

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Methodisch geordnete Aufgabensammlung

Bardey, Ernst

Leipzig, 1879

VI. Multiplikation

[urn:nbn:de:bsz:31-269430](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-269430)

30. $9a - 8b + 7c - 3d$ 31. $a - 2b + 3c - 4d$
 $5a - 6b - 3c + 2d$ $7a + 3b - 5c + 8d$
32. $4x - 3y + 9u - 8v$ 33. $m - 3n + p - 7$
 $5x + 4y - 3u - 8v$ $m - 4n - p + 8$
34. $a - b + c - d + 5e - 7f + 3h - 7k + l + 5$
 $-5a + 3b - c - d + 4e + 8f - 7h + 9k - 3l - 7$
35. $a + b - c - d + e + f - g - h + k - m - 8$
 $a - b + c - d - 2e + 3f - g + h + l - n - 9$
36. $15a - 7b + 3c - 7d - 8e + m - 7x - 2y - z + 4$
 $10a + 7b - 3c + 4d + 4e - p - x + y + 5z - 2$
- 36₁. $73a - 52b - 71c + 21d - 52x + 17y + 59z + 11t$
 $54a - 60b + 81c + 37d + 18x - 33y + 99z + 7$
- 36₂. $8,37a - 9,49b + 8,5c + 57,6d - 5,37e - 9,07x + 0,09y$
 $3,97a - 9,8b + 83c - 3,46d + 2,63e - 0,57x - 8,91y$
37. $1\frac{1}{2}a - 2\frac{1}{3}b + 3\frac{1}{2}c - 5\frac{2}{3}d - 4\frac{1}{6}e + \frac{1}{2}f + \frac{1}{3}h$
 $- 3\frac{1}{2}a + 1\frac{1}{2}b + 4\frac{1}{4}c - 3\frac{2}{3}d - 3\frac{1}{2}e - \frac{1}{3}f + \frac{1}{2}h$
38. $\frac{5}{3}a + \frac{7}{2}b - \frac{2}{3}c - \frac{1}{6}d + \frac{1}{3}e - \frac{5}{3}f + \frac{1}{4}$
 $+ \frac{7}{2}a - \frac{2}{3}b - \frac{1}{6}c + \frac{1}{3}d - \frac{5}{3}e - \frac{1}{2}f - \frac{1}{2}$
- 38₁. $5,65a + 7\frac{1}{3}b - 27\frac{1}{3}c - 5,73d + 0,76x - 1\frac{1}{3}y - 27,5z$
 $4\frac{1}{4}a + 9,38b + 2,65c - 13\frac{1}{2}d - 53,7x - 0,375y - 19\frac{2}{3}z$
- 38₂. $7\frac{3}{4}a - 4,45b + 19\frac{7}{8}c + 0,85d - 1,75x - 8\frac{3}{8}y - 9,5$
 $0,25a - 4\frac{1}{4}b - 0,625c + 47,5d - 2\frac{5}{2}x + 1,125y - 9\frac{1}{8}$

VI.

Multiplikation.

Die Reihenfolge der Faktoren ist gleichgültig.

$$ab = ba, \quad abc = acb = bca \text{ u.}$$

Soil man ein Produkt multipliciren, so darf man nur einen Faktor multipliciren.

$$(ab) c = (ac) b, \quad ab \cdot 3 = 3ab, \quad 7a \cdot 5 = 35a.$$

Eine mehrgliedrige Größe wird mit einer Zahl multipliziert, indem man jedes Glied mit derselben multipliziert.

$$(a + b)m = am + bm, (a - b)m = am - bm.$$

Mehrgliedrige Größen werden mit einander multipliziert, indem man jedes Glied des einen Faktors mit jedem Gliede des andern Faktors multipliziert. Dabei geben gleichartige Größen ein positives, ungleichartige ein negatives Produkt. Absolute Größen werden als positiv angesehen.

$$(a + b)(x + y) = ax + bx + ay + by$$

$$(a + b)(x - y) = ax + bx - ay - by$$

$$(a - b)(x - y) = ax - bx - ay + by.$$

Betrachtet man die Größen außer Zusammenhang, so muß für das Zeichen der Produkte dasselbe Gesetz gelten: Das Produkt gleichartiger Größen ist positiv, das Produkt entgegengesetzter Größen ist negativ zu nehmen.*)

$$(+ a) \cdot (+ b) = + ab$$

$$(+ a) \cdot (- b) = - ab$$

$$(- a) \cdot (+ b) = - ab$$

$$(- a) \cdot (- b) = + ab.$$

Klammern, welche einen Faktor einschließen, werden dadurch aufgelöst, daß man die Multiplikation ausführt.

Produkte, welche aus lauter gleichen Faktoren bestehen, nennt man Potenzen dieses Faktors. So sind aa , aaa , $aaaa$ u. s. w. Potenzen von a . aa ist die 2. Potenz von a , wird kurz geschrieben a^2 und dann gelesen a in der zweiten (Potenz), oder a (im) Quadrat, oder a hoch 2. aaa ist die 3. Potenz von a , wird geschrieben a^3 und dann gelesen a in der dritten (Potenz), oder a (im) Kubus, oder a hoch 3. $aaaa$ ist die 4. Potenz von a , wird geschrieben a^4 und dann gelesen a in der vierten (Potenz), oder a hoch 4 u. s. w.

- | | | |
|--------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. $7a \cdot 3,$ | $9x \cdot 5,$ | $3(a + b) \cdot 2$ |
| 2. $2a \cdot 5b,$ | $6x \cdot 7y,$ | $9m \cdot 7p$ |
| 3. $4 \cdot 9 \cdot 25,$ | $8 \cdot 27 \cdot 5,$ | $4 \cdot 37 \cdot 15$ |

*) Genau genommen lassen sich relative Größen gar nicht mit einander multiplizieren, da von den beiden Faktoren eines Produkts der eine immer als eine absolute Größe gedacht werden muß. So ist z. B. $(+ a) \cdot (- b)$ nicht denkbar; man kann statt dessen nur denken $+ a \cdot (- b)$, d. h. das Produkt aus a und $- b$ addirt, was dann $- ab$ giebt. Die Sätze über die Multiplikation relativer Größen sind für den Mechanismus des Rechnens jedoch in der angegebenen Form am brauchbarsten. Man muß sich aber dessen bewußt sein, daß der Begriff der Multiplikation hier nicht rein erfast ist.

4. $8 \cdot 7 \cdot 125$, $2 \cdot 17 \cdot 45$, $16 \cdot 47 \cdot 125$
 5. $\frac{2}{3}x \cdot \frac{5}{8}y$, $\frac{7}{8}m \cdot \frac{3}{9}n$, $\frac{3}{4}u \cdot \frac{8}{9}v$
 6. $3\frac{1}{2}u \cdot 7\frac{1}{2}v$, $5\frac{1}{3}c \cdot 7\frac{1}{3}d$, $2\frac{1}{2}n \cdot 3\frac{3}{8}p$
 7. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$, $\frac{7a}{3} \cdot \frac{3x}{5}$, $\frac{7x}{6y} \cdot \frac{8x}{7z}$
 8. $\frac{a}{b} \cdot c$, $\frac{7a}{6x} \cdot 3m$, $4a \cdot \frac{1}{6x}$
 9. $\frac{1}{a} \cdot a$, $\frac{a}{b} \cdot \frac{1}{a}$, $\frac{a}{x} \cdot x$
 10. $20adx \cdot 3\frac{1}{2}$, $8a \cdot 5\frac{1}{2}bc$, $2\frac{1}{2}a \cdot 3\frac{3}{8}xy$
 11. $7\frac{1}{2}acd \cdot 5\frac{1}{3}amx$, 12. $8\frac{1}{4}abx \cdot \frac{1}{3}ac$
 13. $\frac{9mp}{4} \cdot \frac{10mq}{3}$, 14. $\frac{3ab}{5cd} \cdot \frac{10ac}{9bx}$
 15. $\frac{12acd}{35mxy} \cdot 3\frac{1}{3}amx$, 16. $\frac{1}{7acd} \cdot 21abx$
 17. $\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}$, 18. $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d}$
 19. $\frac{2a}{3x} \cdot \frac{4b}{5y} \cdot \frac{15x}{16b}$, 20. $\frac{8ad}{3bc} \cdot \frac{6bx}{5dy} \cdot 7\frac{1}{4}my$
 21. $(a+1)x \cdot \frac{b+1}{a+1} \cdot \frac{c}{x}$, 22. $\frac{m-3}{3} \cdot \frac{n-6}{m-3} \cdot \frac{6x}{n-6}$
 23. $\frac{1-a}{1-n} \cdot \frac{1+a}{1-a} \cdot 7(1-n)$, 24. $\frac{5(x-a)}{6ax} \cdot \frac{4(x+a)}{x-a} \cdot 3bx$
 25. $\frac{a+5}{5b} \cdot \frac{10c}{a-5} \cdot \frac{b}{2c}$, 26. $\frac{2x-y}{10x} \cdot \frac{6y}{x-2y} \cdot \frac{5x}{3y}$
 27. $\frac{3a(x+5)}{5b(x-3)} \cdot \frac{10bm(x-3)}{9ax(x-5)}$, 28. $\frac{9a(a-b)}{4b(7-a)} \cdot \frac{6b(7+a)}{5a(a-b)}$
 29. $(+3ab) \cdot (-2cd)$, 30. $(-3x) \cdot (-5y)$
 31. $(-2m) \cdot (+7n)$, 32. $5ax \cdot (-8ay)$
 33. $(-a) \cdot (-a) \cdot (-a)$, 34. $(-a) \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot (-a)$
 35. $\frac{3a}{b} \cdot (-bc) \cdot \frac{x}{c}$, 36. $\frac{5m}{7n} \cdot \left(-\frac{3np}{10xy}\right) \cdot \left(-\frac{14x}{9}\right)$
 37. $4 \cdot (a+b+c)$, 38. $2 \cdot (x-y+z)$
 39. $5 \cdot (2a-3b+c)$, 40. $a \cdot (2m+3n-p)$
 41. $(4a+5b-7c) \cdot 2x$, 42. $(8m-5n-9p) \cdot 5y$
 43. $(5a-7b-3c) \cdot (-2abc)$, 44. $(-5ab+7ac-bc) \cdot (-2abc)$
 44₁. $4(4a-7b)-7(2a-5b)-2(a+b)$
 44₂. $a(a+b-c)-b(a-b+c)+c(a+b)$

44₃. $7x(3x+4y-6) - 4y(7x-3y+14) + 14(3x+4y)$

44₄. $3ab(a-c) - bc(2b-3a) - bb(3a-2c) + 6abb$

44₅. $3(a+b-2y)x - 2(a-3b-3x)y - 3b(x+2y) + 2ay$

45. $(8a-6b+9) \cdot \frac{5}{3}ab$ 46. $(x-3y-6) \cdot (-1\frac{1}{3}xy)$

47. $(\frac{2}{3}a - \frac{5}{2}b - 7) \cdot (-\frac{6}{5}ab)$ 48. $(3\frac{1}{2}a - 4\frac{1}{3}b + 1\frac{1}{4}x) \cdot 2\frac{2}{3}x$

49. $(ax^2 - bx + c) \cdot 2x$ 50. $(3x^3 - 4x^2 - 7x + 6) \cdot \frac{1}{4}x$

51. $(ax^2 - bx - c) \cdot \frac{m}{x}$ 52. $(4x^3 - 2x^2 + 5x - 3) \cdot \frac{1}{x^2}$

53. $(\frac{a}{x^2} - \frac{b}{x} + c) \cdot x^2$ 54. $(\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + 5) \cdot x^3$

55. $(\frac{a}{x} + \frac{b}{y} - \frac{c}{z}) \cdot \frac{y}{a}$ 56. $(\frac{a}{b} - \frac{c}{d} + 1) \cdot \frac{b}{c}$

57. $(\frac{2a}{3x} - \frac{5x}{2a} + \frac{15aa}{2xx}) \cdot (-\frac{2x}{5a})$

57₁. $\frac{1}{2}(a+b-c) - \frac{1}{3}(a-b+c) + \frac{1}{6}(-a+b+c)$

57₂. $1\frac{3}{4}(x+4y) + 3\frac{1}{2}(-2x+3y) + 5\frac{1}{6}(3x-4y)$

57₃. $6(4\frac{1}{2}a - 7\frac{1}{4}b + 4\frac{1}{3}c) - 8(3\frac{1}{5}a - 5\frac{1}{3}b + 3\frac{1}{4}c)$

57₄. $7\frac{1}{2}x(\frac{5}{3x} - \frac{3}{10} - \frac{x}{15}) - \frac{2}{3x}(2x - 3\frac{1}{4}xx - \frac{3}{4}xxx)$

57₅. $3\frac{1}{3}(\frac{a}{4b} - \frac{c}{5d} + \frac{1}{2}xy) - 2\frac{1}{2}(\frac{a}{3b} - \frac{2c}{5d} + \frac{1}{3}xy)$

57₆. $\frac{a}{2b}(\frac{3b}{4c} - \frac{4x}{5a} + \frac{3bx}{5ay}) - \frac{3x}{5c}(\frac{5a}{2x} - \frac{7c}{3b} + \frac{c}{2y})$

57₇. $\frac{5aa}{3bb}(\frac{2bb}{5aa} - \frac{3b}{4a} - \frac{7}{15}) - \frac{7a}{6b}(\frac{4b}{7a} - \frac{3a}{5b} - 5\frac{1}{7})$

58. $(a+b)(c-d)$ 59. $(m-n)(x+y)$

60. $(2a-3b)(5x-7y)$ 61. $(3a+5x)(7b-4x)$

62. $(a-5m)(a+3n)$ 63. $(5x+1)(7y-2)$

64. $(a+b-c)(x-y)$ 65. $(2a-3b-5x)(5m-n)$

66. $(a+b)(a+b)$ 67. $(x+y)(x+y)$

68. $(x+3)^2$ 69. $(7x+5)^2$

70. $(a-b)(a-b)$ 71. $(u-v)(u-v)$

72. $(x-7)^2$ 73. $(3a-4)^2$

74. $(3a+2b)^2$ 75. $(6x-5y)^2$

76. $(x+1)^2$ 77. $(1-x)^2$

78. $(a+b)(a-b)$ 79. $(m-n)(m+n)$

80. $(x-9)(x+9)$ 81. $(a+1)(a-1)$

82. $(3a-5)(3a+5)$ 83. $(7x+3y)(7x-3y)$

84. $(7x-3)(5x-4)$ 85. $(3x-2)(2x+3)$

86. $(7a-5b)(6a+5b)$ 87. $(8x-7y)(7x+6y)$

88. $(3,2a-5b)(5a-2,8b)$ 89. $(2,6x+0,3y)(5x+0,7y)$
 89₁. $(3,5x+0,2)(8,4x-0,3)$ 89₂. $(7,25+4x)(2,8-3,6x)$
 89₃. $(3y+2\frac{1}{2})(4,8y-1,5)$ 89₄. $(7\frac{1}{2}a-0,3)(2,8a+5\frac{1}{2})$
 90. $(a+b+c)(a+b-c)$ 91. $(a+b-c)(a-b+c)$
 92. $(a+b+c)^2$ 92₁. $(3a+b-x)^2$
 93. $(2a-3b+x)^2$ 93₁. $(3x-5y-2)^2$
 94. $(aa-2ab+bb)(a+b)$ 95. $(aa+2ab+bb)(a-b)$
 96. $(xx+xy+yy)(x-y)$ 97. $(xx-xy+yy)(x+y)$
 98. $(xx+xy+yy)(xx-xy+yy)$
 99. $(aaa-aab+abb-bbb)(a+b)$
 100. $(8aaa+4aab+2abb+bbb)(2a-b)$
 100₁. $((a+b)+(x+y))((a+b)-(x+y))$
 101. $(a+b+c+d)(a-b+c-d)$
 102. $(a-b+c-d)(a+b-c-d)$
 102₁. $(3a+2b+5x-y)(3a+2b-5x+y)$
 102₂. $(6ac-3ad+2bc-bd)(6ac+3ad-2bc-bd)$
 102₃. $(4ab-6ax+2by-3xy)(4ab+6ax-2by-3xy)$
 103. $(a+b)(a+b)(a+b)$ 104. $(a-b)(a-b)(a-b)$
 105. $(x+1)^3$ 106. $(1-y)^3$
 107. $(2a-b)^3$ 108. $(3x-4y)^3$
 109. $(x-1)(x-2)(x-3)$ 110. $(x-a)(x-b)(x-c)$
 110₁. $(2x-3)(3x+7)(6x-5)$ 110₂. $(3x+5)(7x+5)(2x-1)$
 111. $(a+b)\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$ 112. $(x-y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$
 113. $(aa+bb)\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)$ 114. $(xx-yy)\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)$
 115. $\left(\frac{2}{3}a+\frac{2}{3}b\right)\left(\frac{2}{3}a-\frac{2}{3}b\right)$ 116. $\left(\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{4}{2}x+\frac{3}{2}\right)$
 117. $\left(\frac{2x}{5}-\frac{3y}{4}\right)\left(\frac{4x}{3}+\frac{5y}{2}\right)$ 118. $\left(\frac{7x}{2}-\frac{4y}{3}\right)\left(2x+\frac{9y}{2}\right)$
 119. $\left(2\frac{1}{2}x-3\frac{1}{3}\right)\left(1\frac{1}{5}x+\frac{3}{10}\right)$ 120. $\left(1\frac{1}{4}x-6\frac{2}{3}\right)\left(1\frac{3}{5}x+2\frac{1}{10}\right)$
 121. $\left(\frac{2a}{3b}-\frac{5b}{4a}\right)\left(\frac{3a}{2b}+\frac{4b}{5a}\right)$ 122. $\left(\frac{3a}{4b}+\frac{4b}{3a}\right)\left(\frac{aa}{bb}-\frac{16}{9}\right)$
 122₁. $\left(\frac{9aa}{8bb}+\frac{3a}{2b}+2\right)\left(\frac{3}{4}-\frac{b}{a}\right)$
 123. $\left(\frac{3aa}{2}-\frac{2ab}{3}+\frac{3bb}{4}\right)\left(\frac{4a}{3}+\frac{3b}{4}\right)$
 123₁. $\left(\frac{2m}{3}-\frac{5n}{4}+\frac{5p}{2}\right)\left(\frac{4m}{5}+\frac{3n}{2}-6p\right)$
 124. $\left(\frac{7}{2}xx-\frac{5}{3}xy+yy\right)\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}y\right)$

$$125. \left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b + \frac{3}{4}c\right) \left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{4}b - \frac{1}{2}c\right)$$

$$125_1. (0,4x - 2,5y + \frac{1}{2}z) (3\frac{1}{2}x + 2,4y - 0,8z)$$

$$125_2. (3\frac{1}{2}a - 1,6b + 0,2x) (7a - 3\frac{1}{2}b - 0,4x)$$

$$126. \left(\frac{5a}{2x} - \frac{4x}{3a} + \frac{5}{4}\right) \left(\frac{3a}{4x} - \frac{4x}{5a} - \frac{2}{5}\right)$$

$$126_1. \left(\frac{3a}{2b} - \frac{2c}{b} + \frac{4cc}{3ab}\right) \left(\frac{3a}{2c} + \frac{4c}{3a} + 2\right)$$

$$127. \left(\frac{2aa}{3xx} - \frac{3ab}{4xy} + \frac{4bb}{5yy}\right) \left(\frac{3aa}{4xx} + \frac{4ab}{5xy} - \frac{2bb}{3yy}\right)$$

$$127_1. \left(\frac{2aa}{3bb} - \frac{3ax}{2by} + \frac{4xx}{3yy}\right) \left(\frac{2a}{3b} + \frac{3x}{2y} - \frac{3bxx}{4aay}\right)$$

128. Was giebt, in der einfachsten Weise berechnet: 53^2 , 64^2 , 76^2 , 95^2 , 81^2 , 42^2 ?*)

129. Was giebt ebenso 121^2 , 123^2 , 125^2 , 127^2 , 129^2 , da $12^2 = 144$ ist?

130. Was giebt 532^2 , 534^2 , 537^2 , 539^2 , da $53^2 = 2809$ ist?

131. Was giebt 871^2 , 875^2 , 878^2 , 879^2 , da $87^2 = 7569$ ist?

132. Was giebt 4761^2 , 4763^2 , 4765^2 , 4768^2 , wenn man weiß, daß $476^2 = 226576$ ist?

133. Was giebt 7382^2 , 7384^2 , 7385^2 , 7387^2 , wenn man weiß, daß $738^2 = 544644$ ist?

134. Berechne in der einfachsten Weise die Produkte 49.51 , 79.81 , 41.39 , 62.58 , 68.72 .

135. Defgl. 67.73 , 85.95 , 97.103 , 298.302 , 795.805 .

136. Um welche Zahl muß ein Produkt aus zwei gleichen Faktoren kleiner werden, wenn man den einen Faktor um 7, oder 1, oder n größer macht, den andern um ebenso viel kleiner?

137. Um wie viel wird ein Quadrat kleiner, wenn man aus demselben ein Rechteck macht, dessen lange Seite um 3 Fuß länger ist als die Seite des Quadrats, das aber sonst mit dem Quadrat gleichen Umfang hat?

138. Berechne nach der Formel $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ die Zahlenausdrücke $28^2 - 12^2$, $37^2 - 23^2$, $96^2 - 56^2$, $823^2 - 73^2$, $529^2 - 91^2$, $587^2 - 575^2$, $827^2 - 746^2$.

139. Berechne auf die einfachste Weise 99.763 , 998.603 , 997.823 .

140. Ebenso 899.895 , 598.704 , 499.902 .

141. Um wie viel wird das Produkt 738.572 größer, wenn man jeden Faktor um 1 vergrößert? Um wie viel wird es kleiner, wenn man jeden Faktor um 1 vermindert?

*) Die Aufgaben 128.—140. sind alle aus dem Kopfe zu berechnen, indem man das Facit von rechts nach links hinschreibt.

142. Um wie viel wird das Produkt $831 \cdot 754$ kleiner, wenn man den ersten Faktor um 1 vergrößert, den zweiten um 1 vermindert? Um wie viel wird es größer, wenn man den ersten Faktor um 1 verkleinert, den zweiten um 1 vergrößert?

143. Um wie viel wird ein Rechteck größer, dessen Seiten bezüglich 793 und 137 Fuß lang sind, wenn man die lange Seite um 5, die kurze um 7 Fuß verlängert (ohne den Flächeninhalt zu berechnen)?

144. Die Seite eines Buches hat durchschnittlich 38 Zeilen und in jeder Zeile 47 Buchstaben. Wie viele Buchstaben würde die Seite mehr enthalten, wenn auf jeder Seite 1 Zeile weniger, in jeder Zeile aber 2 Buchstaben mehr ständen?

145. Es ist $8034 \cdot 7508 = 60319272$. Wie groß ist dann $8035 \cdot 7509$, $8033 \cdot 7507$?

146. Es ist $89250 \cdot 76360 = 6815130000$. Wie groß ist dann $89249 \cdot 76361$, $89252 \cdot 76358$?

147. Welche Theilprodukte erhält man, wenn man die Produkte zweier mehrziffrigen Zahlen bildet, z. B. $73 \cdot 85$? und wie berechnet man durch Summirung der Theilprodukte das ganze Produkt aus dem Kopfe?*)

148. Multiplizire hiernach aus dem Kopfe, indem du die Faktoren unter einander sehest, die Theilprodukte bildest, diese zugleich im Kopfe addirst und das Facit von rechts nach links hinschreibst: $314 \cdot 521$, $413 \cdot 302$, $204 \cdot 213$.

149. Ebenso: $714 \cdot 305$, $813 \cdot 765$, $576 \cdot 384$.

150. Ebenso: $517 \cdot 83$ **), $614 \cdot 59$, $837 \cdot 91$.

151. Derselben: $1538 \cdot 7403$, $1254 \cdot 3071$, $6801 \cdot 2345$.

152. Derselben: $81036 \cdot 54103$, $31726 \cdot 54037$, $40167 \cdot 14359$.

153. Beweise folgende Sätze und drücke dieselben ganz in Worten aus:

1. Kostet 1 Pfd. a Pf., so kosten b Ctr. ab Mk.

2. Kostet 1 Lth. a Pf., so kosten b Rgr. ab Mk.

3. Kostet 1 Lth. a Pf., so kosten b Pfd. $\frac{1}{2}$ ab Mk.

4. Kostet 1 Lit. a Pf., so kosten b Gl. ab Mk.

154. Berechne hiernach möglichst aus dem Kopfe:

1. 1 Lth. kostet 1, 2, 3, 4 Pf.; was kosten beziehungsweise 7, 15, $9\frac{1}{2}$, $10\frac{1}{4}$ Rgr.?

2. Was kosten 4, $5\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{4}$ Pfd., 9 Pfd. 8 Lth., wenn 1 Lth. bzw. 2, 3, 4, 5 Pf. kostet?

3. Was kosten 3, 4, $7\frac{1}{2}$ Gl., 8 Gl. 20 Lit., wenn 1 Ltr. bzw. 10, 12, 15, 20 Pf. kostet?

*) Die Zahl, welche man im Sinne behalten muß, addirt man am besten gleich zum ersten folgenden Theilprodukt, da man sie sonst zu leicht vergißt.

**) Wenn der eine Faktor kürzer ist als der andere, so thut man meistens gut, ihn durch Vorsetzung von Nullen ebenso lang zu machen, als der andere ist. Sonst irrt man zu leicht in der Bildung der Produkte.

4. 1 Pfd. kostet 35, 50, 60 Pf., 1 Mk. 10, 2 Mk. 25; was kosten
bzw. 8, $9\frac{1}{2}$, $10\frac{3}{4}$ Ctr., 10 Ctr., 20, 4 Ctr. 36 Pfd?

155. Beweise folgende Sätze und drücke dieselben ganz in Worten aus:

1. Kostet 1 m a Mk., so kosten b cm ab Pf.

2. Kostet 1 Ctr. a Mk., so kosten b Pfd. ab Pf.

3. Kostet 1 Rgr. a Mk., so kosten b Lth. ab Pf.

4. Kostet 1 Pfd. a Mk., so kosten b Lth. 2 ab Pf.

5. Kostet 1 Hl. a Mk., so kosten b Lit. ab Pf.

156. Berechne darnach möglichst aus dem Kopfe:

1. 1 m kostet 3, 5, $4\frac{1}{2}$ Mk., 6 Mk. 40 Pf.; was kosten bzw.
20, 30, 50, 85 cm?

2. Was kosten 4, 6, $8\frac{1}{4}$ Pfd., 9 Pfd. 36 Lth., wenn 1 Ctr. bzw.
9, 20, 120, $137\frac{1}{2}$ Mk. kostet?

3. Was kosten 5, 6, 8, 10 Lth., wenn 1 Rgr. bzw. 3, $1\frac{1}{2}$,
 $1\frac{3}{4}$ Mk., 2 Mk. 40 Pf. kostet?

4. 1 Pfd. kostet 2, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{4}$ Mk., 2 Mk. 60; was kosten bzw.
3, 7, 10, 15 Lth?

5. Wenn 1 Hl. 10, 15, $21\frac{1}{2}$, $25\frac{1}{4}$ Mk. kostet; was kosten bzw.
2, 3, 6, 28 Lit.?

157. Beweise folgende Sätze:

1. 1 Mk. giebt zu p Pct. in 1 Jahre p Pf. Zinsen.

2. a Mk. geben zu 4, 5, 6 Pct. in 1 Jahre bzw. 4a, 5a, 6a Pf.
Zinsen.

3. a Mk. geben zu p Pct. in 1 Jahre ap Pf. Zinsen.

4. a Mk. geben zu p Pct. in 1 Jahr $\frac{ap}{100}$ Mk. Zinsen.

5. a Mk. geben zu p Pct. in n Jahren $\frac{apn}{100}$ Mk. Zinsen.

158. Berechne darnach möglichst aus dem Kopfe:

1. Wie viel Zinsen giebt 1 Mk. zu 4, 5, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$ Pct. in 1 Jahr?

2. Wie viel Zinsen geben 10, 70, 160, $887\frac{1}{4}$ Mk. in 1 Jahr,
wenn sie bzw. zu 4, $4\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{4}$, $5\frac{1}{2}$ Pct. stehen?

3. Wie viel Zinsen geben 870, 1480, 17650, 18320 Mk. in
1 Jahr, wenn sie bzw. zu 4,3, 5,4, 5,2, 5,3 Pct. stehen?

4. Wie viel Zinsen geben 824,7, 934,8, 7625,4, 9853,8 Mk.
in 1 Jahr, wenn sie bzw. zu $4\frac{2}{3}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{3}$, $6\frac{1}{6}$ Pct. stehen?

5. Wie viel Zinsen geben 3750, 7860, $8051\frac{1}{2}$, $8343\frac{3}{4}$ Mk.,
welche bzw. stehen zu $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{4}$, $4\frac{2}{3}$, $5\frac{2}{3}$ Pct., in 2, 3, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$ Jahren?

VII.

Division.

Anstatt ein Produkt zu dividiren, kann man auch
einen Faktor desselben dividiren.

$$6a : 3 = 2a, \frac{15x}{5} = 3x, \frac{12a \cdot 16x}{4} = 3a \cdot 16x \text{ oder } 12a \cdot 4x.$$

Bei gleichen Größen heben sich Multiplikation und