Resultate für den Maschinenbau

[Hauptband]

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1848

Biegung stabförmiger Körper

urn:nbn:de:bsz:31-282867

so ist, wenigstens für nicht zu starke Ausdehnungen oder Zusammenpressungen,

$$e = \frac{P}{a} \frac{l}{\varepsilon}, \quad \frac{P}{a} = \varepsilon \frac{e}{l}.$$

Biegung stabförmiger Körper.

46.

Biegung eines Stabes, der an dem einen Ende gehalten und am andern Ende belastet ist. Fig. 37.

Es sei:

P die Belastung am freien Ende des Stabes;

l die ganze Länge des Stabes;

f die Senkung des freien Endes;

α der Winkel, den die an das Ende des Stabes gezogene Tangente mit der ursprünglichen Richtung desselben bildet;

ε der Modulus der Elasticität des Materials, aus welchem der Stab besteht. Tabelle N° 57;

E derjenige von den auf Tafel V. zusammengestellten Ausdrücken, welcher der Querschnittsform des Stabes entspricht;

$x = Cn$, $y = mn$ die Coordinaten irgend eines Punktes der durch die Belastung krumm gewordenen neutralen Faser;

z die Entfernung der neutralen Faser von der am stärksten ausgedehnten Faser.

Diess vorausgesetzt, ist, wenn das Gewicht des Stabes vernachlässigt wird:

$$y = \frac{P}{2 \varepsilon E z} \left(l^2 x - \frac{1}{3} x^3\right)$$

$$f = \frac{1}{3} \frac{P l^3}{\varepsilon E z}$$

$$\text{tang. } \alpha = \frac{P l^2}{2 \varepsilon E z} = \frac{3}{2} \frac{f}{l}.$$

47.

Biegung eines auf zwei Stützen liegenden in der Mitte belasteten Stabes. Fig. 38.

Es sei:

21 die ganze Länge des Stabes;
2P die Belastung;
E, ε, z, wie im vorhergehenden Fall;
f = CD die Senkung der neutralen Faser in der Mitte;
Bn = x, mn = y die Coordinaten eines beliebigen Punktes der gebogenen neutralen Faser;
α der Winkel, den die zu A und B gezogenen Tangenten gegen AB bilden.

Diess vorausgesetzt, ist:

$$y = \frac{P}{2 \varepsilon E z} (l^2 x - \frac{1}{3} x^3)$$

$$f = \frac{1}{3} \frac{P l^3}{\varepsilon E z}$$

$$\text{tang.}\, \alpha = \frac{P l^2}{2 \varepsilon E z} = \frac{3}{2} \frac{f}{l}.$$

48.

Biegung eines Stabes, der auf zwei Stützpunkte gelegt und durch eine Kraft 2P *belastet ist, deren Angriffspunkt von den Stützpunkten um* c *und* c_1 *entfernt ist.* Fig. 39.

Es sei:

2P die Last;
21 die Entfernung der Stützpunkte;
c, c_1 die Entfernung der Last von den Stützpunkten;
E, ε, z, wie in N° 46;
$B n_1 = x_1$, $m_1 n_1 = y_1$. Coordinaten eines Punktes m_1 zwischen B und C;
An = x, mn = y Coordinaten eines Punktes m zwischen A und C;
f = DC die Senkung der neutralen Faser bei C;
α α_1 die Neigungen der neutralen Faser bei A und B gegen AB.

Wenn das eigene Gewicht des Stabes nicht berücksichtigt wird, hat man:

$$y = \frac{P}{E \varepsilon z} \cdot \frac{c_1}{6 l} \left\{ c \,[2 c_1 + c]\, x - x^3 \right\}$$

$$y_1 = \frac{P}{E \varepsilon z} \cdot \frac{c}{6 l} \left\{ c_1 [2c + c_1] x_1 - x_1^3 \right\}$$

$$f = \frac{P}{E \varepsilon z} \cdot \frac{c^2 c_1^2}{3 l}$$

$$\text{tang. } \alpha = \frac{P}{E \varepsilon z} \cdot \frac{c c_1 [2 c_1 + c]}{6 l}$$

$$\text{tang. } \alpha_1 = \frac{P}{E \varepsilon z} \frac{c c_1 [2c + c_1]}{6 l}$$

Wenn $c > c_1$ ist, wird die Tangente an die Kurve parallel mit AB für

$$x = \sqrt{\frac{1}{3} c [2 c_1 + c]}$$

und die entsprechende Senkung ist:

$$y = \frac{P}{E \varepsilon z} \frac{c_1}{l} \cdot \frac{1}{9\sqrt{3}} \left\{ c [2 c_1 + c] \right\}^{\frac{3}{2}}$$

49.

Biegung eines Stabes unter folgenden Umständen. Fig. 40.

Das Ende A frei und mit P belastet. Das Ende B befestiget. Auf der ganzen Länge eine Last P_1 gleichförmig vertheilt.

Bezeichnungen wie in N° 46, $An = x$, $mn = y$.

$$y = \frac{1}{E \varepsilon z} \left\{ \frac{1}{2} l^2 \left(P + \frac{1}{3} P_1 \right) x - \frac{1}{6} P x^3 - \frac{1}{24} P_1 \frac{x^4}{l} \right\}$$

$$f = \frac{1}{3} \frac{l^3 (P + \frac{3}{8} P_1)}{E \varepsilon z}$$

$$\text{tang. } \alpha = \frac{l^2 (P + \frac{1}{3} P_1)}{2 \varepsilon E z}$$

50.

Biegung eines Stabes unter folgenden Umständen. Fig. 41.

Der Stab liege bei A und B auf Stützpunkten, in der Mitte hänge eine Last 2 P, und auf seiner ganzen Länge sei eine Last $2 P_1$ gleichförmig vertheilt.

Bezeichnungen wie in N° 47, $An = x$, $mn = y$.

$$y = \frac{1}{2\,E\,\varepsilon\,z}\left\{ l^2\left(P + \frac{2}{3}P_1\right)x - \frac{1}{3}\left(P + P_1\right)x^3 + \frac{1}{12}\,P_1\,\frac{x^4}{l}\right\}$$

$$f = \frac{l^3}{2\,E\,\varepsilon\,z}\left(\frac{2}{3}P + \frac{5}{12}P_1\right)$$

$$\text{tang.}\,\alpha = \frac{l^2}{2\,E\,\varepsilon\,z}\left(P + \frac{2}{3}P_1\right)$$

51.

Berechnung des Torsionswinkels stabförmiger Körper.

Nennt man:

M das statische Moment der Kraft, durch welche ein Stab gedreht wird (die Kraft in Kilogr., den Hebelarm, an welchem, sie wirkt in Centm. ausgedrückt);

l die Länge des Stabes;

Θ der in Graden ausgedrückte Torsionswinkel;

G das statische Moment der Kraft, welches ein cylindrischer Stab von 1 Quad.-Centim. Querschnitt und von 1 Centim. Länge um 360° zu drehen vermag;

so ist:

a) für cylindrische Stäbe (Durchmesser = d)

$$\Theta^0 = 16\,\frac{M}{G}\,.\,l\,.\,\frac{360^0}{d^4\,\pi^2}$$

b) für einen quadratischen Stab (a Seite des Quadrats)

$$\Theta^0 = 6\,\frac{M}{G}\,.\,l\,.\,\frac{180}{a^4\,\pi}$$

c) für einen parallelepipedischen Stab (a, b Seiten des Querschnittes)

$$\Theta^0 = 3\,\frac{M}{G}\,.\,l\,.\,\frac{b^2 + a^2}{b^3\,a^3}\,.\,\frac{180}{\pi}.$$

Die Werthe von G sind gleich $0 \cdot 4\,\varepsilon$ und befinden sich in der Tabelle N° 57 zusammengestellt.

Körperformen von gleicher Festigkeit.

52.

Körper von gleicher absoluter Festigkeit.

Kurze Stäbe, deren Gewicht im Vergleich zu der sie ausdehnenden Kraft nicht gross ist, erhalten nach ihrer ganzen Ausdehnung gleiche