

# **Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

## **Methodisch geordnete Aufgabensammlung**

**Bardey, Ernst**

**Leipzig, 1879**

XXXI. Arithmetische Reihen

[urn:nbn:de:bsz:31-269430](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-269430)

Welche positive ganze Zahlen kann man für  $x$  und  $y$  setzen, daß nachfolgende Ausdrücke Quadrate werden:

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| 94. $x^2 + y^2$      | 95. $x^2 - y^2$      |
| 96. $x^2 + xy + y^2$ | 97. $x^2 - xy + y^2$ |
| 98. $9x^2 - 7y^2$    | 99. $3x^2 + 4y^2$    |
| 100. $x(3x + 2y)$    | 101. $(7x - 2y)y$    |

Welche rationale Zahlen kann man für  $x$  setzen, daß nachfolgende Ausdrücke Quadrate werden:

- |                        |                       |
|------------------------|-----------------------|
| 102. $5x^2 - 7x + 4$   | 103. $9x^2 - 5x + 7$  |
| 104. $(3x - 1)(x + 5)$ | 105. $6x^2 - 13x + 6$ |
| 106. $2x^2 - 3x + 2$   | 107. $3x^2 - 5x + 3$  |

Welche positive ganze Zahlen lassen sich für  $x$  und  $y$  setzen, daß nachfolgende Ausdrücke Quadrate werden:

- |                           |                            |
|---------------------------|----------------------------|
| 108. $2x^2 - 7xy + y^2$   | 109. $16x^2 - 11xy + 5y^2$ |
| 110. $(3x - 4y)(2x + 3y)$ | 111. $2x^2 + 3xy - 2y^2$   |
| 112. $3x^2 - 2xy + 3y^2$  | 113. $12xy - 3(x^2 + y^2)$ |

### XXXI.

#### Arithmetische Reihen.

##### A. Erster Ordnung.

1. Was versteht man unter einer arithmetischen Reihe (erster Ordnung)?
2. Welche Reihen nennt man fallend, welche steigend?
3. Was versteht man unter Gliedern der Reihe?
4. Was versteht man unter der Differenz einer arithmetischen Reihe, und wie findet man sie?
5. Wie findet man aus irgend einem Gliede einer arithmetischen Reihe mit Hilfe der Differenz das folgende Glied?
6. Das erste Glied der Reihe sei 1, die Differenz 2, die Anzahl der Glieder 10. Wie heißt die Reihe, und wie groß ist die Summe aller Glieder?
7. Das erste Glied einer arithmetischen Reihe ist 0, die Differenz 5, das letzte Glied 30. Wie heißt die Reihe, und wie groß ist ihre Summe?
8. Das letzte Glied einer arithmetischen Reihe heißt 17, die

Differenz ist 3, das erste Glied — 10. Wie heißt die Reihe, wie groß ist die Anzahl der Glieder, und wie groß die Summe aller Glieder?

9. Wie viel und welche Größen kommen bei einer arithmetischen Reihe in Betracht?

10. Ist  $a$  das erste Glied,  $d$  die Differenz,  $n$  die Anzahl der Glieder,  $t$  das letzte oder  $n$ . Glied und  $s$  die Summe der Glieder, so gelten folgende Formeln:

$$t = a + (n - 1) d$$

$$s = \frac{(a + t) n}{2}$$

$$s = an + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} d$$

Mit Hilfe dieser Formeln lassen sich alle Aufgaben lösen, welche über arithmetische Reihen (erster Ordnung) vorkommen. Beweise dieselben!

11. Wie viel Größen sind darnach nöthig, um eine arithmetische Reihe vollständig zu bestimmen? (Grund!) Wie viele und welche einfache, zunächst liegende Aufgaben lassen sich hiernach zur vollständigen Bestimmung einer arithmetischen Reihe aufstellen?

12. Wie heißt das 20. Glied der Reihe 1, 3, 5 u. s. w., und wie groß ist die Summe der ersten 20 Glieder?

13. Wie heißt das 24. Glied der Reihe 2, 4, 6 u. s. w., und wie groß ist die Summe der ersten 24 Glieder?

14. Wie groß ist die Summe aller ganzen Zahlen von 1 bis 100?

15. Wie groß ist die Summe aller ungeraden Zahlen von 1 bis 49?

16. Wie groß ist die Summe aller geraden Zahlen von 2 bis 88?

17. Wie heißt die Differenz und das letzte Glied einer arithmetischen Reihe, deren erstes Glied 1, deren Summe 9400 und deren Gliederzahl = 40 ist?

18. Die Anzahl der Glieder einer arithmetischen Reihe ist 22, die Differenz 4, die Summe 99. Wie heißt das erste und wie das letzte Glied?

19. Wie heißt das erste Glied und die Summe einer arithmetischen Reihe, wenn die Differenz =  $1\frac{1}{2}$ , die Anzahl der Glieder = 33 und das letzte Glied = 77 ist?

20. Das erste Glied einer arithmetischen Reihe ist 25, die Anzahl der Glieder ebenfalls 25, das letzte Glied — 35. Wie groß ist die Differenz und die Summe?

21. Das erste Glied ist 21, das letzte — 59, die Summe — 323. Wie groß ist die Differenz und die Anzahl der Glieder?

22. Das letzte Glied ist 23, die Summe 58, die Anzahl der Glieder 29. Wie groß ist das erste Glied und die Differenz?

23. Zwischen je zwei Gliedern der arithmetischen Reihe 1, 5, 9, 13 u. s. w. sollen 5 Glieder eingeschaltet werden, daß wieder eine arithmetische Reihe entsteht. Wie heißt die neue Reihe?

24. Zwischen je zwei Gliedern der Reihe 2, 14, 26 u. s. w. sollen 7 Glieder eingeschaltet werden, daß wieder eine arithmetische Reihe entsteht. Wie heißt dieselbe?

25. Zwischen  $a$  und  $b$  sollen  $n$  Größen eingeschaltet werden, daß dieselben eine arithmetische Reihe bilden. Wie heißt die Differenz der Reihe, wie die 4 ersten Glieder, und wie das  $(n^2 + n + 1)$  te Glied?

26. Das 7. Glied einer arithmetischen Reihe heißt 10, das 17. Glied heißt 50. Wie heißt das erste Glied und die Differenz der Reihe?

27. Das 11. Glied einer arithmetischen Reihe heißt 47, das 19. Glied 75. Wie heißt das 283. Glied?

28. Die Summe des 4. und 7. Gliedes einer arithmetischen Reihe ist 100, die Summe des 17. und 29. Gliedes ist 800. Wie heißt die Reihe?

29. Die Summe der 37 ersten Glieder einer arithmetischen Reihe ist 888, die Differenz zwischen dem 13. und 31. Gliede 126. Wie heißt das erste Glied und die Differenz der Reihe?

30.\*) Wie groß ist die Anzahl der Glieder und das letzte Glied einer arithmetischen Reihe, deren erstes Glied  $-7$ , deren Differenz 3 und deren Summe 430 ist?

31. Das letzte Glied einer arithmetischen Reihe ist 97, die Differenz 3, die Summe 1612. Wie groß ist das erste Glied und die Anzahl der Glieder?

32. In einer arithmetischen Reihe von 20 Gliedern ist das Produkt der beiden mittleren Glieder 725, die Summe des 3. und 12. Gliedes  $= 30$ . Wie heißt das erste Glied und die Differenz der Reihe?

33. In einer arithmetischen Reihe ist die Differenz zwischen dem Quadrat des 15. und dem des 11. Gliedes  $= 400$ , die Summe des 9. und 12. Gliedes  $= 40$ . Wie heißt das erste Glied und die Differenz der Reihe?

34. In einer arithmetischen Reihe ist die Summe der Quadrate des 4. und 12. Gliedes  $= 1170$ , die Summe des 7. und 15. Gliedes  $= 60$ . Wie groß ist das erste Glied und die Differenz der Reihe?

35. In einer arithmetischen Reihe von 10 Gliedern ist die Summe aller Glieder  $= 65$ , die Summe ihrer Quadrate  $= 1165$ . Erstes Glied und die Differenz?

36. In einer arithmetischen Reihe von 8 Gliedern ist die Summe aller Glieder  $= 76$ , das Produkt aus der Summe der ersten 5 und der Summe der letzten 3 Glieder  $= 660$ . Erstes Glied und die Differenz?

37. In einer arithmetischen Reihe von 14 Gliedern ist das Produkt des ersten und letzten Gliedes  $= 276$ , das Produkt der beiden mittleren Glieder  $= 1326$ . Erstes Glied und die Differenz?

38. In einer arithmetischen Reihe von 4 Gliedern ist das Produkt aller Glieder  $= 3640$ , die Summe der beiden mittleren Glieder  $= 17$ . Wie heißen die 4 Glieder? (Vgl. S. 229, Nr. 65.)

39. In einer arithmetischen Reihe von 4 Gliedern ist das Produkt

\*) Die Aufgaben 30.—45. führen auf quadratische Gleichungen.

aller Glieder =  $a$ , ihre Summe =  $b$ . Wie groß ist das erste Glied  $x$  und die Differenz  $y$ ?

40. In einer arithmetischen Reihe von 4 Gliedern ist das Produkt aller Glieder =  $a$ , die Differenz der Quadrate der beiden mittleren Glieder =  $b$ . Wie groß ist das erste Glied  $x$  und die Differenz  $y$ ? (Vgl. S. 233 Nr. 49.)

41. In einer arithmetischen Reihe von 4 Gliedern ist das Produkt aller Glieder =  $a$ , die Summe der Quadrate der mittleren Glieder =  $b$ . Wie groß ist das erste Glied  $x$  und die Differenz  $y$ ?

42. In einer arithmetischen Reihe von 4 Gliedern ist das Produkt aller Glieder =  $a$ , die Summe ihrer Quadrate =  $b$ . Wie groß ist das erste Glied  $x$  und die Differenz  $y$ ?

43. In einer arithmetischen Reihe von 5 Gliedern ist das Produkt aller Glieder =  $a$ , die Summe aller Glieder =  $5b$ . Wie groß ist das erste Glied  $x$  und die Differenz  $y$ ?

44. In einer arithmetischen Reihe von 100 Gliedern ist die Summe aller Glieder = 8200, das Produkt der beiden mittleren Glieder = 6723. Wie groß ist das erste Glied  $x$  und die Differenz  $y$ ?

45. In einer arithmetischen Reihe von 50 Gliedern ist die Summe aller Glieder 3775, das Produkt aus dem 27. und dem 37. Gliede 8800. Wie groß ist das erste Glied  $x$  und die Differenz  $y$ ?

46. Was versteht man unter Polygonalzahlen?

47. Was versteht man unter dem allgemeinen Gliede einer Reihe?

48. Bilde die ersten 10 Glieder der arithmetischen Reihen, deren allgemeine Glieder sind: 1)  $n-1$ , 2)  $n^2-1$ , 3)  $\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$ , 4)  $n^2-n+1$ ,  
5)  $\frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$ .

49. Was versteht man unter einer Summenreihe?

50. Bilde die Summenreihen von folgenden arithmetischen Reihen:

1)  $-5, -1, 3, 7, 11, 15, 19, 23 \dots$

2)  $4, 1, 3, 10, 22, 39, 61, 88 \dots$

3)  $8, 1, -4, -7, -8, -7, -4, 1 \dots$

4)  $-1, 3, 4, 5, 9, 19, 38, 69 \dots$

51. Was bedeuten die Glieder der Summenreihe in Bezug auf die Glieder einer gegebenen Reihe?

52. Was bedeutet demnach das 2., das 3., das 4., das  $n$ . Glied einer Summenreihe in Bezug auf eine gegebene Reihe, und was gilt von dem ersten Gliede der Summenreihe?

53. Bilde die Summenreihe der gewöhnlichen Zahlenreihe, deren Differenz 1 ist, stelle jedes der 5 ersten Glieder dieser neuen Reihe als

eine Summe von Punkten dar, welche ein (reguläres) Dreieck ausfüllen, und gieb das allgemeine Glied dieser Summenreihe an, welches die allgemeine Form für die Dreieckszahlen ist.

54. Bilde zu der Reihe 1, 3, 5, 7 u. s. w., deren Differenz 2 ist, die Summenreihe, stelle jedes der 5 ersten Glieder dieser Reihe als eine Summe von Punkten dar, welche ein Quadrat ausfüllen, und gieb das allgemeine Glied der Summenreihe an, welches die allgemeine Form für die viereckigen oder Quadratzahlen ist.

55. Bilde zu der Reihe 1, 4, 7, 10 u. s. w., deren Differenz 3 ist, die Summenreihe, stelle jedes der 5 ersten Glieder dieser Reihe als eine Summe von Punkten dar, die ein (reguläres) Fünfeck ausfüllen, und gieb das allgemeine Glied der Summenreihe an, welches die allgemeine Form für die Fünfeckzahlen ist.

56. Bilde zu der Reihe 1, 5, 9, 13 u. s. w., deren Differenz 4 ist, die Summenreihe, stelle jedes der 5 ersten Glieder als eine Summe von Punkten dar, die ein Sechseck ausfüllen, und gieb das allgemeine Glied der Summenreihe an, welches die allgemeine Form für die Sechseckzahlen ist.

57. Wie heißen die ersten 7 Siebeneckzahlen, und wie heißt die allgemeine Form der Siebeneckzahlen?

58. Wie heißen die ersten 7 Zehneckzahlen, und wie heißt die allgemeine Form der Zehneckzahlen?

59. Wie heißen die ersten 7 Zwanzigeckzahlen, und wie heißt die allgemeine Form derselben?

60. Welches ist die allgemeine Form der Hunderteckzahlen?

61. Welches ist die allgemeine Form der  $x$  Eckzahlen?

62. Wie viel Schläge thut eine Uhr in 24 Stunden?

63. Ein Beamter erhält 2550 Mk. Gehalt und soll nach Ablauf jeden Jahres 30 Mk. Zulage, d. h. 30 Mk. mehr als im verflossenen Jahr erhalten. Wie hoch beläuft sich sein Gehalt im 25. Jahre, und wie viel wird er in 25 Jahren überhaupt erhalten haben?

64. Ein Diener wird für einen Lohn von 120 Mk. gemiethet, mit dem Bemerken, daß er jedes Jahr 9 Mk. Zulage erhalten soll, wenn sein Herr mit ihm zufrieden sei. Wie lange muß er bleiben, bis er jährlich 300 Mk. erhält, und wie viel hat er in der ganzen Zeit dann erhalten, das letzte Jahr mitgerechnet?

65. Es wird ein Brunnen gegraben, und es wird für den ersten Fuß 1 Mark gezahlt, für jeden folgenden immer 5 Pfennige mehr als für den vorhergehenden. Wie viel kostete die Ausgrabung des Brunnens, und wie viel der letzte Fuß, wenn der Brunnen 81 Fuß tief wurde?

66. Ein junger Mann hat ein Gehalt von 900 Mk. und erhält wegen guten Betragens jedes Jahr eine Zulage von 60 Mk. Zugleich wachsen aber auch seine Ausgaben. Er kam bis dahin mit 750 Mk. jährlich aus, er gebraucht von jetzt an jedes Jahr 75 mehr als im

vorhergehenden. In welchem Jahre wird seine Ausgabe sein ganzes Gehalt in Anspruch nehmen, und wie hoch beläuft sich dann beides?

67. Jemand legt ein kleines Kapital auf Zinsen und vermehrt dasselbe jährlich um 120 Mk. Nach Ablauf von 18 Jahren war dasselbe auf 3000 Mk. angewachsen. Mit welchem Kapital hatte er angefangen?

68. Jemand hat sich dadurch, daß er in jedem Jahre 6 Mk. mehr als im vorhergehenden zurücklegt, im Ganzen 4050 Mk. erspart. Wie lange hat er schon gespart, wenn er im letzten Jahre 234 Mk. zurücklegt, und mit welcher Summe hat er angefangen?

69. Jemand setzt beim Spiel erst 1 Mk. und verliert, dann 2 Mk., 3 Mk., 4 Mk. u. s. w. jedesmal 1 Mk. mehr. Beim wievielten Spiele erhielt er im Fall des Gewinnnes all sein Geld wieder, wenn die Bank den 10fachen Satz auszahlt?

70. Unter 16 Personen sollen 1000 Mk. vertheilt werden, daß die folgende immer 5 Mk. mehr erhält als die vorhergehende. Wie viel erhält die erste, und wie viel die letzte?

71. Ein Vater hat 11 Kinder, jedes folgende ist 2 Jahre jünger als das vorhergehende. Das Alter aller zusammen genommen beträgt noch 20 Jahre mehr als das Doppelte von dem Alter des Vaters. Wie alt sind die Kinder, und wie alt ist der Vater, wenn das 4. und 8. Kind zusammen 22 Jahre alt sind?

72. A macht mit B eine Wette. A will nach einem eine halbe Meile (12000 Fuß) entfernten Orte hin- und zurückgehen, bevor B 200 Äpfel in einen Korb gesammelt hat. Die Äpfel sollen alle in einer Reihe liegen, jeder von dem andern einen Schritt (= 2 Fuß) entfernt, und sollen einzeln herangeholt und einzeln in den Korb gelegt werden. Der Korb steht beim ersten Apfel. Wer gewinnt die Wette?

73. Ein Genesender will sich wieder an Bewegung und frische Luft gewöhnen. Er macht den ersten Tag 1000 Schritt und beabsichtigt, jeden Tag 250 Schritte mehr zu machen als am vorhergehenden Tage, bis er es auf eine Meile oder 12000 Schritt gebracht hat. An welchem Tage wird er zum ersten Mal eine Meile zurücklegen?

74. Jemand, der sich unwohl fühlt und lange keine anhaltende Bewegung gehabt hat, nimmt sich vor, eine große Fußreise zu machen und jeden Tag seine Tour zu vergrößern. Er war 37 Tage unterwegs, machte jeden folgenden Tag  $\frac{1}{4}$  Meile mehr als am vorhergehenden Tage und legte im Ganzen 222 Meilen zurück. Wie viel Meilen machte er am ersten Tage?

75. Zwei Freunde A und B, die 93 Meilen von einander entfernt wohnen, brechen zu gleicher Zeit auf und gehen einander entgegen. Jeder fängt mit täglich 5 Meilen an. Aber A ermüdet und macht jeden folgenden Tag  $\frac{1}{4}$  Meile weniger als am vorhergehenden Tage. B gewinnt beim Gehen neue Kräfte, und die Sehnsucht den Freund zu sehen beschleunigt seine Schritte so, daß er jeden folgenden Tag  $\frac{1}{4}$  Meile mehr macht als am vorhergehenden Tage. Wann treffen die Freunde zusammen, wie viel Meilen hat jeder im Ganzen und wie viel Meilen jeder am letzten Tage zurückgelegt?

76. Zwei Personen A und B bewegen sich in derselben Richtung. Ihre anfängliche Entfernung beträgt 4 Meilen. A fängt mit täglich 6 Meilen an und macht jeden folgenden Tag  $\frac{1}{10}$  Meilen weniger als am vorhergehenden Tage. B fängt mit 5 Meilen täglich an und macht jeden folgenden Tag  $\frac{1}{5}$  Meilen mehr als am vorhergehenden Tage. Wann wird B den A einholen, wann wird ihre gegenseitige Entfernung am größten, und wie groß wird sie dann sein?

77. Ein Meteorolog findet unter seinen Beobachtungen die merkwürdige Erscheinung, daß vom 8. bis zum 19. Juni eines Jahres das Thermometer täglich um  $\frac{1}{2}$  Grad stieg, und daß das arithmetische Mittel von diesen 12 verschiedenen Thermometerständen  $18\frac{1}{2}$  Grad war. Wie viel Grad zeigte das Thermometer am 8. Juni?

78. Nach den Untersuchungen über die Eigenwärme der Erde nimmt die Wärme der Erde nach dem Innern alle 100 Fuß um einen Centesimalgrad zu. Wenn nun an der Oberfläche die Wärme 10 Grad beträgt, wie viel Grad sind in einer Tiefe von 1000 Fuß, von 10000 Fuß, von einer Meile (24000 Fuß), und wie viel im Mittelpunkt der Erde, den mittleren Radius der Erde zu 858 Meilen gerechnet, wenn dies Gesetz noch bis zu dieser Grenze seine Anwendung findet?

79. Bei welcher Tiefe wird nach den Voraussetzungen der vorigen Aufgabe das Wasser kochen ( $100^\circ$ ), das Blei schmelzen ( $334^\circ$ ), das Gußeisen ( $1200^\circ$ )?

80. Nach den Gesetzen der Physik fällt ein Körper im luftleeren Raum in der ersten Sekunde ungefähr  $4,9m$ , in jeder folgenden immer  $9,8m$  mehr als in der vorhergehenden. Welchen Raum durchfällt darnach ein Körper in 12 Sekunden, und wie viel Meter in der 12. Sekunde?\*)

81. Wie viel Fuß fällt nach der vorigen Aufgabe ein Körper in einer halben Minute und wie viel in der 30. Sekunde?

82. In wie viel Sekunden wird unter den in Nr. 80. angegebenen Bedingungen ein Körper einen Raum von  $490m$  durchfallen?

83. In welcher Zeit wird unter denselben Voraussetzungen ein Körper von einem  $140m$  hohen Thurm fallen?

84. Ein senkrecht in die Höhe geschellter Körper würde ohne den Widerstand der Luft in jeder Sekunde von seiner Geschwindigkeit  $9,8m$  verlieren. Wie lange wird darnach eine Kugel steigen, die senkrecht nach oben mit einer Geschwindigkeit von  $300m$  in der Sekunde abgeschossen wird?

85. Wie hoch wird die Kugel in der vorigen Aufgabe steigen, da ein senkrecht nach oben sich bewegendes Körper durch die Anziehung der Erde in seiner Bewegung ebenso viel verzögert, als ein nach unten sich

\*) Bei dieser und allen folgenden Aufgaben dieser Art ist der Widerstand der Luft unberücksichtigt geblieben. Die Berücksichtigung desselben würde die Resultate wesentlich abändern.

bewegender Körper beschleunigt wird, und in welcher Zeit wird dieselbe wieder unten anlangen, von der Zeit des Abschusses an gerechnet?

86. Mit welcher Geschwindigkeit wurde eine Kugel senkrecht in die Höhe geschossen, die nach einer Minute wieder zur Erde fiel?

87. Wie lange und wie hoch würde eine Büchsenkugel steigen, die mit einer Geschwindigkeit von 490 m in der Sekunde abgeschossen wird, und wann würde sie wieder zur Erde fallen?

88. Wie hoch stieg eine senkrecht in die Höhe geschossene Kugel, welche nach 80 Sekunden wieder zur Erde fiel, und mit welcher Geschwindigkeit wurde sie abgeschossen?

89. Eine Kugel rollte eine schiefe Ebene hinab. Die Bewegung ist, wie der freie Fall, eine gleichförmig beschleunigte und geht nach denselben Gesetzen vor sich (Nr. 80.). Sie macht in der ersten Sekunde ein Meter. Welchen Weg macht sie in 5 Sekunden, und welchen in der letzten, der 5. Sekunde?

90. Welchen Weg muß eine Kugel auf einer schiefen Ebene in der ersten Sekunde zurücklegen, wenn sie in der 10. Sekunde einen Weg von 28½ Meter zurücklegt?

91. Eine Kugel rollte eine schiefe Ebene von 54 Meter Länge in 6 Sekunden hinunter. Wie viel Meter legte sie in der ersten Sekunde zurück?

### B. Arithmetische Reihen höherer Ordnung.

1. Was versteht man unter einer Differenzenreihe?

2. Wie viel Differenzenreihen hat eine gewöhnliche arithmetische Reihe?

3. Was versteht man unter einer arithmetischen Reihe höherer Ordnung?

4. Was ist demnach eine arithmetische Reihe der 1., der 2., der 3., der 4., der n. Ordnung?

5. Von welcher Ordnung ist die Reihe der Quadrate der natürlichen Zahlen, und wie heißt das allgemeine Glied dieser Reihe?

6. Von welcher Ordnung ist die Reihe der Kuben der natürlichen Zahlen, und wie heißt das allgemeine Glied dieser Reihe?

7. Von welcher Ordnung ist die Reihe der Biquadrate der natürlichen Zahlen, und wie heißt das allgemeine Glied dieser Reihe?

8. Von welcher Ordnung ist die Reihe der 5. Potenzen der natürlichen Zahlen, und wie heißt das allgemeine Glied dieser Reihe?

9. Von welcher Ordnung sind folgende arithmetische Reihen, und wie heißen die nächsten 5 Glieder?

$$1) - 17, - 8, + 1, + 10, + 19 \dots$$

$$2) 1, 3, 8, 16, 27 \dots$$

$$3) 1, - 5, - 9, - 5, + 13 \dots$$

$$4) \quad 8, \quad 10, \quad 4, \quad -5, \quad -12 \dots$$

$$5) \quad 11, \quad 8, \quad 0, \quad -12, \quad -25, \quad -34 \dots$$

10. Von welcher Ordnung sind die Reihen, deren allgemeines Glied  $An^2$ ,  $An^3$ ,  $An^4$  ist? (Beweis!)

11. Von welcher Ordnung müssen die Reihen sein, deren allgemeines Glied  $A + Bn + Cn^2$  und  $A + Bn + Cn^2 + Dn^3$  ist? (Beweis!)

12. Von welcher Ordnung muß die Reihe sein, deren allgemeines Glied  $A + Bn + Cn^2 + Dn^3 + En^4$  ist? (Beweis!)

13. Von welcher Form muß das allgemeine Glied einer arithmetischen Reihe 1. Ordnung, 2. Ordnung, 3. Ordnung, 4. Ordnung sein? (Beweis!)

14. Wie findet man demnach das allgemeine Glied einer arithmetischen Reihe von beliebiger Ordnung?

15. Von welcher Ordnung ist die arithmetische Reihe  $-1, -1, 1, 5, 11$  u. s. w., und wie heißt das allgemeine Glied  $t$  derselben, und wie das 25. Glied?

16. Von welcher Ordnung ist die Reihe  $3, 6, 13, 24, 39$  u. s. w., wie heißt ihr allgemeines Glied  $t$ , und wie das 31. Glied?

17. Von welcher Ordnung ist die Reihe  $0, 5, 20, 51, 104, 185$ , u. s. w., wie heißt ihr allgemeines Glied  $t$ , und wie ihr 27. Glied?

18. Von welcher Ordnung ist die Reihe  $-2, -3, 4, 25, 66$  u. s. w., wie heißt das allgemeine Glied und wie das 19. Glied?

19. Wie heißen die allgemeinen Glieder der in Nr. 9. angegebenen Reihen, und wie das 20. Glied von jeder?

20. In welcher Beziehung steht eine Reihe zu ihrer Summenreihe? Weise dies nach an folgenden Reihen, indem du die Summenreihe bildest und zu der Summenreihe wieder die Differenzenreihe.

$$3, \quad 8, \quad 13, \quad 18, \quad 23, \quad 28 \dots$$

$$1, \quad 0, \quad 2, \quad 7, \quad 15, \quad 26 \dots$$

$$8, \quad 1, \quad -2, \quad -1, \quad 4, \quad 13 \dots$$

$$1, \quad 7, \quad 8, \quad 11, \quad 23, \quad 51 \dots$$

21. Wie viel Differenzenreihen muß eine Summenreihe haben?

22. Von welcher Art muß daher die Summenreihe einer arithmetischen Reihe sein?

23. Von welcher Ordnung muß die Summenreihe einer arithmetischen Reihe der 2. Ordnung, der 3. Ordnung, der 4. Ordnung, der  $n$ . Ordnung sein?

24. Welche Form muß das allgemeine Glied der Summenreihe von einer Reihe der 2. Ordnung, der 3. Ordnung, der 4. Ordnung haben?

25. Warum kann bei einer Summenreihe kein Glied ohne  $n$  vorkommen?

26. Bestimme die Größen  $A$  und  $B$  so, daß  $s = An + Bn^2$  das allgemeine Glied für die Summenreihen der folgenden Reihen erster Ordnung wird, und vergleiche dies allgemeine Glied mit der oben S. 254, Nr. 10. für die  $n$  ersten Glieder angegebenen Summenformel!

|   |     |      |      |     |       |
|---|-----|------|------|-----|-------|
|   | 1,  | 2,   | 3,   | 4,  | 5...  |
|   | 1,  | 3,   | 5,   | 7,  | 9...  |
|   | 1,  | 4,   | 7,   | 10, | 13... |
| — | 4,  | 0,   | 4,   | 8,  | 12... |
| — | 11, | — 6, | — 1, | 4,  | 9...  |

27. Die Quadrate der nat. Zahlen bilden eine Reihe der 2. Ordnung, das allgemeine Summenglied ist daher von der Form  $An + Bn^2 + Cn^3$ ; bestimme  $A$ ,  $B$  und  $C$  so, daß  $An + Bn^2 + Cn^3$  die Summenformel für die Quadratzahlen wird, d. h. gib die Summe der  $n$  ersten Quadratzahlen an.

28. Multipliziere die entsprechenden Glieder der beiden Reihen 1, 2, 3, 4, 5... und 1, 3, 5, 7, 9... mit einander, untersuche die Ordnung der neuen Reihe, und gib die Summe der  $n$  ersten Glieder an.

29. Multipliziere die entsprechenden Glieder der beiden Reihen 1, 3, 5, 7... und 2, 4, 6, 8..., bestimme die Ordnung der neuen Reihe, und gib die Summe der  $n$  ersten Glieder an.

30. Addiere die entsprechenden Glieder der Reihen 1, 4, 9, 25... und 1, 3, 5, 7..., bestimme die Ordnung der neuen Reihe, und suche die Summenformel für dieselbe.

31. Welches ist die Summe der  $n$  ersten Kubitzahlen?

32. Addiere die entsprechenden Glieder der Reihen für die Quadratzahlen und derjenigen für die Kubitzahlen, bestimme die Ordnung der neuen Reihe und gib die Summe der  $n$  ersten Glieder derselben an.

33. Gib die Summe der  $n$  ersten Biquadrate der natürlichen Zahlen an.

34. Zwischen je 2 Glieder der Reihe zweiter Ordnung 1, 4, 9, 16... sollen noch 2 neue Glieder eingeschoben werden, daß wieder eine Reihe zweiter Ordnung entsteht. Wie heißt die neue Reihe, wie ihr allgemeines Glied, und wie die Summe der  $n$  ersten Glieder?

35. Zwischen je 2 Gliedern der Reihe für die Kubitzahlen 1, 8, 27, 64... sollen noch 5 Glieder eingeschaltet werden, daß die Ordnung der Reihe nicht verändert wird. Wie heißt die neue Reihe, und wie das allgemeine Glied derselben?

36. Wie heißt die Reihe, deren allgemeines Glied  $n^2 - n + 1$  ist? Wie heißt die Summe der  $n$  ersten Glieder, und wie die Summe der ersten 20?

37. Wie heißt die Reihe, deren allgemeines Glied  $\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$  ist, wie die Summe der  $n$  ersten Glieder, und wie die Summe der 19 ersten Glieder?

38. Wie heißt die Reihe, deren allgemeines Glied  $2n^2 - 3n + 2$  ist? Wie heißt die Summe der  $n$  ersten, und wie die der 15 ersten Glieder?

39. Wie heißt die Reihe, deren allgemeines Glied  $n(n-1)(n-2)$  ist, wie die Summe der  $n$  ersten, und wie die Summe der 100 ersten Glieder?

40. Wie heißt die Reihe, deren allgemeines Glied  $(n+1)(n^2+1)$  ist, wie heißt die Summe der  $n$  ersten, und wie die Summe der 40 ersten Glieder?

41. Wie heißt die Reihe, deren allgemeines Glied  $\frac{n(n+1)(n+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$  ist, wie die Summe der  $n$  ersten, und wie die Summe der 30 ersten Glieder?

42. Wie heißt die Reihe, deren allgemeines Glied  $n^3 - 2n^2 - 3n + 1$  ist, wie die Summe der  $n$  ersten, und wie die Summe der 37 ersten Glieder?

43. Was sind Pyramidalzahlen?

44. Was sind dreieckige Pyramidalzahlen, wie heißen die ersten 8, und wie heißt die allgemeine Formel für dieselben?

45. Was sind viereckige Pyramidalzahlen, wie heißen die ersten 8, und wie heißt die allgemeine Formel für dieselben?

46. Dasselbe für die fünfeckigen Pyramidalzahlen.

47. Derselben für die sechseckigen.

48. In einem Zeughaufe sind Kugeln in Form einer dreiseitigen Pyramide aufgeschichtet. In den Seiten der Dreiecke, welche die einzelnen Kugelschichten bilden, liegen der Reihe nach 1, 2, 3, 4 u. s. w. Kugeln, in der Seite der untersten Schicht  $n$  Kugeln. Wie viel Kugeln liegen in jeder einzelnen Schicht, wie viel in der untersten Schicht, wie viel der Reihe nach in den einzelnen oben abgeschnittenen Pyramiden, und wie viel in der ganzen Pyramide?

49. Wie viel Kugeln liegen in einer dreiseitigen Pyramide, deren unterste Schicht eine Seite von 10 Kugeln hat?

50. Ein Haufen von Kugeln bildet eine abgestumpfte dreiseitige Pyramide. In der Seite der obersten Schicht zählt man 4 Kugeln, in der Seite der untersten Schicht 20 Kugeln. Wie viel Kugeln liegen in dem ganzen Haufen?

51. Ein Kugelhaufen bildet eine vierseitige Pyramide, so daß die einzelnen Schichten lauter Quadrate sind. Wie viel Kugeln liegen in den einzelnen der Reihe nach oben abgeschnittenen Pyramiden, und wie viel in der ganzen Pyramide, wenn die Seite der unteren Schicht  $n$  Kugeln hat?

52. Wie viel Kugeln liegen in einer vierseitigen Pyramide, deren unterste Schicht eine Seite von 12 Kugeln hat?

53. Ein Kugelhaufen bildet eine abgestumpfte vierseitige Pyramide.

In der obersten Schicht liegen 16 Kugeln, die Seite der untersten Schicht enthält 10 Kugeln. Wie viel Kugeln liegen in dem ganzen Haufen?

54. Ein Kugelhaufen hat die Form eines Daches. Die oberste Schicht bildet eine Reihe von  $m$  Kugeln, die zweite Schicht 2 Reihen von je  $m + 1$  Kugeln, die dritte 3 Reihen von je  $m + 2$  Kugeln u. s. w. Wie viel Kugeln sind in dem Haufen, wenn 2, 3, 4 Schichten vorhanden sind, wie viel für  $n$  Schichten?

55. Wie viel Kugeln sind in einem Haufen, der wie in der vorigen Aufgabe gebildet ist, wenn die oberste Schicht 5 und in der untersten Schicht je eine Reihe 12 Kugeln enthält?

## XXXII.

## Geometrische Reihen.

1. Was versteht man unter einer geometrischen Reihe?
2. Was ist eine steigende, was eine fallende geometrische Reihe?
3. Das erste Glied einer geometrischen Reihe heißt 1, das zweite 2; wie heißen die 10 ersten Glieder der Reihe?
4. Das erste Glied einer geometrischen Reihe heißt 2, das folgende 6; wie heißen die 8 ersten Glieder der Reihe?
5. Das erste Glied einer geometrischen Reihe heißt 3, das folgende 4; wie heißen die 7 ersten Glieder der Reihe?
6. Was versteht man unter dem Exponenten einer geometrischen Reihe?
7. Wenn das erste Glied einer geometrischen Reihe  $a$ , der Exponent  $e$  ist, wie heißen dann die 10 ersten Glieder, und wie das  $n$ . Glied der Reihe?
8. Wie viele und welche Größen kommen überhaupt bei einer geometrischen Reihe in Betracht?
9. Ist  $a$  das erste Glied einer geometrischen Reihe,  $e$  der Exponent,  $n$  die Zahl der Glieder,  $t$  das letzte oder  $n$ . Glied und  $s$  die Summe aller Glieder, so gelten folgende Formeln:

$$t = a e^{n-1}$$

$$s = \frac{a(e^n - 1)}{e - 1}$$

$$s = \frac{et - a}{e - 1}$$

Beweise dieselben.

10. Wie viel Größen müssen demnach gegeben sein, um alle bei einer geometrischen Reihe vorkommenden Größen bestimmen zu können? und wie viele und welche einfache Aufgaben kann man hiernach zur vollständigen Bestimmung einer geometrischen Reihe zunächst aufstellen?