

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Methodisch geordnete Aufgabensammlung

Bardey, Ernst

Leipzig, 1879

XXXV. Wahrscheinlichkeitsrechnung

[urn:nbn:de:bsz:31-269430](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-269430)

35. Wie viel Würfe lassen sich mit zwei Würfeln werfen?
 36. Wie viel Würfe lassen sich mit zwei Würfeln werfen, wo beide Würfel ungleiche Augen haben?
 37. Wie viel Würfe lassen sich mit 3, mit 4 Würfeln werfen?
 38. Wie viel Würfe lassen sich mit 3 Würfeln werfen, wo alle Würfel verschiedene Augen zeigen?
 39. Wie viel Würfe lassen sich mit 3 Würfeln thun, wo 2 Würfel (aber nur 2) gleiche Augen haben?
 40. Wie viel Würfe lassen sich mit 4 Würfeln thun, 1) wo 2 (nur 2) Würfel gleiche Augen haben, 2) wo 2 und 2 Würfel gleiche Augen haben (aber nicht alle 4), 3) wo 3 (nur 3) Würfel gleiche Augen haben?

XXXV.

Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Das Maß der (mathematischen) Wahrscheinlichkeit w für das Eintreten eines Ereignisses ist der Quotient, welchen die Anzahl aller günstigen durch die Anzahl aller möglichen Fälle giebt. Dieser Quotient heißt daher auch kurz die Wahrscheinlichkeit. Ist die Wahrscheinlichkeit $= 1$, so tritt das Ereigniß gewiß ein; ist sie $= 0$, so tritt das Ereigniß gewiß nicht ein. Der Quotient, welchen die Anzahl aller ungünstigen Fälle durch die Anzahl aller möglichen Fälle giebt, ist das Maß der Unwahrscheinlichkeit u für das Eintreten eines Ereignisses oder die Wahrscheinlichkeit für das Nichteintreten desselben und heißt kurz die Unwahrscheinlichkeit.

Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit sind folgende Formeln zu merken:

- I. $w + u = 1$, $1 - w = u$, $1 - u = w$
- II. $w_1 + w_2 = w$
- III. $w_1 \cdot w_2 = w$

Die erste Formel folgt aus der Definition. — Die zweite Formel giebt für zwei fragliche Fälle (einer Ursache) die Wahrscheinlichkeit, daß einer der beiden Fälle eintritt (beide können nicht eintreten), wenn die Wahrscheinlichkeit für den ersten Fall w_1 und die für den zweiten Fall w_2 ist. — Die dritte Formel giebt für zwei fragliche Fälle (zweier Ursachen) die Wahrscheinlichkeit, daß beide eintreten. Die Ermittlung der Wahrscheinlichkeit, daß nur ein Fall eintritt, mindestens ein Fall eintritt u. s. w., bedarf bei zwei und mehreren Ursachen einer besondern Erwägung.

Wenn u_1 , u_2 und u_3 die Unwahrscheinlichkeiten für das Eintreten dreier Ereignisse A, B und C sind, entsprechend den Wahrscheinlichkeiten w_1 , w_2 und w_3 , wofür geben dann nachstehende Formeln die Wahrscheinlichkeiten an:

1. $u_1 + u_2, w_1 + u_2, w_2 + u_1, w_1 + w_2 + w_3$
2. $u_1 u_2, 1 - w_1 w_2, 1 - u_1 u_2, w_1 w_2 w_3$
3. $w_1 u_2 + w_2 u_1 + w_1 w_2 = 1 - u_1 u_2, w_1 u_2 + w_2 u_1$
4. $w_1 u_2 + w_2 u_1 + u_1 u_2 = 1 - w_1 w_2, 1 - w_1 w_2 w_3, 1 - u_1 u_2 u_3$
5. $w_1 w_2 u_3 + w_1 w_3 u_2 + w_2 w_3 u_1, w_1 u_2 u_3 + w_2 u_1 u_3 + w_3 u_1 u_2$
6. $w_1 w_2 w_3 + u_1 u_2 u_3, 1 - (w_1 w_2 w_3 + u_1 u_2 u_3)$

1. Wie groß ist beim Herausziehen einer Kugel aus einem Kästchen, das 8 weiße und 12 schwarze Kugeln enthält, 1) die Wahrscheinlichkeit eine weiße zu treffen, 2) eine schwarze, 3) eine rothe?

2. In einem Kästchen liegen 4 rothe, 8 schwarze und 12 weiße Kugeln. Wie groß ist beim Herausziehen einer Kugel 1) die Wahrscheinlichkeit eine rothe Kugel zu treffen, 2) eine weiße, 3) eine schwarze oder eine weiße, 4) keine schwarze?

3. In früheren Zeiten ließen grausame Feldherren die Mannschaft wegen schlechter Haltung decimiren. Wie groß war für den Einzelnen die Wahrscheinlichkeit dem Tode zu entgehn?

4) Wie groß ist bei einem Wurse mit einem Würfel 1) die Wahrscheinlichkeit 6 zu werfen, 2) 3 oder 4, 3) weder 3 noch 4?

5. Wie groß ist beim Aufwerfen einer Münze die Wahrscheinlichkeit Kopf zu werfen?

6. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei Ziehung eines Looses von 100 zu gewinnen, wenn man 4 Loose hat?

7. Wie groß ist beim Herausziehen einer Karte aus einem Spiele von 52 Karten 1) die Wahrscheinlichkeit ein As zu treffen, 2) eine Karte von bestimmter Farbe, z. B. Coeur, 3) eine rothe Karte, 4) ein Bild oder kein Bild?

8. Wie groß deßgl. 1) die Wahrscheinlichkeit eine Karte zu treffen, welche 2, 3, 4, 5 oder 6 Augen hat, 2) keine solche Karte zu treffen?

9. Wie groß ist beim Herausziehen zweier Karten aus einem Spiel von 52 Karten 1) die Wahrscheinlichkeit eine rothe und eine schwarze zu treffen, 2) zwei rothe Karten, 3) zwei Coeurs, 4) zwei Bilder, 5) kein Bild, 6) ein Bild und eine andere Karte, 7) zwei Karten von ungleicher Farbe, 8) zwei Karten von ungleichem Range?

10. A wettet mit B, daß er beim Herausziehen zweier Karten zwei Bilder oder kein Bild trifft. A setzt 50 Pf. und B 30. Wer hat Aussicht auf Gewinn, und wie viel durfte B höchstens wagen?

11. A und B wetten. A will beim Herausziehen zweier Karten nur rothe oder nur schwarze ziehen. Wer hat Aussicht auf Gewinn?

12. A wettet mit B, beim Herausziehen zweier Karten eine rothe und eine schwarze zu treffen. B setzt eine Mark. Wie viel kann A dagegen wagen?

13. Wie groß ist beim Herausziehen dreier Karten aus einem Spiele von 52 Karten 1) die Wahrscheinlichkeit nur rothe zu treffen,

2) nur rothe oder nur schwarze, 3) nur Coeurs, 4) nur Karten von einer Farbe, gleich viel welcher Art?

14. Deßgl. die Wahrscheinlichkeiten: 1) drei Karten von verschiedener Farbe zu treffen, 2) zwei rothe und eine schwarze, 3) zwei rothe und eine schwarze oder zwei schwarze und eine rothe, 4) nur Bilder oder kein Bild, 5) drei Karten von ungleichem Range?

15) A wettet mit B 50 Pf., beim Herausziehen dreier Karten aus einem Spiel nicht drei Karten von verschiedener Farbe zu treffen. Wie viel kann B höchstens dagegen setzen, wenn er Aussicht auf Gewinn behalten will?

16. Wie groß ist beim Herausziehen von vier Karten 1) die Wahrscheinlichkeit nur rothe zu treffen, 2) nur Coeurs, 3) nur Bilder, 4) zwei rothe und zwei schwarze, 5) drei rothe und eine schwarze, 6) vier Karten von verschiedener Farbe, 7) vier Karten von ungleichem Range?

17. A und B wetten. A will drei Karten von verschiedener Farbe ziehen; B will vier Karten ziehen, von denen zwei roth und zwei schwarz sind. A setzt 53 Pf. Wie viel kann B dagegen setzen?

18. Wie groß ist bei einem Wurf mit zwei Würfeln 1) die Wahrscheinlichkeit 7 zu werfen, 2) 8, 3) einen Paß?

19. Wie groß ist bei einem Wurf mit drei Würfeln 1) die Wahrscheinlichkeit drei gleiche Augen zu werfen, 2) zwei (nur zwei) gleiche Augen?

20. Wie groß ist bei einem Wurf mit drei Würfeln 1) die Wahrscheinlichkeit 13 zu werfen, 2) 10, 3) 11?

21. Deßgl. 1) drei ungleiche Augen, 2) drei auf einander folgende Zahlen zwischen 1 und 6?

22. Deßgl. bei einem Wurf mit vier Würfeln 1) drei (nur drei) gleiche Augen zu werfen, 2) zwei (nur zwei) gleiche Augen, 3) vier ungleiche Augen, 4) vier auf einander folgende Zahlen zwischen 1 u. 6?

23. Wie groß ist 1) die Wahrscheinlichkeit von 5 Kugeln eine gerade Anzahl zu wählen, 2) eine ungerade Anzahl?

24. Dasselbe für 6, 7, n Kugeln?

25. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit Gerade oder Ungerade zu raten, wenn alle ganzen Zahlen zur Auswahl stehen?

26. In einer Urne sind 12 weiße und 8 schwarze Kugeln. Wie groß ist beim Herausnehmen zweier Kugeln 1) die Wahrscheinlichkeit eine weiße und eine schwarze zu treffen, 2) zwei weiße, 3) zwei schwarze?

27. In einer Urne sind 18 weiße, 12 schwarze und 6 rothe Kugeln. Wie groß ist beim Herausnehmen von drei Kugeln 1) die Wahrscheinlichkeit nur weiße zu treffen, 2) nur schwarze, 3) nur rothe, 4) drei Kugeln von verschiedener Farbe?

28. In einer Urne sind 10 weiße und 10 schwarze Kugeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit beim Herausziehen von Kugeln eine gleiche Anzahl weißer und schwarzer zu treffen?

29. Wie groß ist ebenso bei einer Urne mit 12 weißen und 8 schwarzen Kugeln 1) die Wahrscheinlichkeit eine gleiche Anzahl von jeder Art zu fassen, 2) drei weiße und zwei schwarze, und wie groß

würde 3) im letzten Falle die Wahrscheinlichkeit sein, wenn das Erfassen von 5 Kugeln vorausgesetzt wäre?

30. Wie viel weiße und wie viel schwarze Kugeln wird man nach der vorigen Aufgabe am wahrscheinlichsten erfassen und wie groß ist hierfür die Wahrscheinlichkeit?

31. Eine Münze wird zweimal aufgeworfen. Wie groß ist 1) die Wahrscheinlichkeit einmal (nicht öfter) Kopf zu werfen, 2) mindestens einmal Kopf, 3) zweimal Kopf?

32. Eine Münze wird dreimal aufgeworfen. Wie groß ist 1) die Wahrscheinlichkeit einmal (nicht öfter) Kopf zu werfen, 2) mindestens einmal Kopf, 3) dreimal Kopf, 4) mindestens zweimal Kopf?

33. Wie groß ist ebenso bei 2, 3, 4, n Würfeln 1) die Wahrscheinlichkeit jedesmal Kopf zu werfen, 2) einmal (nicht öfter) Kopf, 3) mindestens einmal Kopf?

34. In einer Lotterie von 90 Nummern werden 5 Treffer gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine besetzte Zahl gewinnt?

35. Desselgl. die Wahrscheinlichkeit, daß von 2, 3, 12 besetzten Zahlen eine gewinnt, aber gerade nur eine?

36. Desselgl. die Wahrscheinlichkeit, daß von 12 besetzten Zahlen 2, 3, 4, 5 gewinnen, gerade nur so viele?

37. Wie viel Zahlen muß man in einer Lotterie von 90 Nummern bei 5 Treffern mindestens besetzen, damit es wahrscheinlich ist ($w > \frac{1}{2}$), daß 1) gerade eine gewinnt, 2) gerade zwei, 3) gerade drei gewinnen?

38. Wie vielmals müßte ein Bankhalter in Aufgabe 34. den Einsatz auszahlen 1) auf eine einzelne Zahl, 2) auf eine Ambe, 3) auf eine Terne, wenn er sich in Betreff der Aussicht auf Gewinn dem Spieler gleich stellt?

39. Wenn ich aus einem Spiel zwei Karten habe, deren Augenzahl in Summe 14, 15, 16 oder 17 beträgt, und mir noch eine dazu geben lasse, ist es wahrscheinlich, daß dann die Augenzahl der drei Karten über 21 steigt oder nicht, alle Bilder für 10 gerechnet, die Asse für 1?

40. Wie groß ist beim Herausziehen einer Karte aus einem Spiel die Wahrscheinlichkeit, ein As oder ein Bild zu treffen?

41. Man will in einem Wurf mit zwei Würfeln 5 oder 6 Augen werfen; wie groß ist 1) die Wahrscheinlichkeit, daß ein Wurf gelingt, 2) daß kein Wurf gelingt?

42. A will mit B 10 Pf. wetten, in einem Wurf mit zwei Würfeln 5 oder 6 oder 7 zu werfen. Wie viel kann B dagegen wagen?

43. A wettet mit B, in einem Wurf mit zwei Würfeln weder 2, 3, 4 noch 10, 11, 12 zu werfen. Wer hat Aussicht die Wette zu gewinnen?

44. Jemand will in zwei Würfen mit zwei Würfeln das erste Mal 7 und das zweite Mal 9 werfen. Wie groß ist 1) die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens ein Wurf gelingt, 2) daß beide Würfe

gelingen, 3) daß nur der erste Wurf gelingt, 4) daß beide Würfe mißlingen, 5) daß ein Wurf (nicht mehr) gelingt?

45. Wie groß ist bei zwei Würfeln mit zwei Würfeln 1) die Wahrscheinlichkeit einmal 5 und einmal 10 zu werfen, 2) entweder einmal 5 oder einmal 10, 3) weder 5 noch 10?

46. Wie groß ist desgl. bei drei Würfeln 1) die Wahrscheinlichkeit dreimal hinter einander 7 zu werfen, 2) der Reihe nach 7, 9, 10, 3) überhaupt in einem der drei Würfe 7, in einem 9, in einem 10?

47. Jemand will mit drei Würfeln in drei Würfen das erste Mal 8 oder 10, das zweite Mal 7 oder 13, das dritte Mal 11 oder 14 werfen. Wie groß ist 1) die Wahrscheinlichkeit, daß kein Wurf gelingt, 2) daß mindestens einer gelingt, 3) nur einer, 4) daß die beiden ersten gelingen, der dritte nicht, 5) daß zwei gelingen, einer nicht, 6) daß zwei gelingen oder einer?

48. Aus einer Lotterie von 90 Loosen, von denen 5 Treffer gezogen werden, hat A 4, B 5 Lose. Wie groß ist 1) die Wahrscheinlichkeit, daß beide gewinnen, 2) A allein, 3) B allein, 4) entweder A oder B, 5) weder A noch B, 6) mindestens einer?

49. Aus einer Lotterie von 90 Loosen hat A 3, B 4, C 5 Lose. Es werden 5 Treffer gezogen. Wie groß ist 1) die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens einer gewinnt, 2) daß alle drei gewinnen, 3) nur zwei, 4) nur einer, 5) daß alle drei gewinnen oder alle drei verlieren, 6) daß nur zwei gewinnen oder nur einer?

50. Jemand will aus einem Spiel von 52 Karten zwei Karten ziehen, das erste Mal eine rothe, das zweite Mal eine schwarze. Die zuerst gezogene Karte wird wieder eingemischt. Wie groß ist 1) die Wahrscheinlichkeit, daß beide Versuche gelingen, 2) mindestens ein Versuch, 3) nur ein Versuch, 4) daß beide Versuche mißlingen?

51. Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten der vorigen Aufgabe, wenn die Reihenfolge gleichgültig ist?

52. Wie gestalten sich die Resultate der Aufgabe 50., wenn Coeur und Treffle statt Roth und Schwarz gewünscht wird?

53. Wie werden die Resultate der Aufgaben 9., 13., 14. und 16., wenn die gezogene Karte jedesmal wieder eingemischt wird, bevor man die folgende zieht?

54. In welchem Verhältniß wächst 1) die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Würfe mit zwei Würfeln einen Pasch zu werfen, wenn es in den vorhergehenden nicht geschehen ist; 2) in 2, 3, 4, 5, 6 Würfeln mindestens einen Pasch zu werfen; 3) in diesen Würfeln gerade einen Pasch zu werfen?

55. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß im 11. Wurf das Wappen oben kommt, wenn man vorher 10 mal hinter einander Kopf geworfen hat?

56. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei Gerade und Ungerade, wo alle Zahlen zu Gebote stehen, das 6. Mal richtig zu raten, wenn man vorher 5 mal verkehrt gerathen hat?