Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1865

Statische Stabilität des Schwimmens

Druck des Wassers gegen den eingetauchten Theil des Schiffes. Denken wir uns eine in Ruhe befindliche Wassermasse mit horizontaler Oberfläche und nehmen wir an, dass ein Theil dieses Wassers erstarre, ohne dass dabei eine Aenderung des spezifischen Gewichtes eintritt, so ist kein Grund vorhanden, vermöge welchem dieser starr gewordene Theil des Wassers in Bewegung gerathen sollte. Allein dieser erstarrte Theil hat ein gewisses Gewicht, welches gleich ist dem Gewicht einer Wassermasse, deren Volumen gleich ist dem Volumen der starr gewordenen Flüssigkeit, und dieser Körper wird von dem denselben umgebenden Wasser gedrückt. Der Ruhezustand des starren Körpers ist daher nur möglich, wenn sich sämmtliche Pressungen des Wassers gegen die Oberfläche des Körpers auf eine einzig vertikal aufwärts gerichtete Kraft reduziren, deren Intensität gleich ist dem Gewicht des erstarrten Wassers und deren Richtung durch den Schwerpunkt der starr gewordenen Flüssigkeit geht. Ersetzt man die starr gewordene Flüssigkeit durch einen andern Körper, dessen Form mit jener der erstarrten Flüssigkeit congruent ist, so wird dieser Körper von der umgebenden Flüssigkeit genau so gedrückt, wie früher der erstarrte Körper gedrückt wurde. Hieraus ersieht man, dass ein in ruhendem Wasser ganz oder theilweise eingetauchter Körper von irgend einer Form durch das denselben umgebende Wasser vertikal aufwärts mit einer Kraft gedrückt wird, die gleich ist dem Gewicht der durch den Körper verdrängten Flüssigkeit, und dass diese Kraft durch den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit geht oder im Schwerpunkt ihren Angriffspunkt hat. Diesen Wasserdruck wollen wir den „Auftrieb" nennen.

Statische Stabilität des Schwimmens. Wenn das Gewicht eines Körpers grösser ist als das Gewicht eines Wasservolumens, das so gross ist, als das Volumen des Körpers, so kann dieser Körper im Wasser nicht schwimmen, sondern muss untersinken; denn in diesem Falle ist der Auftrieb, selbst dann, wenn der Körper im Wasser vollständig eingetaucht ist, kleiner als das Gewicht des Körpers.

Nehmen wir aber an, das Gewicht eines Körpers sei kleiner als das Gewicht des Wasservolumens, das er bei vollständiger Eintauchung verdrängt, legen diesen Körper ins Wasser und überlassen ihn dann sich selbst, so wird derselbe nicht untersinken, sondern nur theilweise untertauchen, und nach einiger Zeit ruhig in einer gewissen Lage im Wasser schwimmen. Dieser Zustand ist aber ein Gleichgewichtszustand, denn der Körper ist unter der Einwirkung von Kräften in Ruhe. Eine solche Ruhelage ist aber nur möglich, wenn 1. das Gewicht der Flüssigkeit, welche der Körper verdrängt, d. h. wenn der Auftrieb gleich ist dem Gewicht des Körpers und wenn 2. der Schwerpunkt des Körpers und der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit in einer und derselben Vertikallinie liegen. Die erste dieser Bedingungen bestimmt die Tiefe der Eintauchung, die zweite dagegen die Gleichgewichtslage.

Allein die Gleichgewichtslage kann stabil, sie kann auch labil sein. Man nennt die Lage eine stabile oder eine labile, je nachdem der Körper von selbst in dieselbe zurückkehrt, oder sich von derselben entfernt, nachdem man ihn aus dieser Lage abgelenkt hat, und wir wollen nun die Bedingungen des stabilen oder unstabilen Schwimmens zu bestimmen suchen.

Zunächst ist klar, dass ein Körper mit Stabilität schwimmt, wenn der Schwerpunkt des Körpers tiefer liegt, als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit. Denn ist Fig. 1, Taf. XIV. eine Gleichgewichtslage, bei welcher der Schwerpunkt s des Körpers tiefer liegt, als der Schwerpunkt w der verdrängten Flüssigkeit, und man bringt den Körper dann in eine etwas andere Lage (Fig. 2), so rückt der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit nach der Seite hin, nach welcher die Ablenkung stattgefunden hat. Das Kräftepaar w und s sucht daher den Körper in seine ursprüngliche Lage (Fig. 1) zurückzudrehen.

Ist dagegen die Gleichgewichtslage des Körpers so beschaffen, dass der Schwerpunkt desselben höher liegt, als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist die Lage des Körpers je nach Umständen eine stabile oder eine labile. Es sei Fig. 3 die Gleichgewichtslage des Körpers, Fig. 4 die abgelenkte Lage des Köpers. $x\,y$ die Vertikallinie, welche durch den Schwerpunkt des Körpers geht. Fällt der Schwerpunkt der Flüssigkeit, die der Körper in seiner geneigten Lage verdrängt, rechts von $x\,y$, z. B. nach w_1, so sind das Gewicht des Körpers und der Auftrieb ein Kräftepaar, welches den Körper in seine ursprüngliche Lage zurück drängt. Die Gleichgewichtslage (Fig. 3) ist daher in diesem Falle eine stabile. Fällt dagegen der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit links von $x\,y$, so hat jenes Kräftepaar das Bestreben, die Ablenkung des Körpers von der Gleichgewichtslage zu vergrössern, ist mithin die Gleichgewichtslage eine unstabile.

Um dieses Kennzeichen der stabilen oder labilen Gleichgewichtslage schärfer aussprechen zu können, wollen wir folgende Benennungen festsetzen. Wir nennen Schwimmfläche den Schnitt des Körpers durch die Horizontaloberfläche des Wassers, wenn sich der Körper in einer Gleichgewichtslage befindet; Schwimmaxe: die Richtung des Perpendikels, der vom Schwerpunkt des Körpers auf die Schwimmfläche gefällt werden kann; Auftriebrichtung: die Vertikallinie, welche durch den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit geht, wenn der Körper irgend eine Lage hat, in der er so viel Flüssigkeit verdrängt, dass ihr Gewicht gleich ist jenem des Körpers; Metacentrum: der Durchschnittspunkt der Auftriebrichtungen, die der Gleichgewichtslage und der geneigten Lage des Körpers entsprechen. Wenn die Gleichgewichtslage eine stabile ist, wenn also der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit in der geneigten Lage des Körpers rechts von $x\,y$ nach W_1 fällt, liegt das Metacentrum in M_1, d. h. oberhalb des Schwerpunktes S des Körpers. Wenn dagegen die Gleichgewichtslage eine labile ist, wenn also der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit links von $x\,y$ nach W_2 fällt, liegt das Metacentrum in M_2, d. h. unterhalb des Schwerpunktes des Körpers. Die Gleichgewichtslage eines Körpers ist daher eine stabile oder eine labile, je nachdem das Metacentrum höher oder tiefer liegt, als der Schwerpunkt des Körpers.

Geometrische Bedeutung des Metacentrums. Bringt man einen Körper in alle möglichen Lagen, in welchen er gleich viel und zwar so viel Wasser verdrängt, dass das Gewicht desselben jedesmal gleich ist dem Gewicht des Körpers und bestimmt für jede Lage die Position des Schwerpunktes der verdrängten Flüssigkeit, so bilden alle Auftriebpunkte zusammen eine geschlossene Fläche. Zieht man hierauf sämmtliche Perpendikel, die vom Schwerpunkt des Körpers aus nach der Fläche der Auftriebpunkte gefällt werden können, so ist der Körper jederzeit in einer Gleichgewichtslage, wenn einer dieser Perpendikel eine Vertikallage hat. Legt man durch einen dieser Perpendikel eine Ebene, schneidet mit derselben die Fläche der Auftriebpunkte, und sucht den Krümmungsmittelpunkt für das durch den Fusspunkt der Perpendikel gehende Kurvenstückchen der Durchschnittslinie, so ist dieser Krümmungsmittelpunkt ein Metacentrum. Da durch einen und denselben Perpendikel unendlich viele Ebenen gelegt werden können, so entsprechen einem und demselben Perpendikel unendlich viele Metacentra, die aber alle in dem Perpendikel liegen. Liegen alle Metacentra eines Perpendikels höher oder tiefer als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist die Gleichgewichtslage des Körpers, in welcher der Perpendikel vertikal steht, für alle Ablenkungsrichtungen im ersteren Falle eine stabile, im letzteren Falle eine labile. Liegen die Metacentra eines Perpendikels theilweise höher, theilweise tiefer als der Schwerpunkt, so ist die Gleichgewichtslage des Körpers stabil für diejenigen Ablenkungsrichtungen, für welche die Metacentra höher als der Schwerpunkt des Körpers liegen, dagegen labil für alle Ablenkungsrichtungen, für welche die Metacentra tiefer als die Schwerpunkte der Flüssigkeit liegen.

Die Richtigkeit aller dieser Sätze ergibt sich aus einer von *Gaubert* in seiner Mecanique analytique entwickelten Theorie des Gleichgewichtes schwimmender Körper.

Zur Erläuterung dieser Sätze wollen wir dieselben auf einen ellipsoidischen Cylinder anwenden. Nehmen wir an, ein Körper sei halb so schwer, als das Gewicht eines Wasservolumens, das gleich ist dem ganzen Volumen des Cylinders; der Schwerpunkt des Körpers falle aber nicht in den Mittelpunkt der Gestalt, sondern nach einem beliebigen Punkt des Körpers. Bringen wir den Körper in alle möglichen Lagen, in welchen er so viel Wasser verdrängt, als dem Gewicht entspricht, so geht die Ebene der Wasserfläche in jeder Lage des Ellipsoids durch dessen Mittelpunkt und die Fläche aller Auftriebpunkte hat eine der Begrenzungsfläche des Körpers ähnliche Form. In Fig. 5 sei A B C D der Cylinder, A_1 B_1 C_1 D_1 die Fläche der Auftriebpunkte. Nehmen wir, um das Verständniss zu erleichtern, an, der Schwerpunkt des Körpers liege in einem Punkt S innerhalb A_1 B_1 C_1 D_1, aber in der Ebene der Axen A C und B D, dann kann man von S aus gegen die Fläche 3 Perpendikel S W_1, S W_2, S W_3 fällen. Es gibt also für diesen Körper drei Lagen, in welchen er schwimmt. Dies ist nämlich der Fall, wenn S W_1 oder S W_2 oder S W_3 eine vertikale Lage hat.

Analytische Berechnung der Stabilitäts-Bedingung.

Wir haben gezeigt, dass ein Körper selbst dann, wenn sein Schwerpunkt höher liegt als der Schwerpunkt der Flüssigkeit, mit Stabilität schwimmen kann, wenn das Metacentrum höher liegt als der Schwerpunkt des Körpers. Diese Bedingung wollen wir nun analytisch auszudrücken suchen. Wir legen der Untersuchung eine Körperform zu Grunde, die durch eine Ebene in zwei congruente Hälften getheilt werden kann, und nehmen ferner an, dass der Schwerpunkt des Körpers in dieser mittleren Symetrieebene liege. Wird dieser Körper in der Weise ins Wasser gelassen, dass die Symetrieebene eine vertikale Lage hat, und dass das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit gleich ist dem Gewicht des Körpers, so befindet er sich nothwendig in einer Gleichgewichtsposition. Fig. 6 stelle den Körper in dieser Gleichgewichtslage vor.

S Schwerpunkt des Körpers, W Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit. Nehmen wir nun an, der Körper werde durch eine äussere Kraft aus seiner Gleichgewichtslage um einen Winkel φ abgelenkt, so dass er in die Position Fig. 7 gelangt und dann mit der äussern Kraft im Gleichgewicht ist. Ist für diese Lage W_1 der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist der oberhalb W_1 in der Symetrieebene liegende Punkt M das Metacentrum. Fällt man von S aus auf W_1 M den Perpendikel S C und bezeichnet seine Länge mit a, ferner das Gewicht von 1 Kubikmeter Wasser (= 1000 Kilg.) mit γ und das in Kubikmetern ausgedrückte Volumen des verdrängten Wassers mit $\mathfrak{V}$, so ist $\gamma\,\mathfrak{V}$ der in Kilogrammen ausgedrückte Werth des von W_1 aufwärts wirkenden Auftriebes, demnach $\gamma\,\mathfrak{V}\,a$ das in Kilogrammmetern ausgedrückte statische Moment der Kraft, welche erforderlich. Bezeichnet man die Höhe M S des Metacentrums über dem Schwerpunkt der Flüssigkeit mit e_1, den Ablenkungswinkel S M C mit φ und das Moment mit $\mathfrak{M}$, so ist:
$a = e_1 \sin\varphi$ und

$$\mathfrak{M} = \gamma\,\mathfrak{V}\,e_1 \sin\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Dieses Stabilitätsmoment kann aber noch in anderer Weise ausgedrückt werden.

Wenn die Ablenkung des Körpers klein ist, durchschneiden sich die Schwimmflächen A B und A_1 B_1, welche der aufrechten und der geneigten Stellung des Körpers entsprechen, in einem Punkt D der Schwimmaxe, und diese zwei Flächen bilden zwei keilförmige Körper A D A_1, B D B_1. Der erste dieser Keile ist durch die Neigung des Schiffes aus dem Wasser getreten, der letzte dagegen ist untergetaucht, der Auftrieb ist daher an der linken Seite vermindert, auf der rechten Seite vergrössert. Es ist klar, dass das Gesammtmoment $\mathfrak{M}$ auch gleich ist dem Moment von B D B_1 + dem Moment von A D A_1 — dem Moment von A x B. Diese drei Momente berechnen sich auf folgende Art: Nennt man e die Höhe S W des Schwerpunktes des Schiffes über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist das Moment von A x B $= \gamma\,\mathfrak{V}\,e \sin\varphi$. Nehmen wir in den Punkten G und G_1, die von D gleich weit entfernt sind, unendlich kleine Flächenelemente an, errichten über denselben Prismen, die bis F und F_1 reichen und setzen D G = D G_1 = v, S D = b, d f die Flächenelemente bei G und G_1, so sind $v \tang\varphi = F\,G = F_1\,G_1$ die Höhen dieser Prismen; $df\,v \tang\varphi$ der Kubikinhalt derselben, und $\gamma\,df\,v \tang\varphi\,[v + b \sin\varphi]$ und $\gamma\,df\,v \tang\varphi\,[v - b \sin\varphi]$ die statischen Momente der Prismengewichte in Bezug auf S als Drehungspunkt. Nimmt man die Integrale dieser Differenzialausdrücke von $v = o$ bis $v = D A_1 = D B_1 = y$, so erhält man, wenn φ unendlich klein gedacht wird, die Momente der keilförmigen Wasserkörper. Diese Momente sind demnach:

$$\int_o^y \gamma \, df \, v \, \tang \varphi \, [v + b \sin \varphi], \quad \int_o^y \gamma \, df \, v \, \tang \varphi \, [v - b \sin \varphi]$$

Die Summe derselben ist demnach: $2 \int_o^y \gamma \, df \, v^2 \tang \varphi$ oder:

$\gamma \tang \varphi \left(2 \int_o^y df \, v^2\right)$. Allein es ist $2 \int_o^y df \, v^2$ das Trägheitsmoment der Schwimmfläche $A_1 B_1$ oder auch wenn φ unendlich klein gedacht wird, das Trägheitsmoment der Schwimmfläche A B. Bezeichnet man dieses Trägheitsmoment mit μ, setzt also $2 \int_o^y df \, v^2 = \mu$ und statt $\tang \varphi$ den Winkel φ, so findet man für die Summe der Momente der keilförmigen Körper: $\gamma \, \mu \, \varphi$ und wir erhalten nunmehr auch

$$\mathfrak{M} = \gamma \, \mu \, \varphi - \gamma \, \mathfrak{V} \, e \, \varphi = \gamma \, [\mu - \mathfrak{V} \, e] \, \varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Setzt man auch in (1) φ statt $\sin \varphi$, so folgt aus (1) und (2)

$$\mathfrak{M} = \gamma \, \mathfrak{V} \, e_1 \, \varphi = \gamma \, [\mu - \mathfrak{V} \, e] \, \varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

und hieraus folgt auch:

$$e + e_1 = \frac{\mu}{\mathfrak{V}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Die Höhe $e + e_1 = W M$ des Metacentrums über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit wird also gefunden, wenn man das Trägheitsmoment μ der Schwimmfläche in Bezug auf seine Symetrieaxe durch das Volumen der verdrängten Flüssigkeit dividirt. Die Stabilität des Gleichgewichtes erfordert, dass M oberhalb S liegt oder dass e_1 positiv ist; allein es ist vermöge (4) $e_1 = \frac{\mu}{\mathfrak{V}} - e$. e_1 fällt also positiv aus, wenn $\frac{\mu}{\mathfrak{V}} > e$. Die Bedingung der Stabilität ist demnach:

$$e < \frac{\mu}{\mathfrak{V}}$$

Zur Berechnung des Trägheitsmomentes μ hat man folgende Regel:

Es sei Fig. 8 die Form des Schnittes des Schiffskörpers durch die Schwimmfläche. $o\,p = \xi$, $m\,p = v$ die Coordinaten eines beliebigen Punktes der Schnittlinie, so hat man nach der Lehre vom Trägheitsmoment:

$$\mu = \int 2\,v\,d\xi\,\frac{1}{12}\,(2\,v)^2 = \frac{2}{3}\int v^3\,d\xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

wobei das Integrale von $x = o$ bis $x = O\,O_1$ auszudehnen ist. Wir haben bisher die Stabilität in Bezug auf eine Drehung um eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Längenaxe betrachtet. Die gewonnenen Resultate gelten aber auch für Drehungen um jede andere durch den Schwerpunkt gehende Horizontalaxe. Dreht man das Schiff um eine durch den Schwerpunkt gehende Queraxe, so dass es eine Neigung nach vorwärts oder nach rückwärts erhält und bezeichnet durch μ_1 das Trägheitsmoment der Schwimmfläche in Bezug auf die Axe A B Fig. 8, so ist vermöge Gleichung (3) $\mathfrak{M}_1 = \gamma\,[\mu_1 - \mathfrak{B}\,e]\,\varphi$ das statische Moment der Kraft, mit welcher sich das Schiff aufzurichten sucht, wenn es um einen Winkel φ vor oder rückwärts geneigt worden ist; ist ferner $\frac{\mu_1}{\mathfrak{B}}$ die Höhe des dieser Neigung entsprechenden Metacentrums über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit. Da offenbar μ_1 viel grösser ist als μ, so ist die Stabilität jedes Schiffes gegen das Nicken viel grösser als jene gegen das Wanken, und es ist überhaupt die erstere so gross, dass die Gefahr eines Umsturzes durch Nicken gar nicht vorhanden ist.

Das dem Wanken entsprechende Stabilitätsmoment (3) ist gänzlich unabhängig von der Querschnittsform des Schiffes (von der Form der Spanten), d. h. es ist hinsichtlich der statischen Stabilität ganz gleichgiltig, wie der Spantenriss aussieht. Jenes Moment richtet sich dagegen erstens nach dem Trägheitsmoment der Schwimmfläche in Bezug auf die Längenaxe $O\,O_1$. Breite Schiffe geben ein grosses Moment, schmale ein kleines. Nehmen wir z. B. an, der schwimmende Körper habe die Form eines Parallelepipeds und es sei B die Breite, L die Länge, T die Eintauchung, so hat man vermöge (5)

$$\mu = \frac{2}{3}\int y^3\,d\,x = \frac{2}{3}\,B^3\,L = \frac{2}{3}\,(B\,L)\,B^2$$

woraus man sieht, dass dieses Moment dem Flächeninhalt B L der

Schwimmfläche und überdies dem Quadrat der Breite proportional ist. Wenn also bei Fahrzeugen nur allein die statische Stabilität zu beachten wäre, so würden breite Flösse die besten Fahrzeuge sein. Es ist auch in der That noch niemals vorgekommen, dass ein Floss umgestürzt worden wäre. Der Werth von $\mathfrak{M}$ richtet sich ferner nach dem Werth von e. Dieser soll so klein als möglich sein, d. h. der Schwerpunkt des Schiffs mit Einschluss seines Inhaltes soll möglichst tief liegen, oder die Höhe dieses Schwerpunktes über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit soll möglichst klein sein. Dieser Werth von e richtet sich theils nach der Querschnittsform des Schiffes, insbesondere nach dem Theil der Schiffshöhe, welcher über dem Wasser liegt, ferner nach der Vertheilung der den Schiffsbau bildenden Körper, endlich nach der Ladung des Schiffs. Hinsichtlich der Stabilität ist es also vortheilhaft, wenn sich ein Dampfschiff nur wenig über das Wasser erhebt, wenn Maschine und Kessel mit tief liegendem Schwerpunkt gebaut und möglichst tief in den Schiffsraum hinab gestellt, wenn endlich die Waaren und Lasten in den untersten Theil des Schiffsraums gebracht werden.

Vorbereitung zu einer praktischen zweckmäßigen Methode, nach welcher berechnet werden kann: a. das Volumen der verdrängten Flüssigkeit, b. der Schwerpunkt derselben, c. der Ort, nach welchem der Schwerpunkt der Maschine fallen muss, damit das Schiff überall gleich tief taucht, d. die Stabilitätsbedingung oder das Metacentrum.

Diese Berechnungen sind für die Beurtheilung eines Entwurfes zu einem Schiff von Wichtigkeit; wir wollen zu diesem Behuf genaue und bequem anwendbare Regeln aufstellen.

Um diese Berechnungen durchführen zu können, muss die Schiffsform durch genaue Zeichnungen dargestellt sein. Die Zeichnungen, welche die Form eines Schiffes vollkommen bestimmen, sind: 1. ein Spantenriss. 2. ein Wasserlinienriss. 3. ein Längenschnitt mit einer durch den Kiel gelegten Vertikalebene. Der Spantenriss wird erhalten, wenn man das Schiff durch eine grössere Anzahl (z. B. durch 20) vertikale, gleich weit abstehende Querebenen schneidet und die Schnittlinien (Spanten) auf eine diesen Ebenen parallele Ebene projizirt. Der Wasserlinienriss wird erhalten, wenn man das Schiff durch eine grösssere Anzahl Horizontalebenen, die gleich weit von einander entfernt sind, schneidet, und sämmtliche Schnittlinien, mit Einschluss der Linien des Deckrandes, auf eine horizontale Ebene projizirt. Der Längenschnitt zeigt die Formen der beiden Sterne, ferner die Kiellinie und die Decklinie.

Angenommen, man besitze von einem Schiff diese Risse, so lassen sich daraus Zahlentabellen aufstellen, die zur Durchführung der früher erwähnten Berechnungen gute Dienste leisten. Um diese Tabellen zu erhalten, verfahre man in folgender Weise: Man theile im Wasserlinienriss und im Längenprofil die ganze Schiffslänge, gemessen zwischen den Perpendikeln, in 20 gleiche Theile und lege durch dieselben Querebenen. Theile ferner im Spantenriss wie im Längenschnitt den Tiefgang in mehrere, z. B. in 5 bis 10 gleiche Theile und lege durch diese Theilungspunkte Horizontalebenen. Die Wasserlinien der Horizontalebenen und die Spanten der Vertikalebenen durchschneiden sich in gewissen Punkten der Schiffsfläche und die Abstände dieser Punkte von der mittleren Ebene des Längenschnitts können aus dem Spantenriss entnommen werden Wir nennen diese Abstände die „Schiffsordinaten“ und messen ihre Längen (nicht mit einem absoluten Maas, sondern) vermittelst eines Transversal-Maasstabes, durch welchen die aus der Zeichnung entnommene halbe Schiffsbreite in 1000 gleiche Theile getheilt wird. Bezeichnen wir durch Y den absoluten Werth einer Schiffsordinate, durch y ihren mit dem Maasstab gemessenen Werth, durch B die ganze Schiffbreite, so ist $Y = y \cdot \frac{B}{2000}$. Die oben erwähnte, einer bestimmten Schiffsform entsprechende Tabelle wird erhalten, wenn man die sämmtlichen Schiffsordinaten entsprechenden Werthe von y in der Weise zusammenstellt, wie nachfolgendes Beispiel zeigt:

Ordinaten-System des Dampfschiffes Rainbow.

Hinterschiff.								Vorderschiff.							
Nr. des Querschnitts.	Ordinaten.						Verdeck.	Nr. des Querschnitts.	Ordinaten.						Verdeck.
	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.			I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	
0	20	20	20	20	20	20	700	10	770	860	930	950	980	990	1000
1	75	110	150	200	260	336	750	11	745	850	900	940	960	980	1000
2	165	250	325	385	455	520	810	12	710	810	860	910	940	960	1000
3	280	400	480	530	590	640	860	13	640	750	810	845	870	900	1000
4	400	530	610	665	710	750	900	14	545	665	730	760	800	830	960
5	515	640	700	750	790	830	930	15	440	550	620	660	700	735	890
6	610	710	770	820	860	890	960	16	320	460	530	570	610	645	820
7	680	770	830	880	910	930	980	17	200	300	350	390	430	460	670
8	730	820	880	910	945	960	990	18	90	160	210	230	260	290	500
9	760	860	910	940	970	990	1000	19	30	35	55	70	80	90	270
10	770	860	930	950	980	990	1000	20	—	—	—	—	—	—	30

Die Vertikalreihen geben die Ordinaten der Iten, IIten, . . . Wasserlinie. Die Horizontalreihen dagegen die Ordinaten des 0ten, 1ten, 2ten — 20ten Querschnitts (siehe Fig. 9). Eine solche Tabelle, welche das ganze System der relativen Werthe der Ordinaten einer Schiffsform darstellt, ist nicht nur nützlich für verschiedene Berechnungen, sondern kann auch gebraucht werden, wenn man ein Schiff verzeichnen will, das einem vorhandenen Modellschiff geometrisch ähnlich ist.

Berechnung des Flächeninhalts eines Horizontalschnittes. Nennt man:
$y_0, y_1, y_2, y_3, \ldots y_{20}$ die Tabellenwerthe, welche dem zu berechnenden Horizontalschnitt entsprechen,
F den zu berechnenden Flächeninhalt eines Horizontalschnittes,
B den absoluten Werth der Schiffsbreite, gemessen am Deck,
L „ „ „ „ Schiffslänge, gemessen zwischen den Perpendikeln.
$\frac{F}{BL} = f$ das Verhältniss zwischen dem Flächeninhalt F und dem Flächeninhalt BL des Rechteckes, das dem Schwimmflächenschnitt umschrieben werden kann, so sind:
$\frac{B}{2000} y_0, \frac{B}{2000} y_1, \frac{B}{2000} y_2 \ldots$ die absoluten Werthe der Ordinaten des Horizontalschnittes und

$$\frac{B}{2000}(y_0 + y_1)\frac{L}{20}, \frac{B}{2000}(y_1 + y_2)\frac{L}{20} \ldots\ldots$$

annähernd die Flächeninhalte der durch die aufeinander folgenden Ordinaten entstehenden Flächenstreifen; man hat daher:

$$F = \frac{B}{2000}(y_0 + y_1)\frac{L}{20} + \frac{B}{2000}(y_1 + y_2)\frac{L}{20} + \ldots\ldots + \frac{B}{2000}\left(y_{19} + y_{20}\right)\frac{L}{20}$$

oder:

$$F = \frac{BL}{2000}\left\{\frac{1}{2}(y_0 + y_{20}) + y_1 + y_2 + \ldots + y_{19}\right\}$$

demnach:

$$f = \frac{F}{BL} = \frac{1}{2000}\left\{\frac{1}{2}(y_0 + y_{20}) + y_1 + y_2 + \ldots + y_{19}\right\} \quad (1)$$

Deplacement oder Volumen der verdrängten Flüssigkeit. Nennt man
n die Anzahl der Horizontalschnitte I, II, III, . . . welche durch den eingetauchten Theil des Schiffes gelegt wurden,

$f_1\ f_2\ f_3\ .\ .\ .\ .\ .\ f_n$ die nach der vorhergehenden Regel berechneten Werthe von f, welche den aufeinander folgenden Horizontalschnitten entsprechen,

$\mathfrak{B}$ das Volumen der verdrängten Flüssigkeit,

B, L, T Breite, Länge und Tauchung des Schiffes, so sind annähernd

$$f_1\ BL\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n},\quad [f_1\ BL + f_2\ BL]\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n},\quad (f_2\ BL + f_3\ BL)\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n},\ \ldots$$

die zwischen je zwei unmittelbar auf einander folgenden Horizontalschnitten enthaltenen Volumen des eingetauchten Theiles. Man hat daher:

$$\mathfrak{B} = f_1\ BL\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n} + [f_1\ BL + f_2\ BL]\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n} + [f_2\ BL + f_3\ BL]\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n} + \ldots$$

oder:

$$\mathfrak{B} = \frac{BLT}{n}\ [f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_{n-1} + \frac{1}{2}\ f_n]\ \ldots \quad (2)$$

oder:

$$\frac{\mathfrak{B}}{BLT} = \frac{1}{n} \left\{ f_1 + f_2 + f_3 + \ldots\ldots + f_{n-1} + \frac{1}{2}\ f_n \right\} \ldots \quad (3)$$

Höhe des Schwerpunktes der verdrängten Flüssigkeit über der Kiellinie. Bezeichnen wir diese Höhe mit $\left(\frac{y}{W}\right)$. Theilt man die ganze Tauchung durch n Horizontalschnitte, so sind die zwischen denselben enthaltenen Volumen wie oben:

$$f_1\ BL\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n},\quad [f_1\ BL + f_2\ BL]\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n},\quad [f_2\ BL + f_3\ BL]\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n},\ \ldots$$

und die Höhen der Schwerpunkte dieser Volumen über der Kiellinie:

$$\frac{2}{3}\ \frac{T}{n},\quad \frac{3}{2}\ \frac{T}{n},\quad \frac{5}{2}\ \frac{T}{n},\ \ldots\ldots$$

Nach der Lehre vom Schwerpunkt hat man daher:

$$\begin{aligned}\left(\frac{y}{W}\right)\mathfrak{B} = {} & \frac{BLT}{n}\ \frac{f_1}{2} \times \frac{2}{3}\ \frac{T}{n} \\ & + \frac{BLT}{2\ n}\ [f_1 + f_2]\ \frac{3}{2}\ \frac{T}{n} \\ & + \frac{BLT}{2\ n}\ [f_2 + f_3]\ \frac{5}{2}\ \frac{T}{n} \\ & + \ldots\ldots\ldots \\ & + \frac{BLT}{2\ n}\ [f_{n-1} + f_n]\ \frac{2n-1}{2}\ \frac{T}{n}\end{aligned}$$

oder:

$$\left(\frac{y}{W}\right) \mathfrak{B} = \frac{BLT^2}{4n^2} \left\{ \frac{1}{3} f_1 + (2n-1) f_n + 4 f_1 + 8 f_2 + 12 f_3 + \ldots \ldots \right.$$

$$\left. + 4 (n-1) f_{n-1} \right\}$$

Führt man für $\mathfrak{B}$ seinen Werth aus (2) ein, so findet man auch:

$$\frac{\left(\frac{y}{W}\right)}{T} = \frac{1}{4n} \frac{\frac{1}{3} f_1 + (2n-1) f_n + 4 f_1 + 8 f_2 + 12 f_3 + \ldots + 4 (n-1) f_{n-1}}{f_1 + f_2 + \ldots \ldots + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n} \quad (4)$$

Flächeninhalt eines Querschnittes der verdrängten Flüssigkeit. Nennt man z_1 z_2 z_3 . . . . . z_n die Tabellenwerthe, welche dem zu berechnenden Querschnitt entsprechen, q das Verhältniss zwischen dem zu berechnenden Querschnitt und dem Rechtecke BT, das der Breite und Tauchung entspricht, so findet man leicht auf ähnliche Weise, wie die Horizontalschnitte berechnet wurden:

$$q = \frac{1}{2000} \frac{1}{n} \left[z_n + 2 \left(z_1 + z_2 + \ldots \ldots + z_{n-1} \right) \right] \quad . \quad . \quad (5)$$

Horizontalabstand des Schwerpunktes der verdrängten Flüssigkeit vom hintern Endpunkt des Kieles. Es sei:

$\left(\frac{x}{W}\right)$ der zu berechnende Horizontalabstand,

q_0 q_1 q_2 . . . . . q_{19} die nach der vorhergehenden Regel berechneten Werthe von q für sämmtliche Querschnitte, dann sind:

$$BT \frac{1}{2} (q_0 + q_1) \frac{L}{20}, \quad BT \frac{1}{2} (q_1 + q_2) \frac{L}{20}, \quad BT \frac{1}{2} (q_2 + q_3) \frac{L}{20}, \; . \; .$$

die Volumen des zwischen den aufeinanderfolgenden Querschnitten enthaltenen eingetauchten Theiles und:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{L}{20}, \quad 3 . \frac{1}{2} \frac{L}{20}, \quad 5 . \frac{1}{2} \frac{L}{20}, \; . \; .$$

die Abstände der Schwerpunkte vom hintern Ende des Kieles. Nach der Lehre vom Schwerpunkt ist demnach:

$$\left(\frac{x}{W}\right)\mathfrak{B} = BT\,\frac{1}{2}\,(q_0 + q_1)\,\frac{L}{20} \times \frac{1}{2}\,\frac{L}{20}$$

$$+ BT\,\frac{1}{2}\,(q_1 + q_2)\,\frac{L}{20} \times 3 \,.\, \frac{1}{2}\,\frac{L}{20}$$

$$+ BT\,\frac{1}{2}\,(q_2 + q_3)\,\frac{L}{20} \times 5 \,.\, \frac{1}{2}\,\frac{L}{20}$$

$$+ \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.$$

Hieraus folgt ohne Schwierigkeit:

$$\left(\frac{x}{W}\right)\mathfrak{B} = \frac{1}{1600}\,BTL^2\,[q_0 + 4q_1 + 8q_2 + 12q_3 + \ldots + 76\,q_{19}]$$

oder auch:

$$\frac{\left(\frac{x}{W}\right)}{L} = \frac{1}{1600}\,\frac{BLT}{\mathfrak{B}}\,[q_0 + 4q_1 + 8q_2 + 12q_3 + \ldots + 76q_{19}] \quad . \; . \quad (6)$$

Schwerpunkt des Schiffes mit Ausrüstung, aber ohne Maschinen und ohne Kessel. Das Gewicht einer Schiffsconstruktion und die Coordinaten ihres Schwerpunktes können nur durch mühsame Berechnungen vermittelst der allgemeinen Regeln bestimmt werden.

Nennt man $p_0\ p_1\ p_2 \ldots$ die Gewichte sämmtlicher Theile, aus welchen das Schiff besteht, mit Einschluss aller Theile der Ausrüstung, aber mit Auslassung der Maschinen, Kessel und Treibapparate.

$x_0\ y_0 \quad x_1\ y_1 \quad x_2\ y_2 \ldots$ die Coordinaten der Schwerpunkte der Gewichtstheile $p_0\ p_1\ p_2 \ldots$, S das Gewicht des Schiffs mit Ausrüstung, aber ohne Maschine, $\left(\frac{x}{S}\right)\left(\frac{y}{S}\right)$ die zu berechnenden Coordinaten von S, so hat man nach der Lehre vom Schwerpunkt

$$\left.\begin{aligned} S &= p_0 + p_1 + \ldots = \Sigma p \\ \left(\frac{x}{S}\right) &= \frac{p_0 x_0 + p_1 x_1 + \ldots}{p_0 + p_1 + \ldots} = \frac{\Sigma p x}{\Sigma p} \\ \left(\frac{y}{S}\right) &= \frac{p_0 y_0 + p_1 y_1 + \ldots}{p_0 + p_1 + \ldots} = \frac{\Sigma p y}{\Sigma p} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Position der Maschinen. Die Maschinen, Kessel und Treibapparate müssen so placirt werden, dass das Schiff überall gleich tief taucht. Diese Position kann auf folgende Art gefunden werden.

Nennt man S das Gewicht des Schiffes sammt Ausrüstung, aber ohne Maschinen, Kessel und Treibapparate.

$\left(\frac{x}{S}\right)$ $\left(\frac{y}{S}\right)$ die nach (7) berechneten Coordinaten von S.

M das Gewicht der Maschinen, Kessel und Treibapparate.

$\left(\frac{x}{M}\right)$ den Horizontalabstand des Schwerpunktes von M, vom hintern Ende des Kieles.

W das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit $= S + M$.

$\left(\frac{x}{W}\right)$ die Ordinate des Schwerpunktes von W [berechnet nach der Regel (6)], so hat man nach der Lehre vom Schwerpunkt

$$W\left(\frac{x}{W}\right) = M\left(\frac{x}{M}\right) + S\left(\frac{x}{S}\right)$$

demnach

$$\left(\frac{x}{M}\right) = \frac{W\left(\frac{x}{W}\right) - S\left(\frac{x}{S}\right)}{M} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Bedingung der Stabilität und Höhe des Metacentrums. Nennt man $y_0\ y_1\ y_2 \ldots$ die Tabellenwerthe, welche dem Schwimmflächenschnitt entsprechen.

Σy^3 die Summe der 3ten Potenzen aller Werthe von y.

$\mathfrak{B}$ das Volumen der verdrängten Flüssigkeit.

μ das Trägheitsmoment der Schwimmfläche in Bezug auf die Längenaxe des Horizontalschnittes.

e die Höhe des Schwerpunktes des Baues mit Einschluss der Maschinen, Kessel und Treibapparate über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist vermöge (5), Seite 134:

$$\mu = \frac{2}{3}\,\Sigma\left(y \cdot \frac{B}{2000}\right)^3 \frac{L}{20} = \frac{L\,B^3\,\Sigma y^3}{240\,000\,000\,000} \quad \ldots \quad (9)$$

$$e + e_1 = \frac{\mu}{\mathfrak{B}} = \frac{L\,B^3\,\Sigma y^3}{240\,000\,000\,000}\,\frac{1}{\mathfrak{B}} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

Die Bedingung der Stabilität ist $e < \frac{\mu}{\mathfrak{B}}$ oder:

$$e < \frac{L\,B^3\,\Sigma y^3}{240\,000\,000\,000}\,\frac{1}{\mathfrak{B}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Höhe des Schwerpunktes des ganzen Baues über dem Kiel. Diese Höhe kann möglicher Weise auf folgende Art gefunden werden:

Es seien $p_0\ p_1\ p_2 \ldots$ die Gewichte aller Theile des ganzen Baues mit Einschluss der Maschinen, Kessel und Treibapparate. $z_0\ z_1\ z_2 \ldots$ die Höhen der Schwerpunkte der Gewichte $p_0\ p_1\ p_2 \ldots$ über der Kiellinie. e_2 die zu findende Höhe des Schwerpunktes des totalen Baues über der Kiellinie, so ist:

$$e_2 = \frac{p_0 z_0 + p_1 z_1 + p_2 z_2 + \ldots}{p_0 + p_1 + p_2 + \ldots} = \frac{\Sigma p z}{\Sigma p} \quad \ldots \ldots \quad (12)$$

Allein die wirkliche Durchführung dieser Berechnung ist höchst mühsam und verlässlich kaum ausführbar. Schätzungsweise darf man annehmen, dass der Schwerpunkt des ganzen Baues bei einem Dampfschiff in der halben Höhe des Schiffes sich befindet. Bei Fluss- und Landsee-Dampfschiffen beträgt die Schiffshöhe in der Regel $= 0{\cdot}5$ B. Bei Meerschiffen dagegen $= 0{\cdot}64$ B. Als Schätzungswerthe dürfen wir daher setzen:

Höhe des Schwerpunktes über dem Kiel.	0·25 B für Flussdampfer.
	0·32 B für Meerdampfer.

Numerische Rechnungen über Schiffe.

Vermittelst der in dem vorhergehenden Abschnitte aufgestellten Regeln wurden über 12 Schiffe Berechnungen angestellt. Die Ergebnisse, in folgender Tabelle zusammengestellt, sind:

A.

Benennung des Schiffes.	Coordinaten von $\mathfrak{B}$ $\left(\frac{x}{W}\right)$	$\left(\frac{y}{W}\right)$	Volumen $\mathfrak{B}$	Metacentrum. $e + e_1 = \frac{\mu}{\mathfrak{B}}$
Flussdampfer.				
Rainbow . . .	0·488 L	0·600 T	0·525 B L T	$0{\cdot}0769 \left(\frac{B}{T}\right) B$
Diamond . . .	0·485 L	0·602 T	0·441 B L T	$0{\cdot}0802 \left(\frac{B}{T}\right) B$
Red Rower . .	0·497 L	0·594 T	0·523 B L T	$0{\cdot}0901 \left(\frac{B}{T}\right) B$
Minerva . . .	0·475 L	0·604 T	0·434 B L T	$0{\cdot}0846 \left(\frac{B}{T}\right) B$
Meerdampfer.				
Isis	0·494 L	0·518 T	0·643 B L T	$0{\cdot}0958 \left(\frac{B}{T}\right) B$
Medea	0·533 L	0·640 T	0·530 B L T	$0{\cdot}1090 \left(\frac{B}{T}\right) B$
Berenice . . .	0·577 L	0·579 T	0·579 B L T	$0{\cdot}0907 \left(\frac{B}{T}\right) B$
Cyclops . . .	0·507 L	0·613 T	0·522 B L T	$0{\cdot}1020 \left(\frac{B}{T}\right) B$
Colchis . . .	0·491 L	0·589 T	0·559 B L T	$0{\cdot}0915 \left(\frac{B}{T}\right) B$
Nile	0·494 L	0·595 T	0·606 B L T	$0{\cdot}1027 \left(\frac{B}{T}\right) B$
Firebrand . .	0·515 L	0·664 T	0·480 B L T	$0{\cdot}1210 \left(\frac{B}{T}\right) B$
Mittlere Werthe: *Fluss-Dampfer.*	0·486 L	0·600 T	0·481 B L T	$0{\cdot}0829 \left(\frac{B}{T}\right) B$
Mittlere Werthe: *Meer-Dampfer.*	0·516 L	0·600 T	0·560 B L T	$0{\cdot}1020 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Die Tabelle zeigt, dass für Schiffe jeder Art $\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}600\ T$ ist. Die Höhe des Schwerpunktes über dem Kiel ist bei allen Schiffen annähernd gleich $\frac{1}{2}$ H, daher findet man für Schiffe jeder Art

$$e = \frac{1}{2} H - 0{\cdot}600\ T$$

Berücksichtiget man die Mittelwerthe von $e + e_1$ der Tabelle, so ergiebt sich nun:

$$\left.\begin{aligned} \frac{e + e_1}{e} &= \frac{0{\cdot}0829\ \frac{B}{T}}{\frac{1}{2}\frac{H}{B} - 0{\cdot}600\ \frac{T}{B}} \text{ für Flussdampfer} \\ \frac{e + e_1}{e} &= \frac{0{\cdot}1020\ \frac{B}{T}}{\frac{1}{2}\frac{H}{B} - 0{\cdot}600\ \frac{T}{B}} \text{ für Meerdampfer} \end{aligned}\right\} \quad . \ (1)$$

Wir werden keinen merklichen Fehler begehen, wenn wir alle in diesem Abschnitt gefundenen Rechnungsresultate für Dampfschiffe jeder Art gelten lassen, denn die Coeffizienten-Werthe der Tabelle A hängen nicht von den absoluten Werthen von B H T L ab, sondern nur von dem System der relativen Ordinaten und dieses System stimmt bei allen Schiffen beinahe überein.

Bei den Schiffen, welche vor etwa 10 Jahren zu den guten oder besten Construktionen gerechnet wurden, haben die Verhältnissse $\frac{H}{B}$, $\frac{T}{B}$, $\frac{B}{T}$ folgende Werthe:

	$\frac{H}{B}$	$\frac{T}{B}$	$\frac{B}{T}$
Für Flussdampfer:	0.5	0·18	5·5
Für Meerdampfer:	0·64	0·40	2·5

Führt man diese Verhältnisse in die Ausdrücke (1) ein, so findet man:

Für Flussdampfer $\frac{e + e_1}{e} = 3{\cdot}21$

Für Meerdampfer $\frac{e + e_1}{e} = 3{\cdot}19$

Der Unterschied dieser beiden Werthe ist nicht zu beachten;

wir dürfen daher sagen, dass bei allen guten aber älteren Fluss- oder Meerdampfern

$$\frac{e + e_1}{e} = 3{\cdot}2$$

ist, d. h. bei allen guten, aber älteren Dampfern ist die Höhe des Metacentrums über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit 3·2 mal so gross, als die Höhe des Schwerpunktes des Baues über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit.

In neuester Zeit werden die Schiffe verhältnissmässig lang, schmal und hoch gebaut. Das Verhältniss $\frac{e + e_1}{e}$ fällt daher für diese Schiffe kleiner aus. So ist z. B. für das Riesenschiff Great Eastern: $\frac{B}{T} = 3{\cdot}05$, $\frac{T}{B} = 0{\cdot}327$, $\frac{H}{B} = 0{\cdot}710$. Für diese Verhältnisse findet man vermittelst der zweiten der Formeln (1)

$$\frac{e + e_1}{e} = \frac{0{\cdot}1020 \times 3{\cdot}05}{0{\cdot}5 \times 0{\cdot}710 - 0{\cdot}6 \times 0{\cdot}327} = 2.$$

Die Stabilität dieses Schiffes ist also kleiner als jene der guten älteren Schiffe.

Dynamische Stabilität der Schiffe.

Wenn ein Schiff ganz langsam aus seiner aufrechten Stellung in eine geneigte Lage gebracht wird, ist in jedem Augenblick der Bewegung nur allein das statische Moment des Auftriebes zu überwinden. Der Betrag dieses Moments ist, wenn der Ablenkungswinkel gleich φ ist, $= \gamma\,(\mu - \mathfrak{B}e)\,\varphi$. Die Wirkungsgrösse, welche erforderlich ist, um das Schiff um einen Winkel α aus seiner aufrechten Lage abzulenken, ist demnach, wenn die Bewegung ganz langsam erfolgt:

$$\int_0^{\alpha} \gamma\,(\mu - \mathfrak{B}e)\,\varphi\,d\varphi = \frac{1}{2}\,\gamma\,(\mu - \mathfrak{B}e)\,\alpha^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Eben so gross würde auch die zu einer rascher vor sich gehenden Ablenkung eines Schiffes erforderliche Wirkungsgrösse sein, wenn das Schiff die Form eines halben Cylinders hätte, dessen Axe durch den Schwerpunkt des Schiffes ginge, weil die Drehung