Ausführliches Lehrbuch der Arithmetik und Algebra

Lübsen, Heinrich B.

Leipzig, 1883

3. Multiplikation

3. Multiplikation.

9.

Sind die zu addierenden Zahlen einander gleich, z. B. 7, 7, 7, 7 (Summe 28), so vereinfacht die Multiplikation eine solche Addition dadurch, daſs sie nur 2 Zahlen dafür setzt. Die eine dieser beiden Zahlen giebt den Summand (hier 7) an und wird **Multiplikand** (die zu vervielfachende Zahl) genannt, die andere giebt an, wieviel gleiche Summanden vorhanden sind (hier 4) und heiſst **Multiplikator** (Vervielfacher). Die durch die Multiplikation erhaltene Zahl (jene Summe 28) wird **Produkt** (Vielfaches) genannt. Oft macht man keinen Unterschied zwischen Multiplikand und Multiplikator, sondern nennt die zu multiplizierenden Zahlen: **Faktoren**. Soll also das 4fache der Zahl 7 gesucht (7 mit 4 multipliziert) werden, so erhielte man folgendes Schema:

$$\left.\begin{array}{lr}\text{Multiplikand} & 7\\ \text{Multiplikator} & 4\end{array}\right\}\text{ Faktoren.}$$
$$\begin{array}{lr}\text{Produkt} & \overline{28.}\end{array}$$

Der erste, der die schöne und wichtige Erfindung der Multiplikation von mehrstelligen Faktoren machte, ist vielleicht durch folgende Betrachtungen darauf gekommen.

Es sei z. B. das 4253fache der Zahl 8067 zu finden. Man **denke** sich nun den Multiplikand, wie bei A angedeutet, so oft unter einander gesetzt, als der Multiplikator die Einheit enthält. Den Multiplikator denke man sich in seine einzelnen Rang-Einheiten zerlegt, wie bei B, und dann die ganze Reihe der untereinander stehenden gleichen Zahlen in kleinere Abschnitte geteilt, wovon der erste so viele Summanden enthält, als der Multiplikator Einer, dann so viele gleiche Abschnitte, von je zehn Summanden, als der Multiplikator Zehner enthält, ferner soviel gleiche Abschnitte von je hundert Summanden, als der Multiplikator Hunderte enthält u. s. f.

Wenn man nun die Summe der einzelnen Abschnitte sucht und dann wieder diese Summen addiert, so erhält man offenbar das verlangte Produkt.

Die Summe, welche 10, 100, 1000 gleiche Summanden enthalten, findet man nun aber ohne alle Rechnung, wenn man nur überlegt, daſs nach der Theorie unsers Zahlensystems eine Zahl 10 mal nehmen, nichts anderes heiſst, als jede ihrer Rang-Einheiten in den nächst höheren Rang zu rücken, oder ihr bloſs eine Null anzuhängen; eine Zahl 100 mal nehmen, soviel ist, als jede ihrer Rang-Einheiten um zwei Ränge höher zu bringen, was durch Anhängen von zwei Nullen geschieht.

B	A	
3	8067	
10	8067	
10	8067	
10	——	24201
10	8067	
10	8067	
100	8067	
100	8067	
1000	8067	
1000	8067	
1000	8067	
1000	8067	
4253	8067	
	8067	
	——	80670
	8067	
	u. s. w.	

Man findet also die Summe der ganzen Reihe A oder das 4253fache des Multiplikand, indem man denselben erst so oft zu sich selbst addiert, als der Multiplikator Einer enthält, wie bei a, dann so oft, als der Multiplikator Zehner enthält, und der Summe eine Null anhängt, wie bei b &c. c, d, und endlich alle diese Summen a, b, c, d, wieder addiert, wie bei e.

a	b	c	d	e
	80670			
	80670		8067000	24201
8067	80670		8067000	403350
8067	80670	806700	8067000	1613400
8067	80670	806700	8067000	32268000
24201	403350	1613400	32268000	34308951

Da die höchste Ziffer im Multiplikator nur 9 sein kann, so folgt, dafs man nach diesem Verfahren den Multiplikand nie öfter als 9 mal zu sich selbst zu addieren braucht. Macht man sich also zu diesem Gebrauch die kleine Multiplikationstabelle f, aus welcher man das Zweifache, Dreifache ... bis Neunfache einer jeden einziffrigen Zahl unmittelbar entnehmen kann, so wird die Arbeit bedeutend erleichtert, noch mehr, wenn man diese kleine, unter dem Namen Einmaleins bekannte, nützliche Tabelle im Kopfe hat, indem man dann die einzelnen Summen a, b, c, d gleich unter einander stellen kann, wie bei g.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

(f)

g

$$\left.\begin{array}{r} \text{Multiplikand: } 8067 \\ \text{Multiplikator: } 4253 \end{array}\right\} \text{Faktoren}$$

$$\begin{array}{r} 24201 \\ 40335 \\ 16134 \\ 32268 \\ \hline \text{Produkt: } 34308951 \end{array}$$

Man multipliziert nämlich erst mit der letzten Ziffer des Multiplikators, dann mit der vorletzten, indem man das Produkt um eine Stelle gegen die Linke rückt &c., wie bei g.

10.

Haben beide Faktoren, oder auch nur einer derselben, Nullen am Ende, so braucht man nur (wie aus der vorhergehenden Theorie leicht zu folgern ist) die bedeutlichen Ziffern miteinander zu multiplizieren, und dem Produkte soviel Nullen anzuhängen, als beide Faktoren zusammen (am Ende) haben (No. 1 und 2). Kommen mitten im Multiplikator Nullen vor, so kann man, um einem Irrtum vorzubeugen, das Zurückrücken der einzelnen Produkte durch Punkte bemerken (No. 3). Übrigens kann man die Faktoren eines Produkts immer miteinander verwechseln, und, der leichtern Rechnung wegen, den kleinsten zum Multiplikator nehmen. (Siehe § 313.)

(1)	(2)	(3)
32	5302000	30794
4000	3400	200506
128000	21208	184764
	15906	153970·
	18026800000	61588··
		6174381764

4. Division.

11.

Wie aus der Addition die Subtraktion entstand, so ergiebt sich in gleicher Weise aus der Multiplikation eine neue Rechnungsart: die Division. Bei der Multiplikation kann das gesuchte Produkt 54 aus den gegebenen Faktoren 6 und 9 enstanden sein. Denkt man sich nun umgekehrt das Produkt 54 und einen der Faktoren, z. B. 6, als gegebene Zahlen, so findet die Division den andern Faktor 9, und zwar beantwortet diese neue Rechnungsart hierbei zweierlei Fragen: 1) Wie groſs der 6. Teil von 54 ist; 2) Wie oft 6 in 54 enthalten ist. Man wird in beiden Fällen eine Zahl (9) zu suchen haben, die mit dem gegebenen Faktor (6) multipliziert das gegebene Produkt (54) giebt. Man nennt alsdann die letztere, als Produkt gedachte Zahl Dividend (die zu teilende Zahl), den gegebenen Faktor: Divisor (Teiler) und den gesuchten Faktor: Quotient (Teil, die durch die Division gesuchte Zahl). „54 durch 6 dividiert giebt also 9“ oder „6 ist in 54 9mal enthalten.“ Hier ist 54 der Dividend, 6 der Divisor, 9 der Quotient.

Soll eine vielstellige Zahl durch eine andere vielstellige Zahl, z. B. 34308951 durch 4253 dividiert werden, so findet man die Regeln hierzu leicht aus folgender Betrachtung. Statt nämlich, wie es der erste Gedanke eingiebt, den Divisor wiederholt vom Dividend zu subtrahieren, und für jede Subtraktion eine Einheit in den Quotienten zu setzen, zeigt ein wenig Aufmerksamkeit, daſs sich dieses Verfahren mit Hilfe der Multiplikation sehr abkürzen läſst. Vergleicht man die Ziffern des Divisors mit ebensovielen des Dividend, so sieht man leicht, indem man den Divisor mit 8 multipliziert und diesem Produkt (in Gedanken) drei Nullen anhängt, daſs das 8000fache des Divisors noch kleiner, das 9000fache aber gröſser