

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Die Eisenverluste in elliptischen Drehfeldern

Radt, Martin

Berlin, 1911

5. Die Hysteresisverluste in elliptischen Drehfeldern

[urn:nbn:de:bsz:31-274924](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-274924)

Ebenso sind in Fig. 6 für verschiedene Werte von k Kurven des Faktors k_{wr} zur Berechnung der Wirbelstromverluste im Rotor als Funktion von $\frac{c_r}{c}$ aufgetragen.

5. Die Hysteresisverluste in elliptischen Drehfeldern.

Beim zyklischen Ummagnetisieren von Eisen tritt bekanntlich ein Zurückbleiben des Magnetismus der Eisenteilchen hinter der

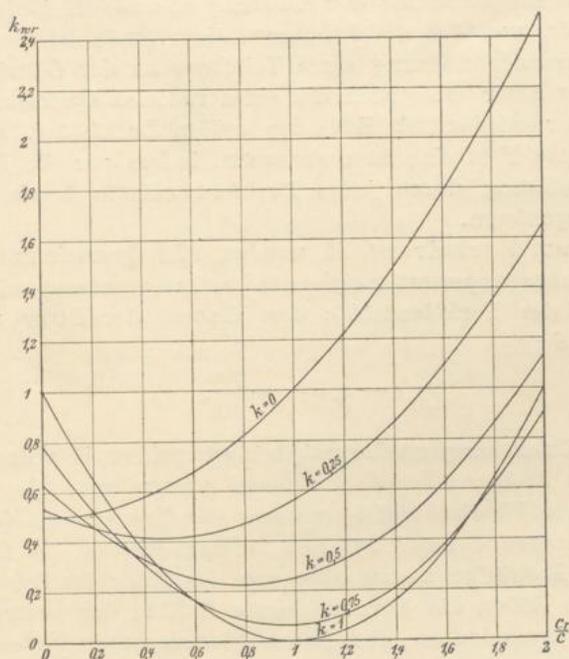


Fig. 6. Faktor k_{wr} zur Berechnung der Wirbelstromverluste im Rotor.

magnetisierenden Kraft auf, wodurch Wärmeverluste bedingt werden. Neben dieser, Hysteresis genannten Erscheinung beobachtet man ferner, daß bei Änderung der magnetisierenden Kraft das Eisen nicht sofort den entsprechenden magnetischen Zustand annimmt, sondern daß eine kleine Zeit verstreicht, bis dieser erreicht wird. Diese „Viskosität“ des Eisens ist aber nur von untergeordneter Bedeutung.

Nach Steinmetz berechnet man bei zyklischer Ummagnetisierung zwischen zwei entgegengesetzt gleichen Induktionen den Verlust durch Hysteresis mit Hilfe der empirischen Formel

Radt, Eisenverluste.

2

$$W_h = \sigma_h \frac{c}{100} \left(\frac{B}{1000} \right)^{1,6} V \dots \dots \dots (12)$$

setzt ihn also proportional der Zahl der Ummagnetisierungen und der 1,6^{ten} Potenz der Induktion. Wir müssen nun zunächst untersuchen, ob die Anwendung dieser Formel auch bei elliptischen Drehfeldern gestattet ist, d. h. ob die Eisenteilchen auch hier zyklische Ummagnetisierungen zwischen entgegengesetzt gleichen Induktionen erleiden. Wir nehmen dabei im folgenden an, daß in einem radialen Querschnitt der Maschine überall die gleiche Induktion herrscht, und daß die Feldkurve sinusförmig ist.

Die Ummagnetisierung eines Teilchens an der Oberfläche von Stator oder Rotor (also auch die eines radialen Querschnittes) bestimmen wir wieder mit Hilfe der beiden Drehfelder, aus denen das elliptische Feld sich zusammensetzt, indem wir die Kurve der Ummagnetisierung durch jedes Drehfeld einzeln bestimmen und dann superponieren.

In einem Kreisdrehfeld werden alle Querschnitte zyklisch zwischen entgegengesetzt gleichen Induktionen ummagnetisiert, der Stator mit der Periodenzahl c des Netzes, der Rotor mit einer Periodenzahl

$$c - c_r = c - \frac{pn}{60},$$

die seiner Umdrehungsgeschwindigkeit entspricht. Das Steinmetzsche Gesetz ist hier also ohne weiteres anwendbar.

In einem Wechselfelde werden alle Querschnitte des Stators mit der Netzperiodenzahl zyklisch ummagnetisiert, die Größe der maximalen Induktion nimmt aber von der Mitte der Polteilung an nach beiden Seiten hin bis zum Werte Null in der neutralen Zone ab. Diese Erscheinung, daß jeder Querschnitt in anderer Weise ummagnetisiert wird, ist von großer Bedeutung, da sie die charakteristische Eigentümlichkeit der Ummagnetisierung durch ein elliptisches Drehfeld ist. Ungleich verwickelter sind nun die Vorgänge im Rotor, die durch einige Beispiele erläutert werden sollen.

In Fig. 7 ist die Kurve der Ummagnetisierung bei $\frac{3}{4}$ -Synchroismus für einen Punkt P konstruiert, der die gezeichnete Lage besitzt zur Zeit, in der der Wechselfluß sein positives (in der Figur nach oben gerichtetes) Maximum hat. Die beiden Drehfelder überdecken sich also gerade. Da der Rotor langsamer läuft als das rechtsdrehende Drehfeld, kommt der Punkt P im nächsten Moment in den negativen Teil dieses Drehfeldes, wird entsprechend der Feldkurve sinusförmig ummagnetisiert und zwar mit einer Periodenzahl $(1 - \frac{3}{4})c$, wenn c die Netzperiodenzahl ist. Das linksläufige

Dre
umz
7 m

Ku
star
Ab

ma
ma
die
sie
hat

Drehfeld beginnt dagegen den Punkt P mit seinem positiven Teile umzumagnetisieren und zwar mit der Periodenzahl $(1 + \frac{3}{4})c$, also 7 mal schneller als das rechtsdrehende Feld. Die aus den beiden

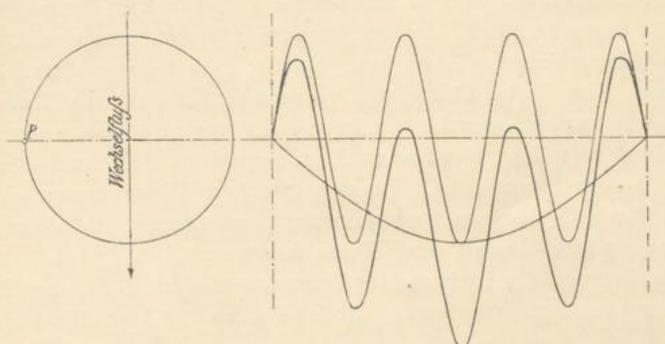


Fig. 7. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im Wechselfelde bei $\frac{3}{4}$ Synchronismus.

Kurven resultierende Kurve der Ummagnetisierung ist in Fig. 7 stark ausgezogen. Die Kurve ist zwar noch symmetrisch zur Abszissenachse, aber der Charakter einer zyklischen Um-

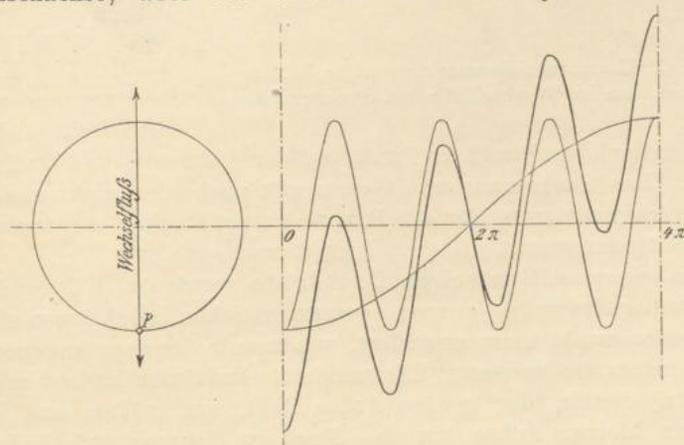


Fig. 8. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im Wechselfelde bei $\frac{3}{4}$ Synchronismus.

magnetisierung ist nicht mehr vorhanden. Die Zahl der Ummagnetisierungen ist aus den beiden Frequenzzahlen zusammengesetzt, die Induktion weist mehrere Maxima auf. Die Änderung der magnetisierenden Kraft ist teils von $+$ über 0 nach $-$, teils erfolgt sie hauptsächlich nur von $+$ oder $-$ bis 0 hin. Die Hysterisischleife,

die der Querschnitt P beschreibt, ist also ein mehrfach verschlungenes Schleifengebilde, auf das die Steinmetzsche Formel nicht mehr anwendbar ist.

Fig. 8 zeigt die ebenso konstruierte Kurve der Ummagnetisierung für einen Punkt P , der zu der vorhin angenommenen Anfangszeit die eingezeichnete Lage hat. Da der Punkt gegen den früheren um genau eine halbe Polteilung verschoben ist, ist die Kurve die gleiche wie vorher, nur ist sie gegen die vorige phasenverschoben. Zur Anfangszeit liegt der Punkt P im negativen Maximum der Feldkurven beider Drehfelder. In der gleichen Weise lassen sich die Kurven für alle übrigen Querschnitte konstruieren, die aber jedesmal eine andere Gestalt und Phase besitzen.

Fig. 9 zeigt die Kurven der Ummagnetisierung für drei Punkte des Rotors bei Synchronismus. Jeder Punkt hat hier eine konstante

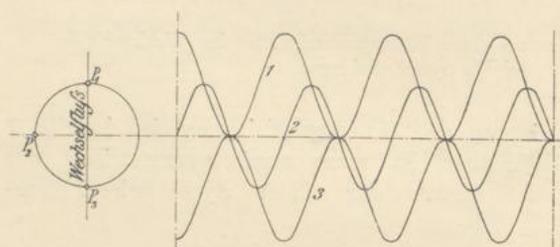


Fig. 9. Ummagnetisierungskurven für 3 Rotorquerschnitte im Wechselfelde bei Synchronismus.

Lage und Induktion in rechtsdrehendem Felde, und darüber lagert sich mit der doppelten Netzperiodenzahl die Ummagnetisierung durch das linksdrehende Feld. Die Kurven besitzen also wieder Sinusform und verschoben sich von Punkt zu Punkt auf der Abszissen- und Ordinatenachse. Das Steinmetzsche Gesetz gilt auch hier nicht mehr, da die Ummagnetisierung für alle Punkte bis auf Punkt 2 nicht zwischen zwei entgegengesetzt gleichen Induktionen erfolgt.

In einem elliptischen Drehfelde werden alle Querschnitte des Stators zwischen entgegengesetzt gleichen Induktionen mit der Netzperiodenzahl ummagnetisiert, wie man in der eben angegebenen Weise leicht finden kann. Die maximale Induktion ist in dem Querschnitte, der in der großen Achse liegt, am größten und nimmt bis zur kleinen Achse hin ab. Doch ist die maximale Induktion eines Querschnittes nicht durch den zugehörigen Radiusvektor der Ellipse bestimmt, wie wir noch näher sehen werden. Das Steinmetzsche Gesetz hat für jeden Querschnitt des Stators Gültigkeit.

Fig. 10 zeigt bei $3/4$ -Synchronismus die Ummagnetisierung eines Punktes P des Rotors, der die gezeichnete Lage besitzt zur Zeit, in der der Radiusvektor der Ellipse in der großen Achse liegt. Die Kurve entspricht der in Fig. 8 für ein Wechselfeld konstruierten Kurve. Die Hysteresisschleife, die der Punkt P beschreibt, bildet

in
spr
den
Ch

ur
1/
K
se
na
K
in

in ihrem Verlaufe mehrere Extraschleifen. Fig. 11 gibt die entsprechende Kurve für einen Punkt P , der um $\frac{2}{3}$ -Polteilung gegen den vorigen verschoben ist. Die Kurve besitzt einen etwas anderen Charakter als die frühere. In gleicher Weise sind in den Fig. 12

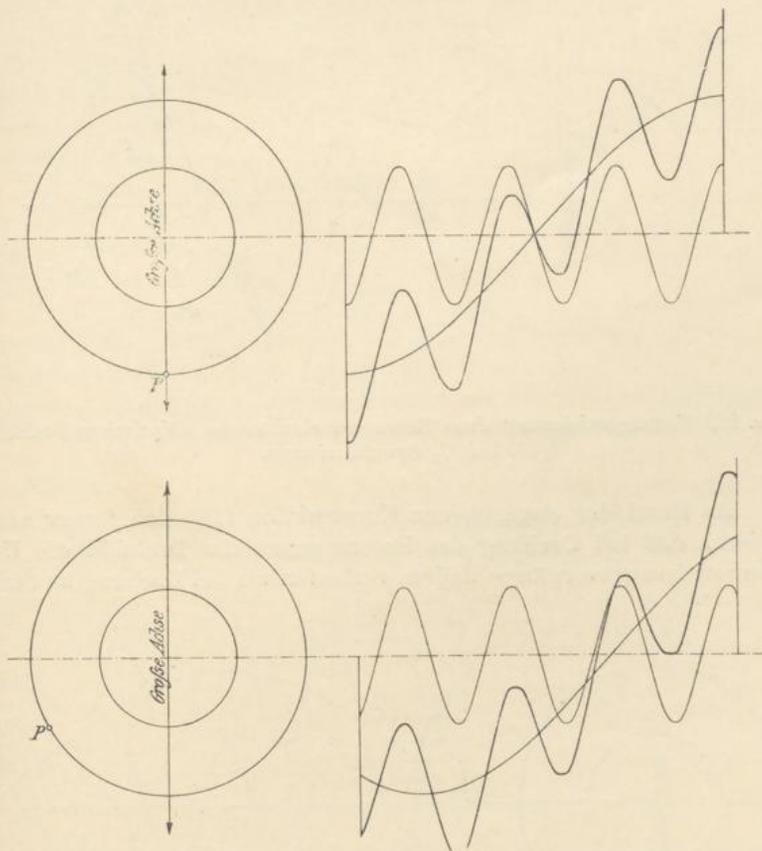


Fig. 10 und Fig. 11. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im elliptischen Drehfelde bei $\frac{3}{4}$ Synchronismus.

und 13 die Kurven für je einen Punkt bei $\frac{1}{2}$ -Synchronismus und $\frac{1}{4}$ -Übersynchronismus konstruiert. Die Ummagnetisierung ist bei Kurve 12 ein eigentümlicher Wechsel zwischen sehr großen und sehr kleinen Induktionsänderungen. Die Hysterissschleife, die ein nach Fig. 13 ummagnetisiertes Eisenteilchen beschreibt, ist eine Kette kleiner Schleifen.

Die eben angestellten Betrachtungen lehren uns, daß für einen im elliptischen Drehfelde rotierenden Eisenkörper das Steinmetz-

sche Gesetz nicht mehr gilt, und daß es überhaupt unwahrscheinlich erscheint, diese Vorgänge in ein einfaches Gesetz fassen zu können. Man kann die hierbei auftretenden Verluste zunächst nur angenähert berechnen.

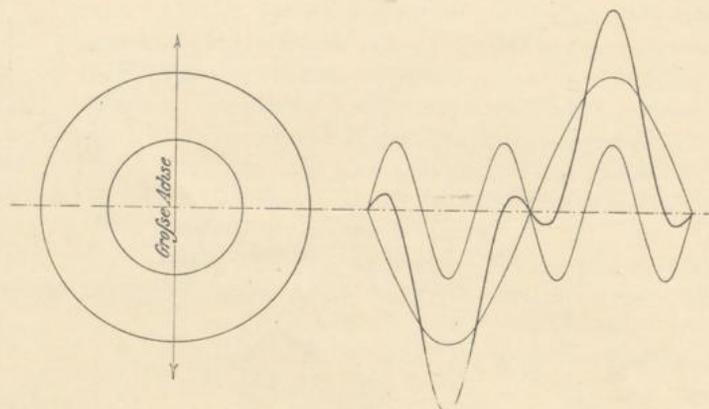


Fig. 12. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im elliptischen Drehfelde bei $\frac{1}{2}$ Synchronismus.

An Hand der angegebenen Konstruktion läßt sich ferner nachweisen, daß bei Drehung des Rotors gegen das Drehfeld die Ummagnetisierungsvorgänge anders verlaufen als bei Drehung im Sinne

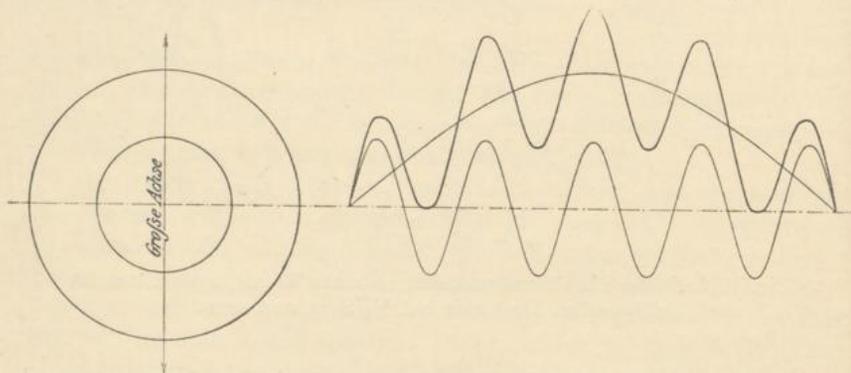


Fig. 13. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im elliptischen Drehfelde bei $\frac{1}{4}$ Übersynchronismus.

des Feldes. Diese Erscheinung ist insofern für experimentelle Arbeiten von Wichtigkeit, als es nicht wie im Kreisrehfelde möglich ist, die Verluste bei Übersynchronismus durch Drehung gegen das Drehfeld zu bestimmen.

Wie wir sahen, gilt aber für jeden Querschnitt einer ruhenden Eisenmasse das Steinmetzsche Gesetz. Da dies Gesetz für beliebige kleine Eisenmassen noch Gültigkeit hat, können wir es als ein Differentialgesetz auffassen und den Gesamtverlust durch Integration der Verluste in den einzelnen Querschnitten berechnen. Wir müssen dazu erst bestimmen, wie groß die maximale Induktion in einem beliebigen Querschnitt ist.

Für einen radialen Querschnitt, der um den Winkel α gegen die große Achse der Ellipse verschoben ist, finden wir die sinusförmige Kurve der Ummagnetisierung, wenn wir die Kurven des mitdrehenden und des gegenläufigen Drehfeldes um 2α gegeneinander verschoben aufzeichnen und die Ordinaten addieren. Die maximale Ordinate der resultierenden Kurve können wir auch geometrisch, wie Fig. 14 zeigt, finden.

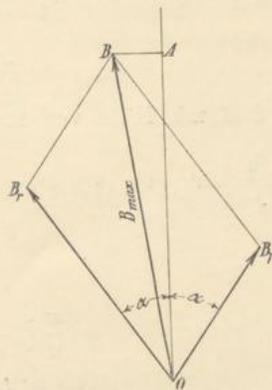


Fig. 14.

Es ist

$$B_{max} = \sqrt{(B_r \cos \alpha + B_l \cos \alpha)^2 + (B_r \sin \alpha - B_l \sin \alpha)^2}$$

$$= \sqrt{B_r^2 + B_l^2 - 2B_r B_l + 4B_r B_l \cos^2 \alpha}.$$

Nun ist aber

$$B_r = \frac{B_1 + B_2}{2}$$

und

$$B_l = \frac{B_1 - B_2}{2},$$

also wird

$$B_{max} = \sqrt{B_2^2 + (B_1^2 - B_2^2) \cos^2 \alpha} = B_1 \sqrt{\sin^2 \alpha (k^2 - 1) + 1} \quad (13)$$

Der gesamte Hysteresisverlust ist nun, wenn Q den radialen Querschnitt der Eisenmasse und r den mittleren Radius bedeutet,

$$W_h = 4 \sigma_h \frac{c}{100} \left(\frac{1}{1000} \right)^{1,6} \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_{max}^{1,6} Q r d\alpha$$

$$= 4 \sigma_h \frac{c}{100} \left(\frac{B_1}{1000} \right)^{1,6} Q r \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin^2 \alpha (k^2 - 1) + 1]^{0,8} d\alpha.$$

Um das Integral lösen zu können, entwickeln wir den Klammerausdruck nach dem binomischen Lehrsatz.

Es ist

$$[\sin^2 \alpha (k^2 - 1) + 1]^{0,8} = 1 + 0,8 (k^2 - 1) \sin^2 \alpha - \frac{0,8 \cdot 0,2}{1 \cdot 2} (k^2 - 1)^2 \sin^4 \alpha \\ + \frac{0,8 \cdot 0,2 \cdot 1,2}{1 \cdot 2 \cdot 3} (k^2 - 1)^3 \sin^6 \alpha - \dots$$

und mit Hilfe von Rekursionsformeln lösen wir das Integral.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin^2 \alpha (k^2 - 1) + 1]^{0,8} d\alpha = \frac{\pi}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,8}{1} (k^2 - 1) - \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} \cdot \frac{0,8 \cdot 0,2}{1 \cdot 2} (k^2 - 1)^2 \right. \\ \left. + \frac{5 \cdot 3 \cdot 1}{6 \cdot 4 \cdot 2} \cdot \frac{0,8 \cdot 0,2 \cdot 1,2}{1 \cdot 2 \cdot 3} (k^2 - 1)^3 - \dots \right] \\ = \frac{\pi}{2} [1 + 0,4 (k^2 - 1) - 0,03 (k^2 - 1)^2 \\ + 0,01 (k^2 - 1)^3 - 0,0048 (k^2 - 1)^4 + \dots] \\ = \frac{\pi}{2} \cdot k_h.$$

Der Hysterisisverlust ist also

$$W_h = k_h \cdot \sigma_h \frac{c}{100} \left(\frac{B_1}{1000} \right)^{1,6} V, \dots \dots \dots (14)$$

worin $V = 2\pi r Q$ das Volumen der ganzen Eisenmasse bedeutet.

Die Reihe für k_h konvergiert für die Werte $k < 1$ außerordentlich schnell, so daß für überschlägige Rechnungen nur die beiden ersten Glieder zu berücksichtigen sind und man setzen kann:

$$W_h = (0,6 + 0,4 k^2) \sigma_h \frac{c}{100} \left(\frac{B_1}{1000} \right)^{1,6} V \dots \dots (15)$$

Der genaue Wert von k_h ist als Funktion von k in der Kurve Fig. 5, II aufgetragen.

Will man für $k > 1$ die Reihe schnell konvergieren lassen, so berechnet man die Reihe für

$$k' = \frac{1}{k}$$

und hat dann

$$k_h = k^{1,6} k'_h.$$

Eine exakte Rechnung für die Hysterisisverluste von in elliptischen Drehfeldern rotierenden Eisenmassen läßt sich nach den vorhergehenden Betrachtungen nicht ausführen. Im allgemeinen erfährt hier jeder Querschnitt eine andere Ummagnetisierung, und die Hysterisischleifen sind komplizierte Gebilde. Es liegt aber der Gedanke nahe, zur annähernden

Schätzung der Verluste ähnlich wie bei den Wirbelströmen die Verluste durch das links- und das rechtsdrehende Drehfeld einzeln zu berechnen und dann zu superponieren. Die so gefundenen Verluste werden zu groß ausfallen, so daß man durch einen empirischen Faktor die Werte korrigieren muß. Durch Proberechnungen an Hand der für $k=0$ und $k=1$ bekannten Werte und der Versuchsergebnisse hat sich für $k=0$ bis $k=1$ folgende Formel ergeben:

$$W_{hr} = \frac{\pm (1+k)^{1,6} \left(1 - \frac{c_r}{c}\right) + (1-k)^{1,6} \left(1 + \frac{c_r}{c}\right)}{3,6 - 0,6k} \sigma_h \frac{c}{100} \left(\frac{B_1}{1000}\right)^{1,6} V \quad (16)$$

$$= k_{hr} \sigma_h \frac{c}{100} \left(\frac{B_1}{1000}\right)^{1,6} V \quad \dots \dots \dots (16a)$$

Das \pm vor der ersten Klammer bedeutet, daß das Glied immer positiv sein muß.

Für die Werte $k > 1$ berechnet man wie vorher den Ausdruck für $k' = \frac{1}{k}$ und muß die so erhaltene Zahl mit $k^{1,6}$ multiplizieren.

Die Kurven der nach dieser Gleichung berechneten Hysterisisverluste zeigen bei Synchronismus eine Unstetigkeit, deren tatsächliches Vorkommen nicht zu beweisen und zum mindesten zweifelhaft ist. Doch ist die Abweichung von den wirklichen Verhältnissen wie die Versuchsergebnisse lehrten, so gering, daß für technische Rechnungen genügend genaue Resultate erhalten werden können.

Für ein Wechselfeld führt die Formel zu der Folgerung, daß die Hysterisisverluste zwischen Null und Synchronismus konstant bleiben. Daß die Hysterisisverluste sich nur

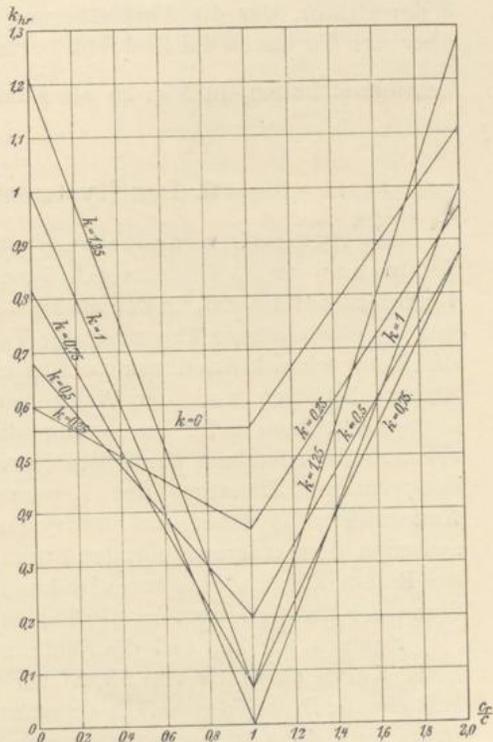


Fig. 15. Faktor k_{hr} zur Berechnung der Hysterisisverluste im Rotor.

wenig ändern können, lehren schon die in Fig. 7 bis 9 gegebenen Ummagnetisierungskurven. Mit wachsender Geschwindigkeit des Rotors erhöht sich zwar die Zahl der Ummagnetisierungen, aber gleichzeitig nimmt von Stillstand bis Synchronismus die Amplitude der magnetisierenden Kraft von B_1 auf $\frac{1}{2}B_1$ ab. Bei Synchronismus ist für jeden Querschnitt die Periodenzahl $2c$ und die Amplitude der Induktion $\frac{1}{2}B_1$. Nehmen wir zunächst an, daß für alle Querschnitte das Steinmetzsche Gesetz anwendbar wäre, so würde der Verlust sein $(\frac{1}{2})^{1,6} \cdot 2 = 0,66$ von dem in einem Drehfeld. Da aber nur Punkt 2 und der ihm diametral gegenüberliegende Punkt zyklisch zwischen zwei gleichen und entgegengesetzten Werten der Induktion ummagnetisiert werden, für alle übrigen Querschnitte die Hysteresisschleife kleiner ausfällt, wird der Gesamtverlust geringer als 0,66 und sich dem Werte 0,55 bei Stillstand nähern. Von Übersynchronismus an wächst der Verlust, da die Amplitude der magnetisierenden Kraft wieder größer wird und die Periodenzahl ständig wächst.

Um die Rechnung zu erleichtern, ist für verschiedene Werte von k der Faktor, der die Verkleinerung der Hysteresisverluste gegenüber den Verlusten im Drehfeld berücksichtigt und den wir mit k_{hr} bezeichnet haben, in Fig. 15 als Funktion von $\frac{c_r}{c}$ aufgetragen.

6. Der Hysteresissprung.

Die Hysteresis verursacht eine eigentümliche, zuerst von O. Th. Lehmann¹⁾ für ein Kreisdrehfeld beschriebene Erscheinung, die von Einfluß ist auf die Art, in der die Hysteresisverluste gedeckt werden, und die eine einfache Trennung der Verluste ermöglicht. Treibt man den Rotor eines Induktionsmotors mechanisch an und mißt die dem Stator elektrisch und der Welle mechanisch zugeführte Leistung, so bemerkt man beim Durchgang durch den Synchronismus eine sprunghafte Abnahme der Leistungszuführung zum Stator und eine entsprechende Zunahme der Leistung an der Rotorwelle. Diese Änderung rührt daher, daß die Hysteresis eine konstante Anziehung zwischen dem magnetisierenden Strom und dem magnetischen Feld des Rotors, also ein konstantes Drehmoment verursacht, das immer im Sinne der Relativbewegung des Feldes gegenüber dem Rotor wirkt.

Nehmen wir an, daß die Feldkurve genau sinusförmig und die EMK.-Kurve ebenfalls von Sinusform sei, so muß das im Luftspalt entstehende Drehfeld ebenfalls sinusförmig sein. Der Magnetisierungsstrom muß dann immer so groß sein und eine solche Kurvenform

¹⁾ ETZ 1903, S. 735.