Ausführliches Lehrbuch der Arithmetik und Algebra

Lübsen, Heinrich B.

Leipzig, 1883

Fünftes Buch. Von den Decimalbrüchen

urn:nbn:de:bsz:31-264709

Fünftes Buch.

Von den Decimalbrüchen.

48.

Vorbegriffe über näherungsweise Rechnungen. In den meisten Fällen, wo die Theorie in die Praxis übertritt, kann und muſs dieselbe von ihrer strengen Forderung ein wenig nachlassen, und sich mit einer gewissen Annäherung begnügen. Dies ist namentlich immer da der Fall, wo die Gröſsen, aus welchen andere berechnet werden sollen, erst durch die Erfahrung, also vermittelst unserer Sinne und sinnlicher Werkzeuge bestimmt werden, und wo demnach die Genauigkeit der Praxis von der Vollkommenheit und Beständigkeit der Sinne abhängt.

Hat man z. E. die Entfernung zweier Örter, etwa = 2000 Fuſs, unmittelbar mit einer Kette gemessen, so wird auf einer solchen Länge die Genauigkeit von einem halben Zoll mehr oder weniger nicht verbürgt und nicht verlangt werden können. Selbst in vielen Fällen, wo man durch gewisse künstliche, von Gauss erfundene Rechnungen (Wahrscheinlichkeitsrechnung), die Unvollkommenheit unserer Sinne und die daraus entsprungenen Fehler entdecken, berechnen und unschädlich machen kann, würde die möglichste Genauigkeit in den minder wichtigen Fällen nicht der Mühe lohnen.

In allen den Fällen nun, wo man in der Praxis eine völlige Genauigkeit doch nicht erreichen kann, oder nicht erreichen will, wo die Vernachlässigung eines kleinen Bruchs auf ein zu suchendes Resultat keinen nachteiligen Einfluſs hat, da kann man sich die Rechnung mit Brüchen, durch eine gewisse Form, welche man denselben giebt, bedeutend erleichtern, was wir hier erst durch ein Additions-Beispiel erläutern wollen. Zuvor merke man folgendes: einen Bruch kann man ohne Veränderung seines Werts leicht auf jeden beliebigen Nenner bringen, indem man Zähler und Nenner des gegebenen Bruchs erst mit dem neuen Nenner multipliziert, und dann wieder durch den alten Nenner abkürzt. Soll z. E. $\frac{6}{8}$ auf den Nenner 12 gebracht werden, so hat man erst $\frac{6}{8} = \frac{6.12}{8.12} = \frac{72}{8.12}$, durch 8 wieder gekürzt $= \frac{9}{12}$. Ist aber der alte Nenner in dem Produkte aus dem alten Zähler und neuen Nenner nicht ohne Rest enthalten, so wird der neue Zähler eine gemischte Zahl. Bringt man z. B. $\frac{5}{8}$ auf den Nenner 12, so ist $\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 12}{8 \cdot 12} = \frac{7\frac{1}{2}}{12} = \frac{7}{12} + \frac{\frac{1}{2}}{12}$. — Brüche, deren Zähler selbst ein Bruch ist, wie $\frac{\frac{1}{2}}{12}$, $\frac{\frac{1}{5}}{4}$ &c., heiſsen Doppel-Brüche. Es ist klar, daſs ein Doppelbruch desto kleiner ist, je gröſser sein Nenner ist; es ist z. B. $\frac{\frac{1}{2}}{10} < \frac{\frac{1}{2}}{4}$ &c.

Will man z. B. wissen, wieviel ganze Achtel der Bruch $\frac{7}{9}$ enthält, so hat man $\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 8}{9 \cdot 8} = \frac{\frac{56}{9}}{8} = \left(\frac{6\frac{2}{9}}{8}\right) = \frac{6}{8}$. Will man nur die vollen Zehntel, Hundertel oder Tausendtel &c. haben, welche ein Bruch, z. B. $\frac{7}{8}$ enthält, so hat man:

$$\frac{7}{8} = \frac{\frac{70}{8}}{10} = \left(\frac{8\frac{6}{8}}{10}\right) = \frac{8}{10};\ \frac{7}{8} = \frac{\frac{700}{8}}{100} = \left(\frac{87\frac{1}{2}}{100}\right) = \frac{87}{100};\ \frac{7}{8} = \frac{\frac{7000}{8}}{1000} = \frac{875}{1000}.$$

Hieraus folgt: daſs, wenn man dem Zähler eines Bruches ein, zwei, drei Nullen anhängt, und durch den Nenner dividiert, den etwa entstehenden Bruch wegwirft, der Quotient dann die Anzahl der vollen Zehntel, Hundertel, Tausendtel &c., welche der Bruch enthält, angiebt.

Bedeuten nun folgende zu addierende Summanden

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{33} + \frac{4}{5} + \frac{6}{7} + \frac{7}{9} + \frac{5}{11} + \frac{9}{13} + \frac{13}{247} + \frac{3}{6191} + \frac{7}{117},$$

Bruchteile von einer kleinen Einheit, wie etwa Centimeter, Gramm &c. und kommt es nicht darauf an, ob man die Summe um $\frac{1}{10}$ einer solchen Einheit zu klein oder zu groſs findet, so kann man die Arbeit bedeutend abkürzen, wenn man den allgemeinen Nenner (der nach § 30 eine sehr groſse Zahl werden würde) ganz willkürlich annimmt, wozu eine einfache Rangzahl, wie 10, 100, 1000 &c. offenbar am bequemsten ist. Nehmen wir in vorliegender Aufgabe 100 als den allgemeinen Nenner, so brauchen wir nur jedem Zähler (in Gedanken) zwei Nullen anzuhängen, und durch die alten Nenner zu dividieren, alsdann sind die nebenstehenden Quotienten, bei welchen Brüche unter $\frac{1}{2}$, $= 0$, und über $\frac{1}{2}$, $= 1$ gesetzt worden, die zum allgemeinen Nenner gehörigen neuen Zähler (welche sich leicht im Kopfe berechnen lassen):

	100
$\frac{1}{2}$	50
$\frac{1}{33}$	$3 + \frac{1}{33}$
$\frac{4}{5}$	80
$\frac{6}{7}$	$86 - \frac{2}{7}$
$\frac{7}{9}$	$78 - \frac{2}{9}$
$\frac{5}{11}$	$45 + \frac{5}{11}$
$\frac{9}{13}$	$69 + \frac{3}{13}$
$\frac{13}{247}$	$5 + \frac{65}{247}$
$\frac{3}{6191}$	$0 + \frac{300}{6191}$
$\frac{7}{117}$	$6 - \frac{2}{117}$
Summe	$\frac{422}{100} = 4\frac{11}{50}$.

Anmerkung. Hätte man bei dieser nähernden Berechnung auch bei jedem Zähler eine halbe Bruch-Einheit $\left(\frac{\frac{1}{2}}{100}\right)$ vernachlässigt, so würde der dadurch für alle zehn Summanden angewachsene Fehler doch erst $\frac{5}{100} = \left(\frac{\frac{1}{2}}{10}\right)$ betragen haben. Da wir aber nur Brüche kleiner als $\frac{1}{2}$ vernachlässigten, und diese Fehler, weil sie bald auf die eine, bald auf die andere Seite fallen, sich zum Teil aufheben, so muſs der Fehler an der Summe $4\frac{11}{50}$ noch bedeutend kleiner als $\frac{1}{2}$ sein.

Hätte man aber statt 100 eine gröſsere Rangzahl 100000, 1000000 &c., zum allgemeinen Nenner genommen, wodurch die Rechnung nicht viel schwerer wird, so würde der Fehler schon für die Sinne verschwunden sein, wenn auch die Einheit der Summe, Kilogramm, Mark, Meile &c. wäre.

49.

Der Umstand, daſs man, um gewöhnliche Brüche darzustellen, immer zweierlei Zahlen, Zähler und Nenner, schreiben muſs, welches nicht allein zeitraubend ist, sondern auch (besonders bei Anfertigung von Tabellen &c.) viel Raum einnimmt, die Übersicht erschwert; sowie auch der Umstand, daſs die Bruchrechnung viele vorbereitende Operationen erfordert, wie z. B. das Einrichten bei der Multiplikation und Division, das Gleichnamigmachen bei der Addition und Subtraktion, haben die Erfindung und den Gebrauch der Decimalbrüche veranlaſst, wodurch alle jene in gröſserer Praxis sehr fühlbare Unbequemlichkeiten auf einmal gehoben, die Darstellung und das Rechnen mit Brüchen ebenso einfach, als mit ganzen Zahlen gemacht worden.

50.

Decimalbruch wird nämlich jeder Bruch genannt, dessen Nenner eine einfache Rangzahl des Zehnersystems ist, wie $\frac{873}{1000}$, $\frac{47}{100}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{1000}$ &c. Ein solcher Bruch hat nämlich, als eine notwendige Folge seines Nenners und als Grund seiner Benennung die Eigenschaft, daſs er sich immer in so viele Brüche zerlegen läſst, als der Nenner Nullen hat, und zwar so, daſs die Einheiten dieser Brüche nach dem dekadischen Gesetze aufeinander folgen, nämlich $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ &c. Es ist z. B. (weil $873 = 800 + 70 + 3$) $\frac{873}{1000} = \frac{800}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{3}{1000}$; oder indem man die Nullen am Ende der Zähler gegen ebenso viele ihrer Nenner ausstreicht:

$$\frac{873}{1000} = \frac{8}{10} + \frac{7}{100} + \frac{3}{1000}$$

$$\frac{34507}{100000} = \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{0}{10000} + \frac{7}{100000}$$

$$\frac{47}{1000} = \frac{0}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$$

$$\frac{47}{100000} = \frac{0}{10} + \frac{0}{100} + \frac{0}{1000} + \frac{4}{10000} + \frac{7}{100000}$$

wo, der Gleichförmigkeit wegen, die Zähler der fehlenden Zehntel &c. durch Nullen ergänzt sind.

51.

Aus der gezeigten Zergliederung ist zu ersehen, daſs, wenn der Zähler eines Decimalbruchs so viele Ziffern hat, als sein Nenner Nullen, wie $\frac{875}{1000}$, $\frac{71}{100}$ &c. oder wenn, der Gleichförmigkeit wegen, die fehlenden Ziffern im Zähler durch vorgesetzte Nullen ergänzt werden, wie $\frac{47}{1000} = \frac{047}{1000}$, $\frac{47}{10000} = \frac{0047}{10000}$ &c., alsdann die erste Ziffer im Zähler die Anzahl der Zehntel (oder fehlenden Zehntel), die zweite Ziffer die Anzahl der Hundertel enthält, und so nach diesem Gesetze weiter.

Diese Bemerkung führt nun sogleich zu dem gebräuchlichen Verfahren, die Decimalbrüche weit einfacher ohne ihre Nenner zu schreiben. Man schneidet nämlich mittelst eines Decimalzeichens (Komma oder Punkt) rückwärts vom Zähler des Decimalbruchs so viele Ziffern ab, als sein Nenner Nullen hat (indem man die fehlenden Ziffern im Zähler durch vorgesetzte Nullen ergänzt). Links vor das Decimalzeichen setze man endlich noch eine Null, oder die etwaigen ganzen Einheiten, welche der Decimalbruch enthält oder bei sich hat. Alsdann bedeuten die links vor dem Decimalzeichen stehenden Ziffern ganze Einheiten; die rechts auf das Decimalzeichen folgenden aber Bruch-Einheiten, und zwar die erste Ziffer Zehntel, die zweite Ziffer Hundertel &c. So schreibt man z. E.:

$\frac{875}{1000} = 0{,}875$ (lies: 0 Ganze, 8 Zehntel, 7 Hundertel &c. oder einfacher: 0 Ganze, 875 Tausendtel)

$2\frac{875}{1000} = 2{,}875$ (2 Ganze, 8 Zehntel &c.)

$\frac{47}{10000} = 0{,}0047$ (0 Ganze, 0 Zehntel, 0 Hundertel, 4 Tausendtel &c.)

$$5\tfrac{47}{1000} = 5{,}047;\ \tfrac{24805}{1000} = 24{,}805;\ 32\tfrac{5}{100} = 32{,}05.$$

Es ist also leicht, einen Decimalbruch ohne Nenner zu schreiben, und umgekehrt, einen ohne Nenner geschriebenen Decimalbruch wieder in gewöhnlicher Bruchsform herzustellen, indem man ihm nur eine einfache Rangzahl mit so vielen Nullen unterzuschreiben braucht, als Decimalstellen auf das Decimalzeichen folgen, und dann das Decimalzeichen wieder weglässt, so ist z. B.

$$0{,}875 = \tfrac{875}{1000};\ 0{,}0071 = \tfrac{0071}{10000} = \tfrac{71}{10000}\ \text{\&c.}$$

Aufgaben. 1) Wie schreibt man folgende Decimalbrüche ohne Nenner: $\frac{5}{10}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{13}{100}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{101}{10000}$, $\frac{1}{10000}$, $\frac{3}{1000}$, $\frac{75}{100}$, $\frac{376}{10000}$, $\frac{2005}{100000}$, $\frac{501007}{1000000}$, $3\frac{2}{10}$, $728\frac{47}{100}$, $10\frac{15}{1000}$, $11\frac{1101}{100000}$, $\frac{50013}{1000}$, $\frac{705}{10}$.

Antwort. 0,5; 0,1; 0,13; 0,03; 0,0101; 0,0001; 0,003; 0,75; 0,0376; 0,02005; 0,501007; 3,2; 728,47; 10,015; 11,01101; 50,013; 70,5.

2) Wie schreibt man folgende Decimalbrüche mit untergelegtem Nenner: 0,54; 0,015; 2,004; 30,07; 0,005; 100,001.

Antwort. $\frac{54}{100}$, $\frac{15}{1000}$, $\frac{2004}{1000} = 2\frac{4}{1000}$, $30\frac{7}{100} = \frac{3007}{100}$, $\frac{5}{1000}$, $100\frac{1}{1000} = \frac{100001}{1000}$.

52.

Verwandlung gewöhnlicher Brüche in Decimalbrüche. Der Gebrauch der Decimalbrüche findet besonders in der angewandten Mathematik statt, und namentlich bei den Rechnungen mit Wurzelgröfsen und Logarithmen, welche dieselben gar nicht entbehren können, und ihre Einführung eigentlich zuerst veranlafst haben. Obgleich nun in der Praxis die Decimalbrüche sich fast immer von selbst in gehöriger Form darstellen, so ist es doch auch manchmal erforderlich, einen gewöhnlichen echten Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln und dies geschieht am leichtesten auf folgende Weise: Man setze erst 0 als Ganze und das Decimalzeichen, hänge darauf dem Zähler eine Null an und dividiere mit dem Nenner, so giebt der Quotient die Anzahl der vollen Zehntel an, welche der Bruch enthält (an dessen Stelle man aber eine Null setzen mufs, wenn der Bruch keine Zehntel enthält), dem Rest hänge man wieder eine Null an, und dividiere abermals durch den Nenner, so erhält man Hundertel, und so fahre man fort bis die Division entweder aufgeht, oder bis man so viele Decimalen bestimmt hat, als es die Genauigkeit der Rechnung verlangt. Mehr als sieben Decimalstellen sind höchst selten erforderlich. Manchmal genügen schon zwei, drei oder fünf. Die letzte Decimale pflegt man um eine Einheit zu vergröfsern, wenn die folgende eine 5 oder darüber ist. Wollte man von dem Bruche 0,8468 nur die drei ersten Decimalstellen beibehalten, so würde 0,847 den wahren Wert genauer darstellen als 0,846, ersterer ist nur um $\frac{2}{10000}$ zu grofs, letzterer aber um $\frac{8}{10000}$ zu klein. Läfst sich der Nenner des in einen Decimalbruch umzuformenden Bruchs in die einfachen Faktoren 2 und 5 auflösen, wie $\frac{3}{8} = \frac{3}{2.2.2}$; $\frac{3}{20} = \frac{3}{2.2.5}$ &c., so mufs die Division, wenn man sie soweit treiben wollte, jedesmal ein Ende nehmen; läfst sich aber der Nenner nicht in die einfachen Faktoren 2 und 5 auflösen, wie $\frac{5}{6} = \frac{5}{2.3}$; $\frac{4}{15} = \frac{4}{3.5}$ &c., so kann die Division auch niemals aufgehen (317). Beispiele:

$$\tfrac{3}{16} = 0{,}1875;\ \tfrac{7}{8} = 0{,}875;\ \tfrac{6}{2117} = 0{,}0028\ldots$$

Man sage nämlich: 16 in 3 Ganze giebt 0 Ganze, 16 in 30 Zehntel giebt 1 Zehntel und 14 als Rest, 16 in 140 Hundertel giebt 8 Hundertel &c.

Der Grund dieses Verfahrens ist leicht einzusehen, denn ob man z. B. nach (§ 48) Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{3}{16}$ erst mit einer Rangzahl multipliziert, und dann wieder durch den alten Nenner abkürzt und den dadurch entstehenden Bruch nach (§ 51) ohne Nenner schreibt, oder ob man dem Zähler die Nullen nach und nach anhängt, das ist einerlei. Man hat z. B.

$$\tfrac{3}{16} = \frac{3000}{16.1000} = \frac{187\frac{8}{16}}{1000} = 0{,}187.$$

Anmerkungen. 1) Ist der umzuformende Bruch unecht, so mufs man natürlich erst die Ganzen herausziehen und diese statt der Null vor das Decimalzeichen setzen, z. B. $\frac{21}{8} = 2{,}625$; $2\frac{3}{4} = 2{,}75$ &c.

2) Wenn man einem Decimalbruch rechts noch beliebig viele Nullen anhängt, so wird dadurch der Wert desselben nicht geändert, indem dies ebenso gleichgültig ist, als wenn man einer ganzen Zahl noch Nullen vorsetzt. So ist z. B. 0,54 = 0,540 = 0,5400 &c. Man kann also, wenn es die Gleichförmigkeit fordert, mehreren Decimalbrüchen durch angehängte Nullen leicht gleich viele Decimalstellen geben, d. h. sie gleichnamig machen.

3) Wenn beim Verwandeln eines gewöhnlichen Bruchs in einen Decimalbruch die Division kein Ende nimmt, so müssen, wenn die Divison weit genug getrieben wird, notwendig einige Decimalstellen immer in derselben

Ordnung (periodisch) wiederkehren. Solche Brüche pflegt man wohl **periodische** Decimalbrüche zu nennen und die Wiederholung der Perioden durch Punkte anzudeuten. So ist z. E. $\frac{5}{99} = 0{,}0505\ldots$ mit der Periode 05, $\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots$ mit der Periode 6.

Aufgaben. Folgende Brüche in Decimalbrüche zu verwandeln, und zwar wenn die Division nicht früher aufgeht, bis auf 5 Decimalstellen genau: $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{25}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{100}{3374}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{11}{474}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3700}{301}$, $\frac{1595}{245}$, $\frac{300}{1157}$, $20\frac{3}{8}$, $304\frac{5}{7}$, $\frac{1}{93}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{1000}$, $\frac{37}{36000}$, $\frac{141}{40000}$, $\frac{7}{40}$, $\frac{3}{200}$, $\frac{77}{600}$.

Antwort. 0,75; 0,36; 0,71429; 0,111 ...; 0,22 ...; 0,44 ...; 0,5; 0,4; 0,02963; 0,0101 ...; 0,02321; 0,125; 12,29236; 6,5102; 0,25929; 20,375; 304,71429; 0,01075; 0,1; 0,003; 0,00103; 0,00352; 0,175; 0,015; 0,128333 ...

53.

Bei einer ganzen Zahl mit angehängtem Decimalbruch findet das Decimalsystem überall statt, nämlich auch im Übergange von den Bruch-Einheiten zu den Ganzen. In der Zahl

$$20704{,}56803$$

gelten z. B. 10 Einheiten der zweiten Decimale (6) eine Einheit der nächst vorhergehenden Ziffer (5) $(10 \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{10})$; zehn Einheiten der Ziffer 5 eine Einheit der folgenden Ziffer (4) $(10 \cdot \frac{1}{10} = 1)$ &c. Aus dieser Ursache ist nun auch das Rechnen mit Decimalbrüchen ebenso wie mit ganzen Zahlen; nur auf die richtige Stellung des Decimalzeichens muſs man ein wenig Aufmerksamkeit richten.

54.

Addition. Man schreibt die Gröſsen so untereinander, daſs die Decimalzeichen und mithin gleichnamige Einheiten übereinander stehen, Einer unter Einer, Zehntel unter Zehntel &c., addiert dann wie gewöhnlich, indem man für je zehn Einheiten einer Reihe eine Einheit auf die nächst höhere überträgt. Sind einige von den Gröſsen gewöhnliche Brüche, so muſs man sie erst in Decimalbrüche verwandeln. So findet man z. B.

$$0{,}72 + 0{,}087 + 2{,}5 + 14{,}0089 = 17{,}3159.$$
$$0{,}05012 + 30{,}0707\ldots + 0{,}66\ldots + \tfrac{5}{6} + 2\tfrac{3}{4} = 34{,}370827$$
$$10{,}3131\ldots + 9{,}11\ldots + 0{,}503 + 0{,}003 + 0{,}1 = 20{,}0302.$$

$$\begin{array}{r} 0{,}72\,.\,. \\ 0{,}087\,. \\ 2{,}5\,.\,.\,. \\ 14{,}0089 \\ \hline 17{,}3159 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}05012\,. \\ 30{,}070707 \\ 0{,}666667 \\ \tfrac{5}{6} = 0{,}833333 \\ 2\tfrac{3}{4} = 2{,}75\,.\,.\,.\,. \\ \hline 34{,}370827 \end{array}$$

55.

Subtraktion. Man schreibt Subtrahend und Minuend in derselben Ordnung wie bei der Addition untereinander; ist einer von ihnen ein gewöhnlicher Bruch, so muſs man ihn erst zu einem Decimalbruch machen, und alsdann wie gewöhnlich subtrahieren. Es ist z. B.:

Minuend	1,0407	8,000	13,66667	$\frac{3}{4} = 0{,}75\,..$
Subtr.	0,9745	7,995	3,67809	0,2305
Differ.	0,0662	0,005	9,98858	0,5195

56.

Multiplikation. 1. Regel: Ist ein Decimalbruch mit einer einfachen Rangzahl zu multiplizieren, so braucht man das Decimalzeichen nur um so viele Stellen nach rechts zu rücken, als die Rangzahl Nullen enthält. Es ist z. B.: 10 (0,045) = 0,45; 100 (0,045) = 4,5; 1000 (0,045) = 45; 10000 (0,045) = 450; 100 (2,003) = 200,3.

2. Regel: Um 2 Decimalbrüche zu multiplizieren, multipliziert man wie bei ganzen Zahlen, ohne auf die Decimalzeichen der Faktoren zu achten, schneidet aber vom Produkt rückwärts so viele Decimalen wieder ab, als die Faktoren Decimalen zusammen enthalten, indem man die, welche das Produkt weniger hat, durch vorgesetzte Nullen ergänzt. Beispiele:

```
(1)  0,43        (2)  8,034       (3)  0,0478
     0,25             0,46             0,003
     ------           -------          ---------
     215             48204            0,0001434
     86             32136
     ------          -------
     0,1075          3,69564

(4)  4,03        (5)  0,035       (6)  0,056
     2,15             2,04             24
     ------           ------           ------
     2015             140              224
     403              70               112
     806              -------          ------
     ------           0,07140          1,344
     8,6645
```

Bei (1) haben beide Faktoren zusammen vier Decimalen, bei (2) fünf, bei (3) sieben, bei (4) vier, bei (5) fünf, bei (6) drei.

Die Richtigkeit dieser Regel erklärt sich von selbst, wenn man die Decimalbrüche mit untergelegtem Nenner geschrieben denkt, dann Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert, und den erhaltenen Bruch wieder ohne Nenner darstellt. So ist z. E.:

$$(0{,}43)\ (0{,}25) = \frac{43}{100} \cdot \frac{25}{100} = \frac{1075}{10000} = 0{,}1075;$$

(der Nenner des Produkts erhält nämlich so viele Nullen, als beide Faktoren Decimalstellen enthalten;)

$$8{,}034 \cdot 0{,}46 = \frac{8034}{1000} \cdot \frac{46}{100} = \frac{369564}{100000} = 3{,}69564.$$

$$0{,}056 \cdot 24 = \frac{56}{1000} \cdot 24 = \frac{1344}{1000} = 1{,}344\ (\S\ 51).$$

Aufgaben. Folgende angedeutete Multiplikation zu entwickeln: (0,057) (0,005); (0,205) (7,04); (1,09) (1,003); 11 . (1,1036); (0,013) . 101; (203,07) (105,002); 100 . (0,031); (0,2) . 100; 1000 . (31,0451); (21,005) (0,74) (0,07).

Antwort. Die Produkte sind: 0,000285; 1,4432; 1,09327; 12,1396; 1,313; 21322,75614; 3,1; 20; 31045,1; 1,0880590 = 1,088059.

57.

Division. 1. Regel: Ist ein Decimalbruch durch eine einfache Rangzahl zu dividieren, so braucht man nur das Decimalzeichen so viele Stellen nach links zu rücken, als die Rangzahl Nullen hat. So ist z. B.:

$$\frac{320,45}{100} = 3,2045; \; \frac{5,23}{10} = 0,523; \; \frac{1,04}{100} = 0,0104.$$

2. Regel: Ist der Divisor eine ganze Zahl, so dividiert man jede Stelle des Dividend, und setzt zu dem etwaigen Reste die folgende Ziffer, z. B. $\frac{3,645}{8} = 0,455625$. (Man sage nämlich: der 8te Teil von 3 Ganzen giebt 0 Ganze, der 8te Teil von 36 Zehntel giebt 4 Zehntel &c.). Ebenso ist $\frac{0,06305}{12} = 0,005254..$

3. Regel: Man rückt das Komma im Divisor ohne Rücksicht auf die Anzahl der Decimalstellen des Dividend soviel Stellen nach rechts, daſs derselbe sich in eine ganze Zahl verwandelt. Hierauf rückt man das Komma im Dividend gleichviel Stellen nach rechts und dividiert alsdann beide Zahlen nach der 2. Regel. Z. B.:

$\frac{0,057}{3,2}$? Da der Divisor eine Decimalstelle hat, so ist das Komma in beiden Zahlen eine Stelle nach rechts zu rücken $= \frac{0,57}{32} =$ 0,01781; denn $\frac{0,057}{3,2} = \frac{0,057 . 10}{3,2 . 10} = \frac{0,57}{32}$.

$\frac{0,35}{0,4073}$? Der Divisor hat 4 Decimalstellen, folglich ist das Komma in beiden Zahlen 4 Stellen nach rechts zu rücken $= \frac{3500}{4073} =$ 0,85932.

$\frac{0,34}{0,17} = \frac{34}{17} = 2$; denn $\frac{0,34}{0,17} = \frac{0,34 . 100}{0,17 . 100} = \frac{34}{17}$.

$$\frac{8}{0,245} = \frac{8,000}{0,245} = \frac{8000}{245} = 32,65306;$$

$$\frac{0,3645}{0,8} = 3,645 : 8 = 0,455625.$$

Anmerkungen. 1) Ist ein Decimalbruch mit einem gewöhnlichen Bruche zu multiplizieren, so könnte man letztern erst in einen Decimalbruch verwandeln, leichter erhält man aber das Produkt, wenn man mit seinem Zähler multipliziert und durch seinen Nenner dividiert. So ist z. B.:

$$\tfrac{2}{3} . (6,0435) = \frac{2 . 6,0435}{3} = 2 . (2,0145) = 4,029;$$

$$\tfrac{3}{4} . (0,25) = \frac{0,75}{4} = 0,1875.$$

2) Ist ein Decimalbruch durch einen gewöhnlichen Bruch zu dividieren, so kann man mit dem umgekehrten Divisor multiplizieren; z. B.:

$$0{,}326 : \tfrac{3}{4} = 0{,}326 \,.\, \tfrac{4}{3} = \frac{1{,}304}{3} = 0{,}43466\ldots$$

3) Ist ein gewöhnlicher Bruch durch einen Decimalbruch zu dividieren, so mufs man erstern in einen Decimalbruch verwandeln oder dem Decimalbruch seinen Nenner unterschreiben, ihn dann umkehren und multiplizieren. Es ist z. B.:

$$\tfrac{3}{4} : 0{,}321 = \frac{0{,}75}{0{,}321} = \tfrac{750}{321} = 2{,}3364 \text{ oder auch}$$
$$\tfrac{3}{4} : 0{,}321 = \tfrac{3}{4} : \tfrac{321}{1000} = \tfrac{3}{4} \cdot \tfrac{1000}{321} = \tfrac{250}{107} = 2{,}3364.$$

Aufgaben. Man vollziehe folgende angedeutete Divisionen bis auf 4 Decimalen:

$$\frac{0{,}305}{0{,}506},\ \frac{0{,}0578}{0{,}23},\ \frac{2{,}035}{0{,}76},\ \frac{0{,}03}{8{,}134},\ \frac{3{,}207}{4{,}085},\ \frac{0{,}091}{183},\ \frac{25}{0{,}507},\ \frac{0{,}0453}{8},\ \frac{2{,}1616\ldots}{12},\ \frac{0{,}04}{10},\ \frac{540{,}047}{1000},$$
$$\frac{0{,}04}{100},\ \frac{8471}{100},\ \frac{1}{100},\ \frac{35}{1000},\ \frac{1}{0{,}305},\ \frac{1}{1{,}012},\ \frac{2}{3{,}05},$$

$$\tfrac{2}{7} : 0{,}14;\ 4{,}03 : \tfrac{2}{3};\ 0{,}1875 : \tfrac{3}{4};\ 0{,}056 : \tfrac{3}{7};\ 0{,}435 : 2\tfrac{3}{4};\ \tfrac{3}{8} : 0{,}05;\ \left(\frac{0{,}03}{0{,}05}\right) \cdot \tfrac{2}{3}.$$

Antwort. Die Quotienten sind: 0,6028; 0,2513; 2,6776; 0,0037; 0,785; 0,0005; 49,3097; 0,0056; 0,1801; 0,004; 0,540047; 0,0004; 84,71; 0,01; 0,035; 3,2787; 0,9882; 0,6557; 2,0408..; 6,045; 0,25; 0,13066..; 0,1581; 7,5; 0,4.