Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1865

Die störenden Bewegungen einer Lokomotive

urn:nbn:de:bsz:31-278533

öffnung zu fahren, die Dampferzeugung vorzugsweise auf solchen Bahnstrecken, die nur einen geringen Widerstand verursachen, zu begünstigen und diesen Dampf für andere Bahnstrecken, die grössere Widerstände veranlassen, aufzusparen. Dies kann bewirkt werden, wenn man beim Bahnabwärtsfahren nachfeuert und die Regulatoröffnung, so wie auch die Blasrohröffnung verengt, beim Bahnaufwärtsfahren dagegen diese beiden Oeffnungen erweitert. Das Abwärtsfahren erfolgt auf diese Weise mit schwacher Kraft, mit starkem Blasrohrdruck, aber mit lebhafter Anfachung, das Aufwärtsfahren dagegen mit erhöhter Kraft, mit schwachem Blasrohrdruck und mit schwacher Anfachung.

Auch die Speisung des Kessels mit Wasser aus dem Tender muss mit Beachtung der Bahnverhältnisse geschehen. Wenn plötzlich eine grosse Wassermenge in den Kessel gebracht wird, tritt in demselben eine niedrigere Temperatur ein, wird sogar ein Theil des vorhandenen Dampfes condensirt, muss also die Spannung des Dampfes und mithin die Leistungsfähigkeit der Maschine abnehmen; es ist daher angemessen, die Kesselspeisung wie die Kesselfeuerung vorzugsweise beim Bahnabwärtsfahren zu begünstigen.

Die störenden Bewegungen einer Lokomotive.

Einleitendes. Stellt man sich in die Nähe des Geleises einer Eisenbahn, und beobachtet mit Aufmerksamkeit die Bewegung einer im vollen Laufe vorüber fahrenden Lokomotive, so hat es das Ansehen, als erfolgte diese Bewegung genau nach der Richtung des Geleises und mit vollkommen gleichförmiger Geschwindigkeit. Stellt man sich hingegen auf die Plattform der Lokomotive, so fühlt und sieht man sogleich, dass sie nicht so sanft, als es von dem ersten Standpunkt aus zu sein schien, dem Geleise folgt, sondern dass sie sehr mannigfaltigen heftigen Erschütterungen, Zuckungen und Schwankungen ausgesetzt ist. Man fühlt, dass die Stelle, auf der man steht, auf und nieder, vorwärts und rückwärts, so wie auch hin und her oscillirt, sieht ferner, dass der Kessel und alle mit demselben in Verbindung stehenden Theile sehr mannigfaltige geradlinige und drehende Schwingungen machen, und insbesondere, dass die Lokomotive dem Geleise nicht genau folgt, sondern zwischen demselben hin und her schlängelt.

Die wirkliche Bewegung der Lokomotive erfolgt also nicht in so einfacher Weise, als sie einem neben der Bahn stehenden Beobachter vor sich zu gehen scheint, sondern die ganze Bewegung ist im Gegentheil aus sehr vielen einzelnen Bewegungen zusammengesetzt.

Allein die Lokomotive sollte sich, um ihrem Zweck vollkommen zu entsprechen, mit absolut gleichförmiger Geschwindigkeit und in der Weise fortbewegen, dass jeder ihrer Punkte eine mit der Axe des Geleises vollkommen congruente Kurve beschriebe, so zwar, dass die in den Wägen befindlichen Gegenstände und Personen von der Fortbewegung des Zuges gar nicht affizirt würden. Diese Abweichungen des wirklichen Bewegungszustandes von dem gleichförmig mittleren sind demnach schädliche Störungen, die so viel als möglich geschwächt oder beseitiget werden sollten, denn diese Störungen zerrütteln den Bau der Lokomotive und können, wenn sie in einer gewissen Stärke auftreten, ein Ausgleisen der Lokomotive veranlassen.

Die praktische Beseitigung oder Schwächung dieser Störungen erfordert eine genaue Kenntniss der Ursachen und Umstände, durch welche sie hervorgerufen werden, und diese Kenntniss erlangt man, wenn man die wahre Bewegung der Lokomotive mit Hilfe der allgemeinen Grundsätze der Mechanik untersucht und berechnet, was in der folgenden Untersuchung geschehen soll.

Zuvörderst wollen wir die einzelnen Elementarbewegungen, aus welchen die totale Bewegung zusammengesetzt ist, namhaft machen; diese Elementarbewegungen sind:

1. Der mittlere Fortlauf. Das ist diejenige gleichförmige Bewegung, welche eintreten müsste, wenn die verschiedenen Störungen gar nicht vorhanden wären, und wenn in jedem Augenblick die auf die Lokomotive einwirkenden treibenden Kräfte mit den Widerständen im Gleichgewicht wären.

2. Die periodische Bewegung des Schwerpunktes. Im Beharrungszustand der Bewegung ist wohl die Kraft, mit welcher die Lokomotive durch den Dampfdruck getrieben wird, mit den Widerständen, im Mittel genommen, im Gleichgewicht, aber nicht in jedem einzelnen Zeitaugenblick der Bewegung, denn die beiden Kolben wirken auf zwei unter einem rechten Winkel gegen einander gestellte Kurbeln ein, was zur Folge hat, dass das statische Moment der Kraft, mit welcher die Kurbelaxe umgetrieben wird, einen periodisch veränderlichen Werth hat. Dieses Moment ist am kleinsten, wenn einer der beiden Kolben am Ende, der andere gleichzeitig auf halbem Schub steht, es ist am grössten, wenn beide Kurbeln mit der Bewegungsrichtung der Kolben Winkel von 45° bilden. Die Maschine wird also im Beharrungszustand ihrer Bewegung mit einer Kraft vorwärts getrieben, die bald stärker, bald schwächer ist, als die Widerstände, ihre Geschwindigkeit muss also bald zu-, bald abnehmen. Die hieraus entstehende Zuckung ist jedoch, wie wir früher (Seite 56) gezeigt haben, wegen der grossen Masse der Lokomotive, so wie auch wegen der Raschheit, mit der sie sich in der Regel bewegt, so schwach, dass ihre Existenz zwar durch Rechnung nachgewiesen, aber durch das Gefühl, so wie auch durch Messungen gar nicht erkannt werden kann.

3. Das Zucken. Die Massen der Kolben, der Kolbenstangen und Schubstangen, so wie auch die Massen einiger Steuerungstheile haben gegen das Wagengestell eine hin- und hergehende Bewegung. Der Schwerpunkt des vollständigen Lokomotivbaues hat daher gegen den Rahmenbau eine periodisch veränderliche Lage, allein diese Massenbewegungen können (nach dem Grundsatz der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes eines Massensystems) auf die Bewegungen des Schwerpunktes keinen Einfluss ausüben, es muss also die Verschiebung des Schwerpunktes, welche durch den Hin- und Hergang der Massen angeregt wird, durch eine gewisse Bewegung der Massen des Rahmen- und Kesselbaues aufgehoben werden. Gehen beide Kolben vorwärts, so muss gleichzeitig der Rahmen mit dem Kessel zurückweichen, gehen beide Kolben rückwärts, so muss der Rahmen mit dem Kessel vorwärts rücken. Bewegen sich die Kolben mit gleicher Geschwindigkeit nach entgegengesetzter Richtung, so kann in diesem Augenblick der Rahmenbau mit dem Kessel weder vorwärts, noch rückwärts. Man sieht also, dass durch die hin- und hergehenden Bewegungen der Massen des Kolbens, der Kolbenstange, der Schubstange etc., ein Vorwärts- und Rückwärtsbewegen des Rahmenbaues, mithin ein Zucken desselben veranlasst wird.

Man kann sich diese Wirkung der hin- und hergehenden Massen auch auf folgende Art erklären. Diese hin- und hergehenden Massen einer Maschine werden durch die erste Hälfte eines Schubes beschleuniget, in der zweiten Hälfte verzögert; dies ist aber nur möglich, wenn die auf diese Massen nach entgegengesetzter Richtung wirkenden Kräfte, nämlich der Druck des Dampfes gegen eine Kolbenfläche, und der Rückdruck des Kurbelzapfens gegen die Schubstange nicht gleich gross sind, sondern wenn der Rückdruck des Kurbelzapfens gegen die Schubstange in der ersten Hälfte des Schubes kleiner, in der zweiten Hälfte des Schubes grösser ist, als der Dampfdruck gegen den Kolben. Nun wirkt aber der in einem Cylinder befindliche Dampf nicht nur gegen eine der Grundflächen des Kolbens, sondern auch gleichzeitig gegen die dieser Grundfläche zugewendete Deckelfläche des Cylinders, und diese Pressungen sind von gleicher Stärke. Durch die Wirkung des Dampfes auf jede der beiden Maschinen wird daher der Rahmenbau durch ungleiche Kräfte nach entgegengesetzter

Richtung gepresst und die Resultirende dieser Kräfte wirkt in den auf einander folgenden Schubhälften abwechselnd vorwärts und rückwärts; es wird demnach der Wagenbau durch die Wirkung des Dampfes auf jede der beiden Maschinen abwechselnd vorwärts und rückwärts getrieben und da die Kurbeln der beiden Maschinen nicht um 180°, sondern um 90° gegeneinander gestellt sind, so können sich diese Wirkungen der beiden Maschinen auf das Wagengestelle, mit Ausnahme einzelner Zeitmomente, nicht aufheben, Wagenbau und Kessel müssen daher wegen der abwechselnden Beschleunigung und Verzögerung der hin- und hergehenden Massen in eine zuckende Bewegung gerathen. Diese störende Bewegung kann jedoch, wie zuerst *Le Chatelier* gezeigt hat, vollständig aufgehoben werden, wenn die Triebräder der Lokomotive mit Massen versehen werden, die durch ihre Centrifugalkraft die ungleiche Wirkung der Schubstangen gegen die Kurbelzapfen aufheben.

4. *Das Schlingern.* Nebst diesen zuckenden Bewegungen, veranlassen die hin- und hergehenden Massen auch noch eine oscillirende drehende Bewegung der Lokomotive um eine durch ihren Schwerpunkt gehende Vertikalaxe; denn die Pressungen des Dampfes gegen die Deckelflächen der Cylinder und die Pressungen der Schubstangen gegen die Kurbelzapfen, halten sich auch in Bezug auf Drehung um eine vertikale Schwerpunktsaxe nicht das Gleichgewicht. Diese Kräfte bestreben sich also, die Lokomotive abwechselnd hin und her zu drehen, und da die Räder zwischen den Schienen einen gewissen, wenn auch kleinen Spielraum haben, so setzt sich jene Drehung mit der fortschreitenden Bewegung zu einer schlängelnden Bewegung zusammen, die, insbesondere wenn der Druck der Vorderräder gegen die Bahn schwach ist, ein Ausgleisen der Lokomotive veranlassen kann.

Auch diese Schlängelung kann ganz aufgehoben werden, wenn man die Triebräder mit Massen versieht, die durch ihre Centrifugalkraft die Drehung aufheben, welche durch die hin- und hergehenden Massen angeregt wird.

Nebst den bisher angeführten Elementarbewegungen kommen noch drei andere, einzig und allein von dem Bau der Lokomotive herrührende schwingende Bewegungen vor. Der zu einem Ganzen vereinigte Bau des Rahmens, des Kessels und der Cylinder wird stets durch Federn getragen, die auf den Axenbüchsen der Trieb- und Tragräder direkt oder indirekt aufsitzen, dieser Bau liegt also auf einer elastischen Unterlage, die möglicher Weise dreierlei Bewegungen zulässt und diese Möglichkeiten werden durch den Druck, den die Gleitstücke, wegen der im Allgemeinen schiefen Lage der

Schubstangen, gegen die Führungen beim Vorwärtsfahren nach vertikaler Richtung aufwärts, beim Zurückfahren nach vertikaler Richtung abwärts ausüben, zur Wirklichkeit. Diese Bewegungen befolgen sehr komplizirte Gesetze, weil die Gleitstücke ihren Ort verändern und die Intensitäten ihrer Pressungen mit der wechselnden Neigung der Schubstangen periodisch veränderlich sind. Diese drei Bewegungen sind nun:

5. *Das Wogen.* Vertikalschwingung des Schwerpunktes. Der an den Federn hängende Bau wird durch sein Gewicht nach abwärts, durch die Elastizitätskraft der Federn und durch die Pressungen der Gleitstücke gegen die Führungslineale nach aufwärts zur Bewegung angeregt. Allein die Elastizitätskräfte der Federn sind mit ihrem Biegungszustand, und die Pressungen der Gleitstücke gegen die Führungslineale sind mit der Stellung der Schubstangen periodisch veränderlich, und dadurch entsteht nach vertikaler Richtung eine schwingende Bewegung des Schwerpunktes, die wir das Wogen der Lokomotive nennen wollen.

6. *Das Wanken.* (Drehung um eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Längenaxe.) Die auf den Wagenbau nach vertikaler Richtung wirkenden Kräfte sind im Allgemeinen in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Längenaxe nicht im Gleichgewicht, müssen daher, da sie periodisch veränderlich sind, ein Hin- und Herdrehen, also ein Wanken des ganzen Baues hervorbringen. Dadurch werden die Räder der Lokomotive bald stark, bald schwach gegen die Bahn gedrückt, und wenn in einem Moment, in welchem der Druck eines Vorderrades gegen die Bahn schwach ist, durch eine an der Bahn befindliche Unebenheit ein Stoss gegen dieses schwach niederdrückende Rad ausgeübt wird, so kann ein Ausgleisen der Lokomotive die Folge sein. Dieses Wanken, so wie auch das früher besprochene Auf- und Niederwogen der Lokomotive kann nicht vollständig aufgegeben werden, denn die Federn müssen vorhanden sein, weil sonst die von den Unebenheiten der Bahn entstehenden Stösse zu hart wären, und die Pressungen der Gleitstücke gegen die Leitlineale können auch nicht aufgehoben werden; diese störenden Bewegungen können jedoch durch eine zweckmässige Bauart der Lokomotive so weit gemässigt werden, dass sie nicht mehr gefährlich werden. Durch welche Construktionsweise dieses möglich wird, wird sich in der Folge zeigen.

7. *Das Nicken.* (Drehung um eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Queraxe.) Jene vertikal aufwärts wirkenden Pressungen der Federn und der Gleitstücke sind aber auch in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende horizontale

Queraxe nicht im Gleichgewicht, müssen also periodische Drehungen um diese Axe, demnach ein abwechselndes Heben und Senken der Enden des auf den Federn liegenden Baues hervorbringen. Jedesmal, wenn das vordere Ende des Wagenbaues aufwärts schwingt, ist der Druck der Vorderräder gegen die Bahn schwach, und wenn in einem solchen Moment durch eine Unebenheit der Bahn die Vorderräder in die Höhe gestossen werden, kann es geschehen, dass ihre Berührung mit der Bahn aufhört und dass sie aus dem Geleise gelenkt werden. Es ist also auch diese Störung hinsichtlich des Ausgleisens sehr bedenklich, und soll daher so weit als möglich geschwächt werden, was wiederum nur durch eine geeignete Bauart der Lokomotive geschehen kann.

Die aus dem Wogen, Wanken und Nicken sich zusammensetzende Bewegung kann man das Gaukeln nennen.

Den mittleren Fortlauf der Lokomotive und die periodische Bewegung des Schwerpunktes haben wir bereits in dem vorhergehenden Abschnitte behandelt; die übrigen der genannten Bewegungen werden wir in diesem Abschnitt erschöpfend untersuchen.

Das Zucken und Schlingern.

Bewegungen einer frei hängenden Lokomotive. Wenn man eine nicht balancirte Lokomotive an vier langen Ketten, welche den Rahmen an seinen vier Ecken fassen, aufhängt, so dass sie frei in der Luft schwebt, und sich wie ein Pendel in horizontalem Sinne nach jeder Richtung bewegen kann, hierauf den Kessel heizt, und den Dampf auf die Maschine wirken lässt, so gerathen nicht nur die Kolben, die Kolbenstangen, die Schubstangen, die Kurbelaxen und Triebräder in Bewegung, sondern es entsteht auch in dem Rahmenbau und in den damit verbundenen Theilen eine aus zwei Schwingungen zusammengesetzte Bewegung; aus einer Schwingung in der Richtung der Längenaxe der Lokomotive und aus einer drehenden Schwingung um eine Vertikalaxe. Die Ursachen, welche diese beiden Schwingungen veranlassen (die hin- und hergehenden Massen), sind auch dann vorhanden, wenn die Lokomotive nicht aufgehängt wird, sondern auf der Bahn steht und fortrollt, und sie sind es, welche das Zucken und Schlingern hervorbringen. In dem grössern Werke über den Lokomotivbau sind diese Schwingungen ausführlich untersucht, allein in dieser Abhandlung wollen wir uns darauf beschränken, zu zeigen, wie diese Störungen durch Anwendung von Balancirungsmassen aufgehoben werden können.

Aufhebung des Buckens und Schlingerns durch rotirende Massen. Die das Zucken und Schlingern aufhebenden Balancirungsmassen können auf folgende Weise bestimmt werden:

Die Wirkungen, welche die hin- und hergehenden Massen der Kolben, der Kolbenstangen, der Schubstangen und Kupplungsstangen in horizontalem Sinne hervorrufen, sind beinahe so, wie wenn diese Massen direkt mit den Kurbelzapfen verbunden wären und mit denselben herumrotirten, indem die Horizontalbewegungen dieser Massen von den Horizontalbewegungen der Kurbelzapfen nur wegen der endlichen Länge der Schubstangen etwas abweichen. Wir wollen daher die hin- und hergehenden Massen ganz wegnehmen, und dafür an die Kurbeln eben so grosse Massen anbringen, die dann mit den Kurbeln herumrotiren und durch ihre Centrifugalkraft in horizontalem Sinne Wirkungen ausüben, welche mit denen der horizontalen Massen übereinstimmen. Diese Wirkungen der rotirenden Massen können nur dadurch ganz beseitigt werden, indem wir die Triebräder mit rotirenden Balancirungsmassen verbinden, und dieselben so placiren und so gross nehmen, dass die Centrifugalkräfte derselben mit den Centrifugalkräften der mit den Kurbeln rotirenden Massen im Gleichgewicht sind.

Wir wollen zunächst diese Balancirungsmassen für eine Personenlokomotive mit innen liegenden Cylindern und inneren Rahmen bestimmen. Siehe Tafel V, Fig. 2, 3 und 4.

Nennen wir: S die Summe der Gewichte eines Kolbens einer Kolbenstange und einer Schubstange. q das Gewicht des über die runde Triebaxe hinausragenden Theiles des Kurbelkörpers einer Maschine. r den Halbmesser der Kurbel. ϱ die Entfernung des Schwerpunktes des Gewichtes q von der geometrischen Drehungsaxe des Triebrades. ω die Winkelgeschwindigkeit der Kurbelaxe. g die Beschleunigung durch die Schwere. Dies vorausgesetzt sind $\frac{S}{g}\omega^2 r$, $\frac{q}{g}\omega^2 \varrho$ die Centrifugalkräfte der Gewichte S und q einer von den beiden Maschinen, z. B. der hinteren Maschine (Fig. 2). Die Richtungen dieser Kräfte stimmen mit der Richtung der hinteren Kurbel überein. Diesen Centrifugalkräften kann man das Gleichgewicht halten durch Anbringung zweier Massen B und b, erstere am Hinterrad, letztere am Vorderrad, beide in einer Entfernung ϱ_1 von der Axe, und jede in denjenigen Radien der Räder, welche der Richtung der hinteren Kurbel entgegengesetzt sind. Die Centrifugalkräfte dieser Gewichte B und b sind: $\frac{B}{g}\omega^2 \varrho_1$, $\frac{b}{g}\omega^2 \varrho_1$. Nennt man $2 e_1$ die horizontale Distanz der Schwerpunkte von B und b, $2 e$ die horizontale

Distanz der Maschinenaxen, so erhalten wir nach dem bekannten Hebelgesetze für das Bestehen des Gleichgewichtes zwischen den Centrifugalkräften folgende Bedingungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} 2\, e_2 \frac{b\, \omega^2\, \varrho_2}{g} &= (e_2 - e) \left[\frac{S}{g}\, \omega^2\, r + \frac{q}{g}\, \omega^2\, \varrho\right] \\ 2\, e_2 \frac{B\, \omega^2\, \varrho_2}{g} &= (e_2 + e) \left[\frac{S}{g}\, \omega^2\, r + \frac{q}{g}\, \omega^2\, \varrho\right] \end{aligned}\right\} \quad . \; . \quad (1)$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\left.\begin{aligned} b &= \left(\frac{S\, r + q\, \varrho}{\varrho_2}\right) \frac{e_2 - e}{2\, e_2} \\ B &= \frac{S\, r + q\, \varrho}{\varrho_2}\; \frac{e_2 + e}{2\, e_2} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Hiermit sind nun die Balancirungsmassen B und b bestimmt, welche die Wirkung der Massen einer Maschine aufheben. Um nun auch die Wirkung der Massen der zweiten (der vorderen) Maschine aufzuheben, muss man an die Räder noch zwei Massen B_1 und b_1, die so gross als B und b sind, so anbringen, dass sie der Richtung der vorderen Kurbel entgegengesetzt stehen. Fig. 3 und 4. Die störenden Wirkungen der Massen beider Maschinen werden also vollständig aufgehoben, indem man am Hinterrad die Massen B und b_1 so anbringt, wie Fig. 3 zeigt, und am Vorderrad die Massen B_1 und b so wie Fig. 4 zeigt.

Da es in construktiver Hinsicht unbequem ist, an jedes Rad zwei Massen anzubringen, so kann man für die zwei Massen eines Rades eine einzige Masse Q aufsuchen, deren Wirkung mit denen der beiden Massen äquivalent ist. Nennt man γ den Winkel, den die nach den Schwerpunkten von B und Q und von B_1 und Q gehenden Radien miteinander bilden, und setzt voraus, dass die Entfernung des Schwerpunktes der Masse Q von der Axe ebenfalls gleich ϱ_2 ist, so ist: $\frac{Q}{g}\, \omega^2\, \varrho_2$ die Centrifugalkraft von Q, und diese ersetzt die Centrifugalkraft von B und b_1 ($= b$), wenn

$$\frac{Q}{g}\, \omega^2\, \varrho_2 \cos\gamma = \frac{B}{g}\, \omega^2\, \varrho_2$$

$$\frac{Q}{g}\, \omega^2\, \varrho_2 \sin\gamma = \frac{b}{g}\, \omega^2\, \varrho_2$$

Hieraus folgt:

$$Q \cos\gamma = B, \qquad Q \sin\gamma = b$$

$$Q = \sqrt{B^2 + b^2}, \quad \sin\gamma = \frac{b}{Q}, \quad \cos\gamma = \frac{B}{Q}.$$

Führt man hier für b und B die Werthe von (2) ein, so findet man:

$$\left.\begin{aligned} Q &= \frac{S\,r + q\,\varrho}{\varrho_2}\sqrt{\frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{e}{e_2}\right)^2\right]} \\ \sin\gamma &= \frac{S\,r + q\,\varrho}{2\,Q\,\varrho_2}\left(1 + \frac{e}{e_2}\right) \\ \cos\gamma &= \frac{S\,r + q\,\varrho}{2\,Q\,\varrho_2}\left(1 + \frac{e}{e_2}\right) \\ \operatorname{tang}\gamma &= \frac{e_2 - e}{e_2 + e} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (3)$$

Diese Ausdrücke gelten auch für Personenlokomotive mit aussen liegenden Cylindern. Allein für diese letzteren ist

$$e > e_2, \text{ demnach } \frac{e}{e_2} > 1 \text{ und } e_2 - e \text{ negativ},$$

während für innere Cylinder

$$e < e_2, \text{ demnach } \frac{e}{e_2} < 1 \text{ und } e_2 - e \text{ positiv ist.}$$

Dies hat zur Folge: 1. Dass Q für aussen liegende Maschinen grösser ausfällt, als für innen liegende. 2. Dass für aussen liegende Maschinen $\sin\gamma$ negativ, $\cos\gamma$ positiv ausfällt, so dass die Balancirungsgewichte für Maschinen mit aussen liegenden Cylindern so anzubringen sind, wie Fig. 5 und 6 zeigen.

Für aussen liegende Maschinen ist $\frac{e}{e_2}$ sehr wenig von der Einheit verschieden, wird demnach $\sin\gamma$ oder γ nahe gleich Null, so dass in diesem Falle die Balancirungsgewichte gegen die Maschinenkurbeln entgegengesetzt angebracht werden dürfen.

Wir wollen nun noch die Balancirungsgewichte für Lokomotive mit gekuppelten Rädern bestimmen: Die Maschinen sollen innen liegen, die Kupplungskurbeln seien den Maschinenkurbeln parallel Fig. 7.

Nebst den vorhergehenden Bezeichnungen stellen wir noch folgende auf: S_1 das Gewicht aller auf einer Seite der Maschine vorkommenden Kupplungsstangen. r_1 den Halbmesser einer Kupplungskurbel. q_1 die Summe der Gewichte aller auf einer Seite der Maschine vorkommenden Kupplungskurbeln. ϱ_1 die Entfernung des Schwerpunktes einer Kupplungskurbel von der Axe. B und b die Balancirungsgewichte, deren Centrifugalkraft den Centrifugalkräften von S, q, S_1, q_1 das Gleichgewicht hält. ϱ_2 ihre Entfernungen von der Axe. $2\,e_1$ die horizontalen Entfernungen der Kurbelzapfen der Kupplungskurbeln, welche sich an einer Axe befinden. Wir setzen voraus, dass die Halbmesser, in welchen die Schwerpunkte von B und b liegen, r und r_1 entgegengesetzt sind. Nun sind:

$$\frac{S}{g}\,\omega^2\,r,\;\frac{q}{g}\,\omega^2\,r,\;\frac{S_1}{g}\,\omega^2\,r_1,\;\frac{q_1}{g}\,\omega^2\,r_1,\;\frac{B}{g}\,\omega^2\,\varrho_2,\;\frac{b}{g}\,\omega^2\,\varrho_2$$

die Centrifugalkräfte der sechs Gewichte S q S_1 q_1 B b.

Nach dem Gesetz des Hebels halten sich diese sechs Kräfte das Gleichgewicht, wenn dieselben folgenden Bedingungen entsprechen:

$$\frac{B}{g}\,\omega^2\,\varrho_2 \times 2\,e_2 = \left(\frac{S}{g}\,\omega^2\,r + \frac{q}{g}\,\omega^2\,\varrho\right)(e_2 + e) + \left(\frac{S_1}{g}\,\omega^2\,r_1 + \frac{q_1}{g}\,\omega^2\,\varrho_1\right)(e_2 + e_1)$$

$$\frac{b}{g}\,\omega^2\,\varrho_2 \times 2\,e_2 = \left(\frac{S}{g}\,\omega^2\,r + \frac{q}{g}\,\omega^2\,\varrho\right)(e_2 - e) - \left(\frac{S_1}{g}\,\omega^2\,r_1 + \frac{q_1}{g}\,\omega^2\,\varrho_1\right)(e_1 - e_2)$$

Hieraus folgt:

$$\left.\begin{aligned} B &= \frac{S\,r + q\,\varrho}{\varrho_2}\;\frac{e_2 + e}{2\,e_2} + \frac{S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1}{\varrho_2}\;\frac{e_1 + e_2}{2\,e_2} \\ b &= \frac{S\,r + q\,\varrho}{\varrho_2}\;\frac{e_2 - e}{2\,e_2} - \frac{S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1}{\varrho_2}\;\frac{e_1 - e_2}{2\,e_2} \end{aligned}\right\} \;.\;.\;(4)$$

Diese zwei Massen heben die Wirkungen auf, die durch die Massen der hinteren Maschine und der hinteren Kupplungsstangen verursacht werden. Um auch die Massenwirkung der vorderen Maschine und der vorderen Kupplungsstangen aufzuheben, sind noch zwei Balancirungsmassen B_1 und b_1 nothwendig, die so gross sind, als B und b, von der Axe um ϱ_2 entfernt sind, aber gegen die vorderen Kurbeln eine entgegengesetzte Lage haben. Die Figuren 8 und 9 zeigen die Positionen der Gewichte B b B_1 b_1.

Statt der zwei Massen, die an einem Rade anzubringen sind, kann man auch hier mit nur einer Masse Q ausreichen, wenn man sie so wählt, dass ihre Centrifugalkraft den Resultirenden der Centrifugalkräfte von B und b, gleich ist. Dies ist der Fall wenn:

$$B = Q \cos\gamma, \quad b = Q \sin\gamma,$$

d. h. wenn

$$Q = \sqrt{B^2 + b^2}, \quad \sin\gamma = \frac{b}{Q}, \quad \cos\gamma = \frac{B}{Q} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

setzt man für B und b die Werthe aus (4), so findet man:

$$\left.\begin{aligned} Q &= \frac{S r + q \varrho}{\varrho_2} \sqrt{\left\{ \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{e}{e_2}\right)^2\right] + \left[1 + \frac{e\, e_1}{e_2^2}\right] \frac{S_1 r_1 + q_1 \varrho_1}{S r + q \varrho} \right.} \\ &\qquad\qquad \overline{\left. + \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{e_1}{e_2}\right)^2\right] \left[\frac{S_1 r_1 + q_1 \varrho_1}{S r + q \varrho}\right]^2 \right\}} \\ \sin\gamma &= \frac{1}{2 \varrho_2 Q}\left[(S r + q \varrho)\left(1 - \frac{e}{e_2}\right) - \left(S_1 r_1 + q_1 \varrho_1\right)\left(\frac{e_1}{e_2} - 1\right)\right] \\ \cos\gamma &= \frac{1}{2 \varrho_2 Q}\left[(S r + q \varrho)\left(1 + \frac{e}{e_2}\right) + \left(S_1 r_1 + q_1 \varrho_1\right)\left(\frac{e_1}{e_2} + 1\right)\right] \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Obgleich diese Formeln für eine spezielle Anordnung einer Lokomotive hergeleitet wurden, so bedarf es doch keiner neuen Herleitung, um die Balancirungsgewichte für andere Anordnungen zu erhalten. Zunächst bedarf es gar keiner Aenderung der Form, wenn die Cylinder nicht innen, sondern aussen liegen; es ist in diesem Falle nur $\frac{e}{e_2} > 1$ und $\frac{e}{e_1} > 1$ während $\frac{e_1}{e_2}$ stets grösser als 1 bleibt. Wir haben angenommen, dass die Kupplungskurbeln den Maschinenkurbeln parallel gestellt sind. Stehen die Kupplungskurbeln den Maschinenkurbeln entgegengesetzt, so ist $(S_1 r_1 + q_1 \varrho_1)$ negativ zu setzen. Hieraus sieht man, dass die Balancirungsmassen am grössten ausfallen, wenn die Maschinen aussen liegen und die Kupplungskurbeln zugleich Maschinenkurbeln sind. Am kleinsten fallen hingegen die Balancirungsgewichte aus, wenn die Maschinen innen und möglichst nahe neben einander liegen, und wenn die Kupplungskurbeln gegen die Maschinenkurbeln entgegengesetzte Richtungen haben. Auch über den Ort, wo die Balancirungsmassen anzubringen sind, kann kein Zweifel entstehen. Fällt $\sin\gamma$ und $\cos\gamma$ positiv aus, so fallen die Balancirungsgewichte in die mit I. bezeichneten Quadranten, die dem Quadranten, welchen die Maschinenkurbeln bilden, entgegengesetzt sind. Wird $\sin\gamma$ positiv, $\cos\gamma$ negativ, so ist $\gamma > 90^\circ, < 180^\circ$ und die Balancirungsgewichte fallen in die mit II. bezeichneten Quadranten. Ist $\sin\gamma$ und $\cos\gamma$ negativ, so ist $\gamma > 180^\circ$, $< 270^\circ$ und die Balancirungsgewichte fallen in die mit III. bezeichneten Quadranten. Ist endlich $\sin\gamma$ negativ, $\cos\gamma$ positiv, so fallen die Balancirungsgewichte in die mit IV. bezeichneten Quadranten. Bei schweren Güterzugmaschinen mit gekuppelten Rädern und aussen liegenden Maschinen fallen die Balancirungsgewichte so schwer aus, dass man das ganze Gewicht Q auf sämmtliche an einer Seite der Maschine befindlichen Räder vertheilen muss.

Um die Richtigkeit der aufgestellten Gleichungen thatsächlich nachzuweisen, habe ich ein Modell anfertigen lassen, in welchem nur allein das Massensystem einer Lokomotive dargestellt ist. Es ist an vier langen Kettchen an ein Gerüst gehängt, und kann durch eine Riementransmission in beliebige rasche Bewegung versetzt werden, ohne dass dadurch die Horizontalschwankungen des Modelles alterirt werden. Ist das Modell nicht balancirt und wird es rasch gedreht, so ist der stärkste Mann bei äusserster Anstrengung nicht im Stande, das Modell ruhig schwebend festzuhalten. Werden dagegen Balancirungsgewichte angebracht, die vermittelst der entwickelten Theorie berechnet sind, so bleibt das Modell, wenn es auch noch so schnell gedreht wird, vollkommen ruhig, und wenn man den Rahmen ganz zart zwischen zwei Fingern hält, merkt man nicht die geringste Tendenz zu irgend einer horizontalen Bewegung.

Die vertikalen Wirkungen der Balancirungsgewichte. Wenn man die Horizontalwirkungen der hin- und hergehenden Massen durch rotirende Balancirungen aufhebt, so wird zwar das Zucken und Schlingern vollständig beseitigt, allein indem die Balancirungsmassen im Kreise herumgeschleudert werden, werden die Räder bald stärker, bald schwächer gegen die Bahn gedrückt, und wenn die Drehung der Räder mit einer gewissen Geschwindigkeit erfolgt, kann es sogar geschehen, dass die Räder in die Höhe springen, wenn das Balancirungsgewicht vertikal über der Axe steht.

Nennt man G das Gewicht des Triebwerkes und des daran angebrachten Balancirungsgewichtes, $\mathfrak{P}$ den Druck des Federstieles gegen die Achsenbüchse, so ist $\mathfrak{P} + \frac{1}{2} G$ die Kraft, mit welcher das Triebrad gegen die Bahn gedrückt wird, wenn die Lokomotive ruht. Nun ist:

$$\frac{Q}{g}\left(\frac{V}{\frac{1}{2} D}\right)^2 \varrho_2$$

Die Centrifugalkraft des Balancirungsgewichtes, wobei V die Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive, D den Durchmesser des Triebrades und ϱ_2 die Entfernung des Schwerpunktes von Q von der Axe bedeutet. Wenn nun das Rad nicht aufspringen soll, wenn das Balancirungsgewicht über die Radaxe zu stehen kommt, muss:

$$\frac{Q}{g}\left(\frac{V}{\frac{1}{2}D}\right)^2 \varrho_2 < \mathfrak{P} + \frac{1}{2} G$$

oder

$$V < \frac{1}{2} D \sqrt{\frac{g\left(\mathfrak{P} + \frac{1}{2} G\right)}{Q\,\varrho_2}} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

Es sei z. B. für eine Schnellzuglokomotive:

$$\mathfrak{P} + \frac{1}{2} G = 4000,\ \ Q = 100,\ \ D = 2{\cdot}5,\ \ \varrho_2 = 1^m$$

so wird:

$$\frac{1}{2} D \sqrt{\frac{g\left(\mathfrak{P} + \frac{1}{2} G\right)}{Q\,\varrho_2}} = 25 \text{ Meter.}$$

Das Rad wird also nicht aufspringen, wenn die Laufgeschwindigkeit kleiner als 25 Meter ist, eine Geschwindigkeit, die nicht viel grösser ist, als diejenige der schnelllaufenden Schnellzüge.

Balancirung durch hin- und hergehende Massen. Diese allerdings fatale Wirkung der rotirenden Balancirungsgewichte gegen die Bahn macht es wünschenswerth, die Balancirung auf andere Weise zu bewerkstelligen.

Ein Mittel, wodurch die Horizontalwirkungen der hin- und hergehenden Massen gänzlich aufgehoben werden können, ohne dass gleichzeitig schädliche Wirkungen nach vertikaler Richtung hervorgerufen werden, besteht in der Anbringung von horizontal hin- und herlaufenden Gegenmassen. Wendet man statt einer einfachen Kurbel eine Doppelkurbel A B C Fig. 10 und 11 an, hängt bei C eine Schubstange ein, die so lang ist, als A E, lässt das Ende D durch Lineale führen, und befestigt in D eine Masse, die so gross ist, als die Masse des Kolbens und der Kolbenstange, so hat man eine in jeder Hinsicht vollkommene Balancirung der hin- und hergehenden Massen. Auch durch Gegenmaschinen kann man den gleichen Zweck erreichen, wie dies bei der *Bodmer*'schen Lokomotive der Fall ist, allein dieses letztere Mittel macht die Anordnung zu komplizirt.

Blos passive Gegenmassen lassen sich jedoch einfach realisiren. Gänzlich aufgehoben würden alle störenden Bewegungen ohne Ausnahme durch Dampfmaschinen mit direkt rotirenden Kolben. Leider ist es bis jetzt nicht gelungen, für derlei Maschinen ganz solide Konstruktionen ausfindig zu machen.

Das Gaukeln oder das Wanken, Wogen und Nicken.

Die Kräfte, welche das Gaukeln verursachen. Das Wanken, Wogen und Nicken oder die gaukelnde Bewegung des auf den Federn liegenden Baues wird durch die Kräfte verursacht, welche auf dieses Massensystem einwirken und sich nicht das Gleichgewicht halten. Diese Kräfte sind folgende:

1. das Gewicht des auf den Federn ruhenden Baues;
2. die Elastizitätskräfte der Federn;
3. die Pressungen der Gleitstücke gegen die Führungslineale;
4. der Widerstand des durch die Lokomotive fortzuziehenden Trains;
5. die Pressungen des Dampfes gegen die Deckelflächen der Dampfcylinder;
6. die Pressungen der Triebaxe gegen die Axengabeln.

Wenn eine Lokomotive ruhig auf der Bahn steht, wird das Gewicht des auf den Federn liegenden Baues durch die Elastizitätskräfte der Federn getragen, und jede derselben befindet sich dabei in einem mehr oder weniger deformirten Zustande. So wie aber in dem auf den Federn liegenden Bau eine gaukelnde Bewegung veranlasst wird, werden die Federn bald mehr, bald weniger deformirt, und wirken dann mit veränderlichen Intensitäten auf den Bau ein, so dass in demselben die einmal hervorgerufene gaukelnde Bewegung fortdauernd erhalten wird.

Die Schubstangen bilden mit den Kolbenstangen Winkel, die mit den Kurbelstellungen veränderlich sind; dies hat zur Folge, dass die Gleitstücke gegen die Führungslineale beim Vorwärtsfahren nach aufwärts, beim Rückwärtsfahren nach abwärts Pressungen ausüben, deren Angriffspunkte und Intensitäten veränderlich sind.

Am hinteren Ende des Rahmenbaues wirkt der Widerstand, den der fortzuschaffende Wagenzug verursacht. Der Angriffspunkt dieses Widerstandes liegt tiefer als der Schwerpunkt des auf den Federn liegenden Baues, und die Intensität desselben ist, streng genommen, wegen der nicht ganz gleichförmigen Bewegung der Lokomotive etwas veränderlich.

Die mit dem Rahmenbau fest verbundenen Dampfcylinder werden durch den Druck des Dampfes gegen die Deckelflächen der Cylinder bald vorwärts, bald rückwärts getrieben. Laufen beide Kolben vorwärts, so werden die Cylinder durch den Dampfdruck zurück getrieben. Laufen beide Kolben nach rückwärts, so werden die Cylinder nach vorwärts getrieben. Laufen die Kolben nach entgegengesetzter Richtung, so wird einer von den Cylindern nach vorwärts, der andere nach rückwärts getrieben.

Durch den Druck des Dampfes gegen die Kolben wird die Axe der Triebräder mit veränderlicher Kraft bald vorwärts, bald rückwärts getrieben. Die Axenbüchsen drücken desshalb bald stärker, bald schwächer gegen die Axengabeln.

Durch das veränderliche Spiel dieser Kräfte wird das Wanken, Wogen und Nicken hervorgebracht. Das Wanken entsteht, weil diese Kräfte in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Queraxe nicht im Gleichgewichte sind. Das Wogen wird veranlasst, weil die Summe der vertikal aufwärts wirkenden Kräfte veränderlich ist, während das vertikal abwärts wirkende Gewicht des Baues einen konstanten Werth hat. Das Nicken wird hervorgerufen, weil die Kräfte in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Längenaxe nicht im Gleichgewichte sind.

Die Bestimmung dieser störenden Bewegungen ist der Gegenstand der folgenden Untersuchung, die dabei vorkommenden Rechnungen sind zwar weitläufig, stehen aber in keinem Missverhältnisse mit den Resultaten, welche sie uns liefern.

Druck der Gleitstücke gegen die Führungslineale. Es sei, Taf. VI, Fig. 1:

r der Halbmesser einer Maschinenkurbel;
L die Länge einer Schubstange;
α der Winkel, den in irgend einem Augenblick der Bewegung eine Kurbel mit der Bewegungsrichtung des Kolbens bildet;
λ der Winkel, den gleichzeitig die Schubstange mit der Kolbenstange oder mit der Bewegungsrichtung des Kolbens bildet;
P die Kraft, mit welcher der Kolben treibend einwirkt;
S der in der Schubstange wirkende Widerstand;
N die Kraft, mit welcher das Gleitstück nach aufwärts getrieben wird, wenn die Bewegung nach vorwärts erfolgt.

Dies vorausgesetzt, ist zunächst

$$r \sin \alpha = L \sin \lambda$$

demnach

$$\sin \lambda = \left(\frac{r}{L}\right) \sin \alpha \qquad \operatorname{tang} \lambda = \frac{\left(\frac{r}{L}\right) \sin \alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2 \alpha}}$$

Es ist aber ferner $S \cos \lambda = P$, $S \sin \lambda = N$, demnach

$$N = P \operatorname{tang} \lambda = P \frac{\left(\frac{r}{L}\right) \sin \alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2 \alpha}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Das Verhältniss $\left(\frac{r}{L}\right)$ ist bei Lokomotiven immer höchstens $\frac{1}{6}$, der Werth von $\left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2\alpha$ beträgt also im Maximum $\frac{1}{36}$, kann also gegen die Einheit vernachlässigt werden; dann wird aber

$$N = P \frac{r}{L} \sin \alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Bezeichnen wir für die zweite Maschine die Kraft, mit welcher ihr Kolben treibend wirkt, mit P_1 und den Druck des Gleitstückes gegen das Führungslineal mit N_1, so ist, da die Kurbeln der beiden Maschinen einen rechten Winkel bilden,

$$N_1 = P_1 \frac{r}{L} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = P_1 \frac{r}{L} \cos \alpha \quad . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Es folgt sowohl aus der Betrachtung der Figur, so wie auch aus den Werthen von N und N_1, dass diese Pressungen der Gleitstücke gegen die Führungslineale stets nach aufwärts gerichtet bleiben, so lange die Bewegung der Kurbeln nach der Richtung des Pfeiles erfolgt, denn das Zeichen von P stimmt stets mit dem Zeichen von $\sin \alpha$, und das Zeichen von P_1 stimmt stets mit dem Zeichen von $\cos \alpha$ überein. Erfolgt dagegen die Bewegung der Kurbeln nach einer Richtung, die der des Pfeiles in der Figur entgegengesetzt ist, so fallen die Zeichen von P und $\sin \alpha$, so wie auch von P_1 und $\cos \alpha$ entgegengesetzt aus, die Werthe von N und N_1 werden also dann beständig negativ oder die Pressungen der Gleitstücke gegen die Führungslineale sind, beim Rückwärtsfahren einer Lokomotive, deren Cylinder vor der Triebaxe liegen, nach abwärts gerichtet.

Dass diese Pressungen spürbare Wirkungen hervorbringen können, sieht man am besten durch ihre numerischen Werthe.

Es sei z. B. für eine Personenzuglokomotive der Durchmesser eines Dampfcylinders = 0·4 Meter, die Spannung des Dampfes hinter den Kolben auf 1 Quadratmeter bezogen, 50000 Kilogramm, der schädliche Widerstand vor den Kolben 12500 Kilogramm, das Verhältniss $\frac{r}{L} = 6$, so sind die grössten Werthe von N und N_1

$$\frac{0{\cdot}4^2 \times 3{\cdot}14}{4} (50000 - 12500) \frac{1}{6} = 785 \text{ Kilogramm.}$$

Allgemeine Gleichungen zur Bestimmung der gaukelnden Bewegung. Um die Bewegungen des auf den Federn liegenden Baues zu bestimmen, nehmen wir ein die Bewegung der Lokomotive begleitendes Axensytem $O\xi$ $O\upsilon$ $O\zeta$ an, O der Schwerpunkt des auf den Federn liegenden Baues, $O\zeta$ vertikal oder senkrecht gegen die Ebene des Rahmenbaues, $O\xi$ parallel mit der Längenrichtung der Lokomotive und parallel mit der Ebene des Rahmens, $O\upsilon$ quer über die Ebene des Rahmens. Während die gaukelnde Bewegung stattfindet, schwingt der Punkt O nach vertikaler Richtung auf und nieder, und ändern die drei Axen $O\xi$ $O\upsilon$ $O\zeta$ ihre Richtungen. Steht die Lokomotive ganz ruhig auf der Bahn, so hat der Punkt O eine gewisse Position O_1, und haben die Axen $O\xi$ $O\upsilon$ $O\zeta$ gewisse Richtungen $O_1\xi_1$ $O_1\upsilon_1$ $O_1\zeta_1$. Projiziren wir die Axe $O\zeta$ auf die Ebene von $O_1\zeta_1\xi_1$ und auf die Ebene von $O_1\zeta_1\upsilon_1$, und nennen für irgend einen Augenblick ζ die Höhe des Punktes O über O_1, und ψ den Winkel, den die Projektion $O\zeta$ auf der Ebene von $O_1\zeta_1\upsilon_1$ mit $O_1\zeta_1$ bildet, φ den Winkel, welchen die Projektion von $O\zeta$ auf der Ebene von $O_1\zeta_1\xi_1$ bildet, so wird durch die drei Grössen $\zeta\,\psi\,\varphi$ die gaukelnde Bewegung bestimmt. ζ bestimmt das Wogen, ψ das Wanken, φ das Nicken; oder ζ bestimmt die Vertikalschwingungen des Schwerpunktes, ψ die drehenden Schwingungen um die Längenaxe, φ die drehenden Schwingungen um die Queraxe.

Nennen wir ΣZ die Summe der Vertikalkräfte, welche zur Zeit t auf den Bau einwirken, $\binom{M}{\psi}$ die Summe der statischen Momente der Kräfte, welche zur Zeit t den Winkel ψ zu vergrössern suchen, also die Summe der Momente der Kräfte in Bezug auf die Längenaxe, $\binom{M}{\varphi}$ die Summe der statischen Momente der Kräfte, welche zur Zeit t den Winkel φ zu vergrössern suchen, also die Summe der Momente der Kräfte in Bezug auf die Queraxe, M die Masse des auf den Federn liegenden Baues, A das Trägheitsmoment der Masse M in Bezug auf die Längenaxe, B das Trägheitsmoment der

Masse M in Bezug auf die Queraxe, so sind die Gleichungen, welche ζ ψ und φ bestimmen:

$$\left.\begin{aligned} M\frac{d^2\zeta}{dt^2} &= \frac{1}{2}\Sigma Z \\ A\frac{d^2\psi}{dt^2} &= \frac{1}{2}\binom{M}{\psi} \\ B\frac{d^2\varphi}{dt^2} &= \frac{1}{2}\binom{M}{\varphi} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Ausmittlung der Werthe von ΣZ, $\binom{M}{\psi}$, $\binom{M}{\varphi}$. Um das Verständniss der folgenden Untersuchung zu erleichtern, wollen wir derselben eine Lokomotive von ganz bestimmter und bekannter Bauart zu Grund legen. Wir wählen eine *Stephenson*'sche Personenzuglokomotive mit inneren Cylindern, innerem Rahmen und mit sechs nicht gekuppelten Rädern (Taf. VI, Fig. 2, 3, 4, 5).

Der Erfahrung zufolge dürfen wir annehmen, dass die zum Zusammendrücken einer Feder erforderliche Kraft der Zusammendrückung proportional sei. Die Richtigkeit dieses Satzes werden wir in der Folge auch theoretisch nachweisen; er gilt jedoch nur für nicht zu starke Zusammendrückungen. Die Zahl, mit welcher man die Zusammendrückung einer Feder multipliziren muss, um die zusammendrückende Kraft zu erhalten, wollen wir den Starrheits-Coeffizienten der Feder heissen. Ist also f der Starrheits-Coeffizient einer Feder, x ihre Zusammendrückung, so ist $f\,x$ die zusammendrückende Kraft.

Nennen wir nun, Taf. VI, Fig. 2 bis Fig. 5,

G das Gewicht des auf den Federn liegenden Baues, mit Einschluss des im Kessel enthaltenen Wassers;

Δ_1 den Horizontalabstand des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues von der hinteren Laufaxe;

Δ_2 den Horizontalabstand dieses Schwerpunktes von der mittleren Triebaxe;

Δ_3 den Horizontalabstand dieses Schwerpunktes von der vorderen Laufaxe;

$2\,\varepsilon$ die Entfernung der Federn an einer Seite der Lokomotive von den Federn der andern Seite;

$f_1\ f_2\ f_3\ f_4\ f_5\ f_6$ die Starrheits-Coeffizienten der in den Punkten 1, 2, 3, 4, 5, 6 (Fig. 5) wirkenden Federn;

$\zeta_1\ \zeta_2\ \ldots\ \zeta_6$ die Zusammendrückungen dieser Federn durch das Gewicht des Baues, wenn derselbe ruhig auf den Federn liegt und die Lokomotive ruhig auf der Bahn steht.

Dies vorausgesetzt, sind $f_1\ \zeta_1\ \ f_2\ \zeta_2\ \ .\ .\ .\ \ f_6\ \zeta_6$ die Kräfte, mit welchen die Federn nach vertikaler Richtung auf den Bau aufwärts wirken, wenn die Lokomotive in vollkommen ruhigem Zustand auf der Bahn steht. Für den Gleichgewichtszustand der Federn im ruhenden Zustand des Baues bestehen demnach folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{array}{c} G = f_1\,\zeta_1 + f_2\,\zeta_2 + \ .\ .\ .\ .\ .\ .\ + f_6\,\zeta_6 \\ \Delta_1\,(f_1\,\zeta_1 + f_4\,\zeta_4) + \Delta_2\,(f_2\,\zeta_2 + f_5\,\zeta_5) = \Delta_3\,(f_3\,\zeta_3 + f_6\,\zeta_6) \\ f_1\,\zeta_1 + f_2\,\zeta_2 + f_3\,\zeta_3 = f_4\,\zeta_4 + f_5\,\zeta_5 + f_6\,\zeta_6 \end{array}\right\} \ .\ .\ .\ (2)$$

Wir wollen diese Gleichungen zunächst benützen, um die Bedingungen ausfindig zu machen, bei deren Erfüllung alle Federn durch den auf denselben ruhig liegenden Bau um gleich viel zusammengedrückt werden, wollen aber voraussetzen, dass die auf eine und dieselbe Axe einwirkenden Federn gleich starr sind, dass also $f_1 = f_4$, $f_2 = f_5$, $f_3 = f_6$ und $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3\ .\ .= \zeta_6 = z$ sei, wobei z die in allen Federn entstehende Zusammendrückung bedeutet. In diesem Falle werden die zwei ersten der Gleichungen (2):

$$\left.\begin{array}{l} G = 2\,z\,(f_1 + f_2 + f_3) \\ o = \Delta_1\,f_1 + \Delta_2\,f_2 - \Delta_3\,f_3 \end{array}\right\} \ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (3)$$

und die dritte dieser Gleichungen wird identisch erfüllt.

Dies sind also die Bedingungen, bei deren Erfüllung alle Federn durch die Last des Baues um gleich viel zusammengepresst werden, vorausgesetzt, dass die auf eine Axe wirkenden Federn gleich starr sind. Wir werden in der Folge veranlasst sein, auf diese Bedingungen (3) zurückzukommen.

Wir denken uns nun, dass man den Bau aus der Gleichgewichtsposition, die durch die Gleichungen (2) charakterisirt wird, in eine andere Lage bringt, indem man den Bau parallel zu seiner Gleichgewichtslage um ζ hebt, sodann um eine durch den Schwerpunkt gehende Queraxe um einen Winkel φ (Fig. 2) so dreht, dass der vordere Theil der Lokomotive höher zu stehen kommt, und endlich um eine durch den Schwerpunkt gehende Längenaxe um einen kleinen Winkel ψ (Fig. 3, 4) so dreht, dass sich die rechte Seite der Lokomotive hebt, die linke aber senkt, so sind dann:

Die Zusammendrückungen der Federn:	Die zusammendrückenden Kräfte:
$\zeta_1 - \zeta + \Delta_1\,\varphi + \varepsilon\,\psi$	$f_1\,(\zeta_1 - \zeta + \Delta_1\,\varphi + \varepsilon\,\psi)$
$\zeta_2 - \zeta + \Delta_2\,\varphi + \varepsilon\,\psi$	$f_2\,(\zeta_2 - \zeta + \Delta_2\,\varphi + \varepsilon\,\psi)$
$\zeta_3 - \zeta - \Delta_3\,\varphi + \varepsilon\,\psi$	$f_3\,(\zeta_3 - \zeta - \Delta_3\,\varphi + \varepsilon\,\psi)$
$\zeta_4 - \zeta + \Delta_1\,\varphi - \varepsilon\,\psi$	$f_4\,(\zeta_4 - \zeta + \Delta_1\,\varphi - \varepsilon\,\psi)$
$\zeta_5 - \zeta + \Delta_2\,\varphi - \varepsilon\,\psi$	$f_5\,(\zeta_5 - \zeta + \Delta_2\,\varphi - \varepsilon\,\psi)$
$\zeta_6 - \zeta - \Delta_3\,\varphi - \varepsilon\,\psi$	$f_6\,(\zeta_6 - \zeta - \Delta_3\,\varphi - \varepsilon\,\psi)$

und es ist nun:

a. die Summe aller den Rahmenbau aufwärts drückenden Federkräfte:

$$\begin{aligned} &f_1\,\zeta_1 + f_2\,\zeta_2 + f_3\,\zeta_3 + f_4\,\zeta_4 + f_5\,\zeta_5 + f_6\,\zeta_6 - \zeta\,[f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6] \\ &\quad + \varphi\,[\Delta_1\,(f_1 + f_4) + \Delta_2\,(f_2 + f_5) - \Delta_3\,(f_3 + f_6)] \\ &\qquad + \varepsilon\,\psi\,[f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6] \end{aligned}$$

b. die algebraische Summe der statischen Momente der Federkräfte in Bezug auf die Queraxe:

$$\begin{aligned} &+ \Delta_3\,[f_3\,(\zeta_3 - \zeta - \Delta_3\,\varphi + \varepsilon\,\psi) + f_6\,(\zeta_6 - \zeta - \Delta_3\,\varphi - \varepsilon\,\psi)] \\ &- \Delta_2\,[f_2\,(\zeta_2 - \zeta + \Delta_2\,\varphi + \varepsilon\,\psi) + f_5\,(\zeta_5 - \zeta + \Delta_2\,\varphi - \varepsilon\,\psi)] \\ &- \Delta_1\,[f_1\,(\zeta_1 - \zeta + \Delta_1\,\varphi + \varepsilon\,\psi) + f_4\,(\zeta_4 - \zeta + \Delta_1\,\varphi - \varepsilon\,\psi)] \end{aligned}$$

c. die algebraische Summe der Momente der Federkräfte in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Längenaxe:

$$\varepsilon \times \left\{ \begin{aligned} &f_4\,(\zeta_4 - \zeta + \Delta_1\,\varphi - \varepsilon\,\psi) + f_5\,(\zeta_5 - \zeta + \Delta_2\,\varphi - \varepsilon\,\psi) \\ &\qquad + f_6\,(\zeta_6 - \zeta - \Delta_3\,\varphi - \varepsilon\,\psi) \\ &- f_1\,(\zeta_1 - \zeta + \Delta_1\,\varphi + \varepsilon\,\psi) - f_2\,(\zeta_2 - \zeta + \Delta_2\,\varphi + \varepsilon\,\psi) \\ &\qquad - f_3\,(\zeta_3 - \zeta - \Delta_3\,\varphi + \varepsilon\,\psi) \end{aligned} \right\}$$

Diese Ausdrücke werden sehr vereinfacht, wenn man berücksichtigt, dass in der Wirklichkeit die auf eine und dieselbe Axe wirkenden Federn gleich starr, und in ruhigem Zustande um gleich viel zusammengepresst sind. Wir können also nehmen:

$$f_1 = f_4,\quad f_2 = f_5,\quad f_3 = f_6$$
$$\zeta_1 = \zeta_4,\quad \zeta_2 = \zeta_5,\quad \zeta_3 = \zeta_6$$

Führt man diese Werthe in die obigen Ausdrücke ein und berücksichtigt die Gleichgewichtsbedingungen (2), so erhält man folgende Resultate:

a. Summe aller Federkräfte:

$$G - 2\,\zeta\,(f_1 + f_2 + f_3) + 2\,\varphi\,(\varDelta_1\,f_1 + \varDelta_2\,f_2 - \varDelta_3\,f_3)$$

b. Summe der Momente in Bezug auf die Queraxe:

$$+ 2\,\zeta\,(\varDelta_1\,f_1 + \varDelta_2\,f_2 - \varDelta_3\,f_3) - 2\,\varphi\,(f_1\,\varDelta_1^2 + f_2\,\varDelta_2^2 + f_3\,\varDelta_3^2)$$

c. Summe der Momente in Bezug auf die Längenaxe:

$$- 2\,e^2\,\psi\,(f_1 + f_2 + f_3)$$

Somit sind nun die von den Federkräften herrührenden Bestandtheile der Summen $\Sigma\,Z$, $\left(\frac{M}{\psi}\right)$, $\left(\frac{M}{\varphi}\right)$ berechnet, und wir gehen nun zur Bestimmung derjenigen Glieder über, welche die Pressungen der Gleitstücke gegen die Führungslineale liefern.

Nennen wir

P die Kraft, mit welcher der Kolben der vorderen Maschine getrieben wird.

P_1 die Kraft, mit welcher der Kolben der hinteren Maschine getrieben wird. Diese Kräfte P und P_1 haben zwar gleiche Intensitäten, es ist aber gleichwohl zweckmässiger, sie so in Rechnung zu bringen, als wären sie ungleich.

L die Länge einer Schubstange.

r den Halbmesser einer Kurbel.

e den Horizontalabstand der Axen der beiden Cylinder von der Längenaxe der Lokomotive (Fig. 5).

ω die Winkelgeschwindigkeit der Triebräder.

D den Durchmesser eines Triebrades.

α den Winkel, den die Kurbel der vorderen Maschine mit der Axe des Cylinders in dem Zeitmoment bildet, in welchem die Position des Baues durch die Grössen ζ, φ und ψ bestimmt wird.

$\frac{\pi}{2} - \alpha$ den Winkel, den gleichzeitig die Kurbel der hinteren Maschine mit der Richtung ihres Cylinders bildet. (Fig. 2).

Dies vorausgesetzt, sind, vermöge der (Seite 75) gegebenen Erläuterungen, $P\,\frac{r}{L}\sin\alpha$, $P_1\,\frac{r}{L}\cos\alpha$ die Pressungen der Gleitstücke gegen die oberen Führungslineale, und sind ferner $r\cos\alpha + L - \varDelta_2$, $r\sin\alpha + L - \varDelta_2$ die Horizontalabstände der beiden Gleitstücke von der durch den Schwerpunkt des Baues gehenden Queraxe.

Die Momente dieser Pressungen sind demnach

d. in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Queraxe

$$P \frac{r}{L} \sin \alpha \, (r \cos \alpha + L - \Delta_2) + P_1 \frac{r}{L} \cos \alpha \, (r \sin \alpha + L - \Delta_2)$$

oder

$$\frac{1}{2} (P + P_1) \frac{r}{L} \sin 2 \alpha + (L - \Delta_2) \frac{r}{L} (P \sin \alpha + P_1 \cos \alpha)$$

e. in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Längenaxe $O \, x_1$

$$P \frac{r}{L} \sin \alpha \, . \, e - P_1 \frac{r}{L} \cos \alpha \, . \, e$$

oder

$$\frac{r}{L} e \, (P \sin \alpha - P_1 \cos \alpha)$$

endlich ist die Summe der vertikal aufwärts wirkenden Pressungen

f. $$\frac{r}{L} (P \sin \alpha + P_1 \cos \alpha)$$

Nun haben wir noch die auf den Rahmenbau einwirkenden Horizontalkräfte zu berücksichtigen.

Heissen wir K den numerischen Werth der Kraft, mit welcher ein Kolben getrieben wird (also die Differenz der Pressungen gegen die beiden Flächen eines Kolbens), so ist, wie schon früher gezeigt wurde, der Widerstand des ganzen Trains $2 K \frac{2 l}{D \pi}$, wobei l die Länge des Kolbenschubes bezeichnet. Nennen wir h_1 die Höhe des Schwerpunktes des Baues über dem Zusammenhängungspunkt der Lokomotive mit dem Tender, so ist das Moment dieses Zuges in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Queraxe

g. $$- h_1 \, . \, 2 K \frac{2 l}{D \pi}$$

Streng genommen ist der Zug in der Zusammenhängung der Lokomotive mit dem Tender nicht constant gleich dem mittleren Widerstand des Trains, sondern bei einem etwas unruhigen Lauf der Lohomotive periodisch veränderlich.

Wenn die Kurbeln der beiden Maschinen die in Fig. 2 dargestellte Stellung haben, wird beim Vorwärtslaufen der Lokomotive der vordere Kolben vorwärts, der Kolben der hinteren Maschine dagegen rückwärts getrieben; wird demnach der Cylinder der vorderen Maschine mit einer Kraft P zurück, der Cylinder der hinteren Maschine mit einer Kraft P_1 nach vorwärts getrieben. Nennen wir h die Höhe des Schwerpunktes über der Axe des Triebrades, so ist

$$h. \qquad h\,(P_1 - P)$$

das Moment in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Queraxe.

Nun haben wir noch das Moment der Pressungen zu bestimmen, welche die Triebaxe gegen die Axengabeln ausübt. Dabei wollen wir uns aber erlauben, die Umdrehungsgeschwindigkeit der Triebaxe als constant anzunehmen, und die hin- und hergehenden Massen der Schubstangen, Kolbenstangen und Kolben zu vernachlässigen, oder, mit andern Worten, wir wollen die Pressungen der Triebaxe gegen die Axengabeln nach statischen Gesetzen berechnen; der Fehler, den wir dadurch begehen, ist von keinem Belang.

Zerlegt man die Pressungen der Schubstangen gegen die Kurbelzapfen in horizontale und vertikale Kräfte, so sind die ersteren P und P_1, die letzteren dagegen $P \frac{r}{L} \sin\alpha$, $P_1 \frac{r}{L} \cos\alpha$.

Wir setzen voraus, dass die Triebräder auf der Bahn nicht glitschen, sondern nur rollen, dann können wir das Radwerk als einen Hebel ansehen, der im Berührungspunkte seinen Drehungspunkt hat. Nennen wir für einen Augenblick $\mathfrak{K}$ den numerischen Werth des Druckes der Triebaxe gegen die Axenhalter, so haben wir zur Bestimmung desselben die Gleichung:

$$\mathfrak{K} \frac{D}{2} = P\left(\frac{D}{2} + r \sin\alpha\right) - P_1 \left(\frac{D}{2} - r\cos\alpha\right) + P \frac{r}{L} \sin\alpha \; r \cos\alpha$$
$$+ P_1 \frac{r}{L} \cos\alpha \; r \sin\alpha$$

und hieraus folgt:

$$\mathfrak{K} = P - P_1 + \frac{2\,r}{D}(P \sin\alpha + P_1 \cos\alpha) + \frac{r^2}{L\,D}(P + P_1) \sin 2\,\alpha$$

Das Moment dieses Druckes in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Queraxe ist:

$$i. \qquad + \mathfrak{K}\,h =$$
$$+ h\left[P - P_1 + \frac{2\,r}{D}(P \sin\alpha + P_1 \cos\alpha) + \frac{r^2}{L\,D}(P + P_1)\sin 2\,\alpha\right]$$

Hiermit sind nun endlich alle Bestandtheile der zu berechnenden Summe bestimmt; wir dürfen jedoch nicht übersehen, dass in der Summe der Vertikalkräfte auch das Gewicht des Baues aufgenommen werden muss. Fassen wir sämmtliche Resultate a b c d e f g h i zusammen und berücksichtigen das Gewicht G des Baues, so finden wir nun:

$$\Sigma Z = -2\zeta(f_1 + f_2 + f_3) + 2\varphi(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3) + \frac{r}{L}(P \sin\alpha + P_1 \cos\alpha)$$

$$\binom{M}{\psi} = \left\{ \begin{array}{l} 2\zeta(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3) - 2\varphi(f_1 \Delta_1^2 + f_2 \Delta_2^2 + f_3 \Delta_3^2) \\ + \frac{1}{2}(P + P_1)\frac{r^2}{L}\sin 2\alpha + (L - \Delta_2)\frac{r}{L}(P \sin\alpha + P_1 \cos\alpha) \\ - h_1\, 2K \frac{2l}{D\pi} + h(P_1 - P) + h(P - P_1) \\ + h(P + P_1)\frac{r^2}{DL}\sin 2\alpha + \frac{2r}{D} h (P \sin\alpha + P_1 \cos\alpha) \end{array} \right|$$

$$\binom{M}{\varphi} = -2\varepsilon^2 \psi (f_1 + f_2 + f_3) + \frac{r}{L} e (P \sin\alpha - P_1 \cos\alpha)$$

oder auch, wenn man in $\binom{M}{\psi}$ zusammengehörige Glieder vereiniget:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma Z = -2\zeta(f_1 + f_2 + f_3) + 2\varphi(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3) \\ \qquad + \frac{r}{L}(P \sin\alpha + P_1 \cos\alpha) \\ \binom{M}{\psi} = -h_1\, 2K\frac{2l}{D\pi} + 2\zeta(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3) \\ \qquad - 2\varphi(f_1 \Delta_1^2 + f_2 \Delta_2^2 + f_3 \Delta_3^2) \\ \qquad + \frac{1}{2}(P + P_1)\frac{r^2}{L}\left(1 + \frac{2h}{D}\right)\sin 2\alpha \\ \qquad + \left[(L - \Delta_2)\frac{r}{L} + \frac{2rh}{D}\right](P \sin\alpha + P_1 \cos\alpha) \\ \binom{M}{\varphi} = -2\varepsilon^2 \psi (f_1 + f_2 + f_3) + \frac{r}{L} e (P \sin\alpha - P_1 \cos\alpha) \end{array}\right\} \quad (4)$$

Rechnen wir die Zeit t von einem Augenblick des Beharrungszustandes an, in welchem die Kurbel der vorderen Maschine mit der Richtung ihrer Kolbenstange einen Winkel α_0 bildete, so können wir in den Gleichungen (4), die für die Zeit t gelten, $\alpha = \alpha_0 - \omega t$

setzen. Dies setzt jedoch voraus, dass α_0 gleich oder kleiner als 90° ist, indem die Gleichungen (4) zunächst nur gelten, so lange α zwischen 0 und 90° liegt.

Hierdurch erhalten wir nun:

$$\left.\begin{aligned}
\Sigma Z &= -2\,\zeta\,(f_1 + f_2 + f_3) + 2\,\varphi\,(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3) \\
&\quad + \frac{r}{L}\,[P \sin(\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)] \\
\binom{M}{\psi} &= \left\{\begin{aligned}
& -h_1\, 2\,K\,\frac{2\,1}{D\pi} + 2\,\zeta\,(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3) \\
& \quad - 2\,\varphi\,(f_1 \Delta_1^2 + f_2 \Delta_2^2 + f_3 \Delta_3^2) \\
& \quad + \frac{1}{2}\,(P + P_1)\,\frac{r^2}{L}\left(1 + \frac{2\,h}{D}\right) \sin 2\,(\alpha_0 - \omega t) \\
& + \left[(L - \Delta_2)\,\frac{r}{L} + \frac{2\,r\,h}{D}\right] [P \sin(\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)]
\end{aligned}\right. \\
\binom{M}{\varphi} &= -2\,\varepsilon^2\,\psi\,(f_1 + f_2 + f_3) + \frac{r}{L}\,e\,[P \sin(\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)]
\end{aligned}\right\}\quad (5)$$

Aus diesen Werthen von $\Sigma Z \binom{M}{\psi} \binom{M}{\varphi}$ könnte man bereits sehr viele wichtige Schlüsse ziehen, allein da eine vollständige Kenntniss der Bewegungszustände doch nur durch die Integrale der Bewegungsgleichungen erlangt werden kann, so wollen wir uns hier nicht länger aufhalten, sondern machen sogleich die Vorbereitungen zur Fortsetzung der Untersuchung.

Die Differenzialgleichungen der gaukelnden Bewegung. Setzen wir zur Abkürzung:

$$\left.\begin{aligned}
& m = \frac{f_1 + f_2 + f_3}{M}, \quad m_1 = \frac{\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3}{B}, \quad m_2 = \frac{\varepsilon^2 (f_1 + f_2 + f_3)}{A} \\
& n = \frac{\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3}{M}, \qquad n_1 = \frac{\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \Delta_3^2 f_3}{B} \\
& p = \frac{r}{2\,L\,M}, \qquad p_1 = (L - \Delta_2)\,\frac{r}{2\,L\,B} + \frac{r\,h}{B\,D}, \qquad p_2 = \frac{r\,e}{2\,A\,L} \\
& e = \frac{2\,1\,h_1\,K}{B\,D\,\pi}, \qquad q_1 = \frac{r^2}{2\,L\,B}\left(1 + \frac{2\,h}{D}\right)
\end{aligned}\right\}\quad (6)$$

so findet man mit Berücksichtigung der aufgefundenen Ausdrücke für ΣZ, $\binom{M}{\psi}$, $\binom{M}{\varphi}$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d^2 \zeta}{d t^2} &= - m \zeta + n \varphi + p \left[P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)\right] \\
\frac{d^2 \varphi}{d t^2} &= - c + m_1 \varphi - n_1 \varphi + \frac{1}{2} (P + P_1) q_1 \sin 2 (\alpha_0 - \omega t) \\
&\qquad + p_1 \left[P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)\right] \\
\frac{d^2 \psi}{d t^2} &= - m_2 \psi + p_2 \left[P \sin (\alpha_0 - \omega t) - P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)\right]
\end{aligned}\right\} (7)$$

Ueber die Integration der Gleichungen (7). Werden diese Gleichungen integrirt, so erhält man ζ, ψ und φ als Funktionen von t ausgedrückt. Diese Integrale bestimmen demnach die Gesetze, nach welchen das Wogen, das Nicken und das Wanken erfolgt. Die Integrationen dieser Gleichungen können durch verschiedene Methoden bewerkstelligt werden: 1. Indem man die Form der Integrale annimmt und gewisse in diesen Formen vorkommende Constanten so bestimmt, dass den Differenzialgleichungen (7) ein Genüge geleistet wird. Dieses am schnellsten zum Ziele führende Verfahren habe ich vorzugsweise in meinem grösseren Werke über den Lokomotivbau befolgt. 2. Indem man die von *Lagrange* erfundene Methode der Integration durch die Variation der Constanten befolgt. Auch nach dieser Methode habe ich in dem grösseren Werke die Integrationen bewerkstelligt. 3. Wenn man den Weg einschlägt, welchen *Dienger* in seinem Werke über die Integralrechnung vorzeichnet. Schwierigkeiten von Belang stehen daher der Durchführung der Integration nicht im Wege, allein jede der angedeuteten Methoden führt zu äusserst ausgedehnten, weitläufigen Rechnungen. Ich will mich desshalb hier nicht in eine vollständige Integration dieser Gleichungen einlassen, sondern begnüge mich, aus denselben diejenigen Folgerungen zu ziehen, welche in praktischer Hinsicht von Wichtigkeit sind. Für den praktischen Zweck kommt es nicht so sehr darauf an, das Gesetz zu kennen, nach welchem die mannigfaltigen Schwingungen erfolgen, wohl aber ist es von grösster Wichtigkeit, zu erfahren, unter welchen Umständen diese Schwingungen gar nicht oder nur in einem schwachen Grade eintreten, und diese Kenntniss liefern die Gleichungen (7), auch wenn man sie nicht vollständig integrirt.

Der Vertilgungskrieg. Es ist klar, dass die totale Bewegung aus vielen einzelnen Schwingungen besteht, von denen jede durch gewisse Kräfte veranlasst wird. Diese Kräfte sind nichts anderes, als die einzelnen Glieder der Ausdrücke (7). Diese Schwingungen werden demnach gar nicht eintreten, wenn die Kräfte zum Verschwinden gebracht werden, und sie werden nur in einem schwachen Grad eintreten, wenn jene Kräfte kleine Werthe haben. Wir wollen also jene Glieder der Gleichungen (7) zum Verschwinden zu bringen oder wenigstens möglichst zu schwächen suchen.

Der Coeffizient m kann, wie die Ausdrücke (6) zeigen, nicht gleich Null gemacht werden, er hat stets einen reellen positiven Werth; die Schwingung, welche m verursacht, kann daher nicht beseitigt werden. Die Coeffizienten m_2 und n_1 können ebenfalls nicht verschwinden, wir müssen sie also einstweilen stehen lassen.

Die Coeffizienten m_1 und n können auf Null gebracht werden, wenn man nimmt:

$$\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3 = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Der Coeffizient p_1 verschwindet, wenn:

$$L - \Delta_2 = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

$$h = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

Der Coeffizient c verschwindet, wenn man setzt:

$$h_1 = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

Die Coeffizienten p p_2 q_1 können nicht zum Verschwinden gebracht werden, man muss daher suchen, sie möglichst klein zu machen. Es ist also vortheilhaft, wenn

$$p = \frac{r}{2\,L\,M}, \quad p_2 = \frac{r\,e}{2\,A\,L}, \quad q_1 = \frac{r^2}{2\,L\,B}\left(1 + \frac{2\,h}{D}\right) \quad \ldots \quad (12)$$

so klein als möglich gemacht wird.

Wir wollen nun vor allem Andern die Bedeutung der Bedingungen (8) bis (12) ausfindig zu machen suchen. Die Bedeutung der Bedingung (8) haben wir bereits Seite 78 aufgefunden. Wenn nämlich der Gleichung (8) entsprochen ist, so ist das Federwerk in der Weise angeordnet, dass alle Federn durch den auf ihnen liegenden Bau immer gleich viel zusammengedrückt werden, wenn der Bau auf die Federn gelegt und dann sich selbst überlassen wird. Die Bedingung (8) gibt uns also eine für die Anordnung des Federwerkes wichtige Anleitung.

Die Bedingung $L - \Delta_2 = 0$ oder $L = \Delta_2$ sagt uns, dass die Maschinencylinder so gelegt werden sollen, dass die Kreuzköpfe, wenn die Kolben in der Mitte des Schubes stehen, in die Ebene fallen, welche quer durch den Schwerpunkt des Baues gelegt werden kann. Diese Lage haben die Cylinder in der That bei der Personenlokomotive von *Crampton*. Bei allen übrigen bis jetzt in Gebrauch gekommenen Lokomotiven liegen die Cylinder viel zu weit vornen, so dass die Kreuzköpfe, wenn die Kolben die mittlere Stellung erreichen, viel zu weit vor den Schwerpunkt des Baues fallen. Dass die Erfüllung dieser Bedingung von Wichtigkeit ist, kann leicht ohne Rechnung eingesehen werden, denn bei dieser Lage der Cylinder geht die Richtung der Pressungen der Kreuzköpfe gerade dann, wenn sie am stärksten wirken, durch die Querebene des Schwerpunktes, können sie also kein Nicken, sondern nur ein Wanken und Wogen verursachen.

Die Bedingung $h = 0$ sagt uns, dass der Schwerpunkt des Baues in der Höhe der Triebaxe liegen soll. Diese Bedingung ist abermals bei der Maschine von *Crampton* annähernd erfüllt, und könnte sogar bei dieser Maschine ganz genau erfüllt werden. Bei sämmtlichen Lokomotiven, bei welchen die Triebaxe unter dem Kessel liegt, kann h nicht gleich Null werden. Es hat daher die Triebaxe nur dann eine richtige Lage, wenn sie sich, wie bei der Maschine von *Crampton*, hinter der Feuerbüchse befindet und wenn die Triebräder so gross sind, dass die Triebaxe in die Höhe des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues zu liegen kommt.

Die Bedingung $h_1 = 0$ sagt uns, dass der Zusammenhängungspunkt des Tenders mit der Lokomotive in der Höhe des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues sich befinden soll. Auch dies ist bei der Lokomotive von *Crampton* realisirbar, bei den Lokomotiven von *Stephenson* aber nicht.

p fällt klein aus, wenn L gegen r gross ist. Es ist daher vortheilhaft, wenn die Schubstangen im Verhältniss zu dem Kurbelhalbmesser lang sind. Die Maschinen von *Stephenson* haben alle kurze Schubstangen. Die Maschinen von *Crampton* und von *Norris* haben lange.

p_2 wird klein, wenn $\frac{r}{L}$ klein und wenn e klein ist. Aber e wird klein, wenn die Cylinder innen und möglichst nahe neben einander liegen, wird dagegen gross, wenn die Cylinder aussen liegen. Innen liegende Cylinder sind demnach vortheilhafter, als aussen liegende.

q_1 wird klein, wenn $\frac{r}{L}$ klein und wenn $h = 0$ ist, also auch in dieser Hinsicht ist es gut, wenn die Schubstangen lang sind und wenn der Schwerpunkt nicht hoch über der Triebaxe liegt.

Wir wollen nun sehen, was sich ferner noch aus den Gleichungen (7) folgern lässt.

Nehmen wir an, dass den Bedingungen (8), (9), (10), (11) entsprochen sei, dass demnach $m_1 = 0$, $n = 0$, $p_1 = 0$, $c = 0$ ist, dann werden die Gleichungen (7):

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 \zeta}{d t^2} &= - m \zeta + p \left[P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)\right] \\ \frac{d^2 \varphi}{d t^2} &= - n_1 \varphi + \frac{1}{2} (P + P_1)\, q_1 \sin 2 (\alpha_0 - \omega t) \\ &\quad + p_1 \left[P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)\right] \\ \frac{d^2 \psi}{d t^2} &= - m_2 \psi + p_2 \left[P \sin (\alpha_0 - \omega t) - P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)\right] \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Diese Gleichungen können leicht integrirt werden, weil die veränderlichen Grössen $\zeta\ \varphi\ \psi$ gesondert sind, so dass jede derselben von den beiden andern unabhängig ist.

Suchen wir der Gleichung für ζ zu genügen, indem wir setzen:

$$\zeta = \mathfrak{M} \sin k t + \mathfrak{N} \cos k t + \mathfrak{P} \sin (\alpha_0 - \omega t) + \mathfrak{Q} \cos (\alpha_0 - \omega t) \quad (14)$$

wobei $\mathfrak{M}\ \mathfrak{N}\ \mathfrak{P}\ \mathfrak{Q}$ Grössen sein sollen, die von ζ und t nicht abhängen. Durch zweimaliges Differenziren von (14) findet man:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 \zeta}{d t^2} &= - k^2 (\mathfrak{M} \sin k t + \mathfrak{N} \cos k t) \\ &\quad - \omega^2 \left[\mathfrak{P} \sin (\alpha_0 - \omega t) + \mathfrak{Q} \cos (\alpha_0 - \omega t)\right] \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Führt man die Werthe (14) und (15) in die erste der Gleichungen (13) ein, so folgt:

$$\begin{aligned} &- k^2 (\mathfrak{M} \sin k t + \mathfrak{N} \cos k t) - \omega^2 \left[\mathfrak{P} \sin (\alpha_0 - \omega t) + \mathfrak{Q} \cos (\alpha_0 - \omega t)\right] = \\ &- m (\mathfrak{M} \sin k t + \mathfrak{N} \cos k t) - m \left[\mathfrak{P} \sin (\alpha_0 - \omega t) + \mathfrak{Q} \cos (\alpha_0 - \omega t)\right] \\ &\qquad + p \left[P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)\right] \end{aligned}$$

Dieser Gleichung wird identisch entsprochen, wenn wir setzen:

$$k^2 = m, \quad - \omega^2 \mathfrak{P} = - m \mathfrak{P} + p P, \quad - \omega^2 \mathfrak{Q} = - m \mathfrak{Q} + p P_1$$

hieraus folgt:

$$k = \sqrt{m}, \qquad \mathfrak{P} = \frac{p P}{m - \omega^2}, \qquad \mathfrak{Q} = \frac{p P_1}{m - \omega^2}$$

Wir erhalten demnach:

$$\left.\begin{array}{l}\zeta = \mathfrak{M} \sin \sqrt{m}\, t + \mathfrak{N} \cos \sqrt{m}\, t \\ + \frac{p}{m - \omega^2} [P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)]\end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (16)$$

$\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$ bleiben unbestimmt und sind die beiden willkürlichen Constanten des Integrales.

Jedes der vier Glieder rechter Hand des Gleichheitszeichens drückt eine Elementarschwingung aus; die ganze Bewegung ζ des Wogens besteht demnach aus vier Elementarschwingungen. Die Schwingungen $\mathfrak{M} \sin \sqrt{m}\, t$, $\mathfrak{N} \cos \sqrt{m}\, t$ sind von den die Kolben treibenden Kräften und von der Geschwindigkeit der Bewegung ganz unabhängig, und richten sich nur nach m, also nach dem Starrheitsgrad der Federn. Die Zeit $\mathfrak{T}$ einer solchen Elementarschwingung ist: $\mathfrak{T} = \frac{2\pi}{\sqrt{m}}$ oder wenn man für m seinen Werth setzt:

$$\mathfrak{T} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{f_1 + f_2 + f_3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Diese Schwingungen erfolgen schnell oder langsam, je nachdem die Werthe von f_1 f_2 f_3 gross oder klein sind, d. h. je nachdem die Federn starr oder weich sind.

Die Schwingungen $\frac{p\,P}{m - \omega^2} \sin (\alpha_0 - \omega t)$, $\frac{p\,P_1}{m - \omega^2} \cos (\alpha_0 - \omega t)$ sind abhängig nicht nur von der Starrheit der Federn, sondern auch von der Kraft, mit welcher die Maschinen getrieben werden und von der Winkelgeschwindigkeit der Bewegung des Triebrades. Die Schwingungszeit $\mathfrak{T}_1$ einer solchen Schwingung ist: $\mathfrak{T}_1 = \frac{2\pi}{\omega}$, stimmt demnach genau mit einer Umdrehung der Triebaxe überein. Wir wollen die ersteren der beiden Schwingungen Wagenschwingungen, die letzteren Kurbelschwingungen nennen.

Wagenschwingungen werden durch die Kurbelschwingungen hervorgerufen; sind die letzteren klein, so werden es auch die ersteren. Es kommt also darauf an, die Kurbelschwingungen möglichst zu schwächen, d. h. zu bewirken, dass

$$\frac{p\,P}{m - \omega^2}$$

möglichst klein wird. Setzen wir für p und m die Werthe, welche die Ausdrücke (6) enthalten, so wird:

$$\frac{p\,P}{m-\omega^2} = \frac{r}{2\,L\,M} \cdot \frac{P}{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{M} - \omega^2}$$

oder

$$\frac{p\,P}{m-\omega^2} = \frac{1}{2}\,\frac{r}{L}\,\frac{P}{f_1 + f_2 + f_3 - \omega^2 M} \quad \ldots \ldots \quad (18)$$

Die Kurbelschwingungen fallen also klein aus, wenn 1) $\frac{r}{L}$ klein ist, d. h. wenn die Schubstangen im Verhältniss zu den Kurbeln lang sind; 2) wenn p klein ist, d. h. wenn die Maschinen nur schwach getrieben werden, also nicht stark angestrengt sind, keine zu grossen Lasten fortzuschaffen haben; 3) wenn $f_1 + f_2 + f_3 - \omega^2 M$ möglichst gross ist. Wenn diese Differenz nahe gleich Null wird, werden die Kurbelschwingungen ausserordentlich gross. Es ist also eine wesentliche Bedingung, dass

$$\omega^2 M < f_1 + f_2 + f_3 \quad \ldots \ldots \quad (19)$$

oder

$$\omega < \sqrt{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{M}} \quad \ldots \ldots \quad (20)$$

Es ist aber, wenn man mit V die Laufgeschwindigkeit der Lokomotive und mit D den Durchmesser eines Triebrades bezeichnet,

$$\omega = \frac{V}{\frac{1}{2} D} = \frac{2\,V}{D}$$

Die Bedingung (20) kann also auch ausgedrückt werden durch

$$V < \frac{D}{2} \sqrt{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{M}} \quad \ldots \ldots \quad (21)$$

oder durch

$$D > 2\,V \sqrt{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{M}} \quad \ldots \ldots \quad (22)$$

Die grösste zulässige Fahrgeschwindigkeit wird demnach durch den Starrheitsgrad der Federn und durch den Durchmesser der Triebräder bestimmt.

Der Ausdruck (22) bestimmt, wie gross der Durchmesser der Triebräder wenigstens sein muss, damit eine Lokomotive mit jeder Geschwindigkeit, die kleiner oder gleich V ist, ohne Gefahr laufen kann. Schnellzuglokomotive müssen also grosse Triebräder erhalten; langsam gehende Güterzuglokomotive dürfen kleine Triebräder erhalten. Am gefährlichsten wird der Fahrzustand, wenn $m = \omega^2$ ist.

90.

Es ist aber $m = \frac{(2\pi)^2}{\mathfrak{T}^2}$, $\omega^2 = \frac{(2\pi)^2}{\mathfrak{T}_1^2}$; m wird demnach gleich ω^2, wenn $\mathfrak{T} = \mathfrak{T}_1$, d. h. wenn die Zeit einer Wagenschwingung gleich ist der Zeit einer Umdrehung der Triebaxe, und dies ist auch sehr begreiflich, denn in diesem Falle erhält die Wagenschwingung durch jede Kurbelschwingung einen neuen Impuls, muss also eine Ansammlung dieser Impulse stattfinden.

Wenden wir uns nun zur zweiten der Gleichungen (13). Diese ist:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 \varphi}{d t^2} &= - n_1 \varphi + \frac{1}{2} (P + P_1) q_1 \sin 2 (\alpha_0 - \omega t) \\ &+ p_1 [P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)] \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (23)$$

Hier können wir aber, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, die Schwingung, welche das Glied $\frac{1}{2} (P + P_1) q_1 \sin 2 (\alpha_0 - \omega t)$ verursacht, ganz vernachlässigen, denn q_1 ist eine sehr kleine Grösse, und $P + P_1$ ist in gewissen Quadranten gleich Null. In dieser Voraussetzung erhalten wir:

$$\frac{d^2 \varphi}{d t^2} = - n_1 \varphi + p_1 [P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)] \quad (24)$$

Diese Gleichung stimmt der Form nach mit der ersten der Gleichungen (13) überein, wir erhalten demnach das Integrale von (24), wenn wir in (16) ζ mit φ, m mit n_1, p mit p_1 verwechseln. Es ist demnach:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \mathfrak{M} \sin \sqrt{n_1}\, t + \mathfrak{N} \cos \sqrt{n_1}\, t \\ &+ \frac{p_1}{n_1 - \omega^2} [P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)] \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (25)$$

Das Nicken besteht also ebenfalls wie das Wogen aus zwei elementaren Wagenschwingungen und aus zwei Kurbelschwingungen.

Nennt man $\mathfrak{T}_2$ die Zeit einer Wagenschwingung, $\mathfrak{T}_3$ die Zeit einer Kurbelschwingung, so ist hier:

$$\mathfrak{T}_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{n_1}}, \quad \mathfrak{T}_3 = \frac{2\pi}{\omega}$$

oder wenn man für n_1 seinen Werth aus (6) einführt:

$$\mathfrak{T}_2 = 2\pi \sqrt{\frac{B}{\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \Delta_3^2 f_3}}, \quad \mathfrak{T}_3 = \frac{2\pi}{\omega}, \; . \; . \; (26)$$

Der Ausschwungwinkel einer Kurbelschwingung ist, wenn p_1 nicht verschwindet:

$$\varphi_1 = \frac{p_1 P}{n_1 - \omega^2} = \frac{p_1 P B}{\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \Delta_3^2 f_3 - B \omega^2} \quad . \; . \; . \; (27)$$

Es ist

$$p_1 B = (L - \Delta_2) \frac{r}{2L} + \frac{r}{D} h \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (28)$$

Dieser Ausdruck wird gross, wenn Δ_2 gegen L klein und h gross ist. Beides ist bei den Maschinen von *Stephenson* der Fall; diese Maschinen inkliniren daher stark zum Nicken. Die Maschinen von *Crampton* können, wie wir gesehen haben, so konstruirt werden, dass $L = \Delta_2$ und $h = 0$ wird. Die Maschinen von *Crampton* können also so konstruirt werden, dass $\varphi_1 = 0$ wird, dass also gar kein Nicken eintritt.

Der Werth von φ_1 fällt ferner gross aus, wenn $\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \Delta_3 f_3$ sehr gross ist gegen $B \omega^2$, wenn also:

$$\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \Delta_3^2 f_3 > B \omega^2 \, . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (29)$$

Nennen wir $\mathfrak{P}_1 \; \mathfrak{P}_2 \; \mathfrak{P}_3$ die Axenbelastungen und ordnen das Federwerk so an, dass alle Federn durch die Belastungen um gleich viel und zwar um s zusammengedrückt werden, so ist:

$$\mathfrak{P}_1 = 2s\, f_1 , \quad \mathfrak{P}_2 = 2s\, f_2 , \quad \mathfrak{P}_3 = 2s\, f_3 \quad . \; . \; . \; . \; (30)$$

und dann wird (29)

$$\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \Delta_3^2 \mathfrak{P}_3 > 2s\, B\, \omega^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (31)$$

Nennen wir den Ausdruck linker Hand von $>$ das Trägheitsmoment der Axenbelastung. Es ist leicht einzusehen, dass dieses Trägheitsmoment dann sehr gross ausfällt, wenn gar keine oder nur eine schwach belastete Mittelaxe vorhanden ist, und wenn der Radstand gross ist. Beides ist der Fall bei den Maschinen von *Crampton*. Diese Maschinen inkliniren also selbst dann nur wenig zum Nicken, wenn L nicht gleich Δ_2 und wenn h nicht gleich Null wäre. Die Personenlokomotive von *Stephenson* haben dagegen eine stark belastete Mittelaxe (die Triebaxe) und gewöhnlich einen kleinen Radstand, insbesondere wenn die hintere Laufaxe vor der Feuerbüchse liegt. Diese Maschinen inkliniren also auch aus diesem Grunde zum Nicken und sind deshalb in der That gefährliche Konstruktionen zu nennen. Diese *Stephenson*'schen Maschinen, bei welchen die hintere Laufaxe vor der Feuerbüchse liegt, sind aber auch ganz ausser Gebrauch gekommen, und nur die Konstruktionen, bei welchen die hintere Laufaxe hinter der Feuerbüchse liegt, werden heut zu Tage noch gebraucht.

Es ist $\omega = \frac{V}{\frac{1}{2} D} = \frac{2 V}{D}$. Führt man diesen Werth in (31) ein, so findet man:

$$V < D \sqrt{\frac{\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \Delta_3^2 \mathfrak{P}_3}{8 s B}} \quad \ldots \ldots \quad (32)$$

$$D > V \sqrt{\frac{8 s B}{\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \Delta_3^2 \mathfrak{P}_3}} \quad \ldots \ldots \quad (33)$$

Der erste dieser Ausdrücke bestimmt die grösste zulässige Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive. Der Letztere bestimmt den kleinsten Durchmesser, welchen die Triebräder der Lokomotive erhalten müssen, damit man ohne Gefahr mit jeder Geschwindigkeit fahren kann, welche kleiner oder gleich V ist.

Diese grösste zulässige Fahrgeschwindigkeit ist also dem Durchmesser der Triebräder proportional und fällt überdies gross aus, wenn das Trägheitsmoment der Axenbelastung gross ist und wenn s klein ist, d. h., wenn die Federn starr sind. Die Maschine von *Crampton* gestattet daher, ohne dass ein heftiges Nicken eintritt, eine weit grössere Fahrgeschwindigkeit als die Lokomotive von *Stephenson*.

Wir kommen nun zur Behandlung der dritten der Gleichungen (13). Diese ist:

$$\frac{d^2 \psi}{d t^2} = - m_3 \psi + p_3 \left[P \sin(\alpha_0 - \omega t) - P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t) \right]$$

Das Integrale derselben ist:

$$\left. \begin{aligned} \psi = \mathfrak{M} \sin \sqrt{m_3}\, t + \mathfrak{N} \cos \sqrt{m_3}\, t \\ + \frac{p_3}{m_3 - \omega^2} \left[P \sin(\alpha_0 - \omega t) - P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t) \right] \end{aligned} \right\} \quad \ldots \quad (34)$$

Das Wanken besteht also ebenfalls aus zwei Wagenschwingungen und aus zwei Kurbelschwingungen. Die Schwingungszeit $\mathfrak{T}_4$ einer Wagenschwingung ist:

$$\mathfrak{T}_4 = \frac{2 \pi}{\sqrt{m_3}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (35)$$

Die Schwingungszeit einer Kurbelschwingung ist:

$$\mathfrak{T}_3 = \frac{2\pi}{\omega} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (36)$$

Letztere ist wieder gleich der Umdrehungszeit eines Triebrades.

Der grösste Ausschwungswinkel ψ_1 einer Kurbelschwingung ist:

$$\psi_1 = \frac{p_2 P}{m_2 - \omega^2} = \frac{\frac{r e}{2 A L} P}{\varepsilon^2 \frac{f_1 + f_2 + f_3}{A} - \omega^2}$$

oder:

$$\psi_1 = \frac{r e P}{2 L} \frac{1}{\varepsilon^2 (f_1 + f_2 + f_3) - \omega^2 A} \quad \ldots\ldots (37)$$

Dieser Werth von ψ_1 fällt klein aus 1) wenn $\frac{r}{L}$ klein ist, d. h. wenn die Schubstangen im Verhältniss zu den Kurbeln lang sind; 2) wenn P klein ist, d. h. wenn die Lokomotive nicht stark angestrengt wird; 3) wenn e klein ist, d. h. wenn die Cylinder nicht aussen, sondern innen liegen; 4) wenn $\varepsilon^2 (f_1 + f_2 + f_3)$ gross ist gegen $\omega^2 A$, d. h. wenn die Federn starr sind, und wenn die Lokomotive nicht mit innern, sondern mit äusseren Rahmen versehen ist, für welche ε gross ist. Wenn $\varepsilon^2 (f_1 + f_2 + f_3)$ gleich $\omega^2 A$ wäre, würde ψ_1 unendlich gross werden können. Damit dies nicht geschieht, muss

$$\omega < \varepsilon \sqrt{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{A}} \quad \ldots\ldots\ldots (38)$$

werden. Wegen $\omega = \frac{2 V}{D}$ folgt aus diesem Ausdruck:

$$V < \frac{D}{2} \varepsilon \sqrt{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{A}} \quad \ldots\ldots\ldots (39)$$

$$D > \frac{2 V}{\varepsilon} \sqrt{\frac{A}{f_1 + f_2 + f_3}} \quad \ldots\ldots\ldots (40)$$

Der erstere dieser Ausdrücke bestimmt die hinsichtlich des Wankens zulässige grösste Fahrgeschwindigkeit; der letztere bestimmt den kleinsten Durchmesser, den das Triebrad erhalten muss, damit man ohne Gefahr mit jeder Geschwindigkeit fahren kann, die gleich oder kleiner als V ist. Diese grösste Fahrgeschwindigkeit fällt gross aus, wenn 1) die Triebräder gross sind, wenn 2) äussere Rahmen vorhanden sind, wenn 3) die Federn starr sind.

Hiermit haben wir nun den ganzen Reichthum der Folgerungen gewonnen, welche aus den Gleichungen der störenden Bewegung des Gaukelns gezogen werden können.

Diese Störungen, welche wir untersucht haben, rühren alle von der Bauart der Lokomotive her. Es entstehen aber auch noch Störungen, die durch die Unvollkommenheiten des Bahnbaues verursacht werden. Auch diese Störungen lassen sich durch Rechnungen verfolgen, allein sie würden uns zu weitläufig werden, und es ist auch ohne Rechnung leicht einzusehen, dass die von den Unvollkommenheiten des Bahnbaues herrührenden Störungen klein ausfallen: 1) wenn die Spurweite gross ist; 2) wenn äussere Rahmen vorhanden sind; 3) wenn der Radstand gross ist; 4) wenn der Wagen keine oder nur schwach belastete Mittelräder hat.

Es muss noch hervorgehoben werden, dass diese aufgefundenen Grundbedingungen der Stabilität der Bewegung vorzugsweise nur für Schnellzug- und Personenzuglokomotive von Wichtigkeit sind. Die Lastenlokomotive haben nur kleine Fahrgeschwindigkeit, sind sehr massig, erhalten sehr steife Federn und grössere Radstände, und dadurch entsteht eine für diese Art von Lokomotiven genügende Stabilität.

Zusammenstellung der Resultate über die Störungen.

Wenn wir die Hauptergebnisse der abgehandelten Störungstheorie zusammenstellen, so lauten dieselben wie folgt:

Zucken und Schlingern.

1. Die Störungen, welche durch die hin- und hergehenden Massen der Kolben, Kolbenstangen, Schubstangen entstehen, können durch Anbringung von rotirenden oder von hin- und herlaufenden Balancirungsgewichten vollkommen aufgehoben werden.

2. Die Bewegungen des Zuckens und Schlingerns sind nicht gross, aber heftig, insbesondere bei grosser Fahrgeschwindigkeit, weil die Schwingungszeiten mit der Umdrehungszeit der Triebräder übereinstimmen.

3. Die Balancirungsgewichte fallen

klein aus:	*gross aus:*
a) wenn die Cylinder innen liegen;	a) wenn die Cylinder aussen liegen;
b) wenn die hin- und hergehenden Massen klein sind;	b) wenn die hin- und hergehenden Massen gross sind;
c) wenn die Triebräder gross sind;	c) wenn die Triebräder klein sind;

d) wenn die Kupplungskurbeln den Maschinenkurbeln entgegengesetzt sind.

d) wenn die Kupplungskurbeln mit den Maschinenkurbeln parallel sind.

4. Die Balancirungsgewichte fallen daher

am kleinsten aus:

e) bei Schnellzugmaschinen mit innen liegenden Cylindern und grossen Triebrädern und leichten Schubstangen aus Gussstahl.

am grössten aus:

e) bei schweren Gütermaschinen mit aussen liegenden Cylindern, kleinen Triebrädern, schweren schmiedeisernen Kupplungsstangen, Maschinenkurbeln zugleich Kupplungskurbeln.

5. Bei Maschinen mit aussen liegenden Cylindern sind die Balancirungsgewichte den Maschinenkurbeln entgegengesetzt anzubringen.

6. Bei schweren Gütermaschinen fallen die Balancirungsgewichte so gross aus, dass sie auf sämmtliche Räder vertheilt werden müssen.

7. Die rotirenden Balancirungsgewichte veranlassen, dass der Druck der Triebräder gegen die Bahn veränderlich wird.

8. Wenn die Fahrgeschwindigkeit eine gewisse Grenze überschreitet, springen die Räder in die Höhe, wenn die Balancirungsgewichte über die Axen zu stehen kommen.

9. Die Horizontalwirkungen der hin- und hergehenden Massen können gänzlich aufgehoben werden, ohne dass schädliche Vertikalwirkungen entstehen, wenn man statt rotirender Balancirungsgewichte hin- und herlaufende Gegenmassen anwendet.

10. Direkt rotirende Maschinen würden weder ein Zucken noch ein Schlingern veranlassen, brauchten daher keinerlei Balancirungsgewichte.

Wogen, Wanken und Nicken.

1. Die störenden Bewegungen des Wogens, Wankens und Nickens können bei Maschinen mit Kurbel-Schubstangen-Mechanismen nie vollständig aufgehoben, wohl aber durch gewisse Konstruktionsarten sehr geschwächt werden.

2. Direkt rotirende Maschinen würden weder ein Wogen noch ein Wanken oder Nicken verursachen.

3. Diese störenden Bewegungen fallen am kleinsten aus, wenn die Richtungen der störenden Kräfte nach dem Schwerpunkt des auf den Federn liegenden Baues zielen.

4. Die Bahn soll von bester Beschaffenheit sein.

5. Die Bahnschienen sollen möglichst lang sein und sorgfältigst verbunden werden.

6. Eine grosse Spurweite ist vortheilhaft.

7. Der Radstand der Wagen soll gross sein und sie sollen keine oder nur schwach belastete Mittelaxen erhalten. Dies gilt für Bahnwagen wie für Lokomotive.

8. Starre Federn, die jedoch nur bei bester Beschaffenheit der Bahn zulässig sind, vermindern die störenden Bewegungen.

9. Die Höhe des Schwerpunktes über der Ebene der Bahn ist gleichgültig; die Höhe dieses Punktes über den Wagenaxen soll dagegen klein sein.

10 Der Zusammenhängungspunkt des Tenders mit der Lokomotive soll in der Höhe des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues sich befinden.

11. Die Schubstangen sollen möglichst lang sein.

12. Aeussere Rahmen schützen gegen das Wanken.

13. Innen liegende Cylinder sind hinsichtlich des Wankens vortheilhaft.

14. Das Federwerk muss so angeordnet werden, dass alle Federn durch den auf ihnen liegenden Bau um gleich viel zusammengedrückt werden.

15 Die Cylinder sollen so gelegt werden, dass die mittlere Position der Gleitstücke in die Ebene fällt, welche quer durch den Schwerpunkt des auf den Federn liegenden Baues gelegt werden kann.

16. Es gibt gefährliche Geschwindigkeiten, bei welchen sich die störenden Bewegungen ansammeln. Dieselben treten dann ein, wenn die Schwingungszeit einer Wagenschwingung mit der Zeit einer Umdrehung der Triebaxe übereinstimmt.

17. Damit diese gefährlichen Geschwindigkeiten nicht eintreten können, müssen die Triebräder so grosse Durchmesser erhalten, dass die Zeit einer Umdrehung der Triebräder grösser ausfällt, als die Schwingungszeit der langsamsten von den Wagenschwingungen.

18. Am besten kann den Bedingungen der Stabilität der Bewegung durch die Bauart der *Crampton*'schen Schnellzuglokomotive entsprochen werden.

19. Die Maschine von *Norris* hat hinsichtlich der Stabilität gute Eigenschaften und kann wesentlich verbessert werden, wenn die Cylinder so gelegt werden, wie unter 14. angegeben wurde.

20 Von den Personenlokomotiven von *Stephenson* ist diejenige mit inneren Cylindern, äusseren Rahmen und mit einer Laufaxe hinter der Feuerbüchse zu empfehlen.

21. Bei Güter- und Lasten-Lokomotiven ist die Stabilität der Bewegung wenig zu beachten.

Detail-Construktionen.

Allgemeine Grundsätze. Die heftigen und hastigen Bewegungen, welchen die Fahrzeuge und insbesondere die Lokomotive der Eisenbahnen ausgesetzt sind, machen es dringend nothwendig, dass bei dem Bau derselben die allgemeinen Grundsätze, welche überhaupt zu einem soliden Maschinenbau führen, in einem erhöhten Maasse beobachet werden; es erscheint daher angemessen, diese Grundsätze dem Studium der construktiven Details vorauszuschicken. Von einer Lokomotive müssen wir verlangen, dass sie im Stande sein soll, auf einer Bahn, deren Steigungs- und Krümmungsverhältnisse bekannt sind, eine gegebene Last mit einer vorgeschriebenen Geschwindigkeit und mit grösstmöglicher Sicherheit und auch mit möglichster Ersparung an Brennstoff fortzuschaffen. Zugkraft, Geschwindigkeit, Sicherheit, Brennstoffverbrauch sind also die zu beachtenden Hauptpunkte.

Die Fahrgeschwindigkeit. Die Geschwindigkeit, welche der Berechnung einer neu zu erbauenden Lokomotive zu Grunde gelegt werden soll, richtet sich theils nach den Verkehrsverhältnissen der Bahn, theils nach dem Zwecke, dem die Lokomotive vorherrschend oder ausschliesslich zu dienen hat.

Durch eine mässige Fahrgeschwindigkeit wird die Bahn, wird die Lokomotive und werden die Wagen geschont; wird ferner Brennstoff erspart und eine grössere Sicherheit des Verkehrs erzielt. Man darf also als Grundsatz aussprechen, dass man auf jeder Bahn mit der kleinsten Geschwindigkeit fahren soll, durch welche den Anforderungen des Verkehrs noch entsprochen werden kann. Allein diese Anforderungen wachsen in dem Maase, als die Eisenbahnen an Ausdehnung und Zusammenhang gewinnen, und in der Nähe von grossen Städten spricht sich insbesondere das Bedürfniss nach möglichst grossen Fahrgeschwindigkeiten aus, so dass die kleinste, den Verkehrsverhältnissen genügende Geschwindigkeit, wenigstens für den Personenverkehr und theilweise sogar auch für den Gütertransport, bereits so gross ist, als die grösste Geschwindigkeit, die sich überhaupt mit der Sicherheit der Fahrt noch verträgt.