Methodisch geordnete Aufgabensammlung

Bardey, Ernst

Leipzig, 1879

IV. Addition und Substraktion absoluter mehrgliedriger Größen. Klammern

urn:nbn:de:bsz:31-269430

IV.

Addition und Subtraktion absoluter mehrgliedriger Größen. Klammern.

Ueber die Addition und Subtraktion mehrgliedriger Ausdrücke, wie über das Auflösen und Setzen von Klammern lassen sich folgende Formeln aufstellen:

$$1.\ m + (a + b) = m + a + b$$
$$2.\ m - (a + b) = m - a - b$$
$$3.\ m + (a - b) = m + a - b$$
$$4.\ m - (a - b) = m - a + b$$
$$5.\ (a - b) - m = a - b - m.$$

Diese Formeln lassen sich für den Zweck der Rechnung auf folgende Weise in Worten ausdrücken:

1. Anstatt eine Summe zu addiren, kann man auch die Summanden einzeln nach einander addiren.

$$m + (a + b) = m + a + b.$$

2. Anstatt mehrere Größen nach einander zu addiren, kann man auch ihre Summe addiren.

$$m + a + b = m + (a + b).$$

3. Anstatt eine Summe zu subtrahiren, kann man auch die Summanden einzeln nach einander subtrahiren.

$$m - (a + b) = m - a - b.$$

4. Anstatt mehrere Größen nach einander zu subtrahiren, kann man auch ihre Summe subtrahiren.

$$m - a - b = m - (a + b).$$

---

5. Klammern, welche einen Summanden oder Minuenden einschließen, haben keinen Einfluß auf das Resultat der Rechnung.

$$m + (a + b) = m + a + b, \quad m + (a - b) = m + a - b$$
$$(a - b) - m = a - b - m.$$

6. Klammern, welche einen Subtrahenden einschließen, werden dadurch aufgelöst, daß man das Zeichen jedes Gliedes in der Klammer umkehrt, d. h. + in — und — in + verwandelt. Das erste Glied in der Klammer ohne Zeichen erhält bei der Auflösung der Klammer das Zeichen — (minus).

$$m - (a + b) = m - a - b, \quad m - (a - b) = m - a + b.$$

7. Um mehrere Glieder eines Ausdrucks in einen Summanden einzuschließen, hat man sie nur mit einer Klammer zu umgeben. Das erste Glied muß ein Summand sein; ist das nicht der Fall, so müssen die Glieder nach den früheren Regeln erst so umgestellt werden. Das Zeichen $+$, welches vor dem ersten Summanden stand, geht dann auf den ganzen Ausdruck in der Klammer.

$$m + a + b = m + (a + b), \quad m + a - b = m + (a - b),$$
$$m - a + b = m + (b - a).$$

8. Will man mehrere Glieder in einen Subtrahenden einschließen, so hat man vor jedem Gliede das Zeichen umzukehren und dann die betreffenden Glieder mit einer Klammer zu umgeben. Die Glieder müssen so geordnet sein, daß das erste Glied das Zeichen $-$ hat. Dies Glied erhält in der Klammer kein Zeichen. Das Zeichen, welches vor demselben stand, geht dann auf den ganzen Ausdruck in der Klammer.

$$m - a - b = m - (a + b), \quad m - a + b = m - (a - b),$$
$$m + a - b = m - (b - a).$$

Berechne die folgenden Aggregate (1. — 16.), so weit dies möglich ist, nach den Sätzen 1. — 4., und gieb bei jeder Aufgabe den Satz an, nach welchem die Rechnung ausgeführt wird:

1. $893 + (7 + 589)$
2. $1985 + (15 + 786)$
3. $7a + (3a + 2b)$
4. $5x + (x + y)$
5. $876 + 987 + 13$
6. $493 + 725 + 75$
7. $5a + x + 7x$
8. $9m + 3n + n$
9. $1589 - (589 + 327)$
10. $1738 - (845 + 738)$
11. $7a - (2a + 3b)$
12. $9x - (3x + 5n)$
13. $1783 - 593 - 7$
14. $2765 - 685 - 15$
15. $115a - 91x - 13x$
16. $121a - 45b - 27b$.

Löse die Klammern in folgenden Aggregaten auf und führe die Rechnung nach den früheren Sätzen so weit aus, als es möglich ist. Kommen Klammern in Klammern vor, so kann man erst die äußern Klammern auflösen und dann die innern, oder umgekehrt. Bald ist dies, bald jenes vortheilhafter. Das Resultat muß schließlich dasselbe sein.

1. $7a - 9b + (a + b)$
2. $15a - 7b - (7a - 5b)$
3. $5a + (3a - 2b) + (a + 2b)$

4. $(a + b - c) + (a - b + c)$
5. $(a + b - c) - (a - b + c)$
6. $(7a - 3b) - (5a + 3b) - (a - 5b)$
7. $(8x - 5) + (3x - 7) - (9x - 11)$
8. $12 - (5x - 6) + (3x + 1) - (x + 10)$
9. $(6a - 3b + 7c) - (a - b + c) + (2a + b - 6c)$
10. $(3m - 7n - 5p) + (2m + 4n - 3p) - (4m - 3n - 6p)$
11. $(6x + 5y - 3z) - (5x - 3y + 2z) - (x + 7y - 4z)$

11_1. $56x + (934y - 307) - (1000y - 44x - 207) + 100$

11_2. $(738a - 967b) - (69a - 803b) + (76b - 643a)$

11_3. $6aa - (3ab + 2ac) - (2ac - 3ab) + (5ac - 7aa)$

11_4. $(5ax + 2pq) - (7 + 4ax) - (4pq - 7) + pq$

11_5. $9xxx - (17 + 3xx) + (17 - x) - (8xxx - 2xx - x)$

11_6. $2y - (\frac{1}{2}tx + \frac{1}{3}y) + (\frac{1}{3}tx - \frac{1}{2}y) - (\frac{1}{6}y - \frac{1}{6}tx)$

11_7. $(4\frac{1}{2}ax - 7b) - (2\frac{1}{4}ax - 8\frac{1}{2}b) - (1\frac{1}{4}ax + 5\frac{1}{2}b)$

11_8. $8{,}3a - (3{,}7a - 2{,}37b) + (0{,}7a - 1{,}7b) - (3{,}2a + 4{,}7b)$

11_9. $(2{,}7x + 0{,}07n) - (9{,}15p - 0{,}62n) - (0{,}69n - 1{,}45p + 1{,}7x)$

12. $m + [(a - b) + (b + d)]$
13. $m + [(b + c) - (m + d)]$
14. $m - [(a - b) - (c - m)]$
15. $m - [(x - y) - (a - m)]$
16. $(7a - 2b) - [(3a - c) - (2b - 3c)]$
17. $(9a - 4c) - [((3b - 4c) + 5a) - 3b]$
18. $(8a + 3b) - [3b - (4c + (x - 7a))]$
19. $(3x + 5y) - [(7x - 3y) - (5x - 7y)] + (x - y)$
20. $((3a - 4b) - 2x) - ((3x + 3b) - (4x - 2a + b))$
21. $(8m - l) + 5p - ((3q + 4p - l) + 7m - (2q - p))$
22. $((8x - 3y) - 5y + 6) - ((5x - 7y) - (3x - 6)) - (6x - y)$

22_1. $8\frac{1}{2}n - (3\frac{1}{3}p - (p - 5{,}5n)) - (5\frac{1}{6}p + (2n - 0{,}5p))$

22_2. $(2\frac{1}{4}x - (3\frac{1}{4}y + t)) - ((0{,}75x - 0{,}5y) + (\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y - t))$

22_3. $(7{,}01p - (2{,}5r - 1{,}74)) - ((4\frac{1}{2}r - 0{,}79p) - 3{,}26) + 1\frac{1}{5}p$

22_4. $8{,}08x - (0{,}55y - (p - 7\frac{3}{4}x) + 7\frac{1}{5}y) - (0{,}33x - \frac{3}{4}y)$

22_5. $(6{,}45ab - (0{,}8x - 3{,}7)) - ((3\frac{1}{4}ab - 7{,}3x) + 4{,}2) - 6\frac{1}{2}x$

Schließe in folgenden Aggregaten alle Größen außer der ersten für die Aufgaben 1. — 8. in einen Summanden, für die Aufgaben 9. — 16. in einen Subtrahenden ein:

1. $m + x + y$	2. $m + a - b$
3. $m - p + q$	4. $m - x + 1$
5. $m + 7a - 5b + 3c$	6. $m - 3a - 2b + x$

7. $m - x + 3y - z$
8. $m - n - v + 9$
9. $m - a - b$
10. $m - c + d$
11. $m + x - y$
12. $m + u - 1$
13. $m - a + b - c$
14. $m + x - y + 5$
15. $m + x + y - 2z$
16. $m + 2n + 3p - 8$

V.

Relative Größen.

Eine absolute Größe ist eine Größe, die man sich als eine Summe von Einheiten denkt, gleichviel, auf welche Art sie entstanden ist. — Eine positive Größe ist (für die Rechnung nichts als) eine aus dem Zusammenhange herausgenommene und für sich allein betrachtete Größe mit dem Zeichen + (plus), also ein Summand mit seinem Zeichen. — Eine negative Größe ist (für die Rechnung nichts als) eine aus dem Zusammenhange herausgenommene und für sich allein betrachtete Größe mit dem Zeichen — (minus), also ein Subtrahend mit seinem Zeichen. — In dem Aggregat $a + b - c$ heißt $+ b$ eine positive, $- c$ eine negative Größe. In dieser Auffassung denkt man sich den Ausdruck $a + b - c$ aus den Theilen a, $+ b$ und $- c$ bestehend, oder als die Summe der Größen a, $+ b$ und $- c$, d. h. $a + b - c = a + (+ b) + (- c)$.

1. Welche Bedeutung haben die positiven und negativen Größen in Bezug auf die Null?

2. Welche Beispiele weißt du für positive und negative Größen anzugeben?

3. Wie denkt man sich eine positive und wie eine negative Größe entstehen?

4. Wie kommt man in der Rechnung auf eine negative Größe?

5. Wie heißen positive und negative Größen mit einem gemeinsamen Namen?

6. Welche Größen nennt man gleichartig? welche entgegengesetzt?

7. Was sind Vorzeichen? Welcher Unterschied ist zwischen den Vorzeichen und den Operationszeichen + und —?

8. Wie unterscheidet sich eine absolute Größe von einer positiven?

9. Wie muß eine absolute Größe aufgefaßt werden, wenn sie in Gegensatz zu einer negativen tritt?

10. Wie läßt sich nach Einführung der negativen Größen jede Differenz darstellen?

11. Welchen Nutzen kannst du dir von der Einführung der negativen Größen vorstellen?