

**Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

**Methodisch geordnete Aufgabensammlung**

**Bardey, Ernst**

**Leipzig, 1879**

XXV. Quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten

[urn:nbn:de:bsz:31-269430](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-269430)

68. Jemand hat drei Körbe mit Äpfeln. Er legt aus dem ersten in jeden der beiden andern so viel, als schon darin sind; dann aus dem zweiten in jeden der beiden andern so viel, als jetzt darin sind; endlich aus dem dritten ebenso in jeden der beiden andern so viel, als schon darin sind. Schließlich sind in jedem Korbe 80 Äpfel. Wie viel waren Anfangs in jedem Korbe?

69. Drei Personen, A, B und C spielten mit einander. Jeder setzte jedesmal den vierten Theil seines Geldes, und sie gewannen alle der Reihe nach, erst A, dann B, dann C. Da hatte jeder noch 27 G. Wie viel hatte jeder Anfangs gehabt?\*)

70. Wie wird das Resultat der vorigen Aufgabe, wenn jeder Spieler jedesmal den 10. Theil seines Geldes setzt und schließlich nach dem dritten Spiele jeder noch 7 Mk. 29 Pf. hat?

71. Beim Pharao muß der Bankhalter, wenn er verliert, jedem Spieler so viel geben, als er gesetzt hat, erhält aber den Einsatz des Spielers, wenn er gewinnt. Es spielen drei Herren Pharao, haben der Reihe nach die Bank, jeder Spieler setzt den 5. Theil seines Geldes, und jedesmal verliert der Bankhalter. Schließlich hatte jeder noch 216 Fr. Wie viel hatte jeder Anfangs?

72. Es seien vier Spieler vorhanden. Sie haben der Reihe nach die Bank. Jeder Spieler setzt den dritten Theil seines Geldes und jedesmal verliert der Bankhalter. Schließlich hatte jeder noch 256 Fr. Wie viel hatte jeder Anfangs?

73. Es sind sechs Spieler. Sie haben der Reihe nach die Bank. Jeder Spieler setzt sein ganzes Geld, und jedesmal verliert der Bankhalter. Schließlich haben alle gleichviel, jeder 64 Fr. Wie viel hatte jeder Anfangs?

74. Wie wird das Resultat der vorigen Aufgabe, wenn jeder Spieler nur die Hälfte seines Geldes setzt und schließlich noch 729 Fr. hat?

## XXXV.

### Quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten.

Eine quadratische Gleichung oder eine Gleichung vom zweiten Grade ist eine Gleichung, welche die Form  $ax^2 + bx = c$  hat oder sich auf diese Form bringen läßt. Hat sie diese Form nicht, so muß man sie zum Zweck der Auflösung erst umformen und sie auf jene Form, die Normalform einer quadratischen Gleichung, bringen. Kommt demnach  $x$  in einer Klammer vor, so muß man die Klammer auflösen;

\*) Bei dieser und den folgenden Aufgaben ist es wichtig, daß man die Summe kennt. Bei einer größeren Anzahl von Unbekannten würden sonst die Gleichungen sehr verwickelt und die Aufstellung derselben umständlich. Mit Benutzung der Summe bleibt jedesmal in dem Ausdruck für das Geld jedes Spielers nur eine Unbekannte, und schließlich enthält jede Gleichung auch nur eine Unbekannte.

Kommt  $x$  im Nenner vor, so muß man den Nenner fortzuschaffen; kommt  $x$  unter einer Wurzel vor, so muß man es von der Wurzel befreien. Es dürfen nach den genannten Reduktionen nur Glieder mit  $x^2$ , mit  $x$  und ohne  $x$  übrig bleiben. Kommen auch Glieder mit  $x^3$  vor, so ist die Gleichung kubisch oder eine Gleichung vom dritten Grade, also nicht mehr quadratisch. Kommt kein Glied mit  $x^2$ , kommen nur Glieder mit  $x$  und ohne  $x$  vor, so ist die Gleichung nur vom ersten Grade oder eine einfache Gleichung. Kommen in der quadratischen Gleichung keine Glieder mit  $x$  vor, sondern nur Glieder mit  $x^2$  und ohne  $x$ , so ist die Gleichung rein quadratisch und hat die Form  $ax^2 = c$ . Von dieser Art sind in der ersten Stufe die Gleichungen 1.—57., in der zweiten Stufe die Gleichungen 1.—14. Die Schwierigkeit ihrer Auflösung kann nur darin liegen, sie erst auf die Form  $ax^2 = c$  zu bringen. Hieraus folgt dann

$$x = \pm \sqrt{\frac{c}{a}}, \text{ oder } x_1 = + \sqrt{\frac{c}{a}} \text{ und } x_2 = - \sqrt{\frac{c}{a}}$$

Die Gleichung  $ax^2 + bx = c$ , in der das zweite Glied nicht fehlt, heißt eine vollständige quadratische Gleichung und wird gelöst mit Hilfe der quadratischen Ergänzung. Man erhält

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}}, \text{ oder } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}.$$

Diese Formeln sind zu merken, damit man von jeder quadratischen Gleichung, welche die Form  $ax^2 + bx = c$  hat, das Resultat ohne Rechnung hinschreiben kann. Ist  $a = 1$ , so hat man für die Gleichung  $x^2 + bx = c$  die Lösung

$$x = -\frac{1}{2}b \pm \sqrt{\frac{1}{4}b^2 + c}.$$

Jede quadratische Gleichung liefert zwei Werthe für  $x$ , welche der Gleichung genügen. Bei der reinen quadratischen unterscheiden sich dieselben nur durch das Zeichen. Diese beiden Werthe von  $x$  nennt man die Lösungen oder die Wurzeln der Gleichung. Die Wurzeln einer Gleichung sind nicht zu verwechseln mit den Wurzeln eines Grades, der Quadratwurzel, der Kubikwurzel u. s. w.

Für die Gleichung  $x^2 + ax + b = 0$ , in welcher  $x^2$  keinen Coefficienten hat und positiv ist, ist  $+b$  gleich dem Produkt der beiden Wurzeln,  $-a$  gleich der Summe derselben. Kann man daher  $+b$  in zwei Faktoren zerlegen, deren Summe  $-a$  ist, oder  $-a$  in zwei Summanden, deren Produkt  $+b$  ist, so hat man die Wurzeln der Gleichung, braucht dieselbe also nicht weiter aufzulösen. Dies kann Anwendung finden bei den Gleichungen 146., 147., 155., 159. u. s. w.

Hat eine Gleichung einen Faktor  $x$ , so muß sie auch eine Wurzel 0 haben; denn  $x = 0$  genügt der Gleichung. Die andere Wurzel findet man, wenn man den Faktor  $x$  ausscheidet und die übrig bleibende Gleichung nach  $x$  auflöst. Beispiele geben Nr. 113., 115., 116., 117. u. v. a.

Hat überhaupt eine Gleichung einen Faktor, der  $x$  enthält, z. B.

$x-1$ ,  $x-a$  u. dgl., so kann man die Gleichung zerlegen. Man setzt den Faktor  $= 0$ , löst diese Gleichung nach  $x$  auf und ebenso die nach Ausschließung des Faktors noch übrig bleibende Gleichung, die dann nur noch vom ersten Grade sein kann. Die so erhaltenen Werthe von  $x$  sind die Wurzeln der gegebenen Gleichung. Beispiele liefern Nr. 109., 114., 120. u. s. w. — Durch Zerlegung lassen sich Gleichungen, deren Lösung auf dem gewöhnlichen Wege nicht so einfach, bisweilen verwickelt ist, oft sehr leicht lösen. Hierher gehören in der ersten Stufe Nr. 163.—166., 201. und in der zweiten Stufe Nr. 32., 33., 72., 73., 110. u. s. w.

Uebersieht man, daß einer quadratischen Gleichung  $ax^2 + bx + c = 0$  durch  $x = a$  genügt wird, mithin  $a$  eine Wurzel der Gleichung ist, so ist  $x - a$  ein Faktor der linken Seite. Man hat dann  $(x - a) \left( ax - \frac{c}{a} \right) = 0$ , und  $x = \frac{c}{aa}$  muß die andere Wurzel der Gleichung sein. Hierher gehörige Beispiele sind Nr. 153., 154., 176. u. s. w.

Bei manchen Gleichungen ist es nicht zweckmäßig, die Unbekannte  $x$  direkt zu suchen, sondern zunächst einen Ausdruck, in dem dieselbe vorkommt und daraus  $x$  selbst. So setzt man in Nr. 28. (zweite Stufe)  $a - x = t$  ( $b - x$ ) und bestimmt zunächst  $t$ . Ähnlich in den folgenden Nummern, wie in vielen andern. Bei Nr. 86., 87., 88., 89., 96. u. s. w. (zweite Stufe) setzt man bezüglich  $x^{-2}$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $\sqrt[3]{x}$ ,  $\sqrt[4]{x}$ ,  $\sqrt{37-x}$  u. s. w.  $= t$ . Ist  $t$  gefunden, so ergibt sich auch  $x$  leicht.

Um die Wurzeln quadratischer Gleichungen mit großen Zahlen zu berechnen, wie sie in der zweiten Stufe Nr. 143 ff. vorkommen, wird allgemein die trigonometrische Lösung empfohlen. Aber selbst mit Hilfe solcher Tafeln, in denen die Differenzen für die Sekunden angegeben sind, ist, falls die Wurzeln der Gleichung selber, nicht ihre Logarithmen gefunden werden sollen, die direkte Lösung nicht nur kürzer, sondern auch viel einfacher als die trigonometrische und verdient daher unbedingt den Vorzug. Man bringt die Gleichung zunächst auf die Form

$$ax^2 + 2bx + c = 0,$$

wo die 2 zu beachten ist, wenn die Rechnung nicht weitläufiger werden soll, als nöthig ist. Dann ist

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{b}{a} \sqrt{1 - \frac{ac}{b^2}}.$$

Der Ausdruck  $\frac{ac}{b^2}$  ist logarithmisch zu berechnen und von 1 zu subtrahieren, oder, wenn  $c$  negativ ist, zu 1 zu addiren. Ist damit  $1 - \frac{ac}{b^2} = r$  gefunden, so berechnet man weiter, ebenfalls logarithmisch, die Ausdrücke  $\frac{b}{a}$  und  $\frac{b}{a} \sqrt{r}$ . Aus der Summe und Differenz dieser beiden Größen folgen die gesuchten Wurzeln. \*)

\*) Bei Anwendung von Tafeln ohne die Differenzen für die Sekunden ist die trigonometrische Auflösung mindestens doppelt so lang und umständlich, als

Unter den hier als quadratische Gleichungen aufgeführten Aufgaben kommen auch Gleichungen des dritten, des vierten Grades und noch höherer Grade vor, deren Auflösung aus der Lehre von den quadratischen Gleichungen leicht folgt, also keine besonderen Hülfsmittel erfordert.

Von den kubischen Gleichungen gehören hierher zunächst diejenigen, welche einen Faktor  $x$  und mithin eine Wurzel  $0$  haben. Scheidet man diesen Faktor aus, so bleibt noch eine quadratische Gleichung zu lösen übrig. Gleichungen dieser Art sind Nr. 197.—201. in der ersten Stufe und 39.—42. in der zweiten Stufe.

Von den kubischen Gleichungen lassen sich ferner diejenigen als quadratische behandeln, welche einen leicht erkennbaren Faktor haben, der  $x$  enthält. Setzt man diesen Faktor  $= 0$ , so erhält man eine Wurzel der Gleichung. Scheidet man den Faktor aus, so liefert die noch bleibende quadratische Gleichung die beiden andern Wurzeln. Von dieser Art sind die meisten Aufgaben der zweiten Stufe von Nr. 43. bis 78. Bei den symmetrischen kubischen Gleichungen Nr. 56. bis 67. braucht man nur die Glieder mit gleichen Coefficienten zu vereinigen, um sofort den Faktor  $x + 1$  zu erkennen. — Bei manchen Aufgaben tritt der Faktor der Gleichung nicht so leicht hervor, man muß die Gleichung erst umformen (Nr. 75.—78.).

Von den Gleichungen des 4. Grades oder den biquadratischen Gleichungen gehören hierher zunächst diejenigen, welche von der Form  $ax^4 - bx^2 + c = 0$  sind. Man findet hier  $x^2$ , wie man in der einfachen quadratischen Gleichung  $x$  findet, und erhält

$$x = \sqrt{\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Dieser Ausdruck läßt sich in ein Aggregat von zwei Wurzeln auflösen, wenn  $ac$  ein Quadrat ist\*.)

Zweitens gehören von den Gleichungen des 4. Grades hierher diejenigen, welche die Form  $(ax^2 + bx)^2 + m(ax^2 + bx) + p = 0$  haben oder sich auf diese Form bringen lassen. Man sucht zunächst  $ax^2 + bx = t$  und dann  $x$  selber. So sucht man z. B. in Nr. 122. u. 125. (zweite Stufe) bezüglich zunächst  $2x^2 - 3x + 1$  und  $\sqrt{x^2 - 8x + 40}$  — Allgemein läßt eine Gleichung des 4. Grades

$$(1) \quad x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

diese Art der Lösung zu, wenn  $c = \frac{1}{2}a(b - \frac{1}{4}a^2)$  ist. Dies Kriterium aber jedesmal anzuwenden ist umständlich. Man ergänzt die beiden ersten Glieder zum Quadrat, schreibt also die Gleichung (1)  $(x^2 + \frac{1}{2}ax)^2 - \frac{1}{4}a^2x^2 + bx^2 + cx + d = 0$ . Soll die Gleichung

die hier gegebene, und mit der Länge der Rechnung wächst die Unsicherheit derselben in gleichem Grade. Schon die Herstellung richtiger trigonometrischer Formeln macht einem Schüler Mühe und ist daher meistens wenig zuverlässig.

\*) Vgl. des Verfassers „Algebraische Gleichungen nebst den Resultaten und den Methoden zu ihrer Auflösung“ S. 30 und 46.

hung die verlangte Form annehmen, so muß  $-\frac{1}{2}ax^2 + bx^2 + cx = m(x^2 + \frac{1}{2}ax)$  sein, wo  $m$  von  $a$ ,  $b$  und  $c$  abhängt. — In vielen Fällen braucht man eine Gleichung gar nicht erst auf die Form (1) zu bringen; man übersieht leicht, welche Größe man als neue Unbekannte einzuführen hat, um eine quadratische Gleichung zu erhalten. — Die Wurzeln dieser Gleichungen des 4. Grades haben die Eigenthümlichkeit, daß sie sich zu zweien so ordnen lassen, daß die Summe des einen Paares gleich der Summe des andern Paares ist (s. Algebr. Gleich. S. 76 Nr. 365.).

Drittens lassen sich die symmetrischen Gleichungen des 4. Grades, welche die Form haben

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 \pm bx + a = 0,$$

als quadratische Gleichungen lösen. Man vereinigt die Glieder mit gleichen Coefficienten, schreibt  $a(x^2 \pm 1)^2 \mp 2ax^2$  statt  $ax^4 + a$  und dividirt die ganze Gleichung durch  $x^2$ , so hat man

$$a\left(\frac{x^2 \pm 1}{x}\right)^2 + b\left(\frac{x^2 \pm 1}{x}\right) + c \mp 2a = 0.$$

Diese Gleichung ist quadratisch für  $\frac{x^2 \pm 1}{x}$  und liefert zunächst diese Größe, mithin auch  $x$ . Anstatt  $\frac{x^2 \pm 1}{x}$  zunächst zu suchen, kann man auch  $\frac{x+1}{x-1} = t$ , also  $x = \frac{t+1}{t-1}$  setzen und  $t$  zunächst bestimmen. Bald ist dies, bald jenes einfacher (N. G. S. 83 ff.). — Hierher gehören auch die symmetrischen Gleichungen des 5. Grades Nr. 134. ff., zweite Stufe. Nachdem man den Factor  $x \pm 1$  ausgeschieden hat, bleibt noch eine symmetrische Gleichung des 4. Grades.

Die Auflösung der Gleichungen der dritten Stufe kann zwar fast durchweg auf einem der beiden zuletzt angegebenen Wege geschehen, läßt sich aber meistens einfacher einrichten. Die Methoden, nach welchen man hier auf die einfachste und kürzeste Weise zum Resultat gelangt, findet man in des Verfassers „Algebr. Gleichungen“.

#### Erste Stufe.

- |                                   |                           |
|-----------------------------------|---------------------------|
| 1. $x^2 = 169$                    | 2. $x^2 = 0,074529$       |
| 3. $x^2 = a$                      | 4. $x^2 = 5$              |
| 5. $ax^2 = b$                     | 6. $19x^2 = 5491$         |
| 7. $\frac{ax^2}{b} = \frac{c}{d}$ | 8. $\frac{5}{7}x^2 = 560$ |
| 9. $ax^2 - b = c$                 | 10. $17x^2 - 7 = 418$     |
| 11. $9x^2 + 4x^2 = 325$           | 12. $mx^2 = a^2 - nx^2$   |
| 13. $13x^2 - 19 = 7x^2 + 5$       | 14. $ax^2 - b = cx^2 + d$ |

15.  $\frac{15x}{2} = \frac{810}{3x}$

16.  $\frac{2x}{3} = \frac{1050}{7x}$

17.  $(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2}) = \frac{5}{16}$

18.  $(3x + 1,5)(3x - 1,5) = 54$

19.  $(a + x)(b - x) + (a - x)(b + x) = 0$

20.  $(a + bx)^2 + (ax - b)^2 = 2(a^2x^2 + b^2)$

21.  $(7 + x)(9 - x) + (7 - x)(9 + x) = 76$

22.  $(2x + 7)(5x - 9) + (2x - 7)(5x + 9) = 1874$

23.  $(1 + x)(2 + x)(3 + x) + (1 - x)(2 - x)(3 - x) = 120$

24.  $(2x + 3)(3x + 4)(4x + 5) - (2x - 3)(3x - 4)(4x - 5) = 184$

25.  $(x + a + b)(x - a + b) + (x + a - b)(x - a - b) = 0$

26.  $(a + bx)(b - ax) + (b + cx)(c - bx) + (c + ax)(a - cx) = 0$

27.  $(a + x)(b - x) + (1 + ax)(1 - bx) = (a + b)(1 + x^2)$

28.  $(a + 5b + x)(5a + b + x) = 3(a + b + x)^2$

29.  $(9a - 7b + 3x)(9b - 7a + 3x) = (3a + 3b + x)^2$

30.  $\frac{a+x}{a-x} = \frac{x+b}{x-b}$

31.  $\frac{ax+b}{a+bx} = \frac{cx+d}{c+dx}$

32.  $\frac{a-x}{1-ax} = \frac{1-bx}{b-x}$

33.  $\frac{25+x}{9+x} = \frac{13+x}{47-x}$

34.  $\frac{35+3x}{1+x} = \frac{x-55}{3x-53}$

35.  $\frac{x-2}{3x+14} = \frac{3(8-x)}{28-x}$

36.  $\frac{x+5a+b}{x-3a+b} = \frac{x-a+b}{a-x+3b}$

37.  $\frac{3a-2b+3x}{a-2b+x} = \frac{x-7a+8b}{3x-5a+4b}$

38.  $\frac{7a-b+x}{7b-a+x} = \frac{a(a+5b+x)}{b(5a+b+x)}$

39.  $\frac{x+a-b}{x-a+b} = \frac{a(x+a+5b)}{b(x+5a+b)}$

40.  $\frac{17a+b-x}{a+17b-x} = \frac{a^2(a+17b+x)}{b^2(17a+b+x)}$

41.  $\frac{(1+3x+5x^2)(x^2+3x+5)}{(1+2x+3x^2)(x^2+2x+3)} = \frac{9}{4}$

42.  $\frac{1}{1+\sqrt{1-x}} + \frac{1}{1-\sqrt{1-x}} = \frac{2x}{9}$

43.  $\sqrt{13+x} + \sqrt{13-x} = 6$

44.  $\sqrt{x+4} - \sqrt{5x-24} = \frac{6}{\sqrt{x+4}}$

$$45. \sqrt{x+a} - \sqrt{5x-3a-4b} = \frac{2b}{\sqrt{x+a}}$$

$$46. \sqrt{x+a} - \sqrt{x-a} = \frac{x+a-b}{\sqrt{x+a}}$$

$$47. \sqrt{3a-2b+2x} - 2\sqrt{3a-2b-2x} = \frac{a+2b+2x}{\sqrt{3a-2b+2x}}$$

$$48. 2\sqrt{5+2x} - \sqrt{13-6x} = \sqrt{37-6x}$$

$$49. \sqrt{14x-11} + \sqrt{3(2x-1)} = 2\sqrt{2x+1}$$

$$50. \sqrt[3]{a+x} + \sqrt[3]{a-x} = \sqrt[3]{2a}$$

$$51. \sqrt[3]{76+x} + \sqrt[3]{76-x} = 8$$

$$52. \frac{a-\sqrt{a^2-x^2}}{a+\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{a}{b}$$

$$53. \frac{\sqrt{a-x}}{x} - \frac{\sqrt{a-x}}{a} = \sqrt{x}$$

$$54. \frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} = \frac{a}{b}$$

$$55. \frac{\sqrt{3x^2-1} + \sqrt{3-x^2}}{\sqrt{3x^2-1} - \sqrt{3-x^2}} = \frac{a}{b}$$

$$56. \frac{\sqrt[3]{1+x^2} + \sqrt[3]{1-x^2}}{\sqrt[3]{1+x^2} - \sqrt[3]{1-x^2}} = \frac{a}{b}$$

$$57. \frac{\sqrt[4]{1+x^2} + \sqrt[4]{1-x^2}}{\sqrt[4]{1+x^2} - \sqrt[4]{1-x^2}} = \frac{a}{b}$$

$$58. x^2 + 2ax = b$$

$$59. x^2 - 2ax + b = 0$$

$$60. x^2 + 2x = 63$$

$$61. x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$62. x^2 + 6x = 91$$

$$63. x^2 - 40x + 111 = 0$$

$$64. x^2 + 2x = 1$$

$$65. x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$66. x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$67. x^2 - 10x + 32 = 0$$

$$68. x^2 + ax = b$$

$$69. x^2 - ax + b = 0$$

$$70. x^2 + x - 56 = 0$$

$$71. x^2 - 11x + 10 = 0$$

$$72. x^2 - 7x = 30$$

$$73. x^2 - 17x + 60 = 0$$

$$74. x^2 + x = 1$$

$$75. x^2 - 7x + 11\frac{1}{2} = 0$$

$$76. x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

$$77. x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} = 0$$

$$78. x^2 - \frac{x}{3} = 8$$

$$79. x^2 + \frac{x}{7} = 50$$

$$80. x^2 - 1\frac{1}{2}x = 1$$

$$81. x^2 + 38\frac{2}{3} = 12\frac{7}{12}x$$

$$82. ax^2 + 2bx + c = 0$$

$$83. ax^2 - 2bx = c$$

$$84. 3x^2 - 22x + 35 = 0$$

$$85. 91x^2 - 2x = 45$$

$$86. 15x^2 + 21 = 44x$$

$$87. 14x^2 - 33 = 71x$$

88.  $25x^2 + 2 = 30x$       89.  $15x^2 + 527 = 178x$   
 90.  $ax^2 - bx = c$       91.  $ax^2 + bx + c = 0$   
 92.  $6x^2 + x = 15$       93.  $6x^2 - 13x + 6 = 0$   
 94.  $7x^2 + 25x = 12$       95.  $6x^2 + 7x = 3$   
 96.  $6x^2 + 5x = 56$       97.  $20x^2 + x = 12$   
 98.  $7x^2 + 9x = 100$       99.  $3x^2 - 7x = 16$   
 100.  $1\frac{1}{5}x^2 + 10 = 7x$       101.  $6x^2 + 26\frac{1}{4} = 25\frac{1}{2}x$   
 102.  $x^2 + 6,51 = 5,2x$       103.  $x^2 + 20,3 = 9,3x$   
 104.  $x^2 + 4,3x = 27,3$       105.  $2x^2 + 15,9 = 13,6x$   
 106.  $14x^2 + 45,5x + 36,26 = 0$   
 107.  $7,82x^2 - 33,1x + 35 = 0$   
 108.  $10,85x^2 + 21,91x - 10,5 = 0$
- 
109.  $(x - 7)(x - 5) = 0$       110.  $(x + 3)(x - 13) = 0$   
 111.  $(x - a + b)(x - b + c) = 0$       112.  $(x - \sqrt{7})(x - \sqrt{5}) = 0$   
 113.  $x^2 - ax = 0$       114.  $(x - 1)^2 = a(x^2 - 1)$   
 115.  $x^2 + (a - x)^2 = (a - 2x)^2$       116.  $a^2(b - x)^2 = b^2(a - x)^2$   
 117.  $(a - x)(x - b) + ab = 0$       118.  $(a - x)^2 + (x - b)^2 = a^2 + b^2$   
 119.  $(a - x)(x - b) = (a - x)(c - x)$   
 120.  $a^2 - x^2 = (a - x)(b + c - x)$   
 121.  $(x - a + b)(x - a + c) = (a - b)^2 - x^2$   
 122.  $(x - 6)(x - 5) + (x - 7)(x - 4) = 10$   
 123.  $(2x - 17)(x - 5) - (3x + 1)(x - 7) = 84$   
 124.  $(2x - 5)^2 - (x - 6)^2 = 80$   
 125.  $(33 + 10x)^2 + (56 + 10x)^2 = (65 + 14x)^2$   
 126.  $2x + \frac{1}{x} = 3$       127.  $\frac{x}{4} + \frac{25}{x} = 3$   
 128.  $\frac{x + 11}{x + 3} = \frac{2x + 1}{x + 5}$       129.  $\frac{7x - 5}{10x - 3} = \frac{5x - 2}{6x + 1}$   
 130.  $\frac{5x - 1}{9} + \frac{3x - 1}{5} = \frac{2}{x} + x - 1$   
 131.  $\frac{5x - 7}{9} + \frac{14}{2x - 3} = x - 1$

$$132. \frac{16-x}{4} - \frac{2(x-11)}{x-6} = \frac{x-4}{12}$$

$$133. \frac{6x+4}{5} - \frac{15-2x}{x-3} = \frac{7(x-1)}{5}$$

$$134. \frac{2x+2}{18} + \frac{12}{x+4} = \frac{x-4}{4} + \frac{x-2}{6}$$

$$135. \frac{7}{2x-3} + \frac{5}{x-1} = 12 \quad 136. \frac{7-x}{11-2x} + \frac{4x-5}{3x-1} = 2$$

$$137. \frac{x^3-10x^2+1}{x^2-6x+9} = x-3 \quad 138. \frac{x^2-x+3}{x^2-4x+5} = \frac{x+3}{x-1}$$

$$139. \frac{3x}{2} - \frac{3x-20}{18-2x} = 2 + \frac{3x^2-80}{2(x-1)}$$

$$140. \frac{21}{x} - \frac{10}{x-2} - \frac{4}{x-3} = 0$$

$$141. \frac{5+x}{3-x} - \frac{8-3x}{x} = \frac{2x}{x-2}$$

$$142. \frac{2x-3}{x-2} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{3x+11}{x+1}$$

$$143. \frac{2x-1}{x-2} + \frac{3x+1}{x-3} = \frac{5x-14}{x-4}$$

$$144. \frac{4}{x-1} + \frac{1}{x-4} = \frac{3}{x-2} + \frac{2}{x-3}$$

$$145. \frac{5}{7-x} - \frac{4}{6-x} = \frac{3}{5-x} - \frac{2}{4-x}$$

$$146. ax^2 - (a^2 + 1)x + a = 0$$

$$147. abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0$$

$$148. a^2(a-x)^2 = b^2(b-x)^2$$

$$149. (a-x)^2 + (x-b)^2 = (a-b)^2$$

$$150. (a-x)(b-x) = 2(a-b)^2$$

$$151. (a-x)^2 - (a-x)(x-b) + (x-b)^2 = (a-b)^2$$

$$152. (n-p)x^2 + (p-m)x + (m-n) = 0$$

$$153. (a+b+c)x^2 - (2a+b+c)x + a = 0$$

$$154. (ax-b)(c-d) = (a-b)(cx-d)x$$

$$155. x^2 - (a+b)x + (a+c)(b-c) = 0$$

$$156. x^2 - (a-m)x = (a-1)(m-1)$$

157.  $x^2 - 2(a - b)x = (a + c - b)(b + c - a)$   
 158.  $abx^2 - (a + b)x + 1 = 0$  159.  $4x^2 - 4ax + a^2 - b^2 = 0$   
 160.  $m^2x^2 - m(a - b)x - ab = 0$   
 161.  $x^2 + 2ab(a^2 + b^2) = (a + b)^2x$   
 162.  $(a^2 - b^2)(x^2 + 1) = 2(a^2 + b^2)x$   
 163.  $x + \frac{1}{x} = a + \frac{1}{a}$  164.  $a + x = \frac{1}{a} + \frac{1}{x}$   
 165.  $x - \frac{1}{x} = \frac{a}{b} - \frac{b}{a}$  166.  $x + \frac{1}{x} = \frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}$   
 167.  $(3x - 5)^2 - 8(3x - 5) + 7 = 0$   
 168.  $(2x - a)^2 = b(2x - a) + 2b^2$   
 169.  $(3x - 2a + b)^2 + 2b(3x - 2a + b) = a^2 - b^2$   
 170.  $\left(\frac{a-x}{x-b}\right)^2 = 8\left(\frac{a-x}{x-b}\right) - 15$  171.  $\frac{a+x}{b+x} + \frac{b+x}{a+x} = \frac{5}{2}$   
 172.  $\frac{(a-x)^2 + (x-b)^2}{(a-x)^2 - (x-b)^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$   
 173.  $\frac{ax^2 - bx + c}{\alpha x^2 - \beta x + \gamma} = \frac{c}{\gamma}$  174.  $\frac{ax^2 - bx + c}{\alpha x^2 - \beta x + \gamma} = \frac{a-b+c}{\alpha-\beta+\gamma}$   
 175.  $\frac{(a-x)^3 + (x-b)^3}{(a-x) - (x-b)} = \frac{a^3 - b^3}{a + b}$  176.  $\frac{(a-x)^3 + (x-b)^3}{(a-x)^2 + (x-b)^2} = \frac{a^3 - b^3}{a^2 + b^2}$   
 177.  $\frac{(a-x)^3 + (x-b)^3}{(a-x)^2 + (x-b)^2} = a - b$  178.  $\frac{ax + b}{bx + a} = \frac{mx - n}{nx - m}$

179.  $3x - 7\sqrt{x} + 2 = 0$  180.  $\sqrt{x+5} = x - 1$   
 181.  $x + \sqrt{x+3} = 4x - 1$  182.  $1 - 6x + \sqrt{5(x+4)} = 0$   
 183.  $2x - \sqrt{2x-1} = x + 2$  184.  $3x - 4\sqrt{x-7} = 2(x+2)$   
 185.  $x - 10 = \frac{2}{3}(x-1) - \sqrt{2x-1}$   
 186.  $a + \sqrt{a^2 - x^2} = x$  187.  $\sqrt{a^2 - x} + \sqrt{b^2 + x} = a + b$   
 188.  $\sqrt{a-x} + \sqrt{x-b} = \sqrt{a-b}$   
 189.  $\sqrt{a-x} + \sqrt{b-x} = \sqrt{a+b-2x}$   
 190.  $\sqrt{a-bx} + \sqrt{c-dx} = \sqrt{a+c-(b+d)x}$   
 191.  $\sqrt{x+3} + \sqrt{2x-3} = 6$   
 192.  $\sqrt{4x-3} - \sqrt{x-4} = 4$

$$193. \sqrt{5x-1} - \sqrt{8-2x} = \sqrt{x-1}$$

$$194. \sqrt{4x-3} + \sqrt{5x+1} = \sqrt{15x+4}$$

$$195. \sqrt{x+7} - \sqrt{5(x-2)} = 3$$

$$196. \sqrt{2x+1} - 2\sqrt{2x+3} = 1$$

$$197. x\sqrt{x-a} + a\sqrt{x+a} = \sqrt{x^3+a^3}$$

$$198. 2x^2 + a\sqrt{b^2+4bx} = a(b+2x)$$

$$199. \sqrt{a(x-b)} + \sqrt{b(x-a)} = x$$

$$200. \sqrt{1+ax} - \sqrt{1-ax} = x$$

$$201. \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} = \frac{a}{x}$$

$$202. \frac{(a-x)\sqrt{a-x} + (x-b)\sqrt{x-b}}{\sqrt{a-x} + \sqrt{x-b}} = a-b$$

$$203. \frac{(x-a)\sqrt{x-a} + (x-b)\sqrt{x-b}}{\sqrt{x-a} + \sqrt{x-b}} = a-b$$

$$204. \sqrt{\frac{a-x}{b+x}} + \sqrt{\frac{b+x}{a-x}} = c$$

$$205. \frac{\sqrt{a-x} + \sqrt{x-b}}{\sqrt{a-x} - \sqrt{x-b}} = \sqrt{\frac{a-x}{x-b}}$$

$$206. \sqrt{x} + \frac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$$

$$207. \frac{\sqrt{a} + \sqrt{x}}{\sqrt{a} - \sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{a} + \sqrt{x}} - \frac{(x+a)^2}{a(x-a)}$$

$$208. \frac{\sqrt{a-bx} + \sqrt{c-mx}}{\sqrt{a-bx} + \sqrt{nx-d}} = \frac{\sqrt{a-bx} - \sqrt{c-mx}}{\sqrt{a-bx} - \sqrt{nx-d}}$$

209. Wenn  $x+m$  und  $x+n$  die Faktoren des Ausdrucks  $x^2+ax+b$  sind, man also hat  $x^2+ax+b = (x+m)(x+n)$ , welches sind dann die Wurzeln der Gleichung  $x^2+ax+b=0$ ?

210. Welche Beziehung haben die Größen  $m$  und  $n$  zu den Größen  $a$  und  $b$ ?

211. Wie kann man aus den Zeichen von  $a$  und  $b$  auf die von  $m$  und  $n$  schließen?

212. Um die Größen  $m$  und  $n$  für den Ausdruck  $x^2+ax+b$

zu finden, hat man  $b$  in zwei Faktoren zu zerlegen, deren Summe  $a$  ist; oder  $a$  in zwei Summanden, deren Produkt  $b$  ist. Bald liegt das Eine, bald das Andere näher. Bringe die Gleichungen 60.—63. und 70.—73. auf 0, wenn dies nicht schon geschehen ist, zerlege den linken Theil der Gleichung in Faktoren, d. h. suche die Größen  $m$  und  $n$  und bestimme so die Wurzeln der Gleichungen.

213. Wenn umgekehrt  $x_1$  und  $x_2$  die Wurzeln der Gleichung  $x^2 + ax + b = 0$  sind, welches sind dann die Größen, die oben mit  $m$  und  $n$  bezeichnet sind, und welches sind darnach die Faktoren des Ausdrucks  $x^2 + ax + b$ ?

214. Welche Beziehung haben die Wurzeln der Gleichung  $x^2 - ax + b = 0$  zu den Größen  $a$  und  $b$ ?

215. Wie heißen die Gleichungen in ihrer einfachsten Form, deren Wurzeln sind:

- |   |   |                                       |
|---|---|---------------------------------------|
| 1. 5 und 6                              | 2. 7 und - 8                                | 3. $3\frac{1}{2}$ und $2\frac{1}{2}$  |
| 4. $4\frac{1}{2}$ und - $3\frac{1}{2}$  | 5. 0,7 und - 0,3                            | 6. $a$ und $b$                        |
| 7. $a + b$ und $a - b$                  | 8. $1 + \sqrt{3}$ u. $1 - \sqrt{3}$         | 9. $2 + \sqrt{-1}$ u. $2 - \sqrt{-1}$ |
| 10. $a + b\sqrt{2}$ und $a - b\sqrt{2}$ | 11. $3a + 2b\sqrt{5}$ und $3a - 2b\sqrt{5}$ |                                       |

Man kann zur Bildung dieser Gleichungen nach 213. oder nach 214. verfahren. Der erste Weg giebt mehr Einsicht in die Natur der Wurzeln, der letztere ist der kürzere.

216. Unter welchen Bedingungen sind die Wurzeln der Gleichung  $x^2 - ax + b = 0$  beide positiv, unter welchen beide negativ, unter welchen haben sie entgegengesetzte Zeichen? Wann ist im letzten Fall, abgesehen vom Zeichen, die positive größer, wann die negative?

217. Unter welchen Bedingungen sind die Wurzeln der Gleichung  $ax^2 + bx + c = 0$  reell, unter welchen imaginär, unter welchen rational und unter welchen irrational?

218. Wie findet man die Faktoren des Ausdrucks  $ax^2 + bx + c$ , wenn sie nach dem in 212. Gesagten nicht so leicht zu erkennen sind?

219. Welche Bedingung muß stattfinden, damit der Ausdruck  $ax^2 + bx + c$  sich in Faktoren zerlegen läßt? und wann sind diese Faktoren rational?

220. Gib die Bedingungen an, unter welchen die Zerlegung folgender Ausdrücke möglich oder unmöglich, rational oder irrational ist:

$ax^2 + bx - c$	$ax^2 - bx + c$
$ax^2 + 2bx + c$	$ax^2 - 2bx - c$
$x^2 + bx + c$	$x^2 + bx - c$
$x^2 - 2bx + c$	$x^2 - 2bx - c$

221. Bringe die Gleichungen 84.—87. und 92.—97. auf 0, wenn dies nicht schon geschehen ist, und zerlege mit Hülfe der Wurzeln der Gleichung die linke Seite der Gleichung in Faktoren.

222. Untersuche, ob sich folgende Ausdrücke in Faktoren zerlegen lassen, und wenn dies möglich ist, ob die Faktoren rational oder irrational sind. Sind sie rational, so gib dieselben nach 212. direkt an, oder indirekt mit Hilfe der Auflösung der betreffenden quadratischen Gleichung.

- |                           |                         |
|---------------------------|-------------------------|
| 1. $x^2 - 7x + 12$        | 12. $x^2 + 13x + 30$    |
| 3. $x^2 - 9x + 15$        | 4. $x^2 + 12x + 27$     |
| 5. $x^2 - 3x - 20$        | 6. $x^2 + 2x - 35$      |
| 7. $x^2 + 4ax + 3a^2$     | 8. $x^2 - 6ax - 30a^2$  |
| 9. $a^2 - 7ab + 6b^2$     | 10. $a^2 + 3ab + 6b^2$  |
| 11. $a^2 - ab - 2b^2$     | 12. $a^2 + ab - 2b^2$   |
| 13. $3x^2 + 4x + 5$       | 14. $2x^2 - 7x + 3$     |
| 15. $3x^2 - 17ax + 10a^2$ | 16. $4x^2 - 3ax - 2a^2$ |
| 17. $6a^2 - 5ab - 6b^2$   | 18. $2a^2 - 5ab - 3b^2$ |

### Zweite Stufe.

1.  $\left(\frac{5a-3b+x}{5b-3a+x}\right)^2 = \frac{7a-9b+3x}{7b-9a+3x}$
2.  $\left(\frac{a+5b+x}{5a+b+x}\right)^2 = \frac{a+17b+x}{17a+b+x}$
3.  $\left(\frac{x-3a+5b}{x+5a-3b}\right)^2 = \frac{5x-11a+5b}{5x+5a-11b}$
4.  $a\sqrt{m+x} - b\sqrt{m-x} = \sqrt{m(a^2+b^2)}$
5.  $\sqrt{2a-b+2x} - \sqrt{10a-9b-6x} = 4\sqrt{a-b}$
6.  $2\sqrt{2a+b+2x} + \sqrt{10a+b-6x} = \sqrt{10a+9b-6x}$
7.  $\sqrt{(a+x)(x+b)} + \sqrt{(a-x)(x-b)} = 2\sqrt{ax}$
8.  $\frac{\sqrt{(a+x)(x+b)} + \sqrt{(a-x)(x-b)}}{\sqrt{(a+x)(x+b)} - \sqrt{(a-x)(x-b)}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
9.  $\sqrt{1-x^2} = 2ab - \frac{a\sqrt{1-a^2} + b\sqrt{1-b^2}}{a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}}$
10.  $\frac{(\sqrt[4]{a+x} + \sqrt[4]{a-x})^2}{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}} = c$
11.  $\frac{\sqrt[3]{(a+x)^2} + \sqrt[3]{a^2-x^2} + \sqrt[3]{(a-x)^2}}{\sqrt[3]{(a+x)^2} - \sqrt[3]{a^2-x^2} + \sqrt[3]{(a-x)^2}} = c$

$$12. \sqrt[3]{a+x} + \sqrt[3]{a-x} = \sqrt[3]{c} \quad 13. \sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}} + \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} = c$$

$$14. \frac{(a+x)\sqrt[3]{a-x} - (a-x)\sqrt[3]{a+x}}{\sqrt[3]{a+x} - \sqrt[3]{a-x}} = c$$

$$15. \frac{2a+m}{a+x} - \frac{2a-m}{a-x} = \frac{2a}{m} \quad 16. a^2 - \frac{a^2-b^2}{2x-x^2} = \frac{b^2(x+2)}{x-2}$$

$$17. (a^2 - b^2)x^2 + ab = (a^2 + b^2)x$$

$$18. (a^2 - b^2)x^2 - 2(a^4 - b^4)x + a^6 - b^6 = 0$$

$$19. abx^2 - (a+b)(ab+1)x + (ab+1)^2 = 0$$

$$20. abx^2 - (a+b)(ab-1)x + (a^2-1)(b^2-1) = 0$$

$$21. x^2 - (a^2 - b^2)x = (a+b)x - (a+b)^2(a-b)$$

$$22. a(a-b) - b(a-c)x + c(b-c)x^2 = 0$$

$$23. (a+b+x)(b+c+x) = (3a-b-x)(3a-2b+c-2x)$$

$$24. (3a-5b+x)(5a-3b-x) = (7a-b-3x)^2$$

$$25. (3a-b+x)(2a+b-x) = (5a+3b-3x)^2$$

$$26. (3a-b+3c-2x)(2b+x) = (2a+2c-x)^2$$

$$27. 9(a-b+c-x)^2 + 4(2a+2c-x)^2 = (3a+b+3c-x)^2$$

$$28. (a-x)^2 + (b-x)^2 = \frac{1}{2}(a-x)(b-x)$$

$$29. (a-x)^2 - 5(a-x)(x-b) + 6(x-b)^2 = 0$$

$$30. 2(a-x)^2 - \frac{17}{8}(a-x)(x-b) + (x-b)^2 = 0$$

$$31. 10(a-x)^2 + 7(b-x)^2 = 16\frac{3}{4}(a-x)(b-x)$$

$$32. \frac{a-x}{x-b} + \frac{x-b}{a-x} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$

$$33. \frac{a-x}{b+x} - \frac{b+x}{a-x} = \frac{m}{n} - \frac{n}{m}$$

$$34. \frac{2a - (1+a^2)x}{1+a^2-2ax} = \frac{2b + (1+b^2)x}{1+b^2+2bx}$$

$$35. \frac{(a-x)^2 + (a-x)(x-b) + (x-b)^2}{(a-x)^2 - (a-x)(x-b) + (x-b)^2} = \frac{49}{19}$$

$$36. \frac{\sqrt{(a-x)^2 + (a-x)(x-b)} + \sqrt{(x-b)^2}}{\sqrt{(a-x)^2 - (a-x)(x-b)} + \sqrt{(x-b)^2}} = \frac{7}{3}$$

$$37. \frac{(\sqrt{a-x} + \sqrt{b-x})^2}{\sqrt{(a-x)(b-x)}} = \frac{100}{21} \quad 38. \frac{\sqrt{a-x} + \sqrt{b-x}}{\sqrt{a-x} - \sqrt{b-x}} = \frac{b}{x}$$

39.  $\sqrt{a+b+x} - \sqrt{a+b-x} = \frac{x}{\sqrt{a}}$

40.  $\sqrt{2a+b+x} - \sqrt{2a+b-x} = \frac{x}{\sqrt{a+b}}$

41.  $\sqrt{3a-2b+2x} - \sqrt{3a-2b-2x} = \frac{2x}{\sqrt{a}}$

42.  $\sqrt{\frac{a+x}{b+x}} + \sqrt{\frac{a-x}{b-x}} = 2\sqrt{\frac{a}{b}}$

43.  $x^3 - 1 = 0$

44.  $x^3 + 1 = 0$

45.  $x^3 = a^3$

46.  $x^3 = -a^3$

47.  $x^3 - 5 = 0$

48.  $x^3 + 7 = 0$

49.  $(a-x)^3 = (x-b)^3$

50.  $a^3(b+x)^3 = b^3(a+x)^3$

51.  $a^3(a-x)^3 = b^3(x-b)^3$

52.  $a^3(x-b)^3 = b^3(a-x)^3$

53.  $\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1} = \frac{7}{9} \cdot \frac{x+1}{x-1}$

54.  $\frac{x^2+2x+4}{x^2-2x+4} = \frac{49}{76} \cdot \frac{x+2}{x-2}$

55.  $\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3-x^2-x+1} = \frac{a^2}{b^2}$

56.  $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$

57.  $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

58.  $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$

59.  $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$

60.  $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0$

61.  $2x^3 - 5x^2 + 5x - 2 = 0$

62.  $6x^3 - 19x^2 + 19x - 6 = 0$

63.  $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$

64.  $12x^3 + 13x^2 - 13x - 12 = 0$

65.  $10x^3 - 19x^2 - 19x + 10 = 0$

66.  $35x^3 - 39x^2 - 39x + 35 = 0$

67.  $72x^3 - 217x^2 + 217x - 72 = 0$

68.  $\frac{a\sqrt{x-b} + b\sqrt{a-x}}{\sqrt{a-x} + \sqrt{x-b}} = x$

69.  $\frac{a\sqrt{a-x} + b\sqrt{x-b}}{\sqrt{a-x} + \sqrt{x-b}} = x$

70.  $\frac{a+x}{b+x} = \frac{a-x}{b-x} + \frac{x}{c}$

71.  $\frac{a+x}{b+x} + \frac{c+x}{d+x} = \frac{a-x}{b-x} + \frac{c-x}{d-x}$

72.  $\frac{a-x}{3(a-b)} + \frac{3(a-b)}{a-x} = \frac{b-x}{2(a-b)} + \frac{2(a-b)}{b-x}$

$$73. \frac{a-x}{a-b} + \frac{a-b}{a-x} = \frac{b-x}{6(a-b)} + \frac{6(a-b)}{b-x}$$

$$74. \frac{\sqrt{a-x} + \sqrt{x-b}}{\sqrt{a-x} - \sqrt{x-b}} = \frac{a-b}{a+b-2x}$$

$$75. \frac{\sqrt{9a-4b-3x} + \sqrt{5a-4b+x}}{\sqrt{9a-4b-3x} - \sqrt{5a-4b+x}} = \frac{2a}{a-x}$$

$$76. \frac{\sqrt{17a+b-x} + \sqrt{a+17b-x}}{\sqrt{17a+b-x} - \sqrt{a+17b-x}} = \frac{7a-b+x}{2(5a+b-x)}$$

$$77. \frac{\sqrt{3a-4b+5x} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{3a-4b+5x} - \sqrt{x-a}} = \sqrt{\frac{x+a}{2(x-b)}}$$

$$78. \frac{\sqrt{a+3b+x} + \sqrt{9a+11b-7x}}{\sqrt{a+3b+x} - \sqrt{9a+11b-7x}} = \sqrt{\frac{3a+b-x}{2(a+3b-x)}}$$

$$79. x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$80. x^4 - 21x^2 = 100$$

$$81. (x^2 - 10)(x^2 - 3) = 78$$

$$82. (x^2 - 5)^2 + (x^2 - 1)^2 = 40$$

$$83. 10x^4 - 21 = x^2$$

$$84. 6x^4 - 35 = 11x^2$$

$$85. a^4 + b^4 + x^4 = 2a^2b^2 + 2a^2x^2 + 2b^2x^2$$

$$86. 8x^{-6} + 999x^{-3} = 125$$

$$87. 2(\sqrt{x} - 3)^2 - 3 = \sqrt{x}$$

$$88. (\sqrt[3]{x} - 1)^2 + \sqrt[3]{x^2} = \sqrt[3]{x}$$

$$89. (\sqrt[4]{x} - 3)(\sqrt[4]{x} - 4) = 12$$

$$90. \sqrt[4]{x^3} - 2\sqrt{x} + x = 0$$

$$91. 2x^{\frac{1}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{3}{3}} = 0$$

$$92. x^{\frac{3}{2}} + 8x^{\frac{1}{2}} = 9x$$

$$93. x^{\frac{5}{12}} + x^{\frac{2}{3}} = 20x^{\frac{1}{6}}$$

$$94. \frac{\sqrt{x-a}}{b} = \frac{x}{(a+b)^2}$$

$$95. \frac{\sqrt{x+2a-b}}{a} = \frac{3a-b}{\sqrt{x}}$$

$$96. x + 5\sqrt{37-x} = 43$$

$$97. 1215 + x = 49\sqrt{615+x}$$

$$98. x + 2a\sqrt{2(a^2+b^2)-x} = 3a^2 + b^2$$

$$99. x + (a+h)\sqrt{a^2-ab+b^2-x} = a^2 + b^2$$

$$100. x^4 - ax^2 + b^2 = 0$$

$$101. x^4 - 4(a+b)x^2 + 16(a-b)^2 = 0$$

$$102. x^4 - 4(a^2+b^2)x^2 + 4a^2b^2 = 0$$

$$103. x^4 - 2(a^2 + 4ab - b^2)x^2 + (a-b)^4 = 0$$

$$104. a = x^2 + b + \frac{b^2}{x^2} \quad 105. \frac{x^4 + 10x^2 + 1}{x^4 - 10x^2 + 1} = \frac{a}{b}$$

$$106. \frac{x^2 + x + 1}{(x+1)^2} \cdot \frac{x^2 - x + 1}{(x-1)^2} = \frac{a}{b}$$

$$107. (x-a)^2 + \frac{1}{(x-a)^2} = m$$

$$108. 4(x-a)^4 - 4b(x-a)^2 + c^2 = 0$$

$$109. (x-a)^4 - (b+c)(x-a)^2 + (b-c)^2 = 0$$

$$110. \frac{ax-b}{cx-d} + \frac{cx-d}{ax-b} = \frac{a-bx}{c-dx} + \frac{c-dx}{a-bx}$$

$$111. \frac{ax+b}{a+bx} + \frac{cx+d}{c+dx} = \frac{ax-b}{a-bx} + \frac{cx-d}{c-dx}$$

$$112. (x+1)(x+3)(x-4)(x-7) + (x-1)(x-3)(x+4)(x+7) = 96$$

$$113. (1+x)(2-x)(3+x)(4-x)(5+x) + (1-x)(2+x)(3-x)(4+x)(5-x) = 144$$

$$114. \frac{11+x}{7+x} + \frac{5+x}{3+x} + \frac{2+x}{1+x} = \frac{11-x}{7-x} + \frac{5-x}{3-x} + \frac{2-x}{1-x}$$

$$115. \frac{x+5}{x+2} - \frac{x+7}{x+3} + \frac{3(x+1)}{x+5} = \frac{x-5}{x-2} - \frac{x-7}{x-3} + \frac{3(x-1)}{x-5}$$

$$116. (x^2 + ax)^2 + m(x^2 + ax) = p$$

$$117. x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 6x - 8 = 0$$

$$118. x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$$

$$119. x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 = 0$$

$$120. 32x^4 - 48x^3 - 10x^2 + 21x + 5 = 0$$

$$121. x^3 - 6x^2 + 5x + 12 = 0$$

$$122. (2x^2 - 3x + 1)^2 = 22x^2 - 33x + 1$$

$$123. 16x^2(x-4)^2 + 121(x-2)^2 = 265$$

$$124. (x^2 - 5x + 7)^2 - (x-2)(x-3) = 1$$

$$125. x^2 + 5 = 8x + 2\sqrt{x^2 - 8x + 40}$$

$$126. 2x^2 + 3\sqrt{x^2 - x + 1} = 2x + 3$$

127.  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$   
 128.  $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = 0$   
 129.  $2x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x + 2 = 0$   
 130.  $x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 0$   
 131.  $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$   
 132.  $90x^4 - 399x^3 + 622x^2 - 399x + 90 = 0$   
 133.  $2x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$   
 134.  $6x^5 - 41x^4 + 97x^3 - 97x^2 + 41x - 6 = 0$   
 135.  $8x^5 - 46x^4 + 47x^3 + 47x^2 - 46x + 8 = 0$   
 136.  $x^5 - 11x^4 + 36x^3 - 36x^2 + 11x - 1 = 0$   
 137.  $12x^5 + 8x^4 - 45x^3 - 45x^2 + 8x + 12 = 0$   
 138.  $20x^5 - 81x^4 + 62x^3 + 62x^2 - 81x + 20 = 0$   
 139.  $12x^5 - 56x^4 + 107x^3 - 107x^2 + 56x - 12 = 0$   
 140.  $ax^5 + bx^4 + cx^3 + cx^2 + bx + a = 0$   
 141.  $ax^6 + bx^5 + cx^4 = a + bx + cx^2$   
 142.  $6x^6 - 35x^5 + 56x^4 = 6 - 35x + 56x^2$   
 142<sub>1</sub>.  $x^3 = \frac{ax - b}{bx - a}$       142<sub>2</sub>.  $x^3 = \frac{41x - 15}{15x - 41}$   
 142<sub>3</sub>.  $x^4 = \frac{11x - 6}{6x - 11}$       142<sub>4</sub>.  $x^5 = \frac{133x - 78}{133 - 78x}$

143.  $x^2 + 4,1853x + 4,37276 = 0$   
 144.  $x^2 - 77,34056x + 175,542 = 0$   
 145.  $x^2 + 0,51388x - 0,33333 = 0$   
 146.  $x^2 - 111,11x = 27958,32$   
 147.  $37557x^2 - 144411x + 68530 = 0$   
 148.  $119295x^2 + 596643x + 287776 = 0$   
 149.  $160290x^2 + 855231x - 4956861 = 0$   
 150.  $2265125x^2 - 5258160x - 3644352 = 0$

- 151<sub>1</sub>.  $x^3 + 4x^{\frac{1}{2}} = 16\frac{1}{4}x\sqrt{x^2}$     151<sub>2</sub>.  $x^{\frac{5}{3}} + x^{\frac{3}{5}} = (2^8 + 2^{-8})x\sqrt[5]{x^{\frac{2}{3}}}$   
 151<sub>3</sub>.  $7\sqrt{x^5} + 5x\sqrt{x^3} = 66$   
 151<sub>4</sub>.  $\sqrt[3]{(3x-5)^3} - \sqrt[3]{(5-3x)^3} = 5,2$   
 151<sub>5</sub>.  $8(8x-5)^3 + 5(5-8x)^6 = 85$   
 151<sub>6</sub>.  $7(7x-3)^5 - 3(3-7x)^{-5} = 10$

- 152<sub>1</sub>.  $13x^{7,7} + 23 = 300x^{3,85}$     152<sub>2</sub>.  $9x^{-3,3} + 11 = 100x^{-1,65}$   
 152<sub>3</sub>.  $64x^{0,63} - 7x^{-1,74} = 9x^3$     152<sub>4</sub>.  $3x^{3,5} + 5x^{5,3} = 16x^{4,4}$   
 153<sub>1</sub>.  $8x^{+1} - 8^{2x-1} = 30$     153<sub>2</sub>.  $6^{1+x} + 6^{1-x} = 13$   
 153<sub>3</sub>.  $\left(\frac{57}{37}\right)^{1+x} + \left(\frac{57}{37}\right)^{1-x} = 10$   
 153<sub>4</sub>.  $3\left(\frac{76}{47}\right)^{3x+1} + 5\left(\frac{47}{76}\right)^{3x-1} = 32$   
 154<sub>1</sub>.  $7^{xx} = 191365$   
 154<sub>2</sub>.  $(0,98473)^{3xxx} = (0,0076828)^{-4}$   
 154<sub>3</sub>.  $85\left(\frac{56}{65}\right)^{2xx} = 2419\left(\frac{19}{91}\right)^{5xx}$   
 154<sub>4</sub>.  $(0,047)^{-7,1xx} = 1,2828\left(\frac{107}{701}\right)^{1,7xx}$   
 155<sub>1</sub>.  $17^{\frac{x+1}{x-1}} = 71^{\frac{x-1}{x+1}}$     155<sub>2</sub>.  $(0,222128)^{\frac{2-3x}{3x-3}} = 89^{\frac{2x-3}{3x-3}}$   
 155<sub>3</sub>.  $5^{x(x-1)} \cdot 2^{x(x+1)} = 64 \cdot 10^{2x}$   
 155<sub>4</sub>.  $(3,111)^{xx} \cdot (0,5188)^x = 10^{0,7779}$   
 155<sub>5</sub>.  $3088 \cdot (0,9977)^{\frac{3x-7}{x-5}} = 5767 \cdot (0,8531)^{\frac{7x+3}{x+5}}$   
 155<sub>6</sub>.  $(9,482)^{\frac{4x-3}{x+1}} \cdot (0,7093)^{\frac{3x-4}{x-1}} = 100\frac{1}{2}$   


---

 156<sub>1</sub>.  $\log(7x-9)^2 + \log(3x-4)^2 = 2$   
 156<sub>2</sub>.  $\log\sqrt{2x-1} + \log\sqrt{x-9} = 1$   
 156<sub>3</sub>.  $\log\sqrt{7x+5} + \frac{1}{2}\log(2x+7) = 1 + \log 4,5$   
 156<sub>4</sub>.  $\log(x-2)^3 + 3\log(x-5) = 2,69897 + \log 2$   
 156<sub>5</sub>.  $\frac{\log 2x}{\log(4x-15)} = 2$     156<sub>6</sub>.  $\frac{\log(35-x^2)}{\log(5-x)} = 3$   
 157<sub>1</sub>.  $\frac{1}{5-\log x} + \frac{2}{1+\log x} = 1$     157<sub>2</sub>.  $\log x^3 - \frac{12}{\log x} = 5$   
 158<sub>1</sub>.  $(1000x)^{3-\log x} = 51\frac{161}{170}$     158<sub>2</sub>.  $(10^4x^3)^{4-3\log x} = 5\frac{364}{437}$   
 158<sub>3</sub>.  $x^{-\log x} = \frac{1916}{2759}$     158<sub>4</sub>.  $7x^{-2\log x} = 0,73787$   
 159<sub>1</sub>.  $\left(\frac{x}{883,08}\right)^{\log x} = \left(\frac{1}{10}\right)^{1,946}$     159<sub>2</sub>.  $\left(\frac{19}{9x}\right)^{3\log x} = \frac{1715}{3511}$   
 159<sub>3</sub>.  $(3x^5)^{3-5\log x} = 57\frac{134}{343}$     159<sub>4</sub>.  $x^8\left(\frac{1}{8}x\right)^{8\log x} = 3\frac{41}{404}$

$$159_5. 3,2x^3 \log x^{-2} = (2,3x)^{3-2 \log x}$$

$$159_6. 9x^{\log x} + 91x^{-\log x} = 60$$

## Dritte Stufe.

$$1. x + \sqrt{x^2 - 1} = (a + \sqrt{a^2 - 1})(b + \sqrt{b^2 - 1})$$

$$2. x + \sqrt{x^2 - 1} = (a + \sqrt{a^2 - 1})(b + \sqrt{b^2 + 1})$$

$$3. \sqrt{x-2} + \sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 1}$$

$$4. \sqrt{\frac{x+a}{a}} - \sqrt{\frac{x-a}{x}} = \sqrt{2\left(1 - \frac{a}{x}\right)}$$

$$5. \sqrt[4]{\frac{a-x}{b-x}} - \sqrt[4]{\frac{b-x}{a-x}} = c$$

$$6. \sqrt[3]{\frac{a-x}{b+x}} + \sqrt[3]{\frac{b+x}{a-x}} = c$$

$$7. \sqrt[5]{\frac{a-x}{b+x}} + \sqrt[5]{\frac{b+x}{a-x}} = c$$

$$8. \frac{\sqrt{a-x} + \sqrt{b-x}}{\sqrt{a-x} - \sqrt{b-x}} = \frac{c}{\sqrt{(a-x)(b-x)}}$$

$$9. \frac{\sqrt{x-a} + \sqrt{x-b}}{\sqrt{x-a} - \sqrt{x-b}} = \frac{c}{a+b-2x}$$

$$10. \frac{\sqrt[3]{a-x} - \sqrt[3]{x-b}}{\sqrt[3]{a-x} + \sqrt[3]{x-b}} = \frac{a+b-2x}{a-b}$$

$$11. \sqrt[3]{(a-x)^2} + \sqrt[3]{(a-x)(b-x)} + \sqrt[3]{(b-x)^2} = \sqrt[3]{a^2 + ab + b^2}$$

$$12. \sqrt[3]{x+1580} - \sqrt[3]{x-1136} = 4$$

$$13. \sqrt[3]{a-x} + \sqrt[3]{x-b} = \sqrt[3]{c}$$

$$14. \sqrt[3]{60-x} + \sqrt[3]{x-11} = \sqrt[3]{4}$$

$$15. \frac{\sqrt[3]{(a-x)^2} + \sqrt[3]{(x-b)^2}}{(\sqrt[3]{a-x} + \sqrt[3]{x-b})^2} = c$$

$$16. \frac{\sqrt{x-a} + \sqrt{x+a} - \sqrt{2a}}{\sqrt{x-a} - \sqrt{x+a} + \sqrt{2a}} = \sqrt{\frac{x+c}{x-c}}$$

$$17. \frac{a+b+(a-b)x^2}{2x} = \frac{2x}{a-b+(a+b)x^2}$$

$$18. \frac{(1+x^2)^2}{a^2} - \frac{(1-x^2)^2}{b^2} = 4x^2$$

$$19. \sqrt{(a+x)(x-b)} + \sqrt{(a-x)(x+b)} = \sqrt{(a+x)(x+b)} - \sqrt{(a-x)(x-b)}$$

$$20. \sqrt{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2}} + \sqrt{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{x^2}} + \sqrt{\frac{1}{c^2} - \frac{1}{x^2}} = \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} - \frac{1}{x^2}}$$

$$21. \sqrt{(a^2-x^2)(b^2-x^2)} + \sqrt{(a^2-x^2)(c^2-x^2)} + \sqrt{(b^2-x^2)(c^2-x^2)} = x^2$$

$$22. x(x+2)(x+4)(x+6) = 1920$$

$$23. (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) = 24$$

$$24. (x-1)(3-x)(5-x)(7-x) = 15$$

$$25. (1-x)(2+x)(4-x)(7-x) = 80$$

$$26. (a-x)^4 + (x-b)^4 = c$$

$$27. (5-x)^4 + (2-x)^4 = 17$$

$$28. (x-a)^5 + (b-x)^5 = c$$

$$29. (x-1)^5 + (4-x)^5 = 33$$

$$30. x^4 + (a-x)^4 = a^4 \quad 31. x^5 + (a-x)^5 = a^5$$

$$32. x^4 + (x-7)^4 = 337 \quad 33. x^5 + (5-x)^5 = 275$$

$$34. 4(a-x)^4 - 17(a-x)^2(x-b)^2 + 4(x-b)^4 = 0$$

$$35. 2(a-x)^4 - 9(a-x)^3(x-b) + 14(a-x)^2(x-b)^2 - 9(a-x)(x-b)^3 + 2(x-b)^4 = 0$$

$$36. 6(a-x)^4 - 25(a-x)^3(x-b) + 38(a-x)^2(x-b)^2 - 25(a-x)(x-b)^3 + 6(x-b)^4 = 0$$

$$37. \frac{1}{8-x} + \frac{1}{4-x} + \frac{2}{3-2x} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{5-x} + \frac{2}{15-2x}$$

$$38. \frac{5}{x} - \frac{4}{x-a} - \frac{9}{x-2a} - \frac{4}{x-3a} + \frac{5}{x-4a} = 0$$

$$39. \frac{14}{x+20} + \frac{5}{x+5} - \frac{4}{x-10} = \frac{14}{x-55} + \frac{5}{x-40} - \frac{4}{x-26}$$

$$40. \frac{2x+5a}{x} - \frac{x+8a}{x-a} + \frac{x}{x-2a} = \frac{x-a}{x-3a} - \frac{x+5a}{x-4a} + \frac{2x-5a}{x-5a}$$

$$41. \frac{x+4}{x+2} + \frac{x+2}{x} + \frac{x+4}{x-1} = \frac{x+3}{x-2} + \frac{x-1}{x-3} + \frac{x-3}{x-5}$$

$$42. \frac{1-x}{x+4} + \frac{9-x}{x-4} + \frac{2-x}{x+2} = \frac{4-x}{x+1} + \frac{9-x}{x-5} + \frac{12-x}{x-7}$$

$$43. \frac{7}{x} - \frac{31}{x-1} + \frac{20}{x-2} + \frac{8}{x-3} + \frac{20}{x-4} - \frac{31}{x-5} + \frac{7}{x-6} = 0$$

$$44. \frac{1}{1-x} + \frac{1}{2-x} + \frac{1}{3+x} + \frac{1}{4+x} = \frac{1}{6-x} - \frac{1}{6-2x} + \frac{1}{8+x} - \frac{1}{10+2x}$$

$$45. \frac{5}{x+6} - \frac{4}{x+4} + \frac{1}{5(x+2)} - \frac{30}{x} = \frac{5}{x-7} - \frac{4}{x-5} + \frac{1}{5(x-3)} - \frac{30}{x-1}$$

$$46. \frac{21}{7-x} + \frac{7}{4-x} + \frac{9}{2-x} + \frac{2}{1-x} = \frac{21}{3-x} + \frac{7}{6-x} + \frac{9}{8-x} + \frac{2}{9-x}$$

$$47. \frac{4}{x} - \frac{7}{x-1} - \frac{27}{x-2} + \frac{30}{x-3} + \frac{30}{x-4} - \frac{27}{x-5} - \frac{7}{x-6} + \frac{4}{x-7} = 0$$

$$48. \frac{49}{x} - \frac{25}{x-2} - \frac{27}{x-4} + \frac{3}{x-6} + \frac{3}{x-8} - \frac{27}{x-10} - \frac{25}{x-12} + \frac{49}{x-14} = 0$$

$$49. \frac{6-x}{1-x} + \frac{1+2x}{2-x} + \frac{3+x}{8+x} - \frac{5+2x}{10+2x} = \frac{1+2x}{3+x} - \frac{9+x}{4+x} \\ + \frac{x-1}{6-x} + \frac{2x-11}{6-2x}$$

$$50. \frac{x+1}{1-x} + \frac{2x+7}{7-x} + \frac{3x-5}{4-x} + \frac{4x+1}{2-x} = \frac{x+1}{8-x} + \frac{2x-16}{9-x} \\ + \frac{3x-11}{6-x} + \frac{4x+9}{3-x}$$

$$51. \frac{(x+1)^4}{x(x^2+1)} = \frac{a}{b}$$

$$52. \frac{(x+1)^5}{x(x^3+1)} = \frac{625}{42}$$

$$53. \frac{(x+1)^4}{x^4+1} = \frac{a}{b}$$

$$54. \frac{(x+1)^5}{x^5+1} = \frac{a}{b}$$

$$55. \frac{(x+1)(x^3+1)}{(x-1)(x^3-1)} = \frac{a}{b}$$

$$56. \frac{(x+1)(x^4+1)}{(x-1)(x^4-1)} = \frac{353}{68}$$

$$57. \frac{(x^2+1)(x^3+1)}{(x+1)(x^4+1)} = \frac{15}{17}$$

$$58. \frac{(x^2+1)(x^3+1)}{(x^2-1)(x^3-1)} = \frac{35}{26}$$

$$59. \frac{(x+1)(x^5-1)}{(x-1)(x^5+1)} = \frac{a}{b}$$

$$60. \frac{(x^3-1)(x+1)^3}{(x^3+1)(x-1)^3} = 11\frac{10}{57}$$

$$61. \frac{x^4+x^3+x^2+x+1}{x^4-x^3+x^2-x+1} = \frac{a}{b}$$

$$62. \frac{2x(x+1)^2}{(x^2+1)(x-1)^2} = \frac{b(a-b)}{a(b-2a)}$$

$$63. \frac{(x^2+1)^2}{(x^2+x+1)(x+1)^2} = \frac{2(a-b)^2}{ab}$$

$$64. \frac{x^2(x+1)}{(x^2+1)(x^3+1)} = \frac{4b^2}{a^2-b^2}$$

$$65. \frac{(x^2-x+1)^2}{x^4-x^3+x^2-x+1} = \frac{4a^2}{5a^2-b^2}$$

$$66. \frac{(x^6 + 1)(x^2 + 1)}{(x^6 - 1)(x^2 - 1)} = \frac{a}{b} \quad 67. \frac{(x^6 + 1)(x^4 + 1)}{(x^6 + 1)(x^2 + 1)} = \frac{a}{b}$$

$$68. \frac{(x^5 + 1)(x^2 + 1)}{(x^5 - 1)(x^2 - 1)} = \frac{a}{b} \quad 69. \frac{(x^{10} - 1)(x^2 + 1)}{(x^{10} + 1)(x^2 - 1)} = \frac{a}{b}$$

$$70. \frac{(x^4 + x^2 + 1)(x^2 + 1)^2}{(x^4 - x^2 + 1)(x^2 - 1)^2} = \frac{a}{b}$$

$$71. \frac{(x^4 + x^2 + 1)^2}{x^2(x^4 + 1)} = \frac{n^2}{n - 1}$$

$$72. \frac{(a - x)^4 - (x - b)^4}{(a - x) - (x - b)} = \frac{(a - b)c}{(a - x)(x - b)}$$

$$73. \frac{(a - x)^3 + (x - b)^3}{(a - x)^4 + (x - b)^4} = \frac{c}{(a - x)(x - b)}$$

$$74. \frac{(a - x)^5 + (x - b)^5}{(a - x)^2 + (x - b)^2} = c(a - x)(x - b)$$

$$75. \frac{(a - x)^4 + (x - b)^4}{(a - x)^2 + (x - b)^2} = \frac{41}{20}(a - b)^2$$

$$76. \frac{(a - x)^5 + (x - b)^5}{(a - x)^4 + (x - b)^4} = \frac{211}{97}(a - b)$$

$$77. \frac{(a - x)^4 + (x - b)^4}{(a - x)^3 + (x - b)^3} = \frac{a^4 + b^4}{a^3 - b^3}$$

$$78. \frac{(a - x)^5 + (x - b)^5}{(a - x)^3 + (x - b)^3} = \frac{a^5 - b^5}{a^3 - b^3}$$

$$79. \frac{(a - x)^4 + (x - b)^4}{(a + b - 2x)^2} = \frac{a^4 + b^4}{(a + b)^2}$$

$$80. \frac{(a - x)^3}{b - x} + \frac{(b - x)^3}{a - x} = \frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{a}$$

$$81. \frac{a - x}{(x - b)^2} + \frac{x - b}{(a - x)^2} = \frac{a}{b^2} - \frac{b}{a^2}$$

$$82. \frac{a - x}{x - b} \sqrt{\frac{a - x}{x - b}} = \frac{m \sqrt{a - x} - n \sqrt{x - b}}{n \sqrt{a - x} - m \sqrt{x - b}}$$

$$83. \frac{(a - x)^2 + (x - b)^2}{(\sqrt{a - x} + \sqrt{x - b})^4} = c$$

$$84. \frac{x^4 + (4 - x^2)^2}{(x + \sqrt{4 - x^2})^2} = ax \sqrt{4 - x^2}$$

$$85. \frac{(a - x)^2 \sqrt{a - x} + (x - b)^2 \sqrt{x - b}}{(a - x)^2 \sqrt{x - b} + (x - b)^2 \sqrt{a - x}} = c$$

$$86. \frac{(a - x)^2 \sqrt{a - x} + (b - x)^2 \sqrt{b - x}}{(\sqrt{a - x} + \sqrt{b - x})^5} = c$$

$$87. \frac{\sqrt[3]{a-x} + \sqrt[3]{x-b}}{\sqrt[3]{a-x} - \sqrt[3]{x-b}} = \frac{a+b-2x}{c}$$

$$88. \frac{\sqrt[3]{(a-x)^2} + \sqrt[3]{(x-b)^2}}{\sqrt[3]{(a-x)^2} - \sqrt[3]{(x-b)^2}} = \frac{c}{a+b-2x}$$

$$89. \frac{(a-x)\sqrt[3]{a-x} + (x-b)\sqrt[3]{x-b}}{(a-x)\sqrt[3]{x-b} + (x-b)\sqrt[3]{a-x}} = c$$

$$90. \frac{(a-x)\sqrt[3]{x-b} + (x-b)\sqrt[3]{a-x}}{(\sqrt[3]{a-x} + \sqrt[3]{x-b})^4} = c$$

$$91. \frac{a-b}{x\sqrt[3]{b-x^3}} = x + \sqrt[3]{b-x^3}$$

$$92. \frac{a}{x^3-b} = \frac{x + \sqrt[3]{2b-x^3}}{x - \sqrt[3]{2b-x^3}}$$

$$93. \sqrt[4]{3400-x} + \sqrt[4]{x-918} = 10$$

$$94. \sqrt[4]{a-x} + \sqrt[4]{x-b} = \sqrt[4]{c}$$

$$95. \sqrt[4]{2875-x} - \sqrt[4]{x-232} = \sqrt[4]{3}$$

$$96. \frac{(a-x)\sqrt[4]{a-x} + (x-b)\sqrt[4]{x-b}}{(a-x)\sqrt[4]{x-b} + (x-b)\sqrt[4]{a-x}} = c$$

$$97. \frac{\sqrt[4]{a-x} + \sqrt[4]{x-b}}{\sqrt[4]{a-x} - \sqrt[4]{x-b}} = \frac{c}{a+b-2x}$$

$$98. \frac{20-x}{\sqrt[5]{5-x}} + \frac{5-x}{\sqrt[5]{20-x}} = \frac{16\frac{1}{2}}{\sqrt[5]{20-x} - \sqrt[5]{5-x}}$$

$$99. \sqrt[5]{5125-x} + \sqrt[5]{x-976} = 9$$

$$100. \sqrt[5]{a-x} + \sqrt[5]{x-b} = \sqrt[5]{c}$$

$$101. \sqrt[5]{1800-x} - \sqrt[5]{323-x} = \sqrt[5]{7}$$

$$102. \frac{(a-x)\sqrt[5]{x-b} - (x-b)\sqrt[5]{a-x}}{\sqrt[5]{a-x} - \sqrt[5]{x-b}} = c$$