Ausführliches Lehrbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie

Lübsen, Heinrich B.

Leipzig, 1884

Zweites Buch. Berechnung des rechtwinkligen Dreiecks

urn:nbn:de:bsz:31-273442

Zweites Buch.

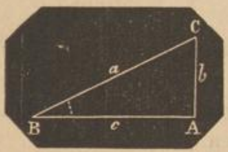
Berechnung des rechtwinkligen Dreiecks.

15.

Die leichten Regeln für die Berechnung des rechtwinkligen Dreiecks folgen von selbst aus den Erklärungen der trigonometrischen Funktionen (§ 2). Wird nämlich eine Gleichung zwischen zwei Seiten und einem Winkel verlangt, so geben die beiden Seiten, gehörig zur Division (als Quotient) angesetzt, die entsprechende trigonometrische Funktion des betreffenden Winkels, und man braucht dann diese kleine Formel, im Fall nicht der Winkel, sondern die eine Seite gesucht wird, nur noch auf die gesuchte Seite zu reduzieren, wie folgende Beispiele zeigen.

16.

Aufgabe. Es ist die Hypotenuse und ein Winkel gegeben: $a = 205{,}7898$, $B = 35^0\,26'\,14''$. Man sucht die übrigen Stücke b, c, C.



Auflösung. Es ist

$$\frac{b}{a} = sin\,B \text{ und } \frac{c}{a} = cos\,B \text{ (§ 2)},$$

folglich $b = a\,sin\,B$ und $c = a\,cos\,B$,
oder $b = 205{,}7898\ sin\ 35^0\,26'\,14''$
und $c = 205{,}7898\ cos\ 35^0\,26'\,14''$.

$$\begin{aligned} lg(sin)\,205{,}7898 &= 2{,}3134239 \\ lg\ sin\ 35^0\,26'\,14'' &= \underline{9{,}7632861 - 10} \\ log\ b &= 2{,}0767100 \\ b &= 119{,}3191. \\ lg\ 205{,}7898 &= 2{,}3134239 \\ lg\ cos\ 35^0\,26'\,14'' &= \underline{9{,}9110251 - 10} \\ log\ c &= 2{,}2244490 \\ c &= 167{,}6675. \end{aligned}$$

Unmittelbar löst man die Aufgabe in folgender Weise: Ist $BC = 1$, so ist $AC = sin\,B$. Da nun BC a mal so grofs als 1 ist, so mufs auch AC $(= b)$ a mal so grofs als sin B sein. Oder: Die Kathete ist = der Hypotenuse multipliziert entweder mit dem *sin* des gegenüber liegenden Winkels, oder mit dem *cos* des anliegenden Winkels. Noch ist $\angle C = 90^0 - B = 90^0 - 35^0\,26'\,14'' = 54^0\,33'\,46''$.

17.

Aufgabe. Es ist eine Kathete und ein Winkel gegeben, nämlich: $c = 13{,}00579$, $B = 65^0\,18'\,40''$.

Man sucht die übrigen Stücke b, a, C.

Auflösung. Es ist $\frac{b}{c} = tg\,B$ $\qquad cos\,B = \frac{c}{a}$

$$b = c\,tg\,B \qquad a\,cos\,B = c$$

$$a = \frac{c}{cos\,B}$$

$$\begin{array}{rl} log\,tg\,B = & 0{,}3375125 \\ log\,c = & 1{,}1141367 \\ \hline log\,b = & 1{,}4516492 \\ b = & 28{,}29106 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} log\,c = & 1{,}1141367 \\ log\,cos\,B = & 9{,}6208550 - 10 \\ \hline log\,a = & 1{,}4932817 \\ a = & 31{,}13735. \end{array}$$

18.

Aufgabe. Es ist die Hypotenuse a und eine Kathete, b, gegeben: $a = 3798{,}47$; $b = 1480{,}99$. Man sucht die übrigen Stücke c, B, C.

Auflösung. Man hat:

$$\begin{array}{rl} c = & \sqrt{a^2 - b^2} \\ c = & \sqrt{(a+b)\,(a-b)} \\ log\,(a+b) = & 3{,}7225895 \\ log\,(a-b) = & 3{,}3650160 \\ \hline & 7{,}0876055 : 2 \\ log\,c = & 3{,}5438027 \\ c = & 3497{,}862 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} sin\,B = & \frac{b}{a} = cos\,C \\ log\,b = & 3{,}1705522 \\ log\,a = & 3{,}5796087 \\ \hline log\,sin\,B = & 9{,}5909435 - 10 \\ B = & 22^0\,56'\,52'' \\ C = & 67^0\;\;3'\;\;8''. \end{array}$$

19 a.

Aufgabe. Es sind gegeben beide Katheten: $b = 0{,}8745932$, $c = 0{,}5670073$. Man sucht die Winkel B und C und die Hypotenuse a.

Auflösung. Man hat: $\qquad a = \sqrt{b^2 + c^2}$

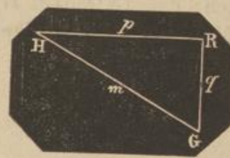
oder kürzer (indem man erst den Winkel B berechnet):

$$\begin{array}{rl} tg\,B = & \frac{b}{c} = cot\,C \\ log\,b = & 0{,}9418061 - 1 \\ log\,c = & 0{,}7535886 - 1 \\ \hline log\,tg\,B = & 0{,}1882175 \\ B = & 57^0\;\;2'\,39'' \\ C = & 32^0\,57'\,21'' \end{array} \qquad \begin{array}{rl} a = & \frac{b}{sin\,B} \\ log\,b = & 0{,}9418061 - 1 \\ log\,sin\,B = & 9{,}9238086 - 10 \\ \hline log\,a = & 0{,}0179975 \\ a = & 1{,}042311 \end{array}$$

19 b.

Um Sicherheit und Gewandtheit in der Berechnung rechtwinkliger Dreiecke zu erlangen, wird der Anfänger wohl thun, die folgenden 9 Aufgaben mehrmals zu lösen und dabei jedesmal das bei R rechtwinklige Dreieck in eine andere Lage zu bringen.

	Gegeben	Gesucht.	Auflösung.
1	m, G	p, q	$p = m \sin G$ $q = m \cos G$
2	m, H	p, q	$p = m \cos H$ $q = m \sin H$
3	p, H	q, m	$q = p \, tg \, H$ $m = \frac{p}{\cos H}$
4	p, G	q, m	$q = p \cot G = \frac{p}{tg G}$ $m = \frac{p}{\sin G}$
5	q, G	p, m	$p = q \, tg \, G$ $m = \frac{q}{\cos G}$
6	q, H	p, m	$p = q \cot H = \frac{q}{tg H}$ $m = \frac{q}{\sin H}$
7	m, q	p, H, G	$p = \sqrt{(m+q)(m-q)}$ $\sin H = \frac{q}{m} = \cos G$
8	m, p	q, H, G	$q = \sqrt{(m+p)(m-p)}$ $\cos H = \frac{p}{m} = \sin G$
9	p, q	H, G, m	$tg \, H = \frac{q}{p} = \cot G$ $m = \sqrt{(p^2+q^2)}$



Anmerkung. Bei der 4ten Aufgabe hat man:

$$\frac{q}{p} = \cot G \text{ und auch}$$

$\frac{p}{q} = tg \, G$. Aus der 1sten Gleichung folgt

$$q = p \cot G \text{ und aus}$$

der 2ten: $q = \frac{p}{tg G}$. Es ist also einerlei, ob man eine Gröſse mit der *cotangente* eines Winkels multipliziert oder durch die *tangente* desselben dividiert und umgekehrt. Dies folgt schon aus § 11, wonach immer $tg \, G \cdot \cot G = 1$, mithin:

$$\cot G = \frac{1}{tg G} \text{ und}$$

$$tg \, G = \frac{1}{\cot G}.$$