

**Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

**Resultate für den Maschinenbau**

[Hauptband]

**Redtenbacher, Ferdinand**

**Mannheim, 1848**

Zahnräder

[urn:nbn:de:bsz:31-282867](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-282867)

a und b die Entfernungen des Mittelpunktes der Spannrolle von den Punkten, in welchen der Riemen die Rollen berührt; so hat man annäherungsweise, wenn der Riemen durch die Spannrolle nicht zu stark eingebogen wird:

$$q = 2 P \sqrt{\frac{2(a+b)}{ab} \frac{L(1.5P-T)}{\Omega \varepsilon}}$$

Für den Fall, dass die Spannung T gleich 0 und dass  $a = b$  ist, hat man:

$$q = 5 P \sqrt{\frac{L P}{\Omega \varepsilon a}}$$

Man darf hier setzen:

$$\frac{P}{Q} = 10, \quad \varepsilon = 400,$$

und dann wird:

$$q = 0.8 P \sqrt{\frac{L}{a}}$$

### Zahnräder.

84.

*Bestimmung aller Dimensionen der Zahnräder, wenn die totale Kraft, welche in einer Welle enthalten ist, durch zwei Zahnräder auf eine zweite Welle übertragen werden soll.*

a) Durchmesser der Wellen.

Diese sind nach den in Nr. 66 bis 72 enthaltenen Regeln oder Tabellen zu bestimmen.

b) Relative Größe eines Rades.

Damit die Räder passende Verhältnisse erhalten, müssen die Durchmesser derselben zum Durchmesser der Wellen in einem gewissen Verhältnisse stehen. Wir nennen das Verhältniss zwischen dem Durchmesser eines Rades und dem Durchmesser der entsprechenden Welle: die relative Größe des Rades, und sagen von einem Rade, dessen

relative Grösse z. B. 5 ist, es sei ein fünffaches Rad in Bezug auf eine gewisse Welle. — Wenn die Uebersetzungszahl nicht grösser als 5 ist, darf für das langsamer gehende zweier aufeinanderwirkender Zahnräder immer ein fünf- oder sechsfaches Rad genommen werden; ein fünffaches für aufrechte, ein sechsfaches für liegende Wellbäume. Der Halbmesser des grösseren Rades ist also für aufrechte Wellbäume fünfmal, für liegende Wellbäume sechsmal so gross zu machen, als der Durchmesser des Wellbaums. — Der Halbmesser des kleineren Rades wird gefunden, wenn man jenen des grösseren Rades durch die Uebersetzungszahl dividirt. — Wenn die Uebersetzungszahl grösser als fünf ist, ist es am zweckmässigsten, von dem Halbmesser des kleineren Rades auszugehen. Man darf in diesem Falle den Halbmesser des kleineren Rades 1.5 bis 3 Mal so gross nehmen, als den Durchmesser der schneller gehenden Welle, und dann findet man den Halbmesser des grösseren Rades, wenn man jenen des kleineren Rades mit der Uebersetzungszahl multipliziert.

- c) Dimensionen und Anzahl der Zähne für Räder von Maschinen, die durch Menschenkräfte oder durch andere Motoren bewegt werden.

Es sei:

R der Halbmesser eines Rades;

d der Durchmesser der Welle;

$\alpha$  die Dicke auf dem Theilkreis gemessen, eines eisernen Zahnes;

$\beta$  die Breite des Zahnes, d. h. die, bei Stirnrädern parallel mit der Axe und bei Kegelrädern nach der Spitze des Grundkegels hin gemessene, Dimension eines Zahns;

$\gamma$  die Länge eines Zahns, d. h. die, bei Stirnrädern nach radialer Richtung, bei Kegelrädern nach der Spitze des Ergänzungskegels hin gemessene Dimension eines Zahns;

t die Zahntheilung (der Abstich);

$\mathcal{N}$  die Anzahl der Zähne des Rades.

Dies vorausgesetzt, hat man zur Bestimmung von  $\alpha$   $\beta$   $\gamma$   $\mathcal{N}$ , wenn R und d gegeben sind:

$$\frac{\beta}{d} = 1.33 \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{d}{R}}$$

$$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{t}{\alpha} = \begin{cases} 2.1 & \text{für Eisen auf Eisen,} \\ 2.67 & \text{„ Holz „ „} \end{cases}$$

$$\mathfrak{N} = \begin{cases} 2.25 \left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} = 3 \cdot \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \left(\frac{R}{\beta}\right) & \text{für Eisen auf Eisen,} \\ 1.79 \left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} = 2.38 \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \left(\frac{R}{\beta}\right) & \text{für Holz auf Eisen,} \end{cases}$$

Die Resultate, welche diese Formeln liefern, sind in der ersteren der zwei nachfolgenden Tabellen zusammengestellt. Dieselbe gibt für verschiedene Werthe von  $\frac{R}{d}$  und von  $\frac{\beta}{\alpha}$  die entsprechende Werthe von  $\frac{\beta}{d}$  und von  $\mathfrak{N}$ . Für Räder von Maschinen, die durch Menschenkräfte bewegt werden, ist  $\frac{\beta}{\alpha}$  gleich 4 bis 5 zu nehmen. Für Räder, die durch Wasser- oder Dampfkraft bewegt werden, darf man in den meisten Fällen  $\frac{\beta}{\alpha} = 6$  nehmen. Für sehr schnell gehende Transmissionsräder ist zur Verminderung der Abnützung der Zähne eine grosse Zahnbreite vortheilhaft; daher für derlei Räder  $\frac{\beta}{\alpha}$  gleich 7 bis 8 genommen werden soll. Um den Gebrauch dieser Tabelle zu erklären, dienen folgende Beispiele:

Es soll ein sechsfaches Rad für eine Welle von 8 Centn. Durchmesser construirt werden. Rad und Welle gehören zu einer Winde, die durch Menschenkraft bewegt wird. Es ist also:

Durchmesser der Welle . . . . .  $d = 8$  Centn.

Relative Grösse des Rades . . . . .  $\frac{R}{d} = 6$ .

Halbmesser des Rades . . . . .  $R = 6 \times 8 = 48$  Centn.

Verhältniss zwischen Breite und Dicke der Zähne .  $\frac{\beta}{\alpha} = 5$ .

Verhältniss zwischen der Zahnbreite und dem Wellendurchmesser (nach Tabelle) . . . . .  $\frac{\beta}{d} = 1.212$

Zahnbreite . . . . .  $\beta = 8 \times 1.212 = 9.696$  Centn.

Anzahl der Zähne (Eisen auf Eisen  
nach Tabelle) . . . . .  $\mathfrak{N} = 74$

Es soll ein fünffaches Transmissionsrad für eine Welle von 16 Centm. Durchmesser construirt werden. Hier ist:

Durchmesser der Welle . . . . .  $d = 16$  Centm.

Relative Grösse des Rades . . . . .  $\frac{R}{d} = 5$

Verhältniss zwischen Breite und Dicke der Zähne .  $\frac{\beta}{\alpha} = 6$

Verhältniss zwischen Zahnbreite und Wellendurchmesser (nach Tabelle) . . . . .  $\frac{\beta}{d} = 1.458$

Breite der Zähne . . . . .  $\beta = 1.458 \times 16 = 23.3$  Centm.

Anzahl der Zähne (Holz auf Eisen) . . . . .  $\mathfrak{N} = 50$

Es soll ein 4.5faches Transmissionsrad für eine sehr schnell gehende Welle von 12 Centm. Durchmesser construirt werden. Hier ist:

der Durchmesser der Welle . . . . .  $d = 12$  Centm.

relative Grösse des Rades . . . . .  $\frac{R}{d} = 4.5$

Halbmesser des Rades . . . . .  $R = 4.5 \times 12 = 54$  Centm.

Verhältniss zwischen Breite und Dicke der Zähne  $\frac{\beta}{\alpha} = 7$

Verhältniss zwischen Zahnbreite und Wellendicke  $\frac{\beta}{d} = 1.659$

Zahnbreite . . . . .  $\beta = 1.659 \times 12 = 20$  Centm.

Anzahl der Zähne (Holz auf Eisen) . . . . .  $\mathfrak{N} = 46$ .

- d) Bestimmung der Welle, welche einem Rade von gegebenen Abmessungen entspricht. Wenn das Rad gegeben und die Welle gesucht wird, kennt man:  $\frac{R}{\beta} \frac{\beta}{\alpha}$ , und dann findet man:

$$\frac{d}{\beta} = 0.826 \frac{\sqrt[3]{\frac{R}{\beta}}}{\sqrt[3]{\frac{\beta}{\alpha}}}$$

$$\mathfrak{N} = \begin{cases} 3 \left( \frac{\beta}{\alpha} \right) \left( \frac{R}{\beta} \right) & \text{für Eisen auf Eisen} \\ 2 \cdot 38 \left( \frac{\beta}{\alpha} \right) \left( \frac{R}{\beta} \right) & \text{„ Holz „ „} \end{cases}$$

Die Resultate, welche diese Formeln liefern, sind in der letzteren der zwei folgenden Tabellen zusammengestellt.

Beispiel. Es sei für ein bestehendes Rad  $\beta = 20$  Centm.

$R = 100$  Centm.  $\frac{\beta}{\alpha} = 6$ . Dann findet man in der Tabelle:

$\frac{d}{\beta} = 0 \cdot 771$ ; folglich wird  $d = 0 \cdot 771 \times 20 = 15 \cdot 42$  Centm.;

ferner ist nach der Tabelle für Eisen auf Eisen:  $\mathfrak{N} = 90$ .

Zu 84. c. Tabelle über die Dimensionen und Anzahl der Zähne für Räder.

$\frac{R}{d}$	$\frac{\beta}{\alpha} = 4$		$\frac{\beta}{\alpha} = 5$		$\frac{\beta}{\alpha} = 6$		$\frac{\beta}{\alpha} = 7$		$\frac{\beta}{\alpha} = 8$		
	$\frac{\beta}{d}$	$\frac{\beta}{\alpha}$									
1.0	2.660	5	2.967	4	3.258	6	3.519	5	3.761	6	5
1.5	2.172	8	2.424	7	2.660	10	2.872	9	3.071	12	10
2.0	1.860	13	2.076	11	2.278	15	2.460	14	2.630	18	14
2.5	1.682	18	1.877	16	2.060	22	2.225	19	2.378	25	20
3.0	1.536	23	1.714	21	1.882	29	2.032	25	2.171	33	26
3.5	1.422	29	1.586	26	1.741	36	1.881	31	2.010	42	34
4.0	1.330	36	1.484	32	1.628	44	1.760	38	1.880	51	41
4.5	1.254	43	1.399	38	1.530	52	1.659	46	1.774	61	49
5.0	1.190	50	1.328	45	1.458	62	1.574	54	1.682	71	57
5.5	1.134	58	1.265	52	1.411	71	1.500	62	1.602	82	66
6.0	1.086	66	1.212	59	1.330	81	1.437	70	1.535	94	75
6.5	1.048	75	1.169	66	1.284	91	1.386	79	1.481	105	84
7.0	1.006	83	1.122	74	1.231	102	1.331	88	1.422	118	94
7.5	0.971	92	1.083	82	1.189	113	1.284	98	1.373	131	105
8.0	0.941	102	1.049	91	1.153	125	1.245	108	1.330	144	115
8.5	0.912	112	1.017	100	1.117	137	1.207	118	1.290	158	126
9.0	0.887	122	0.990	109	1.086	148	1.172	129	1.254	168	134
9.5	0.863	132	0.963	118	1.063	161	1.141	139	1.220	186	149
10	0.841	142	0.938	127	1.030	174	1.112	150	1.188	201	161

Zu 84 d. Tabelle zur Bestimmung der Welle, welche einem Rade von gegebenen Abmessungen entspricht.

$R \frac{\beta}{\beta}$	$\frac{\beta}{a} = 4$		$\frac{\beta}{a} = 5$		$\frac{\beta}{a} = 6$		$\frac{\beta}{a} = 7$		$\frac{\beta}{a} = 8$	
	$\frac{d}{\beta}$	$\mathcal{R}$ Eisen. Eisen.	$\frac{d}{\beta}$	$\mathcal{R}$ Eisen. Holz Eisen.	$\frac{d}{\beta}$	$\mathcal{R}$ Eisen. Holz Eisen.	$\frac{d}{\beta}$	$\mathcal{R}$ Eisen. Holz Eisen.	$\frac{d}{\beta}$	$\mathcal{R}$ Eisen. Holz Eisen.
0.5	0.412	6	0.382	8	0.358	9	0.340	41	0.325	12
1.0	0.518	12	0.480	15	0.451	18	0.428	21	0.410	24
1.5	0.593	18	0.597	23	0.456	27	0.491	31	0.470	36
2.0	0.653	24	0.605	30	0.568	36	0.540	42	0.517	48
2.5	0.703	30	0.652	38	0.612	45	0.562	53	0.557	60
3.0	0.745	36	0.692	45	0.650	54	0.618	63	0.591	72
3.5	0.788	42	0.729	53	0.746	63	0.650	74	0.623	84
4.0	0.824	48	0.762	60	0.716	72	0.680	84	0.651	96
4.5	0.856	54	0.793	68	0.744	81	0.708	95	0.681	108
5.0	0.887	60	0.821	75	0.771	90	0.733	105	0.701	120
5.5	0.915	66	0.848	83	0.796	99	0.756	116	0.724	132
6.0	0.942	72	0.873	90	0.819	108	0.779	126	0.746	144
6.5	0.968	78	0.895	98	0.841	117	0.800	136	0.765	156
7.0	0.992	84	0.918	105	0.862	126	0.820	147	0.784	168
7.5	1.015	90	0.940	113	0.882	135	0.839	157	0.803	180
8.0	1.037	96	0.960	120	0.902	144	0.857	168	0.820	192
8.5	1.058	102	0.980	127	0.920	153	0.875	179	0.837	204
9.0	1.078	108	0.998	135	0.938	162	0.892	189	0.854	216
9.5	1.098	114	1.017	143	0.955	171	0.908	200	0.869	228
10.0	1.117	120	1.034	150	0.970	180	0.923	221	0.884	240

## e) Querschnittsdimensionen der Zahnkränze. Tafel IX.

Die Querschnittsdimensionen des Zahnkranzes dürfen alle der Zahnbreite  $\beta$  proportionel gemacht werden. Die Figuren 73 bis 81 enthalten die Verhältnisszahlen zwischen den Querschnittsdimensionen der Zahnkränze und der Zahnbreite. Die Verhältnisszahlen der Figuren 73, 75, 76, 78, 79, 81 dürfen für jedes Verhältniss von  $\frac{\beta}{\alpha}$  gebraucht werden. Die Verhältnisszahlen der Figuren 74, 77, 80 gelten aber nur für den gewöhnlicheren Fall, wenn  $\frac{\beta}{\alpha} = 6$  ist. Für den Gebrauch dieser Zeichnungen dienen folgende Erklärungen:

- Fig. 73. Querschnitt eines Stirnrades mit hölzernen Zähnen für Räder bis zu 20 Centm. Zahnbreite.  
 Fig. 75. Querschnitt eines Kegelrades mit hölzernen Zähnen für Räder bis zu 20 Centm. Zahnbreite.  
 Fig. 74. Durchschnitt eines Kegel- oder Stirnrades mit hölzernen Zähnen.  
 Fig. 76. Querschnitt eines Stirnrades mit eisernen Zähnen.  
 Fig. 78. Querschnitt eines Kegelrades mit eisernen Zähnen.  
 Fig. 77. Ansicht eines Stirnrades mit eisernen Zähnen.  
 Fig. 79. Querschnitt eines Stirnrades mit hölzernen Zähnen für Räder über 20 Centm. Zahnbreite.  
 Fig. 81. Querschnitt eines Kegelrades mit hölzernen Zähnen für Räder über 20 Centm. Zahnbreite.  
 Fig. 80. Durchschnitt eines Rades mit hölzernen Zähnen.

## f) Dimensionen der Hülse und des Keiles. Fig. 82—85.

Länge der Hülse . . . . .	$l = \beta + 0.06 R$
Durchmesser der Höhlung . . . . .	$d_1 = \frac{5}{4} d$
Metalldicke der Hülse . . . . .	$\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} d$
Breite des Keiles . . . . .	$k = 0.9 \delta$
Dicke des Keiles . . . . .	$= \frac{1}{2} k$

## g) Anzahl und Dimensionen der Radarme. Fig. 82—85.

Die Anzahl der Radarme ist gleich der relativen Grösse  $\frac{R}{d}$  des Rades. Ist  $\frac{R}{d}$  eine unganze Zahl, so nimmt man für die Anzahl der Arme die ganze Zahl, welche dem Werth von  $\frac{R}{d}$  am nächsten liegt.

Nennt man:

$\mathfrak{N}$  die Anzahl der Arme eines Rades;

$d$  den Durchmesser der Welle;

$h$  die Breite der Hauptnerve eines Armes;

so hat man zur Bestimmung von  $h$  die Formel:

$$\frac{h}{d} = \frac{1.7}{\sqrt[3]{\mathfrak{N}}}$$

Aus dieser findet man:

für $\mathfrak{N} =$	3	4	5	6	8	10	12.
$\frac{h}{d} =$	1.18	1.08	1.00	0.94	0.86	0.79	0.75.

Ist  $h$  bestimmt, so hat man ferner zu nehmen:

Dicke der Hauptnerve . . . . .	$= \frac{1}{5} h.$
Dicke der Nebennerve . . . . .	$= \frac{1}{6} h.$
Breite des Arms am Zahnkranz . . . . .	$= \frac{3}{4} h.$

85.

*Abmessungen der Räder, wenn dieselben nur einen Theil der Kraft übertragen, welche in der Welle wirkt,*

Wenn nur ein Theil der Kraft, welche in einer Welle enthalten ist, mittelst zweier Räder auf eine zweite Welle übertragen werden soll, dürfen die in vorhergehender N<sup>o</sup> aufgestellten Regeln ebenfalls angewendet werden; man muss jedoch statt des wirklichen Durchmessers der treibenden Welle denjenigen Durchmesser in Rechnung bringen, welcher der Kraft entspricht, die in der That übertragen wird. Beispiel: Von einer Welle, welche 156 Pferdekräfte mit 80 Umdrehungen per 1 Min. fortpflanzt, sollen mittelst zweier Räder 40 Pferdekräfte auf eine zweite Welle übertragen werden, und diese letztere soll per 1 Min. 160 Umdrehungen machen.

Hier ist:

Wirklicher Durchmesser der treibenden Welle  $16 \sqrt[3]{\frac{156}{80}} = 20 \text{ Ctm.}$

Wirklicher Durchmesser der getriebenen Welle  $16 \sqrt[3]{\frac{40}{160}} = 10 \text{ Ctm.}$

Durchmesser einer Transmissionswelle für 40 Pferdekraft und

$$80 \text{ Umdrehungen per 1 Min.} \quad . . . . . 16 \sqrt[3]{\frac{40}{80}} = 13 \text{ Ctm.}$$

Vermittelt dieses letzteren Durchmessers findet man nun durch Anwendung der in N<sup>o</sup> 84 aufgestellten Regeln:

$$\text{Halbmesser des treibenden Rades} \quad . . . . . 5 \times 13 = 65 \text{ Ctm.}$$

$$\text{Halbmesser des getriebenen Rades} \quad . . . . . \frac{1}{2} 65 = 32.5 \text{ Ctm.}$$

$$\text{Zahnbreite der Räder} \left( \frac{\beta}{\alpha} = 6, \frac{R}{d} = 5 \right) \quad 1.458 \times 13 = 18.95 \text{ Ctm.}$$

$$\text{Anzahl der Zähne (Eisen auf Eisen)} \quad . . . . . \left. \begin{array}{l} = 62. \\ = 31. \end{array} \right\}$$

86.

*Abmessungen der Räder, wenn ein Theil der Kraft, welche in der treibenden Welle enthalten ist, vermittelt eines in mehrere andere Räder eingreifenden Rades, auf mehrere Axen übertragen werden soll.*

Auch in diesem Falle können die Regeln von N<sup>o</sup> 84 angewendet werden, wenn man die geeigneten Wellendurchmesser in Rechnung bringt. Wie diese gefunden werden, erhellt aus folgendem Beispiel. Eine Welle A macht per 1 Min. 60 Umdrehungen und enthält einen Effekt von 80 Pferden. Von dieser Welle aus sollen 50 Pferdekraft auf drei andere Wellen B C D übertragen werden, und zwar auf B 10, auf C 15 und auf D 25 Pferdekraft, und die Geschwindigkeiten dieser drei Wellen sollen sein: für B 60, für C 80, für D 120 Umdrehungen per 1 Min. Die mit den Wellen A B C D zu verbindenden Räder seien A<sub>1</sub> B<sub>1</sub> C<sub>1</sub> D<sub>1</sub>.

Die wirklichen Wellendurchmesser sind für:

A	B	C	D
nahe 8	8.6	9.4	9.5 Centm.

Die Zähne des Rades A müssen so stark sein wie bei einem Rad, welches mit 60 Umdrehungen einen Effekt von 25 Pferdekraften überträgt.

Zur Bestimmung der Zähne muss demnach eine Welle von  $16 \sqrt[3]{\frac{25}{60}} = 12$  Centm. in Rechnung gebracht werden, und man erhält:

Halbmesser des Rades A	. . . . .	$6 \times 12 = 72$	Centm.
" " " B	. . . . .	= 72	"
" " " C	. . . . .	$72 \frac{60}{80} = 54$	"

Durchmesser des Rades D . . . . .  $72 \frac{60}{120} = 36$  Centm.

Zahnbreite sämmlicher Räder  $\left(\frac{\beta}{\alpha} = 6\right) 1.33 \times 12 = 15.96$  Ctm.

Anzahl der Zähne des Rades A (Eisen auf Eisen) = 81.

Die Arme des Rades A übertragen einen Effekt von 50 Pferden; zur Bestimmung der Arme des Rades A muss demnach eine Welle von

$16 \sqrt[3]{\frac{50}{60}} = 15$  Centm. in Rechnung gebracht werden, und man erhält:

Anzahl der Arme des Rades A . . . . . = 6.

Breite eines Radarmes . . . . .  $15 \times 0.94 = 14.1$ .

Die Arme der Räder B C D sind nach den wirklichen Wellendurchmessern von B<sub>1</sub> C<sub>1</sub> D<sub>1</sub> zu construiren.

## 87.

*Die Schraube ohne Ende.*

Wenn eine Schraube ohne Ende sammt dem dazu gehörigen Zahnrad construirt werden soll, wird jederzeit eine der beiden Drehungsaxen entweder unmittelbar gegeben oder leicht zu bestimmen sein.

Nennt man nun:

d den Durchmesser der Schraubenaxe;

d<sub>1</sub> den Durchmesser der Radaxe;

ℛ die Anzahl der Zähne des Rades;

β die Zahnbreite, α die Zahndicke;

R den Halbmesser des Rades;

r den Halbmesser der Schraube;

so hat man, wenn ℛ und entweder d oder d<sub>1</sub> bekannt sind, zur Bestimmung der übrigen Grössen folgende Beziehungen:

$$\frac{d_1}{d} = 0.6 \sqrt[3]{\mathfrak{R}}$$

$$\frac{R}{d} = 0.21 \mathfrak{R}$$

$$\frac{\beta}{d} = 2.5$$

$$\frac{r}{d} = 2$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 4$$