treibapparat.

Man kann zum Treiben der Dampfschiffe auch Turbinen ohne Leiträder statt der Schrauben anwenden. Fig. 11 und 12, Taf. XVII zeigt einen solchen Turbinenapparat, dessen Theorie nun entwickelt werden soll.

Nennt man:

R_2 den innern, R_1 den äussern, $R = \frac{R_1 + R_2}{2}$ den mittleren Halbmesser des Rades;

Θ die Winkelgeschwindigkeit der Turbine in ihrem Beharrungszustand der Bewegung;

β den Winkel, welche die Schaufeln da, wo das Wasser in das Rad eintritt, mit der Ebene des Rades bilden;

γ den Winkel, welchen die Leitschaufeln da, wo das Wasser das Rad verlässt, mit der Ebene des Rades bilden;

ϱ den Krümmungshalbmesser der Radschaufel an einer Stelle, wo die Normale mit einer auf die Axe des Rades senkrechten Ebene einen Winkel φ bildet;

$\Omega = B T$ den Flächeninhalt des Rechteckes, das dem eingetauchten Theil des Hauptspantes entspricht;

$\Omega_1 = (R_1^2 - R_2^2)\,\pi$ den Flächeninhalt der Projektion des Rades auf eine auf der Axe senkrechten Ebene;

ω den Querschnitt eines Radkanales Dieser Schnitt ist zwar nicht in jedem Punkt der Kurve von ganz gleicher Grösse, die einzelnen Querschnitte weichen jedoch so wenig von einander ab, dass wir ω als constant nehmen können;

u_r die relative Geschwindigkeit des Wassers in den Radkanälen gegen die Schaufelflächen. Auch diese Grösse ist als eine Constante anzusehen, wenn ω constant ist;

w die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser das Rad verlässt;

i die Anzahl der Kanäle des Rades.

Wir wollen gleich von vornherein die Bedingung stellen, dass das Wasser ohne Stoss in das Rad eintreten soll; dann muss sein:

$$\left.\begin{aligned} R\,\Theta &= u_r \cos \beta \\ u &= u_r \sin \beta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Zwischen zwei unendlich nahen Querschnitten eines Kanals ist eine Wassermenge von $1000\,\omega\,ds$ Kilogramm eingeschlossen. Diese übt da, wo der Krümmung ein Halbmesser ϱ entspricht, nach normaler Richtung, also in der Richtung von ϱ gegen die Schaufel einen Druck aus, der durch die Ablenkungskraft gemessen wird; dieser Druck ist daher:

$$\frac{1000\ \omega\ ds}{g}\ \frac{u_r^2}{\varrho}$$

Zerlegt man diesen Druck in zwei Kräfte, von denen die eine parallel mit der Axe der Turbine, die andere nach einer auf R und auf die Axe der Turbine zugleich senkrechten Richtung wirkt, so sind diese Kräfte:

$$\frac{1000\ \omega\ d\,s}{g}\ \frac{u_r^2}{\varrho}\ \sin\varphi, \qquad \frac{1000\ \omega\ d\,s}{g}\ \frac{u_r^2}{\varrho}\ \cos\varphi,$$

Wird das auf die ganze Länge eines Kanales ausgedehnte Integrale des ersten Ausdruckes mit i multiplizirt, so erhält man den Druck, mit welchem das Schiff durch das im Rad enthaltene Wasser vorwärts getrieben wird.

Der zweite dieser Ausdrücke mit Θ R i multiplizirt und dann auf die Ausdehnung einer Schaufel integrirt, gibt den Effekt. Wir erhalten daher:

$$\Omega\, k\, u^2 = i \int \frac{1000\ \omega\ d\,s}{g}\ \frac{u_r^2}{\varrho}\ \sin\varphi$$

$$75\ N_r = \Theta\, R\, i \int \frac{1000\ \omega\ d\,s}{g}\ \frac{u_r^2}{\varrho}\ \cos\varphi$$

oder weil u_r constant ist, indem keine Kraft existirt, die das Wasser durch das Rad beschleunigt oder verzögert,

$$\left.\begin{aligned} \Omega\ k\ u^2 &= \frac{1000\ \omega\ i}{g}\ u_r^2 \int \frac{\sin\varphi}{\varrho}\ ds \\ 75\ N_r &= \Theta\, R\ \frac{1000\ \omega\ i}{g}\ u_r^2 \int \frac{\cos\varphi}{\varrho}\ ds \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Allein es ist $\frac{d\,s}{\varrho} = -\,d\varphi$, demnach wird:

$$\int \frac{\sin\varphi}{\varrho}\ d\,s = \int - \sin\varphi\, d\,\varphi, \qquad \int \frac{\cos\varphi}{\varrho}\ d\,s = \int - \cos\varphi\, d\,\varphi.$$

Da diese Integrale auf eine Schaufelkurve ausgedehnt werden müssen, so sind sie zu nehmen: von $\varphi = \frac{\pi}{2} - \beta$ bis $\varphi = \frac{\pi}{2} - \gamma$.

Man erhält demnach:

$$\int_{\frac{\pi}{2}-\beta}^{\frac{\pi}{2}-\gamma} -\sin\varphi \, d\varphi = (\sin\gamma - \sin\beta)$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}-\beta}^{\frac{\pi}{2}-\gamma} -\cos\varphi \, d\varphi = (\cos\beta - \cos\gamma)$$

Hierdurch erhalten nun die durch (2) ausgedrückten Beziehungen folgende Gestaltung:

$$\Omega\, k\, u^2 = \frac{1000\,\omega\, i}{g}\, u_r^2 (\sin\gamma - \sin\beta)$$

$$75\, N_r = \Theta\, R\, \frac{1000\,\omega\, i}{g}\, u_r^2 (\cos\beta - \cos\gamma)$$

Allein es ist $\omega\, i = \Omega_1 \sin\beta$, $u_r = \frac{u}{\sin\beta}$, $R\,\Theta = u\,\frac{\cos\beta}{\sin\beta}$. Führt man diese Werthe in die vorhergehenden Ausdrücke ein, und bezeichnet theils zur Abkürzung, theils um eine symetrische Form der Ausdrücke zu erhalten, $\frac{1000}{g}$ mit k_1, setzt also:

$$\frac{1000}{g} = k_1 \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (3)$$

so erhält man:

$$\frac{\Omega\, k}{\Omega_1\, k_1} = \frac{\sin\gamma - \sin\beta}{\sin\beta}$$

$$75\, N_r = k_1\, \Omega_1\, \frac{\cos\beta\,(\cos\beta - \cos\gamma)}{\sin^2\beta}\, u^3$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\sin\beta = \frac{\sin\gamma}{1 + \frac{\Omega\, k}{\Omega_1\, k_1}}$$

$$N_r = \frac{\Omega\, k}{75}\, u_r^3\, \frac{\cos\beta}{\sin\beta}\, \frac{\cos\beta - \cos\gamma}{\sin\gamma - \sin\beta}$$

und dann hat man noch vermöge (1)

$$\Theta = \frac{u}{R} \operatorname{cotg} \beta$$

Es ist aber $\frac{\cos\beta - \cos\gamma}{\sin\gamma - \sin\beta} = \operatorname{tang} \frac{\beta+\gamma}{2}$ und $\Theta = \frac{2\pi n}{60}$

Die drei vorhergehenden Gleichungen können desshalb geschrieben werden, wie folgt:

$$\left.\begin{aligned} \sin\beta &= \frac{\sin\gamma}{1+\frac{\Omega k}{\Omega_1 k_1}} \\ n &= \frac{60}{2\pi}\frac{u}{R}\operatorname{cotg}\beta \\ N_r &= \frac{\Omega k}{75} u^3 \frac{\operatorname{tang}\frac{\beta+\gamma}{2}}{\operatorname{tang}\beta} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Dieses Ergebniss habe ich in die Resultate für den Maschinenbau Seite 316, vierte Auflage, aufgenommen. Da vermöge der ersten dieser Gleichungen β immer kleiner als γ sein muss, so ist:

$$\frac{\operatorname{tang}\frac{\beta+\gamma}{2}}{\operatorname{tang}\beta}$$

stets grösser als die Einheit; es ist also auch diese Turbine ein unvollkommener Treibapparat, denn für einen vollkommenen müsste N_r gleich $\frac{\Omega k u^3}{75}$ werden.

Um diese Unvollkommenheit so viel als möglich zu schwächen, muss man γ sehr klein und Ω_1 sehr gross annehmen. Allein in der Annahme dieser Grössen wird man sehr beschränkt. Ω_1 kann nicht grösser genommen werden, als es die Tauchung erlaubt, auch γ kann nicht zu klein angenommen werden, weil sonst β sehr klein ausfällt, was zur Folge hätte, dass man n ausserordentlich gross nehmen müsste; man muss also auf eine ganz vortheilhafte Wirkungsweise der Turbine verzichten.

Für Seeschiffe dürfen wir nehmen:

$$k = 6{\cdot}8, \quad k_1 = 102, \quad R_1 = 0{\cdot}2\,B, \quad R_2 = 0{\cdot}1\,B, \quad R = 0{\cdot}15\,B$$

$$\Omega = 0{\cdot}4\,B^2, \quad \Omega_1 = (R_1^2 - R_2^2)\,\pi = 0{\cdot}0943\,B^2, \quad \frac{\Omega k}{\Omega_1 k_1} = 0{\cdot}283, \quad \gamma = 30^\circ$$

dann wird vermöge der Gleichungen (4)

$$\left.\begin{aligned} \beta &= 23^\circ \\ n &= 149\,\frac{u}{B} \\ N_r &= 0{\cdot}042\,B\,u^3 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Diese Werthe von n und N_r treffen beinahe mit jenen zusammen, die wir für die Schraube gefunden haben, es verspricht daher die Turbine kein besseres Resultat als die Schraube, und beide sind hinsichtlich des Kraftaufwandes nicht besser als die alten Ruderräder.

Bewegung eines Schiffes auf den Wellen. Durch die früher gegebene Beschreibung der Wellenbewegung in tiefem Wasser wissen wir 1. dass die Vertikalbewegungen der Wassertheilchen in der vorderen Wellenhälfte nach aufwärts, in der hinteren Wellenhälfte nach abwärts gerichtet sind; 2. dass die Horizontalbewegungen der Wassertheilchen in dem Gebiete eines Wellenberges nach vorwärts gerichtet sind; 3. dass die Bewegungen der Wassertheilchen nach der Tiefe hinab (nach einem Exponentialgesetz) rasch abnehmen; 4. dass die Laufgeschwindigkeit einer Welle der Quadratwurzel aus der Wellenlänge proportional ist; 5. dass die grössten im Ocean vorkommenden Wellenhöhen circa 10 Meter, die grössten Wellenlängen circa 150 Meter und die grössten Laufgeschwindigkeiten 15 Meter (Schnellzuggeschwindigkeit) betragen.

Mit Berücksichtigung dieser theoretischen Ergebnisse und den angeführten praktischen Erfahrungen sind wir nun einigermaassen im Stande, die Bewegungen eines Schiffes auf dem wellenbewegten Meere zu erklären.

Die Vertikalbewegungen des Wassers wirken vorzugsweise gegen den Boden, die Horizontalbewegungen dagegen vorzugsweise gegen die Wände des Schiffes; die ersteren dieser Bewegungen bewirken daher das Wogen und Nicken, die letzteren das Wanken des Schiffes. Ein kleines nur wenig tauchendes Schiff ist daher den an der Oberfläche und in geringer Tiefe vorhandenen grossen und heftigen Vertikalbewegungen ausgesetzt, wird aber wegen seiner geringen Tauchung von den Horizontalbewegungen des Wassers nur wenig affizirt. Daher kommt es, dass diese kleinen Schiffe an der Oberfläche der Wellen bleiben, mit denselben steigen und sinken, aber von den Wellen nicht untergraben werden, dass also kleinere Schiffe selbst bei hochgehender See nicht zu Grunde gehen.

Bei stürmendem Meere sind ferner die Wellenlängen gegen die Schiffslänge eines kleinen Schiffes so gross, dass die Einwirkungen des Wassers gegen alle Theile des Schiffsbodens in ziemlich gleich grossem Maasse stattfindet, was zur Folge hat, dass die Deckfläche eines kleinen Schiffes mit der tangirenden Ebene an der Welle stets ziemlich nahe parallel bleibt, oder dass die Mastrichtung in jedem Augenblick gegen die Wellenfläche normal gerichtet ist.

In anderer Weise erfolgen die Bewegungen eines grossen tieftauchenden Schiffes. An dem tief unter der Wasserfläche befindlichen Boden des Schiffes herrscht im Wasser beinahe Ruhe, Vertikalbewegungen werden daher bei einem sehr tieftauchenden Schiff beinahe nicht angeregt, es schwankt nur wenig auf und nieder, nickt nur wenig vorwärts und rückwärts (stampft wenig). Die Wirkungen der Horizontalbewegungen gegen die ausgedehnten Schiffswände sind dagegen insbesondere an der Oberfläche des Wassers sehr heftig, so dass die Grösse des Schiffes gegen das Wanken nicht schützt. Das Nicken richtet sich überdiess nach dem Verhältniss zwischen der Wellenlänge und Schiffslänge. So lang die Wellenlänge nicht mehr als ein Drittel oder die Hälfte der Schiffslänge beträgt, liegt das Schiff (vorausgesetzt, dass seine Bewegungsrichtung mit der Richtung des Wellenlaufes übereinstimmt oder entgegengesetzt ist) in ersterem Fall beständig auf drei, in letzterem Fall auf zwei Wellen, es kann also nicht stark nicken, sondern dies tritt erst dann ein, wenn die Wellenlänge gleich oder grösser wird als die Schiffslänge. Ist also die Länge eines Schiffes kleiner als die längste im Ocean vorkommende Welle (150 Meter), so wird es zuweilen Stürmen ausgesetzt sein, die ein heftiges Stampfen veranlassen. Der Great Eeastern ist 209 Meter lang, also länger als die längsten im Ocean vorkommenden Wellen; dieses Schiff stampft also selbst bei den heftigsten Stürmen nur wenig, allein dem Wanken und Umlegen ist auch dieses Schiff eben so sehr ausgesetzt, wie ein Schiff von mittlerer Grösse. Kurz zusammengefasst können wir sagen: 1. kleine Schiffe tanzen mit den Wellen auf und nieder und die Mastrichtung weicht nie viel von der Normalrichtung zur Wellenfläche ab; 2. Schiffe von mittlerer Grösse sind bei stürmender See einem heftigen Wanken, Wogen und Nicken ausgesetzt; 3. sehr grosse Schiffe zeigen weder ein starkes Wogen noch ein heftiges Nicken, werden aber wie kleinere Schiffe zur Seite gelegt, wobei die Wellen an den Schiffswänden hinauffahren.

Die störenden Bewegungen eines Schiffes werden bei hohem Wellengang immer, bei mässigem Wellengang aber unter gewissen Umständen, beträchtlich und heftig. Die Erklärung dieser Erscheinung, welche zuerst *Lamartin* (der Dichter) während seiner Reise nach dem Orient beobachtet und mit ausgezeichneter Klarheit beschrieben hat, ergibt sich aus einer genauern Kenntniss der Schwingungsgesetze. Diese Gesetze lehren, dass jede der drei Schwingungen, die wir Wogen, Wanken und Nicken genannt haben, aus zweierlei Arten von Schwingungen zusammengesetzt sind. Bezeichnen wir diese Schwingungsarten mit A und B und nennen die ersteren (nämlich A) Stabilitätsschwingungen, die letzteren Wellenschlagschwingungen. Die Schwingungen A entstehen und werden unterhalten durch den hydrostatischen Auftrieb, wenn einmal das Gleichgewicht gestört worden ist. Ihre Schwingungsdauer T richtet sich nach der Grösse der Tauchung und überhaupt nach den Stabilitätsverhältnissen des Schiffes. Die Schwingungen B werden durch die Einwirkungen der Wellenbewegung des Wassers gegen den Boden und gegen die Wände des Schiffes hervorgebracht. Die Schwingungszeit T_1 dieser Schwingungen B stimmt genau mit der Zeit von einem Wellenschlag bis zum nächsten überein, oder diese Schwingungszeit ist gleich der Zeit, die verfliesst, bis eine Welle um ihre eigene Länge fortrückt. Wenn nun die Wellen eine solche Länge haben, dass T_1 gleich T wird, so erhält das Schiff immer dann einen Wellenschlag, wenn es vermöge seiner Stabilitätsschwingungen A in eine gewisse Phase gerathen ist. Die störenden Bewegungen, welche die wieder aufeinanderfolgenden Wellenschläge verursachen, müssen sich daher, wenn $T = T_1$ ist, ansammeln, was zur Folge hat, dass selbst bei mässig hohem Wellengang mit der Zeit sehr heftige störende Bewegungen eintreten können. Bezeichnen wir für die Stabilitätsschwingungen mit t_1 die Zeit einer Vertikalschwingung, mit t_2 die Zeit einer Wankung, mit t_3 die Zeit einer Nickung, so tritt ein heftiges Wogen ein, wenn $T_1 = t_1$, ein heftiges Wanken, wenn $T_1 = t_2$, endlich ein heftiges Nicken, wenn $T_1 = t_3$ wird. Für kleine Schiffe haben die Schwingungszeiten t_1 t_2 t_3 kleine Werthe, für grosse Schiffe dagegen grosse Werthe.

Da die Werthe von T der Quadratwurzel aus der Wellenlänge proportional sind (denn es ist $T = \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}} = \sqrt{\frac{2\pi}{g}}\sqrt{\lambda}$) so folgt, dass auch häufig die störenden Bewegungen bei kleinen Schiffen schon bei kurzen Wellen, bei grossen Schiffen aber erst durch lange Wellen eintreten können.

Auf ähnliche Weise, wie so eben erklärt wurde, können jedes mal Ansammlungen von störenden Bewegungen entstehen, wenn zwei von einander unabhängige Ursachen vorhanden sind, von denen jede für sich allein eine schwingende Bewegung veranlasst. Die Schwingungen eines gewöhnlichen Pendels werden mit der Zeit heftig, wenn gegen das Pendel jedesmal, nachdem es eine Schwingung gemacht hat, ein, wenn auch nur ganz schwacher Schlag ausgeübt wird. Die bei einer Lokomotive vorkommenden störenden Bewegungen werden mit der Zeit sehr heftig, wenn die Zeit einer Umdrehung der Triebräder mit der Zeit übereinstimmt, in welcher die Lokomotive vermöge ihres Federsystems eine Schwingung vollbringt. Die elliptische Bahn, welche ein Planet vermöge der Sonnenanziehung beschreibt, kann durch die Einwirkung eines zweiten Planeten P_1 Störungen erleiden, die mit der Zeit fort und fort anwachsen, wenn die Umlaufszeiten (Schwingungszeiten) der beiden Planeten in einem einfachen durch ganze Zahlen ausdrückbaren Verhältniss stehen.

Damit die Schiffe (insbesondere die kleineren) beim Nicken mit den beiden Enden nicht zu tief in das Wasser gerathen können, sind die Formen der über dem Wasser befindlichen Theile der Schiffsenden von Wichtigkeit. Die eingetauchten Theile der Schiffsenden müssen zur Verminderung des Widerstandes scharf geformt sein, die über dem Wassser befindlichen Theile der Schiffsenden müssen dagegen von der Schwimmfläche an in die Breite gehen, so dass das Schiff gleichsam mit breiter Brust auf das Wasser schlägt, wenn es mit seinen Enden ins Wasser stürzt. Dadurch ist das Schiff allerdings erschütternden, seine Festigkeit gefährdenden Schlägen ausgesetzt, allein der hieraus entstehende Nachtheil ist bei einem fest gebauten Schiff nicht so gross, als wenn die Schiffsenden unter Wasser gerathen.

Vertikaloscillationen eines Schiffes. Die Bestimmung der oscillirenden Bewegungen eines Schiffes ist, insbesondere wenn man welliges Wasser voraussetzt, mit unüberwindlichen Schwierigkeiten verbunden. Es bleibt also nichts anderes übrig, als sich mit einer Annäherungsrechnung zu begnügen. Denken wir uns zuerst Oscilliren in vertikalem Sinn in glattem Wasser und fassen das Schiff in dem Moment ins Auge, wenn es im Niedersinken begriffen ist und der Schwerpunkt um z unter der Gleichgewichtslage sich befindet. Dann ist annähernd $\alpha B L z$ das Wasservolumen und $\gamma \alpha B L z$ das Gewicht der Wassermenge, das der Zunahme der Tauchung um z entspricht, ist demnach $\gamma \alpha B L z$ die Kraft, welche nach aufwärts der Bewegung des Schiffes entgegen wirkt. Dabei bedeutet γ das Gewicht von einem Kubikmeter Wasser und α den Coeffizienten, mit welchem der Flächeninhalt B L des der Schwimmfläche umschriebenen Rechteckes multiplizirt werden muss, um den wahren Flächeninhalt der Schwimmfläche selbst zu erhalten. Wenn wir aber nun noch annehmen, dass continuirlich gegen das Wasser Wellen von einer Höhe $\mathfrak{H}$, Länge λ und Laufgeschwindigkeit V hinlaufen, so wird immer nach Verlauf einer Zeit $\frac{\lambda}{V}$ eine Welle ankommen und das Schiff heben. Die Hebungskraft einer Welle ist mit der Zeit und Grösse der Welle veränderlich. Nehmen wir an, dass dieselbe durch $\mathfrak{G}\,B\,L \sin 2\,\pi \frac{V}{\lambda}\,t$ ausgedrückt werden könne, wobei $\mathfrak{G}$ eine Grösse bedeutet, die von der Höhe der Welle abhängt. Berücksichtigt man noch, dass das Gewicht des Schiffes (des zu bewegenden Körpers) ausgedrückt werden kann durch $\gamma\,\beta\,B\,L\,T$, wobei β den Coeffizienten bedeutet, mit welchem das dem eingetauchten Theil des Schiffes umschriebene Parallelepiped multiplizirt werden muss, um das vom Schiff verdrängte Wasservolumen zu erhalten; so ergiebt sich folgende Differenzialgleichung der Bewegung:

$$\frac{d^2 z}{d t^2} = g \frac{-\gamma\,\alpha\,B\,L\,z + \mathfrak{G}\,B\,L \sin 2\,\pi \frac{V}{\lambda}\,t}{\gamma\,\beta\,B\,L\,T} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

oder:

$$\frac{d^2 z}{d t^2} = -g \frac{\alpha}{\beta}\,\frac{z}{T} + \frac{g\,\mathfrak{G}}{\gamma\,\beta\,T} \sin 2\,\pi \frac{V}{\lambda}\,t \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Das Integrale dieser Gleichung ist:

$$z = \mathfrak{A} \sin \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}\,\frac{g}{T}}\,t$$

$$+ \mathfrak{B} \cos \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}\,\frac{g}{T}}\,t + \frac{\frac{g\,\mathfrak{G}}{\gamma\,\beta\,T}}{\frac{\alpha}{\beta}\,\frac{g}{T} - \left(2\,\pi \frac{V}{\lambda}\right)^2} \sin 2\,\pi \frac{V}{\lambda}\,t \quad . \quad (3)$$

Die Vertikaloscillationen des Schiffes bestehen, wie diese Gleichung zeigt, aus drei Elementarschwingungen. Die von den Constanten $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ abhängigen Schwingungen sind diejenigen, welche auch im glatten Wasser vorkommen, die von $\mathfrak{G}$ abhängige Schwingung wird durch den periodisch wiederkehrenden Wellenhub hervorgebracht. Vermöge der ersteren dieser Schwingungen kehrt das Schiff in eine bestimmte Position zurück, wenn sich die Zeit t um $\mathfrak{T} = 2\,\pi \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{T}{g}}$ ändert, dies ist demnach die Zeit einer ganzen

Schwingung der ersten Art. Die Schwingungszeit derjenigen Schwingung, welche die Wellen verursachen, ist dagegen $\frac{\lambda}{V}$, ist also gleich der Zeit $\mathfrak{T}_1$ von einem Wellenhub bis zum nächstfolgenden.

Die Schwingungen, welche durch die Wellen verursacht werden, können sehr gross werden, wenn der Nenner $\frac{\alpha}{\beta}\frac{g}{T} - \left(2\pi\frac{V}{\lambda}\right)^2$ sehr klein oder selbst Null wird, d. h. wenn

$$(2\pi)^2 \left\{ \left(\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}\frac{g}{T}}\right)^2 - \left(\frac{V}{\lambda}\right)^2 \right\} = (2\pi)^2 \left[\left(\frac{1}{\mathfrak{T}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\mathfrak{T}_1}\right)^2 \right]$$

verschwindend klein wird. Dies ist der Fall, wenn $\mathfrak{T} = \mathfrak{T}_1$ ist. Die Vertikaloscillation des Schiffes kann also selbst bei schwachen Wellenschlägen (wenn $\mathfrak{G}$ klein ist) sehr hoch werden, wenn die Zeit einer Schwingung, die durch den Auftrieb verursacht wird, gleich ist der Zeitintervalle von einem Wellenschlag bis zum nächstfolgenden. Diese Zeiten stimmen überein, wenn $2\pi\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\frac{T}{g}} = \frac{\lambda}{V}$ oder wegen Gleichung (6) Seite 163, wenn $2\pi\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\frac{T}{g}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}} = \sqrt{\frac{2\pi}{g}\lambda}$, d. h. wenn $\lambda = 2\pi\frac{\beta}{\alpha}T$ ist. Diese Länge λ der für die Vertikaloscillationen gefährlichen Wellen ist also der Tauchung des Schiffes proportinal. Für Meerschiffe ist in der Regel $\beta = 0{\cdot}566$ $\alpha = 0{\cdot}812$, demnach $\lambda = 2 \times 3{\cdot}14\,\frac{0{\cdot}566}{0{\cdot}812}\,T = 4{\cdot}37\,T$. Diese gefährlichen Wellen sind also nur etwa 4 mal so lang als die Tauchung, und sind also selbst für die grössten Schiffe kleiner als die Sturmwellen.

Diese allmäligen Steigerungen einer schwingenden Bewegung durch periodisch wiederkehrende Einwirkungen kommen in der Natur sowohl, als auch bei Maschinenbewegungen häufig vor. Dass ein Schiff durch wiederholte, wenn auch schwache Wellenschläge in starke Oscillationen versetzt werden kann, ist vielleicht noch niemals von einem Seemann so klar erkannt worden, als von dem Dichter *Lamartin*, der diese Erscheinung in seinem Werke „Voyage dans l'Orient" mit meisterhafter Klarheit beschreibt. Es verdient noch bemerkt zu werden, dass die Zeit $\mathfrak{T} = 2\pi\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\frac{T}{g}}$ einer Schwingung, die der Auftrieb verursacht, übereinstimmt mit der eines einfachen Pendels von der Länge $\frac{\beta}{\alpha}T$.