Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1865

Die Schraube als Treibapparat

urn:nbn:de:bsz:31-278533

Aus dem Ausdruck (18) folgt, wenn man denselben mit $B\,L\,T = \Omega\,L$ dividirt:

$$\frac{75\ N_n}{B\,L\,T} = 0{\cdot}1 \left(1 + e^{-\frac{N_n}{165}}\right) \left(\frac{2}{3}\,\frac{L}{T} + 2\,\frac{L}{B}\right) \frac{u^3}{L} \left(\frac{v}{u}\right) \quad . \ . \ (20)$$

Für Schiffe, die geometrisch ähnlich gebaut sind, haben die Verhältnisse $\frac{L}{T}$, $\frac{L}{B}$ gleiche Werthe und ist $B\,L\,T$ dem Volumen der verdrängten Flüssigkeit proportional. $\frac{N_n}{B\,L\,T}$, d. h. die Pferdekraft für jeden Kubikmeter des nützlichen Raumes, ist daher für Schiffe von geometrisch ähnlichen Verhältnissen der Länge L des Schiffes verkehrt proportional. Hieraus folgt, dass grosse Schiffe für jeden Kubikmeter des benutzten Raumes oder pro eine Tonne Nutzlast weniger Kraft erfordern, als kleine Schiffe; oder umgekehrt, dass die Nutzlast, welche ein Schiff mit angemessener Geschwindigkeit fortzuschaffen vermag, der Pferdekraft der Maschine und der Länge des Schiffes proportional ist. Daher kommt es, dass nur grosse Schiffe weite Seereisen mit Dampfkraft machen können. Ist S die Wegestrecke, die ein Dampfschiff zu durchfahren hat, ohne Kohlen einzunehmen, so ist die zur Fahrt erforderliche Kohlenmenge dem Produkt $N_n\,S$ proportional; dieses kann aber dem Produkt $L\,B\,T$ proportional gesetzt werden, demnach ist der Quotient $\frac{N_n}{B\,L\,T}$ dem Werth von $\frac{1}{S}$ proportional, daher wird endlich vermöge (20) S proportional L. Je grösser also die Wegestrecke ist, desto grösser muss jede lineare Dimension des Schiffes sein.

Die Schraube als Treibapparat.

Die sogenannten Schrauben, welche gegenwärtig sehr häufig zum Treiben der Dampfschiffe benutzt werden, haben zwar dem äusseren Ansehen nach keine Aehnlickeit mit dem, was man in der Geometrie eine Schraubenfläche nennt; nach ihrer Wirkungsweise stimmen sie aber doch mit der einer Schraubenfläche überein. Wir wollen daher der Berechnung dieses Treibapparates eine wirkliche Schraubenfläche, d. h. eine Fläche zu Grunde legen, die durch jede durch die Axe gelegte Ebene, in einer auf die Axe senkrechten Geraden, und durch einen mit der Axe concentrischen Cylinder von kreisförmigem Querschnitt in einer Schraubenlinie von gleichförmiger Steigung geschnitten wird. Die ganze Fläche kann man sich aus concentrisch um einander laufenden Schraubenlinien, deren

Steilheit von der Axe aus nach dem Umfang abnimmt, bestehend denken. Wir nehmen an, die Schraube habe nur einen Umgang, und bezeichnen durch:

R den äusseren Halbmesser der Schraube;

α den Winkel, den jede an die äusserste Schraubenlinie gezogene Berührungslinie mit einer auf die Axe der Schraube senkrecht gelegten Ebene bildet;

φ den gleichartigen Winkel für die in der Entfernung x von der Axe befindliche Schraubenlinie;

u die relative Geschwindigkeit des Schiffes gegen das Wasser;

Θ die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher sich die Schraube im Beharrungszustand bewegt;

$\varrho = 1000$ Kilogramm, das Gewicht von einem Kubikmeter Wasser;

$g = 9{\cdot}81$ die Beschleunigung durch die Schwere.

Aus der Bildungsweise der Schraube folgt zunächst:

$$R \tan \alpha = x \tan \varphi \quad \dots\dots\dots\dots (1)$$

Denken wir uns irgend ein unendlich kleines Flächentheilchen, df der Schraubenfläche, welchem die Elemente x und φ entsprechen, so besitzt dasselbe eine Geschwindigkeit u in der Richtung der Axe und eine Geschwindigkeit Θx, deren Richtung auf x senkrecht steht.

Die absolute Geschwindigkeit W des Flächenelementes ist:

$$W = \sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2} \quad \dots\dots\dots\dots (2)$$

und die Richtung dieser Geschwindigkeit bildet gegen die dem Flächenelement entsprechende tangirende Ebene einen Wlnkel ψ, der durch folgende zwei Gleichungen bestimmt wird:

$$\left.\begin{aligned} \sin(\varphi - \psi) &= \frac{u}{\sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}} \\ \cos(\varphi - \psi) &= \frac{\Theta x}{\sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}} \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots\dots (3)$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\left.\begin{aligned} \cos \psi &= \frac{u \sin \varphi + \Theta x \cos \varphi}{\sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}} \\ \sin \psi &= \frac{\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi}{\sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}} \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots\dots (4)$$

Die Pressung dp, welche das Wasser senkrecht gegen das Flächenelement df ausübt, ist:

$$dp = a \frac{\varrho}{g} df (W \sin \psi)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

wobei a eine Constante bezeichnet, die am besten durch Erfahrungen bestimmt wird.

Vermittelst der Werthe, welche die Gleichungen (2) und (4) darbieten, wird

$$d p = a \frac{\varrho}{g} d f (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Zerlegen wir $d p$ in zwei Kräfte, von denen die eine nach der Richtung der Schraubenaxe, die andere aber zugleich senkrecht auf die Axe der Schraube und auf den Halbmesser x wirkt, so ist die erstere dieser Kräfte

$$d p \cos \varphi = a \frac{\varrho}{g} d f (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \cos \varphi$$

die letztere dagegen

$$d p \sin \varphi = a \frac{\varrho}{g} d f (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \sin \varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Schneiden wir die Schraubenfläche durch zwei mit ihrer Axe concentrische Cylinder, deren Halbmesser x und $x + d x$ sind; ferner durch zwei in die Axe gelegte, einen Winkel $d \omega$ gegen einander bildende Ebenen, so ist das durch diese vier Flächen auf der Schraubenfläche entstehende Flächenelement

$$\frac{r d x \; d \omega}{\cos \varphi}$$

und wir können dasselbe für $d f$ in obige Ausdrücke einführen, wodurch dieselben folgende Gestalt annehmen:

$$\left.\begin{aligned} d p \cos \varphi &= a \frac{\varrho}{g} (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 x d x d \omega \\ d p \sin \varphi &= a \frac{\varrho}{g} (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \operatorname{tang} \varphi \, x d x d \omega \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (8)$$

Das Integrale des ersten Ausdruckes innerhalb der Grenzen $x = o$, $x = R$ und $\omega = o$, $\omega = 2\pi$ gibt den gesammten Druck, mit welchem das Schiff durch die Schraube vorwärts getrieben wird.

Der zweite dieser Ausdrücke mit Θx multiplizirt und dann innerhalb derselben Grenzen integrirt, gibt dagegen den Effekt der Kraft, welcher in der Axe der Schraube wirksam ist.

Wir erhalten daher, weil der Widerstand des Schiffes durch $k\,\Omega\,u^2$ ausgedrückt werden kann:

$$\left.\begin{aligned} k\,\Omega\,u^2 &= a\frac{\varrho}{g}\int_0^{2\pi}\!\!\int_0^{R}(\Theta x \sin\varphi - u\cos\varphi)^2\,x\,dx\,d\omega \\ 75\,N_r &= a\frac{\varrho}{g}\,\Theta\int_0^{2\pi}\!\!\int_0^{R}(\Theta x\sin\varphi - u\cos\varphi)^2\,x\tang\varphi\,x\,dx\,d\omega \end{aligned}\right\}\quad .\;.\;(9)$$

Aus der Gleichung (1) folgt:

$$\left.\begin{aligned} \sin\varphi &= \frac{\frac{R}{x}\tang\alpha}{\sqrt{1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\tang^2\alpha}} \\ \cos\varphi &= \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\tang^2\alpha}} \\ \tang\varphi &= \frac{R\tang\alpha}{x} \end{aligned}\right\}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(10)$$

Durch Einführung dieser Werthe in die Ausdrücke (9) verwandeln sich dieselben in folgende:

$$\left.\begin{aligned} k\,\Omega\,u^2 &= a\frac{\varrho}{g}\,(R\,\Theta\tang\alpha - u)^2\int_0^{R}\!\!\int_0^{2\pi}\frac{x\,dx\,d\omega}{1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\tang^2\alpha} \\ 75\,N &= a\frac{\varrho}{g}\;\Theta\,R\tang\alpha\,(R\,\Theta\tang\alpha - u)^2\int_0^{R}\!\!\int_0^{2\pi}\frac{x\,dx\,d\omega}{1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\tang^2\alpha} \end{aligned}\right\}\;.\;(11)$$

Es ist aber, wie man ohne Schwierigkeit finden wird:

$$\int_0^{R}\!\!\int_0^{2\pi}\frac{x\,dx\,d\omega}{1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\tang^2\alpha} = R^2\pi\left[1+2\tang\alpha^2\,\mathrm{lognat}\,(\sin\alpha)\right]$$

Setzt man zur Abkürzung:

$$\left.\begin{array}{c} R^2 \pi = \Omega_1 \\ 1 + 2 \operatorname{tang}^2 \alpha \operatorname{lognat}(\sin. \alpha) = \psi(\alpha) \\ a \dfrac{\varrho}{g} = k_1 \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (12)$$

wobei das Zeichen ψ als Funktionszeichen zu nehmen ist, so erhält man nun statt (11) folgenden Ausdruck:

$$k \Omega u^2 = k_1 (R \Theta \operatorname{tang} \alpha - u)^2 \Omega_1 \psi(\alpha)$$

$$75 N_r = k_1 \Theta R \operatorname{tang} \alpha (R \Theta \operatorname{tang} \alpha - u)^2 \Omega_1 \psi(\alpha)$$

und aus diesen Gleichungen folgt nun:

$$\left.\begin{array}{l} R \Theta \operatorname{tang} \alpha = u \left(1 + \sqrt{\dfrac{k \Omega}{k_1 \Omega_1} \dfrac{1}{\psi(\alpha)}}\right) \\ N_r = \dfrac{k \Omega}{75} u^3 \left(1 + \sqrt{\dfrac{k \Omega}{k_1 \Omega_1} \dfrac{1}{\psi(\alpha)}}\right) \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (13)$$

Die erste dieser Gleichungen bestimmt die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher sich die Schraube drehen muss, wenn sich das Schiff mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegen soll; die zweite bestimmt den Effekt der Maschinen. Dieser belehrt uns, dass die Projektion Ω_1 der Schraube auf eine auf die Axe senkrechte Ebene möglichst gross sein soll. Allein in dieser Hinsicht ist man sehr eingeengt; man kann den Durchmesser der Schraube nicht wohl grösser machen, als die Tauchung des Schiffes beträgt, für schwach tauchende Flussschiffe ist also die Schraube gar nicht anwendbar, sondern nur für Seeschiffe mit Tiefgang. Dann aber kommt es auch noch darauf an, den Werth von $\psi(\alpha)$ so gross als möglich, also wo möglich ∞ zu machen, denn so lange die Wurzelgrösse

$$\sqrt{\frac{k \Omega}{k_1 \Omega_1} \frac{1}{\psi(\alpha)}}$$

einen von o verschiedenen Werth hat, fällt der Effekt grösser aus, als jener ist, der dem Widerstand $k \Omega u^2$ und der Geschwindigkeit u entspricht. Nun ist aber:

$$\psi(\alpha) = \frac{1}{\Omega_1} \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{x \, d x \, d \omega}{1 + \left(\dfrac{x}{R}\right)^2 \operatorname{tang}^2 \alpha}$$

woraus man sieht, dass der grösste Werth von $\psi(\alpha)$ nur gleich der Einheit ist, und dass derselbe dann eintritt, wenn $\alpha = 0$ ist, in welchem Falle die Umdrehungsgeschwindigkeit der Schraube unendlich gross werden müsste. Angenommen, dass es möglich wäre, $\psi(\alpha) = 1$ zu machen, so würde doch die Schraube noch nicht in einem besseren Licht zum Vorscheine kommen, als die Ruderräder, vorausgesetzt, dass $\Omega_1 = R^2 \pi$ ungefähr gleich der Summe der Flächen zweier Schaufeln wäre, was auch nahe der Fall ist. Dies ist auch durch die Erfahrung bestätigt, denn die durch Schrauben getriebenen Schiffe haben alle stärkere Maschinen, als die durch Ruderräder bewegten.

Die Werthe von $\psi(\alpha)$ sind für verschiedene Werthe von α in folgender Tabelle enthalten:

$\alpha =$	25°	30°	35°	40°	45°
$\psi(\alpha) =$	0·615	0·538	0·461	0·384	0·307

Aus dieser Tabelle ergibt sich, dass man annähernd setzen kann:

$$\psi(\alpha) = 1 + 2 \operatorname{tang}^2 \alpha \operatorname{lognat}(\sin \alpha) = 1 - 0·0154\,\alpha^0 \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Wenden wir unsere Resultate auf Seeschiffe an und setzen dabei voraus, dass der Durchmesser der Schraube gleich der Tauchung genommen wird.

Nach Versuchen von *Didon* über den Widerstand von Flächen, die gegen Wasser bewegt werden, ist der Coeffizient $k_1 = 70$ zu setzen. Für Meerschiffe hat man ferner:

$$\frac{L}{B} = 6,\ \frac{T}{B} = 0·4,\ \frac{L}{T} = 15, \text{ demnach } k = 6·8,\ \Omega = BT = B^2\left(\frac{T}{B}\right) = 0·4\,B^2$$

$$R = \frac{T}{2} = 0·2\,B,\quad R^2\pi = \Omega_1 = 0·126\,B^2,\quad \frac{\Omega}{\Omega_1} = \frac{0·4\,B^2}{0·126\,B^2} = 3·16,$$

$$\frac{k\,\Omega}{k_1\,\Omega_1} = \frac{6·8}{70}\,3·16 = 0·305$$

Nehmen wir den Winkel $\alpha = 30°$ an, so ist $\psi(\alpha) = 0·538$, führen statt der Winkelgeschwindigkeit Θ die Anzahl n der Umdrehung der Schraube per 1 Minute ein, so ist $\Theta = \frac{2\,\pi\,n}{60}$ und nun erhalten wir vermittelst (13) folgende Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} n &= 145 \frac{u}{B} \\ N_r &= 0{\cdot}16\, \Omega\, u^3 = 0{\cdot}064\, B^2\, u^3 \\ N_n &= 0{\cdot}10\, \Omega\, u^3 = 0{\cdot}043\, B^2\, u^3 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots \quad (15)$$

wobei der Nominaleffekt $N_n = \frac{2}{3} N_r$ gesetzt wurde.

Für Schaufelräder ist aber

$$N_n = \frac{6{\cdot}8 \times 1{\cdot}4}{75 \times 1{\cdot}5} \Omega\, u^3 = 0{\cdot}084\, \Omega\, u^3$$

Die Schraube braucht also im Verhältniss $\frac{100}{84}$ mehr Kraft, als die Ruderräder erfordern.

Wir wollen nun die aufgefundenen Resultate (15) mit den Thatsachen der Wirklichkeit vergleichen

Nach dem allerdings ziemlich unregelmässigen aber zahlreichen Thatsachenmaterial, das in dem *Engineer's and Contractors Pocket-Book for the Years* 1852 *and* 1853 über Schraubendampfschiffe enthalten ist, ergibt sich, wenn man die in diesem Buch in englischen Einheiten angegebenen Grössen auf Meter und Sekunde reduzirt:

$$\left.\begin{aligned} n &= 180 \frac{u}{B} \\ N_n &= 0{\cdot}037\, B^2\, u^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots \quad (16)$$

Vergleicht man dieses Ergebniss mit den Resultaten (15) der Theorie, so wird man eine befriedigende Uebereinstimmung finden.

Ich muss gestehen, dass ich eine so gute Uebereinstimmung nicht erwartet habe, und dass ich aus diesem Grunde diese Theorie 13 Jahre lang habe liegen lassen. Ich habe immer besorgt, dass die durch das Schiff verursachten unregelmässigen Bewegungen und Wirbelungen des Wassers am Hinterstern des Schiffes, so wie auch das Vorhandensein des Schiffskörpers selbst die Wirkung der Schraube bedeutend modifiziren müssten.

Nach der nun nachgewiesenen Uebereinstimmung der Theorie mit den Thatsachen scheint es aber, dass der unregelmässige Bewegungszustand des Wassers die Wirkung der Schraube nicht wesentlich stört.

Was die praktischen Vortheile und Nachtheile der Schraube anbelangt, so werde ich mich darüber später aussprechen, weil in dieser Hinsicht die Schraube mit der Turbine, deren Theorie nun noch entwickelt werden soll, übereinstimmt.