Ausführliches Lehrbuch der Arithmetik und Algebra

Lübsen, Heinrich B.

Leipzig, 1883

Neunzehntes Buch. Von den Logarithmen

Neunzehntes Buch.

Von den Logarithmen.

257.

Erst als man an Logarithmen dachte und vollständige Tafeln für sie berechnete, wurde die praktische Arithmetik zur Vollkommenheit gebracht. Rechnungen, die noch zu Keplers Zeiten ganze Tage und Wochen erforderten, oder die man gar, wegen unübersteiglicher praktischer Schwierigkeiten, zum grofsen Nachteil der Wissenschaft und des bürgerlichen Wohls ganz aufgeben mufste, können jetzt mit Hilfe der Logarithmen in wenig Minuten, selbst von einem Anfänger der Mathematik gemacht werden. Und nicht ganz unpassend sagt daher ein Engländer: die Logarithmen sind in der Arithmetik das, was die Dampfmaschine in der Mechanik ist.

Um nur zuvor einen ungefähren Begriff von dieser äusserst wichtigen und schönen Erfindung zu geben und deren praktischen Nutzen fühlbar zu machen, wollen wir einmal von einer ganz beliebigen Zahl, z. B. von 2, mehrere von 0 an aufeinander folgende Potenzen entwickeln: $1 = 2^0$; $2 = 2^1$; $4 = 2^2$; $8 = 2^3$; $16 = 2^4$ &c. und dann, der bessern Übersicht wegen, diese Potenzen samt den dazu gehörigen Exponenten, durch einen Strich getrennt, so nebeneinander stellen, dafs die Potenzen voran und die zugehörigen Exponenten gleich daneben stehen. Die Basis 2 und das Gleichheitszeichen lassen wir der Einfachheit wegen aus, und schreiben also statt $1 = 2^0$, $128 = 2^7$ &c., kürzer: $1|0$; $128|7$ &c.

Potenzensystem.

Potenzen	Exponenten	Potenzen	Exponenten	Potenzen	Exponenten
1	0	512	9	262144	18
2	1	1024	10	524288	19
4	2	2048	11	1048576	20
8	3	4096	12	2097152	21
16	4	8192	13	4194304	22
32	5	16384	14	8388608	23
64	6	32768	15	16777216	24
128	7	65536	16	:	:
256	8	131072	17	:	:

258.

Erinnert man sich nun der vier allgemeinen Regeln der Potenzenrechnung, nämlich:

$$\left.\begin{array}{l} a^m \cdot a^n = a^{m+n} \ldots\ldots (1) \\[2ex] \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \\[2ex] (a^n)^m = a^{mn} \ldots\ldots\ldots\ldots (3) \\[2ex] \sqrt[n]{(a^m)} = a^{\frac{m}{n}} \ldots\ldots\ldots\ldots (4) \end{array}\right\} (\S\ 204 \text{ bis } 208)$$

so führen diese unmittelbar auf den Nutzen eines solchen Potenzensystems. Die Addition und Subtraktion ausgenommen, können nämlich alle übrigen Operationen an den in der ersten Spalte stehenden Zahlen in die nächst verwandten kürzern Operationen, an den daneben stehenden Exponenten verwandelt werden, nämlich die Multiplikation in eine Addition, die Division in eine Subtraktion, die Potenzierung in eine Multiplikation und endlich die Wurzelausziehung in eine einfache Division. Diese bedeutenden Vorteile können wir schon durch vorstehendes, obgleich noch höchst unvollkommenes, Potenzensystem erläutern. Beispiele:

1) Sind zwei oder mehrere Zahlen, z. B. 128 und 512, miteinander zu multiplizieren, so suche man diese Faktoren in der ersten Spalte, unter der Überschrift Potenzen, auf und addiere nur die daneben stehenden Exponenten; alsdann ist die zur Summe der Exponenten gehörige Zahl das gesuchte Produkt. Man hat nämlich aus der Tafel:

Expon. von 128 = 7
Expon. von 512 = 9
Potenz zum Expon. 16 = 65536

Der Grund hievon ist leicht einzusehen. Alle Zahlen, welche in der ersten Spalte stehen, sind Potenzen von einerlei Basis. Es ist nämlich in unserm Beispiele:

$$128 = 2^7$$
$$512 = 2^9$$

Mithin: $128 \cdot 512 = 2^7 \cdot 2^9 = 2^{16}$ (§ 204), folglich mufs auch die neben dem Exponenten $16 = (2)^{16}$ stehende Zahl $65536 = 128 \cdot 512$ sein.

2) Sind zwei in der ersten Spalte stehende Zahlen durch einander zu dividieren, so subtrahiere man nur den Exponenten des Divisors von dem des Dividend, suche den Rest unter der Überschrift Exponenten auf, so ist die dazu gehörige Zahl der gesuchte Quotient. So findet man z. B.:

$$\frac{2097152}{256} = 8192$$

Es ist nämlich: Expon. von $2097152 = 21$
„ „ $256 = 8$
Potenz zum Expon. $13 = 8192$

$$\text{denn: } \frac{2097152}{256} = \frac{2^{21}}{2^8} = 2^{21-8} = 2^{13}. \qquad (\S\ 205.)$$

3) Um eine in der ersten Spalte stehende Zahl auf eine Potenz zu erheben, braucht man nur den daneben stehenden Exponenten mit dem neuen zu multiplizieren, so findet man neben dem Produkte in der zweiten Spalte die gesuchte Potenz in der ersten. So ist z. B. $16^5 = 1048576$. Man hat nämlich:

Expon. $16 = 4$
5
Potenz zum Expon. $20 = 1048576$

denn: $16 = 2^4$; mithin: $16^5 = (2^4)^5 = 2^{20}$. (§ 207.)

4) Soll aus einer in der ersten Spalte stehenden Zahl eine Wurzel gezogen werden, so braucht man nur den zugehörigen Exponenten durch den Wurzelexponenten zu dividieren und die neben dem Quotienten gefundene Zahl als die verlangte Wurzel herauszuschreiben. So findet man z. B.:

$$\sqrt[7]{2097152} = 8$$

Expon. von $2097152 = 21$
Potenz zum Expon. $(21:7=)\,3 = 8$
denn: $2097152 = 2^{21}$,

$$\text{folglich } \sqrt[7]{2097152} = \sqrt[7]{2^{21}} = 2^3. \qquad (\S\ 208.)$$

259.

So praktisch brauchbar aber ein Potenzsystem, wie das vorstehende, in einigen Fällen schon sein möchte, so würde es doch wegen der großen Lücken in seiner jetzigen Unvollkommenheit von höchst beschränktem Gebrauche bleiben. Wollte man z. B. mit den zwischen 2 und 4, 4 und 8, 8 und 16 &c. fallenden Zahlen rechnen, so würde das Potenzsystem die erwähnten Rechnungsvorteile nicht gewähren können, weil diese Zahlen und deren Exponenten nicht darin enthalten sind.

Würden aber diese Zahlen noch eingeschaltet und die dazu gehörigen Exponenten berechnet und eingetragen, so würde auch das System gleich eine allgemeine praktische Brauchbarkeit haben und man hätte dann ein sogenanntes *Logarithmen-System*. In der Kunstsprache wird nämlich ein solches vollständiges Potenzen-System *Logarithmen-System* genannt, die Zahlen in der ersten Spalte heifsen schlechthin Zahlen *(Numeri)* und ihre Begleiter, die Exponenten, heifsen hier Logarithmen. Wir haben also für eine und dieselbe Sache zweierlei Benennungen, denn im wesentlichen sind die Kunstwörter: Grundzahl oder *Basis;* Potenzen, *Numeri;* Exponenten, *Logarithmen* gleichbedeutend.

Das Bedürfnis, ein solches Logarithmen-System zu haben, ist schon früh gefühlt und geäufsert worden. Allein keiner wollte sich der Berechnung der den eingeschalteten Zahlen zugehörigen Logarithmen unterziehen, indem, wie § 262 zeigen wird, dieses, nach der Elementar-Arithmetik eine unsäglich mühsame, die Kräfte eines Privatmannes weit übersteigende Arbeit ist. Wir können uns daher Glück wünschen, dafs diese wahre Riesenarbeit unserer nicht mehr harrt, indem wir jetzt mit Logarithmen-Systemen reichlich versorgt sind. Die besten und vollständigsten Logarithmen von 7 Decimalstellen sind die nun in 2. Auflage vorhandenen Bruhns'schen (Preis: 3 ℳ), die besten 5stelligen die von Wittstein und Schlömilch.

Die Logarithmen wurden im Anfange des 17. Jahrhunderts von Byrg, einem Deutschen, und Napier, einem Schottländer, erfunden. Der erste aber, der die Anfertigung vollständiger Logarithmen-Tafeln ernstlich unternahm und mit 8 Gehilfen ein ganzes Jahr darauf verwandte, war Henry Briggs, ein Schottländer.

260.

Es ist offenbar ganz willkürlich, auf welcher Basis ein Logarithmensystem errichtet wird. Ist das System einmal fertig, so braucht man die Basis gar nicht weiter zu kennen. In der kleinen Tafel § 257 wurde die Zahl 2 als Basis angenommen. Man hätte aber statt dessen auch jede andere Zahl nehmen können, und das danach entstandene System würde ganz dieselben Dienste geleistet haben. Aus diesem Grunde, weil nämlich die Wahl der Basis willkürlich ist, hat Briggs, bedeutender Rechnungsvorteile wegen, die Grundzahl 10 unsers Zahlensystems auch als Grundzahl seines Logarithmensystems angenommen.

Dieses System wird allgemein gebraucht, weshalb man es auch das allgemeine, oder nach seinem Begründer, das Briggs'sche, oder auch das künstliche System nennt. Es giebt nämlich noch ein anderes, sogenanntes natürliches System, welches zwar für die Praxis nicht so bequem ist, aber unmittelbar aus der höhern Analysis hervorgeht und in der höhern Mathematik besonders wichtig ist.

In der Voraussetzung, dafs der Anfänger ein Briggs'sches System, z. B. das Bruhns'sche, zur Hand habe, wollen wir nun dasselbe näher erklären. Denn wenn auch den meisten Logarithmen-Tafeln eine vollkommene Theorie und Gebrauchs-Anweisung vorgedruckt ist, so giebt es doch einige Punkte, welche dem Anfänger teils nicht deutlich genug sind, teils nicht genug beachtet werden.

Wer aber Logarithmentafeln mit dem gröſstmöglichsten Nutzen und Sicherheit gebrauchen will, der muſs sich die etwas künstliche Einrichtung derselben, wo ein enger Raum so viel umfaſst, wohl merken, und ein- für allemal gesagt, sich eine tüchtige Fertigkeit im Gebrauch derselben erwerben.

261.

Die gebräuchlichsten Logarithmentafeln enthalten die Logarithmen aller 1- bis 5ziffrigen Zahlen und zwar bis auf 7 Decimalen berechnet, welches für gewöhnliche Praxis vollkommen genügt. Der Anfang sieht so aus:

Numerus	Logarithmen	Numerus	Logarithmen
1	0,0000000	10	1,0000000
		:	
2	0,3010300	99	1,9956352
3	0,4771213	100	2,0000000
		:	
4	0,6020600	999	2,9995655
5	0,6989700	1000	3,0000000
		:	
6	0,7781513	9999	3,9999566
:	:	:	:
:	:	:	:

welches also, nach § 257, andeutet, daſs $1 = 10^0$;

$$2 = 10^{0{,}30103} = 10^{\frac{30103}{100000}} = \sqrt[100000]{10^{30103}};$$

$$3 = 10^{0{,}4771213} \text{ \&c.}; \quad 10 = 10^1; \quad 100 = 10^2$$

Die Briggs'schen Logarithmen sind nämlich nichts weiter, als die Exponenten derjenigen Potenzen, auf welche die Grundzahl 10 erhoben werden muſs, um die neben den Logarithmen stehenden Zahlen hervorzubringen. Das Gleichheitszeichen und die Basis 10 unter jedem Logarithmus muſs man sich hinzudenken. Hiernach ist also 0 der Logarithmus von 1 (denn keine andere, als die 0te Potenz von der Grundzahl, kann die Einheit geben); von 2 ist 0,3010300, von 10 ist 1 der Logarithmus (denn keine andere, als die 1ste Potenz von der Grundzahl, kann die Grundzahl wiedergeben). Man hat demnach in Zeichen: log. von $1 = 0$, oder kurz:

$$\text{log. } 1 = 0{,}0000000; \qquad \text{log. } 10 = 1{,}0000000;$$

$$\text{〃 } 2 = 0{,}3010300; \qquad \text{〃 } 99 = 1{,}9956352$$

&c.

262.

Die höhere Analysis bietet Mittel dar, nach welchen ein geübter Rechner die Logarithmen stets in sehr kurzer Zeit berechnen kann. Da wir aber diese Vorkenntnisse nicht voraussetzen dürfen, so müssen wir uns begnügen, hier nur das mühsame Elementar-Verfahren geschichtlich zu erwähnen, nach welchem Briggs, zu dessen Zeiten die neuere, vollkommenere Mathematik noch nicht erfunden war, die Logarithmen berechnet haben soll.

Um z. B. den Logarithmus von 5 zu finden, verfuhr man folgendermaſsen:

Da 5, als Potenz von 10 betrachtet, zwischen 10^0 und 10^1 fällt, indem $10^0 < 5$ und $10^1 > 5$ ist, so versuche man, ob vielleicht 10 auf die $\frac{0+1}{2} = \frac{1}{2}$te Potenz erhoben, die Zahl 5 giebt. Man hat nun $10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10} = 3{,}1622776601 \cdots\cdots$ Folglich ist $10^{\frac{1}{2}} < 5$; der log. 5 liegt daher zwischen den schon engern Grenzen $\frac{1}{2}$ und 1, indem $10^{\frac{1}{2}} < 5$ und $10^1 > 5$. Auf diese Weise kann man die Grenzen immer enger zusammenziehen, indem man nach und nach die halbe Summe des kleinern und gröſsern Exponenten, zwischen welche der gesuchte fällt, auf die Probe nimmt und mithin nie eine höhere Wurzel als die zweite zu ziehen nötig hat. Erhebt man 10 auf die $\frac{\frac{1}{2}+1}{2} = \frac{3}{4}$ Potenz, so kommt (§ 210):

$$10^{\frac{3}{4}} = \sqrt{10^{\frac{3}{2}}} = \sqrt{(10^1 \cdot 10^{\frac{1}{2}})} = \sqrt{10 \cdot (3{,}1622\cdots)} = 5{,}6234132\cdots$$

ferner:

$$\left.\begin{array}{l} 10^{\frac{1}{2}} < 5 \\ 10^{\frac{3}{4}} > 5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{also } 10^{\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{2}} = 10^{\frac{5}{8}} = \sqrt{10^{\frac{5}{4}}} = \sqrt{(10^{\frac{3}{4}} \cdot 10^{\frac{1}{2}})} \\ = \sqrt{(5{,}623\cdots)(3{,}1622\cdots)} = 4{,}216965034\cdots \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} 10^{\frac{5}{8}} < 5 \\ 10^{\frac{3}{4}} > 5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 10^{\frac{\frac{5}{8}+\frac{3}{4}}{2}} = 10^{\frac{11}{16}} = \sqrt{(10^{\frac{5}{8}} \cdot 10^{\frac{3}{4}})} \\ = \sqrt{(4{,}2169\cdots)(5{,}623\cdots)} = 4{,}869675252\cdots \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} 10^{\frac{11}{16}} < 5 \\ 10^{\frac{3}{4}} > 5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 10^{\frac{\frac{11}{16}+\frac{3}{4}}{2}} = \sqrt{(10^{\frac{11}{16}} \cdot 10^{\frac{3}{4}})} = 5{,}232991\cdots \\ \qquad\qquad \text{\&c.} \end{array}$$

Nachdem man dies Verfahren etwa 22mal wiederholt hatte, fand man endlich:

$$10^{\frac{2931693}{4194304}} = 5 \text{ (genauer: } = 5{,}00000086\cdots)$$

Mithin ist näherungsweise: log. $5 = \frac{2931693}{4194304}$, oder wenn man, der Einfachheit wegen, und weil dann bequemer damit zu rechnen ist, den Bruch in einen Decimalbruch verwandelt, bis auf 7 Decimalen genau:

$$\log. 5 = 0{,}6989700\ldots\ldots$$

Theoretisch genau lassen sich die Logarithmen nicht berechnen, weil sie sogenannte irrationale Zahlen sind, deren Decimalen, gleich denen einer irrationalen Wurzel, bis ins Unendliche fortlaufen.

Ursprünglich sind die Logarithmen auf mehr Decimalen berechnet worden. Diese werden aber, ihrer Unbequemlichkeit wegen, höchst selten und nur bei den allerfeinsten Rechnungen gebraucht. Die Logarithmen mit 7 Decimalen sind für die alltägliche Praxis mehr als hinreichend. Wer sehr viele numerische Rechnungen zu machen hat, kann sich neben den siebenziffrigen Logarithmen auch noch der kleinern fünfziffrigen Logarithmen bedienen. Diese sind bequemer, wenn auch nicht in allen, doch in vielen Fällen ausreichend.

263.

Hätten alle Logarithmen nach dem eben erwähnten mühsamen Verfahren berechnet werden müssen, so würde die Arbeit sicher unterblieben sein, und auf die Hilfe der neueren Analysis gewartet haben. Dies war aber nicht nötig. Man brauchte auf diese Weise höchstens nur die Logarithmen der ersten Primzahlen zu berechnen, woraus dann die übrigen durch eine leichte Addition und Multiplikation gefunden werden. Denn alle Zahlen lassen sich in Primzahlen, als deren Faktoren, auflösen. Kennt man aber die Logarithmen mehrerer Faktoren, so hat man auch, durch unmittelbare Addition derselben, den Logarithmus ihres Produkts. Addiert man z. B. die Logarithmen von 2 und 3, so hat man den log. von 6. Der Grund ist leicht einzusehen, denn setzt man der Kürze wegen log. $2 = a$ log. $3 = b$, so ist $2 = 10^a$ und $3 = 10^b$, mithin: $2 \cdot 3 = 10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}$.

Anmerkung. Macht man jedoch die Vergleichung mit den Tafeln, indem man z. B. log. 2 und log. 3 wirklich addiert, um zu sehen, ob die Summe mit log. 6 übereinstimmt, so mufs man hierbei, wie überhaupt bei allen logarithmischen Rechnungen, folgende Bemerkungen wohl beachten: Bei der Berechnung der Logarithmen-Tafeln wurden mehr als 7 Decimalen gebraucht. Von diesen Decimalen sind die 7 ersten dergestalt eingetragen, dafs die 7te Decimale um 1 vergröfsert wurde, wenn die darauffolgende 8te Decimale über 5 war. Aus dieser Ursache kann also die Richtigkeit der letzten Decimale nicht verbürgt werden. Diese Abweichung von der Richtigkeit kann daher, wenn auch für gewöhnliche Praxis immer unschädlich, dennoch während der Rechnung beträchtlicher werden und auch noch auf die der letzten Ziffer vorausgehenden Stellen Einflufs haben. Addiert man nämlich viele Logarithmen oder multipliziert sie mit einer grofsen Zahl, so mufs das Resultat, wenn die letzte Decimale zu grofs war, auch zu grofs werden, und wenn die letzte Decimale nicht zu grofs war, wegen Vernachlässigung des Beitrags, den die 8te und 9te Decimale gegeben hätten, zu klein werden. In solchen Fällen können also die letzten Decimalen der Logarithmen von der Wahrheit abweichen. Dividiert man aber diese Logarithmen wieder, so verhält sich die Sache umgekehrt, indem der etwaige Fehler der letzten Ziffer mit dividiert, und folglich wieder kleiner wird.

264.

Weil die 1ste Potenz von 10 die kleinste zweiziffrige, die 2te Potenz die kleinste dreiziffrige, die 3te Potenz die kleinste vierziffrige Zahl giebt &c., so müssen im Briggs'schen System (als notwendige Folge der Grundzahl 10) die Logarithmen aller zwischen 1 und 10 fallenden Zahlen gröſser als 0 und kleiner als 1, mithin echte Brüche, die Logarithmen aller zwischen 10 und 100 fallenden Zahlen aber >1 und <2, mithin gemischte Zahlen sein. Die ganze Zahl, welche ein Logarithmus enthält, heiſst die Kennziffer, und der angehängte Decimalbruch die Mantisse desselben. Es ist ferner klar, daſs im Briggs'schen Systeme die Logarithmen aller Zahlen, welche keine ganzzahligen Potenzen von 10 sind, gemischte Zahlen sind, und daſs die Kennziffer eines Logarithmus immer eine Einheit weniger zählen muſs, als die zugehörige Zahl Ziffern hat.

Für alle einziffrigen Zahlen ist 0 die Kennziffer der zugehörigen Logarithmen, für alle zweiziffrigen Zahlen 1, für dreiziffrige 2 &c.

Da man also aus der Anzahl Ziffern einer Zahl zugleich auch die Kennziffer des zugehörigen Logarithmus weiſs, so konnten deshalb auch, zur Ersparung des Raums, die Kennziffern der Logarithmen aus den Tafeln wegbleiben, und dies ist der erwähnte Vorteil, weshalb Briggs die Zahl 10 als Grundzahl angenommen hat. Für alle Zahlen von 1000 an, findet man daher bloſs die Mantisse der zugehörigen Logarithmen; die Kennziffer muſs der Rechner selber hinzufügen. Hiernach hat man aus den Tafeln (von Bruhns) mit Zusetzung der Kennziffern:

$$\log.\ 4571 = 3{,}6600112;$$
$$\log.\ 4577 = 3{,}6605809$$
&c.

265.

Da die Logarithmen mehrerer Faktoren addiert, den Logarithmus ihres Produkts geben, und ferner die Logarithmen aller einfachen Rangzahlen ganze Zahlen, also bloſse Kennziffern sind, deren Mantissen $= 0$, nämlich: log. $10 = 1$; log. $100 = 2$; log. $1000 = 3$ &c., so ist klar, daſs wenn man eine Zahl mit 10, 100, 1000 &c. multipliziert, die Mantisse ihres Logarithmus deshalb noch immer dieselbe bleibt und bloſs die Kennziffer sich ändert. Kennt man z. E. den Logarithmus von 2, so kennt man auch die Logarithmen von $20 = 2 \cdot 10$, von $200 = 2 \cdot 100$ &c. Aus dem Logarithmus von 47 hat man gleich mit gehöriger Veränderung der Kennziffer auch die Logarithmen von 470, 4700, 47000 &c. Man hat z. B. aus den Tafeln:*)

*) Auſser den nur störenden Kennziffern hätten also auch alle 1-, 2- und 3ziffrigen Zahlen und deren Logarithmen aus den Tafeln wegbleiben können, da man beim Rückwärtsaufschlagen der Zahlen zu gegebenen Logarithmen diese ersten Seiten doch nicht gebrauchen kann. Die Tafeln

log.	$2 = 0{,}3010300$;	log.	$47 = 1{,}6720979$
"	$20 = 1{,}3010300$;	"	$470 = 2{,}6720979$
"	$200 = 2{,}3010300$;	"	$4700 = 3{,}6720979$
"	$2000 = 3{,}3010300$;	"	$47000 = 4{,}6720979$
"	$200000 = 5{,}3010300$;	"	$47000000 = 7{,}6720979$

&c.

266.

Da nun umgekehrt der Logarithmus eines Quotienten (also auch von einem Bruche, den man als eine angedeutete Division betrachten kann) erhalten wird, wenn man den Logarithmus des Divisors von dem des Dividend subtrahiert, so folgt sowohl hieraus, als aus § 265, daſs, wenn man eine Zahl durch 10, 100, 1000 &c. dividiert, die Kennziffer des Logarithmus jener Zahl um so viele Einheiten kleiner wird, als die einfache Rangzahl Nullen hat, die Mantisse aber unverändert bleibt. So ist z. B.:

$$\log.\ 4571 = 3{,}6600112 \text{ und folglich}$$
$$\log.\ \tfrac{4571}{10} = 2{,}6600112$$
$$\log.\ \tfrac{4571}{100} = 1{,}6600112$$

denn es ist z. B. $\frac{4571}{100} = \frac{10^{3,6600112}}{10^2} = 10^{1,6600112}$

267.

Aus vorstehendem Paragraphen ergiebt sich nun von selber die Regel, wie man zu einer ganzen Zahl mit angehängtem Decimalbruch den zugehörigen Logarithmus findet: Man setze nämlich die, zu der ganzen Zahl gehörige, Kennziffer und schlage dann den Logarithmus auf, als wenn das, die ganze Zahl und Bruch trennende, Decimalzeichen gar nicht da stände. So ist z. B. $\frac{4571}{10} = 457{,}1$; $\frac{4571}{100} = 45{,}71$ &c., daher:

$$\log.\ 457{,}1 = 2{,}6600112$$
$$\log.\ 45{,}71 = 1{,}6600112$$
$$\log.\ 4{,}571 = 0{,}6600112$$

---

brauchten erst mit den 5ziffrigen Zahlen anzufangen, denn will man z. E. den Logarithmus von 2, 20 oder 200 haben, so findet man diesen mit Vorsetzung der gehörigen Kennziffer neben 20000. Ebenso findet man die Logarithmen von 17, 170, neben 17000, von 83, 830, neben 83000 &c.

Die ersten Seiten der Logarithmentafeln gewähren aber in den Fällen eine Bequemlichkeit, wenn man zu gleicher Zeit die Logarithmen mehrerer 1- bis 3ziffrigen Zahlen aufschlagen muſs, indem man diese dann ohne vieles Blättern nahe beieinander findet.

268.

Um den zu einer ganzen Zahl mit angehängtem gewöhnlichen Bruche, z. B. den zu $36\frac{3}{4}$ gehörenden Logarithmus zu finden, kann man auf zweierlei Weise verfahren. Entweder man verwandele den gewöhnlichen Bruch erst in einen Decimalbruch und suche dann den Logarithmus nach der vorigen Regel, oder man richte die gemischte Zahl ein, und subtrahiere dann den Logarithmus des Nenners von dem des Zählers. Da z. B. $36\frac{3}{4} = 36{,}75$ oder auch $36\frac{3}{4} = \frac{147}{4}$, so ist auch:

$$\log.\ 36\tfrac{3}{4} = \log.\ 36{,}75 = \log.\ \tfrac{147}{4}$$

$$\begin{array}{rr} \log.\ 36{,}75 = 1{,}5652573;\ \log.\ 147 = & 2{,}1673173 \\ \cdots\cdots\ 4 = & 0{,}6020600 \\ \hline \log.\ \tfrac{147}{4} = & 1{,}5652573 \end{array}$$

269.

Um die zu echten Brüchen gehörigen Logarithmen und deren Kennziffer aus den Tafeln entnehmen zu können, überlege man erst Folgendes: Es ist $10^0 = 1$, folglich muſs der Exponent der Basis 10 offenbar kleiner als 0 sein, wenn der Wert der Potenz von 10 kleiner als 1, also ein echter Bruch sein soll. So ist z. B. $10^{-1} = \frac{1}{10}$, $10^{-2} = \frac{1}{100}$ (s. § 205). Mithin müssen die Logarithmen aller echten Brüche notwendig negativ sein, und zwar je kleiner der echte Bruch, je gröſser die absolute Zahl des dazu gehörigen negativen Logarithmus. *)

Den zu einem echten Decimalbruch (d. i. ein solcher, der keine Ganzen bei sich hat) gehörenden negativen Logarithmus würde man nach § 266 erhalten, indem man den Decimalbruch mit untergelegtem Nenner schriebe und dann den Logarithmus des Zählers von dem des Nenners subtrahierte. Es wäre z. B.:

$$\begin{array}{rl} \text{weil}\quad 0{,}0564 = & \tfrac{564}{10000} \\ \text{und}\ \log.\ 564 = & 2{,}7512791 \\ \log.\ 10000 = & 4{,}0000000 \\ \hline \log.\ 0{,}0564 = & -\ 1{,}2487209 \end{array}$$

$$\text{denn: } \frac{564}{10000} = \frac{10^{2,7512791}}{10^4} = 10^{2,7512791-4} = 10^{-1,2487209}.$$

*) Wäre ein Bruch über alle Vorstellung klein, oder wie man wohl zu sagen pflegt, unendlich klein, so müſste sein negativer Logarithmus unendlich groſs sein. Eine Gröſse, die unendlich groſs und nicht mehr durch Zahlen auszudrücken ist, pflegt man durch das Zeichen ∞ und eine unendlich kleine Gröſse, deren Unterschied von 0 nicht mehr anzugeben ist, durch das Zeichen $\frac{1}{\infty}$ anzudeuten. Dieser Vorstellung zufolge wäre also $10^{-\infty} = \frac{1}{10^{\infty}} = 0 = \frac{1}{\infty}$. Daher: log. $0 = -\infty$ (inf. neg.).

270.

Wird aber ein negativer Logarithmus nicht als das Endresultat einer Rechnung betrachtet, soll er vielmehr zu andern Logarithmen addiert, davon subtrahiert oder die ihm zugehörige Zahl aufgeschlagen werden, so ist mit einem negativen Logarithmus viel bequemer zu rechnen, wenn man ihn erst in eine solche zweiteilige Gröfse verwandelt, wovon der eine Teil ein positiver echter Decimalbruch (also die Mantisse) und der andere negative Teil eine ganze Zahl ist, die ersterem positiven Teil als negative Kennziffer mit dem Minus-Zeichen angehängt wird. Auf diese Form ist ein negativer Logarithmus leicht zu bringen, indem man ihm nur eine solche Zahl mit dem $+$ und $-$ Zeichen hinzufügt, dafs der negative Logarithmus mit dem ihm hinzugefügten positiven Teil vereint, einen echten positiven Decimalbruch giebt. So wird z. B. aus

$$\log.\ 0{,}0564 = -1{,}2487209$$

indem wir 2 addieren und subtrahieren, wodurch die Gröfse des Logarithmus nicht geändert wird:

$$\log.\ 0{,}0564 = 2 - 1{,}2487209 - 2$$

zieht man nun die beiden ersten Teile der dreiteiligen Gröfse in eine Zahl zusammen, so erhält der negative Logarithmus die bequemere Form, wo er 0 zur positiven Kennziffer mit positiver Mantisse, und angehängt, eine ganze Zahl als negative Kennziffer hat, nämlich:

$$\log.\ 0{,}0564 = 0{,}7512791 - 2$$

271.

Weil der Nenner eines echten Decimalbruchs die Einheit mit gerade so viel angehängten Nullen ist, als der Bruch Decimalstellen enthält: $0{,}564 = \frac{564}{1000}$; $0{,}0564 = \frac{564}{10000}$ &c., so ist leicht einzusehen, dafs die Kennziffer vom Logarithmus des Nenners um ein, zwei, drei $\cdots$ Einheiten gröfser ist, als die Kennziffer vom Logarithmus des Zählers, je nachdem dessen erste bedeutliche Ziffer Zehntel, Hundertel, Tausendtel $\cdots$ angiebt, oder was dasselbe ist, ein, zwei, drei $\cdots$ Nullen vor sich hat.

Hieraus ergiebt sich nun eine leichte Regel, nach welcher man den negativen Logarithmus eines echten Decimalbruchs gleich in der bequemeren Form aus den Tafeln erhalten kann. Man suche nämlich den Logarithmus zu einem echten Decimalbruch gerade so, als wenn das Decimalzeichen gar nicht da stände, setze aber im Logarithmus 0 als positive und zugleich eine negative Kennziffer von so vielen Einheiten, als der ersten geltenden Ziffer des Decimalbruchs Nullen voranstehen (die vor dem Decimalzeichen stehende Null mitgerechnet). Man hat z. B.:

$$\begin{aligned} \log.\ \ 0{,}564 &= 0{,}7512791-1 \\ ..\ \ 0{,}0564 &= 0{,}7512791-2 \\ ...\ \ 0{,}00564 &= 0{,}7512791-3 \end{aligned}$$

also unmittelbar aus lg. 564 = 2,7512791 (oder lg. 5,64 = 0,7512791) abgeleitet.

Der Logarithmus vom Zähler 564 hat nämlich 2 zur Kennziffer, der zu subtrahierende Logarithmus vom Nenner des ersten Bruchs hat 3 zur Kennziffer. Zwei Einheiten werden hiervon getilgt und daſs noch eine Einheit zu subtrahieren bleibt, ist (der bequemen Form wegen) angedeutet.

272.

Um den negativen Logarithmus eines gewöhnlichen echten Bruches zu finden, kann man den gewöhnlichen Bruch erst in einen Decimalbruch verwandeln und dann nach vorhergehender Regel verfahren. So findet man z. B. $\frac{7}{16} = 0{,}4375$, daher:

$$\log.\ \tfrac{7}{16} = \log.\ 0{,}4375 = 0{,}6409781 - 1$$

Oftmals ist es aber bequemer, den Logarithmus des Nenners von dem des Zählers, wie folgendes Beispiel zeigt, zu subtrahieren:

$$\begin{aligned} \log.\ \ 7 &= \overset{+1}{0},8450980^{\,-1} \\ ...\ \ 16 &= 1{,}2041200 \\ \hline \log.\ \tfrac{7}{16} &= 0{,}6409780 - 1 \end{aligned} \qquad \text{(§ 263, Amkg.)}$$

Es muſste hier, um log. $\frac{7}{16}$ gleich in der bequemern Tafelform, nämlich mit 0 zur positiven Kennziffer und mit positiver Mantisse zu erhalten, zum Logarithmus des Zählers, um den des Nenners subtrahieren zu können, eine Einheit addiert und subtrahiert werden, was dessen Gröſse nicht ändert.

Ebenso findet man log. $\frac{3}{7}$ und log. $\frac{11}{4771}$; nämlich:

$$\begin{aligned} \log.\ \ 3 &= \overset{+1}{0},4771213^{\,-1} \\ ...\ \ 7 &= 0{,}8450980 \\ \hline \log.\ \tfrac{3}{7} &= 0{,}6320233 - 1; \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \log.\ \ 11 &= \overset{+3}{1},0413927^{\,-3} \\ ...\ \ 4771 &= 3{,}6786094 \\ \hline \log.\ \tfrac{11}{4771} &= 0{,}3627833 - 3. \end{aligned}$$

Anmerkung. Ohne den Wert eines Logarithmus zu ändern, kann man, wenn es die Umstände erfordern, die positive und negative Kennziffer gleichzeitig um eine beliebige Zahl gröſser oder kleiner machen. So ist z. B.:

$$\log.\ \tfrac{3}{7} = 0{,}6320233 - 1 = 5{,}6320233 - 6 = 3{,}6320233 - 4\ \&c.$$

273.

Nachdem nun zuvor gezeigt worden, was beim Aufschlagen der Logarithmen zu ganzen, gebrochenen und gemischten Zahlen hinsichtlich der Kennziffer zu beachten ist, und daſs die Logarithmen zu allen ein- bis vierziffrigen Zahlen unmittelbar in der mit 0 bezeichneten Spalte gefunden werden, wollen wir nun die weitere Einrichtung der 7ziffrigen Logarithmentafeln erläutern und zuerst zeigen, wie man mittelst der neun folgenden Spalten, welche 1, 2, 3···9 zur Überschrift und Unterschrift haben, die Logarithmen aller 5ziffrigen, und dann mittelst der beiden letzten Spalten *P. P.* (Partes proportionales oder Proportionalteile) auch die Logarithmen aller 6- und 7ziffrigen Zahlen findet.

1) Als man die Logarithmen berechnete, ergab sich, daſs im allgemeinen die d r e i e r s t e n Decimalen der Mantisse aller fünfziffrigen, nur in der letzten Ziffer verschiedenen Zahlen, vollkommen gleich sind. Man fand z. B.:

log. 1267 = 3,102 7766
= 12670 = 4,102 7766
= 12671 = 4,102 8109
= 12672 = 4,102 8452
= 12673 = 4,102 8794
= 12674 = 4,102 9137
= 12675 = 4,102 9480
= 12676 = 4,102 9822
= 12677 = 4,103 $\bar{0}$165
= 12678 = 4,103 $\bar{0}$507
= 12679 = 4,103 $\bar{0}$850

Dieser Bemerkung zufolge wurde folgende bequeme und raumersparende Einrichtung der Tafeln getroffen: Da die Mantissen der Logarithmen von 1267 und 12670 vollkommen gleich sein müssen, (§ 265) so brauchen beide nur ein gemeinschaftliches Fach. Folgt aber auf die vierziffrige Zahl 1267 statt 0 eine andere fünfte Ziffer, so ändern sich deshalb bloſs die vier letzten Decimalen der Mantisse; und diese vier Decimalen brauchten daher nur in dieselbe Querzeile, auf welcher die vier ersten Ziffern der fünfziffrigen Zahl stehen, und zwar in die Spalte, welche die fünfte Ziffer zur Überschrift hat, besonders eingetragen zu werden. Auf die Fälle, wo sich auſser den vier letzten Decimalen auch noch die vorhergehende dritte geändert hat, ist durch einen Strich über der viertletzten (siehe oben $\bar{0}$) aufmerksam gemacht.

Haben irgend vier Decimalstellen ein solches Merkzeichen bei sich, so haben es natürlich alle folgenden in derselben Reihe. Hieraus folgt also die Regel:

2) Um den zu einer fünfziffrigen Zahl gehörenden Logarithmus (Mantisse) zu finden, setze man erst die gehörige Kennziffer, suche dann die 4 ersten Ziffern der vorgegebenen Zahl in der ersten Spalte (*N*) und nehme gleich daneben, in der mit 0 bezeichneten Spalte, die drei ersten Decimalen der Mantisse, die vier fol-

genden Decimalen aber in derselben Querzeile aus derjenigen Spalte, welche die fünfte Ziffer der gegebenen Zahl zur Überschrift hat. Ist die viertletzte Decimale mit einem Strich versehen, so mufs man die vorhergehende dritte um eine Einheit gröfser nehmen. Wird die fünfziffrige Zahl einmal oder wiederholt mit 10 multipliziert oder dividiert, so ändert sich blofs die Kennziffer. Beispiele:

log.	22035 = 4,3431131	log.	78,164 = 1,8930068
„	2,2035 = 0,3431131	„	781640 = 5,8930068
„	33829 = 4,5292892	„	0,049097 = 0,6910550 — 2
„	338,87 = 2,5300331	„	1,1011 = 0,0418268

274.

Wenn man die Logarithmen mehrerer aufeinander folgenden 5ziffrigen Zahlen von einander subtrahiert, so findet man, dafs die Differenzen nur in den drei letzten Decimalen erscheinen und für kleine Zwischenräume einander gleich sind; z. B.

		Differenz
log.	23740 = 4,375 4807	
„	23741 = 4,375 4990	183
„	23742 = 4,375 5173	183
„	23743 = 4,375 5356	183
„	23744 = 4,375 5539	183
„	23745 = 4,375 5722	183
	⋮ ⋮	

Man sieht also, dafs für kleine Zwischenräume die Mantissen der 5ziffrigen Zahlen der 5ten Ziffer proportional wachsen.

Wächst z. B. die Zahl 23740 um eine Einheit, so wachsen die 3 letzten Decimalen ihres Logarithmus um die einmalige Differenz 183; wächst die Zahl 23740 um 2, 3, 4 Einheiten, so mufs man die Differenz 183, 2-, 3-, 4mal zu den letzten Decimalen ihres Logarithmus addieren &c.

Da nun diese verhältnismäfsige Zunahme der letzten Decimalen der Mantisse für Zwischenräume stattfindet, welche um mehrere ganze Einheiten von einander entfernt sind, so mufs sie umsomehr auch da stattfinden, wo der Sprung nur durch Bruchteile, wie $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, ·· $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$ &c. geht. Wächst z. B. die Zahl 23743 nur um den Bruch $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$ ··· $\frac{1}{100}$ &c., so werden auch die letzten Decimalen der Mantisse ihres Logarithmus nur um $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$ ··· $\frac{1}{100}$ der Differenz, nämlich um $\frac{1}{10} \cdot 183$; $\frac{2}{10} \cdot 183$ &c. wachsen. Aus der Mantisse des Logarithmus von 23743 und der Differenz vom nächstfolgenden kann man also auch die Logarithmen von $23743\frac{8}{10} = 23743{,}8$; 23743,85; 23743,859, mithin auch von den um 10-, 100-, 1000mal so grofsen Zahlen $237438 = 10 \cdot 23743\frac{8}{10}$; $2374385 = 100 \cdot 23743\frac{85}{100}$ finden, indem die Decimalen ihrer Mantissen dieselben sind, und nur die Kennziffern sich ändern. Man hat z. B.:

log. 23743 = 4,3755356.

Addiert man nun zu den letzten Decimalen der Mantisse dieses Logarithmus den 10ten Teil der Differenz 183, 8mal, nämlich:

$$\tfrac{8}{10} \cdot 183 = 8 \cdot (18{,}3) = 146{,}4 = 146$$

$$\begin{array}{rl} \text{so kommt:} & \log.\ 23743{,}8 = 4{,}3755502 \\ \text{mithin (§ 265):} & \log.\ 237438 \ = 5{,}3755502 \end{array}$$

Addiert man den 100sten Teil der Differenz 183, 85mal, nämlich:

$$\left.\begin{array}{rl} & \tfrac{85}{100} \cdot 183 = 155{,}55 = 156 \\ \text{so kommt:} & \log.\ 23743{,}85 = 4{,}3755512 \\ \text{also:} & \log.\ 2374385 \ = 6{,}3755512 \end{array}\right\}$$

&c.

In den neuern 7ziffrigen Logarithmentafeln wird aber dieses Berechnen der Proportionalteile durch die mit *P. P.* überschriebene Spalte sehr erleichtert, indem die 2te die besagte Differenz 183 und zugleich den Anteil für jede sechste, vorläufig als Zehntel betrachtete Ziffer im voraus berechnet enthält, woraus sich der Zuwachs für die folgende 7te und 8te Ziffer, die man vorläufig als Hundertel und Tausendtel ansehen kann, leicht ableiten läſst.

Um nämlich den Logarithmus einer 6- bis 8ziffrigen Zahl aufzuschlagen, setze man erst die gehörige Kennziffer und suche die Mantisse des Logarithmus vorläufig nur zu den fünf ersten Ziffern der vorgegebenen Zahl; sehe zu, in welchem Fache die Differenz dieser Mantisse von der nächstfolgenden ausgesetzt ist (indem man in Gedanken bloſs die letzte Decimale der erstern von der letzten der zweiten subtrahiert), suche in der ersten Spalte dieses Faches die sechste Ziffer der gegebenen Zahl und nehme den daneben stehenden Anteil von der Differenz; suche ferner die siebente und achte Ziffer wieder in der ersten Spalte und nehme für die siebente Ziffer den zehnten, für die achte aber den hundertsten Teil des daneben stehenden Proportionalteils und addiere alles.

So findet man z. B.:

$$\log.\ 23743\dot{8}\ddot{5}\dddot{9} = 7{,}3755513.$$

Es ist nämlich:

$$\tfrac{859}{1000} \cdot 183 = (\tfrac{8}{10} + \tfrac{5}{100} + \tfrac{9}{1000})183 = \tfrac{8}{10} \cdot 183 + \tfrac{1}{10} \cdot \tfrac{5}{10} \cdot 183 + \tfrac{1}{100} \cdot \tfrac{9}{10} \cdot 183.$$

In der Spalte *P. P.* findet man nun:

$$\begin{array}{l} \tfrac{8}{10} \cdot 183 = 146{,}4 \\ \tfrac{5}{10} \cdot 183 = 91{,}5 \ \text{ also } \tfrac{1}{10} \cdot 91{,}5 = 9{,}15 \\ \tfrac{9}{10} \cdot 183 = 164{,}7 \ \text{ also } \tfrac{1}{100} \cdot 164{,}7 = 1{,}647, \end{array}$$

daher:

$$\log.\ 23743\dot{8}\dot{5}\dot{9} = 7{,}3755356$$

Zuwachs wegen der sechsten Ziffer (8) ······ $146{,}_4$

$\frac{1}{10}$ · „ „ „ „ „ $(\ddot{5})$ ······ $9{,}_{15}$

$\frac{1}{100}$ · „ „ „ „ „ $(\dddot{9})$ ······ $1{,}_{645}$

$$\log.\ 23743859 = 7{,}3755513$$

Ebenso: $\log.\ 237{,}43859 = 2{,}3755513$

Ebenso findet man: $\log.\ 1275{,}8073 = 3{,}1057851$

nämlich: $\log.\ 1275{,}8\dot{0}\ddot{7}\dddot{3} = 3{,}1057826$

Zuwachs wegen der sechsten Ziffer $(\dot{0})$ ········· $0{,}_0$

$\frac{1}{10}$ · „ „ „ siebenten „ $(\ddot{7})$ ········ $23{,}_8$

$\frac{1}{100}$ · „ „ „ achten „ $(\dddot{3})$ ········ $1{,}_{02}$

$$\log.\ 1275{,}8073 = 3{,}1057851$$

275.

Um kurz anzudeuten, dafs umgekehrt die, einem Logarithmus zugehörige Zahl (Numerus) aufgeschlagen werden soll, wollen wir vor den Logarithmus das Zeichen *num lg* (gelesen: *„numerus logarithmi“*) setzen. Da z. B. log. 2 = 0,3010300, so wäre nach Festsetzung obiger Bezeichnung umgekehrt:

$$num\ lg\ 0{,}3010300 = 2.$$

Die Regeln, nach welchen man rückwärts wieder die zugegebenen Logarithmen gehörigen Zahlen findet, ergeben sich aus dem Vorhergehenden. (S. Note § 265.)

1) Man suche allemal die drei ersten Decimalen der gegebenen Mantisse in der mit 0 bezeichneten Spalte, die vier andern Decimalen der Mantisse aber in einer der mit 0, 1, 2 ··· 9 bezeichneten Spalten; entweder in derselben Querzeile, in welcher die drei ersten stehen, oder tiefer, oder auch, aber dann nur eine Zeile höher, in welchem Falle ein Strich über der viertletzten Decimale steht. Findet man nun die vier letzten Decimalen der Mantisse in einer der zehn Spalten ganz genau enthalten, so schreibe man die in ihrer Querzeile in der Spalte N stehende vierziffrige Zahl heraus, füge derselben aber noch als fünfte Ziffer diejenige Zahl hinzu, in deren Spalte die vier letzten Decimalen des Logarithmus genau stehen. Von der herausgeschriebenen fünfziffrigen Zahl schneide man endlich noch (von vorne gezählt) als die Ganzen darstellend, eine Ziffer mehr ab, als die Kennziffer des Logarithmus Einheiten hat, hat aber der Logarithmus eine negative Kennziffer, so mufs man der herausgeschriebenen fünfziffrigen Zahl gerade so

viele Nullen vorsetzen, als die negative Kennziffer Einheiten hat, und dann hinter die erste Null das Decimalzeichen setzen. Zur deutlicheren Einsicht und Einübung dieser Regeln lassen wir hier erst einige Beispiele in abwechselnder Ordnung folgen. Man hat z. B.:

log. 22035 = 4,3431131;	*num lg* 4,3431131 = 22035
log. 666,42 = 2,8237480;	*num lg* 3,8237480 = 6664,2
log. 8,7707 = 0,9430343;	*num lg* 6,9430343 = 8770700
log. 0,92904 = 0,9680344 − 1;	*num lg* 0,9680344 − 3 = 0,0092904
log. 0,051001 = 0,7075787 − 2;	*num lg* 0,0010411 = 1,0024

2) Um endlich zu einem gegebenen Logarithmus, der nicht genau in den Tafeln enthalten ist, die zugehörige Zahl aufzuschlagen, verfahre man nach folgender Regel: Man suche die drei ersten Decimalen der Mantisse in der mit 0 bezeichneten Spalte, und zu den vier letzten Decimalen die vier nächst kleinern in einer der mit 0,1 ··· 9 bezeichneten Spalten und schreibe die hierzu gehörige fünfziffrige Zahl heraus. Subtrahiere die gefundenen vier nächst kleinern Decimalen von den gegebenen vier letzten und suche den Rest in der zweiten Spalte des mit *P. P.* bezeichneten Faches; findet man hier den Rest genau, so ist die links dabei stehende Ziffer die sechste der gesuchten Zahl, findet man den Rest aber nicht genau, so setze man die neben dem nächst kleinern Proportionalteil stehende Ziffer, als die sechste, subtrahiere diesen nächst kleinern Rest von dem gröſsern, multipliziere diesen neuen Rest mit 10 und setze die neben dem, diesem Produkte am nächsten kommenden Proportionalteil stehende Ziffer als die siebente der gesuchten Zahl. Die achte Ziffer läſst sich durch siebenziffrige Logarithmentafeln im allgemeinen nicht mehr bestimmen und muſs deshalb, wenn die Kennziffer es erfordert, durch eine Null ergänzt werden.

So findet man z. E.:

num lg 7,3755512 = 23743850

denn der nächst kleinere log. ist = 7,3755356
und die dazu gehörige Zahl = 23743000

Rest 156,0

der nächst kleinere Proportionalteil = 146,4 die 6te Ziffer hierzu = 8

Rest 156,0 − 146,4 = 9,6 multipliziert mit 10, = 96,0

nächster Proportionalteil = 91,5; also die 7te Ziffer = 5

mithin: *num lg* 7,3755512 = 23743850

Ebenso: *num lg* 4,3755512 = 23743,85

Diese Regel folgt unmittelbar aus der vorhergehenden. Man schließe nämlich so: Wäre die Differenz statt 156, 183 gewesen, so würde die zu dem nächst kleinern Logarithmus herausgeschriebene Zahl um eine Einheit größer geworden sein; mithin nach der Regel de tri: 183 geben 1, wieviel 156?

Antwort. $\frac{156}{183} = 0{,}\dot{8}\ddot{5}$.

276.

Die Logarithmen der aufeinander folgenden 8ziffrigen Zahlen weichen erst in der 8ten, 9ten und ferneren, außerhalb der 7ziffrigen Tafeln liegenden Decimale voneinander ab. Man kann also auch nur zu 7ziffrigen Zahlen die Logarithmen genau finden. Größere Zahlen kommen in ernsthafter Praxis höchst selten vor.

Beispiele zur Übung:

1)	log.	370978	$= 5{,}5693482$
2)	*num lg*	3,8911459	$= 7782{,}98$
3)	log.	8689836	$= 6{,}9390116$
4)	*num lg*	6,9720151	$= 9375946$
5)	log.	200,36084	$= 2{,}3018128$
6)	*num lg*	0,0692746	$= 1{,}172937$
7)	log.	0,07787009	$= 0{,}8913707 - 2$
8)	*num lg*	0,0911392 — 3	$= 0{,}0012335$
9)	log.	4,501000895	$= 0{,}6533091$
10)	*num lg*	0,0901392	$= 1{,}230664$

Anmerkung. Wie man mit 3-, 5- und 10ziffrigen Logarithmen-Tafeln verfährt, ergiebt sich aus der vorigen Theorie von selbst. Wer überhaupt die Einrichtung und den Gebrauch der Logarithmen-Tafeln versteht, der lernt auch die Einrichtung jeder andern mathematischen Tafel bald kennen.