

**Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

**Methodisch geordnete Aufgabensammlung**

**Bardey, Ernst**

**Leipzig, 1879**

XXIII. Gleichungen des ersten Grades mit mehreren Unbekannten

[urn:nbn:de:bsz:31-269430](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-269430)

## XXIII.

## Gleichungen des ersten Grades mit mehreren Unbekannten.

Sollen mehrere Unbekannte gesucht werden, so müssen so viel Gleichungen vorhanden sein als Unbekannte, wenn anders die Unbekannten sich vollständig sollen bestimmen lassen. Die Gleichungen müssen von einander unabhängig sein, d. h. es darf sich keine aus den andern ableiten lassen; sonst würde sie nichts Neues sagen, mithin überflüssig sein.

Gleichungen mit mehreren Unbekannten werden dadurch gelöst, daß man ihre Auflösung auf die Auflösung einer Gleichung mit einer Unbekannten reducirt. Hat man zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten, so muß man eine Unbekannte eliminiren (herausschaffen). Die sich ergebende Gleichung erhält nur eine Unbekannte; diese läßt sich daher nach dem Früheren bestimmen.

Die Elimination einer Unbekannten geschieht nach der Additionsmethode, nach der Substitutionsmethode und nach der Gleichsetzungsmethode. Die Additionsmethode ist die allgemeinste und fast durchweg auch die einfachste und kürzeste; sie verdient daher für die gewöhnliche Anwendung unbedingt den Vorzug.

Die Additionsmethode besteht darin, daß man die eine Unbekannte durch Addition (oder Subtraktion) der Gleichungen eliminirt. Zu dem Zwecke muß die zu eliminirende Unbekannte in beiden Gleichungen dieselben Coefficienten mit entgegengesetzten Zeichen haben. Ist dies nicht der Fall, so muß man die Gleichungen vor der Addition erst mit geeigneten Faktoren multipliziren. Um diese Methode anzuwenden, müssen die Gleichungen meistens erst auf die einfachste Form, die Normalform  $ax + by = c$  gebracht werden. Die aus der Addition (oder Subtraktion) sich ergebende neue Gleichung enthält dann nur eine, die nicht eliminirte Unbekannte, und ist nach dieser aufzulösen.

Die Substitutionsmethode besteht darin, daß man aus einer Gleichung die eine Unbekannte sucht und den für dieselbe gefundenen Werth in der andern Gleichung substituirt und die so entstehende Gleichung, welche nur noch eine, die andere Unbekannte enthält, nach dieser auflöst.

Die Gleichsetzungsmethode besteht darin, daß man aus beiden Gleichungen dieselbe Unbekannte sucht und die beiden für sie gefundenen Werthe einander gleichsetzt. Die neue Gleichung giebt die andere Unbekannte.

Ist es zweckmäßig, aus den gegebenen Gleichungen durch Addition oder Subtraktion erst eine oder zwei neue Gleichungen abzuleiten, welche kleinere Coefficienten haben und welche sich daher leichter mit einer der gegebenen oder mit einander combiniren lassen (vgl. S. 175 Nr. 45 u. 46).

Ist eine Unbekannte gefunden, so findet man die andere durch Substitution des für die erste gefundenen Werthes, oder meistens einfacher nach der Additionsmethode aus der gefundenen Gleichung  $x = a$  oder  $y = b$  und einer der gegebenen Gleichungen.

Kommen mehr als zwei Unbekannte vor, z. B. drei, so müssen

auch drei Gleichungen gegeben sein. Aus den drei Gleichungen hat man nach einer der oben genannten Methoden zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten zu suchen, und aus diesen zwei wieder eine Gleichung mit einer Unbekannten.

Ebenso verfährt man, wenn die Anzahl der Gleichungen und der Unbekannten noch größer ist. Man hat immer so lange aus  $n$  Gleichungen mit  $n$  Unbekannten  $n - 1$  Gleichungen mit  $n - 1$  Unbekannten zu suchen, bis man auf eine Gleichung kommt, die nur eine Unbekannte enthält.

#### A. Gleichungen mit zwei Unbekannten.

- |                                                                            |                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\begin{cases} x + y = 347 \\ x - y = 153 \end{cases}$                  | 2. $\begin{cases} x + 5y = 573 \\ x + y = 181 \end{cases}$                     |
| 3. $\begin{cases} 3x + y = 73 \\ 2x - y = 32 \end{cases}$                  | 4. $\begin{cases} 4x + 3y = 97 \\ 7x + 3y = 127 \end{cases}$                   |
| 5. $\begin{cases} 5x + 7y = 176 \\ 5x - 3y = 46 \end{cases}$               | 6. $\begin{cases} 2x - 3y = 100 \\ 2x + y = 156 \end{cases}$                   |
| 7. $\begin{cases} x + 4y = 37 \\ 2x + 5y = 53 \end{cases}$                 | 8. $\begin{cases} 7x + 3y = 100 \\ 3x - y = 20 \end{cases}$                    |
| 9. $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 6x + 7y = 3 \end{cases}$                  | 10. $\begin{cases} 8x - 15y = -30 \\ 2x + 3y = 15 \end{cases}$                 |
| 11. $\begin{cases} 5x + 6y = 529 \\ 3x + 2y = 431 \end{cases}$             | 12. $\begin{cases} 24x + 7y = 27 \\ 8x - 33y = 115 \end{cases}$                |
| 13. $\begin{cases} 3x + 4y = 253 \\ y = 5x \end{cases}$                    | 14. $\begin{cases} 2x - 11y = -95 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$                   |
| 15. $\begin{cases} 5x - 4y = 6 \\ 8x = 7y \end{cases}$                     | 16. $\begin{cases} 7x - 3y = 27 \\ 5x - 6y = 0 \end{cases}$                    |
| 17. $\begin{cases} 2x + 3y = 41 \\ 3x + 2y = 39 \end{cases}$               | 18. $\begin{cases} 5x + 7y = 17 \\ 7x - 5y = 9 \end{cases}$                    |
| 19. $\begin{cases} 11x + 12y = 100 \\ 9x + 8y = 80 \end{cases}$            | 20. $\begin{cases} 18x - 35y = -13 \\ 15x + 28y = 275 \end{cases}$             |
| 21. $\begin{cases} 3x + 7y = 7 \\ 5x + 3y = -36 \end{cases}$               | 22. $\begin{cases} 3x + 16y = 5 \\ 28y - 5x = 19 \end{cases}$                  |
| 23. $\begin{cases} 5x + 3y + 2 = 0 \\ 3x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$         | 24. $\begin{cases} 21x + 8y + 66 = 0 \\ 23y - 28x + 13 = 0 \end{cases}$        |
| 25. $\begin{cases} 10x + 7y + 4 = 0 \\ 6x + 5y + 2 = 0 \end{cases}$        | 26. $\begin{cases} x = 3y - 19 \\ y = 3x - 23 \end{cases}$                     |
| 27. $\begin{cases} 23x + 15y = 4\frac{1}{4} \\ 48x + 45y = 18 \end{cases}$ | 28. $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 6 \\ 3x - 4y = 4 \end{cases}$ |

29.  $\begin{cases} \frac{3}{4}x - 2y = 1 \\ \frac{1}{3}x - y = 0 \end{cases}$
30.  $\begin{cases} 2x - \frac{5}{3}y = 4 \\ 3x - \frac{7}{2}y = 0 \end{cases}$
31.  $\begin{cases} \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}y + 1 \\ \frac{1}{4}x = \frac{1}{5}y - 10 \end{cases}$
32.  $\begin{cases} \frac{1}{3}y = \frac{1}{2}x - 1 \\ \frac{1}{4}y = \frac{2}{3}x - 1 \end{cases}$
33.  $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y = 17 \\ \frac{3}{4}x + \frac{2}{3}y = 19 \end{cases}$
34.  $\begin{cases} 2\frac{1}{4}x = 3\frac{1}{2}y + 4 \\ 2\frac{1}{2}y = 3\frac{1}{3}x - 47 \end{cases}$
35.  $\begin{cases} 7x - 5y = 3,042 \\ 3x - 2y = 1,323 \end{cases}$
36.  $\begin{cases} 1,5x - 2y = 1 \\ 2,5x - 3y = 6 \end{cases}$
37.  $\begin{cases} 5x - 4,9y = 1 \\ 3x - 2,9y = 1 \end{cases}$
38.  $\begin{cases} 7x - 10y = 0,1 \\ 11x - 16y = 0,1 \end{cases}$
39.  $\begin{cases} 5x - 4y + 1 = 0 \\ 1,7x - 2,2y + 7,9 = 0 \end{cases}$
40.  $\begin{cases} 0,16x - 0,04y = 1 \\ 0,19x - 0,11y = 1 \end{cases}$
41.  $\begin{cases} 2,7x + 2,6y = 8,8 \\ 0,9x + 2,2y = 4,4 \end{cases}$
42.  $\begin{cases} 3,9x - 0,08y = 2,77 \\ 26x + 0,4y = 18 \end{cases}$
43.  $\begin{cases} 27,4x - 31,5y = 11 \\ 21,4x - 26,5y = 1 \end{cases}$
44.  $\begin{cases} 25,9x - 60,1y = 1 \\ 24,1x - 55,9y = 1 \end{cases}$
45.  $\begin{cases} 2,60x - 0,41y - 2,222 + 2\frac{1}{2}x = 0 \\ 0,51x - 3,60y + 3,333 - \frac{1}{2}y = 0,308 \end{cases}$
46.  $\begin{cases} 3,5x + 2\frac{1}{3}y = 13 + 4\frac{1}{2}x - 3,5y \\ 2\frac{1}{4}x + 0,8y = 22\frac{1}{2} + 0,7x - 3\frac{1}{2}y \end{cases}$
47.  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases}$
48.  $\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{8}{y} = 3 \\ \frac{15}{x} - \frac{4}{y} = 4 \end{cases}$
49.  $\begin{cases} \frac{1,6}{x} - \frac{2,7}{y} = -1 \\ \frac{0,8}{x} + \frac{3,6}{y} = 5 \end{cases}$
50.  $\begin{cases} 17x - \frac{0,3}{y} = 3 \\ 16x - \frac{0,4}{y} = 2 \end{cases}$
51.  $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{5}{y} = 4\frac{1}{3} \\ \frac{x}{6} + \frac{10}{y} = 2\frac{2}{3} \end{cases}$
52.  $\begin{cases} \frac{5x}{0,7} + \frac{0,3}{y} = 6 \\ \frac{10x}{7} + \frac{9}{y} = 31 \end{cases}$
53.  $\begin{cases} 5(x + 2) - 3(y + 1) = 23 \\ 3(x - 2) + 5(y - 1) = 19 \end{cases}$

$$54. \begin{cases} 3(2x - y) + 4(x - 2y) = 87 \\ 2(3x - y) - 3(x - y) = 82 \end{cases}$$

$$55. \begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}(y + 1) = 1 \\ \frac{1}{3}(x + 1) + \frac{3}{4}(y - 1) = 9 \end{cases} \quad 56. \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}(y + 1) = 1\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3}(x - 1) - \frac{1}{2}y = 4\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$57. \begin{cases} \frac{5}{x + 2y} = \frac{7}{2x + y} \\ \frac{7}{3x - 2} = \frac{5}{6 - y} \end{cases}$$

$$58. \begin{cases} \frac{1}{3x + 1} = \frac{2}{5y + 4} \\ \frac{1}{4x - 3} = \frac{2}{7y - 6} \end{cases}$$

$$59. \begin{cases} \frac{x + 3y}{x - y} = 8 \\ \frac{7x - 13}{3y - 5} = 4 \end{cases}$$

$$60. \begin{cases} \frac{15x + 1}{45 - y} = 8 \\ \frac{12y + 19}{x - 10} = 25 \end{cases}$$

$$61. \begin{cases} \frac{3x + 1}{4 - 2y} = \frac{1}{3} \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$62. \begin{cases} \frac{7 - 2x}{5 - 3y} = \frac{3}{2} \\ y - x = 4 \end{cases}$$

$$63. \begin{cases} \frac{x - 3}{y + 2} = \frac{2}{3} \\ \frac{x + 1}{y - 2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$64. \begin{cases} \frac{8x + 1}{1,5 - y} = 11 \\ \frac{7y + 0,3}{2x - 0,3} = 6 \end{cases}$$

$$65. \begin{cases} \frac{x + 2y + 1}{2x - y + 1} = 2 \\ \frac{3x - y + 1}{x - y + 3} = 5 \end{cases}$$

$$66. \begin{cases} \frac{x + 3y + 13}{4x + 5y - 25} = 3 \\ \frac{8x + y + 6}{5x + 3y - 23} = 5 \end{cases}$$

$$67. \begin{cases} \frac{3x + 2y + 12,3}{4x + 3y - 44} = 3 \\ \frac{4x + 10y - 6,7}{3x + y - 10} = 4 \end{cases}$$

$$68. \begin{cases} \frac{0,9x - 0,7y + 7,3}{13x - 15y + 17} = 0,2 \\ \frac{1,2x - 0,2y + 8,9}{13x - 15y + 17} = 0,3 \end{cases}$$

$$69. \begin{cases} \frac{x + 1}{3} - \frac{y + 2}{4} = \frac{2(x - y)}{5} \\ \frac{x - 3}{4} - \frac{y - 3}{3} = 2y - x \end{cases}$$

$$70. \begin{cases} \frac{3x - 2y}{5} + \frac{5x - 3y}{3} = x + 1 \\ \frac{2x - 3y}{3} + \frac{4x - 3y}{2} = y + 1 \end{cases}$$

$$71. \begin{cases} \frac{2x - y + 3}{3} - \frac{x - 2y + 3}{4} = 4 \\ \frac{3x - 4y + 3}{4} + \frac{4x - 2y - 9}{3} = 4 \end{cases}$$

72.  $\left. \begin{array}{l} x : y = 3 : 4 \\ (x - 1) : (y + 2) = 1 : 2 \end{array} \right|$
73.  $\left. \begin{array}{l} (x + 4) : (y + 1) = 2 : 1 \\ (x + 2) : (y - 1) = 3 : 1 \end{array} \right|$
74.  $\left. \begin{array}{l} (x + 1) : (y + 1) : (x + y) = 3 : 4 : 5 \end{array} \right|$
75.  $\left. \begin{array}{l} (x - 2) : (y + 1) : (x + y - 3) = 3 : 4 : 5 \end{array} \right|$
76.  $\left. \begin{array}{l} (x - 5) : (y + 9) : (x + y + 4) = 1 : 2 : 3 \end{array} \right|$
77.  $\left. \begin{array}{l} (2x + y - 1) : (3x + 2y + 11) = 1 : 2 \\ (5x - 3y + 4) : (6x - 3y + 3) = 3 : 4 \end{array} \right|$
78.  $\left. \begin{array}{l} (x + y - 4) : (2x + y + 1) = 1 : 2 \\ (2x + y - 9) : (x + 2y + 7) = 3 : 4 \end{array} \right|$
79.  $\left. \begin{array}{l} (x - 4) (y + 7) = (x - 3) (y + 4) \\ (x + 5) (y - 2) = (x + 2) (y - 1) \end{array} \right|$
80.  $\left. \begin{array}{l} (x + 3) (y + 5) = (x + 1) (y + 8) \\ (2x - 3) (5y + 7) = 2 (5x - 6) (y + 1) \end{array} \right|$
81.  $\left. \begin{array}{l} (x - 1) (5y - 3) = 3 (3x + 1) \\ (x - 1) (4y + 3) = 3 (7y - 1) \end{array} \right|$
82.  $\left. \begin{array}{l} (x + 1) (2y + 1) = 5x + 9y + 1 \\ (x + 2) (3y + 1) = 9x + 13y + 2 \end{array} \right|$
83.  $\left. \begin{array}{l} (3x - 2) (5y + 1) = (5x - 1) (y + 2) \\ (3x - 1) (y + 5) = (x + 5) (7y - 1) \end{array} \right|$

$$84. \left. \begin{array}{l} x + y = a \\ x - y = b \end{array} \right| \qquad 85. \left. \begin{array}{l} x + y = \frac{1}{2} (5a + b) \\ x - y = \frac{1}{2} (a + 5b) \end{array} \right|$$

$$86. \left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 5b - a \\ 3x - 2y = a + 5b \end{array} \right| \qquad 87. \left. \begin{array}{l} 2x - 3y = -5a \\ 3x - 2y = -5b \end{array} \right|$$

$$88. \left. \begin{array}{l} 5x + 3y = 4a + b \\ 3x + 5y = 4a - b \end{array} \right| \qquad 89. \left. \begin{array}{l} 7x - 5y = 24a \\ 5x - 7y = 24b \end{array} \right|$$

$$90. \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 5a^2 + ab + 5b^2 \\ 3y + 2x = 5a^2 - ab + 5b^2 \end{array} \right| \qquad 91. \left. \begin{array}{l} 3x - 2y = a^2 + 5ab + b^2 \\ 3y - 2x = a^2 - 5ab + b^2 \end{array} \right|$$

$$92. \begin{cases} 3x - y = 2(a + b)^2 \\ 3y - x = 2(a - b)^2 \end{cases} \quad 93. \begin{cases} 5x - 2y = 3(a + 7c) \\ 5y - 2x = 3(a + 7b) \end{cases}$$

$$94. \begin{cases} ax + y = m \\ x - y = n \end{cases} \quad 95. \begin{cases} x + my = a \\ x - ny = b \end{cases}$$

$$96. \begin{cases} ax + by = c \\ a_1x + b_1y = c_1 \end{cases} \quad 97. \begin{cases} ax + by = c \\ mx = ny \end{cases}$$

$$98. \begin{cases} mx + ny = c \\ x : y = a : b \end{cases} \quad 99. \begin{cases} a(x + y) = m \\ b(x - y) = n \end{cases}$$

$$100. \begin{cases} (a + b)x - (a - b)y = 4ab \\ (a + b)x + (a - b)y = 2(a^2 + b^2) \end{cases}$$

$$101. \begin{cases} (a + b)x + (a - b)y = 2(a^2 + b^2) \\ (a - b)x + (a + b)y = 2(a^2 - b^2) \end{cases}$$

$$102. \begin{cases} x + y = a \\ x^2 - y^2 = b^2 \end{cases} \quad 103. \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 2x^2 - xy - 3y^2 = 8 \end{cases}$$

$$104. \begin{cases} ax + by = 2a \\ a^2x - b^2y = a^2 + b^2 \end{cases} \quad 105. \begin{cases} ax + by = a^3 + 2a^2b + b^3 \\ bx + ay = a^3 + 2ab^2 + b^3 \end{cases}$$

$$106. \begin{cases} x + y = \frac{2(a^2 + b^2)}{a^2 - b^2} \\ x - y = \frac{4ab}{a^2 - b^2} \end{cases} \quad 107. \begin{cases} ax + by = 2a \\ x + y = \frac{a^2 + b^2}{ab} \end{cases}$$

$$108. \begin{cases} x + y = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} \\ 2x + 3y = \frac{2a^2 + ab + 3b^2}{a^2 - b^2} \end{cases}$$

$$109. \begin{cases} \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a-b} \\ \frac{x}{a+b} - \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a+b} \end{cases}$$

$$110. \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = c \\ \frac{x}{a_1} + \frac{y}{b_1} = c_1 \end{cases} \quad 111. \begin{cases} \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = c \\ \frac{a_1}{x} + \frac{b_1}{y} = c_1 \end{cases}$$

$$112. \begin{cases} (a - b)x + (a + b)y = a + b \\ \frac{x}{a+b} - \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a+b} \end{cases}$$

$$113. \left| \begin{array}{l} (a-b)x + y = \frac{a+b+1}{a+b} \\ x + (a+b)y = \frac{a-b+1}{a-b} \end{array} \right|$$

$$114. \left| \begin{array}{l} (a+b-c)x - (a-b+c)y = 4a(b-c) \\ x:y = (a+b-c):(a-b+c) \end{array} \right|$$

$$115. \left| \begin{array}{l} (x+y):(x-y) = a:(b-c) \\ (x+c):(y+b) = (a+b):(a+c) \end{array} \right|$$

$$116. \left| \begin{array}{l} (x-a):(y-a) = (a-b):(a+b) \\ x:y = (a^3-b^3):(a^3+b^3) \end{array} \right|$$

$$117. \left| \begin{array}{l} \frac{x+1}{y} = a \\ \frac{y+1}{x} = b \end{array} \right|$$

$$118. \left| \begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \\ \frac{x+1}{y+1} = \frac{c}{d} \end{array} \right|$$

$$119. \left| \begin{array}{l} \frac{x+1}{y+1} = \frac{a+b+c}{a-b+c} \\ \frac{x-1}{y-1} = \frac{a+b-c}{a-b-c} \end{array} \right|$$

$$120. \left| \begin{array}{l} \frac{x-y+1}{x-y-1} = a \\ \frac{x+y+1}{x+y-1} = b \end{array} \right|$$

$$121. \left| \begin{array}{l} \frac{x+y+1}{x-y+1} = \frac{a+1}{a-1} \\ \frac{x+y+1}{x-y-1} = \frac{1+b}{1-b} \end{array} \right|$$

$$122. \left| \begin{array}{l} \frac{x-y+1}{x+y-1} = a \\ \frac{x+y+1}{x-y-1} = b \end{array} \right|$$

$$123. \left| \begin{array}{l} \frac{x-c}{y-c} = \frac{a}{b} \\ x-y = a-b \end{array} \right|$$

$$124. \left| \begin{array}{l} \frac{x-a+c}{y-a+b} = \frac{b}{c} \\ \frac{x+c}{y+b} = \frac{a+b}{a+c} \end{array} \right|$$

$$125. \left| \begin{array}{l} \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = a+b \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2a \end{array} \right|$$

$$126. \left| \begin{array}{l} \frac{x}{m-a} + \frac{y}{m-b} = 1 \\ \frac{x}{n-a} + \frac{y}{n-b} = 1 \end{array} \right|$$

$$127. \left| \begin{array}{l} \frac{x+c}{a+b} + \frac{y+b}{a+c} = 2 \\ \frac{x-b}{a-c} + \frac{y-c}{a-b} = 2 \end{array} \right|$$

$$128. \left| \begin{array}{l} (a+c)x - (a-c)y = 2ab \\ (a+b)y - (a-b)x = 2ac \end{array} \right|$$

$$129. \left| \begin{array}{l} x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \\ x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \end{array} \right|$$

$$130. \left| \begin{array}{l} x\sqrt{a} - y\sqrt{b} = a+b \\ x+y = 2\sqrt{a} \end{array} \right|$$

- |                                                                                                                                               |                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 131. $\left  \begin{array}{l} x = 1 + \sqrt{y} \\ y = 4 - 3x + x^2 \end{array} \right $                                                       | 132. $\left  \begin{array}{l} 2x - \sqrt{y} = 5 \\ (4x - 7)(x - 3) = y \end{array} \right $                                                           |
| 133. $\left  \begin{array}{l} 4\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 6 \\ 3\sqrt{x} - 4\sqrt{y} = 1 \end{array} \right $                                     | 134. $\left  \begin{array}{l} 3\sqrt{x} + 13\sqrt{y} = 60 \\ 7\sqrt{x} + 17\sqrt{y} = 100 \end{array} \right $                                        |
| 135. $\left  \begin{array}{l} 2\sqrt{x+5} - 3\sqrt{y-2} = 3 \\ 3\sqrt{x+5} - 4\sqrt{y-2} = 5 \end{array} \right $                             | 136. $\left  \begin{array}{l} 4\sqrt{x+7} - 5\sqrt{y-7} = 7 \\ 3\sqrt{x+7} - 7\sqrt{y-7} = 2 \end{array} \right $                                     |
| 137. $\left  \begin{array}{l} \frac{7}{\sqrt{x}} + \frac{4}{\sqrt{y}} = 4 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{y}} = 1 \end{array} \right $ | 138. $\left  \begin{array}{l} \frac{8}{\sqrt{x-3}} - \frac{3}{\sqrt{y+3}} = 1 \\ \frac{4}{\sqrt{x-3}} + \frac{9}{\sqrt{y+3}} = 4 \end{array} \right $ |

## B. Gleichungen mit drei und mehreren Unbekannten.

- |                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\left  \begin{array}{l} x + y = 37 \\ x + z = 25 \\ y + z = 22 \end{array} \right $                                                                 | 2. $\left  \begin{array}{l} y + z = a \\ z + x = b \\ x + y = c \end{array} \right $                                                                             |
| 3. $\left  \begin{array}{l} 2x + 3y = 12 \\ 3x + 2z = 11 \\ 3y + 4z = 10 \end{array} \right $                                                           | 4. $\left  \begin{array}{l} 2x + 2y = 7 \\ 7x + 9z = 29 \\ y + 8z = 17 \end{array} \right $                                                                      |
| 5. $\left  \begin{array}{l} 5x + 3y = 13 \\ 7x - 3z = 8 \\ 3y + 5z = 11 \end{array} \right $                                                            | 6. $\left  \begin{array}{l} 1,3x - 1,9y = 1 \\ 1,7y - 1,1z = 2 \\ 2,9z - 2,1x = 3 \end{array} \right $                                                           |
| 7. $\left  \begin{array}{l} x + y + z = 100 \\ 3x - 2z = 4 \\ 5y = 4z \end{array} \right $                                                              | 8. $\left  \begin{array}{l} x + y + z = 36 \\ 4x = 3y \\ 2x = 3z \end{array} \right $                                                                            |
| 9. $\left  \begin{array}{l} 5x + 3y + 2z = 217 \\ 5x - 3y = 39 \\ 3y - 2z = 20 \end{array} \right $                                                     | 10. $\left  \begin{array}{l} x + y + z = 100 \\ y = 0,7x - 4 \\ z = 0,3x + 4 \end{array} \right $                                                                |
| 11. $\left  \begin{array}{l} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 0 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}z = 1 \\ \frac{1}{2}z - \frac{1}{3}y = 2 \end{array} \right $ | 12. $\left  \begin{array}{l} 1\frac{1}{3}x + 1\frac{1}{2}y = 10 \\ 2\frac{2}{3}x + 2\frac{2}{3}z = 20 \\ 3\frac{1}{4}y + 3\frac{3}{8}z = 30 \end{array} \right $ |

- |     |                                                                                                                      |     |                                                                         |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-------------------------------------------------------------------------|
| 13. | $2\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{3}y + 4\frac{1}{4}z = 64$ $3\frac{1}{4}x = 2\frac{1}{2}y$ $3\frac{1}{3}y = 2\frac{1}{2}z$ | 14. | $x = 2\frac{1}{3}y - 6$ $y = 3\frac{1}{2}z - 1$ $z = 1\frac{1}{4}x - 8$ |
| 15. | $x + y - z = 17$ $x + z - y = 13$ $y + z - x = 7$                                                                    | 16. | $y + z - x = a$ $z + x - y = b$ $x + y - z = c$                         |
| 17. | $x + y + z = 99$ $x : y : z = 5 : 3 : 1$                                                                             | 18. | $x + y + z = m$ $x : y : z = a : b : c$                                 |
| 19. | $x + y + z = 26$ $x : z = 11 : 7$ $y : z = 14 : 9$                                                                   | 20. | $ax + by + cz = r$ $x : y = m : n$ $y : z = p : q$                      |
| 21. | $x + y + z = 9$ $x + 2y + 4z = 15$ $x + 3y + 9z = 23$                                                                | 22. | $x + y + z = 3$ $2x + 4y + 8z = 13$ $3x + 9y + 27z = 34$                |
| 23. | $7x + 6y + 7z = 100$ $x - 2y + z = 0$ $3x + y - 2z = 0$                                                              | 24. | $3x + 2y + 3z = 110$ $5x + y - 4z = 0$ $2x - 3y + z = 0$                |
| 25. | $x + y + z = 9$ $x + 2y + 3z = 14$ $x + 3y + 6z = 20$                                                                | 26. | $x + 2y + 3z = 32$ $2x + 3y + z = 42$ $3x + y + 2z = 40$                |
| 27. | $x + y + 2z = 34$ $x + 2y + z = 33$ $2x + y + z = 32$                                                                | 28. | $3x + 3y + z = 17$ $3x + y + 3z = 15$ $x + 3y + 3z = 13$                |
| 29. | $5x - y + 3z = a$ $5y - z + 3x = b$ $5z - x + 3y = c$                                                                | 30. | $7x + 11y + z = a$ $7y + 11z + x = b$ $7z + 11x + y = c$                |
| 31. | $x + 2y + 3z = 15,4$ $3x + 5y + 7z = 37,4$ $5x + 8y + 11z = 59,4$                                                    | 32. | $x + 2y - z = 4,6$ $y + 2z - x = 10,1$ $z + 2x - y = 5,7$               |
| 33. | $0,2x + 0,3y + 0,4z = 29$ $0,3x + 0,4y + 0,5z = 38$ $0,4x + 0,5y + 0,7z = 51$                                        |     |                                                                         |

$$34. \begin{cases} x + 2y - 0,7z = 21 \\ 3x + 0,2y - z = 24 \\ 0,9x + 7y - 2z = 27 \end{cases}$$

$$35. \begin{cases} 2\frac{1}{2}x = y + z + 8 \\ 3\frac{1}{3}y = x + z + 12 \\ 4\frac{1}{4}z = x + y + 15 \end{cases}$$

$$36. \begin{cases} x + y = 1\frac{1}{2}z + 8 \\ x + z = 2\frac{2}{3}y - 14 \\ y + z = 3\frac{3}{4}x - 32 \end{cases}$$

$$37. \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}z = 36\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{5}z = 27 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}y + \frac{1}{6}z = 18 \end{cases}$$

$$38. \begin{cases} 2\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{3}y + 4\frac{1}{4}z = 140 \\ 3\frac{1}{3}x + 4\frac{1}{4}y + 5\frac{1}{5}z = 175 \\ 2\frac{2}{3}x + 3\frac{3}{4}y + 4\frac{4}{5}z = 157 \end{cases}$$

$$39. \begin{cases} \frac{x+1}{y+1} = 2 \\ \frac{y+2}{z+1} = 4 \\ \frac{z+3}{x+1} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$40. \begin{cases} \frac{3x+y}{z+1} = 2 \\ \frac{3y+z}{x+1} = 2 \\ \frac{3z+x}{y+1} = 2 \end{cases}$$

$$41. \begin{cases} \frac{x+y}{y-z} = 10 \\ \frac{x+z}{x-y} = 9 \\ \frac{y+z}{x+5} = 1 \end{cases}$$

$$42. \begin{cases} \frac{x+3}{y+z} = 2 \\ \frac{y+3}{x+z} = 1 \\ \frac{z+3}{x+y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$43. \begin{cases} \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2a \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 2b \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2c \end{cases}$$

$$44. \begin{cases} \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x} = \frac{2}{a} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{b} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{2}{c} \end{cases}$$

$$45. \begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{z} = 4 \\ \frac{3}{y} - \frac{1}{z} = 0 \end{cases}$$

$$46. \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} = 4 \\ \frac{3}{x} + \frac{8}{y} + \frac{5}{z} = 4 \\ \frac{9}{x} + \frac{12}{y} - \frac{10}{z} = 4 \end{cases}$$

$$47. \left| \begin{array}{l} \frac{xy}{x+y} = \frac{1}{5} \\ \frac{xz}{x+z} = \frac{1}{6} \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{1}{7} \end{array} \right|$$

$$48. \left| \begin{array}{l} \frac{xy}{4y-3x} = 20 \\ \frac{xz}{2x-3z} = 15 \\ \frac{yz}{4y-5z} = 12 \end{array} \right|$$

$$49. \left| \begin{array}{l} (x+2)(2y+1) = (2x+7)y \\ (x-2)(3z+1) = (x+3)(3z-1) \\ (y+1)(z+2) = (y+3)(z+1) \end{array} \right|$$

$$50. \left| \begin{array}{l} (2x-1)(y+1) = 2(x+1)(y-1) \\ (x+4)(z+1) = (x+2)(z+2) \\ (y-2)(z+3) = (y-1)(z+1) \end{array} \right|$$

$$51. \left| \begin{array}{l} (x+1)(5y-3) = (7x+1)(2y-3) \\ (4x-1)(z+1) = (x+1)(2z-1) \\ (y+3)(z+2) = (3y-6)(3z-1) \end{array} \right|$$

$$52. \left| \begin{array}{l} (2x+y) : (3x+z) : (y+z) = 1 : 2 : 3 \\ 21x + 31y + 42z = 115 \end{array} \right|$$

$$53. \left| \begin{array}{l} (x-2y) : (2x-3z) : (2y+3z) = 1 : 3 : 5 \\ 21x + 31y + 41z = 135 \end{array} \right|$$

$$54. \left| \begin{array}{l} x(y+z) : y(x+z) : z(x+y) = a : b : c \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = a + b + c \end{array} \right|$$

$$55. \left| \begin{array}{l} ax + by - cz = 2ab \\ by + cz - ax = 2bc \\ cz + ax - by = 2ac \end{array} \right|$$

$$56. \left| \begin{array}{l} (a-b)(x+c) - ay + bz = 0 \\ (c-a)(y+b) - cz + ax = 0 \\ x + y + z = 2(a+b+c) \end{array} \right|$$

$$57. \left| \begin{array}{l} (a+b)x + (a-b)z = 2bc \\ (b+c)y + (b-c)x = 2ac \\ (c+a)z + (c-a)y = 2ab \end{array} \right|$$

$$58. \left| \begin{array}{l} x + y + z = a + b + c \\ bx + cy + az = a^2 + b^2 + c^2 \\ cx + ay + bz = a^2 + b^2 + c^2 \end{array} \right|$$

59. 
$$\begin{cases} x + y + z = a + b + c \\ ax + by + cz = ab + ac + bc \\ (b - c)x + (c - a)y + (a - b)z = 0 \end{cases}$$
60. 
$$\begin{cases} (a + b)x + (b + c)y + (a + c)z = ab + ac + bc \\ (a + c)x + (a + b)y + (b + c)z = ab + ac + bc \\ (b + c)x + (a + c)y + (a + b)z = a^2 + b^2 + c^2 \end{cases}$$
61. 
$$\begin{cases} x + \frac{y}{b} - \frac{z}{c} = a \\ y + \frac{z}{c} - \frac{x}{a} = b \\ z + \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = c \end{cases}$$
62. 
$$\begin{cases} \frac{x}{b+c} + \frac{y}{c+a} = b - a \\ \frac{x}{b+c} + \frac{z}{a+b} = a - c \\ \frac{y}{c+a} + \frac{z}{a+b} = c - b \end{cases}$$
63. 
$$\begin{cases} \frac{x}{b+c} + \frac{y}{c-a} = a + b \\ \frac{y}{c+a} + \frac{z}{a-b} = b + c \\ \frac{z}{a+b} + \frac{x}{b-c} = c + a \end{cases}$$
64. 
$$\begin{cases} \frac{x}{b+c} + \frac{y}{c-a} - \frac{z}{a-b} = 0 \\ \frac{x}{b-c} - \frac{y}{c-a} + \frac{z}{a+b} = 0 \\ \frac{x}{b+c} + \frac{y}{c-a} + \frac{z}{a+b} = 2a \end{cases}$$
65. 
$$\begin{cases} x : y : z : u = a : b : c : d \\ mx + ny + pz + qu = r \end{cases}$$
66. 
$$\begin{cases} x : y : z : u = 1 : 2 : 3 : 4 \\ 9x + 7y + 3z + 2u = 200 \end{cases}$$
67. 
$$\begin{cases} x : y = 2 : 1 \\ x : z = 3 : 1 \\ y : u = 3 : 1 \\ \frac{y^2 - z^2}{x - u} = 1 \end{cases}$$
68. 
$$\begin{cases} y + z = au \\ x + z = bu \\ x + y = cu \\ \frac{1-x}{1-y} = \frac{a}{b} \end{cases}$$
69. 
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ y + 2z = 8 \\ z + 2u = 11 \\ u + 2x = 6 \end{cases}$$
70. 
$$\begin{cases} x + y = m \\ y + z = a \\ z + u = n \\ u - x = b \end{cases}$$
71. 
$$\begin{cases} y + z + u = a \\ z + u + x = b \\ u + x + y = c \\ x + y + z = d \end{cases}$$
72. 
$$\begin{cases} x + y - z = a \\ y + z - u = b \\ z + u - x = c \\ u + x - y = d \end{cases}$$

$$73. \begin{cases} x + 3y - z = 1 \\ y + 3z - u = 4 \\ z + 3u - x = 11 \\ u + 3x - y = 2 \end{cases}$$

$$74. \begin{cases} 3x + y + z = 20 \\ x + 4y + 3u = 30 \\ 6x + z + 3u = 40 \\ 8y + 3z + 5u = 50 \end{cases}$$

$$75. \begin{cases} y + z + 5u = 11 \\ z + x + 4u = 11 \\ x + y + 3u = 11 \\ x + z + 8y = 33 \end{cases}$$

$$76. \begin{cases} x + y + z + u = 144 \\ x + 2y + 2z + 2u = 267 \\ x + 2y + 3z + 3u = 359 \\ x + 2y + 3z + 4u = 410 \end{cases}$$

$$77. \begin{cases} x - 2y + 3z - u = 5 \\ y - 2z + 3u - x = 0 \\ z - 2u + 3x - y = 0 \\ u - 2x + 3y - z = 5 \end{cases}$$

$$78. \begin{cases} x + y + z + u = 24 \\ x + 2y + 3z - 9u = 0 \\ 3x - y - 5z + u = 0 \\ 2x + 3y - 4z - 5u = 0 \end{cases}$$

$$79. \begin{cases} x + y + z + u = 60 \\ x + 2y + 3z + 4u = 100 \\ x + 3y + 6z + 10u = 150 \\ x + 4y + 10z + 20u = 210 \end{cases}$$

$$80. \begin{cases} x + y + z + u = 1 \\ 2x + 4y + 8z + 16u = 5 \\ 3x + 9y + 27z + 81u = 15 \\ 4x + 16y + 64z + 256u = 35 \end{cases}$$

$$81. \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y - \frac{1}{3}z = 1 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y + \frac{1}{5}u = 1 \\ \frac{1}{6}x + \frac{2}{3}z - \frac{1}{2}u = 1 \\ \frac{2}{3}y - \frac{1}{5}z - \frac{1}{3}u = 0 \end{cases}$$

$$82. \begin{cases} 2\frac{1}{2}x - 1\frac{2}{3}y + 2z = 4 \\ 1\frac{3}{4}x - 1\frac{1}{2}y + 3u = 1 \\ 2x - 3\frac{1}{2}z + u = 2 \\ 1\frac{1}{3}y - 4\frac{1}{2}z + 4u = 3 \end{cases}$$

$$83. \begin{cases} 7x + 5y + z - u = a \\ 7y + 5z + u - x = b \\ 7z + 5u + x - y = c \\ 7u + 5x + y - z = d \end{cases}$$

$$84. \begin{cases} 11x + 9y + z - u = a \\ 11y + 9z + u - x = b \\ 11z + 9u + x - y = c \\ 11u + 9x + y - z = d \end{cases}$$

$$85. \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y + \frac{1}{5}z - \frac{1}{7}u = 47 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y + \frac{1}{7}z - \frac{1}{2}u = 37 \\ \frac{1}{5}x - \frac{2}{7}y + \frac{1}{2}z - \frac{1}{3}u = 17 \\ \frac{2}{7}x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{3}z + \frac{1}{5}u = 17 \end{cases}$$

$$86. \begin{cases} x + 3y = 19 \\ y + 3z = 8 \\ z + 3u = 7 \\ u + 3v = 11 \\ v + 3x = 15 \end{cases}$$

$$87. \begin{cases} x + y = a \\ y + z = b \\ z + u = c \\ u + v = d \\ v + x = e \end{cases}$$

$$88. \begin{cases} 2x + y + z = 5 \\ 2y + z + u = 5 \\ 2z + u + v = 7 \\ 2u + v + x = 12 \\ 2v + x + y = 11 \end{cases}$$

$$89. \begin{cases} x + 2y - z = 12 \\ y + 2z - u = 10 \\ z + 2u - v = 8 \\ u + 2v - x = 1 \\ v + 2x - y = 9 \end{cases}$$

$$90. \begin{cases} x + y + z = a \\ y + z + u = b \\ z + u + v = c \\ u + v + x = d \\ v + x + y = e \end{cases}$$

$$91. \begin{cases} x - y + z = a \\ y - z + u = b \\ z - u + v = c \\ u - v + x = d \\ v - x + y = e \end{cases}$$

$$92. \begin{cases} x + y - u = a \\ y + z - v = b \\ z + u - x = c \\ u + v - y = d \\ v + x - z = e \end{cases}$$

$$93. \begin{cases} x + y - z = a \\ y + z - u = b \\ z + u - v = c \\ u + v - x = d \\ v + x - y = e \end{cases}$$

$$94. \begin{cases} y + z + u + v = a \\ z + u + v + x = b \\ u + v + x + y = c \\ v + x + y + z = d \\ x + y + z + u = e \end{cases}$$

$$95. \begin{cases} x + y + z - u = a \\ y + z + u - v = b \\ z + u + v - x = c \\ u + v + x - y = d \\ v + x + y - z = e \end{cases}$$

$$96. \begin{cases} y + z + u + v - x = a \\ z + u + v + x - y = b \\ u + v + x + y - z = c \\ v + x + y + z - u = d \\ x + y + z + u - v = e \end{cases}$$

$$97. \begin{cases} x + y + z - u - v = a \\ y + z + u - v - x = b \\ z + u + v - x - y = c \\ u + v + x - y - z = d \\ v + x + y - z - u = e \end{cases}$$

$$98. \begin{cases} 2x - y - z + 2u - v = 3a \\ 2y - z - u + 2v - x = 3b \\ 2z - u - v + 2x - y = 3c \\ 2u - v - x + 2y - z = 3d \\ 2v - x - y + 2z - u = 3e \end{cases}$$

$$99. \begin{cases} v - 2x + 3u - 2y + z = a \\ x - 2y + 3v - 2z + u = b \\ y - 2z + 3x - 2u + v = c \\ z - 2u + 3y - 2v + x = d \\ u - 2v + 3z - 2x + y = e \end{cases}$$

$$100. \begin{cases} x + y + z + u + v = 15 \\ x + 2y + 4z + 8u + 16v = 57 \\ x + 3y + 9z + 27u + 81v = 179 \\ x + 4y + 16z + 64u + 256v = 453 \\ x + 5y + 25z + 125u + 625v = 975 \end{cases}$$

C. Exponentialgleichungen mit zwei Unbekannten, welche sich als einfache Gleichungen lösen lassen.

$$1. \begin{cases} a^x \cdot a^y = a^{22} \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} a^{2x} = a^{y+3} \\ b^{2y} = b^{3x+1} \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} a^{5x-4y} \cdot a^{4x-5y} = a^{10-x} \\ b^{5x+4y} \cdot b^{4x+5y} = b^{9+y} \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} \sqrt[3]{a^x} \cdot \sqrt[3]{a^y} = a^8 \\ \sqrt[3]{b^x} \cdot \sqrt[3]{b^y} = b^7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} \sqrt[3]{p} \cdot \sqrt[3]{p} = \sqrt[6]{p^5} \\ \sqrt[3]{q^2} \cdot \sqrt[3]{q^3} = q^2 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} \sqrt[3]{a^{4y}} \cdot a^{3x-10} = a^{10} \cdot \sqrt[3]{a^2} \\ \sqrt[3]{b^{5y}} \cdot b^{2x-5} = b^{10} \cdot \sqrt[3]{b} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} a^{2x-3} \cdot a^{3y-2} = a^8 \\ 3x + 2y = 17 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} a^{7x-9} \cdot a^2 = a^{8y-2} \cdot a^0 \\ b^{3x-5} \cdot b^7 = b^{4y-1} \cdot b^5 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} a^{2x-3} \cdot a^{3y-5} = a^{x+1} \cdot a^{y+1} \\ b^{3x-2} \cdot b^{5y-2} = b^{4x-1} \cdot b^{3y-1} \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} \sqrt[3]{a^{2x-1}} \cdot \sqrt[4]{a^{3y-1}} = a^8 \\ \sqrt[4]{b^{3x+5}} \cdot \sqrt[3]{b^{2y+1}} = b^{10} \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^y} = a^3 \\ \sqrt[3]{b^6} \cdot \sqrt[3]{b^y} = b^5 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} \sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[10]{a} \\ \sqrt[3]{b^3} = \sqrt[3]{b^3} \cdot \sqrt[10]{b} \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} a^x \cdot a^y = b \\ x - y = c \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} a^x \cdot b^y = m \\ x + y = n \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} a^x \cdot b^y = m \\ b^x \cdot a^y = n \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} a^x \cdot b^y = m \\ c^x \cdot d^y = n \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 5^x \cdot 8^y = 512000 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} \sqrt[3]{777} \cdot \sqrt[3]{555} = 9,33525 \\ 7x + 5y = 2xy \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 3^x \cdot 4^y = 15552 \\ 4^x \cdot 5^y = 128000 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 5^x = 18,0690 \cdot 3^y \\ 55^y = 18,2347 \cdot 6^x \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} \sqrt[3]{17} \cdot \sqrt[3]{19} = 7,429765 \\ \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{9} = 5,105798 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} \sqrt[3]{11} = 1,825209 \cdot \sqrt[3]{6} \\ \sqrt[3]{11} = 0,907936 \cdot \sqrt[3]{6} \end{cases}$$

XXIV.

Anwendung der Gleichungen des ersten Grades mit mehreren Unbekannten.

Ist es zur Auflösung einer eingekleideten Aufgabe erforderlich oder zweckmäßig, mehrere Größen als Unbekannte einzuführen, so muß man sich zuerst klar machen, welche Größen man am passendsten als Unbekannte ansieht, da es nicht immer am einfachsten zum Ziele führt, die verlangten Größen direkt zu suchen. Hat man die Unbekannten gewählt, so bezeichnet man sie mit den letzten Buchstaben des Alphabets,  $x, y, z$  u. s. w., je nach der Anzahl der Unbekannten. Zweitens hat man für diese zu bestimmenden Größen aus der Aufgabe so viele Bedingungen aufzusuchen, als Unbekannte da sind. Giebt die Aufgabe nicht so viele Bedingungen, so ist sie unbestimmt. Jede Bedingung in Worten ist aber in mathematischen Zeichen nichts als eine Gleichung. Man verfährt bei der Aufstellung der Gleichungen ganz so wie bei der Aufstellung einer Gleichung mit einer Unbekannten, d. h. man sieht die Unbekannten als schon gefunden an und thut, als ob man die Probe machen wollte, ob die für sie schon gleichsam als gefunden angenommenen Werthe  $x, y, z$  u. s. w. auch den Bedingungen der Aufgabe genügten. Sind die Gleichungen aufgestellt, so hat man sie nach den Unbekannten aufzulösen. — Fast alle hierher gehörigen Aufgaben lassen sich auch sehr gut mit Hilfe von nur einer Unbekannten lösen, die meisten auch durch einfache Schlüsse ohne Anwendung der Algebra.