

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Methodisch geordnete Aufgabensammlung

Bardey, Ernst

Leipzig, 1879

V. Relative Größen

[urn:nbn:de:bsz:31-269430](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-269430)

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 7. $m - x + 3y - z$ | 8. $m - n - v + 9$ |
| 9. $m - a - b$ | 10. $m - c + d$ |
| 11. $m + x - y$ | 12. $m + u - 1$ |
| 13. $m - a + b - c$ | 14. $m + x - y + 5$ |
| 15. $m + x + y - 2z$ | 16. $m + 2n + 3p - 8$ |

V.

Relative Größen.

Eine absolute Größe ist eine Größe, die man sich als eine Summe von Einheiten denkt, gleichviel, auf welche Art sie entstanden ist. — Eine positive Größe ist (für die Rechnung nichts als) eine aus dem Zusammenhange herausgenommene und für sich allein betrachtete Größe mit dem Zeichen + (plus), also ein Summand mit seinem Zeichen. — Eine negative Größe ist (für die Rechnung nichts als) eine aus dem Zusammenhange herausgenommene und für sich allein betrachtete Größe mit dem Zeichen — (minus), also ein Subtrahend mit seinem Zeichen. — In dem Aggregat $a + b - c$ heißt + b eine positive, — c eine negative Größe. In dieser Auffassung denkt man sich den Ausdruck $a + b - c$ aus den Theilen a, + b und — c bestehend, oder als die Summe der Größen a, + b und — c, d. h. $a + b - c = a + (+b) + (-c)$.

1. Welche Bedeutung haben die positiven und negativen Größen in Bezug auf die Null?

2. Welche Beispiele weist du für positive und negative Größen an?

3. Wie denkt man sich eine positive und wie eine negative Größe entstehen?

4. Wie kommt man in der Rechnung auf eine negative Größe?

5. Wie heißen positive und negative Größen mit einem gemeinsamen Namen?

6. Welche Größen nennt man gleichartig? welche entgegengesetzt?

7. Was sind Vorzeichen? Welcher Unterschied ist zwischen den Vorzeichen und den Operationszeichen + und —?

8. Wie unterscheidet sich eine absolute Größe von einer positiven?

9. Wie muß eine absolute Größe aufgefaßt werden, wenn sie in Gegensatz zu einer negativen tritt?

10. Wie läßt sich nach Einführung der negativen Größen jede Differenz darstellen?

11. Welchen Nutzen kannst du dir von der Einführung der negativen Größen vorstellen?

12. Wie werden jetzt nach Einführung der positiven und negativen Größen die Sätze 7. und 8. in IV. heißen? Welche Bestimmungen fallen jetzt fort?

13. Löse jetzt noch einmal die Aufgaben 1. — 16. S. 9 auf, aber ohne eine Umstellung der Größen vorzunehmen.

Ueber die Addition und Subtraktion relativer Größen gelten folgende Sätze:

1. Gleichartige Größen werden addirt, indem man die Größen ohne Vorzeichen addirt und der Summe das gemeinschaftliche Vorzeichen giebt. *)

$$(+ a) + (+ b) = + (a + b)$$

$$(- a) + (- b) = - (a + b)$$

2. Entgegengesetzte Größen werden addirt, indem man ohne Vorzeichen die kleinere von der größeren abzieht und der Differenz das Zeichen der größeren giebt.

$$(+ a) + (- b) = + (a - b)$$

$$(- a) + (+ b) = - (a - b)$$

3. Eine positive oder negative Größe wird subtrahirt, indem man ihr das entgegengesetzte Zeichen giebt und sie addirt.

$$m - (+ a) = m + (- a)$$

$$m - (- a) = m + (+ a)$$

A. Addition relativer Größen.

1.	$+ 12$	$- 9$	$- 7$	$- 8$	$+ 5$	$+ 15$
	$+ 7$	$- 4$	$+ 8$	$+ 3$	$- 13$	$- 7$
2.	$+ 3a$	$- 5b$	$+ 9c$	$- 9d$	$- 2x$	$+ 3y$
	$+ 7a$	$- 6b$	$- c$	$+ d$	$+ 8x$	$- 10y$
3.	$+ \frac{1}{2}a$	$- 3\frac{1}{4}b$	$- \frac{5}{6}c$	$- 3\frac{3}{4}d$	$- \frac{1}{2}x$	$+ \frac{1}{4}y$
	$+ \frac{1}{3}a$	$+ 2\frac{1}{2}b$	$+ \frac{1}{3}c$	$- 4\frac{1}{4}d$	$+ \frac{1}{3}x$	$- \frac{1}{6}y$
4.	$+ a$	$- a$	$- a$	$+ 2a$	$- 3a$	$- 5a$
	$+ b$	$- b$	$+ b$	$- 3b$	$+ 5b$	$- 7b$
5.		n	n	$n - 1$	$+ 3$	
	$+ 1$		$- 1$	$+ 1$	$n - 2$	

*) Nach der Definition der positiven und negativen Größen folgen dieser und die beiden folgenden Sätze unmittelbar aus den früheren Sätzen. Man hat z. B. $(m + a) + (n + b) = m + n + (a + b)$. Dies unabhängig von m und n ausgedrückt giebt $(+ a) + (+ b) = + (a + b)$ u. s. w.

6.	$\frac{a-4}{+5}$	$\frac{a-6}{6}$	$\frac{5+a}{-6}$	$\frac{1-a}{-1}$
7.	$\frac{x+1}{2}$	$\frac{x+1}{-2}$	$\frac{4}{+x}$	$\frac{7}{x-3}$
8.	$\frac{-5}{4-a}$	$\frac{-7}{a-5}$	$\frac{7-a}{-7}$	$\frac{a+1}{-2}$
9.	$\frac{-3}{n-1}$	$\frac{-5}{5-n}$	$\frac{5+n}{-5}$	$\frac{n-1}{+2}$
10.	$\frac{1-m}{+2}$	$\frac{3-m}{-2}$	$\frac{7+2m}{-2m}$	$\frac{3m-5}{-m}$
11.	$\frac{a-b}{b}$	$\frac{a-b}{-b}$	$\frac{m}{m-n}$	$\frac{n}{m-n}$
12.	$\frac{x}{y-x}$	$\frac{-x}{x+y}$	$\frac{-x}{x-y}$	$\frac{x-y}{+y}$
13.	$\frac{m-n}{2m}$	$\frac{m-n}{+3n}$	$\frac{a+2b}{-3b}$	$\frac{3a-b}{-2a}$
14.	$\frac{a-3b}{+4b}$	$\frac{-2a}{a-2b}$	$\frac{-5b}{a+4b}$	$\frac{3a-5b}{+3b}$
15.	$\frac{5a}{1-4a}$	$\frac{4a-1}{+7a}$	$\frac{3a+1}{-4a}$	$\frac{8a}{1-8a}$
16.	$\frac{n-1}{n+1}$	$\frac{n-7}{n+5}$	$\frac{n-1}{3-2n}$	$\frac{n-8}{7-n}$
17.	$\frac{5x-3}{1+x}$	$\frac{a-1}{1-a}$	$\frac{a+x}{x-a}$	$\frac{a-x}{x+a}$
18.	$\frac{7-x}{2x-10}$	$\frac{a-5}{2-3a}$	$\frac{7a-x}{2x-5a}$	$\frac{2a-3b}{3b+a}$
19.	$\frac{n-3}{m+5}$	$\frac{n+1}{a-3}$	$\frac{a-1}{3-x}$	$\frac{3a-n}{n-b}$
20.	$\frac{a+x}{x-1}$	$\frac{a-b}{1+a}$	$\frac{m-n}{3n-m}$	$\frac{m-1}{n+1}$

- $$\begin{array}{r} 1-a \\ -1 \end{array}$$
 21. $\begin{array}{r} m-2 \\ n-1 \end{array}$ $\begin{array}{r} m-3 \\ 3-n \end{array}$ $\begin{array}{r} m-2n \\ n-2m \end{array}$ $\begin{array}{r} 3x-2y \\ 3y-2x \end{array}$
- $$\begin{array}{r} 7 \\ x-3 \end{array}$$
 22. $\begin{array}{r} +7a \\ -3a \\ +4a \\ -5a \end{array}$ 23. $\begin{array}{r} -18b \\ +5b \\ +10b \\ -9b \end{array}$ 24. $\begin{array}{r} +13x \\ -17x \\ -8x \\ +2x \end{array}$ 25. $\begin{array}{r} -9x \\ +x \\ +9x \\ -7x \end{array}$
- $$\begin{array}{r} u+1 \\ -2 \end{array}$$
 26. $\begin{array}{r} +12y \\ -9y \\ +8y \\ -13y \end{array}$ 27. $\begin{array}{r} +7p \\ -9q \\ -2p \\ +3q \end{array}$ 28. $\begin{array}{r} +a \\ -b \\ +c \\ +b \end{array}$ 29. $\begin{array}{r} +x \\ +y \\ -z \\ -2x \end{array}$
- $$\begin{array}{r} n-1 \\ +2 \end{array}$$
 30. $\begin{array}{r} 7a-3b+2c-3d \\ 5a-4b-5c+7d \end{array}$ 31. $\begin{array}{r} 9x+3y-4z+8 \\ -7x-3y-2z-17 \end{array}$
- $$\begin{array}{r} 3m-5 \\ -m \end{array}$$
 32. $\begin{array}{r} 8m-n+7u+3v \\ -9m+4n-7u-5v \end{array}$ 33. $\begin{array}{r} a+b-c+d \\ a-b-c+3d \end{array}$
- $$\begin{array}{r} n \\ n-n \end{array}$$
 34. $\begin{array}{r} 3a-4b+5c+3d+7e-8f+g-h-3k-t \\ 2a+b-3c-7d-7e-9f-2g+h+k \end{array}$
- $$\begin{array}{r} -y \\ +y \end{array}$$
 35. $\begin{array}{r} -a+5b+8c-9d-10e+12f-7g \\ +8a-10b+5c-10d+12e-13f+7g-h+2k \end{array}$
- $$\begin{array}{r} a-b \\ 2a \end{array}$$
 35₁. $\begin{array}{r} 75a-55b+199c-28d-23e-45f-25g-78h \\ 21a+43b-271c+87d+14e-9f-25g+78h \end{array}$
- $$\begin{array}{r} -5b \\ +3b \end{array}$$
 36. $\begin{array}{r} 1\frac{3}{4}x-3\frac{1}{5}y+2\frac{1}{2}z-7\frac{2}{3}u+1\frac{1}{2}v-5\frac{1}{3}p \\ -2\frac{1}{4}x+1\frac{1}{3}y-1\frac{5}{8}z-2\frac{1}{3}u-1\frac{1}{2}v+4\frac{1}{2}p \end{array}$
- $$\begin{array}{r} -8a \end{array}$$
 37. $\begin{array}{r} \frac{3}{2}a-\frac{3}{4}b+\frac{2}{3}c-\frac{5}{8}d+\frac{4}{3}e-\frac{5}{12}f+\frac{1}{2}g \\ \frac{2}{3}a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{6}c-\frac{1}{4}d-\frac{4}{3}e+\frac{1}{3}f \end{array}$
- $$\begin{array}{r} -8 \\ -n \end{array}$$
 37₁. $\begin{array}{r} 0,8a-3,47b-1,73c+0,05d-38,7e-41\frac{1}{2}x+53\frac{1}{4}y \\ 1,9a-3,85b+5,7c-8,1d+9,87e+37,8x-61,05y \end{array}$
- $$\begin{array}{r} -x \\ +a \end{array}$$
 37₂. $\begin{array}{r} 5,3a+0,5b-9\frac{1}{2}c+3\frac{3}{8}d+7,75e-17\frac{3}{4}p+2,1q \\ 1,86a-9\frac{1}{8}b+7,8c+14,4d-8\frac{1}{2}e-2,25p-1,72q \end{array}$
- $$\begin{array}{r} -3b \\ +a \end{array}$$
 38. $\begin{array}{r} 5a-3b+3c-d \\ -3a+b+7d \\ +2a-5b-8c+d \\ -3a+4b+7c-9d \end{array}$ 39. $\begin{array}{r} 7x-y+u-v \\ -5x+4y-8u+4v \\ -2x+5y+3u-7v \\ +x-8y+4u-4v \end{array}$
- $$\begin{array}{r} -n \\ -b \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} -1 \\ +1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 39_1. \quad 1,34m - 7,6n + 9,37p \\
 \quad - 9,4m - 8,7n - 81,7p \\
 \hline
 \quad 9,76m + 9,3n + 4,33p
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 39_2. \quad 41,6q - 43,1x + 37,8y \\
 \quad - 4,05q - 5,37x + 0,09y \\
 \hline
 \quad - 0,85q + 1,97x - 4,19y
 \end{array}$$

B. Subtraktion relativer Größen.

$$\begin{array}{r}
 1. \quad \begin{array}{r} +12 \\ +7 \end{array} \quad \begin{array}{r} -12 \\ -7 \end{array} \quad \begin{array}{r} +12 \\ -7 \end{array} \quad \begin{array}{r} -12 \\ +7 \end{array} \quad \begin{array}{r} +8 \\ -5 \end{array} \quad \begin{array}{r} -9 \\ -4 \end{array} \\
 2. \quad \begin{array}{r} +6 \\ +11 \end{array} \quad \begin{array}{r} -6 \\ -11 \end{array} \quad \begin{array}{r} +6 \\ -11 \end{array} \quad \begin{array}{r} -6 \\ +11 \end{array} \quad \begin{array}{r} +21 \\ -13 \end{array} \quad \begin{array}{r} -12 \\ -21 \end{array} \\
 3. \quad \begin{array}{r} +8a \\ +5a \end{array} \quad \begin{array}{r} +9x \\ -3x \end{array} \quad \begin{array}{r} -11b \\ -8b \end{array} \quad \begin{array}{r} -8m \\ +m \end{array} \quad \begin{array}{r} -7x \\ +3x \end{array} \quad \begin{array}{r} +y \\ +9y \end{array} \\
 4. \quad \begin{array}{r} +7a \\ +11a \end{array} \quad \begin{array}{r} -5a \\ +12a \end{array} \quad \begin{array}{r} -4a \\ -9a \end{array} \quad \begin{array}{r} +3a \\ -11a \end{array} \quad \begin{array}{r} -3x \\ +9x \end{array} \quad \begin{array}{r} -7y \\ +y \end{array} \\
 5. \quad \begin{array}{r} +a \\ +b \end{array} \quad \begin{array}{r} -a \\ -b \end{array} \quad \begin{array}{r} +a \\ -b \end{array} \quad \begin{array}{r} -a \\ +b \end{array} \quad \begin{array}{r} -2a \\ +3 \end{array} \quad \begin{array}{r} +1 \\ -4x \end{array} \\
 6. \quad \begin{array}{r} +2y \\ +3x \end{array} \quad \begin{array}{r} +5y \\ -4x \end{array} \quad \begin{array}{r} -7y \\ +3x \end{array} \quad \begin{array}{r} -3y \\ -4x \end{array} \quad \begin{array}{r} +7 \\ -5a \end{array} \quad \begin{array}{r} +1 \\ x \end{array} \\
 7. \quad \begin{array}{r} n-1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} n+1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ x+2 \end{array} \quad \begin{array}{r} x+3 \\ 7 \end{array} \\
 8. \quad \begin{array}{r} x-7 \\ +5 \end{array} \quad \begin{array}{r} x-2 \\ -2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ x-2 \end{array} \quad \begin{array}{r} -5 \\ 3-x \end{array} \\
 9. \quad \begin{array}{r} 1-a \\ -1 \end{array} \quad \begin{array}{r} -1 \\ a-1 \end{array} \quad \begin{array}{r} -1 \\ 1-a \end{array} \quad \begin{array}{r} -1 \\ 1+a \end{array} \\
 10. \quad \begin{array}{r} x+1 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} x-1 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ x-1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ x+1 \end{array} \\
 11. \quad \begin{array}{r} n-1 \\ -2 \end{array} \quad \begin{array}{r} n-3 \\ -2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3-n \\ -3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4+n \\ -1 \end{array} \\
 12. \quad \begin{array}{r} -4 \\ 4-m \end{array} \quad \begin{array}{r} -5 \\ m-6 \end{array} \quad \begin{array}{r} -7 \\ 7-m \end{array} \quad \begin{array}{r} +7 \\ 7-m \end{array} \\
 13. \quad \begin{array}{r} -8 \\ x+5 \end{array} \quad \begin{array}{r} -9 \\ 8-x \end{array} \quad \begin{array}{r} 3+x \\ +4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1+x \\ -2 \end{array}
 \end{array}$$

- | | | | | |
|-----|----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| 14. | $\frac{m-n}{n}$ | $\frac{m-n}{m}$ | $\frac{n}{m-n}$ | $\frac{m}{m-n}$ |
| 15. | $\frac{-x}{x-y}$ | $\frac{-y}{x-y}$ | $\frac{x-y}{-x}$ | $\frac{x+y}{-y}$ |
| 16. | $\frac{a-b}{2b}$ | $\frac{a+b}{2b}$ | $\frac{2a}{a+b}$ | $\frac{3b}{a+b}$ |
| 17. | $\frac{a-b}{2a}$ | $\frac{2a}{a-b}$ | $\frac{2b}{a-b}$ | $\frac{a-b}{+b}$ |
| 18. | $\frac{x-5y}{+3y}$ | $\frac{x-4y}{-3x}$ | $\frac{2x-y}{-2y}$ | $\frac{x+2y}{+3x}$ |
| 19. | $\frac{+5x}{x-y}$ | $\frac{7y}{3x+5y}$ | $\frac{4x}{2y-x}$ | $\frac{8x}{y+9x}$ |
| 20. | $\frac{-3x}{x-2y}$ | $\frac{-2y}{x-3y}$ | $\frac{-4y}{y-x}$ | $\frac{-5y}{2y-3x}$ |
| 21. | $\frac{7n}{1-5n}$ | $\frac{-3n}{4n-1}$ | $\frac{8n-1}{-2n}$ | $\frac{1-8n}{-5}$ |
| 22. | $\frac{n-1}{n+1}$ | $\frac{a-x}{x-a}$ | $\frac{x+y}{x-y}$ | $\frac{x+5}{x-7}$ |
| 23. | $\frac{a+3}{2-a}$ | $\frac{a-1}{3-2a}$ | $\frac{a+1}{5-a}$ | $\frac{n+1}{7-5n}$ |
| 24. | $\frac{n+1}{1-n}$ | $\frac{n-1}{1-n}$ | $\frac{n-1}{1+n}$ | $\frac{1-n}{n+1}$ |
| 25. | $\frac{5-x}{3-2x}$ | $\frac{8+x}{13-x}$ | $\frac{x+5}{5-2x}$ | $\frac{7+2x}{3x+7}$ |
| 26. | $\frac{m-1}{n-1}$ | $\frac{m-1}{n+1}$ | $\frac{m+1}{n-1}$ | $\frac{m+1}{1-n}$ |
| 27. | $\frac{n+x}{x-1}$ | $\frac{n-x}{1-x}$ | $\frac{a-x}{a-1}$ | $\frac{x+y}{y-a}$ |
| 28. | $\frac{n+2}{m-3}$ | $\frac{x-5}{5-y}$ | $\frac{2x-3y}{2y-3x}$ | $\frac{3a-b}{b+3a}$ |
| 29. | $\frac{7a-5b}{2b-a}$ | $\frac{7a+3b}{7b+3a}$ | $\frac{5a-b}{8a+b}$ | $\frac{3a-5b}{b+2a}$ |

30. $9a - 8b + 7c - 3d$ 31. $a - 2b + 3c - 4d$
 $5a - 6b - 3c + 2d$ $7a + 3b - 5c + 8d$
32. $4x - 3y + 9u - 8v$ 33. $m - 3n + p - 7$
 $5x + 4y - 3u - 8v$ $m - 4n - p + 8$
34. $a - b + c - d + 5e - 7f + 3h - 7k + l + 5$
 $-5a + 3b - c - d + 4e + 8f - 7h + 9k - 3l - 7$
35. $a + b - c - d + e + f - g - h + k - m - 8$
 $a - b + c - d - 2e + 3f - g + h + l - n - 9$
36. $15a - 7b + 3c - 7d - 8e + m - 7x - 2y - z + 4$
 $10a + 7b - 3c + 4d + 4e - p - x + y + 5z - 2$
- 36₁. $73a - 52b - 71c + 21d - 52x + 17y + 59z + 11t$
 $54a - 60b + 81c + 37d + 18x - 33y + 99z + 7$
- 36₂. $8,37a - 9,49b + 8,5c + 57,6d - 5,37e - 9,07x + 0,09y$
 $3,97a - 9,8b + 83c - 3,46d + 2,63e - 0,57x - 8,91y$
37. $1\frac{1}{2}a - 2\frac{1}{3}b + 3\frac{1}{2}c - 5\frac{2}{3}d - 4\frac{1}{6}e + \frac{1}{2}f + \frac{1}{3}h$
 $- 3\frac{1}{2}a + 1\frac{1}{2}b + 4\frac{1}{4}c - 3\frac{2}{3}d - 3\frac{1}{2}e - \frac{1}{3}f + \frac{1}{2}h$
38. $\frac{5}{3}a + \frac{7}{2}b - \frac{2}{3}c - \frac{1}{6}d + \frac{1}{3}e - \frac{5}{8}f + \frac{1}{4}$
 $+ \frac{7}{2}a - \frac{2}{3}b - \frac{1}{6}c + \frac{1}{3}d - \frac{5}{8}e - \frac{1}{2}f - \frac{1}{2}$
- 38₁. $5,65a + 7\frac{1}{3}b - 27\frac{1}{2}c - 5,73d + 0,76x - 1\frac{1}{8}y - 27,5z$
 $4\frac{1}{4}a + 9,38b + 2,65c - 13\frac{1}{2}d - 53,7x - 0,375y - 19\frac{1}{2}z$
- 38₂. $7\frac{3}{4}a - 4,45b + 19\frac{7}{8}c + 0,85d - 1,75x - 8\frac{3}{8}y - 9,5$
 $0,25a - 4\frac{1}{4}b - 0,625c + 47,5d - 2\frac{5}{2}x + 1,125y - 9\frac{1}{8}$

VI.

Multiplikation.

Die Reihenfolge der Faktoren ist gleichgültig.

$$ab = ba, \quad abc = acb = bca \text{ u.}$$

Soil man ein Produkt multipliciren, so darf man nur einen Faktor multipliciren.

$$(ab) c = (ac) b, \quad ab \cdot 3 = 3ab, \quad 7a \cdot 5 = 35a.$$