Ausführliches Lehrbuch der Arithmetik und Algebra

Lübsen, Heinrich B.

Leipzig, 1883

Drittes Buch. Zeichen, Kunstwörter, Eigenschaften der Zahlen, Teilbarkeit [...]

urn:nbn:de:bsz:31-264709

Drittes Buch.

Zeichen, Kunstwörter, Eigenschaften der Zahlen, Teilbarkeit, Maſse &c.

13.

Jede Wissenschaft hat zur Benennung zusammengesetzter Begriffe ihre eigenen Kunstwörter, die gleich den Fürwörtern ganze Sätze vertreten und mithin zur Abkürzung des Vortrags dienen. Wer nicht alle Augenblicke auf Dunkelheiten stoſsen will, muſs sich die Bedeutung dieser Kunstwörter wohl merken, denn im schriftlichen Vortrage werden sie nur einmal erklärt und dann als bekannt vorausgesetzt. — Um dem Anfänger dies einleuchtend und zugleich begreiflich zu machen, daſs, ohne Kunstwörter zu gebrauchen, der Vortrag unerträglich weitläufig und dadurch undeutlich werden würde, nehmen wir als Beispiel nur den Satz:

„Der Rest zum Subtrahend addiert, giebt den Minuend wieder.“ Sollte nun dieser Satz ausgesprochen werden, ohne von den eben gebrauchten Kunstwörtern Rest, Subtrahend, Minuend &c. zu profitieren, so müſste man sehr weitschweifig sagen:

„Die Zahl, welche von einer andern weggenommen worden ist, giebt, zu der Zahl, welche übrig geblieben, hinzugezählt, diejenige Zahl wieder, von welcher man erstere abgezogen hat.“

Man kann also auch solche Kunstwörter, die, wie man sieht, nicht allein zur Abkürzung des Vortrags, sondern auch zur Deutlichkeit dienen, nicht als fremde Wörter betrachten. Die meisten Kunstwörter der Mathematik sind fast in allen Sprachen dieselben. Solche Kunstwörter müssen also, eben weil sie ganze Sätze oder mehrere Vorstellungen enthalten, bevor sie gebraucht werden dürfen, immer erst erklärt werden, und das selbst, wenn man auch in der Sprache reden wollte, aus welcher sie stammen; sie lassen sich auch schon deshalb nicht durch ein einziges Wort übersetzen, weil die Begriffe, welche man mit ihnen verbindet, beim jetzigen Zustande der Wissenschaft viel gröſseren Inhalt haben, als sie ursprünglich, in der Kindheit der Wissenschaft, hatten.

Die Mathematik würde den Anfängern von einigermaſsen gereiftem Verstande nicht so schwer vorkommen, wenn sie von Haus aus die Begriffe klar aufzufassen suchten, und Zeichen und Kunstwörter nicht miteinander verwechselten.

14.

Um kurz anzudeuten, daſs mehrere Gröſsen addiert werden sollen, verbindet man dieselben in beliebiger Folge durch das Plus- oder Additionszeichen (+), welches also abgekürzt, statt des Wortes plus (mehr) steht. Soll z. B. 3, 8 und 5 addiert werden, so ist $3+8+5$ zu setzen, gelesen: 3 plus 8 plus 5.

Soll eine Gröſse von einer andern subtrahiert werden, so setzt man, um dies in Zeichen anzugeben, vor die zu subtrahierende Gröſse das Minus- oder Subtraktionszeichen (—), z. B. $8-5$ lies: 8 minus (weniger) 5.

Um anzudeuten, daſs zwei oder auch mehrere Faktoren miteinander multipliziert werden sollen, schreibt man die Faktoren in beliebiger Folge nacheinander hin und setzt zwischen sie das Multiplikationszeichen (·), (das liegende Kreuz $\times$ ist wenig gebräuchlich, weil es leicht mit dem Additionszeichen +, oder mit dem Buchstaben X verwechselt werden kann). Soll z. B. 8 mit 5 multipliziert werden, so schreibt man $8 \cdot 5$, oder $5 \cdot 8$, lies: 8 mal 5, oder 5 mal 8. Soll 4 mit 5, das daraus entstehende Produkt wieder mit 3, das dann entstehende Produkt wieder mit 2 multipliziert werden, welches also 120 geben würde, so deutet man dies so an: $4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2$, oder $5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$, oder $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ &c. Es ist nämlich gleichgültig, in welcher Ordnung man die Faktoren miteinander multipliziert. (§ 313).

Um anzudeuten, daſs eine Gröſse durch eine andere dividiert werden soll, setzt man zwischen den Dividend und dem darauffolgenden Divisor ein Kolon (:), z. B. $8:2$, lies: „8 dividiert durch 2". Die Division hat aber noch ein zweites Zeichen, welches gewöhnlich nur bei Brüchen angewendet wird. Es ist dies ein Strich (Bruchstrich), der zwischen dem Dividend und dem senkrecht darunter geschriebenen Divisor gesetzt wird, z. B. $\frac{10}{5}$, lies: „10 dividiert durch 5" (oder „zehn Fünftel").

15.

Ein aus mehreren durch + und — miteinander verbundenen Teilen gebildeter Gröſsenausdruck heiſst im allgemeinen eine vielteilige Gröſse, die man, so lange ihre Teile nicht in eins zusammengerechnet sind, zuweilen nach der Anzahl der Teile zu benennen pflegt, wobei man Multiplikations- und Divions-Ausdrücke nur für einzelne Teile ansieht. So wären z. E.

$$4 \cdot 8; \frac{12}{3}; \quad \frac{4 \cdot 6}{2} \quad \text{einteilige Gröſsen.}$$

$$7+2; \quad \frac{64}{8} - 2 \cdot 3 \quad \text{zweiteilige Gröſsen.}$$

$$\frac{16}{2} + \frac{18}{3} - \frac{4 \cdot 9}{3} \quad \text{eine dreiteilige Gröſse.}$$

16.

Um anzudeuten, daſs zwei Gröſsen-Ausdrücke am Betrage völlig gleich sind, setzt man zwischen beide das Gleichheitszeichen (=) und nennt dann eine solche durch dieses Zeichen angedeutete Gleichheit eine Gleichung. Was diesseits des Gleichheitszeichens steht, heiſst die erste oder linke Seite, was jenseits steht, die zweite oder rechte Seite, und die einzelnen durch + und — verbundenen Teile die Glieder der Gleichung. So ist z. E.

$$8 + 5 = 13; \qquad 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120;$$

$$8 - 5 = 3; \qquad \frac{64}{8} - 2 \cdot 3 = 5 - 3;$$

$$\frac{3 \cdot 8}{6} = 4; \qquad \frac{4 \cdot 6}{2} + 8 = 4 \cdot 6 - \frac{8}{2}$$

17.

Die Ungleichheit zweier Gröſsen deutet man durch das Zeichen $<$ an, welches man so zwischen die beiden ungleichen Gröſsen stellt, daſs die Spitze der kleinern Gröſse zugewandt ist, z. B. $9 > 7$ oder $7 < 9$, lies: 9 ist gröſser als 7, oder 7 ist kleiner als 9; ebenso: $3 + 6 > 8$.

18.

Lehrsatz. Gleiches gleich behandelt, giebt Gleiches. Wenn man z. B. auf beiden Seiten einer Gleichung gleiche Gröſsen addiert oder subtrahiert, oder auf beiden Seiten mit einerlei Gröſse multipliziert oder dividiert, so erhält man wieder eine richtige Gleichung. Es ist z. B. $2 \cdot 6 = 8 + 4$, und wenn man auf beiden Seiten 5 addiert, so ist notwendig auch: $2 \cdot 6 + 5 = 8 + 4 + 5$.

19.

Um anzudeuten, daſs eine vielteilige Gröſse als eine einzige Gröſse betrachtet, z. B. mehrmals genommen, oder mit einer einteiligen Gröſse multipliziert werden soll, schlieſst man die vielteilige Gröſse in Klammern ein, und setzt vor oder hinter dieselbe den Multiplikator, und zwar ohne Multiplikationszeichen, welches durch die Klammern entbehrlich wird. Es ist dann einerlei, ob man die vielteilige Gröſse erst in eine einteilige zusammenzieht und diesen Betrag multipliziert, oder ob man erst jeden Teil derselben multipliziert und die Produkte addiert. Um die Richtigkeit einzusehen, braucht man sich nur die vielteilige Gröſse so oft als Summand (untereinander) gesetzt zu denken, als der davorstehende Faktor

Einheiten enthält. Soll z. E. die Gröſse $3+5+1$ fünfmal genommen werden, so deutet man dies so an: $5\,(3+5+1)$ und es ist dann

$$5\,(3+5+1) = 5\cdot 3 + 5\cdot 5 + 5\cdot 1 = 15 + 25 + 5 = 45$$

Denn es ist:

$$5\,(3+5+1) = \begin{cases} 3+5+1 \\ 3+5+1 \\ 3+5+1 \\ 3+5+1 \\ 3+5+1 \end{cases}$$

$$5\,(3+5+1) = 5\cdot 3 + 5\cdot 5 + 5\cdot 1$$

$$5\,(3+5+1) = 15 + 25 + 5\ *$$

20.

Soll eine vielteilige Gröſse durch eine einteilige dividiert werden, so muſs es nach § 19 einerlei sein, ob man den Betrag der vielteiligen Gröſse erst zusammenrechnet und dann in die Summe dividiert, oder ob man erst in jeden Teil dividiert und die Quotienten addiert. Soll z. E. von der vielteiligen Gröſse $15+25+5$ der 5te Teil genommen werden, so deutet man dies so an: $\frac{15+25+5}{5}$, und es ist dann:

$$\frac{15+25+5}{5} = \frac{15}{5} + \frac{25}{5} + \frac{5}{5} = 3 + 5 + 1 = 9$$

21.

Wenn also mehrere Zahlen durch eine und dieselbe Zahl ohne Rest teilbar sind, so muſs es auch die Summe sein. Es sind z. B. die Zahlen 15, 25, 5 durch 5 ohne Rest teilbar, und mithin auch ihre Summe 45.

22.

Ein aus mehreren Faktoren entwickeltes Produkt ist offenbar durch jeden seiner Faktoren, sowie auch durch Produkte aus je zwei, je drei derselben &c., ohne Rest teilbar und der Quotient ist dem Produkte der übrigen Faktoren gleich. Es ist z. E. $2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 = 120$, und die Zahl 120 ist nicht allein durch 2, 3, 4 und 5, sondern auch durch $2\cdot 3 = 6$; $2\cdot 4 = 8$; $3\cdot 5 = 15$ &c; $2\cdot 3\cdot 4 = 24$; $2\cdot 4\cdot 5 = 40$ &c. teilbar. Man hat z. B.:

$$\frac{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{2\cdot 3\cdot 4} = 5; \qquad \frac{3\cdot 2\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 5} = 2\cdot 4 = 8$$

---

* Der Anfänger muſs sich ganz besonders die §§ 19, 20, 22 und 23 merken, welche für die Folge von groſser Wichtigkeit sind.

23.

Soll man zwei Zahlen, z. B. 18 und 52, miteinander multiplizieren und das Produkt durch eine dritte Zahl, z. B. 6, dividieren, in Zeichen: $\frac{18 \cdot 52}{6}$, so darf man nur in den einen Faktor dividieren und mit dem erhaltenen Quotienten den andern Faktor multiplizieren. Es ist z. B.

$$\frac{18 \cdot 52}{6} = \frac{18}{6} \cdot 52 = 3 \cdot 52 = 156.$$

Um die Richtigkeit dieses Rechnungsvorteils einzusehen, denke man sich den Multiplikand 52, achtzehnmal als Summand hingesetzt, und dann von diesen 18 gleichen Summanden den 6ten Teil genommen, nämlich 3 Summanden. Beispiele:

$$\frac{24 \cdot 36}{12} = 2 \cdot 36 = 72;$$

$$\frac{18 \cdot 49}{7} = 18 \cdot 7 = 126.$$

Um solche oft stattfindende Rechnungsvorteile benutzen zu können, kommt es sehr zu statten, wenn man es einer Zahl gleich ansehen kann, durch welche andere sie ohne Rest teilbar ist. Man merke sich daher folgende wenige, leicht zu behaltende Kennzeichen.

24.

Eine Zahl ist stets durch 2 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer es ist, wie 10; 24; 210; 506 &c.; durch $2 \cdot 2$ oder 4, wenn ihre beiden letzten Ziffern es sind, wie 100; 316; 5124; 500 &c.; durch $2 \cdot 2 \cdot 2$ oder 8, wenn ihre drei letzten Ziffern es sind, wie 5832; 1008, 2160 &c.; durch $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ oder 16, wenn ihre vier letzten Ziffern es sind u. s. f. (§ 314.)

Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer es ist, wie 10; 65; 75; 310 &c.; durch $5 \cdot 5$ oder 25, wenn die beiden letzten; durch $5 \cdot 5 \cdot 5$ oder 125, wenn die drei letzten Ziffern es sind u. s. f. (§ 314.)

Eine Zahl ist durch 3 und 9 teilbar, wenn die Summe ihrer Ziffern es ist; z. B. 141 ist durch 3 teilbar, weil die Summe der Ziffern $1 + 4 + 1 = 6$ es ist, ebenso: 99; 111; 1101; 6504 &c.; die Zahl 5121 ist durch 9 teilbar, weil die Summe der Ziffern $5 + 1 + 2 + 1 = 9$ es ist, ebenso 99; 7074; 9297; 7992 &c. (§ 314.)

Die Regeln für die Teilbarkeit durch die übrigen Zahlen, wie 7, 13, 17 &c. sind viel zu weitläufig und nicht praktisch brauchbar.

25.

Alle Zahlen, welche durch 2 ohne Rest teilbar sind, wie 2, 4, 184, 100 &c. heifsen gerade, und die, welche durch 2 dividiert, 1 zum Rest lassen, wie 3, 5, 7, 101 &c. heifsen ungerade.

Anmerkung. Obgleich 0 als Stellzeichen und 1 als Einheit, aus deren Wiederholung erst eine Zahl entsteht, keine Zahlen sind, so pflegt man doch oftmals, der Allgemeinheit wegen, beide zu den Zahlen zu rechnen, und zwar 0 zu den geraden und 1 zu den ungeraden.

26.

Eine Zahl, welche durch andere ohne Rest teilbar ist, sich mithin in Faktoren auflösen läfst, heifst eine zusammengesetzte Zahl oder Produktzahl, und die, durch welche sie teilbar ist, heifsen Faktoren derselben. So ist z. B. 8 eine zusammengesetzte Zahl und 2 und 4 sind deren Faktoren, ebenso sind 9, 10, 12, 27 &c. zusammengesetzte Zahlen, denn: $9 = 3 \cdot 3$; $10 = 2 \cdot 5$; $12 = 3 \cdot 4 = 3 \cdot 2 \cdot 2$.

Diejenigen Zahlen aber, welche sich nicht durch andere ohne Rest (vielmehr nur durch 1 und sich selbst) teilen, also auch nicht in Faktoren auflösen lassen, heifsen Primzahlen. Solche sind z. B. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53 &c. — Jede Primzahl, die erste (2) ausgenommen, ist also immer eine ungerade Zahl; nicht aber umgekehrt.

Die Mathematiker haben mehrere merkwürdige Eigenschaften der Zahlen entdeckt, aber noch keine allgemeine Kennzeichen der Primzahlen.

27.

Wenn mehrere Zahlen zugleich durch eine andere ohne Rest teilbar sind, so heifsen erstere zusammengesetzte Zahlen unter sich, und letztere deren gemeinschaftliches Mafs oder gemeinschaftlicher Faktor. So sind z. B. 21, 28, 14, 7 und ebenso 9, 27, 18 zusammengesetzte Zahlen unter sich; erstere haben 7 und letztere 3 und auch 9 als gemeinschaftlichen Faktor.

Zahlen aber, welche nicht zugleich durch eine andere, ohne Rest teilbar sind, heifsen Primzahlen unter sich. Solche sind z. E. 8, 9 oder 17, 31.

28.

Um alle, sowohl einfache als zusammengesetzte Faktoren zu finden, durch welche eine zusammengesetzte Zahl, z. B. 210, ohne Rest teilbar ist, dividiere man sie erst durch eine Primzahl, den Quotienten wieder durch eine Primzahl und so fort, bis man auf die Einheit kommt, alsdann sind alle gleich neben dem Striche stehende Zahlen die verlangten einfachen Faktoren. Multipliziert man diese je zu zwei, je drei &c. miteinander (§ 22), so erhält man auch die zusammengesetzten Faktoren. Man multipliziert nämlich mit dem ersten neben dem Striche stehenden einfachen Faktor alle folgenden, dann mit dem zweiten alle folgenden einfachen und die daneben stehenden zusammengesetzten u. s. w. bis zu Ende. Kommen unter den einfachen Faktoren mehrere gleiche vor, so braucht man blofs den letzten gleichen Faktor zu multiplizieren (No. 2). (S. § 316.)

No. 1.

210	
105	2,
35	3, 6,
7	5, 10, 15, 30,
1	7, 14, 21, 42, 35, 70, 105.

$210 = 2 \cdot 105$
$210 = 2 \cdot 3 \cdot 35$
$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

No. 2.

360	
180	2,
90	2, 4,
45	2, 4, 8,
15	3,
5	3, 6, 12, 24, 9, 18, 36, 72,
1	5, 10, 20, 40, 15, 30, 60, 120, 45, 90, 180.

Es ist also $210 = 2 \cdot 105 = 2 \cdot 3 \cdot 35 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ und die Zahl 210 ist mithin (§ 22) durch 2, 3, 5, 7, 6, 10, 15, 30, 14, 21 &c. ohne Rest teilbar. Ebenso ist die Zahl $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ durch 2, 3, 5, 4, 8, 6, 12, &c. teilbar.

Aufgaben: Welches sind die einfachen und zusammengesetzten Faktoren a) von 4158; b) von 1836; c) von 1155.

Antwort: a) Es ist 4158 = 3.3.3.2.7.11 mithin 3, 2, 7, 11; 9, 27, 6, 18, 54, 21, 63, 189, 14, 42, 126, 378, 33, 99, 297, 22, 66, 198, 594, 77, 231, 693, 2079, 154, 462, 1386.

b) Es ist 1836 = 2.2.3.3.3.17; daher 2, 3, 17; 4, 6, 12, 9, 18, 36, 27, 54, 108, 34, 68, 51, 102, 204, 153, 306, 612, 459, 918.

c) Es ist 1155 = 5.3.7.11; daher 5, 3, 7, 11; 15, 35, 55, 21, 33, 77 &c.

29.

Die gemeinschaftlichen Faktoren mehrerer Zahlen, z. B. von 68, 88, findet man sehr leicht, wenn man diese Zahlen nach § 28 erst in Faktoren zerlegt; so ist z. B. $68 = 2 \cdot 2 \cdot 17$; $88 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11$; und die Zahlen 68, 88 sind also durch 2 und $2 \cdot 2$ oder 4, als deren gemeinschaftliche Faktoren, zu gleicher Zeit teilbar. Will man aber von zwei Zahlen nur einen und zwar den gröfsten gemeinschaftlichen Faktor haben, so findet man diesen gewöhnlich kürzer auf folgende Weise: Man dividiere (ohne auf die Quotienten zu achten) mit der kleinsten Zahl in die gröfste, mit dem etwa gebliebenen

Rest in den vorhergehenden Divisor, mit dem jetzt bleibenden Rest in den nächst vorhergehenden Divisor u. s. f. mit dem letzten Rest in den vorletzten, wie No. 1 oder No. 2 es zeigt. Diejenige Zahl, durch welche die Division zuletzt aufgeht, ist der gröſste gemeinschaftliche Faktor der beiden Zahlen. Hiernach findet man, daſs 4 der gröſste gemeinschaftliche Faktor von 68 und 88 ist, No. 1; ferner, daſs 17 der gröſste gemeinschaftliche Faktor von 595 und 306 ist, nach No. 2. (§ 315.)

(1)

$$\begin{array}{l} 88 : 68 = 1 \\ 68 \\ \hline 68 : 20 = 3 \\ 60 \\ \hline 20 : \ 8 = 2 \\ 16 \\ \hline 8 : \ 4 = 2. \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{l} 595 : 306 = 1 \\ 306 \\ \hline 306 : 289 = 1 \\ 289 \\ \hline 289 : \ 17 = 17. \end{array}$$

Aufgaben: Welches ist der gröſste gemeinschaftliche Faktor von 235 und 564; von 1240 und 372; von 65 und 112.

Antwort: Für die beiden ersten Zahlen ist es 47, für die beiden folgenden 124; die beiden Zahlen 65 und 112 haben keinen gemeinschaftlichen Faktor und sind also Primzahlen unter sich.

30.

Beim Addieren und Subtrahieren der Brüche wird in der Folge häufig die Aufgabe vorkommen, die kleinste Zahl zu finden, welche durch mehrere gegebene Zahlen ohne Rest teilbar ist. Diese Zahl findet man folgendermaſsen sehr leicht: erstlich kann man diejenigen der gegebenen Zahlen, welche schon in andern enthalten sind, auslassen; haben alsdann von den übrigen noch zwei oder mehrere einen Faktor gemeinschaftlich, so kann man sie durch diesen gemeinschaftlichen Faktor dividieren, und statt dieser Zahlen den gemeinschaftlichen Faktor und die erhaltenen Quotienten setzen. Werden dann diese miteinander und mit den etwa noch übrigen Zahlen, welche keinen gemeinschaftlichen Faktor haben, multipliziert, so ist das Produkt die kleinstmöglichste Zahl, welche durch alle gegebene ohne Rest teilbar ist. Sucht man z. E. eine Zahl, welche durch 2, 5, 4, 18, 6, 9, 10, 24, 35, 21 teilbar ist, so würde nach § 22 das Produkt aus diesen Zahlen die verlangte Eigenschaft haben; um aber die kleinstmöglichste Zahl zu erhalten, kann man offenbar die Zahlen 2, 5, 4, 6 und 9, als schon in den übrigen 18, 10, 24, 35 enthalten, auslassen, denn weil das Produkt aus den übrigen Zahlen 18, 10, 24, 35, 21 durch $18 = 2 \cdot 9$, durch $10 = 2 \cdot 5$; durch $24 = 4 \cdot 6$ &c. teilbar ist, so ist es offenbar auch durch die ausgestrichenen Zahlen 2, 5, 4, 6 &c. teilbar. Von den übrig gebliebenen Zahlen bei (a) haben 18 und 24 den Faktor 6 gemeinschaftlich; dividiert man durch diesen herausgesetzten Faktor, so erhält man die Reihe Zahlen bei b, wo wieder die Zahl 3, als in 21 enthalten, weggelassen wird; außerdem haben 10 und 35 noch den Faktor 5 gemeinschaftlich; diesen ebenfalls herausgesetzt, kommt die Zahlenreihe bei c, wo man wieder 2 als in 4, und 7 als in 21 enthalten, ausläßt. Die übrigen, 4, 21, welche Primzahlen unter sich sind, sowie die herausgesetzten gemeinschaftlichen Faktoren, 6, 5, muß man nun miteinander multiplizieren. Daß durch dieses Verfahren das gefundene Produkt $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 21 = 2520$ notwendig die Faktoren $6 \cdot 3$; $3 \cdot 3$; $2 \cdot 5$; $5 \cdot 7$ behalten, folglich auch durch 18, 9, 10, 35 &c. teilbar sein muß, ist leicht einzusehen (§ 22). Es ist mithin: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 21 = 2520$, als die gesuchte kleinste, durch 2, 5, 4, 18... teilbare Zahl.

2, 5, 4, 18, 6, 9, 10, 24, 35, 21
18, 10, 24, 35, 21 (a)
6) 3, 10, 4, 35, 21 (b)
5) 2, 4, 7, 21 (c)
$\underline{6} \cdot \underline{5} \cdot 4 \cdot 21 = 2520$

Ebenso findet man 5040, als die kleinste, durch 6, 9, 5, 7, 21, 56, 8, 12, 10, 16 teilbare Zahl.

(No. 2.) 6, 9, 5, 7, 21, 56, 8, 12, 10, 16
9, 21, 56, 12, 10, 16
3) 3, 7, 56, 4, 10, 16
8) 3, 7, 10, 2
$3 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 10 = 5040$

Aufgaben: Welches sind die kleinsten, durch 2, 11, 9, 21, 8, 18, 7, 22; durch 2, 3, 4, 6; durch 5, 12, 20, 15; durch 124, 100 teilbare Zahlen?

Antwort: 5544; 12; 60; 3100.