

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Ausführliches Lehrbuch der Arithmetik und Algebra

Lübsen, Heinrich B.

Leipzig, 1883

Neuntes Buch

[urn:nbn:de:bsz:31-264709](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-264709)

Neuntes Buch.

70.

Die Verhältniszahlen der Münzen, Maße und Gewichte haben sich in neuerer Zeit, namentlich durch die großartigen Erfolge der preussisch-deutschen Politik ungemein verringert. Von jetzt an giebt es in Deutschland, Oesterreich, in der Schweiz und in den romanischen Staaten keine verschiedenen Maße und Gewichte mehr, nur England, Russland und die skandinavischen Länder stehen noch außerhalb der Vereinigung. Ebenso hat sich Deutschland eine einheitliche Münzordnung gegeben, und da der Binnenverkehr sich zum internationalen im allgemeinen wie ein Riese zu einem Zwerge verhält, so läßt sich leicht ermessen, wieviel Riesenarbeit in Zukunft erspart werden möge.

Die Grundlage der deutschen Maß- und Gewichtsordnung ist die französische. Frankreich, das schon früh zu einer politischen Einheit verschmolzen war, fühlte das Bedürfnis eines einheitlichen Maß-, Gewichts- und Münzsystems. Daher wurden schon im 17. Jahrhunderte allerlei Versuche gemacht, ein solches herzustellen. Man suchte im allgemeinen nach einem Längenmaße, auf welches alle anderen Maße und ebenso die Gewichte und Münzen bezogen werden könnten, und zugleich sollte dieses Längenmaß der Art sein, daß es, im Falle es verloren ginge, wieder aus der Natur hergestellt werden könnte. Manche Versuche scheiterten an der Veränderlichkeit des Maßes, z. B. des Sekundenpendels, welches nach den Polen länger ist als nach dem Äquator hin. Dagegen hielt man die Erdoberfläche für konstant genug, um das etwa verlorene Normalmaß durch neue Messung wieder herstellen zu können. Auf diesen Gedanken hatten die Meridianmessungen, welche aus rein theoretischen Gründen ausgeführt wurden, von selbst hingeleitet. Um nun die Länge eines Erdmeridians genau zu bestimmen, maß man denjenigen, der durch Barcelona und Dünkirchen geht, und bezeichnete $\frac{1}{40000000}$ desselben oder $\frac{1}{10000000}$ seines Quadranten als Einheit für das Längenmaß und nannte diese: Meter (m). Das Meter ist aber nicht $\frac{1}{10000000}$ des Meridianquadranten, sondern $\frac{1}{10000856}$ desselben, welche Zahl aber, da sie aus empirischer Messung hervorgegangen ist, immer noch mit Fehlern behaftet ist. Das Metermaß, wenn es verloren ginge, wiederzufinden, ist also sehr unwahrscheinlich. Man bestimmte das Meter zu 3,186 preuß. Fufs, zu 3,163 Wiener Fufs, zu 3,281 engl. Fufs &c., und leitete aus ihm höhere und niedrigere Längeneinheiten ab.

Maßgebend war hierfür das dekadische oder Zehnerzahlensystem. Um die höheren und niederen Einheiten des Meters mit diesen in Übereinstimmung zu bringen, setzte man 10 Meter zu einer höheren Einheit zusammen und zerlegte 1 Meter in zehn niedrigere Einheiten und setzte jene Zusammensetzung und diese Zerlegung soweit fort, als das praktische Bedürfnis erforderte. Zur Bezeichnung der höheren und niederen Einheiten des Meters wählte man Namen, die dem System zur Empfehlung gereichten und ihm in Aussicht stellten, internationale Bedeutung zu gewinnen. Man bezeichnete nämlich das

10-, 100-, 1000-, 10000fache des Meters durch Vorsetzung der griechischen und $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ des Meters durch Vorsetzung der lateinischen Zahlennamen. Da nun im Griechischen 10 deka (*δεκα*), 100 hekaton (*εκατον*), 1000 chiliot (*χιλιοι*), 10000 myrias (*μυριας*), im Lateinischen 10 decem, 100 centum, 1000 mille bedeutet, so bezeichnet man

10 Meter durch 1 Dekameter (Dm),
 100 Meter durch 1 Hektometer (Hm),
 1000 Meter durch 1 Kilometer (km),
 10000 Meter durch 1 Myriameter (Mym),
 $\frac{1}{10}$ Meter durch 1 Decimeter (dm),
 $\frac{1}{100}$ Meter durch 1 Centimeter (cm),
 $\frac{1}{1000}$ Meter durch 1 Millimeter (mm),

so {dafs nach den in den Parenthesen gegebenen Abkürzungen folgende Gleichungen gelten:

$$\begin{aligned} 1 \text{ Mym} &= 10 \text{ km} = 100 \text{ Hm} = 1000 \text{ Dm} = 10000 \text{ m}, \\ 1 \text{ km} &= 10 \text{ Hm} = 100 \text{ Dm} = 1000 \text{ m}, \\ 1 \text{ Hm} &= 10 \text{ Dm} = 100 \text{ m}, \\ 1 \text{ Dm} &= 10 \text{ m}, \\ &1 \text{ m}; \\ 1 \text{ m} &= 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}, \\ 1 \text{ dm} &= 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}, \\ 1 \text{ cm} &= 10 \text{ mm}, \\ &1 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Um das Flächenmafs zu gewinnen, nahm man das Quadrat des Meters als Einheit an, brauchte die griechische und lateinische Bezeichnung wie beim Längenmafs und setzte den Namen das Zeichen □ (Quadrat) vor. Setzt man daher der Kürze wegen $100 = 10 \cdot 10 = 10^2$, $10000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$ &c., so erhält man für das Flächenmafs folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} 1 \square \text{ Mym} &= 10^2 \square \text{ km} = 10^4 \square \text{ Hm} = 10^6 \square \text{ Dm} = 10^8 \square \text{ m}, \\ 1 \square \text{ km} &= 10^2 \square \text{ Hm} = 10^4 \square \text{ Dm} = 10^6 \square \text{ m}, \\ 1 \square \text{ Hm} &= 10^2 \square \text{ Dm} = 10^4 \square \text{ m}, \\ 1 \square \text{ Dm} &= 10^2 \square \text{ m}, \\ &1 \square \text{ m}; \\ 1 \square \text{ m (oder qm)} &= 10^2 \square \text{ dm} = 10^4 \square \text{ cm} = 10^6 \square \text{ mm}, \\ 1 \square \text{ dm} &= 10^2 \square \text{ cm} = 10^4 \square \text{ mm}, \\ 1 \square \text{ cm} &= 10^2 \square \text{ mm}, \\ &1 \square \text{ mm}. \end{aligned}$$

Als Einheit des Feldmafses leitete man hieraus das Ar = 100 □m ab und bildete die Namen Myriar, Kilar, Hektar, Dekar, Ar, Deciar, Centiar, Milliar, welche aber nach 10 fortschreiten, so dafs also folgende Gleichungen bestehen:

$$\begin{aligned} 1 \text{ MyAr} &= 10 \text{ KAr} = 100 \text{ HAr} = 1000 \text{ DAr} = 10000 \text{ Ar}, \\ 1 \text{ KAr} &= 10 \text{ HAr} = 100 \text{ DAr} = 1000 \text{ Ar}, \\ 1 \text{ HAr} &= 10 \text{ DAr} = 100 \text{ Ar}, \\ 1 \text{ DAr} &= 10 \text{ Ar}, \\ &1 \text{ Ar}; \\ 1 \text{ Ar} &= 10 \text{ dAr} = 100 \text{ cAr} = 1000 \text{ mAr}, \\ 1 \text{ dAr} &= 10 \text{ cAr} = 100 \text{ mAr}, \\ 1 \text{ cAr} &= 10 \text{ mAr}, \\ &1 \text{ mAr}. \end{aligned}$$

Doch sind in die Praxis nur folgende Bezeichnungen übergegangen:

$$\begin{aligned} 1 \text{ HAr (ha)} &= 100 \text{ Ar (a)} = 10000 \text{ cAr (= 10000 } \square \text{ m)}, \\ 1 \text{ Ar} &= 100 \text{ cAr (= 100 } \square \text{ m)}. \end{aligned}$$

Auch das Körpermafs ist auf das Meter zurückgeführt, indem der Cubikmeter (Cm) die Einheit bildet. Bezeichnet man das Körpermafs überhaupt durch C (Cubik), so ist

$$\begin{aligned} 1 \text{ CMym} &= 10^3 \text{ CKm} = 10^6 \text{ CHm} = 10^9 \text{ CDm} = 10^{12} \text{ Cm}, \\ 1 \text{ CKm} &= 10^3 \text{ CHm} = 10^6 \text{ CDm} = 10^9 \text{ Cm}, \\ 1 \text{ CHm} &= 10^3 \text{ CDm} = 10^6 \text{ Cm}, \\ 1 \text{ CDm} &= 10^3 \text{ Cm}, \\ 1 \text{ Cm} &= 1 \text{ Cm}; \\ 1 \text{ Cm (oder cbm)} &= 10^3 \text{ Cdm} = 10^6 \text{ Ccm} = 10^9 \text{ Cmm}, \\ 1 \text{ Cdm} &= 10^3 \text{ Ccm} = 10^6 \text{ Cmm}, \\ 1 \text{ Ccm} &= 10^3 \text{ Cmm}, \\ 1 \text{ Cmm} &= 1 \text{ Cmm}. \end{aligned}$$

Als Einheit des Hohlmafses nahm man den Decimeter-Würfel und bezeichnete den Raum, den derselbe einnimmt, durch das Wort Liter (l), und erhielt so folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kl} &= 10 \text{ hl} = 100 \text{ Dl} = 1000 \text{ l} (= 1000 \text{ Cdm}), \\ 1 \text{ hl} &= 10 \text{ Dl} = 100 \text{ l} (= 100 \text{ Cdm}), \\ 1 \text{ Dl} &= 10 \text{ l} (= 10 \text{ Cdm}), \\ 1 \text{ l} &= 1 \text{ Cdm}; \\ 1 \text{ l} &= 10 \text{ dl} = 100 \text{ cl} = 1000 \text{ ml} (= 1 \text{ Cdm}), \\ 1 \text{ dl} &= 10 \text{ cl} = 100 \text{ ml} (= \frac{1}{10} \text{ Cdm}), \\ 1 \text{ cl} &= 10 \text{ ml} (= \frac{1}{100} \text{ Cdm}), \\ 1 \text{ ml} &= 1 \text{ Ccm}. \end{aligned}$$

Als Gewichtseinheit endlich setzte man fest, dafs das Gewicht eines Cubikcentimeters Wasser bei einer Temperatur von 4° C. dieselbe darstelle und ein Gramm (g) genannt wurde. Man bekam daher folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} 1 \text{ Myg} &= 10 \text{ Kg (kg)} = 100 \text{ Hg} = 1000 \text{ Dg} = 10000 \text{ g} (= 10 \text{ Cdm Wasser}), \\ 1 \text{ Kg} &= 10 \text{ Hg} = 100 \text{ Dg} = 1000 \text{ g} (= 1 \text{ Cdm Wasser}), \\ 1 \text{ Hg} &= 10 \text{ Dg} = 100 \text{ g} (= \frac{1}{10} \text{ Cdm Wasser}), \\ 1 \text{ Dg} &= 10 \text{ g} (= \frac{1}{100} \text{ Cdm Wasser}), \\ 1 \text{ g} &= 1 \text{ Ccm Wasser}; \\ 1 \text{ g} &= 10 \text{ dg} = 100 \text{ cg} = 1000 \text{ mg} (= 1 \text{ Ccm Wasser}), \\ 1 \text{ dg} &= 10 \text{ cg} = 100 \text{ mg} (= \frac{1}{10} \text{ Ccm Wasser}), \\ 1 \text{ cg} &= 10 \text{ mg} (= \frac{1}{100} \text{ Ccm Wasser}), \\ 1 \text{ mg} &= 1 \text{ Cmm Wasser}. \end{aligned}$$

An diese Bestimmungen schließt sich, wie schon gesagt, die deutsche Mafs- und Gewichtsordnung an. Die Einheit für das Längenmafs ist das Meter (Stab) und wird durch Verhältniszahlen vervielfacht und in gleiche Teile eingeteilt:

$$\begin{aligned} [1 \text{ Meile} &= 7500 \text{ Meter}; \\ 1 \text{ Kilometer (km)} &= 100 \text{ Dekameter} = 1000 \text{ Meter}; \\ 1 \text{ Dekameter oder Kette (dm)} &= 10 \text{ Meter}; \\ 1 \text{ Meter oder Stab (m)} &= 100 \text{ Centimeter}; \\ 1 \text{ Centimeter oder Neuzoll (cm)} &= 10 \text{ Millimeter oder Strich (mm)}. \end{aligned}$$

Die Meile und das Kilometer dienen als Entfernungsmafs.

Wie im französischen Flächenmafs bildet auch im deutschen das Quadratmeter die Einheit, und es gelten dafür die oben angegebenen Gleichungen. Dieselben sind:

$$\begin{aligned} 1 \text{ Quadratkilometer (}\square\text{Km)} &= 100 \text{ Hektar} = 10000 \text{ Ar}; \\ 1 \text{ Hektar (ha)} &= 100 \text{ Ar}; \\ 1 \text{ Ar (a)} &= 100 \text{ Quadratmeter}; \\ 1 \text{ Qu.-mtr (qm)} &= 10000 \text{ Quadrateentimeter}; \\ 1 \text{ Qu.-cmtr (qcm)} &= 100 \text{ Quadratmillimeter (qmm)}. \end{aligned}$$

Ebenso ist die Einheit für das deutsche Hohlmaß das Liter (die Kanne). Aus folgenden Systemen von Gleichungen übersieht man sofort den Zusammenhang zwischen den daraus abgeleiteten Maßen

- 1 Cubikmeter (cbm) = 1000000 Cubikcentimeter (= 1000 Liter).
- 1 Cubikcentimeter (ccm) = 1000 Cubikmillimeter (cmm).
- 1 Hektoliter oder Fafs (hl) = 2 Scheffel (Neuscheffel) = 100 Liter.
- 1 Scheffel = 50 Liter oder Kannen (Neukannen).
- 1 Liter (l) = 2 Schoppen.

Endlich ist als Einheit des deutschen Gewichtsystems das Kilogramm, also implicite ebenfalls das französische Gramm festgesetzt und zwar ebenfalls mit der Bestimmung, daß das Gewicht des Wassers bei einer Temperatur von + 4° C. bestimmt werde.

Bezeichnet man Tonne durch *t*, die noch vorläufig in Gebrauch sich befindlichen Centner durch *Ctr.* und Pfund durch *℔*, so erhält man folgende Gleichungen:

- 1 *t* = 1000 Kilogramm = 2000 *℔*.
- 1 *Ctr.* = 50 " = 100 *℔*.
- 1 Kilogr. (kg) = 2 *℔* = 1000 Gramm.
- 1 *℔* [= 50 Dekagramm (dg) oder Neulot] = 500 Gramm.
- 1 Gramm (g) [= 100 Centigramm (cg)] = 1000 Milligramm (mg).

Weniger nun stimmt die deutsche Reichsmünze (1 Mark oder *M* = 100 Pfennige) mit den Münzen der übrigen europäischen Länder überein; aber dieselbe gilt für das ganze deutsche Reich. Reduktionstabellen werden daher immer noch gebraucht werden und vielleicht auf langehin notwendig sein.

71.

Mittelt solcher Tabellen ist es nun aber leicht — jedoch umständlich und zeitraubend — die Maßeinheiten, welche in einem Lande gäng und gäbe sind, in die eines andern Landes zu verwandeln.

Will man z. B. wissen, wieviel 732 russische Sashen in Metern betragen und findet man in den Tafeln, daß 1 Sashen = 2½ englische Yard, und 1 Meter = 1,09363 englische Yard sind, so hat man

$$732 \text{ Sashen} = 2\frac{1}{2} \text{ Yard} \cdot 732 = \frac{7 \cdot 732}{3} \text{ Yard,}$$

$$1 \text{ Yard} = \frac{1}{1,09363} \text{ Meter} = \frac{100000}{109363} \text{ Meter,}$$

$$\text{also} \quad 732 \text{ Sashen} = \frac{100000 \cdot 7 \cdot 732}{3 \cdot 109363} \text{ Meter} = 1561,772 \text{ Meter.}$$

72.

Obgleich die Werte der verschiedenen Münzen vermöge des in ihnen enthaltenen reinen Metalls ein fest bestimmtes Verhältnis zu einander haben, so giebt es doch mehrere durch Staats- und Handelspolitik bestimmte Gründe, welche diese Verhältnisse wandelbar machen, und den Münzen auf eine kurze Zeit, je nachdem sie gerade sehr oder wenig gesucht werden, bald einen größeren bald einen kleineren Wert beilegen. Diese Wandelbarkeit ist jedoch in enge Grenzen eingeschlossen; denn ständen die Münzen lange unter dem Werte des in ihnen enthaltenen reinen Metalls, so würde man sie einschmelzen, ständen sie aber weit über dem Werte ihres inneren Gehaltes und der Prägekosten, so würde man sie nicht annehmen.

Hat man also Münzen eines Ortes oder Landes in die eines anderen umzusetzen, so muß man sich jedesmal nach dem zeitigen, von der Politik bestimmten und öffentlich bekannt gemachten Kours (Verhältnis) richten. Hier können nun aber Fälle vorkommen, wo das Verhältnis einer Münzsorte zu dem einer andern, auf welche erstere reduziert werden soll, nicht geradezu, sondern durch Zwischenverhältnisse gegeben ist, aus welchen dann ersteres durch die sogenannte Kettenregel (wiederholte Regeldetri) leicht gefunden werden kann. Ein einziges Beispiel wird zur Erläuterung solcher leichten Reduktionen genügen.

Wieviel sind 125 Rubel (Petersburg) in Dollars (Newyork) wert, wenn 100 Rubel 202 Mark in Berlin, 100 Mark 59 Gulden in Wien und 135 Gulden in Wien 54 Dollars in Newyork sind?

Da

100 Rubel	=	202 Mark,
100 Mark	=	59 Gulden,
135 Gulden	=	54 Dollars

ist, so ist 1 Rubel = $\frac{202 \text{ M}}{100}$, 1 M = $\frac{59 \text{ G}}{100}$, 1 G = $\frac{54 \text{ \$}}{135}$, mithin

$$125 \text{ Rubel} = \frac{202 \cdot 125}{100} \text{ M} = \frac{202 \cdot 125 \cdot 59}{100 \cdot 100} \text{ G} = \frac{202 \cdot 125 \cdot 59 \cdot 54}{100 \cdot 100 \cdot 135} \text{ \$} = 59.59 \text{ \$}.$$

Anmerkung. Wer alle Tage solche Reduktionen machen muß, der merke sich folgende mechanische Regel, deren Richtigkeit sich von selbst erklärt.

Kettenregel. Man stelle der leichteren Übersicht wegen, und um sich zu überzeugen, daß die Kette der Reduktionssätze keine Lücke hat, dieselben erst nach folgender Ordnung untereinander, daß die Fragezahl, deren Umsatz oder Wert gesucht wird, rechts zu stehen kommt, dann jedes erste Glied der folgenden Sätze dem zweiten Gliede, wie es auch benannt sein möge, an Wert, dem zweiten Gliede des nächst vorhergehenden aber an Benennung vollkommen gleich ist, nämlich so:

Wieviel	Dollar	=	125 Rubel,
wenn	100 Rubel	=	202 Mark,
	100 Mark	=	59 Gulden,
	135 Gulden	=	54 Dollars,

und dividire alsdann das Produkt der rechtsstehenden Zahlen durch das Produkt der links stehenden, indem man zuvor die etwa gemeinschaftlichen Faktoren auf beiden Seiten gegeneinander aufhebt.

Auch alle anderen Aufgaben, welche auf den wiederholten Dreisatz mit nur geraden Verhältnissen führen, können nach der Kettenregel berechnet werden. Der Kettensatz ist offenbar ganz dasselbe. Übrigens kommen solche weitläufige Reduktionen, wie die vorstehende in der Wirklichkeit selten vor.

73.

Sämtliche in diesem ersten Teile erklärten Rechnungen pflegt der gemeine Mann wohl die kaufmännischen zu nennen, weil sie so oft im Handel und Wandel vorkommen. Allein jeder Mensch muß handeln und wandeln, und alle nach derselben Regeldetri, die uns Gerechtigkeit lehrt, wie Seume sagt. — Zuweilen wird aber der sonst leichte Sinn solcher alltäglichen Rechnungen durch fremde Wörter und Handwerksausdrücke verdunkelt, wie z. B. durch die Wörter brutto, tara, netto, conto, pari &c.

Von solchen und ähnlichen Sachen muß man aber die Erklärungen nicht in einem Lehrbuche der Mathematik, sondern gehörigen Orts im Wörterbuch suchen. — Nur ein paar allgemein gebräuchliche Ausdrücke mögen hier noch erklärt werden:

Um die Feinheit des Goldes oder Silbers zu bestimmen, giebt man an, wie viele Teile Gold oder Silber in 1000 Teilen der Mischung enthalten sind. Das Gold oder Silber ist rein oder gediegen, wenn das Metall nur Gold, resp. Silber enthält. Es ist alsdann $\frac{1000}{1000}$ fein. Dagegen ist es grob, wenn es einen Zusatz (gewöhnlich Kupfer) enthält. So ist z. B. die Feinheit der Goldmünzen des Deutschen Reiches $\frac{900}{1000}$, d. h. $\frac{900}{1000}$ eines Kilogramms des groben Goldes ist reines Gold und $\frac{100}{1000}$ sind Zusatz. Aus einem Pfunde feinen Goldes werden $139\frac{1}{2}$ Zehnmarkstücke und aus einem Pfunde der Mischung $125,55$ Zehnmarkstücke geprägt und es ist in der That $125,55 : 139,5 = 900 : 1000$. Dasselbe Verhältnis haben auch die Silbermünzen, nämlich $\frac{900}{1000}$.