

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Methodisch geordnete Aufgabensammlung

Bardey, Ernst

Leipzig, 1879

XIX. Kettenbrüche

[urn:nbn:de:bsz:31-269430](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-269430)

XIX.

Kettenbrüche.

1. Was ist ein Kettenbruch?
2. Welche Form haben die gewöhnlichen Kettenbrüche zum Unterschied von der allgemeinen Form der Kettenbrüche?
3. Verwandle folgende Kettenbrüche in gemeine Brüche:

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$$

$$\frac{1}{4 + \frac{1}{7}}$$

$$\frac{1}{a + \frac{1}{b}}$$

$$\frac{1}{x + \frac{1}{x}}$$

4. Ebenso folgende:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}$$

$$\frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}$$

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$$

5. Deßgleichen folgende:

$$\frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$$

$$\frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x}}}$$

$$\frac{1}{x - 1 + \frac{1}{x + \frac{1}{x + 1}}}$$

6. Verwandle folgende gemeine Brüche in Kettenbrüche: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{11}$,
 $\frac{11}{34}$, $\frac{19}{96}$, $\frac{33}{100}$, $\frac{67}{202}$.

7. Ebenso: $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{8}{31}$, $\frac{11}{82}$, $\frac{13}{97}$, $\frac{61}{437}$.

8. Ferner: $\frac{5}{8}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{12}{29}$, $\frac{115}{151}$, $\frac{56}{457}$, $\frac{204}{457}$.

9. Deßgleichen: $\frac{x^3 + 2x}{x^4 + 3x^2 + 1}$, $\frac{ax^2 + 2x}{a^2x^2 + 3ax + 1}$.

10. Deßgleichen: $\frac{a^2 + 2a + 2}{a^3 + 3a^2 + 3a + 1}$, $\frac{bcd + b + d}{abcd + ab + ad + cd + 1}$.

11. Wie heißen die Glieder der Kettenbrüche:

$$\frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3}}}}$$

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2}}}}}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}}}}$$

12. Wie heißen die Glieder des Kettenbruchs

$$\frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}}$$

13. Wie nennt man die ganzen Zahlen a, b, c, d ? Weßhalb?

14. Wie leitet man bei einem Kettenbruch von der Form in 12. aus je zwei auf einander folgenden Gliedern das nächstfolgende ab?

15. In welcher Beziehung stehen die Glieder des Kettenbruchs zum ganzen Kettenbruch, vorausgesetzt, daß die Größen a, b, c u. s. w. positive ganze Zahlen sind? (Grund!)

16. Welches ist der Unterschied zwischen zwei auf einander folgenden Gliedern eines Kettenbruchs von der Form desjenigen in 12.?

17. Welche Grenze kann der Unterschied zwischen einem Gliede und dem ganzen Kettenbruch nie überschreiten?

18. Wie nennt man die Glieder eines Kettenbruchs in Bezug auf den ganzen Kettenbruch? (Grund!)

19. Was ist über die Form der Näherungswerte zu sagen?

20. Nach welchem Schema berechnet man ganz mechanisch die einzelnen Näherungswerte, wenn man die Quotienten a, b, c u. s. w. gefunden hat?

21. Wie verwandelt man daher einfach einen gemeinen Bruch in einen Kettenbruch?

22. Sieh die Näherungswerte folgender Kettenbrüche an:

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}$$

$$\frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}}}$$

23. Deßgleichen:

$$\frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}}}}$$

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}}}}$$

24. Ebenso:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}}}$$

$$\frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3}}}}}}$$

25. Ebenso:

$$\frac{1}{5 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5}}}}}}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{8 + \frac{1}{5 + \frac{1}{5 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1}}}}}}$$

26. Ebenso:

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{6 + \frac{1}{6 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2}}}}}}$$

$$\frac{1}{6 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{6}}}}}}$$

27. Suche die Näherungswerte von folgenden gemeinen Brüchen ?

$$\frac{77}{247}, \frac{65}{352}, \frac{241}{1760}$$

28. Ebenso von $\frac{30}{41}, \frac{36}{121}, \frac{57}{161}$.

29. Derselben von $\frac{100}{137}, \frac{408}{985}, \frac{1500}{2149}$.

30. Derselben von $\frac{75}{194}, \frac{613}{2363}, \frac{1557}{9697}$.

31. Derselben von $\frac{55}{89}, \frac{192}{505}, \frac{900}{3361}$.

32. Geib die vier ersten Näherungswerte des Dezimalbruchs 0,7142943 an und untersuche, wie nahe der vierte Näherungswert kommt.

33. Geib von 0,371317 die fünf ersten Näherungswerte an und untersuche, wie nahe der fünfte kommt.

34. Geib von 0,92731 den dritten Näherungswert an und untersuche, wie nahe derselbe der Wahrheit kommt.

35. Eine preussische Elle hat 0,6669 Meter, eine englische (Yard) 0,9144 Meter. Wie verhalten sich die Ellen in kleineren Zahlen?

36. Eine preussische Elle hat 296 pariser Linien, eine hamburger Elle 254 pariser Linien. Wie verhalten sich die Ellen in kleineren Zahlen?

37. Ein Meter hat 443,296 pariser Linien, ein preussischer Fuß 139,13. Wie verhalten sich Meter und preussischer Fuß in kleineren Zahlen?

38. Ein mecklenburger Fuß hatte bisher 0,2865 Meter, ein

preussischer 0,3138 Meter. Wie ist das Verhältniß der Maße in kleinen Zahlen?

39. Eine mecklenburger Ruthe hatte bis dahin 16 mecklenb. Fuß, eine preussische Ruthe 12 preussische Fuß. Wie ist das Verhältniß der Ruthen in kleinen Zahlen?

40. Wie ist darnach, ferner das Verhältniß einer mecklenburgischen Quadratruthe zu einer preussischen Quadratruthe?

41. In welchem Verhältniß stehen ein preussisches Pfund und ein englisches Pfund, wenn ein englisches Pfund 453,598 Gramm und ein preussisches 500 Gramm hat?

42. Ein russisches Pfund hat 8518 holländische Aß, ein Leipziger 9723 holländische Aß. Welches ist das Verhältniß?

43. In welchem Verhältniß stehen ein bairisches Maß und ein preussisches Quart, wenn ersteres 1,0688 Liter, letzteres 1,145 Liter hält?

44. Wie verhalten sich ein pariser Fuß, ein englischer Fuß und ein preussischer Fuß in kleinen Zahlen, wenn ein pariser Fuß 0,324839 Meter, ein englischer Fuß 0,304795 Meter und ein preussischer Fuß 0,313854 Meter hat?

45. Wie verhalten sich ein alter pr. Scheffel und ein nordamerikanischer Bushel, wenn ersterer 54,961 Liter, letzterer 36,348 Liter hat?

46. Nach den Messungen betrug der Durchmesser der Erde am Aequator 39264926, die Erdoberfläche 39133668 pariser Fuß. Wie ist das Verhältniß des Durchmessers zur Fläche in kleinen Zahlen?

47. Die Zahl π ist 3,14159265. Wie läßt sich dieselbe in kleinen Zahlen genähert ausdrücken, und wie nahe kommen der 1. und 3. Näherungswert der Wahrheit?*)

48. Der Modul M des Briggs'schen Logarithmensystems ist 0,4342944819. Wie heißen die sechs ersten Näherungswerte von M , und wie nahe kommen der zweite und der sechste der Wahrheit?

49. Die Basis des natürlichen Logarithmensystems, welche man meist mit e bezeichnet, ist 2,718281828459. Wie heißen die sieben ersten Näherungswerte von e , und wie nahe kommen der vierte und der siebente der Wahrheit?

50. Das tropische Sonnenjahr hat 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 49 Sekunden. Nach wie viel Jahren werden sich die Stunden, Minuten und Sekunden zu ganzen Tagen ansammeln, oder in welchem Verhältniß müssen (nach dem ersten und dritten Näherungswert) die Zahl der Schaltjahre und die Zahl der gemeinen Jahre zu einander stehen, und wie genau würde das in jedem Falle stimmen?

51. Ein synodischer Monat, d. h. die Zeit, welche zwischen zwei

*) In den Fällen, wo die Zahl, deren Näherungswerte gesucht werden sollen, noch Ganze hat, sind hier die Näherungswerte nur auf den Bruch bezogen, die Ganzen also jedesmal hinzuzufügen. Will man die Ganzen gleich mit in Anschlag bringen, so muß man sich beim Schema $\frac{1}{2}$ statt $\frac{1}{4}$ vorgeschrieben denken.

entsprechenden Mondphasen liegt, beträgt 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten und 3 Sekunden. Wie verhält sich die Zeit zu einem tropischen Jahr, und was folgt aus dem sechsten Näherungswert?

52. Wie verwandelt man eine Quadratwurzel in einen Kettenbruch?

53. Verwandle $\sqrt{2}$ in einen Kettenbruch, und untersuche, wie nahe der fünfte Näherungswert kommt.

54. Verwandle $\sqrt{5}$ und $\sqrt{17}$ in Kettenbrüche, und untersuche, wie weit der zweite Näherungswert stimmt.

55. Verwandle $\sqrt{65}$ und $\sqrt{101}$ in Kettenbrüche, und untersuche, wie weit der erste Näherungswert stimmt.

56. Verwandle $\sqrt{35}$ und $\sqrt{99}$ in Kettenbrüche, und untersuche, wie nahe der dritte Näherungswert kommt.

57. Welche Quotienten erhält man, wenn man $\sqrt{7}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{41}$ und $\sqrt{55}$ in Kettenbrüche verwandelt?

58. Dergleichen für $\sqrt{14}$, $\sqrt{23}$, $\sqrt{34}$, $\sqrt{47}$, $\sqrt{62}$, $\sqrt{79}$, $\sqrt{98}$?

59. Dergleichen für $\sqrt{19}$, $\sqrt{22}$, $\sqrt{45}$, $\sqrt{59}$, $\sqrt{88}$?

60. Dergleichen für $\sqrt{31}$, $\sqrt{43}$, $\sqrt{67}$, $\sqrt{71}$?

61. Dergleichen für $\sqrt{46}$, $\sqrt{61}$, $\sqrt{94}$?

62. Verwandle $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ in einen Kettenbruch.

XX.

Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten.

Im allgemeinen Sinne ist eine Gleichung eine Verbindung zweier (einfacher oder zusammengesetzter) Größen durch das Gleichheitszeichen (=). Die Größen auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens heißen die Seiten der Gleichung. Gleichungen sind

$$1. a = a \quad 2. 7 + 3 = 2 \cdot 5 \quad 3. ab = ba$$

$$4. 8 = 9 \quad 5. 7 + x = 12 \quad 6. 2x = 6$$

Die ersten drei Gleichungen heißen identische Gleichungen. Unter identischen Gleichungen versteht man solche Gleichungen, deren beide Seiten von ganz gleichem Werthe sind, welche Bedeutung auch die darin vorkommenden allgemeinen Größen haben mögen. Man darf daher überall in der Rechnung für den Ausdruck der einen Seite den der andern setzen. Schließt eine identische Gleichung einen mathematischen Satz ein, so nennt man sie eine Formel, z. B. $a + b - c = a - c + b$, $ab = ba$, $(+a) \cdot (-b) = -ab$ u. s. w.

Die Gleichung 4. ist widersinnig. Sie beweist, daß die Voraussetzung, welche auf eine solche Gleichung führt, unrichtig ist.