Resultate für den Maschinenbau

[Hauptband]

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1848

Festigkeit der Körper gegen lebendige Kräfte

urn:nbn:de:bsz:31-282867

54.

Körper von gleicher rückwirkender Festigkeit.

Fig. 43 werden auf folgende Art erhalten: Man bestimme nach Nr. 42 den mittleren Querschnitt des Körpers. Ist h irgend eine Dimension desselben, so findet man die analoge Dimension in einem beliebigen Querschnitt, welcher von dem Ende des Stabes um x entfernt ist, durch folgenden Ausdruck:

$$\frac{x}{l} = \frac{2}{\pi} \left\{ \text{Arc. sin. } \frac{z}{h} - \frac{z}{h} \sqrt{1 - \left(\frac{z}{h}\right)^2} \right\}.$$

Annähernd erhält man Körperformen von gleicher rückwirkender Festigkeit, wenn man an den Enden Querschnitte annimmt, die mit dem mittleren geometrisch ähnlich aber im Verhältniss 7 : 10 linear kleiner sind, und sodann die zusammengehörigen Punkte der drei Querschnitte durch schwach gekrümmte Linien verbindet.

55.

Wirkungsgrössen, welche zur Ausdehnung, Zusammenpressung, Biegung und Drehung von stabförmigen Körpern nothwendig sind.

a. Ausdehnung oder Zusammenpressung. Es sei

- V das Volumen des Stabes;
- l die Länge des Stabes;
- Ω der Querschnitt des Stabes;
- ε der Modulus der Elasticität des Materials, aus welchem der Stab besteht. Tabelle Nr. 57;
- λ die Ausdehnung oder Zusammenpressung (Verlängerung oder Verkürzung) des Stabes;
- $\mathfrak{A}$ die Spannung per 1 Quadrat-Centm., welche in der ganzen Ausdehnung des Stabes eintritt, wenn derselbe um λ gedehnt worden ist;
- W die Wirkungsgrösse in Kilog. Centm., welche dieser Ausdehnung entspricht, so ist:

$$\left.\begin{aligned} W &= \frac{\Omega\,\varepsilon}{2}\,\frac{\lambda^2}{l} \\ \text{oder auch}\quad W &= \frac{1}{2}\cdot V\,\frac{\mathfrak{A}^2}{\varepsilon} \end{aligned}\right\}\ \text{Kilog. Centm.}$$

Setzt man in den letzten dieser Ausdrücke für $\mathfrak{A}$ den Coefizienten für die absolute Festigkeit des Materials, aus welchem der Stab besteht, so erhält man die Wirkungsgrösse, welche erforderlich ist, um den Stab bis zum Abreissen auszudehnen. Diese Wirkungsgrösse ist proportional: 1) dem Volumen des Stabes; 2) dem Quadrat der absoluten Festigkeit und 3) umgekehrt proportional dem Modulus der Elasticität.

Die Widerstandsfähigkeit der Materialien gegen Wirkungsgrössen muss nach dem Quotienten $\frac{\mathfrak{A}^2}{\varepsilon}$ beurtheilt werden. Die Werthe desselben sind in Tabelle Nr. 57 enthalten.

b. Biegung der Stäbe.

Nennt man:

E denjenigen von den auf Tafel V. zusammengestellten Ausdrücken, welcher der Querschnittsform des Stabes entspricht;

z den Abstand der neutralen Faser von der am stärksten ausgedehnten Faser;

l die ganze Länge des Stabes:

$\mathfrak{B}$ die auf 1 Quadrat-Centm. bezogene stärkste Spannung, welche in dem Stab vorkommt;

ε den Modulus der Elasticität des Materials, aus welchem der Stab besteht;

V das Volumen des Stabes;

W die Wirkungsgrösse in Kilog. Centm., welche erforderlich ist, um den Stab so stark zu biegen, dass die auf 1 Quadrat-Centm. bezogene stärkste Spannung gleich $\mathfrak{B}$ wird, so ist:

$$W = \frac{1}{6} \frac{\mathfrak{B}^2}{\varepsilon} \frac{E\,l}{z}$$

und dieser Ausdruck gilt sowohl für den Fall, wenn der Stab an dem einen Ende befestigt ist und die biegende Kraft auf das andere freie Ende einwirkt, als auch dann, wenn der Stab auf zwei Unterstützungspunkten liegt und die biegende Kraft auf irgend einen dazwischenliegenden Punkt wirksam ist.

Für die einfacheren Querschnittsformen wird $\frac{E\,l}{z}$ dem Volumen des Stabes proportional und man findet:

a) Für einen Stab mit rechteckigem Querschnitt:

$$W = \frac{1}{18} \frac{\mathfrak{B}^2}{\varepsilon} V.$$

b) Für einen massiven cylindrischen Stab:

$$W = \frac{1}{24} \cdot \frac{\mathfrak{B}^2}{\varepsilon} \cdot V.$$

c) Für einen ellyptischen Stab:

$$W = \frac{1}{24} \frac{\mathfrak{B}^2}{\varepsilon} \cdot V.$$

d) Für einen dreikantigen Stab:

$$W = \frac{1}{12} \frac{\mathfrak{B}^2}{\varepsilon} V.$$

Die Werthe von $\frac{\mathfrak{B}^2}{\varepsilon}$, welche dem Bruch durch Biegung entsprechen, sind in Tabelle Nr. 57 zusammengestellt.

c. Drehung der Stäbe.

Nennt man:

V das Volumen eines quadratischen oder runden Stabes;

G den Modulus der Elasticität für Drehung und für das Material, aus welchem der Stab besteht. Tabelle Nr. (57);

T die auf 1 Quadrat-Centm. bezogene grösste Spannung, welche an der Oberfläche des Stabes in Folge einer Verwindung desselben eintritt. Tabelle Nr. 57,

W die in Kilogr.-Centm. ausgedrückte Wirkungsgrösse, welche erforderlich ist, um den Stab so stark zu verwinden, bis die Spannung T eintritt, so ist:

a) für cylindrische Stäbe:

$$W = \frac{1}{4} \frac{T^2}{G} \cdot V$$

b) für quadratische oder rechteckige Stäbe:

$$W = \frac{1}{6} \frac{T^2}{G} \cdot V$$

Die Werthe von $\frac{T^2}{G}$, welche dem Reissen der Fasern an der Oberfläche entsprechen, sind in der Tabelle Nr. 57 enthalten.

56.

Bemerkung.

Aus den in vorhergehender Nr. zusammengestellten Resultaten ersieht man, dass die Widerstandsfähigkeit der Körper gegen Wirkungsgrössen, also auch gegen die Einwirkung von lebendigen Kräften, bei allen einfacheren Körperformen dem Volumen proportional ist, dass es also nur auf dieses Letztere und nicht auf die einzelnen Dimensionen ankommt. Zwei Stäbe z. B., die aus einerlei Material bestehen und gleich grosse Volumen haben, gewähren einerlei Widerstandsfähigkeit gegen die Einwirkung von lebendigen Kräften, wie auch sonst die Dimensionen der Stäbe beschaffen sein mögen. Genau ist jedoch dieses Gesetz (welches für den Bau der Maschinen, die lebendigen Kräften zu widerstehen haben, von bedeutender Wichtigkeit ist), nur dann, wenn die Formänderungen der Körper nicht zu rapid erfolgen, so dass die Einwirkung der lebendigen Kraft Zeit findet, sich über den ganzen Körper zu verbreiten.

57.

Coefficienten für die Festigkeit und Elasticität der Materialien.

Die folgende Tabelle enthält die Coefficienten für die Festigkeit und Elasticität derjenigen Materialien, welche im Maschinenbau vorzugsweise verwendet werden.

Columne $\mathfrak{A}$. Coefficienten für die absolute Festigkeit pr. 1 Quadrat-Centm.

Columne $\mathfrak{B}$. Brechungs-Coefficienten pr. 1 Quadrat-Centm.

Columne T. Coefficienten für den Bruch durch Abwinden.

Columne ε. Modulus der Elasticität der Materialien zur Berechnung der Ausdehnung, Zusammenpressung und Biegung der Körper.

Columne G. Modulus der Elasticität der Materialien zur Berechnung der Torsion von Stäben.

Columne $\frac{\mathfrak{A}^2}{\varepsilon}$ Coefficienten zur Berechnung der Wirkungsgrössen, welche zum Abreissen der Körper erforderlich sind.

Columne $\frac{\mathfrak{B}^2}{\varepsilon}$ Coefficienten zur Berechnung der Wirkungsgrössen, welche zum Abbrechen der Körper erforderlich sind.

Columne $\frac{T^2}{G}$ Coefficienten zur Berechnung der Wirkungsgrössen, welche zum Abwinden von Stäben erforderlich sind.

Die Coefficienten sind sämmtlich die mittleren Werthe der zahlreichen Versuchsresultate über die Festigkeit der Materialien.