

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Zur Kritik der Turbinen-Regulatoren

Kröner, Hermann

1910

[urn:nbn:de:bsz:31-282609](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-282609)

III, 169

Kröner, Hermann

(TH 2160)

Kröner

Zur Kritik der Turbinen-Regulatoren

von Regierungsbaumeister Hermann Kröner
aus Stuttgart.

III. 169

Zur Kritik der Turbinen-Regulatoren.

DISSERTATION

zur

Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs.

Der Grossherzogl. Technischen Hochschule „Fridericana“

zu

Karlsruhe

vorgelegt

von

Regierungsbaumeister **Hermann Kröner**

aus Stuttgart.

Tag der mündlichen Prüfung: 31. Januar 1909.

Referent: **M. Tolle**, Professor, Privatdozent.

Korreferent: **E. A. Brauer**, Geh. Hofrat und Professor.

1947. S. 159

Druck von C. Riethmüller Kirchheim-Teck
1910.

Vorwort.

Die Frage: Wie bewegt sich die von einem Regulator beherrschte Kraftmaschine nach einer Störung des Beharrungszustandes? hat zuerst die Dampfmaschinenkonstruktoren in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts beschäftigt. Die entgeltliche und klassische Lösung des Problems für direkte Regulatoren ist dem russischen Finanzminister Wischnegradsky im Jahre 1877 gelungen. Im Jahre 1879 erschien in der Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure eine Abhandlung von Professor Lincke in Darmstadt, betitelt: „Das mechanische Relais“, in welcher theoretisch richtige und konstruktiv vollkommen ausgebildete indirekte Regulatoren beschrieben sind.

Trotzdem ist es den Konstrukteuren erst anfangs der neunziger Jahre gelungen, brauchbare Turbinen-Regulatoren zu bauen. Der Grund ist in der Hauptsache darin zu suchen, dass vor dieser Zeit die meisten technischen Betriebe an die Regulatoren keine grossen Anforderungen stellten. Erst die Elektrotechnik, nachdem sie zu einem Zweig der Maschinentechnik ausgewachsen war, verlangte wegen des ungemein grossen Gleichförmigkeitsbedürfnisses ihrer Maschinen eine gründliche Neubearbeitung der Regelungsapparate und ein eingehendes theoretisches Studium des Regelvorgangs selbst.

Der Verfasser hatte das Glück, als Konstrukteur der Firma J. M. Voith, Heidenheim, an der Entwicklung, namentlich der hydraulischen Regulatoren teilzunehmen.

Die vorliegende Arbeit entstand aus dem Bedürfnis, die als ausübender Ingenieur gemachten praktischen Erfahrungen durch die Theorie zu erhärten.

Für die vielseitige Anregung und Beratung bei Abfassung der Arbeit, bin ich besonders Herrn Professor M. Tolle, Karlsruhe, und Herrn Geheimrat Professor E. A. Brauer, Karlsruhe, zu Dank verpflichtet.

Stuttgart, März 1910.

Hermann Kröner.



Inhalts-Uebersicht.

	Seite
Einleitung	1
Voraussetzungen	2
Aufstellung der Grundgleichungen	5
Spezialfälle	15
Der Reguliervorgang des hydraulischen Regulators mit idealem Tachometer ($T_r = 0; T_K = 0$) unter besonderer Berücksich- tigung des aperiodischen Zustands	32
Die Isodrom-Regulatoren	37
Der hydraulische Isodrom-Regulator mit idealem Tachometer ($T_r = 0; T_K = 0$) unter besonderer Berücksichtigung der aperiodischen Regulierung	44
Maximale Geschwindigkeitsschwankungen	55
Der positive und der negative Ungleichförmigkeitsgrad der Regulierung. Der Regulator mit doppelter Rückführung .	63
Der Einfluss der Masse des Tachometers beim Isodrom- Regulator	69
Zusammenfassung	71
Literaturverzeichnis	73
Lebenslauf des Verfassers	75

Einleitung.

Es ist bekannt, dass eine Wasserturbine zur Verstellung ihrer Regulierorgane eine sehr grosse Kraft erfordert, so dass direkte Regulatoren ausgeschlossen sind. Dieser Umstand hat zur Anwendung der indirekten Krafteinschaltung unter Zuhilfenahme eines sog. Servomotors geführt, eine Anordnung, die gestattet, die Arbeitsfähigkeit des Regulators in indirekter Weise beliebig zu steigern, also beliebig grosse Widerstände zu überwinden.

Die Zahl der hier auf den Markt gebrachten Konstruktionen ist sehr gross, auch weichen die Gesichtspunkte, nach denen dieselben durchgebildet sind, wesentlich von einander ab.

Man kann die Servomotore einteilen in hydraulische, mechanische und hydromechanische. Schon bei den allerersten Versuchen konnte der hydraulische seine bedeutende Ueberlegenheit über die beiden andern Typen an den Tag legen, und heute bei den immer strenger werdenden Anforderungen an die Gleichförmigkeit des Ganges tritt der mechanische und hydromechanische immer mehr hinter den hydraulischen zurück.

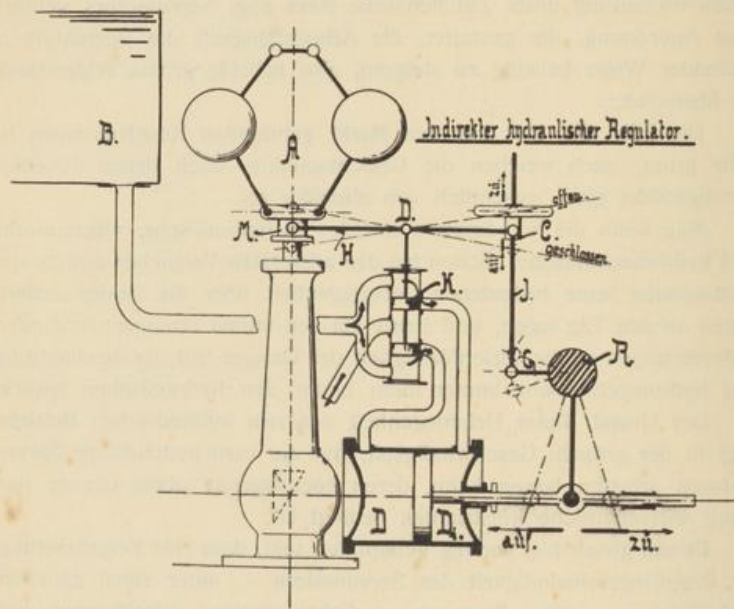
Der Grund dieser Ueberlegenheit des rein hydraulischen Betriebs liegt in der grossen Geschwindigkeit, mit der man hydraulische Servomotoren arbeiten lassen kann, deren hochliegende obere Grenze nur durch wirtschaftliche Rücksichten bedingt ist.

Es soll gleich hier vorweg genommen sein, dass eine Vergrösserung der Reguliergeschwindigkeit des Servomotors — unter sonst gleichen Verhältnissen — einer Ersparnis an Schwungmasse gleichkommt und es ist hieraus sofort klar, dass derjenige Servomotor als der hochwertigere zu bezeichnen ist, dessen Arbeitsgeschwindigkeit die grössere ist.

Der hydraulische Servomotor hat die zur Ueberwindung der Regulierwiderstände notwendige Energie im Moment des Bedarfs stets im Uebermass zur Verfügung, denn sie wird andauernd, insbesondere während der Ruhepausen des Regulators gesammelt. Beim mechanischen und hydro-mechanischen dagegen muss sie erst vom Moment des Bedarfes an der Energie des Motors entnommen werden.

Zudem besitzt der hydraulische Betrieb noch einen weiteren Vorteil, der darin besteht, dass die Geschwindigkeit des Servomotorkolbens veränderlich ist, derart, dass sie im Moment der Einschaltung von dem Wert 0 beginnend im Verlauf der Regulierung allmählich anwächst und gegen Ende derselben ebenso auf den Wert 0 allmählich sinkt. Dieser Umstand ermöglicht die Anwendung sehr grosser Arbeitsgeschwindigkeiten, weil Stösse so gut wie ausgeschlossen sind. Stösse treten dagegen bei nahezu allen mechanischen Servomotoren auf, weil deren Arbeitsgeschwindigkeit eine sehr nahe konstante Grösse ist. Es müssen also bei jeder Ein- und jeder Ausschaltung vorerst in Ruhe befindliche Teile plötzlich eine gewisse Geschwindigkeit annehmen bzw. in Bewegung befindliche Teile plötzlich gehemmt werden. Und die hierbei unvermeidlichen Stösse sind um so grösser, je grösser die Geschwindigkeit ist.

Fig. 1.



Es sollen daher im folgenden nur hydraulische Servomotoren vorausgesetzt werden.

Voraussetzungen.

Ein indirekter hydraulischer Regulator hat eine Zusammensetzung, wie in Fig. 1 skizziert, seine Wirkungsweise ist als bekannt vorausgesetzt.

Zum Zwecke der Vereinfachung der Rechnungen sollen nachstehende Annahmen gemacht werden.

1. Der Antrieb des Tachometers*) erfolge zwangsläufig von der Motorwelle aus.

Es ist ganz selbstverständlich, dass ein elastisches Verbindungsmittel zwischen Motorwelle und Tachometer eine Schwingungsursache bedeuten würde, denn dasselbe würde die Aenderung der Maschinengeschwindigkeit nicht momentan, sondern mit einer gewissen Verspätung dem Tachometer mitteilen. Der beste Antrieb wird daher mittelst Zahn- oder Schneckenrädern bewerkstelligt, die einen sicheren und stetigen Eingriff gewährleisten.

Es soll auch vorausgesetzt sein, dass bei dem in Betracht kommenden Maschinen-Aggregat alle rotierenden Teile vollkommen starr mit einander verbunden sind. Das trifft nun durchaus nicht immer zu, im Gegenteil, in den meisten Fällen sind eben diese Verbindungsteile elastisch (Welle, Kuppelung etc.) und es ist auch durchaus nicht gleichgültig, wie Regulatorantrieb und Schwungmasse einer Maschinengruppe gegenseitig disponiert werden.

Ist z. B. eine Turbine mit einer Dynamomaschine gekuppelt, so kann leicht der Fall eintreten, dass zur Erfüllung der vorgeschriebenen Regulierbedingungen die im Anker der Dynamo vorhandene Schwungmasse nicht ausreicht und dass noch ein besonderes Schwungrad aufgesetzt werden muss. Sind nun Schwungrad und Dynamo durch eine lange und schwache Welle verbunden und wird das Tachometer von einem Punkt aus angetrieben ganz in der Nähe der einen Schwungmasse, so wirkt die andere Schwungmasse störend. Wird also das Tachometer beispielsweise von einem Punkt in der Nähe der Dynamo aus angetrieben, so wird die Regulierung umso schlechter, je mehr man die Schwungmasse des Schwungrades vergrößert. Von diesem Gesichtspunkt aus ist die unbedingte Forderung zu stellen, das Tachometer stets in der Nähe der grösseren Schwungmasse anzuordnen, und es tritt hier der Fall ein, dass die Wellenstärke der Maschinengruppe nach der durch die Regulierbedingungen festgelegten zulässigen Deformation zu rechnen, mindestens zu kontrollieren ist.**)

2. Das Kraftmoment sei bei konstanter Beaufschlagung der Turbine von der Geschwindigkeit unabhängig. Diese Voraussetzung trifft bei Dampfmaschinen innerhalb sehr weiter Grenzen fast genau zu. Bei Turbinen ändert sich das Moment mit der Geschwindigkeit.

*) Im folgenden soll „Tachometer“ das sonst mit Fliehkraftpendel oder Regler bezeichnete Teilorgan des ganzen genannt werden; unter „Regulator“ sei der ganze Apparat verstanden.

***) Auf diese Erscheinung weist Ing. P. Ehrlich hin in einem Aufsatz: Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Vereins 1906, S. 152 ff.

Bekanntlich besitzt die Turbine eine sog. günstigste Tourenzahl n_1 bei einer bestimmten Beaufschlagung, weicht man von derselben nach der einen oder anderen Seite ab, so ändert sich das Drehmoment und zwar so, dass der Tourenzahl O das grösste Drehmoment der Tourenzahl $1,6$ bis $2 n_1$ das Drehmoment O entspricht. Die Kurve des Drehmoments in Funktion der Winkelgeschwindigkeit ist für konstante Wassermenge eine Gerade z. B. bei Axialturbinen, bei Radialturbinen beeinflusst die Verschiedenheit des Ein- und Austrittsdurchmessers die Menge des durchfliessenden Wassers und in diesem Fall weicht die Kurve von der Geraden etwas ab. Nimmt man nun einen linearen Zusammenhang an zwischen Tourenzahl und Drehmoment — eine Annahme, die jedenfalls innerhalb eines kleinen Intervalls sehr nahe zutrifft; und kleine Tourenschwankungen sollen ja bei einem guten Regulator nur vorkommen — so entspricht einer Zu- bzw. Abnahme der Geschwindigkeit von 1% eine Ab- bzw. eine Zunahme des Drehmoments von derselben Grössenordnung.

Ist nun schon diese Aenderung des Drehmoments sehr klein und deren Vernachlässigung gerechtfertigt, so ist noch besonders zu betonen, dass diese tatsächliche Aenderung des Drehmoments durch die Maschinengeschwindigkeit nur in günstigem Sinne auf den Reguliervorgang einwirkt, denn eine Abnahme desselben bei Geschwindigkeitssteigerung und umgekehrt eine Zunahme bei Geschwindigkeitsverminderung ist das, was ja der Regulator ebenfalls anstrebt. Diese Erscheinung kann also den Regulator in seiner Aufgabe nur unterstützen, die Turbine besitzt also eine „natürliche Regulierung“, die allerdings bei kleinen Beträgen der Geschwindigkeitsänderung sehr klein ist, so dass man nicht auf sie rechnen kann.*)

3. Das Lastmoment sei unabhängig von der Geschwindigkeit.

Bei manchen Arbeitsmaschinen trifft dies fast genau zu. In anderen Fällen (Dynamomaschinen, Zentrifugalpumpen) nimmt der Widerstand mit der Geschwindigkeit sehr stark zu, so dass auch von der Arbeitsmaschine aus ein für die Regulierung in den meisten Fällen günstiger Einfluss zu erwarten ist, der aber hier ebenfalls ausser Betracht bleiben soll.

4. Der Wirkungsgrad des Motors sei für alle vorkommenden Geschwindigkeiten derselbe.

Diese Annahme trifft für die gebräuchlichen Beaufschlagungen und für kleine Geschwindigkeitsschwankungen mit genügender Genauigkeit zu.

5. Der durch die Rückführung bestimmte Zusammenhang zwischen Tourenzahl und Stellung des Servomotors und des Leitapparates bzw.

*) Siehe hierüber die Ausführungen von Ing. Prof. A. Budau „Geschwindigkeitsregulierung hydr. Motoren“ Heft 2, S. 4 u. ff.

Stellzeuges sei linear. Das von der Maschine ausgeübte Moment sei also der Verstellung des Servomotors proportional.

Auch diese Voraussetzung deckt sich nicht ganz mit der Wirklichkeit, doch ist die Abweichung unbedeutend und wiederum für kleine Intervalle zu vernachlässigen.

6. Es soll abgesehen werden von allen Einflüssen, die sich durch Reibung und Spiel im Regulator-Gestänge ergeben.

7. Der Regulator soll kontinuierlich die Kraftmaschine beeinflussen können. (Trifft bei Kolbendampfmaschinen nicht zu.)

8. Der Einfluss der dynamischen Wirkung der Wassermasse im Zuleitungsrohr bleibt ausser Betracht.

Aufstellung der Grundgleichungen.

1. Das Tachometer. Der Regulator werde beherrscht von einem Tachometer, von welchem nur vorausgesetzt werde, dass sein Gleichgewicht innerhalb des benutzten Ausschlags ein stabiles d. h. in der Weise bedingt sei, dass zunehmenden Geschwindigkeiten ein stetiges Bewegen der Muffe nach einer und derselben Richtung entspricht. Nimmt nun die Muffe von ihrer unteren Hubbegrenzung beginnend, der Reihe nach diejenigen Stellungen ein, welche der zunehmenden Winkelgeschwindigkeit entsprechend den jeweiligen Gleichgewichtszustand darstellen, und trägt man die jeweiligen Abstände der Muffe von der unteren Hubbegrenzung gemessen in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit auf, so erhält man eine gewisse Kurve, die wir die „Linie der Gleichgewichtsgeschwindigkeit“ nennen wollen. Dieselbe soll wieder der Einfachheit halber als Gerade angesehen werden. In der Fig. 2 bedeutet die Linie AB die Linie der Gleichgewichtsgeschwindigkeit, während AE den ganzen Muffenhub bedeutet. Es soll nun die Maschine zur Zeit $t = 0$ im Punkte C im Beharrungszustand sich befinden und ebenfalls zur Zeit $t = 0$ trete eine plötzliche Entlastung ein von der Belastung αP_m auf βP_m , Linie OD stellt den neuen Beharrungszustand dar und soll gleichzeitig Abscissenachse oder Zeitachse sein. Linie OC sei Ordinatenachse.

Infolge des beschleunigenden Moments von der Grösse $(\alpha - \beta) P_m$ muss die Maschine eine Geschwindigkeitssteigerung erfahren, deren zeitlicher Verlauf durch die Kurve CF dargestellt sei. Wäre nun das Tachometer vollständig masselos, so könnte die Kurve CF auch den Weg der Muffe darstellen, denn bei masselosem Tachometer müsste die Muffe stets die der momentan herrschenden Geschwindigkeit entsprechende Gleichgewichtsstellung einnehmen. Da nun aber das Tachometer eine gewisse Masse besitzt, die erst beschleunigt werden muss, so wird die Muffenweglinie im Punkt C eine horizontale Tangente besitzen und eine Form annehmen, wie etwa Kurve CH . In dem Zeitpunkt t

die verhältnismässige Geschwindigkeitsschwankung bezeichnet werden, und damit schreibt sich der Ausdruck für die dynamische Stellkraft ganz allgemein

$$P_{\varphi} = 2 \varphi Q.$$

Hierin ist φ positiv, wenn es sich um eine Erhöhung, negativ, wenn es sich um eine Erniedrigung der Tourenzahl handelt.

Wir wollen jetzt das Tachometer zur Zeit t nach der Gleichgewichtsstörung betrachten und feststellen, mit welcher Kraft die Muffe in die neue Beharrungsstellung gezogen wird.

Die Winkelgeschwindigkeit entsprechend der neuen Beharrungsstellung sei ω_0 .

Würde sich die Muffe in der Entfernung $y=0$ von der neuen Beharrungsstellung befinden und wäre die Geschwindigkeit des Tachometers $\omega_0(1+\varphi)$, dann würde auf die Muffe eine Kraft wirken

$$P_{\varphi} = 2 \varphi Q$$

nach oben gerichtet. Wir denken uns jetzt das Tachometer mit der Winkelgeschwindigkeit ω_0 laufend, die Muffe aber aus der neuen Beharrungsstellung um den Betrag y gegen die alte zurückverschoben. Diese Verschiebung hat nun bezüglich der Stellkraft genau dieselbe Wirkung, wie wenn die Hülse in der Entfernung $y=0$ sich befände, das Tachometer aber mit einer Winkelgeschwindigkeit laufen würde von

$$\omega_0 \left(1 - \delta \frac{y}{s}\right) = \omega_0 (1 - \delta \eta)$$

wobei

$$\eta = \frac{y}{s}$$

Dies ergibt also eine Stellkraft:

$$P_{\eta} = -2 \delta \eta Q$$

nach unten gerichtet. Die ganze Stellkraft ergibt sich also zu:

$$P = P_{\varphi} + P_{\eta} = 2Q(\varphi - \delta \eta)$$

Hierin bedeutet also φ die vorübergehende verhältnismässige Geschwindigkeitsänderung, δ die bleibende verhältnismässige Geschwindigkeitsänderung für den ganzen Hub des Tachometers, η den verhältnismässigen Muffenhub.

Während der Bewegung der Muffe soll nun ausser dieser Stellkraft P noch eine Kraft von der Form $K \frac{dy}{dt}$ an der Muffe angreifen und zwar in einem der Kraft P entgegengesetzten Sinn. Eine solche Kraft ist die Bremskraft einer Oelbremse.

Bekanntlich ist bei Oel als Flüssigkeit die Widerstandshöhe der Oelgeschwindigkeit direkt proportional, eine Erfahrungstatsache, die erst

neuerdings durch Versuche wieder erhärtet wurde.*) Bedeutet nun m_r die bezüglich der lebendigen Kraft und bezüglich der Relativbewegung in der Pendelebene auf die Muffe reduzierte Masse des Tachometers, so dass also

$$m_r \cdot \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \Sigma m \cdot v_r^2$$

(v_r = die für jedes Massenteilchen verschiedene relative Geschwindigkeit) so ergibt sich als Bewegungsgleichung der Muffe:

$$m_r \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = 2Q(\varphi - \delta\eta) - K \cdot \frac{dy}{dt}$$

mit:

$$\eta = \frac{y}{s}; \frac{dy}{dt} = s \cdot \frac{d\eta}{dt}; \frac{d^2 y}{dt^2} = s \cdot \frac{d^2 \eta}{dt^2}$$

$$\frac{m_r \cdot s}{2Q} \cdot \frac{d^2 \eta}{dt^2} + \frac{K \cdot s}{2Q} \cdot \frac{d\eta}{dt} + \delta\eta - \varphi = 0$$

Es soll nun gesetzt werden: **)

$$T_r^2 = \frac{m_r \cdot s}{2Q}; T_K = \frac{K \cdot s}{2Q}$$

so kommt

$$T_r^2 \frac{d^2 \eta}{dt^2} + T_K \frac{d\eta}{dt} + \delta\eta - \varphi = 0 \quad 1)$$

Bezüglich der Bedeutung von T_r und T_K sei folgendes bemerkt:

Es ist
$$s = \frac{Q}{m_r} \cdot \frac{(2 T_r)^2}{2}$$

darnach ist $2 T_r$ diejenige Zeit, während welcher die Masse m_r unter Einwirkung des Muffendruckes Q den Hub s des Tachometers zurücklegt. (Fallzeit des Tachometers.) Es ist ferner:

$$s = \frac{Q}{K} \cdot (2 T_K)$$

hierin bedeutet $\frac{Q}{K}$ diejenige Geschwindigkeit des Oelbremsenkolbens, die einen Widerstand gleich dem Muffendruck Q hervorbringen würde, und $2 T_K$ ist diejenige Zeit, die zum Zurücklegen des Hubes s bei dieser Geschwindigkeit notwendig ist (Fallzeit der Oelbremse). Unter der Voraussetzung, dass Q über den Muffenhub konstant ist, sind diese Zeitgrößen ebenfalls konstante Werte. Der Muffendruck Q wird zwar

*) Siehe Cammerer, Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen, Jahrgang 1907, Seite 461.

**) Prof. A. Stodola Zürich ist der erste, der die Einführung dieser Zeitkonstanten befürwortet hat; s. Schweiz. Bauzeitung 1893 Bd XXII Nr 17-26 und 1894 Bd XXIII Nr 17 und 18. Ferner Zeitschr. d. V. d. I. 1899, S. 512.

in der Regel nicht konstant sein, doch ist die Änderung dieses Wertes bei kleinen Ungleichförmigkeitsgraden δ , wie solche eben bei guten Regulatoren vorkommen sollen, sehr klein, zudem lassen sich auch Tachometer bauen mit konstantem Muffendruck Q .

2. Der Servomotor. Bezüglich des Steuerkolbens des Krafteinschalters sei eine hinreichend grosse Dimensionierung vorausgesetzt, so dass ohne jede Verspätung die Einschaltung erfolge. Der Servomotor sei an Kraft dem zu überwindenden Widerstand so sehr überlegen, dass eine Verzögerung oder Störung des Reguliervorganges durch Beschleunigung der hier auftretenden Massen nicht eintrete. Diese Voraussetzungen können jedenfalls erfüllt werden.*)

Die Bewegungsgleichung des Servomotorkolbens ergibt sich durch die Annahme, dass seine Geschwindigkeit proportional ist der Ausweichung des Steuerkolbens aus seiner Mittellage. Servomotor ist in Ruhe, wenn der Steuerkolben in der Mittellage ist, er bewegt sich umso rascher, je mehr Pressflüssigkeit der Steuerkolben hinter den Druckkolben strömen lässt. Die Annahme der Proportionalität zwischen Ausweichung des Steuerkolbens und Servomotorkolbengeschwindigkeit ist umso eher richtig und berechtigt, je mehr der Servomotor dem zu überwindenden Widerstand überlegen ist. In Wirklichkeit werden auch die Servomotoren mit einer Arbeitsfähigkeit ausgestattet, welche diejenige des Widerstandes um mehr als das $2\frac{1}{2}$ bis 3 fache übersteigen.**). Der Weg der Tachometermuffe werde von der unteren Hubbegrenzung aus, derjenige des Servomotorkolbens von der Stellung „ganz offen“ und die Ausweichung des Steuerkolbens von der Deckstellung aus gemessen. Zur Zeit t soll sich die Hülse in der Entfernung y , der Servomotorkolben in der Entfernung m und der Steuerkolben in der Entfernung z von der Nullstellung befinden.

Um nun von Anfang an alle Hebelübersetzungen aus der Rechnung auszuschalten, werde die Annahme gemacht, dass der Hub der Tachometermuffe, derjenige des Servomotors und derjenige des Rückführpunktes C alle von gleichem Betrag $= s$ seien, womit natürlich die Güte des Regulators in keiner Weise beeinträchtigt wird.

Hiermit wird der kinematische Zusammenhang ein derartiger, dass der Rückführpunkt C sich jeweils mit der gleichen Geschwindigkeit bewegt, wie der Servomotorkolben. Der Punkt D wird zum Mittelpunkt zwischen M und C und die maximale Ausweichung des Krafteinschalters

*) Brauchbare praktische Werte über diese Verhältnisse sind angegeben in dem Werke: R. Thomann, „Die Wasserturbinen“ S. 254—258.

***) Siehe hierüber R. Thomann, Wasserturbinen, S. 286 ff.

aus seiner Mittellage beträgt $\frac{1}{2}s$. Damit die Rechnung auch noch von der absoluten Grösse des Hubs s und $\frac{1}{2}s$ unabhängig wird, führen wir folgende Veränderliche ein:

Es bedeute:

$\eta = \frac{y}{s}$ den verhältnismässigen Muffenweg,

$\mu = \frac{m}{s}$ " " Weg des Servomotorkolbens,

oder " " " " Rückführpunktes C ,

$\sigma = \frac{z}{\frac{1}{2}s}$ die verhältnismässige Ausweichung des Steuerkolbens aus seiner Mittellage.

Die Bewegung des Steuerkolbens ist infolge seiner mechanischen Kuppelung mit Muffe M und Rückführpunkt C eine Differenzbewegung und setzt sich zusammen aus den beiden gegensinnigen Bewegungen von Muffe und Rückführung. Es beträgt daher zu irgend einem Zeitpunkt der Bewegung die verhältnismässige Ausweichung

$$\sigma = \eta - \mu$$

Diese Beziehung gilt nur für den Bewegungszustand. Ist $\eta = \mu$, dann ist $\sigma = 0$ der Steuerkolben in der Mittellage, $\sigma = 0$ bedeutet den Ruhezustand des Servomotors.

Indem wir nun die Geschwindigkeit des Servomotors proportional der Ausweichung des Steuerkolbens setzen, erhalten wir:

$$\frac{dm}{dt} = c \cdot z = c(y - m)$$

oder

$$\frac{d\mu}{dt} = c \cdot (\eta - \mu)$$

Die mechanische Bedeutung der Grösse C ergibt sich aus folgender Betrachtung:

Die verhältnismässige Geschwindigkeit $\frac{d\mu}{dt}$ wird zu einem Maximum, wenn $(\eta - \mu)$ ein Maximum ist. Da nun die Zahlen η und μ zwischen den Werten 0 und 1 schwanken, so ist $(\eta - \mu)$ ein Maximum, wenn z. B. $\mu = 0$ und $\eta = 1$. Damit erhalten wir:

$$\left(\frac{d\mu}{dt}\right)_{max} = c.$$

und es ist somit c die grösste mögliche Geschwindigkeit, die auftreten kann, nämlich diejenige, welche z. B. entsteht, wenn der Rückführpunkt C in seiner Nullstellung ($\mu = 0$), die Tachometermuffe dagegen in ihrer obersten Stellung ($\eta = 1$) sich befindet. Hierbei gibt der Steuerkolben

die grösste Oeffnung, und die grösste Geschwindigkeit kann entstehen. $\frac{1}{c}$ muss dann diejenige Zeit bedeuten, welche der Servomotor brauchen würde, um mit dieser maximalen Geschwindigkeit seinen Hub zu durchlaufen.

Wir wollen
$$\frac{1}{c} = T_s$$

die „Schlusszeit des Servomotors“ nennen. Mit dieser Bezeichnung erhalten wir als Bewegungsgleichung des Servomotorkolbens:

$$T_s \frac{d\mu}{dt} + \mu - \eta = 0 \quad 2)$$

3. Kraftmaschine mit Schwungrad. Es sei P_m das maximale Drehmoment entsprechend der maximalen Belastung der Maschine. $P = \gamma P_m$ das vom Servomotor zur Zeit t eingestellte und βP_m das der neuen Belastung, der neuen Beharrungsstellung entsprechende; dann besteht zur Zeit t ein Ueberschuss an Drehmoment (s. Fig. 3) von der Grösse

$$(\gamma - \beta) P_m$$

Nach der Voraussetzung 5 Seite 4 soll ein linearer Zusammenhang bestehen zwischen der Stellung des Servomotorkolbens und der Leistung der Maschine. Demgemäss gilt die Beziehung:

$$\frac{(\gamma - \beta) P_m}{m} = \frac{P_m}{s}$$

und hieraus:

$$(\gamma - \beta) P_m = \mu \cdot P_m$$

Die Bewegungsgleichung des Schwungrades ergibt sich somit zu:

$$M \cdot \frac{d\omega}{dt} = -\mu \cdot P_m$$

Hierin ist M die auf Radius 1 m reduzierte Masse sämtlicher rotierender Teile. Das negative Zeichen erklärt sich aus der Ueberlegung, dass einer Zunahme der Winkelgeschwindigkeit eine Abnahme des treibenden Moments entspricht und umgekehrt.

Mit der Grösse φ , die bereits oben Seite 6 eingeführt wurde

$$\varphi = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}; \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

kommt

$$\frac{M \cdot \omega_0}{P_m} \frac{d\varphi}{dt} + \mu = 0$$

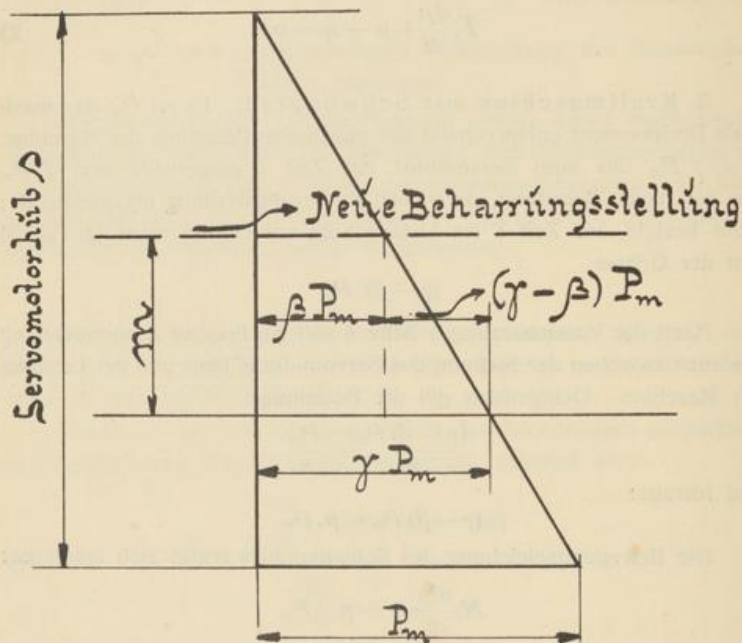
Wir setzen den Wert

$$\frac{M \omega_0}{P_m} = T_a$$

und können aus dieser Gleichung ablesen, dass T_a diejenige Zeit ist, welche das maximale Drehmoment P_m brauchen würde, um die Masse M von der Ruhe auf die Winkelgeschwindigkeit ω_0 zu beschleunigen. T_a wird Anlaufzeit genannt. Es ergibt sich damit die Bewegungsgleichung des Schwungrades zu

$$T_a \frac{d\varphi}{dt} + \mu = 0 \quad 3)$$

Fig. 3.



Stellen wir die drei massgebenden Bewegungsgleichungen zusammen, so haben wir folgende drei Gleichungen:

$$T_r \frac{d^2\eta}{dt^2} + T_K \frac{d\eta}{dt} + \delta \eta - \varphi = 0 \quad 1)$$

$$T_s \frac{d\mu}{dt} + \mu - \eta = 0 \quad 2)$$

$$T_a \frac{d\varphi}{dt} + \mu = 0 \quad 3)$$

Diese drei Differentialgleichungen sollen zu gleicher Zeit bestehen, sie bilden daher ein sog. simultanes System.

Bekanntlich führt die Lösung dieser Gleichungen auf die sog. charakteristische Gleichung, die wir jetzt aufstellen wollen: *)

Es werde gesetzt:

$$\eta = a e^{wt}; \mu = b \cdot e^{wt}; \varphi = c e^{wt}$$

Nach Kürzung mit e^{wt} kommt:

$$O = (T_r^2 w^2 + T_K w + \delta) a + O \cdot b - I \cdot c$$

$$O = -I \cdot a + (T_s w + I) b + O \cdot c$$

$$O = O \cdot a + I \cdot b + T_a w \cdot c$$

Damit diese drei für a , b und c homogene Gleichungen gleichzeitig bestehen können, muss die Determinante ihrer Koeffizienten zu O werden, d. h. es muss

$$(T_r^2 w^2 + T_K w + \delta) [(T_s w + I) \cdot T_a w] + I = O$$

oder

$$(T_r^2 w^2 + T_K w + \delta) (T_a T_s w^2 + T_a w) + I = O$$

Das ist die charakteristische Gleichung, welche nach Potenzen von w geordnet lautet:

$$T_a T_s T_r^2 w^4 + T_a (T_s T_K + T_r^2) w^3 + \quad 4)$$

$$T_a (\delta T_s + T_K) w^2 + \delta T_a w + I = O$$

Sind nun w_1 w_2 w_3 w_4 die Wurzeln dieser charakteristischen Gleichung, so ist bekanntlich das allgemeine Integral des simultanen Systems der drei Differentialgleichungen:

$$\varphi = A_1 e^{w_1 t} + B_1 e^{w_2 t} + C_1 e^{w_3 t} + D_1 e^{w_4 t} \quad 5)$$

$$\eta = A_2 e^{w_1 t} + B_2 e^{w_2 t} + C_2 e^{w_3 t} + D_2 e^{w_4 t} \quad 6)$$

$$\mu = A_3 e^{w_1 t} + B_3 e^{w_2 t} + C_3 e^{w_3 t} + D_3 e^{w_4 t} \quad 7)$$

Die Formen dieser Integrale zeigen, dass die Art der Regulierung einzig und allein von den Wurzeln w der charakteristischen Gleichung abhängt, sie ist eine grundverschiedene, je nachdem die Wurzeln reell oder imaginär sind, im Falle reeller Wurzeln treten keine Schwingungen auf, die Werte von φ , η und μ nähern sich stetig einem bestimmten Grenzwert und zwar ist dieser Grenzwert ∞ , wenn die Wurzeln positiv sind, dagegen endlich, wenn sie negativ sind. Im Falle imaginärer Wurzeln treten Schwingungen auf: der Uebergang von einem Beharrungszustand in den andern ist ein Schwingungsvorgang.

*) Siehe Stodola „Ueber die Regulierung der Turbinen“, Schw. Bauzeitung 1893.

Von einem richtig arbeitenden Regulator muss verlangt werden, dass er nach Störung des Gleichgewichts zwischen zugeführter und abgegebener Leistung der von ihm beherrschten Maschine mit möglichst geringer Geschwindigkeitsänderung in möglichst kurzer Zeit den Gleichgewichtszustand herzustellen vermag. Als vollständig unbrauchbar ist daher ein Regulator zu bezeichnen, der mit zunehmenden Amplituden der Schwingungen reguliert und das kann offenbar der Fall sein:

1. beim Auftreten von reellen Wurzeln der charakteristischen Gleichung, wenn auch nur eine derselben positiv ist;
2. beim Auftreten komplexer Wurzeln, wenn auch nur einer der reellen Teile positiv ist.

Man nennt einen solchen Zustand der Regulierung einen labilen, im Gegensatz zum stabilen Zustand, bei dem die Schwingungsamplituden mit der Zeit abnehmen.

Die Stabilität der Regulierung ist also das erste Erfordernis an einen brauchbaren Regulator und man kann die Stabilitätsbedingungen zusammenfassen in:

1. keine der reellen Wurzeln darf positiv sein;
2. von komplexen Wurzeln muss der reelle Teil negativ sein.

Die Algebra hat nun einfache Regeln aufgestellt, mit Hilfe deren man bei einer gegebenen Gleichung entscheiden kann, ob diese Bedingungen, wie sie das richtige Funktionieren eines Regulators für die charakteristische Gleichung seiner Bewegungsdifferentialgleichungen verlangt, erfüllt sind oder nicht. Diese Regeln ergeben die Stabilitätsbedingungen. Sie stellen Beziehungen dar zwischen den Koeffizienten der Gleichung, d. h. sie setzen eine untere Grenze fest für gewisse Funktionen gebildet aus den Koeffizienten. Wird diese Grenze unterschritten, so sind die Bedingungen der Stabilität nicht erfüllt, die Wurzeln erhalten positive Werte und die Schwingungsamplituden nehmen zu.

Bleiben die Funktionen in ihrem Wert über der Grenze, so sind die Bedingungen erfüllt, der Regulator ist brauchbar und das umsomehr, je grösser der Abstand von der Grenze ist.

Die Wurzeln einer Gleichung haben für den Fall, dass sie komplex sind, alle die Form

$$w = \alpha \pm \beta i.$$

Der von einem solchen Wurzelpaar stammende Anteil des Integrals ist

$$e^{\alpha t} (A \cos (\beta t) + B \sin (\beta t))$$

und das ganze Integral besteht aus einer Summe ähnlicher Ausdrücke.

Der Klammerausdruck bedeutet eine Sinusschwingung mit sich gleichbleibender Amplitude, während der Faktor $e^{\alpha t}$ das Mass angibt, nach welchem diese Amplituden unter der Voraussetzung eines negativen

Werts von α abnehmen werden. Da nun einerseits der reelle Teil der Wurzel die Grösse der Konvergenz der Schwingungen bestimmt, andererseits die Stabilitätsbedingungen über den absoluten Betrag des reellen Teils der Wurzeln entscheiden, der umso grösser ist, je mehr sich die Ausdrücke von der Grenze entfernt halten, so geben die Stabilitätsbedingungen nur einen Masstab ab für die Grösse der Stabilität d. h. für die Geschwindigkeit, mit der die Schwingungen abklingen.

Die Stabilität ist nun allerdings die allererste Forderung, die an einen brauchbaren Regulator gestellt werden muss, sie ist aber keineswegs allein hinreichend, es muss vielmehr sowohl die grösste auftretende Geschwindigkeitsschwankung, als auch die ganze Dauer des Regulier-spieles — Regulierdauer genannt — innerhalb gewisser Grenzen bleiben, die durch die Eigentümlichkeit der speziellen Betriebe vorgeschrieben sind; von zwei Regulatoren mit der gleichen unter gleichen Voraussetzungen auftretenden grössten Tourenschwankung ist derjenige als der bessere zu bezeichnen, der sich am raschesten dem neuen Beharrungs-zustand anzupassen vermag. Während nun die Grösse der ersten Schwingungsamplituden in der Hauptsache von den Anfangsbedingungen abhängt, wird die Regulierdauer von der Grösse der Stabilität und derjenigen der ersten Amplitude beeinflusst, sodass eine Verbesserung in der einen Richtung auch gleichzeitig eine solche nach dem zweiten Gesichtspunkte bedeutet.

Spezialfälle.

Bevor wir zur Untersuchung der charakteristischen Gleichung vierten Grades gehen, sollen erst einige Spezialfälle behandelt werden.

I)
$$T_r^2 = 0; T_K = 0; T_s = 0$$

d. h. der direkte Regulator ($T_s = 0$), dessen Tachometer mit unendlich kleiner Masse oder unendlich grossem Muffendruck ausgestattet ist, also der ideale direkte Regulator.

Die charakteristische Gleichung lautet:

$$\delta T_n w + 1 = 0 \quad 8)$$

Die einzige Wurzel der charakteristischen Gleichung ist reell und negativ. Der ideale direkte Regulator ist stets stabil, sein Regulier-vorgang ist stets aperiodisch, d. h. er vollzieht sich ohne alle Schwingungen.

II)
$$T_r^2 = 0; T_K = 0; T_s > 0,$$

d. h. der ideale indirekte Regulator. Seine charakteristische Gleichung lautet:

$$\delta T_a T_s w^2 + \delta T_a w + 1 = 0 \quad 9)$$

daraus

$$w = -\frac{1}{2} \frac{1}{T_s} \pm \frac{1}{2} \frac{1}{T_s} \sqrt{1 - \frac{4}{\delta} \frac{T_s}{T_a}}$$

Da die Koeffizienten der charakteristischen Gleichung alle positiv sind, so werden sowohl die reellen Wurzeln, als auch der reelle Teil der komplexen Wurzeln stets negativ. Auch der ideale indirekte Regulator reguliert stets stabil; aber während der ideale direkte Regulator ohne jede Schwingung vom alten Beharrungszustand ausgehend sich stetig dem neuen Zustand nähert, vollführt der ideale indirekte Regulator im allgemeinen Schwingungen um den neuen Zustand; nur für den Fall

$$\frac{4}{\delta} \frac{T_s}{T_a} \leq 1$$

reguliert auch er aperiodisch.

Man überzeugt sich leicht, dass die letztere Forderung sehr schwer zu realisieren ist, und dass also für gewöhnlich die Einschaltung eines Hilfsmotors eine Ursache zu Schwingungen bildet.

III) $T_r^2 = 0; T_K > 0; T_s = 0;$

d. h. der ideale direkte Regulator mit Oelbremse. Charakteristische Gleichung:

$$\left. \begin{aligned} T_a T_K w^2 + \delta T_a w + 1 = 0 \\ \delta T_a \frac{T_K}{\delta} w^2 + \delta T_a w + 1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad 10)$$

Vergleicht man diese Gleichung mit derjenigen von Fall II, so sind dieselben identisch, wenn

$$T_s = \frac{T_K}{\delta}$$

Es ergibt sich hieraus das schon von Stodola gefundene Ergebnis, dass die Wirkung einer Oelbremse aufzufassen ist wie diejenige eines langsam wirkenden Servomotors, dessen Schlusszeit $T_s = \frac{T_K}{\delta}$, d. h. das Anbringen einer Oelbremse bedeutet ebenso wie die Verwendung eines langsam wirkenden Hilfsmotors eine Verschleppung des Reguliervorganges. Eine Oelbremse gibt jederzeit zu Schwingungen Veranlassung, deren Amplitude unter sonst gleichen Verhältnissen umso grösser ausfallen, je grösser T_K .

Der ideale direkte Regulator reguliert ohne Bremse vollständig aperiodisch, mit Bremse gerät er in Schwingungen. Die Bremse wirkt also hier nur schädlich. Mit dieser Ueberlegung ist Fall III auf Fall II zurückgeführt.

Die Kombination ideales Tachometer mit Bremse ergibt jedoch eine stabile Regulierung. Die Wurzeln der charakteristischen Gleichung sind:

$$w = -\frac{\delta}{2T_K} \pm \frac{\delta}{2T_K} \sqrt{1 - \frac{4T_K}{\delta^2 T_a}}$$

Mit $T_K = 0$ ergibt sich wieder aperiodische Regulierung.

IV)

$$T_r^2 > 0; T_K > 0; T_s = 0$$

d. h. der wirkliche direkte Regulator. Die charakteristische Gleichung lautet:

$$T_a T_r^2 w^3 + T_a T_K w^2 + \delta T_a w + 1 = 0$$

Da die Koeffizienten dieser Gleichung sämtlich positiv sind, so ist stets eine reelle negative Wurzel vorhanden, ob aber der reelle Teil der beiden andern komplex konjugierten Wurzeln negativ wird, lässt sich nicht so ohne weiteres bestimmen.

Um dies zu verfolgen, wenden wir ein Verfahren an, das Wischnegradski *) angegeben hat:

Gegeben sei die Gleichung dritten Grades:

$$a w^3 + b w^2 + c w + d = 0$$

durch Substitution von

$$w = z - \frac{b}{3a}$$

erhält man die sog. reduzierte Gleichung

$$z^3 + A z + B = 0$$

wofern

$$A = \frac{c}{a} - \frac{1}{3} \left(\frac{b}{a}\right)^2 \text{ und } B = \frac{2}{27} \left(\frac{b}{a}\right)^3 - \frac{1}{3} \frac{bc}{a^2} + \frac{d}{a}$$

Setzt man noch der Kürze halber

$$C = \frac{A^3}{27} + \frac{B^4}{4}$$

ferner

$$D = \sqrt[3]{-\frac{B}{2} + \sqrt{C}}; E = \sqrt[3]{-\frac{B}{2} - \sqrt{C}}$$

so lauten die Wurzeln der Gleichung bekanntlich:

$$w_1 = D + E - \frac{b}{3a}$$

$$w_2 = -\frac{1}{2}(D + E) - \frac{b}{3a} + i\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}(D - E)$$

$$w_3 = -\frac{1}{2}(D + E) - \frac{b}{3a} - i\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}(D - E)$$

*) Wischnegradski, Zivilingenieur 1877, S. 110.

Die Betrachtung von w_1 und w_2 ergibt:

$$w_1 = -2(D+E) - \frac{b}{a}$$

da b und a positive Werte sind, ist also das zweite Glied von w_1 negativ, und es handelt sich noch um den Wert $(D+E)$, den wir der Kürze halber x bezeichnen wollen.

Setzt man die Wurzel

$$w_1 = -2x - \frac{b}{a}$$

in die gegebene Gleichung dritten Grads ein, so kommt

$$8ax^3 + 8bx^2 + 2\left(\frac{b^2}{a^2} + c\right)x + \left(\frac{bc}{a} - d\right) = 0$$

Nach einem Satze der Algebra hat die einzige mögliche reelle Wurzel (x) einer Gleichung ungeraden Grades ein Vorzeichen entgegengesetzt gleich demjenigen des letzten Gliedes; es wird somit x negativ, wenn

$$\frac{bc}{a} - d > 0$$

Setzen wir hierin die Koeffizienten unserer charakteristischen Gleichung ein so kommt:

$$\frac{T_a T_K \cdot \delta T_a}{T_a T_r^2} - 1 > 0$$

oder:

$$\delta T_a T_K > T_r^2 \tag{12}$$

ist die Stabilitätsbedingung für den direkten Regulator neben der Voraussetzung, dass alle Koeffizienten der charakteristischen Gleichung positive Zahlen sind.

Diese hier gefundene Beziehung ist von grossem Interesse, so dass es sich lohnt, näher auf dieselbe einzugehen.

Nimmt man ein Tachometer von festgelegten Eigenschaften d. h. nimmt man die Grösse $\frac{T_r^2}{\delta}$ als Konstante an, dagegen T_a und T_K als Veränderliche, so scheidet die Hyperbel

$$T_a T_K = \frac{T_r^2}{\delta}$$

den Raum des rechten Winkels zwischen den beiden Koordinatenachsen in zwei Teile. Alle Punkte, die zwischen den Koordinatenachsen und der Hyperbel liegen ergeben zusammengehörige Werte der Zeitgrössen T_a und T_K , die eine Vergrösserung der Schwingungsamplituden verursachen, eine labile Regulierung darstellen würden (Labiles Gebiet).

Alle Punkte, die auf der Hyperbel selbst liegen, ergeben Zeitgrößen T_a und T_K , durch deren Einfluss die Schwingungsamplituden in ihrer Größe sich gleich gross erhalten würden (Grenzkurve).

Alle Punkte ausserhalb der Hyperbel ergeben Zeitgrößen T_a und T_K , die eine Verkleinerung der Schwingungsamplituden verursachen und stabile Regulierung herbeiführen würden (stabiles Gebiet).

Je grösser T_r , desto mehr rückt die Hyperbel von den Achsen ab, desto grösser wird das labile Gebiet und umgekehrt.

Diese Stabilitätsgrenzkurve hat Wischnegradski zuerst *) und nach ihm A. Stodola **) auf anderem Wege abgeleitet.

Der Stabilitätsbedingung des direkten Regulators ist zunächst zu entnehmen, dass

1. nur ein statisches Tachometer ($\delta > 0$) verwendet werden kann;
2. ohne Bremse oder überhaupt ohne Schwingungsdämpfung ($T_K = 0$) die Regulierung labil wird;
3. dass Schwungmasse vorhanden sein muss ($T_a > 0$);

4. Je grösser der Wert $\frac{T_r^2}{\delta}$, desto grösser muss bei gleichbleibendem T_a der Wert T_K eingestellt werden, desto grösser fällt also die Verschleppung aus, desto grösser wird die auftretende Geschwindigkeitsschwankung. Mit dem Anwachsen von $\frac{T_r^2}{\delta}$ müssen wir immer grössere Schwingungen durch die Bremse künstlich hervorrufen, um eine möglichst stabile Regulierung zu erhalten.

Man kann den Wert von T_K , der sich aus der Grenzbedingung ergibt: $T_K = \frac{T_r^2}{\delta T_a}$ direkt als Güteziffer ansehen, die indes so klein als möglich sein soll. Nach dieser Beziehung ändert sich an der Konvergenz der Schwingungen offenbar nichts, wenn wir T_r^2 und T_a proportional vergrössern oder verkleinern, will man also eine bestimmte Grösse der Konvergenz erreichen, so braucht man hiezu bei kleinerem Wert von T_r^2 auch eine kleinere, also billigere Schwungmasse (T_a).

Soll ein bestimmtes Tachometer verwendet werden ($\frac{T_r^2}{\delta} = \text{gegeben}$), so kann die Güte der Regulierung nur durch eine Vergrösserung von T_a gesteigert werden, denn T_K soll möglichst klein sein.

Kann die Schwungmassengrösse T_a nicht geändert werden, so ist der einzige Weg zur Verbesserung der Regulierung eine Verkleinerung von T_r^2 .

*) Wischnegradski, Zivilingenieur 1877, S. 109.

**) A. Stodola, Zeitschr. d. V. d. I. 1899, S. 512.

Da die Grösse T_r^2 definiert ist nach der Gleichung

$$T_r^2 = \frac{m_r s}{2 Q}$$

so verlangt eine gute Regulierung ein Tachometer mit grossem Muffendruck Q und kleiner Masse m_r . Dies wird erreicht durch hohe Tourenzahl und grossen Abstand der Masse von der Drehachse. Ausserdem ist noch ein kleiner Hub s in Anwendung zu bringen.

v)
$$T_r^2 = 0 ; T_K > 0 ; T_s > 0$$

Der ideale indirekte Regulator mit Oelbremse hat die charakteristische Gleichung:

$$T_a T_s T_K w^3 + T_a (\delta T_s + T_K) w^2 + \delta T_a + 1 = 0 \quad 13)$$

Vergleicht man diese Gleichung mit derjenigen von Fall IV, so findet man:

Die Kombination von idealem indirektem Regulator mit Oelbremse ist gleichbedeutend mit einem direkten wirklichen Regulator, dessen Tachometer die Zeitgrösse $T_r^2 = T_s T_K$ und dessen Oelbremse die Zeitgrösse $T_K = \delta T_s + T_K$ besitzt.

Dieser Fall ist also auf Fall IV zurückgeführt. Die Stabilitätsbedingung lautet in diesem Fall V:

$$\delta T_a (\delta T_s + T_K) > T_s T_K.$$

Man sieht sofort, dass hier $T_K = 0$ werden kann.

VI) Wir kommen nun zu dem wirklichen indirekten Regulator, dessen charakteristische Gleichung lautet:

$$T_a T_s T_r^2 w^4 + T_a (T_s T_K + T_r^2) w^3 + T_a (\delta T_s + T_K) w^2 + \delta T_a w + 1 = 0 \quad 14)$$

Um die Stabilitätsbedingung für diesen Regulator zu suchen, wenden wir die sog. „Sturm'schen Reihen“ an.*) Die Algebra hat nämlich nachgewiesen, dass ganz allgemein eine Gleichung n ten Grades

$$c_0 x^n + c_1 x^{n-1} + c_2 x^{n-2} + \dots + c_n = 0$$

nur Wurzeln besitzt, die, wenn sie in reeller Form auftreten, negativ sind, und wenn sie in komplex-konjugierter Form auftreten, mit negativem reellem Teil ausgestattet sind unter der Voraussetzung, dass

1. sämtliche Koeffizienten der Gleichung grösser als 0 (diese Bedingung soll im folgenden stets mit „Bedingung (1)“ bezeichnet werden);

*) Siehe Stodola, Schw. Bauzeitung 1894, „Ueber die Regulierung von Turbinen“.

2. die nach dem Schema:

$$\begin{vmatrix} c_1 & c_3 & c_5 & c_7 & \dots & c_{2K-1} \\ c_0 & c_2 & c_4 & c_6 & \dots & c_{2K-2} \\ 0 & c_1 & c_3 & c_5 & \dots & c_{2K-3} \\ 0 & c_0 & c_2 & c_4 & \dots & c_{2K-4} \\ 0 & 0 & c_1 & c_3 & \dots & c_{2K-5} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & c_K \end{vmatrix} = \Delta_K$$

gebildeten $(n-2)$ Determinanten sämtlich grösser als O sind. Die Determinanten entstehen, wenn K der Reihe nach die Werte 2, 3, 4 . . . etc. annimmt. Die Koeffizienten c_{n+1} etc. sind $= O$ zu setzen. (Diese Bedingung soll im folgenden stets mit „Bedingung (2)“ bezeichnet werden.)

In unserem speziellen Fall ist Bedingung (1) ohne weiteres erfüllt, da ja die Zeitgrössen T lauter positive Grössen sind, es ist hierbei nur eine Voraussetzung zu machen: $\delta > O$ d. h. ein statisches Tachometer ist unbedingt erforderlich.

Für die Gleichung vierten Grades:

$$c_0 x^4 + c_1 x^3 + c_2 x^2 + c_3 x + c_4 = 0$$

ergeben sich die entsprechenden Determinanten zu

$$c_1 c_2 - c_0 c_3 > 0$$

und

$$c_1 (c_2 c_3 - c_1 c_4^2) - c_0 c_3^2 > 0$$

Mit den Koeffizienten T der charakteristischen Gleichung ergibt dies:

$$(T_s T_K + T_r^2) (\delta T_s + T_K) - \delta T_s T_r^2 > 0$$

und

$$T_a (T_s T_K + T_r^2) \left[\delta T_a^2 (\delta T_s + T_K) - T_a (T_s T_K + T_r^2) \right]$$

$$- T_a T_s T_r^2 \cdot \delta^2 T_a^2 > 0$$

oder

$$T_K (\delta T_s^2 + T_s T_K + T_r^2) > 0$$

und

$$\delta T_a T_K > \frac{(T_s T_K + T_r^2)^2}{\delta T_s^2 + T_s T_K + T_r^2} \quad \left. \vphantom{\frac{(T_s T_K + T_r^2)^2}{\delta T_s^2 + T_s T_K + T_r^2}} \right\} 16)$$

Die Bedingung (2) verlangt Schwingungsdämpfung ($T_K > 0$) statisches Tachometer ($\delta > 0$) und Schwungmasse ($T_a > 0$); ist eine dieser Forderungen nicht erfüllt, so ist die Regulierung labil, weil in der Bewegungs-

gleichung Exponentialglieder auftreten mit positiven Zeitexponenten. Die Schwingungen würden theoretisch bis zu unendlich grossen Amplituden anwachsen und nie aufhören, der Regulator würde ständig ganz öffnen und ganz schliessen.

Es ist jedoch im Auge zu behalten, dass diese Kriterien nur für kleine Aenderungen der Variablen strenge Gültigkeit besitzen. Die Kriterien besagen eigentlich nur, dass die Schwingungen desjenigen Regulators, für den dieselben nicht erfüllt sind, eine Amplitude haben, deren Wert die Grenze überschreitet, bei welcher man in der Theorie die Glieder zweiter und höherer Ordnung fallen lassen kann. Da ein Regulator aber nur dann als gut bezeichnet werden kann, wenn die vorkommenden Schwingungsamplituden innerhalb sehr enger Grenzen sich bewegen, so sind für einen guten Regulator die Kriterien streng gültig und ein solcher, der dieselben nicht erfüllt, muss eben als ein schlechter, unbrauchbarer bezeichnet werden, wenigstens für Maschinen, die eine hohe Gleichförmigkeit des Ganges erfordern.

Selbstverständlich wird auch die Tourenzahl bei einem schlechten Regulator nicht ins Unendliche wachsen, da wir ja die oben besprochenen selbstregulierenden Kräfte bei der theoretischen Behandlung ausser acht gelassen haben.

Die Wasserturbine kann z. B. aus Gründen, die mit ihren inneren Konstruktionsverhältnissen zusammenhängen, höchstens eine Tourenzahl annehmen, die das doppelte beträgt von der sog. günstigsten.

Verschwindet in dem Ausdruck

$$\delta T_a T_K > \frac{[T_s T_K + T_r^2]^2}{\delta T_s^2 + T_s T_K + T_r^2}$$

das Glied T_r^2 d. h. haben wir ein masseloses Tachometer, so ergibt sich

$$\delta T_a > \frac{T_s T_K}{\delta T_s + T_K}$$

Die Grösse T_K links ist gefallen, d. h. die Bremse ist nicht mehr absolut notwendiges Erfordernis, im Gegenteil, je kleiner T_K , desto besser, es kann sogar zu 0 werden und wir erhalten ganz in Uebereinstimmung mit den früheren Erörterungen als Stabilitätsbedingung (2) des idealen indirekten Regulators

$$\delta T_a > 0.$$

Zur Kontrolle soll noch aus der Stabilitätsbedingung des indirekten Regulators diejenige des direkten abgeleitet werden.

Mit $T_s = 0$ kommt

$$\delta T_a T_K > T_r^2$$

in vollständiger Uebereinstimmung mit dem oben für den direkten Regulator eigens abgeleiteten Ausdruck.

Schreibt man die Stabilitätsbedingung für den indirekten Regulator in der Form

$$\delta T_a T_K > T_r^2 + \frac{T_s^2 T_K^2 + (T_s T_K - \delta T_s^2) T_r^2}{\delta T_s^2 + T_s T_K + T_r^2} \quad (17)$$

so ist leicht ersichtlich, dass die Bedingung für den indirekten Regulator verschärft ist gegenüber dem direkten.

Während man beim direkten Regulator eine sehr wirksame Verbesserung erzielte durch Verkleinerung von T_r , also Verbesserung des Tachometers, ist beim indirekten auch die Grösse T_s mit in Betracht zu ziehen. Es lässt sich aber zunächst nur soviel aus der Bedingung herauslesen, dass der Einfluss von T_r umso mehr in Hintergrund tritt, je grösser T_s ist.

Dagegen ergibt die Betrachtung der charakteristischen Gleichung vierten Grades, dass die Ausdrücke der Koeffizienten homogene Funktionen der Grössen T darstellen und dass ihr Grad mit dem Exponenten der zugehörigen Potenz von w übereinstimmt. Man kann daher die Gleichung auch in der Form schreiben:

$$\frac{T_a T_s T_r^2}{T_x^4} (T_x w)^4 + \frac{T_a T_s T_K + T_r^2}{T_x^3} (T_x w)^3 + \frac{T_a (\delta T_s + T_K)}{T_x^2} (T_x \cdot w)^2 + \frac{\delta T_a}{T_x} (T_x \cdot w) + 1 = 0 \quad (18)$$

wobei T_x irgend eine der Grössen T darstellen kann und $(T_x w)$ als Wurzel erscheint. Die Koeffizienten dieser Gleichung sind wiederum homogene Funktionen aber nicht von den einzelnen Grössen T , sondern nur von den Verhältnissen $\frac{T}{T_x}$; diese Eigentümlichkeit hat Stodola in den Satz zusammengefasst:

Der Charakter der Regulierung hängt nicht von den absoluten Beträgen der Grössen T ab, sondern von den Verhältnissen derselben untereinander.

Wir schreiben daher die zweite Forderung der Bedingung (2) in der Form:

$$\delta \frac{T_a}{T_s} \cdot \frac{T_K}{T_s} > \frac{\left\{ \frac{T_K}{T_s} + \left(\frac{T_r}{T_s} \right)^2 \right\}^2}{\delta + \frac{T_K}{T_s} + \left(\frac{T_r}{T_s} \right)^2} \quad (19)$$

Der Abkürzung wegen seien folgende Bezeichnungen eingeführt:

$$\frac{T_a}{T_s} = \tau_a ; \quad \frac{T_K}{T_s} = \tau_K ; \quad \frac{T_r}{T_s} = \tau_r$$

Damit schreibt sich obige Bedingung:

$$\delta \tau_a \tau_K > \frac{(\tau_K + \tau_r)^2}{\delta + \tau_K + \tau_r^2} \quad 20)$$

In dieser Beziehung ist allein δ eine Grösse, die von vornherein als festgelegt zu gelten hat. Sie ist in den Garantiebedingungen stets enthalten und soll im Interesse einer kleinen bleibenden Tourendifferenz zwischen Vollbelastung und Leerlauf klein ausfallen. Wir wollen δ als Konstante ansehen. Setzen wir nun anstatt des Zeichens $>$ das Zeichen $=$ und betrachten wir die drei Grössen τ_a , τ_K und τ_r als Veränderliche, so stellt die Gleichung eine Fläche dar, die sich in ein dreiachsiges Koordinatensystem einzeichnen lässt.

Diese Fläche wollen wir die „Stabilitätsgrenzfläche“ nennen:

Alle Punkte im Raume des ersten Quadranten — und es kommt nur der erste Quadrant in Frage, da ja sämtliche Zeitverhältnisse τ positive Werte bedeuten — die zwischen den Koordinatenebenen und der Grenzfläche liegen, entsprechen Regulatoren mit labiler Regulierung. Alle Punkte auf der Grenzfläche selbst entsprechen Regulatoren mit sich gleich bleibenden Amplituden der Schwingungen, und alle übrigen Punkte im Raum des ersten Quadranten entsprechen Regulatoren mit stabiler Regulierung.

Die Grenzfläche ist in Fig. 4 dargestellt.

Für eine Ebene parallel der $\tau_a \tau_K$ Ebene d. h. für ein bestimmtes konstantes Zeitverhältnis τ_r ergibt sich die Grenzkurve als Schnitt der Grenzfläche mit der Ebene $\tau_r = \text{konstant} = r$ nach der Gleichung:

$$(\delta + r^2) \delta \tau_a \tau_K + \delta \tau_a \tau_K^2 - \tau_K^2 - 2r^2 \tau_K - r^4 = 0$$

Diese Kurve dritter Ordnung hat die Asymptote

$$\tau_a = \frac{1}{\delta}$$

und für den Fall $r > 0$ die zweite Asymptote

$$\tau_K = 0$$

Wird $\tau_r = 0$, so kommt

$$\delta^2 \tau_a + \delta \tau_a \tau_K - \tau_K = 0$$

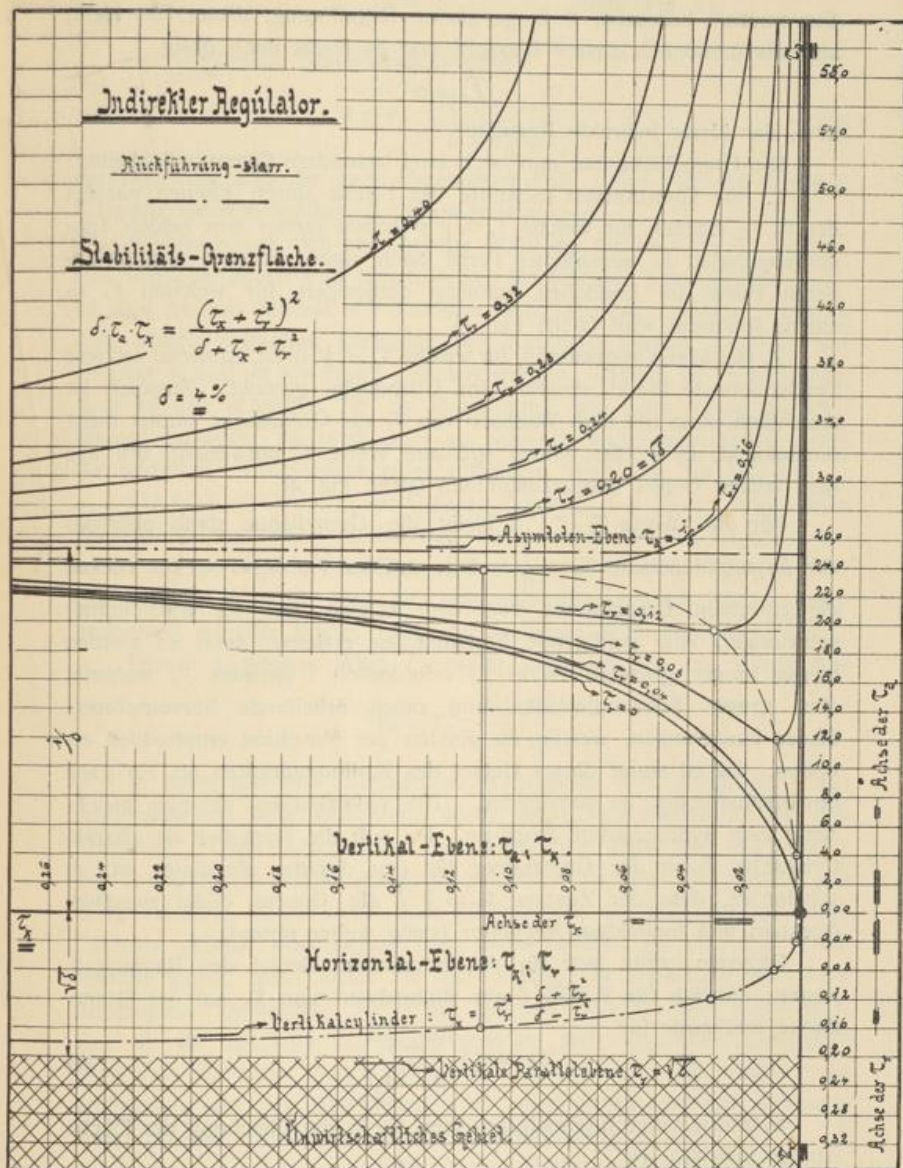
eine Hyperbel mit dem Mittelpunkt

$$\tau_a = \frac{1}{\delta}; \tau_K = -\delta$$

Die Fläche hat also eine Asymptotenebene

$$\tau_a = \frac{1}{\delta}$$

Fig. 4.



und die Koordinatenebene $\tau_r = 0$ ist ebenfalls Asymptotenebene bis $\tau_s = 0$ wird, wo dann im Ursprung die Fläche geschnitten wird.

$$\tau_r = \frac{T_r}{T_s} = 0$$

kann entstehen, wenn $T_s = \infty$. Das würde aber vollständige Ruhe des Servomotors bedeuten, d. h. gar keine Regulierung, dieser Fall bleibt also als unmöglich ausser Betracht und es bleibt noch übrig

$$T_r = 0$$

d. h. der ideale indirekte Regulator.

Die Grenzfläche hat nun noch zwei besondere Eigentümlichkeiten:

1. Alle Grenzkurven (Schnitte der Fläche durch Ebenen parallel der $\tau_a \tau_K$ Ebene), für welche $\tau_r < \sqrt{\delta}$ haben ausser den beiden Tangentenpunkten in unendlicher Ferne noch einen weiteren ausgezeichneten Punkt im Endlichen, nämlich denjenigen, für welchen τ_a zu einem Minimum wird (siehe Fig. 4).

2. Bei allen Grenzkurven, für welche $\tau_r > \sqrt{\delta}$ ist, ist dieser letztere ausgezeichnete Punkt ebenfalls ins Unendliche gerückt. Zugleich ist ersichtlich, dass mit dem Wachsen von τ_r die Grenzkurve immer mehr hinausrückt, es werden immer grössere Werte τ_a notwendig, um aus dem labilen Gebiet herauszukommen (siehe Fig. 4).

Für die Werte $\tau_r \geq \sqrt{\delta}$ bleibt die Grenzfläche ganz oberhalb der Asymptotenebene $\tau_a = \frac{1}{\delta}$ und je grösser τ_r , desto weiter rücken die einzelnen Grenzkurven von den Achsen ab. Es wird immer schwieriger, eine genügende Stabilität zu erzielen, denn es werden hierzu immer grössere Werte τ_a erforderlich. Grosses τ_a bedeutet aber grosse Schwungmassen und rasch arbeitende Servomotoren, beides Forderungen, welche die Kosten der Maschine empfindlich erhöhen. Es ist somit dieses Gebiet des Raumquadranten als ein ganz unwirtschaftliches zu bezeichnen. Die Grenzkurven nehmen gleichzeitig eine hyperbelartige Form an. Da nun die Hyperbel die charakteristische Form der Grenzkurve für den direkten Regulator ist, so scheint es, dass der Zustand $\tau_r = \sqrt{\delta}$ die Grenze bildet zwischen direktem und indirektem Regulator (siehe weiter unten).

Dagegen ergibt sich für das brauchbare Gebiet des Raumquadranten, nämlich für $\tau_r < \sqrt{\delta}$ ein Minimalwert von τ_a auf der Grenzfläche und zwar für

$$\tau_K = \tau_r^2 \frac{\delta + \tau_r^2}{\delta - \tau_r^2} \quad (21)$$

Setzen wir diesen günstigsten Wert τ_K in die Gleichung der Fläche ein, so erhalten wir

$$\tau_a = 4 \frac{\tau_r^2}{(\delta + \tau_r^2)^2} \quad (22)$$

und diese Raumkurve, die wir die „spezielle Stabilitätsgrenzkurve“ nennen wollen, entsteht durch den Schnitt der allgemeinen Grenzfläche mit dem Vertikalzylinder

$$\tau_K = \tau_r^2 \frac{\delta + \tau_r^2}{\delta - \tau_r^2} \quad (\text{siehe Fig. 4}).$$

Die allgemeine Stabilitätsbedingung

$$\delta \tau_a \tau_K > \frac{(\tau_K + \tau_r^2)^2}{\delta + \tau_K + \tau_r^2} \quad 20)$$

berücksichtigt also den ganz allgemeinen Fall, wobei jede der Grössen τ irgend einen beliebigen Wert annehmen kann.

Während man sich aber bei der Wahl der Grössen T_s ; T_r und T_a von wirtschaftlichen und konstruktiven Rücksichten leiten lassen muss, ist dies bei der Grösse T_K durchaus nicht der Fall; dieselbe kann ja doch durch einfaches Verstellen der Kataraktschraube innerhalb der Grenzen 0 und ∞ von Hand geändert werden. Zudem ist zu beachten, dass es nur schädlich für die Regulierung sein kann, wenn die Oelbremse entweder zu stark oder zu schwach angezogen ist, es muss für bestimmte Verhältnisse einen günstigen Wert von T_K geben.

Für bestimmte Werte der Grössen δ und τ_r d. h. für ein bestimmtes Tachometer und einen bestimmten Servomotor, ist nun offenbar diejenige Grösse T_K die günstigste, für welche die rechte Seite der Ungleichung ein Minimum wird. Wie die Ungleichung aussagt, ist das gleichbedeutend mit der Frage, nach der kleinsten Schwungmasse $(T_a)_{min}$.

Dieser günstigste Wert T_K ergibt sich also aus der Beziehung:

$$\tau_K = \tau_r^2 \cdot \frac{\delta + \tau_r^2}{\delta - \tau_r^2}$$

Je mehr wir uns von diesem günstigsten Wert nach der einen oder anderen Seite entfernen, desto mehr verschlechtern wir den Regulator. Ohne Anwendung einer Oelbremse hätte die Regulierung die Tendenz, die Schwingungsamplituden anwachsen zu lassen, und diese Tendenz ist je nach dem Einfluss der übrigen massgebenden Faktoren grösser oder kleiner. Ist diese Tendenz an sich d. h. ohne Bremse gross, dann muss zur Erzwingung der Stabilität eine stark angezogene Oelbremse, T_K gross gewählt werden und umgekehrt. Der für die spezielle Stabilitätsbedingung sich ergebende günstigste Wert von T_K kann direkt als Masstab für die Güte der Regulierung angesehen und zur Beurteilung von ausgeführten Anlagen herangezogen werden. Derselbe muss so klein als möglich sein.

Diese Beziehung

$$T_K = \frac{T_r^2}{T_s} \cdot \frac{\delta + \frac{T_r^2}{T_s}}{\delta - \frac{T_r^2}{T_s}} \quad 21)$$

lässt nun so recht deutlich erkennen, welche Faktoren und in welchem Masse dieselben auf die Güte der Regulierung von Einfluss sind. Eine Verkleinerung des Wertes T_K kann zunächst erzielt werden durch Vergrößerung von δ . Ist nun schon dieser Einfluss von δ sehr klein, so scheidet er praktisch überhaupt aus, wenn man bedenkt, dass man mit δ aus dem schon mehrfach angeführten Grunde nicht hochgehen kann.

Ganz einschneidend ist dagegen der Einfluss von T_r .

Auch diese Beziehung bringt ganz unzweideutig den schon mehrfach angedeuteten Satz zum Ausdruck: die Oelbremse steht und fällt mit der Grösse T_r . Der beste Regulator ist derjenige, der mit einem idealen Tachometer $T_r = 0$ ausgestattet ist, denn für diesen ist der Wert T_K d. h. die Güteziffer = 0.

Die Grösse T_K wächst mit T_r^2 d. h. die Regulierung verschlechtert sich mit dem Zunehmen von T_r^2 und zwar derartig, dass schon

$$\text{für } \frac{T_r}{T_s} = \sqrt{\delta}$$

der günstigste Wert $T_K = \infty$ wird.

Insbesondere der Nenner der Gleichung 21 zeigt, dass der Wert T_K um so grösser werden, d. h. dass die Oelbremse um so stärker angezogen werden muss je grösser der Wert $\frac{T_r^2}{\delta}$ gegenüber T_s^2 .

Bringt man die Muffe eines Tachometers gewaltsam aus ihrer Gleichgewichtslage heraus, lässt die Winkelgeschwindigkeit konstant ($\varphi = 0$) und schaltet die Oelbremse ab ($T_K = 0$), so vollführt die Muffe Schwingungen nach der Gleichung

$$T_r^2 \frac{d^2 \eta}{dt^2} + \delta \eta = 0$$

Diese Schwingungen sind bekanntlich harmonische und die Dauer einer einfachen Schwingung beträgt $T_e = \pi \cdot \frac{T_r}{\sqrt{\delta}}$.

Wir können somit den Satz aussprechen:

Ein indirekter Regulator ist um so besser, je kleiner die Eigenschwingungsdauer des Tachometers ist im Verhältnis zur Schlusszeit des Servomotors.

Je grösser die Schlusszeit des Servomotors desto mehr treten die Eigenschwingungen des Tachometers an Bedeutung zurück.

Ist $\frac{T_r^2}{\delta} > T_s^2$, so sind die Eigenschwingungen des Tachometers vorherrschend und umgekehrt; im ersten Fall haben wir einen direkten, im zweiten Fall einen indirekten Regulator.

Es darf indessen nie ausser acht gelassen werden, dass mit jeder Vergrößerung des Wertes T_s eine Erhöhung der grössten auftretenden Geschwindigkeitsschwankung φ verbunden ist.

Wollte man aber bei einem bestimmten Tachometer ($\frac{T_r^2}{\delta} = \text{konstant}$) versuchen, durch Verkleinerung der Schlusszeit T_s allein die Güte der Regulierung zu steigern, so würde man gerade das Gegenteil erreichen, denn durch ausschliessliche Verkleinerung von T_s ändern wir im ungünstigen Sinne das Verhältnis $\frac{T_c}{T_s}$ der Eigenschwingungsdauer des Tachometers zur Schlusszeit des Servomotors.

Hieraus ergibt sich der zweite wichtige Satz:

Unter der Voraussetzung konstant bleibender Schwungmassengrösse ($T_a = \text{konstant}$) ist der Möglichkeit, die Güte der Regulierung zu steigern, ausschliesslich mittelst Verkleinerung der Schlusszeit T_s , eine Grenze gesetzt durch die Güte des zur Verwendung gelangenden Tachometers (T_r).

Will man die Regulierung tatsächlich verbessern, so ist sowohl T_s als auch T_r zu verkleinern, d. h. je rascher die Servomotoren arbeiten, ein desto besseres Tachometer verlangen sie.*)

*) Zu demselben Ergebnis gelangt Ehrlich (siehe „Elektrotechnik und Maschinenbau“, Zeitschrift des elektrotechn. Vereins Wien 1907, S. 25 u. ff.). Er erörtert den Einfluss der Eigenschwingungen des Tachometers an Hand von Tachogrammen und Rechnungsbeispielen.

Zuletzt kommt er zu dem Schluss: es gibt zwei Wege zur Konstruktion guter Regulatoren; gute Regulatoren sind erstens solche, ohne Dämpfung mit kleiner Eigenschwingungszeit des Tachometers und nicht zu kleiner Schlusszeit; zweitens solche mit Dämpfung durch Oelbremse und Gegenbremse auch mit grösserem Zeitverhältnis der beiden Schwingungsdauern von Tachometer und Servomotor. Es kann indes, wie die seitherigen Erörterungen über das Wesen der Oelbremse ergeben, nicht nachdrücklich genug darauf hingewiesen werden, dass alle Versuche den ungünstigen Einfluss eines schlechten Tachometers (grosstes T_r) durch Anwendung eines besonderen Dämpfungsmittels auszuschalten, nicht als gute Lösungen der Regulatorfrage anzusehen sind. Gewiss ist es möglich mittelst besonderer Oelbremsen diesen schädlichen Einfluss auszuschalten d. h. die Neigung zur Abnahme der Amplituden zu vergrössern, aber immer nur auf Kosten der Güte der Regulierung d. h. auf Kosten einer Vergrößerung der grössten auftretenden Geschwindigkeitsschwankung. Man schaltet den ungünstigen Einfluss des Tachometers aus, um den viel ungünstigeren einer stark angezogenen Oelbremse einzuschalten. Es ist vielmehr, das Uebel an der Wurzel zu fassen und gleichzeitig mit T_s auch T_r zu verkleinern. Auch Prof. A. Budau spricht sich an mehreren Stellen, so namentlich in einem Aufsatz: „Ueber die amerikanischen Turbinenregulatoren mit besonderer Berücksichtigung des Lombard- und Sturgess-

Diese Erscheinung gewinnt aber besonders dann an Bedeutung, wenn es sich darum handelt, andere Kraftmaschinen, als gerade Wasserturbinen mit indirekten Regulatoren auszustatten, z. B. Dampfmaschinen und insbesondere Dampfturbinen. Hier läuft der Konstrukteur Gefahr wegen der kleinen auftretenden Stellzeigwiderstände, die Schlusszeit T_s des Servomotors zu klein zu nehmen und hierzu ein ungeeignetes Tachometer zu verwenden.

Bei Dampfmaschinen ist die Gefahr insofern nicht so gross, als hier gewöhnlich reichlich Schwungmasse vorhanden ist, schon aus Gründen der möglichsten Beschränkung der Schwankungen innerhalb einer Drehung. Hier ist nämlich aus demselben Grunde (grosses T_a) nicht einmal notwendig T_s sehr klein zu machen und es dürfte sich daher empfehlen bei Dampfmaschinen in die Druckleitung zum Servomotor Drosselventile einzuschalten, um die Grösse T_s dem jeweils verwendeten Tachometer anzupassen. Ganz ungünstig liegen dagegen die Verhältnisse bei Dampfturbinen, die wegen ihres konstanten Drehmoments mit verhältnismässig wenig Schwungmasse zufrieden sein müssen. Hier ist es notwendig wegen des geringen Betrags von T_a die Grösse T_s sehr niedrig zu halten, um eine gute Regulierung zu erzielen und hier läuft daher der Konstrukteur Gefahr ein ungünstiges Verhältnis $\frac{T_c}{T_s}$ zu wählen.

Indes hat man bei Dampfturbinen infolge der hohen Tourenzahlen ihrer Wellen den Vorteil, ohne Mühe den Wert T_r sehr klein halten zu können.

Es wäre nun erwünscht eine Beziehung zu erhalten, welche uns in den Stand setzt, die für ein bestimmtes T_s passende Grösse T_r zu bestimmen. Offenbar eignet sich hierzu wiederum der Ausdruck

$$\tau_K = \tau_r^2 \frac{\delta + \tau_r^2}{\delta - \tau_r^2}$$

Je mehr der Bruch:

$$\frac{\delta + \tau_r^2}{\delta - \tau_r^2}$$

sich von der Grösse 1 unterscheidet desto grösser muss T_K eingestellt werden, desto schlechter ist die Regulierung.

Wenn also die Grösse τ_r^2 gegen δ verschwindet wird

$$\frac{\delta + \tau_r^2}{\delta - \tau_r^2} = 1$$

und erhält somit den günstigsten Wert.

Regulators“ s. „Elektrotechnik und Maschinenbau“ Zeitschrift des elektrotechn. Vereins Wien 1908 Heft 1 und 2 mit aller Entschiedenheit gegen grosses T_r und Anwendung von besonderen Oelbremsen aus.

Es muss also τ_r^2 nur einen geringen Prozentsatz betragen von δ .

Die Eigenschaften eines für indirekte Regulierung bestimmten Tachometers sind also zu wählen nach der Beziehung:

$$\tau_r^2 = \xi \delta$$

oder

$$\frac{T_r^2}{\delta} = \xi T_s^2$$

Nun ist: $T_e^2 = \pi^2 \frac{T_r^2}{\delta}$ und damit:

$$\frac{T_e^2}{\pi^2} = \xi T_s^2 \quad (23)$$

wobei ξ eine gewisse Erfahrungszahl bedeutet; T_r muss umso kleiner werden, je kleiner T_s und δ .

Es scheint, dass der Zahlenwert:

$$\xi = 0,002 + 0,0025$$

befriedigende Resultate ergibt.

Mit diesen Werten schreibt sich Gleichung 23.

$$T_e = \frac{1}{6} T_s \text{ bis } \frac{1}{7} T_s$$

d. h. die Eigenschwingungsdauer des Tachometers soll $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{7}$ der Schlusszeit des Servomotors betragen.

Diese Forderung würde z. B. für einen modernen Regulator mit $T_s = 1$ Sek. und $\delta = 0,02$ ergeben:

$$T_r^2 = 0,02 \cdot 0,002 \cdot 1 = 0,00004 \text{ Sek.}^2$$

Nach Hütte I. 18. Aufl. S. 762 ergibt sich für Federregulatoren nach Tolle

Regulator Nr	0	6	12
$T_r^2 = \frac{s_r}{2g} =$	$\frac{0,028}{2 \cdot g \cdot 12} = 0,00012$	$\frac{0,055}{2 \cdot g \cdot 12} = 0,00018$	$\frac{0,115}{2 \cdot g \cdot 15} = 0,00038$

oder nehmen wir einen kleineren Hub s der Tachometer an, und zwar für alle gleich gross $s = 20$ mm und $s_r = \frac{1}{15} s$.

$$T_r^2 = \frac{0,02}{2 \cdot g \cdot 15} = 0,00007 \text{ Sek.}^2$$

Immerhin beträgt das T_r^2 der besten käuflichen Federtachometer rund etwa das Doppelte als verlangt werden muss.

Wenn also die Eigenschwingungen eines bestimmten Tachometers von verschwindend kleiner Bedeutung sein sollen, so darf die Schlusszeit des Servomotors unter eine bestimmte Grenze nicht heruntergehen

$$T_s \geq \sqrt{\frac{T_r^2}{\xi \delta}}$$

Für unser Beispiel wäre also:

$$T_s \geq \sqrt{\frac{0,00007}{0,002 \cdot 0,02}} = 1,9 \text{ Sek.}$$

Der Reguliervorgang des hydraulischen Regulators mit idealem Tachometer ($T_r = 0$; $T_K = 0$) unter besonderer Berücksichtigung des aperiodischen Zustands.

Sämtliche bisherigen Erörterungen haben übereinstimmend das Resultat geliefert, dass eine sehr wirksame Verbesserung der Regulierung vor allen Dingen an der Verbesserung des Tachometers einzusetzen hat, und man muss diesen Weg als den einzig richtigen bezeichnen.

Sind nun durch richtige Wahl der Grösse T_r die Eigenschwingungen des Tachometers unschädlich gemacht, so verschwinden die Grössen T_r und T_K gegenüber den andern und die charakteristische Gleichung vierten Grades geht über in diejenige zweiten Grads und lautet:

$$\delta T_a T_s w^2 + \delta T_a w + 1 = 0$$

und die zugehörige Differentialgleichung ist:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{1}{T_s} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{1}{\delta T_a T_s} \varphi = 0$$

Das ist die Gleichung der gedämpften harmonischen Schwingung. Die Grösse der Dämpfung wird gemessen durch den Faktor $\frac{1}{T_s}$, je grösser dieser Faktor, desto rascher nehmen die Schwingungen ab. Je kleiner T_s desto eher kommt der Regulator zur Ruhe.

Schreiben wir wieder die charakteristische Gleichung in der Form:

$$\delta \frac{T_a}{T_s} (T_s w)^2 + \delta \frac{T_a}{T_s} (T_s w) + 1 = 0$$

oder

$$\delta \tau_a (T_s w)^2 + \delta \tau_a (T_s w) + 1 = 0$$

so ist sofort klar, dass der Charakter dieser Schwingungen allein von dem Zeitverhältnis $\delta \tau_a$ abhängt und nicht von den absoluten Beträgen der Grössen T_a , T_s und δ .

Die beiden Wurzeln der Gleichung sind:

$$\begin{aligned} (T_s w) &= -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{4}{\delta \tau_a}} \\ &= -\frac{1}{2} \pm i \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4}{\delta \tau_a} - 1} \\ w &= -\frac{1}{2} \frac{1}{T_s} \pm \frac{1}{2} \frac{1}{T_s} \sqrt{1 - \frac{4}{\delta \tau_a}} \\ &= -\frac{1}{2} \frac{1}{T_s} \pm \frac{1}{2} \frac{1}{T_s} i \sqrt{\frac{4}{\delta \tau_a} - 1} \end{aligned}$$

Die Zeitdauer einer Schwingung beträgt

$$\begin{aligned} \frac{t_s}{T_s} &= \frac{4\pi \sqrt{\delta \tau_a}}{\sqrt{4 - \delta \tau_a}} \\ t_s &= T_s \frac{4\pi \sqrt{\delta \tau_a}}{\sqrt{4 - \delta \tau_a}} \end{aligned}$$

Die Abnahme der Schwingungsamplituden erfolgt nach Massgabe des Faktors $e^{\alpha t_s}$ wobei

$$\alpha t_s = -\frac{2\pi \sqrt{\delta \tau_a}}{\sqrt{4 - \delta \tau_a}}$$

Bleibt also das Zeitverhältnis τ_a konstant, ändern sich dagegen die absoluten Beträge, T_a und T_s , so bleibt die Konvergenz der Schwingungen dieselbe, während die Schwingungsdauer in linearer Abhängigkeit von T_s steht, also mit T_s ansteigt und zurückgeht.

Wählen wir an Stelle von t die Zeit $t' = \frac{t}{T_s}$ als unabhängige Veränderliche, so kommt als Lösung der Differentialgleichung:

$$\varphi = e^{\alpha, t'} [A, \cos(\beta, t') + B, \sin(\beta, t')]$$

Hierin ist

$$\alpha, = -\frac{1}{2}; \beta, = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4}{\delta \tau_a} - 1}$$

Die Integrationskonstanten A und B bestimmen sich aus den Anfangsbedingungen, für welche

$$t' = 0; \varphi = -\delta \lambda; \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\lambda}{T_a}$$

Hieraus kommt:

$$A = -\delta\lambda$$

$$B = +\lambda \sqrt{\delta\tau_a} \frac{2 - \delta\tau_a}{\sqrt{4 - \delta\tau_a}}$$

Sämtliche einflussnehmenden Grössen A ; B ; α , β , sind nur abhängig von den Anfangskonstanten δ und λ und von dem Zeitverhältnis τ_a .

Schreiben wir die Gleichung noch in der Form:

$$\frac{p}{\lambda} = e^{-\frac{1}{2}t'} \left[-\delta \cos \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{4}{\delta\tau_a} - 1} t' \right) + \frac{(2 - \delta\tau_a) \sqrt{\delta\tau_a}}{\sqrt{4 - \delta\tau_a}} \sin \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{4}{\delta\tau_a} - 1} t' \right) \right] \quad 24)$$

so gestattet dieselbe folgende Sätze aufzustellen:

1. Der Reguliervorgang ist lediglich von dem Zeitverhältnis τ_a abhängig, der Verlauf desselben aufgezeichnet in Funktion der Zeitveränderlichen $\frac{t}{T_s}$ bleibt solange genau derselbe, als sich das Zeitverhältnis τ_a nicht ändert, ganz gleichgültig, welche Werte T_a und T_s annehmen mögen.

2. Die maximale Geschwindigkeitsschwankung ist proportional der Belastungsänderung (λ).

3. Das Verhältnis der maximalen Geschwindigkeitsänderung zur Belastungsänderung bleibt konstant, solange das Zeitverhältnis τ_a konstant ist, ganz gleichgültig, welche Werte T_a und T_s annehmen mögen.

Da nun die Güte der Regulierung nicht beeinflusst wird durch proportionales Vergrössern oder Verkleinern der Werte T_a und T_s , wird man natürlich den letzteren Weg einschlagen um ein möglichst kleines T_a d. h. möglichst wenig Schwungmasse, einen möglichst billigen Motor zu bekommen. Indes ist auch der Verkleinerung von T_s eine Grenze gesetzt durch die Kosten der hydraulischen Apparate. Diese Kosten sind um so grösser, je kleiner T_s ; und es ist Sache der Kalkulation, diejenigen beiden Werte von T_a und T_s zu bestimmen, bei denen unter der Voraussetzung einer bestimmten Qualität der Regulierung die Summe der Kosten von Schwungrad und Regulator ein Minimum wird. In Praxi geht man mit T_s herunter bis 0,5 Sek.

Werden die massgebenden Grössen nach der Beziehung $\delta\tau_a = 4$ bemessen, so geht die Gleichung über in:

$$\varphi = -\delta \lambda \cdot e^{-\frac{1}{2} t'} \quad 25)$$

Der Reguliervorgang ist dann kein Schwingungsvorgang mehr. Die Geschwindigkeitsschwankung nimmt von dem Betrag $-\delta \lambda$ beginnend stetig ab, bis sie zur Zeit $t' = \infty$ zu 0 geworden ist. Das heisst, die Tourenzahl der Maschine nimmt in einem stetigen Zug die der neuen Belastung entsprechende Grösse an, ohne sie zu überschreiten und dies gleicherweise für alle vorkommenden Belastungsänderungen. Wir haben hier dieselbe charakteristische Gleichung, die auch für den idealen direkten Regulator gilt, und in der Tat liegt hier der Fall des momentan wirkenden Servomotors vor.

$\delta \tau = 4$ heisst nichts anderes als: entweder infolge der grossen Schwungmasse (T_a) bewegt sich die Muffe des Tachometers so langsam, dass der Servomotor momentan folgen kann, oder (T_s) ist so klein geworden, d. h. die Geschwindigkeit des Servomotorkolbens ist so gross geworden, dass derselbe der Bewegung der Tachometerhülse momentan folgen kann.

Indes erfordert diese Beziehung für einen normalen Servomotor von z. B. $T_s = 1$ Sek. Schlusszeit, eine sehr grosse Anlaufzeit T_a , die sich z. B. bei $\delta = 0,04$ d. h. 4% auf

$$T_a = \frac{4}{0,04} 1 = 100 \text{ Sekunden}$$

beläuft, während ca. $T_a = 10$ Sekunden eine gewöhnliche häufig zu findende Zahl ist. Denselben Effekt würden wir erreichen unter Verwendung einer gewöhnlichen Schwungmassengrösse $T_a = 10$ Sekunden mit einem Servomotor von nur $T_s = 0,1$ Sekunden.

Es ist nun besonders hervorzuheben, dass eben dieser Zustand des momentan wirkenden Servomotors nicht als das erstrebenswerte Ziel zu bezeichnen ist. Ganz abgesehen von wirtschaftlichen Ueberlegungen, die ja infolge der grossen Schwungmasse entweder, oder infolge des teuren Servomotors die Erzwingung eines derartigen Zustands nicht rechtfertigen können, ist derselbe aus praktischen Rücksichten vielmehr als schlecht zu bezeichnen. Dieses zu grosse Zeitverhältnis $\delta \tau_a = 4$ benimmt dem Tachometer die Möglichkeit, dem Krafteinschalter eine beträchtliche Oeffnung zu geben, weil bei der geringsten Ausweichung des Krafteinschalters, die Rückführung sehr rasch eingreift, denselben wieder zur Deckstellung bringt und damit den Servomotor zur Ruhe setzt.

Das Tachometer muss hierauf wiederum eine ganz kleine Oeffnung geben und der Servomotor rückt wiederum eine ganz kleine Strecke nach. Der Regulator muss verschiedene Male ansetzen, bis er endlich den neuen Zustand erreicht. Der Vorgang zerfällt eigentlich theoretisch

in ∞ viele ∞ kleine gleichsinnige Belastungsänderungen, die nacheinander vor sich gehen. Infolge der kleinen Oeffnung des Krafteinschalters kann auch nur eine kleine Geschwindigkeit des Servomotorkolbens auftreten und die Regulierdauer ist sehr gross. In Wirklichkeit verschärft sich dieser unangenehme Umstand noch, indem der Regulator stossweise arbeitet. Zum Zweck der Reduzierung des Verlustes an Pressflüssigkeit durch den Krafteinschalter werden die steuernden Kanten desselben mit etwas Ueberdeckung ausgeführt. Haben wir nun den Zustand des momentan wirkenden Servomotors, so treten tatsächlich zwischen je zwei der ∞ kleinen Belastungsänderungen kleine Pausen ein und sowohl beim Oeffnen als beim Abschliessen des Krafteinschalters treten Stösse auf, die sich infolge der grossen Werte, um die es sich bei Wasserturbinen handelt, unangenehm bemerkbar machen. Es ist daher ratsam, sich von dem Zustand des momentan wirkenden Servomotors fern zu halten, trotz der theoretischen Vorteile, die er aufweist.

Wir untersuchen weiter die Verhältnisse mit dem Wert $\delta \tau_s = 2$. Für diesen Fall geht die Gleichung 24 über in:

$$\varphi = -\delta \lambda e^{-\frac{1}{2} t'} \cos \left(\frac{1}{2} t' \right) \quad 26)$$

Die grösste vorkommende Geschwindigkeitsschwankung tritt auf für

$$\operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} t' \right) = -1$$

d. h. für

$$\frac{1}{2} t' = \frac{3}{4} \pi$$

und damit kommt

$$\cos \left(\frac{1}{2} t' \right) = -\sqrt{\frac{1}{2}}$$

Setzt man diesen Wert ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} \varphi_{max} &= \delta \lambda e^{\frac{3}{4} \pi} \sqrt{\frac{1}{2}} \\ &= 0,067 \delta \lambda \end{aligned} \quad 27)$$

Da φ_{max} für $\operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} t' \right)$ positiv wird, so ist φ_{max} der Betrag, um den die Geschwindigkeit, bei der ersten Schwingung über denjenigen Wert sich erhöht, der der neuen Belastung entspricht.*)

Das ist nun in der Tat ein sehr kleiner Wert, der sich z. B. für eine Belastungsänderung von 100%; $\lambda = 1$ und einen Ungleichförmigkeitsgrad von 4% ; $\delta = 0,04$ beläuft auf:

*) Die gesamte Geschwindigkeitsschwankung einschliesslich der bleibenden Tourenänderung beträgt also:

$$\varphi_{max} = \delta \lambda + 0,067 \delta \lambda = 1,067 \delta \lambda$$

$$\varphi_{max} = 0,067 \cdot 0,04 \cdot 100 = 0,268 \%$$

ein Betrag der füglich vernachlässigt werden kann.

Der Regulator wird schon nach der ersten Schwingung zur Ruhe kommen, denn die nächste Amplitude beträgt nur noch $\frac{1}{e^{2\pi}}$ von der ersten, praktisch genommen tritt für den Wert $\delta \tau_a = 2$ eine aperiodische Regulierung ein. Diesen Zustand kann man erzwingen, wenn man einen Ungleichförmigkeitsgrad einstellt von der Grösse

$$\delta = \frac{2}{\tau_a} = \frac{2 T_s}{T_a}$$

Indes ist zu beachten, dass die grösste auftretende Geschwindigkeitsschwankung der Grösse δ proportional ist und dass die bleibende Tourendifferenz zwischen den verschiedenen Belastungsgraden mit δ zunimmt. Im übrigen nähert man sich dem Zustand, der durch die Beziehung $\delta \tau_a = 2$ gekennzeichnet ist, durch Vergrösserung von T_a also durch Anwendung grosser Schwungmassen und durch Verkleinerung von T_s also durch Anwendung rasch arbeitender Servomotoren. Beide Mittel bedeuten eine Verteuerung der Anlage.

Die Bestimmung der grössten vorkommenden Geschwindigkeitsschwankung lässt sich allgemein für beliebige Werte von $\delta \tau_a$ mit Buchstabenrechnung nicht durchführen. Es muss jeweils über die Grösse δ eine Annahme gemacht werden. Die Rechnung jedoch ist ganz einfach.*)

Die Isodrom-Regulatoren.

Wenn auch der ideale indirekte Regulator dem idealen direkten in der Weise nachsteht, dass der letztere stets aperiodisch reguliert, der erstere nur unter einer bestimmten Voraussetzung ($\delta \tau_a \geq 4$), so lassen sich immerhin mit dem indirekten Regulator, namentlich durch Verkleinerung der Schlusszeit des Servomotors auch mit mässiger Schwungmasse vollauf zufriedenstellende Ergebnisse erzielen. Indes haftet beiden Arten der Regulierung gemeinsam der grosse Nachteil an, dass eine bleibende Tourendifferenz besteht zwischen den verschiedenen Graden der Maschinenbelastung im Beharrungszustand. Aus diesem Grund kann man auch nicht von einer vollkommenen Regulierung sprechen im Sinne einer absolut gleichbleibenden Maschinengeschwindigkeit. Dieser entschiedene Uebelstand tritt in manchen

*) In Bauersfeld „Die automatische Regulierung der Turbinen“ S. 67 ist ein Verfahren angegeben, zur raschen Bestimmung dieser Grösse, dort ist auch ein Zahlenbeispiel durchgerechnet.

Betrieben sehr störend auf und natürlich umso stärker, je grösser die bleibende Tourendifferenz ist. Nun kann man ja diese Tourendifferenz wohl beliebig klein machen, man hat aber gleichzeitig eine Abnahme der Stabilität und eine Zunahme der Regulierdauer in Kauf zu nehmen.

Es ist jedoch hier noch ein weiterer besonders wichtiger Umstand zu beachten.

Der vorsichtige Konstrukteur hat auch daran zu denken, wie er bei einer schon ausgeführten Anlage ($T_a = \text{konst.}$) ohne Aufwand von Geld und viel Zeit die Regulierung auf den für den betreffenden Betrieb möglichst günstigsten Zustand einstellen kann.

Hierzu stehen nun zwei Wege offen:

1. Erhöhung der Schlussgeschwindigkeit des Servomotorkolbens also Verkleinerung von T_s durch Erhöhung des Betriebsdrucks im Windkessel der Pumpe.*)

2. Vergrößerung des Ungleichförmigkeitsgrades des Tachometers.

Eine Erhöhung des Betriebsdruckes im Windkessel wird einfach dadurch erreicht, dass man das sog. Ueberströmventil an der Pumpe auf einen höheren Druck einstellt. Dieses Ventil hat die Aufgabe, die während der Ruhepausen der Regulierung geförderte übrige Pressflüssigkeit wieder in den Sammelbehälter gelangen zu lassen.

Allein, einerseits ist dieses Hilfsmittel nicht besonders wirksam, indem die Geschwindigkeit mit der Wurzel aus dem Ueberdruck wächst, andererseits droht durch die Erhöhung des Drucks eine nicht zu unterschätzende Gefahr für die Sicherheit des Betriebs. Mit der Erhöhung des Drucks steigt nämlich die Anstrengung des Materials, vermindert sich aber hauptsächlich die Zuverlässigkeit der Dichtungen. Aendert sich aber der Luftinhalt des Windkessels durch Entweichen von Luft, so ist nach ganz wenigen Regulierspielen die Güte der Regulierung ganz gewaltig erniedrigt. Für normale Verhältnisse kann man annehmen, dass der Regulator in der Minute nicht mehr als 3—5 vollständige Zylindervolumina an Pressflüssigkeit braucht, die Pumpe soll

*) Es ist hier zu bemerken, dass man neuerdings davon Abstand genommen hat, bei Anlagen mit hohem Gefälle dieses letztere selbst als Betriebsdruck für die Servomotoren auszunützen und zwar aus dem Grunde, weil Wasser als Pressflüssigkeit bei den hohen Geschwindigkeiten, welche im Krafteinschalter auftreten und bei der Kompliziertheit der Schaltgänge desselben, die steuernden Kanten sehr bald ausfrisst und zu unliebsamen Betriebsstörungen Veranlassung gibt und dies trotz Anwendung von Reinigungsmitteln. Zudem hat man in der Kapselpumpe, welche für die hier gewöhnlich in Betracht kommenden Lieferungen noch ziemlich klein ausfällt, ein Regulatordetail gefunden, das mit samt dem zugehörigen Windkessel und Oelbehälter eine Filteranlage bezüglich der Kosten unterbietet. Als Flüssigkeit wird allgemein Oel verwendet.

indes stets etwas mehr liefern, also 6—10 Volumina.*) Ist nun bei einer ausgeführten Anlage die Pumpe z. B. für 6 Zylindervolumina pro Minute gebaut und hat der Regulator bei normalem Windinhalt eine Schlusszeit von $T_s=1$ Sekunde, so wird dieselbe wenn alle Luft aus dem Windkessel entwichen ist, auf $T_s=10$ Sekunden erhöht, da dann die Dimension der Pumpe die Schlusszeit bestimmt.

Infolge dieser Gefahr ergibt sich eine durch praktische Versuche gegebene obere Grenze für den Betriebsdruck der Pumpen, die man nicht überschreiten soll, und man wird nur in den äussersten Notfällen zu diesem Hilfsmittel greifen.

Eine Erhöhung der Ungleichförmigkeit des Tachometers ist dagegen vollständig gefahrlos für den Betrieb, und dieser Weg ist schliesslich für eine fertige Anlage der einzige, wenn es sich darum handelt, eine möglichst schwingungsfreie Regulierung zu erhalten. Wenn es nun noch vorkommt, dass die Schwungmassengrösse in der Ausführung kleiner ausfällt, als der Berechnung der Anlage zu Grunde liegt, so ist man vollends genötigt, sehr hohe Werte der Ungleichförmigkeit des Tachometers einzustellen, um eine genügende Stabilität der Regulierung zu erzielen.

Für Anlagen, die eine grosse bleibende Tourendifferenz zwischen den verschiedenen Belastungsgraden der Maschine nicht vertragen, ist es alsdann nötig, dass der Maschinenwärter bei jeder grösseren Belastungsänderung durch einen Eingriff in die Regulierung die alte Tourenzahl wieder herstellt. Dieser Eingriff ist nämlich möglich, sobald man irgend einen Punkt der Rückführung relativ zum Rückführungsgestänge beweglich anordnet. Durch diese Erweiterung der Rückführung hat man es in der Hand, bei jeder Belastung die Tourenzahl innerhalb den Grenzen von 0 bis n_{max} des Tachometers beliebig einzustellen. Dieselbe Vorrichtung kann auch zum Anlassen und Abstellen der Maschine benützt werden.

Die Rückführstange CG (s. Fig. 1) trägt an ihrem oberen Ende Gewinde, in welchem eine zum Handrad ausgebildete Mutter relativ zur Stange bewegt werden kann. An dieser Mutter ist im Punkt C der Regulatorhebel MC derart angebracht, dass er durch dieselbe auf- und abbewegt wird, jedoch eine Drehung des Handrades zulässt. Ist die Maschine voll belastet und im Beharrungszustand, so steht der Punkt C in seiner obersten Grenzlage, und die Tourenzahl ist diejenige, entsprechend der unteren Hubbegrenzung der Tachometerhülse, also die niederste.

Der Beharrungszustand ist nur möglich, wenn der Krafteinschalter in seiner Mittellage sich befindet. Wollen wir also die Maschine mit

*) Siehe Thomann: „Die Wasserturbinen“, S. 300 u. f.

dieser Vollbelastung auf eine Tourenzahl bringen, welche der Mittellage der Hülse zwischen den beiden Hubbegrenzungen entspricht, so müssen wir die Lage des Hebels *MC* solange ändern, bis er — sich drehend um den fest zu denkenden Drehpunkt *D* — in die horizontale Lage kommt. Zu dem Zweck schrauben wir zunächst den Punkt *C* mittelst des Handrades nach abwärts. Bei dieser Bewegung ist im ersten Moment die Tachometerhülse als Stützpunkt zu betrachten und der Krafteinschalter wird durch diese Bewegung gesenkt, d. h. in einem derartigen Sinn aus seiner Deckstellung verschoben, dass eine Oeffnungsbewegung des Servomotors eintreten muss. Die nächste Folge ist nun eine Erhöhung der zugeführten Arbeit, eine Erhöhung der Maschinengeschwindigkeit, ein Steigen der Tachometerhülse. Dieser letztere Vorgang bewirkt nun das Zurückschieben des Krafteinschalters in seine Deckstellung. Bei dem hierauf folgenden Stillstand des Servomotorkolbens ist es erreicht, dass die Tachometerhülse von ihrer untersten Hubbegrenzung etwas abgerückt ist, d. h. dass die Maschine bei der gleich gebliebenen Belastung mit einer etwas höheren Tourenzahl läuft; gleichzeitig hat sich der Regulatorhebel *MC* etwas gedreht und zwar im Sinne einer Annäherung an die horizontale Lage. Führt man mit dem Abwärtsschrauben des Punktes *C* solange fort, bis der Regulatorhebel vollständig horizontal ist, so ist auch die Tourenzahl der Maschine gleich der mittleren des Tachometers und der Zweck ist erreicht. Wenn wir uns den Vorgang auch noch rein dynamisch erklären wollen, so hat einfach der Servomotorkolben eine um einen kleinen Betrag grössere Füllung der Maschine eingestellt, und das ist auch ganz natürlich; denn: soll dieselbe Arbeit bei höherer Tourenzahl geleistet werden, so ist einfach ein Mehraufwand von zugeführter Energie notwendig.

Aus der Beschreibung dieses Vorgangs erhellt nun sofort die Verwendung dieses Handrads als Abstell- und Ablassvorrichtung und es ist leicht einzusehen, dass um die Turbine vollständig abzustellen, das Handrad solange nach oben geschraubt werden muss, bis der Servomotor geschlossen hat und umgekehrt. So einfach und leicht bedienlich nun dieser Notbehelf ist, so ist er doch nur ausreichend, wenn Belastungsänderungen sehr selten vorkommen, oder wenn der Wärter infolge Kenntnis der Eigenart des Betriebs auf Belastungsänderungen vorbereitet ist.

Indes birgt dieser Eingriff in die Regulierung eine bedeutende Gefahr in sich.

Wir nehmen an, die vollbelastete Maschine, die der Wärter eben auf die mittlere Tourenzahl gebracht hat, werde plötzlich, vielleicht durch einen Kurzschluss, vollständig entlastet. Die Schwungmassen

beschleunigen sich, es tritt eine Erhöhung der Tourenzahl ein, die Tachometerhülse steigt an und leitet die Schlussbewegung des Servomotors ein. Die Hülse steht in der Mitte ihres Hubes, sie kann nach oben nur einen Weg gleich der Hälfte des Hubes zurücklegen. Da man nun bekanntlich die der neuen Beharrungsstellung entsprechende Lage des Regulatorhebels MC dadurch erhält, dass man sich denselben als um den fest zu denkenden Punkt D schwingend denkt, so kann jetzt der Punkt C ebenfalls nur die Hälfte seines Hubes zurücklegen, um die neue Ruhestellung aufzusuchen. Der Krafteinschalter schliesst bei der Füllung $\frac{1}{2}$ ab und der Regulator bleibt bei dieser Füllung in Ruhe. Das ganze Drehmoment entsprechend der halben Füllung wirkt auf Beschleunigung der Massen, die Maschine geht durch.

Dieser Uebelstand ist hervorgerufen durch die Verkürzung der Rückführstange CG infolge Herabschraubens des Punktes C relativ zum Gestänge und kann erst dadurch wieder behoben werden, dass die ursprüngliche Länge wieder hergestellt wird.

Wollen wir eine schwach belastete Maschine mit einer kleineren Tourenzahl laufen lassen, als die eindeutige Zuordnung für diese Belastung bestimmt, so müssen wir durch Aufwärtsschrauben des Punktes C eine Verlängerung der Rückführstange CG hervorrufen. Ist dies geschehen, so ergibt sich bei einer darauffolgenden Vollbelastung der Maschine der Uebelstand, dass der Servomotorkolben gar nicht in seine dementsprechende Endlage gelangen kann; die Maschine kann die Vollbelastung nicht aufnehmen, bevor nicht die ursprüngliche Länge der Rückführstange eingestellt ist.

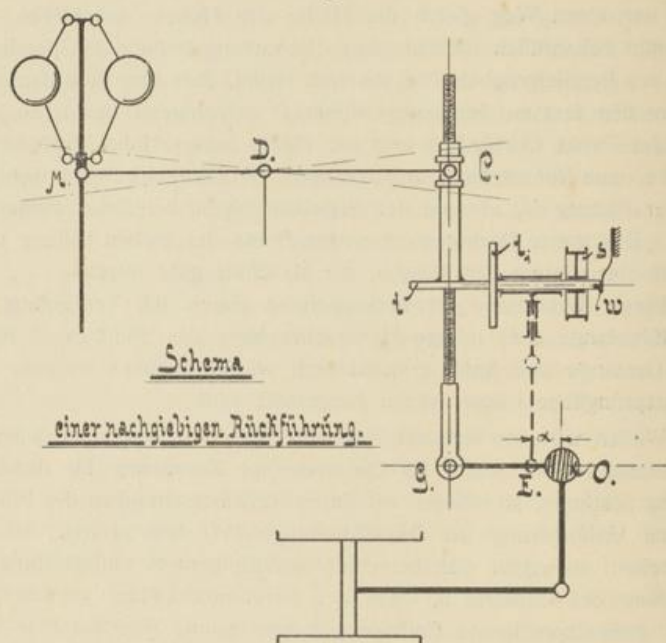
Dieser Zustand ist natürlich für Betriebe mit rasch aufeinanderfolgenden Belastungsänderungen unhaltbar.

Es ist indes die Wirkung der Verlängerung und Verkürzung der Rückführstange im Auge zu behalten, und es kann der Gedanke nicht mehr fern liegen, nach einer Vorrichtung zu suchen, welche dieses Geschäft automatisch besorgt. Eine derartige Vorrichtung eröffnet aber eine ganz erfreuliche Perspektive, indem sich sofort der weitere Gedanke ganz von selbst aufdrängt: ein stark statisches Tachometer in Anwendung zu bringen, da ja eine bleibende Tourendifferenz nicht mehr auftritt.

Diese Ueberlegungen haben denn auch zur Lösung des Problems geführt, nämlich zur Anwendung der sog. nachgiebigen Rückführung. Dieselbe erfüllt tatsächlich den Zweck, den grossen schwingungsdämpfenden Einfluss eines grossen, in die Regulierung eingestellten Ungleichförmigkeitsgrades auszunutzen unter gleichzeitiger automatischer Ausschaltung der grossen bleibenden Tourendifferenz, wie sie bei starrer Anordnung der Rückführung auftreten würde.

Die Anordnung einer solchen Rückführung ist in Fig. 5 schematisch angedeutet.

Fig. 5.



Die Rückführungsstange GC trägt in ihrem oberen Teil Gewinde, auf welchem eine mit Muttergewinde versehene und unten zu einem Teller t ausgebildete Hülse drehbar angeordnet ist. Der Regulatorhebel MDC ist bei C derart mit der Tellerhülse verbunden, dass er von dieser wohl auf- und abbewegt werden, aber eine Drehbewegung derselben um die Stange GC nicht hindern kann. Gegen diesen Teller t ist nun ständig mittelst einer Feder ein zweites Teller t , leicht angepresst, das durch die Welle w und die Riemenscheibe s ständig eine von der Maschine selbst herrührende gleichmässige Rotationsgeschwindigkeit erhält. Befindet sich die Maschine im Beharrungszustand, so berührt der Teller t den Teller t , im Mittelpunkt, der Berührungspunkt hat den Radius O ; sodass von t , keinerlei Bewegung auf t übertragen werden kann. Tritt dagegen bei der Regulierbewegung ein Steigen oder Fallen der Stange GC ein, so hat der Berührungspunkt einen von O verschiedenen Radius, es wird die Rotationsbewegung des Tellers t , auf den Teller t übertragen und damit eine Verschiebung des Punktes C relativ zur Stange bewerkstelligt. Der Sinn dieser Relativbewegung ist nun derart gewählt, dass diejenige Bewegung, welche Punkt C von dem

Teller t , erhält, nun gerade entgegengesetzt gerichtet ist derjenigen, welche er von dem Servomotor erhält.

Tritt z. B. eine Entlastung ein, so bewegt der Servomotor zunächst den Punkt C nach unten, alsbald tritt aber der Teller t in Tätigkeit und schraubt den Punkt C wieder nach oben und zwar so lange, bis die Berührung der beiden Teller wieder in dem Mittelpunkt von t , stattfindet. Da der Teller t , keinerlei Verschiebung erleidet, so tritt offenbar immer nur dann Ruhe, d. h. Beharrungszustand ein, wenn Punkt C seine ursprüngliche Lage wieder erreicht hat. Da nun andererseits im Beharrungszustand der Krafteinschalter in der Mittellage sich befinden muss, so ist für diese Anordnung der Rückführung Beharrungszustand nur für eine einzige Stellung der Tachometerhülse möglich, d. h. die Maschinengeschwindigkeit ist für alle Belastungsfälle dieselbe, eine bleibende Tourendifferenz ist ausgeschaltet.

Die ganze Aenderung durch diese nachgiebige Anordnung der Rückführung gegenüber der starren, liegt also darin, dass der eindeutige Zusammenhang der letzteren zwischen Tachometer und Servomotor-kolben aufgegeben und so umgestaltet ist, dass sämtlichen Stellungen des Servomotors eine und nur eine einzige Stellung der Hülse im Beharrungszustand entspricht.

Das Bedenkliche, das bei oberflächlicher Betrachtung dieser Aenderung anhaftet, schwindet sofort, wenn man sich vor Augen hält, dass der Regulator anfänglich wie ein solcher mit starrer Rückführung arbeitet und dass erst später im Laufe des Reguliervorganges andere Faktoren zur Geltung kommen, welche die Regulierung in dem eben besprochenen Sinn beeinflussen.

Selbstverständlich wird man als Gleichgewichtsgeschwindigkeit des Regulators die günstigste Tourenzahl der Turbine wählen.

Diese Art der Regulatoren hat Ing. Prof. A. Budau*) „Isodrom-regulatoren“ geheissen und die Aenderung der Rückführung „Isodrom-vorrichtung“. Wir wollen diese Bezeichnung beibehalten.

Es fragt sich nun, welchen Einfluss hat eine derartige Vorrichtung auf den Reguliervorgang selbst. Bezüglich der Regulierdauer besteht ein Unterschied zwischen diesen Regulatoren und denen mit starrer Rückführung.

Lassen wir nämlich die Welle w der Isodromvorrichtung immer rascher laufen, so wird die Wirkung der Rückführung immer mehr ausgeschaltet, ist die Winkelgeschwindigkeit der Welle w unendlich gross, so haben wir keine Rückführung mehr, die Tachometerhülse

*) „Elektrotechnik und Maschinenbau“ Zeitschrift des Elektrotechnischen Vereins Wien. 1908. Heft 1 und 2.

muss sich wieder ganz in ihre Anfangsstellung gesenkt haben bis Ruhe des Servomotors eintritt, die Schwingungen erhalten sich mit gleichbleibender Amplitude, der Regulator ist labil. Je rascher also die Welle w der Isodromvorrichtung sich bewegt, desto länger erhalten sich die Schwingungen. Lassen wir nun die Welle w langsamer und langsamer laufen, so wird die Regulierdauer immer kleiner, der Regulator immer besser; wird die Geschwindigkeit der Welle w zu 0, so haben wir den Regulator mit starrer Rückführung. Die Isodromvorrichtung bedeutet also zunächst gegen die starre Rückführung eine Verschlechterung, insofern sie unter sonst gleichen Verhältnissen eine Verlängerung der Regulierdauer bewirkt.

Im Uebrigen erzielen wir genau wie beim Regulator mit starrer Rückführung eine um so bessere Regulierung, je kleiner T_s und je grösser T_a . Auch durch Vergrösserung von δ wird die Stabilität erhöht. Während man aber beim Regulator mit starrer Rückführung mit der Einschaltung eines grossen Ungleichförmigkeitsgrades auch eine grosse bleibende Tourendifferenz mit in Kauf nehmen musste, hat man beim Isodromregulator nach dieser Seite nichts zu befürchten. Es fragt sich nur, ob nicht die grösste auftretende Geschwindigkeitsschwankung durch eine grosse Ungleichförmigkeit ungünstig beeinflusst wird.

Der hydraulische Isodrom-Regulator mit idealem Tachometer
 ($T_r=0$; $T_K=0$) unter besonderer Berücksichtigung der
 aperiodischen Regulierung.

Unter der Voraussetzung der Verwendung eines idealen Tachometers ($T_r=0$; $T_K=0$) ergibt sich die Aufstellung der Bewegungsgleichungen wie folgt:

Um die Hebelübersetzungen aus der Rechnung auszuschalten, nehmen wir wieder an, der Punkt G bewege sich mit derselben Geschwindigkeit wie der Servomotorkolben. Die absolute Bewegung des Rückführpunktes C setzt sich demgemäss zusammen aus der absoluten Bewegung des Punktes G nämlich: $\frac{dm}{dt}$ und der relativen der Tellerhülse t , welche mit $\frac{dn}{dt}$ bezeichnet werde. Bezeichnet ferner z den Ausschlag des Punktes C von der Mittellage, zugleich Null-Lage, aus nach oben oder unten gemessen, so ergibt sich die Gleichung:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dm}{dt} - \frac{dn}{dt}$$

Die relative Geschwindigkeit $\frac{dn}{dt}$ des Punktes C hängt nur ab von der konstant zu denkenden Rotationsgeschwindigkeit der Welle w und von der Grösse des Berührungsradius r der beiden Teller.

Setzen wir:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{r}{T_i}$$

so stellt T_i eine Konstante vor, welche der Grösse der konstanten Rotationsgeschwindigkeit der Welle w Rechnung trägt. Befindet sich nun zur Zeit t der Punkt C in einer Entfernung von z aus seiner Mittellage verschoben, so ist der Berührungsradius gleich z und wir haben als Bewegungsgleichung des Punktes C

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dm}{dt} = \frac{z}{T_i}$$

Die mechanische Bedeutung der Grösse T_i erhellt aus folgender Ueberlegung:

In einem bestimmten Zeitpunkt der Regulierbewegung bewegt sich der Punkt C in einer bestimmten Richtung, sagen wir nach oben, mit einer Geschwindigkeit, die um so grösser ist, je weniger sich Punkt C aus seiner Mittellage entfernt hat, je kleiner also der Berührungsradius ist und umgekehrt. Es gibt nun für jede Grösse der veränderlichen Servomotorgeschwindigkeit $\frac{dm}{dt}$ einen bestimmten Berührungsradius r für den sich die beiden gegensinnigen Bewegungen: nämlich die absolute des Punktes G und die relative des Punktes C das Gleichgewicht halten. Ist also dieser Berührungsradius erreicht, so bleibt der Punkt C stehen und hat den grössten Ausschlag zurückgelegt, der für das betreffende Regulierspiel, oder für die betreffende Grösse $\frac{dm}{dt}$ möglich ist. Das ist also der Fall, wenn

$$\frac{dz}{dt} = 0, \text{ oder } \frac{dm}{dt} = \frac{dn}{dt} = \frac{z'}{T_i}$$

$$\text{oder es ist } T_i = \frac{z'}{\frac{dm}{dt}} = \frac{z'}{\frac{dn}{dt}}$$

die Zeit, welche die Isodromvorrichtung braucht, um mit der jeweils grössten Relativgeschwindigkeit,

$$\frac{dn}{dt} = \frac{dm}{dt}$$

den bei dieser Geschwindigkeit auftretenden grössten Hub z' zu durchlaufen.

Wird an der Isodromvorrichtung nichts geändert, so ist T_i eine konstante Grösse und die Gleichung

$$T_i = \frac{z'}{\frac{dm}{dt}}$$

besagt, dass die Ausschläge z' proportional mit $\frac{dm}{dt}$ wachsen.

Der grösste überhaupt mögliche Ausschlag $z_{max} = s'$ entsteht, wenn die Servomotorgeschwindigkeit ihren maximalen Wert $\left(\frac{dm}{dt}\right)_{max}$ erreicht.

$$T_i = \frac{s'}{\left(\frac{dm}{dt}\right)_{max}}$$

Vergleichen wir damit die Beziehung:

$$T_s = \frac{s}{\left(\frac{dm}{dt}\right)_{max}}$$

wobei s den ganzen Servomotorhub bedeutet, so können wir analog die Zeitgrösse T_i als die „Schlusszeit der Isodromvorrichtung“ bezeichnen.

Wir führen wiederum anstatt der absoluten Ausschläge die verhältnismässigen ein und bekommen:

$$\mu = \frac{m}{s} ; \xi = \frac{z}{s}$$

und damit schreibt sich die Bewegungsgleichung des Rückführpunktes C .

$$T_i \frac{d\xi}{dt} - T_i \frac{d\mu}{dt} + \xi = 0 \quad (28)$$

Als Bewegungsgleichung der übrigen Teilorgane erhalten wir:

a) Die Bewegungsgleichung der Hülse des idealen Tachometers ($T_r = 0 ; T_k = 0$).

$$\eta = \frac{1}{\delta} \varphi.$$

b) Die verhältnismässige Ausweichung des Krafteinschalters beträgt für den Isodromregulator:

$$\sigma = \eta - \xi = \frac{1}{\delta} \varphi - \xi$$

und damit lautet die Bewegungsgleichung des Servomotorkolbens:

$$\frac{d\mu}{dt} = c (\eta - \xi) = c \left(\frac{1}{\delta} \varphi - \xi \right)$$

und mit der oben erwähnten Einführung des Wertes

$$T_s = \frac{1}{c}$$

geht dieselbe über in:

$$\delta T_s \frac{d\mu}{dt} + \delta \xi - \varphi = 0 \quad (29)$$

c) Die Bewegungsgleichung des Schwungrads bleibt wie oben:

$$T_a \frac{d\varphi}{dt} + \mu = 0 \quad 30)$$

Stellen wir die drei Bewegungsgleichungen zusammen, so haben wir folgendes simultane System:

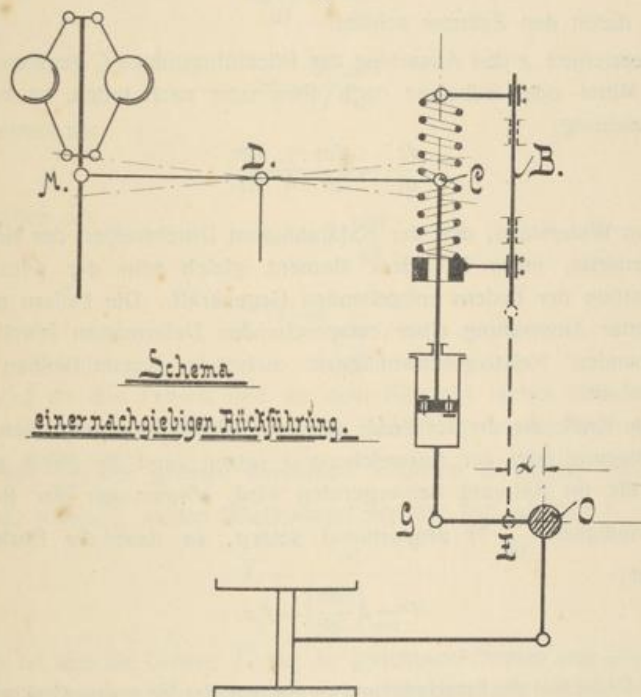
$$T_i \frac{d\xi}{dt} - T_i \frac{d\mu}{dt} + \xi = 0 \quad 28)$$

$$\delta T_s \frac{d\mu}{dt} + \delta \xi - \varphi = 0 \quad 29)$$

$$T_a \frac{d\varphi}{dt} + \mu = 0 \quad 30)$$

Eine andere Art der Isodromvorrichtung ist in Fig. 6 veranschaulicht.

Fig. 6.



Ein unbeweglicher Bügel *B* trägt zwei Federn, die je mit dem einen Ende am Bügel, mit dem andern Ende am Rückführpunkt *C* befestigt sind. In die Rückführstange *CG* ist eine Oelbremse eingeschaltet, sodass sich die absolute Länge *CG* während der Regulierung ändern kann. Wir

nehmen an, die Maschine befinde sich im Beharrungszustand und der Regulatorhebel MDC sei horizontal; plötzlich soll eine Zunahme der Belastung erfolgen, die Rückführstange GC mit Katarakt werden vom Servomotor nach oben geführt. Diese Bewegung findet aber in dem Deformationswiderstand der Federn eine Hemmung, so dass sich der Kataraktkolben relativ zum Zylinder verschieben muss, d. h. die Stange GC muss sich verkürzen. Da die Federn stets bestrebt sind den Punkt C wieder in seine alte Lage zurückzuführen, und der Bügel B als fest angenommen ist, so ist auch bei dieser Anordnung der Rückführung Beharrungszustand nur möglich, bei einer und derselben Hülsenstellung, d. h. Tourenzahl der Maschine. Die rechnerische Verfolgung dieser Rückführung ergibt nun:

Die Geschwindigkeit mit der sich der Rückführpunkt C bewegt, ist stets gleich der Differenz der absoluten Geschwindigkeit des Katarakts $\frac{dm}{dt}$ und der relativen Geschwindigkeit $\frac{dn}{dt}$ mit der sich der Kataraktkolben durch den Zylinder schiebt.

Bezeichnet z den Ausschlag des Rückführpunktes C gemessen von seiner Mittel- oder Ruhelage nach oben oder nach unten, so besteht die Beziehung:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dm}{dt} - \frac{dn}{dt}$$

Der Widerstand, den der Katarakt dem Durchtreiben des Kolbens entgegensetzt, muss in jedem Moment gleich sein der durch die Deformation der Federn entstehenden Gegenkraft. Die Federn passen sich unter Anwendung einer entsprechenden Deformation jeweils der herrschenden Relativgeschwindigkeit zwischen Kataraktkolben und Zylinder an.

Die Kraft, die an der Feder entsteht, können wir proportional der Durchbiegung oder der Ausweichung z setzen, und die gleich grosse Kraft, die im Katarakt hervorgerufen wird, können wir der Relativgeschwindigkeit $\frac{dn}{dt}$ *) proportional setzen, so dass die Beziehung entsteht:

$$P = k \frac{dn}{dt} = f. z.$$

*) Es ist hier die Einschränkung zu machen, dass für grosse Geschwindigkeiten der Flüssigkeit also für starkes Abbremsen des Katarakts diese Proportionalität nicht mehr streng gilt. Zudem treten dann auch noch die Beschleunigungswiderstände störend in Erscheinung. Namentlich aus letzterem Grund ist es geboten, den Katarakt derartig zu dimensionieren, dass man bei der kleinsten notwendigen Umlauföffnung mit der Geschwindigkeit unter 30m/sek. bleibt.

Der Faktor $f = \frac{P}{z}$ misst die Kraft, die notwendig ist, um die Federn um den Betrag der Längeneinheit zu deformieren. Der Faktor $K = \frac{P}{\frac{dn}{dt}}$ misst die Kraft, die notwendig ist, um den Kolben mit der Einheit der Geschwindigkeit durch den Katarakt zu schieben.

Der Ausschlag

$$z = \frac{K}{f} \frac{dn}{dt}$$

hängt bei einer bestimmten Feder ($f = \text{konst.}$) und einer bestimmten Einstellung der Oelbremse ($K = \text{konst.}$) nur von der Relativgeschwindigkeit $\frac{dn}{dt}$ ab, er wächst und sinkt mit ihr. Indes kann $\frac{dn}{dt}$ nie grösser werden als $\frac{dm}{dt}$. Für jede Grösse von $\frac{dm}{dt}$ ergibt sich aber eine bestimmte grösste Federdeformation z' . Ist dieselbe erreicht, so ist

$$\frac{dz}{dt} = 0 \text{ oder}$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dn}{dt}$$

oder

$$z' = \frac{K}{f} \frac{dm}{dt}$$

Setzen wir

$$\frac{K}{f} = T_i$$

so erhalten wir

$$z' = T_i \frac{dm}{dt}$$

$$T_i = \frac{z'}{\frac{dm}{dt}}$$

Wird an den Federn und an dem Katarakt nichts geändert, so ist T_i eine konstante Grösse und die Ausschläge z' wachsen proportional mit $\frac{dm}{dt}$; der grösste überhaupt mögliche Ausschlag $z_{\text{max.}} = s'$ tritt auf, wenn $\frac{dm}{dt}$ seinen Maximalwert erreicht hat, nämlich $\left(\frac{dm}{dt}\right)_{\text{max.}}$

$$T_i = \frac{s'}{\left(\frac{dm}{dt}\right)_{\text{max.}}}$$

Es ist also die Grösse T_i mit der gleichbezeichneten sog. „Schlusszeit der Isodromvorrichtung“ der vorher beschriebenen Rückführungsanordnung identisch.

Mit der gefundenen Beziehung

$$\frac{z}{T_i} = \frac{dn}{dt}$$

ergibt sich für die Bewegungsgleichung des Rückführpunktes C:

$$T_i \frac{dz}{dt} - T_i \frac{dm}{dt} + z = 0$$

oder mit den verhältnismässigen Ausschlägen geschrieben:

$$T_i \frac{d\xi}{dt} - T_i \frac{d\mu}{dt} + \xi = 0$$

genau dieselbe Gleichung, wie für die zuerst beschriebene Isodromvorrichtung.

Ueberhaupt lässt sich ganz allgemein sagen, dass alle Anordnungen der nachgiebigen Rückführung, solange sie nur alle den Rückführpunkt C stetig in seine alte Lage zurückbringen, theoretisch äquivalent sind. Praktisch freilich sieht die Sache anders aus. Zunächst ist zu betonen, dass eine Aenderung des Wertes T_i bei der erst beschriebenen Anordnung die Auswechslung einer der Riemenscheiben verlangt, während bei der zweiten Anordnung mittelst der Umlaufschraube des Katarakts der Wert T_i leicht innerhalb der Grenzen 0 und ∞ geändert werden kann. Infolge des bei den verschiedenen Anordnungen verschiedenen Einflusses der Massenwirkungen, der Reibungen und der Verspätungen können selbstverständlich die verschiedenen Isodromvorrichtungen nicht gleichwertig sein.*)

Wir erhalten also auch für diese Anordnung der Rückführung dasselbe simultane System der Differentialgleichungen:

$$T_i \frac{d\xi}{dt} - T_i \frac{d\mu}{dt} + \xi = 0 \quad 28)$$

$$\delta T_s \frac{d\mu}{dt} + \delta \xi - \varphi = 0 \quad 29)$$

$$T_a \frac{d\varphi}{dt} + \mu = 0 \quad 30)$$

Die charakteristische Gleichung desselben aufgestellt nach den bekannten Regeln lautet:

$$\delta T_a T_i T_s w^3 + \delta T_a (T_i + T_s) w^2 + T_i w + 1 = 0^{**}) \quad 31)$$

Diese Gleichung, deren konstante Koeffizienten wiederum homogene Funktionen der Grössen T sind mit einem Grade, der jeweils der Potenz des zugehörigen Gliedes w entspricht, besagt also wiederum,

*) Auf diese Einflüsse soll hier nicht eingegangen werden, dagegen sei verwiesen auf die Abhandlung von R. Löwy, „Elektrotechnik und Maschinenbau“, Zeitschrift des elektrotechn. Vereins, Wien 1908, Heft 10 u. 11.

***) Mit $T_i = \infty$ d. h. starre Rückführung kommt:

$$\delta T_a T_s w^2 + \delta T_a w + 1 = 0$$

wie oben.

dass die Regulierfähigkeit auch dieser Anordnung nicht von den absoluten Beträgen der einzelnen Grössen T abhängt, sondern von den Verhältnissen dieser Grössen untereinander.

Die Untersuchung auf Stabilität ergibt, dass Bedingung (1) nämlich lauter positive Koeffizienten stets erfüllt ist, solange $\delta > 0$, denn die Zeitgrössen T sind stets positiv.

Bedingung (2) verlangt:

$$\frac{T_i + T_s}{T_s} > 1 \text{ oder } \frac{T_i}{T_s} = \tau_i > 0 \quad (32)$$

Ist $T_i = 0$ dann ist die Stabilitätsbedingung nicht erfüllt.

Für beide beschriebenen Anordnungen, überhaupt für alle Isodromvorrichtungen, bedeutet auch $T_i = 0$ die Ausschaltung der Rückführung, z. B. für die erstbeschriebene kommt mit $T_i = 0$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{z}{o} = \infty$$

d. h. die Isodromvorrichtung lässt gar keinen, auch nicht den kleinsten Ausschlag des Punktes C zu.

$$z = \text{konst.} = 0$$

Für die zweitbeschriebene Anordnung wird: $T_i = \frac{K}{f} = 0$, entweder für $K = 0$ oder $f = \infty$, ersteres bedeutet, dass der Kataraktwiderstand $= 0$ und also die schwächste Feder den Kataraktkolben durch den Katarakt schieben kann, ohne jede Deformation anzunehmen.

$$z = \text{konst.} = 0$$

Letzteres $f = \infty$ bedeutet, dass die unendliche Stärke der Feder durch keine Kraft eine Deformation erleiden kann; ebenfalls

$$z = \text{konst.} = 0.$$

$T_i = 0$ bedeutet also einen Regulator ohne Rückführung, der labil regulieren muss.*) $T_i = \infty$ bedeutet dagegen: die Rückführung ist starr.

Die Stabilitätsbedingung (2) stellt also nur die unbedingte Forderung des Vorhandenseins einer Rückführung.

*) Der Beweis, dass mit $T_i = 0$ der Regulator labil ist, ergibt sich sofort aus der charakteristischen Gleichung 31, welche mit $T_i = 0$ übergeht in:

$$\delta T_a T_s w^2 + 1 = 0.$$

Dieselbe gehört zu der Differentialgleichung

$$\delta T_a T_s \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \varphi = 0$$

und stellt eine harmonische Schwingung dar von der Periode

$$t = \pi \sqrt{\delta T_a T_s}$$

also eine Schwingung mit sich stets gleichbleibender Amplitude.

Immerhin ist die Regulierung des idealen Isodromregulators stets eine stabile. Die Bedingung (2) $\tau_i > 0$ gibt aber ganz unzweideutig zu erkennen, dass unter sonst gleichen Verhältnissen die Konvergenz der Schwingungen des Isodromregulators kleiner ist, als diejenige des Regulators mit starrer Rückführung; denn erst mit $T_i = \infty$ ist die Konvergenz des letzteren erreicht. Der Isodromregulator besitzt also unter sonst gleichen Verhältnissen eine grössere Regulierdauer, als derjenige mit starrer Rückführung. Bekanntlich bedeutet dies eine Verschlechterung des Regulators. Dieses Ergebnis war jedoch nicht anders zu erwarten, da ja die Isodromvorrichtung die schwingungsdämpfende Tätigkeit der Rückführung zum Teil wieder aufhebt. Dieser störende Eingriff der Isodromvorrichtung lässt auf den ersten Anblick Zweifel entstehen über die Möglichkeit ihres richtigen Funktionierens überhaupt, doch klärt uns auch hier die Stabilitätsbedingung auf. Sie verlangt T_i möglichst gross, d. h. die Relativbewegung des Punktes C soll möglichst langsam vor sich gehen, d. h. aber nichts anderes, als der Regulator soll zu Anfang möglichst lange wie ein solcher mit sinnrichtig gesteuerter starrer Rückführung wirken und erst lange später soll die Isodromvorrichtung in dem gewünschten Sinn stark eingreifen und wieder den alten Zustand herstellen. Die Regulierung ist dann eine gute, wenn eine verhältnismässig grosse zeitliche Verschiebung stattfindet zwischen der Wirkung der eigentlichen zu Anfang nahezu starren Rückführung und der Wirkung der lange nachher stark einsetzenden Isodromvorrichtung.

Indes ist zu betonen, dass die Verlängerung der Regulierdauer durch den Einbau einer Isodromvorrichtung unter günstigen Umständen, d. h. wenn die zulässige Grösse der auftretenden grössten Geschwindigkeitsschwankung es erlaubt, durch Vergrösserung der Stasie des Tachometers (δ) mehr als aufgewogen werden kann.

Schreiben wir die charakteristische Gleichung in der Form:

$$w^3 + \frac{T_i + T_s}{T_i T_s} w^2 + \frac{1}{\delta T_a T_s} w + \frac{1}{\delta T_a T_i T_s} = 0$$

und setzen wir:

$$w = w_0 \sqrt[3]{\frac{1}{\delta T_a T_i T_s}}; x = (T_i + T_s) \sqrt[3]{\frac{\delta T_a}{T_i^2 T_s^2}}; y = \sqrt[3]{\frac{T_i^2}{\delta T_a T_s}}$$

so geht dieselbe über in:

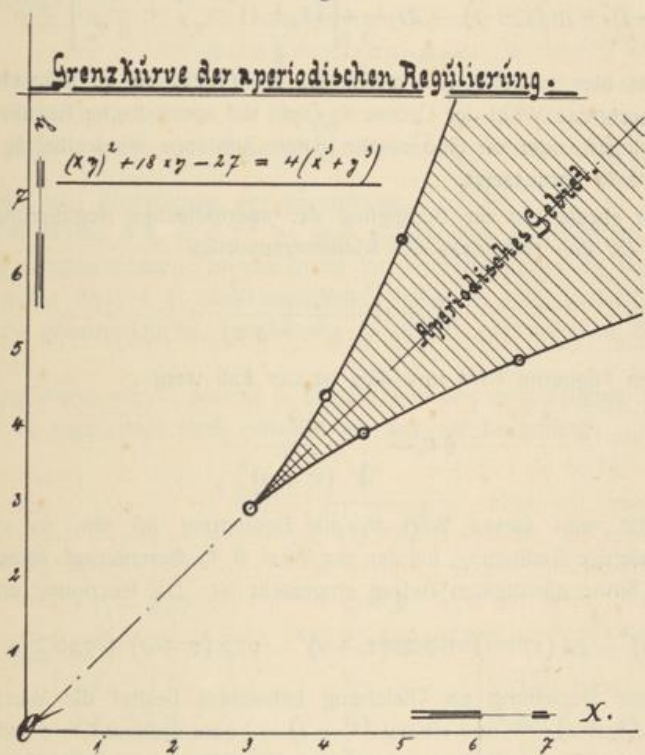
$$w_0^3 + x w_0^2 + y w_0 + 1 = 0 \quad (33)$$

Für die aperiodische Regulierung ist die Forderung zu stellen, dass alle drei Wurzeln reell sind und das ist für die zuletzt geschriebene Gleichung dritten Grads der Fall wenn:

$$(x y)^2 + 18 x y - 27 > 4 (x^3 + y^3) \quad (34)$$

Ungleichung (34) als Gleichung und Kurve betrachtet ist in Fig. 7 dargestellt, sie besitzt zwei Zweige, welche in dem gemeinsamen Punkt $x = 3$; $y = 3$ endigen. Derselbe ist ein Rückkehrpunkt und beide Zweige haben in diesem Rückkehrpunkt eine gemeinsame Tangente, welche lautet $x = y$. Sie ist also die Halbierungslinie des rechten Winkels der Koordinatenachsen. Für alle Werte von x und y , welche zwischen der Kurve und den Achsen liegen, werden zwei Wurzeln der Gleichung komplex-konjugiert; für solche Werte von x und y , welche inner-

Fig. 7.



halb der Kurve selbst liegen, werden alle drei Wurzeln der Gleichung reell, für solche Werte von x und y , welche auf der Kurve selbst liegen, werden sämtliche Wurzeln reell und zwei unter ihnen einander gleich; für den einen Punkt $x = 3$; $y = 3$ werden sogar alle drei Wurzeln einander gleich. Demgemäss teilt diese Kurve den Raum des rechten Winkels zwischen den positiven Richtungen der Koordinatenachsen in ein periodisches und in ein aperiodisches Gebiet. Ein labiles Gebiet gibt es beim idealen Regulator überhaupt nicht.

Alle Punkte zwischen der Kurve und den Achsen entsprechen Regulatoren, die nach gestörtem Gleichgewicht zwischen zugeführter und abgegebener Energie in langsam abnehmende Schwingungen geraten; und alle Punkte auf der Kurve oder innerhalb derselben entsprechen Regulatoren, die vollständig aperiodisch regulieren. Wir wollen diese Kurve die „Grenzkurve der aperiodischen Regulierung“ nennen.

In den Zeitverhältnissen τ geschrieben lautet die Bedingung der aperiodischen Regulierung:

$$(\tau_i + 1)^2 + 18(\tau_i + 1) - 27 - 4 \left[(\tau_i + 1)^3 \frac{\delta \tau_a}{\tau_i^2} + \frac{\tau_i^2}{\delta \tau_a} \right] \geq 0 \quad 35)$$

Was hier zunächst interessiert ist die Frage, ob es möglich ist, durch geeignete Wahl der Grösse τ_i allein die aperiodische Regulierung zu erzwingen, oder ob eine solche einen gewissen Mindestbetrag des Wertes $\delta \tau_a$ voraussetzt.

Am ehesten ist die Bedingung der aperiodischen Regulierung zu erfüllen für den Fall, dass der Klammerausdruck

$$(\tau_i + 1)^3 \frac{\delta \tau_a}{\tau_i^2} + \frac{\tau_i^2}{\delta \tau_a}$$

zu einem Minimum wird und dies ist der Fall wenn

$$\delta \tau_a = \frac{\tau_i^2}{\sqrt{(\tau_i + 1)^3}} \quad 36)$$

Setzt man diesen Wert in die Bedingung 35 ein, so erhält man diejenige Bedingung, bei der der Wert $\delta \tau_a$ bereits auf seinen in diesem Sinne günstigsten Betrag eingestellt ist. Die Rechnung ergibt:

$$(\tau_i + 1)^4 - 28(\tau_i + 1)^3 + 270(\tau_i + 1)^2 - 972(\tau_i + 1) + 729 \geq 0 \quad 37)$$

Diese Beziehung als Gleichung betrachtet besitzt die Wurzeln: dreimal $(\tau_i + 1) = 9$ und einmal $(\tau_i + 1) = 1$ oder dreimal $\tau_i = 8$ und einmal $\tau_i = 0$. $\tau_i = 0$ bedeutet gar keine Rückführung, es scheidet also dieser Wert aus.

Mit $\tau_i + 1 = 9$ und $\tau_i = 8$ als Grenzwert ergibt sich

$$\delta \tau_a = \frac{8^2}{\sqrt{9^3}} = \frac{64}{27} = 2,37 \quad 38)$$

und es stellt dieser Wert den kleinsten eben noch hinreichenden Wert dar, welcher im Verein mit dem kleinsten eben noch hinreichenden Wert $\tau_i = 8$ eine vollständige aperiodische Regulierung ergibt.

Da die Grenzbedingung (37) dreimal den Wert $\tau_i + 1 = 9$ d. h. $\tau_i = 8$ verlangt, so vermutet man, dass das Wertpaar $\delta \tau_a = 2,37$ und $\tau_i = 8$ in der Grenzkurve durch den Rückkehrpunkt dargestellt ist.

Die Koordinaten desselben sind:

$$x = (\tau_i + 1) \sqrt[3]{\frac{\delta \tau_a}{\tau_i^2}}; y = \sqrt[3]{\frac{\tau_i^2}{\delta \tau_a}}$$

$$x y = \tau_i + 1 = 9; \tau_i = 8$$

und damit

$$3 = 9 \sqrt[3]{\frac{\delta \tau_a}{8^2}} \text{ oder}$$

$$\delta \tau_a = \frac{64}{27} = 2,37$$

also die volle Bestätigung der Vermutung.

Für Werte $\delta \tau_a < 2,37$ ist eine vollständige aperiodische Regulierung ausgeschlossen; immerhin ist zu vermuten, dass es für jeden bestimmten Wert $\delta \tau_a$ eine bestimmte Grösse τ_i gibt, mittelst deren man die grösstmögliche Annäherung an diesen aperiodischen Zustand erreicht.

Die Werte von τ_i , welche in diesem Sinn den verschiedenen Werten von $\delta \tau_a$ zugeordnet sind, erhalten wir aus der Beziehung **36)**

$$\delta \tau_a = \frac{\tau_i^2}{\sqrt{(\tau_i + 1)^3}}$$

und zwar ergeben sich:

für	$\delta \tau_a = 2,37$	$\tau_i = 8$
	$\delta \tau_a = 2$	τ_i angenähert = 6
	$\delta \tau_a = 1,5$	τ_i " = 4,5
	$\delta \tau_a = 1,0$	τ_i " = 3,0
	$\delta \tau_a = 0,5$	τ_i " = 1,5

Die Werte τ_i sind der bequemeren späteren Rechnungen wegen auf runde Zahlen abgeändert.

Maximale Geschwindigkeitsschwankungen.

Wir haben gesehen, dass die Isodromvorrichtung imstande ist, eine bleibende Tourendifferenz zwischen den verschiedenen Belastungsgraden der Maschine auszuschalten und es liegt der Gedanke nahe, dieselbe Vorrichtung noch dazu heranzuziehen, den aperiodischen Zustand

der Regulierung oder einem nahezu aperiodischen durch beliebige Vergrößerung von δ und damit des Wertes $\delta \tau_a$ zu erzwingen. Diese Möglichkeit liegt auch unzweifelhaft vor, aber es drängt sich sofort die Frage auf, ob diese Vergrößerung von δ nicht einen schädlichen Einfluss auf die Güte der Regulierung ausübt.

Die Stabilität der Regulierung ist wohl das erste unbedingt notwendige Erfordernis, das an einen brauchbaren Regulator gestellt werden muss, aber keineswegs das allein hinreichende. Es muss vielmehr auch die grösste auftretende Geschwindigkeitsschwankung innerhalb gewisser Grenzen bleiben, die durch die Eigentümlichkeit der einzelnen Betriebe gesetzt sind. Es sollen daher im Nachfolgenden die für verschiedene Werte $\delta \tau_a$ sich ergebenden maximalen Geschwindigkeitsschwankungen ermittelt werden.

Zu diesem Zweck ist es notwendig, das simultane System der Differentialgleichungen für den Isodromregulator zu integrieren. Die charakteristische Gleichung dritten Grads:

$$w^3 + \frac{T_i + T_s}{T_i T_s} w^2 + \frac{1}{\delta T_a T_s} w + \frac{1}{\delta T_a T_i T_s} = 0$$

besitzt, da sämtliche Koeffizienten und Absolutglied positive Grössen sind, eine negative reelle Wurzel

$$w_3 = \gamma$$

gleichzeitig zwei komplex-konjugierte von der Form:

$$w_1 = \alpha + \beta i$$

$$w_2 = \alpha - \beta i$$

somit lautet das Integral:

$$\varphi = e^{\alpha t} [A \sin(\beta t) + B \cos(\beta t)] + C e^{\gamma t}.$$

Die erste und zweite Differentiation lautet:

$$\frac{d\varphi}{dt} = e^{\alpha t} \left[\left\{ \beta A + \alpha B \right\} \cos(\beta t) + \left\{ \alpha A - \beta B \right\} \sin(\beta t) \right] + \gamma C e^{\gamma t}.$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = e^{\alpha t} \left[\left\{ -\beta [\beta A + \alpha B] + \alpha [\alpha A - \beta B] \right\} \sin(\beta t) + \left\{ \alpha [\beta A + \alpha B] + \beta [\alpha A - \beta B] \right\} \cos(\beta t) \right] + \gamma^2 C e^{\gamma t}.$$

Die Integrationskonstanten ergeben sich aus den Anfangsbedingungen, für welche zur Zeit

$$t = 0; \varphi = 0 \text{ und } \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\lambda}{T_a}; \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0$$

und wir erhalten zu deren Bestimmung folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 0 &= B + C \\
 \frac{\lambda}{T_a} &= \beta A + \alpha B + \gamma C \\
 0 &= \alpha(\beta A + \alpha B) + \beta(\alpha A - \beta B) + \gamma^2 C
 \end{aligned}$$

Die Ausrechnung ergibt:

$$A = \frac{\lambda}{T_a} \cdot \frac{\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2}{\beta[\beta^2 + (\alpha - \gamma)^2]} = \frac{\lambda}{T_a} A'$$

$$B = \frac{\lambda}{T_a} \cdot \frac{2\alpha}{(\alpha - \gamma)^2 + \beta^2} = \frac{\lambda}{T_a} B'$$

$$C = -\frac{\lambda}{T_a} \cdot \frac{2\alpha}{(\alpha - \gamma)^2 + \beta^2} = \frac{\lambda}{T_a} C'$$

Sämtliche drei Konstanten sind dem Faktor $\frac{\lambda}{T_a}$ proportional und wir können das Integral auch in der Form schreiben:

$$\varphi = \frac{\lambda}{T_a} \left\{ e^{\alpha t} [A' \sin(\beta t) + B' \cos(\beta t)] + C' e^{\gamma t} \right\} \quad 39)$$

Die verhältnismässige Geschwindigkeitsschwankung φ ist der Belastungsänderung (λ) direkt proportional und der Anlaufzeit (T_a) indirekt. Man kann also wohl durch Vergrößerung von δ jeden beliebigen Zustand der Regulierung erzwingen, auch den aperiodischen oder einen nahezu aperiodischen, aber die grösste hierbei auftretende Geschwindigkeitsschwankung wird durch die Anlaufzeit (T_a) bestimmt.

Die ganz allgemeine Durchführung der algebraischen Ermittlung der grössten auftretenden Tourenschwankung φ_{max} begegnet ziemlichen Schwierigkeiten und man ist auf Einzelfälle angewiesen.

Indes überzeugt man sich durch Nachrechnen numerischer Beispiele*) ganz leicht, dass unter sonst gleichen Verhältnissen der Regulator ohne Rückführung, die kleinste Tourenschwankung aufweist, derjenige mit starrer Rückführung die grösste. Der Isodromregulator hält sich in der Mitte, die bei ihm auftretende Tourenschwankung ist etwas kleiner als diejenige des Regulators mit starrer Rückführung und in dieser Beziehung hat also der Isodromregulator einen Vorzug aufzuweisen. Der Unterschied zwischen beiden Werten ist umso grösser, je kleiner der Wert T_i . Auch dieses Ergebnis ist nicht anders zu erwarten, und leicht zu erklären.

*) Siehe Bauersfeld: „Die automatische Regulierung der Turbinen“ S. 128 u. f.

Bekanntlich gerät ein idealer indirekter Regulator ohne Rückführung durch Störung des Gleichgewichts zwischen zugeführter und abgegebener Energie in labile harmonische Schwingungen; eine Dämpfung derselben wird erzielt durch die Rückführung. Dieselbe Rückführung arbeitet immer auf eine Verkleinerung der Oeffnung des Krafteinschalters hin, also auf eine Verlangsamung der Servomotorkolbengeschwindigkeit. Dieser letztere Vorgang muss also, wie wir oben gesehen haben, eine Vergrößerung der grössten auftretenden Geschwindigkeitsschwankung verursachen, denn er kommt einer Verkleinerung der Schwungmasse gleich. Die Isodromvorrichtung nun ist in ihrem Bewegungssinn entgegengesetzt gerichtet demjenigen der Rückführung, sie hebt also die dämpfende Wirkung der letzteren zum Teil wieder auf, d. h. sie wirkt im Sinne der Oeffnung des Krafteinschalters, sie muss also eine Verkleinerung der Amplitude erzielen. Die Isodromvorrichtung gestattet also, ganz allgemein gesprochen, eine Verkleinerung der ersten Schwingungsamplitude zu erzielen, aber auf Kosten der Regulierdauer.

Zahlenbeispiele mit den üblichen Werten von T ergeben, dass der Unterschied bei den gebräuchlichen Werten der massgebenden Grössen verhältnismässig klein ist. Wenn wir demgemäss anstatt der Tourenschwankung, wie sie sich für den Isodromregulator ergibt, diejenige nehmen, welche der durch sonst gleiche Grössen beeinflusste Regulator mit starrer Rückführung aufweist, so begehen wir allerdings einen Fehler. Derselbe ist jedoch erstens klein und zweitens deshalb nicht so schlimm, weil die Rechnung für den Praktiker, der mit allen Eventualitäten rechnen muss, eher ungünstige Resultate liefert und auf diese Weise noch etwaige kleine Fehler am Regulator, wie Verspätungen und dergleichen, berücksichtigt, die hier ausser Betracht gelassen sind.

Jedenfalls ist diese Annäherungsrechnung ganz brauchbar und bequem, wenn es sich darum handelt, rasch einen überschlägigen Wert zu erhalten, bequemer als der Umweg, über die Gleichung dritten Grads des Isodromregulators.

Es ist im Nachfolgenden für einige Werte $\delta \tau_a$ die maximale Geschwindigkeitsschwankung φ_{max} ermittelt worden. Diese Rechnungen sind sehr mühsam, die hierbei auftretenden Gleichungen lassen sich am einfachsten durch Probieren lösen.

$$1. \quad \delta \tau_a = 2,37; \tau_i = 8$$

aperiodische Regulierung.

Wie wir oben gesehen haben, ergeben diese Werte eine vollständig aperiodische Regulierung, d. h. der Regulator kommt nach einer einzigen Schwingungswelle zur Ruhe. Wäre der Regulator mit starrer Rückführung ausgestattet, so würde seine Geschwindigkeitsschwankung für den Zustand

der aperiodischen Regulierung gleich sein der bleibenden Tourenänderung $\varphi_{max} = \delta\lambda$; da wir es mit einem Isodromregulator zu tun haben, so muss

$$\varphi_{max} < \delta\lambda$$

sich ergeben.

Um dies nachzuweisen, setzen wir die Werte

$$\delta T_a = 2,37 T_s; \text{ und } T_i = 8 T_s; T_i + T_s = 9 T_s$$

in die charakteristische Gleichung ein und erhalten:

$$w^3 + 1,125 \frac{1}{T_s} w^2 + 0,420 \frac{1}{T_s^2} w + 0,05273 \frac{1}{T_s^3} = 0 \quad (40)$$

Wie oben schon angedeutet, müssen die drei Wurzeln dieser Gleichung alle einander gleich sein, sie lauten:

$$w = w_1 = w_2 = w_3 = -\frac{1,125}{3} \frac{1}{T_s} = -0,375 \frac{1}{T_s}$$

daher das Integral:

$$\varphi = (A + Bt + Ct^2) e^{wt}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = e^{wt} [B + Aw + (2C + Bw)t + Bwt^2]$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = e^{wt} [2(C + Bw) + Aw^2 + (4Cw + Bw^2)t + Cw^2 t^2]$$

Die drei Integrationskonstanten bestimmen sich aus den Anfangsbedingungen, für welche bei $t=0$.

$$\varphi = 0; \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\lambda}{T_a}; \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0$$

Die Bestimmungsgleichungen:

$$0 = A$$

$$\frac{\lambda}{T_a} = B + Aw$$

$$0 = 2C + 2Bw + Aw^2$$

ergeben:

$$A = 0; B = \frac{\lambda}{T_a}; C = -\frac{\lambda}{T_a} w$$

und das Integral lautet:

$$\varphi = -\frac{\lambda}{T_a} (t - wt^2) e^{wt}$$

φ_{max} entsteht für $\frac{d\varphi}{dt} = 0$ oder für

$$w^2 t^2 + wt - 1 = 0$$

$$wt = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = -\frac{1}{2} \pm 1,12$$

In Betracht kommt nur die negative Zahl:

$$wt = -1,62$$

$$t = \frac{-1,62 T_s}{-0,375} = +4,32 T_s$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{max.} &= \frac{\lambda}{T_a} (4,32 T_s + 7,0 T_s) e^{-1,62} \\ &= 11,32 \lambda \frac{T_s}{T_a} e^{-1,62} \\ &= \frac{11,32}{2,37 e^{+1,62}} \delta \lambda \\ &= 0,95 \delta \lambda = 0,95 \frac{2,37}{\tau_a} \lambda = 2,25 \frac{T_s}{T_a} \lambda. \end{aligned} \right\} 41)$$

Die Geschwindigkeitsschwankung ist also tatsächlich etwas geringer als beim Regulator mit der starren Rückführung.

Indes sind auch hier die Bedenken massgebend, die beim Regulator mit starrer Rückführung bezüglich des vollständigen aperiodischen Zustands der Regulierung angeführt wurden, und wonach es ratsam ist, diesem Zustand fern zu bleiben.

$$2. \quad \delta \tau_a = 2; \tau_i = 6$$

$\delta \tau_a = 2$ ergab für den Regulator mit starrer Rückführung eine maximale Geschwindigkeitsschwankung von

$$\varphi_{max.} = 1,0673 \delta \lambda.$$

Für den Isodromregulator muss auch hier

$$\varphi_{max.} < 1,0673 \delta \lambda$$

sich ergeben.

Wir erhalten eine charakteristische Gleichung von der Form:

$$w^3 + 1,166 \frac{1}{T_s} w^2 + 0,5 \frac{1}{T_s^2} w + 0,0833 \frac{1}{T_s^3} = 0 \quad 42)$$

deren Wurzelbestandteile sind:

$$\gamma = -0,5 \frac{1}{T_s}; \alpha = -0,33 \frac{1}{T_s}; \beta = 0,24 \frac{1}{T_s} i.$$

Die Integrationskonstanten ergeben sich zu

$$A = 9,4 \frac{\lambda}{\tau_a}; B = -7,4 \frac{\lambda}{\tau_a}; C = +7,4 \frac{\lambda}{\tau_a}$$

oder mit:

$$\tau_a = \frac{2}{\delta}$$

$$A = 4,7 \delta \lambda; B = -3,7 \delta \lambda; C = +3,7 \delta \lambda$$

so dass das Integral lautet:

$$\varphi = \delta \lambda \left[e^{-0,33 \frac{t}{T_s}} \left\{ 4,7 \sin \left(0,24 \frac{t}{T_s} \right) - 3,7 \cos \left(0,24 \frac{t}{T_s} \right) \right\} + 3,7 e^{-0,5 \frac{t}{T_s}} \right] \quad 43)$$

$\varphi_{max.}$ kommt für $\frac{d\varphi}{dt} = 0$ oder für:

$$e^{+0,17 \frac{t}{T_s}} \left[2,35 \cos \left(0,24 \frac{t}{T_s} \right) - 0,67 \sin \left(0,24 \frac{t}{T_s} \right) \right] = 1,85.$$

Diese Gleichung ergibt, dass für

$$\frac{t}{T_s} = 3,6$$

$$\varphi_{max.} = 0,98 \delta \lambda = 1,96 \frac{T_s}{T_a} \lambda. \quad 44)$$

Dieser Wert ist ebenfalls kleiner als beim Regulator mit starrer Rückführung.

Für die zusammengehörigen Werte

$$3. \quad \delta \tau_a = 1,5 ; \tau_i = 4,5$$

erhalten wir eine charakteristische Gleichung von der Form:

$$w^3 + 1,22 \frac{1}{T_s} w^2 + 0,66 \frac{1}{T_s^2} w + 0,148 \frac{1}{T_s^3} = 0 \quad 45)$$

deren Wurzelbestandteile:

$$\gamma = -0,48 \frac{1}{T_s} ; \alpha \pm \beta i = -0,37 \frac{1}{T_s} \pm 0,415 \frac{1}{T_s} i.$$

Die Integrationskonstanten erhalten die Werte:

$$A = 2,3 \delta \lambda ; B = -2,66 \delta \lambda ; C = +2,66 \delta \lambda.$$

Das Integral der Differentialgleichung lautet:

$$\varphi = \delta \lambda \left[e^{-0,37 \frac{t}{T_s}} \left\{ 2,3 \sin \left(0,415 \frac{t}{T_s} \right) - 2,66 \cos \left(0,415 \frac{t}{T_s} \right) \right\} + 2,66 e^{-0,48 \frac{t}{T_s}} \right] \quad 46)$$

$\varphi_{max.}$ kommt für:

$$e^{+0,11 \frac{t}{T_s}} \left\{ 1,94 \cos \left(0,415 \frac{t}{T_s} \right) + 0,245 \sin \left(0,415 \frac{t}{T_s} \right) \right\} = 1,275$$

oder für $\frac{t}{T_s} = 2,9$

Damit ermittelt sich

$$\varphi_{max.} = 1,08 \delta \lambda = 1,62 \frac{T_s}{T_a} \lambda. \quad 47)$$

Werden die Grössen δ , T_a , T_s und T_i nach der Beziehung bemessen:

4. $\delta \tau_a = 1; \tau_i = 3$

so erhalten wir folgende charakteristische Gleichung:

$$w^3 + 1,33 \frac{1}{T_s} w^2 + \frac{1}{T_s^2} w + 0,33 \frac{1}{T_s^3} = 0 \quad (48)$$

die Wurzelbestandteile lauten:

$$\gamma = -0,594 \frac{1}{T_s}; \alpha = -0,369 \frac{1}{T_s}; \beta = 0,652 \frac{1}{T_s}$$

Die Integrationskonstanten

$$A = 2,07 \delta \lambda; B = -1,55 \delta \lambda; C = +1,55 \delta \lambda$$

und das Integral:

$$\varphi = \delta \lambda \left[e^{-0,396 \frac{t}{T_s}} \left\{ 2,07 \sin \left(0,652 \frac{t}{T_s} \right) - 1,55 \cos \left(0,652 \frac{t}{T_s} \right) \right\} + 1,55 e^{-0,594 \frac{t}{T_s}} \right] \quad (49)$$

φ_{max} kommt für:

$$e^{+0,225 \frac{t}{T_s}} \left[1,92 \cos \left(0,652 \frac{t}{T_s} \right) + 0,21 \sin \left(0,652 \frac{t}{T_s} \right) \right] = 0,92$$

d. h. für den Wert: $\frac{t}{T_s} = 2,12$

und hiermit ergibt sich ein

$$\varphi_{max} = 1,50 \delta \lambda = 1,5 \frac{T_s}{T_a} \lambda. \quad (50)$$

Für die Werte:

5. $\delta \tau_a = 0,5; \tau_i = 1,5$

lautet die charakteristische Gleichung:

$$w^3 + 1,666 \frac{1}{T_s} w^2 + 2 \frac{1}{T_s^2} w + 1,333 \frac{1}{T_s^3} = 0. \quad (51)$$

Die Wurzelbestandteile derselben sind:

$$\gamma = -\frac{1}{T_s}; \alpha = -0,333 \frac{1}{T_s}; \beta = 0,472 \frac{1}{T_s}$$

hiermit ergeben sich die Konstanten zu:

$$A = +7,08 \delta \lambda; B = -2 \delta \lambda; C = +2 \delta \lambda$$

und das Integral lautet:

$$\varphi = \delta \lambda \left[e^{-0,33 \frac{t}{T_s}} \left\{ 7,08 \sin \left(0,472 \frac{t}{T_s} \right) - 2 \cos \left(0,472 \frac{t}{T_s} \right) \right\} + 2 e^{-\frac{t}{T_s}} \right] \quad (52)$$

$\varphi_{max.}$ kommt für:

$$e^{+0,66 \frac{t}{T_s}} \left[2,67 \cos \left(0,472 \frac{t}{T_s} \right) - 1,411 \sin \left(0,472 \frac{t}{T_s} \right) \right] = 2$$

diese Bestimmungsgleichung ergibt, dass für

$$\frac{t}{T_s} = 1,85$$

$$\varphi_{max.} = 2,55 \delta \lambda = 1,275 \frac{T_s}{T_a} \lambda \quad (53)$$

Der positive und der negative Ungleichförmigkeitsgrad der Regulierung.

Der Regulator mit doppelter Rückführung.

Der Isodromregulator kann als vollkommener Regulator bezeichnet werden, insofern er die Maschine nach der Störung des Gleichgewichts stets auf ein und derselben Tourenzahl wieder zum Gleichgewicht bringt.

So wertvoll nun diese Eigenschaft eines Regulators für viele Betriebe ist, so entspricht auch sie noch nicht durchaus und überall allen zu stellenden Anforderungen. In den Werken, in denen mehrere Maschinenaggregate in elektrischer Parallelschaltung arbeiten, ist der reine Isodromregulator, d. h. ein solcher, wie er zuvor beschrieben wurde, nicht am Platz; er muss vielmehr, um auch den Anforderungen genügen zu können, die beim Parallelschalten der elektrischen Maschinen an einen Regulator gestellt werden müssen, noch eine weitere Zutat erhalten.

Bekanntlich müssen zwei elektrische Generatoren, die parallel geschaltet werden sollen, auf genau dieselbe Tourenzahl gebracht werden, und um dies leicht und anstandslos bewerkstelligen zu können, ist ein kleiner bleibender Ungleichförmigkeitsgrad erwünscht, eine Forderung, die der reine Isodromregulator eben nicht erfüllt.

Zudem ist eine kleine bleibende Tourendifferenz von 1 bis höchstens 2⁰/₀ zwischen Leerlauf und Vollbelastung für grössere Werke mit mehreren Einheiten in ihrer Wirkung kaum fühlbar. Die Aggregate laufen gewöhnlich mit Belastungen die zwischen 1/2 und voll liegen. Steigert sich die Gesamtbelastung des Werks erheblich, so wird ein weiteres Aggregat zugeschaltet und umgekehrt; auf diese Weise, tritt höchstens eine bleibende Tourendifferenz von 1/2 bis 1⁰/₀ auf.

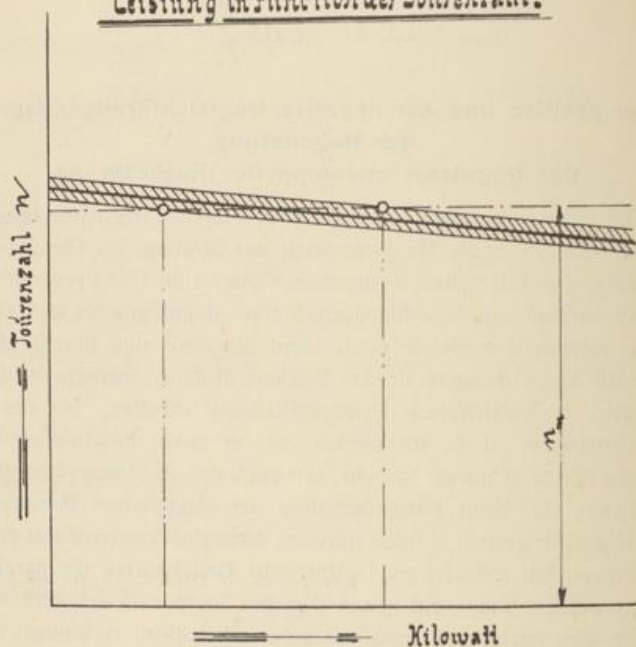
Indes kommt aber hier noch ein weit wichtigeres Moment in Betracht, das notgedrungen dazu führt, einen kleinen bleibenden Ungleichförmigkeitsgrad in die Regulierung einzuschalten. Zeichnet man bei einer Wechselstrommaschine, die zu jeder Belastung gehörige Tourenzahl auf, so ergibt sich bekanntlich eine sehr flache Kurve, welche wir der Einfachheit halber als Gerade annehmen wollen. Dieselbe ist

in Fig. 8 dargestellt und liegt derart, dass der höheren Tourenzahl eine kleinere Leistung entspricht und umgekehrt.

Fig. 8.

Wechselstrommaschine

Leistung in Function der Tourenzahl.



Nun ist es praktisch nicht möglich, einen Regulator zu bauen ganz ohne Unempfindlichkeit. Wenn diese Grösse auch nach Möglichkeit klein gehalten wird, so erreicht sie doch immerhin einen gewissen Betrag, den wir mit ϵ bezeichnen wollen. Die Unempfindlichkeit eines indirekten Regulators rührt her von den Reibungskräften in den Bolzen und Gelenken des Tachometers und des Regulatorgestänges, ferner vom Spiel im letzteren und von der Ueberdeckung der steuernden Kanten des Krafteinschalters. Die Wirkung dieser Unempfindlichkeit besteht darin, dass die Maschine bei jeder Belastung ihre Tourenzahl nach Belieben, innerhalb der Grenzen ϵn ändern kann, ohne dass der Regulator verstellend eingreift. In der graphischen Darstellung (siehe Fig. 8) erhält man die hiedurch entstehende unempfindliche Zone dadurch, dass man von der Linie der n nach oben und unten eine Strecke abträgt vom Betrag $\frac{1}{2} \epsilon n$. Arbeiten nun mehrere vollständig gleiche und gleich erregte

Wechselstromgeneratoren auf Sammelschienen und werden dieselben von gleichen Kraftmaschinen angetrieben, so kann die Belastung der einzelnen Antriebsmaschinen innerhalb einer gewissen Grenze selbständig schwanken. Denn zieht man in der graphischen Darstellung eine Parallele zur Leistungsachse im Abstand n_m , welche Grösse der mittleren Tourenzahl sämtlicher Antriebsmaschinen entsprechen soll, so verläuft dieselbe auf einer mehr oder weniger grossen Strecke innerhalb der unempfindlichen Zone. Das heisst aber nichts anderes, als dass die einzelnen Maschinen bei dieser Umdrehungszahl ganz verschiedene Belastungen aufweisen können, ohne dass der Regulator dies zu hindern vermag. Der Unterschied in der Belastung kann offenbar umso grösser sein, je flacher die Geschwindigkeitskurve verläuft und je grösser ϵ . Ist die Geschwindigkeitskurve eine Parallele zur Leistungsachse, wie es z. B. beim Isodromregulator der Fall sein würde, so kann die Belastung der einzelnen Aggregate ganz willkürlich zwischen O und dem grössten Drehmoment P_m schwanken.

Ein derartiger Zustand ist ganz unkontrollierbar und selbstverständlich absolut unzulässig. Die Verteilung der Belastung auf die einzelnen Aggregate kann umso genauer durchgeführt werden, je kleiner ϵ und je steiler die Geschwindigkeitskurve verläuft. Die letzte Forderung ist aber gleichbedeutend mit der Einschaltung einer bleibenden Tourendifferenz.

Aus den hier angeführten Gründen ist es somit notwendig, einen kleinen Ungleichförmigkeitsgrad in die Regulierung einzuschalten, etwa von der Grösse $\alpha \delta$.

Dies erreicht man an der nachgiebigen Rückführung ganz einfach dadurch, dass man bei der erstbeschriebenen Anordnung (Fig. 5) die Welle w mitsamt dem Teller t , bei der zweiten (Fig. 6) den Bügel B mitsamt den Federn, d. h. also die ganze Isodromvorrichtung ebenfalls gleichsinnig mit Punkt G steuert (ist in den Fig. 5 und 6 gestrichelt angedeutet).

Ist die Länge des Hebels $OG = l$, so stellen wir eine bleibende Tourendifferenz von $\alpha \delta$ in die Regulierung ein, wenn wir die Isodromvorrichtung von einem Punkt E ableiten, dessen Entfernung vom Drehpunkt O eine Grösse a besitzt; denn der Hub des Punktes G entspricht dem ganzen Ungleichförmigkeitsgrad δ des Tachometers.

Für diese erweiterte Isodromvorrichtung gestalten sich nun die Rechnungen folgendermassen:

Die Geschwindigkeit des Punktes C ist nach wie vor bestimmt durch die Gleichung:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dm}{dt} - \frac{dn}{dt}$$

dagegen ist die Relativgeschwindigkeit $\frac{dn}{dt}$ eine andere geworden.

Hat der Servomotorkolben zur Zeit t den Hub m zurückgelegt, so hat die ganze Isodromvorrichtung sich um den Betrag αm in gleichem Sinn wie Punkt G bewegt. Der Berührungsradius an Teller t , ist für diese Vorrichtung nicht mehr z , sondern $z - \alpha m$. Für die Relativgeschwindigkeit haben wir also ganz allgemein die Beziehung:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{z - \alpha m}{T_i}$$

und damit gelangen wir zu folgender Bewegungsgleichung des Rückführpunktes C

$$T_i \frac{d\xi}{dt} - T_i \frac{d\mu}{dt} + \xi - \alpha\mu = 0 \quad 54)$$

Da durch diese Nebensteuerung der Isodromvorrichtung die Bewegung der übrigen Teilorgane keine Änderung erleidet, so bleiben auch deren Bewegungsgleichungen dieselben und wir haben folgende Zusammenstellung:

$$T_i \frac{d\xi}{dt} - T_i \frac{d\mu}{dt} + \xi - \alpha\mu = 0 \quad 54)$$

$$\delta T_s \frac{d\mu}{dt} + \delta \xi - \varphi = 0 \quad 55)$$

$$T_a \frac{d\varphi}{dt} + \mu = 0 \quad 56)$$

Die charakteristische Gleichung dieses Systems lautet:

$$\delta T_a T_i T_s w^3 + \delta T_a (T_i + T_s) w^2 + (\alpha \delta T_a + T_i) w + 1 = 0 \quad 57)$$

Dieselbe geht mit $\alpha = 0$ direkt in diejenige des reinen Isodromregulators und mit $\alpha = 1$ in diejenige des Regulators mit starrer Rückführung über (im letzteren Fall enthält die Gleichung dritten Grads den Faktor $(T_i w + 1)$ mit welchem vereinfacht werden kann).

Die Stabilitätsbedingung (1) ist mit $\delta > 0$ wiederum erfüllt.

Bedingung (2) verlangt:

$$\frac{(T_i + T_s)(\alpha \delta T_a + T_i)}{T_i T_s} > 1$$

oder

$$T_i^2 + \alpha \delta T_a T_i + \alpha \delta T_a T_s > 0$$

oder in den Zeitverhältnissen τ geschrieben:

$$\tau_i^2 + \alpha \delta \tau_a \tau_i + \alpha \delta \tau_a > 0 \quad 58)$$

Was aber dieser doppelten Rückführung besonders eigentümlich ist, geht aus der Erkenntnis hervor, dass beide Stabilitätsbedingungen auch ein negatives α zulassen, d. h. es ist möglich, die starre Nebensteuerung derartig zu schalten, dass die Regulierung einen negativen Ungleichförmigkeitsgrad aufweist. Unter negativem Ungleichförmigkeitsgrad

der Regulierung ist dann zu verstehen, dass die Tourenzahl der stärker belasteten Maschine eine höhere ist, als diejenige der schwächer belasteten. Diese Möglichkeit, die nur für Isodromregulatoren gilt — denn mit $T_i=0$ und a negativ ist die Regulierung labil — verleiht der Isodromvorrichtung noch einen besonderen Wert.

Allerdings wird durch ein negatives a die Konvergenz der Schwingungen abgeschwächt, während sie durch ein positives a verstärkt wird.

Es genügt indes gewöhnlich ein Ungleichförmigkeitsgrad von 1 bis höchstens 2% zwischen Leerlauf und Vollbelastung, so dass $a \delta$ mit dem Wert 0,01—0,02 in Rechnung zu stellen ist und keinen grossen Einfluss haben kann.

Betrachtet man a als konstante Grösse, τ_i und τ_a als veränderliche und setzt man wieder das Gleichheitszeichen statt des Zeichens $>$, so ergibt sich wieder eine Grenzkurve, welche die Form einer Hyperbel hat, für positive Werte von a gänzlich im negativen Gebiet liegt und für negative Werte von a den positiven Quadranten in ein labiles und ein stabiles Gebiet trennt. Die Hyperbel geht durch den Ursprung, ihr Mittelpunkt hat die Koordinaten:

$$\tau_i = \mp a \delta \tau_a \text{ und } \tau_i = \mp 1 \text{ je nachdem } a \text{ positiv oder negativ.}$$

Formen wir wieder die Gleichung:

$$w^3 + \frac{T_i + T_s}{T_i T_s} w^2 + \frac{a \delta T_a + T_i}{\delta T_a T_i T_s} w + \frac{1}{\delta T_a T_i T_s} = 0$$

um durch die Substitutionen:

$$w = w_0 \sqrt[3]{\frac{1}{\delta T_a T_i T_s}}; \quad x = (\tau_i + 1) \sqrt[3]{\frac{\delta \tau_a}{\tau_i^2}}$$

und

$$y = \frac{a \delta \tau_a + \tau_i}{\sqrt[3]{\delta \tau_a \tau_i}}$$

so ergibt sich wieder:

$$w_0^3 + x w_0^2 + y w_0 + 1 = 0 \tag{59}$$

Wie oben nachgewiesen, führen zu einer aperiodischen Regulierung die Werte

$$x = 3 \text{ und } y = 3$$

oder

$$x \cdot y = 9$$

in unsern Zeitverhältnissen τ geschrieben, lautet diese Beziehung:

$$a \delta \tau_a = \tau_i \frac{8 - \tau_i}{\tau_i + 1} \tag{60}$$

Setzt man diesen Wert ein in die Beziehung für y , so gelangt man zur Bestimmung von τ_i zu der Gleichung:

$$\tau_i^3 - 6 \tau_i^2 - (15 - 27 \alpha) \tau_i - 8 = 0 \quad (61)$$

Diese Gleichung dritten Grads besitzt eine reelle positive Wurzel. Die komplex-konjugierten kommen als unmöglich hier nicht in Betracht. Für $\alpha = 0$ ist diese reelle Wurzel $= 8$ ganz in Uebereinstimmung mit demjenigen Wert τ_i , der sich bei Behandlung der aperiodischen Regulierung des reinen Isodromregulators ergab.

Ist α sehr klein, was tatsächlich immer der Fall sein wird, so weicht der zur aperiodischen Regulierung notwendige Wert von τ_i sehr wenig von der Zahl 8 ab; entsprechend wird auch die Grösse $\delta \tau_a$ in diesem Fall sich wenig von der Zahl 2,37 entfernen können. Die Gleichung zeigt ferner, dass für ein positives α das Zeitverhältnis τ_i kleiner als 8, für ein negatives α grösser als 8 eingestellt werden muss.

Dieses Ergebnis deckt sich ganz gut mit der zu erwartenden Wirkung der starren Nebensteuerung der Isodromvorrichtung.

Ist α positiv, so muss die starre Nebensteuerung die Isodromvorrichtung in ihrer Wirkung abschwächen, das Umgekehrte, eine Verstärkung der Wirkung der Isodromvorrichtung tritt ein, wenn α negativ ist. Diese Beeinflussung muss nun auch bewirken, dass z. B. eine vollständige aperiodische Regulierung den Wert $\delta \tau_a$ für ein positives α grösser, für ein negatives α kleiner verlangt, als er sich für den reinen Isodromregulator berechnet.

In der Tat gibt die Rechnung folgende zusammengehörige Werte: wir wählen den Ungleichförmigkeitsgrad δ des Tachometers zu $\delta = 0,065 = 6,5\%$ und $\alpha = 0,22$, damit wird ein Ungleichförmigkeitsgrad von $0,22 \cdot 0,065 = 0,0145 = 1,45\%$ in die Regulierung eingeschaltet.

$$\alpha = +0,22 \left\{ \begin{array}{l} \tau_i = 7,4 \\ \delta \tau_a = 2,5 \end{array} \right. \quad \left| \quad \alpha = -0,22 \right\{ \begin{array}{l} \tau_i = 8,57 \\ \delta \tau_a = 2,29 \end{array}$$

Der reine Isodromregulator $\alpha = 0$ braucht im gleichen Fall $\tau_i = 8$; $\delta \tau_a = 2,37$.

Der Unterschied beträgt

$$\frac{2,5 - 2,37}{2,37} 100 = 5,5\% \quad \text{und} \quad \frac{2,37 - 2,29}{2,37} 100 = 3,4\%$$

und ist verschwindend klein.

Es lässt die Wirkung der starren Nebensteuerung auch einen Schluss zu über den Einfluss derselben auf die Grösse der Geschwindigkeitschwankung. Da die Nebensteuerung mit positivem α die Gesamtwirkung der Rückführung derjenigen des starren Regulators nähert, so wird die Amplitude der Schwingung grösser sein, als diejenige des reinen Isodromregulators. Das Umgekehrte bewirkt ein negatives α , das ja die

Dämpfung der Rückführung zum Teil wieder aufhebt. Die starre Nebensteuerung mit negativem α gestattet also ebenfalls eine Verkleinerung der maximalen Tourenschwankung, aber ebenfalls wieder nur auf Kosten der Stabilität oder der Regulierdauer.

Der Einfluss der Masse des Tachometers beim Isodromregulator.

Es erübrigt noch darauf einzugehen, inwiefern der Einfluss der Masse des Tachometers auf den Reguliervorgang durch die Anwendung der Isodromvorrichtung geändert wird.

Die rechnerische Behandlung dieser Frage an Hand der Differentialgleichungen, der charakteristischen Gleichung und der Stabilitätsbedingungen gestaltet sich hier sehr umfangreich.

Das simultane System der Differentialgleichungen lautet:

$$T_r^2 \frac{d^2 \eta}{dt^2} + T_K \frac{d\eta}{dt} + \delta \eta - \varphi = 0 \quad (62)$$

$$T_i \frac{d\xi}{dt} - T_i \frac{d\mu}{dt} + \xi = 0 \quad (63)$$

$$T_s \frac{d\mu}{dt} + \xi - \eta = 0 \quad (64)$$

$$T_a \frac{d\varphi}{dt} + \mu = 0 \quad (65)$$

Die charakteristische Gleichung ist vom fünften Grad und lautet:

$$T_a T_i T_s T_r^2 w^5 + T_a [T_s T_r^2 + T_i T_r^2 + T_s T_K T_i] w^4 + \\ + T_a [T_s T_K + T_i T_K + \delta T_i T_s] w^3 + \delta T_a [T_i + T_s] w^2 + T_i w + 1 = 0 \quad (66)$$

Dieselbe geht mit $T_i = \infty$ in diejenige des Regulators mit starrer Rückführung über; mit $T_r = 0$ und $T_K = 0$ in diejenige des idealen Isodromregulators.

Bedingung (1), lauter positive Koeffizienten ist wiederum mit einem statischen Tachometer erfüllt ($\delta > 0$).

Bedingung (2) verlangt:

$$T_a T_K \left[\delta \{ T_r^2 + T_s T_K + \delta T_s^2 \} + \frac{1}{T_i} \{ 2 \delta T_s T_r^2 - T_K T_r^2 - T_s T_K^2 \} + \right. \\ \left. + \frac{1}{T_i^2} \{ \delta T_s^2 T_r^2 - \delta T_s^3 T_K - 3 T_s T_K T_r^2 - 2 T_s^2 T_K^2 \} \right. \\ \left. - \frac{1}{T_i^3} \{ 3 T_s^2 T_K T_r^2 + T_s^3 T_K^2 \} - \frac{1}{T_i^4} T_s^3 T_K T_r^2 \right] > \\ > (T_s T_K + T_r^2)^2 \quad (67)$$

Dieser Ausdruck ist sehr unübersichtlich; die Bestimmung der günstigsten Grösse T_K begegnet grossen Schwierigkeiten. Er zeigt jedoch, dass mit $T_i = 0$ labiles Verhalten des Regulators eintritt; in Uebereinstimmung mit den Resultaten oben.

Auch hier fällt mit $T_r^2 = 0$ die Oelbremse.

Da T_s die Schlusszeit des Servomotors unabhängig von der Isodromvorrichtung ist, ebenso die Eigenschwingungsdauer T_e des Tachometers, so ist auch für Isodromregulatoren $\frac{T_e}{T_s}$ möglichst klein zu halten.

Es ist zu betonen, dass auch in dieser Beziehung die Isodromvorrichtung eine Besserung bedeutet, indem die Eigenschwingungsdauer des Tachometers durch die Möglichkeit der Verwendung eines grossen δ herabgesetzt werden kann.

Durch die Isodromvorrichtung und ihre Erweiterung hat der indirekte Regulator eine sehr veredelnde Zutat erhalten. Man hat in früheren Zeiten ebenfalls Vorrichtungen angewandt, welche dieselben Ziele verfolgten; dieselben waren jedoch derartig durchgebildet, dass ihre Einwirkung auf den Reguliervorgang mittelst Beeinflussung der Bewegung der Tachometerhülse geschah. Der Umstand aber, dass mit einer derartigen Vorrichtung immer eine oft beträchtliche Vergrösserung der Unempfindlichkeit des Tachometers verbunden war, liess ihre Anwendung stets bedenklich erscheinen. Dagegen musste die Erkenntnis, dass man dieselbe Wirkung durch eine entsprechende Beeinflussung der Bewegung des Rückführgestänges erzielen kann, unbedingt zu einem Erfolge führen, denn die grosse vom Arbeitskolben des Servomotors abgeleitete Kraft im Rückführgestänge lässt die kleine, zu dieser Nebenbeeinflussung notwendige Kraft vollständig verschwinden, so dass von dieser Seite aus absolut keinerlei Unempfindlichkeit zu erwarten ist. Die Isodromvorrichtung, hauptsächlich in ihrer erweiterten Form, ist ein Adjustiermittel von unbestreitbarem Wert. Ihr Hauptvorteil liegt in der Möglichkeit, für bereits festgelegte Grössen durch Veränderung der Grösse T_i und a die Regulierung den gegebenen Betriebsbedürfnissen anzupassen. Sie besitzt nebenbei den Vorzug einer kleinen Erniedrigung der Tourenschwankung im Vergleich mit der starren Rückführung und der beliebigen Ein- und Ausschaltung einer bleibenden Tourendifferenz; demgegenüber steht als Nachteil eine Vergrösserung der Regulierdauer.

Zusammenfassung.

Es mögen im folgenden die Hauptresultate der Arbeit zusammengefasst werden.

A. Der Reguliervorgang im allgemeinen.

I. Zur Erzwingung der Stabilität der Regulierung haben die Zeitkonstanten T gewissen Bedingungen zu genügen, welche in den „Stabilitätsbedingungen“ gegeben sind. Insbesondere verlangen die letzteren jederzeit ein statisches Tachometer ($\delta > 0$), Schwungmasse ($T_a > 0$) und eine Oelbremse ($T_K > 0$).

Ist die Masse des Tachometers verschwindend klein ($T_r = 0$), so ist die Oelbremse nicht nur entbehrlich, sondern sogar schädlich.

II. Die Art des Reguliervorgangs ist nicht abhängig von den absoluten Werten der Zeitkonstanten T , sondern von den Verhältnissen derselben unter einander (zuerst von Stodola ausgesprochen).

III. Die Oelbremse wirkt genau wie ein Servomotor (ebenfalls von Stodola zuerst ausgesprochen).

IV. Unter sonst gleichen Verhältnissen wird die maximale Geschwindigkeitsschwankung um so grösser, je grösser T_K die Zeitkonstante der Oelbremse und T_s die Zeitkonstante des Servomotors. Beide Werte sind im Interesse der Güte der Regulierung klein zu halten.

V. Sind die übrigen massgebenden Faktoren festgelegt, so gibt es einen bestimmten Wert des Zeitverhältnisses $\tau_K = \frac{T_K}{T_s}$, für welchen sich der Reguliervorgang bei der indirekten Regelung am günstigsten gestaltet.

Dieser Wert bestimmt sich aus:

$$\tau_K = \frac{\delta + \tau_r^2}{\delta - \tau_r^2} \tau_r^2$$

Derselbe Wert von τ_K kann als Gütemass der Regulierung angesehen werden, dasselbe muss indessen möglichst klein sein.

VI. Der Verlauf der Regulierschwingungen erleidet durch die Eigenschwingungen des Tachometers unerwünschte Störungen und Unregelmässigkeiten. Sollen dieselben auf ein vernachlässigbar kleines Mass reduziert werden, so muss

die Eigenschwingungsdauer des Tachometers erheblich kleiner sein, als die Schlusszeit des Servomotors.

Nach den seitherigen Erfahrungen scheint der Wert:

$$T_e \leq \frac{1}{6} T_s \text{ bis } \frac{1}{7} T_s$$

befriedigende Resultate zu liefern.

VII. Sowohl durch den Einbau einer Isodromvorrichtung, als auch durch die Anbringung einer starren Nebensteuerung wird der Ausschlag der Geschwindigkeitswelle vermindert, die Regulierdauer vergrössert.

VIII. Die Isodromvorrichtung im Verein mit der starren Nebensteuerung ermöglicht es nach Belieben einen positiven oder negativen Ungleichförmigkeitsgrad in die Regulierung einzuschalten.

B. Der aperiodische Zustand der Regulierung unter Voraussetzung eines idealen Tachometers ($T_r=0$); ($T_K=0$).

I. Zur Erzwingung eines vollständigen aperiodischen Reguliervorgangs müssen die massgebenden Faktoren bestimmte Werte erreichen und zwar muss zu diesem Zwecke sein:

für Regulatoren mit starrer Rückführung

$$\delta \tau_a \geq 4$$

für Isodromregulatoren:

$$\delta \tau_a \geq 2,37 \text{ und } \tau_i \geq 8$$

Bleiben die Werte unter diesen Grenzen, so vollführt der Regulator nach Störung seines Gleichgewichts Schwingungen um den neuen Beharrungszustand.

II. Die Isodromregulatoren besitzen für jeden Wert der Grösse $\delta \tau_a$ ein bestimmtes Zeitverhältnis τ_i , welches den Reguliervorgang dem Zustand der aperiodischen Regulierung am nächsten bringt.

J. Liders:
Maxwell:
Kugl: Ziv
Farrot: „L
divers
Farco
Linder: „D
Vielingra
Copp: „T
ect. 18
Lindl: „S
centri
- Memo
action
techni
- Sur
dans
des p
- „Du
Helt
L. Liders:
Pruhl: „L
Grabl: Th
Pirr: „Reg
Lidzinsky
Pirr: „De
Z. d. V.
Bauer: „T
Hinterlede
auf G
Ent-
Mémoires
Eisenverh
Stahl: Sc
von T
Dolan: „B
II
- „Lebe
Masch
Gemeke:
teilu
Lövy: „De
Turbin
Eiehr
Wapenhu
Dolan: Zei
Pirr: Turb
Thomann:

Literatur-Verzeichnis.

- J. Lüders:** Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1865, S. 402.
Maxwell: „On Governors“. Proc. of the Royal Society 1868, Nr 100.
Kargl: Zivilingenieur 1871, S. 265; 1873, S. 422.
Farcot: „Le servomoteur ou moteur asservi; ses principes constitutifs, variantes diverses, application à la manœuvre des gouvernails. Gouvernails à vapeur Farcot.“ Paris 1873.
Lineke: „Das mechanische Relais“. Z. d. V. d. I. 1879, S. 510.
Wischnegradsky: Zivilingenieur 1877, S. 95 und Comptes Rendus t 83 Nr 5.
Cuyper: „Theorie générale des regulateurs“. Revue universelle des mines ect. 1878 und 1879.
Léauté: „Sur un perfectionnement applicable à tous les regulateurs à force centrifuge“. Journal de l'école polytechnique, Heft XLVII, 1880.
— „Mémoires sur les oscillations à longues périodes dans les machines actionnées par des moteurs hydrauliques“. Journal de l'école polytechnique, Heft LV, 1885.
— „Sur les moyens de reduire les accroissements momentanes de vitesse dans les machines munies de régulateurs à action indirectes“. Mémorial des poudres et salpêtres. Bd. II. 1888.
— „Du mouvement troublé des moteurs“. Journal de l'école polytechnique, Heft LXI, 1891.
A. Ledieu: Les nouvelles machines marines à vapeur. Paris 1876.
Proell: „Ueber den indirekten Regulierapparat“, Pat. Proell, Z. d. V. d. I. 1884.
Grashof: Theoretische Maschinenlehre.
Pfarr: „Regulierung und Regulatoren“, Z. d. V. d. I. 1891 und 1892.
Houkowsky: „Die Regulierung der Turbinen“, Z. d. V. d. I. 1896, S. 839.
Pfarr: „Der Reguliervorgang bei Turbinen mit indirekt wirkendem Regulator“, Z. d. V. d. I. 1899, S. 1553.
Rateau: „Traité de turbo-machines“. Premier fascicule, Paris 1900, S. 189.
Hutzelsieder: Der Einfluss der Schwungmassen und indirekter Regulatoren auf die grösste Geschwindigkeitsänderung von Turbinen bei plötzlichen Ent- oder Belastungen. Z. d. V. d. I. 1900, S. 956.
Mémoires Soc. Ing. Civ. 1904, S. 41.
Eisenwerth: Dingers polytechn. Journal 1904.
Stodola: Schweizerische Bauzeitung 1893 und 1894: „Ueber die Regulierung von Turbinen“.
Budau: „Beiträge zur Frage der Regulierung hydraulischer Motoren“, Heft I, II und III.
— „Ueber die amerikanischen Turbinen-Regulatoren“, Elektrotechnik und Maschinenbau. Zeitschrift des Elektrot. Vereins, Wien 1908, Heft 1 u. 2.
Geusecke: „Untersuchung einer mittelbaren Dampfmaschinenregelung“. Mitteilungen über Forschungsarbeiten, Heft 53.
Löwy: „Der Reguliervorgang bei modernen indirekt wirkenden hydraulischen Turbinen-Regulatoren.“ Elektrotechnik und Maschinenbau, Zeitschr. des Elektrot. Vereins, Wien 1908, Heft 10 und 11.
Wagenbach: Neuere Turbinen-Anlagen. Berlin 1905.
Budau: Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins 1905, S. 622.
Pfarr: Turbinen für Wasserkraftbetrieb.
Thomann: „Die Wasserturbinen“.

- Ehrlich:** Elektrotechnik und Maschinenbau. Zeitschrift des Elektrot. Vereins Wien 1907, S. 25.
- Ehrlich:** Zeitschrift des österr. Ingenieurs- und Architekten-Vereins 1906, S. 152.
- Bauerfeld:** „Automatische Regulierung der Turbinen“.
- Schmoll v. Elsenwert:** „Beitrag zur Theorie und Berechnung der hydraulischen Regulatoren für Wasserkraftmaschinen“. (Dissertation.)
- Paul H. Müller:** „Turbinenregler“. Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen 1908, S. 1 und f.
- Perkins:** „Die Reguliervorrichtungen in amerikanischen Wasserkraft-Elektrizitätswerken“. Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen 1907, S. 307.
- Lynen:** Berechnung der Zentrifugalregulatoren. Berlin 1895.
- Laskus und Lang:** Schwungräder und Zentrifugalregulatoren.
- Tolle:** Die Regelung der Kraftmaschinen. II. Auflage.
- Dr. Wilhelm Hort:** Technische Schwingungslehre, Berlin. Jul. Springer 1910.
- Zeitschrift für Mathematik und Physik:** Bd. 50. Entwicklung des Problems der stetigen Kraftmaschinenregelung.
- Heun:** Kinetische Probleme der wissenschaftlichen Technik 1902.
- Dinglers polyt. Journal,** Bd. 98, S. 81.
- W. Siemens:** Wissenschaftliche und technische Arbeiten, II. 1891, S. 2.
- Dinglers polyt. Journal,** Bd. 322, 1907. H. 22 und 23.

Lebenslauf des Verfassers.

Geboren 22. März 1876.

1882—1890 Besuch der Lateinschule Kirchheim-Teck.

1890—1892 Besuch des Lyzeums Nürtingen.

1892—1895 Besuch des Realgymnasiums Stuttgart.

Vom 1. August 1895 bis 1. Oktober 1896 praktische Werkstatt-Tätigkeit in der „Esslinger Maschinenfabrik“ in Esslingen und Cannstatt.

Vom Oktober 1896 bis Juli 1897 Studium an der Kgl. Technischen Hochschule in Stuttgart.

Vom 1. Oktober 1897 bis 1. Oktober 1898 Einjährig-Freiwilliger beim 1. kgl. bayerischen Fussartillerie-Regiment in Neu-Ulm.

Vom Oktober 1898 bis April 1901 Studium an der Kgl. Technischen Hochschule in Stuttgart.

Vom 1. Mai 1901 bis 30. April 1902 Assistent an der Kgl. Technischen Hochschule in Stuttgart.

Vom 1. Mai 1902 bis 1. Januar 1904 Ingenieur der Maschinenfabrik von J. M. Voith in Heidenheim a. B.

Vom Januar 1904 bis November 1904 Studienreise nach den vereinigten Staaten von Nordamerika.

Vom 15. Januar 1905 bis 15. Januar 1906 Vorbereitungsdienst bei der Kgl. Generaldirektion der Staatsbahnen in Stuttgart.

Vom 16. Januar 1906 bis 14. Juli 1906 technischer Hilfsarbeiter bei dieser Behörde.

Vom 15. Juli 1906 ab Vorbereitung auf die II. Staatsprüfung.

Vom 1. Oktober 1907 bis 31. Dezember 1908 mit Lehraufträgen an der Technischen Hochschule Karlsruhe und an der Universität Freiburg i. B. beschäftigt.

Vom 1. Januar 1909 bis 30. April 1909 Oberingenieur der „Sächsischen Maschinenfabrik vorm. Rich. Hartmann“, Chemnitz.

Seit 1. Mai 1909 Hauptlehrer an der Gewerbeschule Stuttgart.



Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page.





N11< 51966597 090

KIT-Bibliothek

