

**Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

**Die Eisenverluste in elliptischen Drehfeldern**

**Radt, Martin**

**Berlin, 1911**

I. Theoretischer Teil

[urn:nbn:de:bsz:31-274924](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-274924)

# Die Eisenverluste in elliptischen Drehfeldern.

## I. Theoretischer Teil.

### 1. Einleitung.

Ein elliptisches Drehfeld ist ein rotierendes Feld, dessen räumliche Verteilung am Ankerumfang durch die Feldkurve gegeben ist, und dessen Amplitude bei der Bewegung um eine doppelte Polteilung sich periodisch in der Weise ändert, daß bei der Darstellung in Polarkoordinaten der radius vector eine Ellipse beschreibt. Ist die eine Halbachse der Ellipse Null, so geht als Grenzfall das elliptische Drehfeld in ein Wechselfeld über, sind beide Halbachsen gleichgroß, so erhalten wir ein Kreisdrehfeld.

Ein elliptisches Drehfeld entsteht im einphasigen Induktionsmotor und allen einphasigen Kommutatormotoren, die mit Rotor kurzschluß arbeiten. Da diese Motoren erst seit einigen Jahren eine Rolle in der Technik spielen, und zunächst ihre prinzipielle Durchbildung die Hauptfrage bildete, sind Untersuchungen über Einzelfragen, wie z. B. über die Eisenverluste, noch verhältnismäßig wenig angestellt worden. Die besten theoretischen Arbeiten über dieses Thema sind die Abhandlungen von R. Rüdenberg<sup>1)</sup>, der im Anschluß an seine Untersuchungen über die Verteilung der Induktion in Dynamoankern Formeln für den Wirbelstromverlust in elliptischen Drehfeldern aufstellte<sup>2)</sup>. Eingehendere Versuche über die Eisenverluste sind, soweit dem Verfasser bekannt ist, nur von E. Rother<sup>3)</sup> publiziert worden, der eine Formel für die Gesamtverluste empirisch aufstellte, die für eine ruhende Eisenmasse zu ähnlichen Ergebnissen führt wie die vorliegende Arbeit. In den übrigen Punkten weichen allerdings Rother's Resultate von den hier gegebenen nicht unerheblich ab.

<sup>1)</sup> ETZ 1906, S. 109, Voith'sche Sammlung, Bd. V.

<sup>2)</sup> E. u. M. 1907, S. 533.

<sup>3)</sup> E. u. M. 1909, S. 961.

Im folgenden ist nun der Versuch gemacht, theoretisch und empirisch zu Formeln zu gelangen, die eine Berechnung der Einzelverluste von ruhenden und rotierenden Eisenmassen in elliptischen Drehfeldern mit einiger Genauigkeit gestatten.

## 2. Allgemeines über die Vorausberechnung der Eisenverluste in Dynamoankern.

Die Eisenverluste trennt man bekanntlich in Wirbelstromverluste  $W_w$  und Hysteresisverluste  $W_h$  und berechnet sie zu

$$W_w = \sigma_w \left( \Delta \frac{c}{100} \frac{f_\epsilon B}{1000} \right)^2 V^1) \quad \dots \quad (1)$$

$$W_h = \sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{B}{1000} \right)^{1,6} V \quad \dots \quad (2)$$

Die Frage, ob die Hysteresisverluste bei wechselnder und bei drehender Ummagnetisierung voneinander verschieden sind, ist seit vielen Jahren heiß umstritten und auch heute noch ungelöst, da über das Wesen der Hysteresis noch nichts bekannt ist. Diese Frage liegt daher außerhalb der folgenden Untersuchung, in der im übrigen angenommen wird, daß die Verluste bei beiden Ummagnetisierungsarten gleich groß sind.

Außer diesen beiden Arten von Verlusten treten in Maschinen mit Nuten noch zusätzliche Eisenverluste auf. Die abwechselnde Folge von Zähnen und Nutenöffnungen bringt Ungleichmäßigkeiten in der Feldkurve hervor, die an der Oberfläche des gegenüberliegenden Maschinenteiles bei der Rotation Wirbelströme induzieren. Sind Stator und Rotor genutet, so ist die Leitfähigkeit eines Zahnes für den Hauptkraftfluß davon abhängig, ob ein Zahn oder eine Nut vor ihm steht, es entstehen Pulsationen des Hauptkraftflusses im Zahn und im Ankereisen und entsprechende Verluste. Ferner wird auch der Streufluß einer Nut sich in derselben Weise ändern und seinerseits Verluste hervorrufen. Alle diese zusätzlichen Verluste müssen nun soweit es geht von den anderen Eisenverlusten getrennt und besonders berechnet werden.<sup>2)</sup>

Ferner hängt die Größe der Verluste von der Temperatur des Eisens ab, und zwar werden diese mit wachsender Erwärmung geringer. Bei guten Blechen beträgt die Verminderung 1,5 bis 2% und bei gewöhnlichen Blechen 3 bis 4% für 10° C Temperatur-

<sup>1)</sup> Die Bedeutung der einzelnen Buchstaben ist aus dem Buchstabenverzeichnis S. 5 zu ersehen.

<sup>2)</sup> Siehe O. S. Bragstad und A. Fraenckel ETZ 1908, S. 1074.

erhöhung. Bei experimentellen Untersuchungen muß also jedesmal die gleiche Temperatur innegehalten werden, oder es müssen die bei verschiedenen Temperaturen gemessenen Verluste auf die gleiche Temperatur reduziert werden.

Schließlich ändern sich die Eisenverluste auch mit der Form der Spannungskurve. Sie sind bei spitzen Kurven kleiner, bei flachen größer als bei Sinusform. Versuche über den Einfluß der Temperatur und der Spannungskurve auf die Verluste sind häufig angestellt worden, und es wird im folgenden nur so weit auf diese Faktoren eingegangen, wie es ihre Berücksichtigung bei der experimentellen Untersuchung verlangt.

Die Eisenverluste  $W_h$  und  $W_w$  berechnet man nun gewöhnlich mit einer Induktion  $B$ , die sich aus der Formel

$$B = \frac{\Phi}{Q}$$

ergibt.

Man trennt dabei noch die Verluste in die der Zähne und des vollen Eisenquerschnittes, wobei man die Veränderlichkeit der Induktion in den Zähnen vom Zahnkopf bis zum Zahnfuß berücksichtigt.<sup>1)</sup> Unsere folgenden Betrachtungen beziehen sich zunächst nur auf ungenutzte Anker.

Die Einführung von  $B$  als maximale Induktion in die Gl. 1 und 2 setzt voraus, daß die Induktion im Anker in radialer Richtung (über die ganze Eisenhöhe  $h$  hin) konstant ist. Diese Voraussetzung trifft aber durchaus nicht zu. W. M. Thornton<sup>2)</sup> und v. Studniarski<sup>3)</sup> haben experimentell festgestellt, daß die Induktion von der Oberfläche des Ankers nach innen zu erst wächst und dann bis zur inneren Begrenzung des Ankers wieder fällt, also eine Bockkurve bildet. Rüdtenberg<sup>4)</sup> hat, ausgehend von den Maxwell'schen Gleichungen, die Gleichung für die Induktionsverteilung aufgestellt und ist zu Resultaten gekommen, die den genannten Versuchen recht gut entsprechen. Nach diesen Formeln ist die Induktionsverteilung abhängig von dem Verhältnis: Eisenhöhe: Polteilung ( $h : \tau$ ) und der Krümmung der Ankeroberfläche (also auch der Polzahl). Es müssen sich also bei gleichen Feldkurven, gleicher Periodenzahl und mittlerer Induktion im Eisen die Eisenverluste mit den geometrischen Abmessungen des Ankers ändern.

<sup>1)</sup> Siehe E. Arnold, Gleichstrommaschine, Bd. I.

<sup>2)</sup> Electrician 1904, S. 749 und E. Arnold, Die Gleichstrommaschine, Bd. I, S. 635.

<sup>3)</sup> Dissertation, Über die Verteilung der magnetischen Kraftlinien im Anker einer Gleichstrommaschine, Berlin 1905.

<sup>4)</sup> ETZ 1906, S. 109.

Nach Rüdberg ist die Konstante zur Berechnung der Wirbelstromverluste noch zu multiplizieren mit

$$\pi \frac{h}{\tau} \frac{1 + \left(1 - \frac{\pi h}{p \tau}\right)^{2p}}{1 - \left(1 - \frac{\pi h}{p \tau}\right)^{2p}} \dots \dots \dots (3)$$

der Einfluß der ungleichmäßigen Verteilung auf die Hysteresisverluste ist dagegen bei Maschinen mit größerer Polzahl (von 6 an) nur gering. Die Formel ist nicht ganz korrekt, da sie unter der Annahme einer unveränderlichen Permeabilität  $\mu$  des Eisens und unter Vernachlässigung der Rückwirkung der Wirbelströme auf das Feld abgeleitet ist. Diese Abweichungen von der Wirklichkeit geben aber keine großen Fehler.

Formel 3 gilt für ein sinusförmiges Feld oder für die Grundwelle eines verzerrten Feldes. Für jede höhere Harmonische muß man die Rechnung besonders durchführen und dann superponieren. Die höheren Harmonischen ändern die Feldverteilung im Anker, ihr Einfluß nimmt aber nach dem Ankerinnern zu schnell ab.

Die nachfolgende Untersuchung erstreckt sich nicht auf die Abhängigkeit des Verlustes bei gleichbleibendem Feld von der Eisenhöhe, sondern bestimmt den Einfluß verschiedener elliptischer Felder, Induktionen und Periodenzahlen auf die Verluste eines gegebenen Ankerkörpers. Solange nicht weitere Untersuchungen vorliegen, müssen die Ergebnisse an Hand der Rüdbergschen Formel auf Anker mit einem anderen Verhältnis  $h:\tau$  übertragen werden.

### 3. Das elliptische Drehfeld.

Ein elliptisches Drehfeld entsteht durch das Zusammenwirken zweier oder mehrerer Wechselfelder, die räumlich und zeitlich Phasenverschiebung gegeneinander besitzen. Wir wollen zunächst zwei Wechselfelder mit den Amplituden  $B_1$  und  $B_2$  betrachten, die räumlich und zeitlich um  $90^\circ$  gegeneinander verschoben sind.

In Fig. 1 sind  $\overline{MA} = B_1$  und  $\overline{MB} = B_2$  die Amplituden der beiden Wechselfelder. Für die Stellungen 0 bis 3 des Zeitvektors ist die Zusammensetzung der Felder eingezeichnet, der resultierende Vektor geht durch die entsprechenden Punkte  $B, I, II, III$ , die auf dem Umfange einer Ellipse liegen. Der Vektor des elliptischen Feldes bewegt sich mit ungleichmäßiger Geschwindigkeit (er beschreibt in gleichen Zeiten gleiche Flächen), was man an den Winkeln  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  erkennen kann, die der Feldvektor mit dem Zeit-

vektor bildet. Im Punkt *B* hat der Feldvektor die größte Geschwindigkeit. Die Winkelgeschwindigkeit ist hier gleich

$$\omega \frac{B_1}{B_2}$$

In *A* ist die (kleinste) Winkelgeschwindigkeit des Feldes gleich

$$\omega \frac{B_2}{B_1}$$

das Verhältnis der Geschwindigkeiten in *B* und *A* ist also

$$\frac{B_1^2}{B_2^2}$$

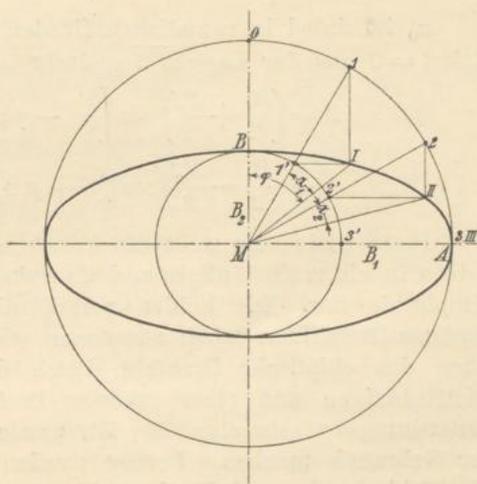


Fig. 1. Entstehung eines elliptischen Drehfeldes aus zwei Wechselfeldern.

In einem beliebigen Augenblicke, zur Zeit  $\omega t$ , bekommen wir für den Winkel  $\varphi$ , um den sich der Vektor des elliptischen Feldes aus der Lage  $\overline{MO}$  gedreht hat:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{B_1 \sin \omega t}{B_2 \cos \omega t} = \frac{B_1}{B_2} \operatorname{tg} \omega t \quad \dots \quad (4)$$

Die Winkelgeschwindigkeit des Feldvektors ist zu dieser Zeit

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{d}{dt} \operatorname{arctg} \left( \frac{B_1}{B_2} \operatorname{tg} \omega t \right) = \frac{\frac{B_1}{B_2} \omega}{1 + \frac{B_1^2}{B_2^2} \operatorname{tg}^2 \omega t} \\ &= \frac{B_1 B_2}{B_1^2 \sin^2 \omega t + B_2^2 \cos^2 \omega t} \omega \quad \dots \quad (5) \end{aligned}$$

Die Leistungsübertragung eines elliptischen Feldes auf einen Rotor ist also ungleichmäßig. In dem Bereich der Geschwindigkeiten  $\omega \frac{B_2}{B_1}$  bis  $\omega \frac{B_1}{B_2}$  des Rotors läuft das Feld in einem Augenblick synchron mit dem Rotor und kurz vorher und nachher schneller oder langsamer.

Nehmen wir an, daß die Feldkurven der beiden Wechselfelder Sinusform besitzen, so ist, wenn der Rotor die Geschwindigkeit

$$\omega_r = \frac{\pi n}{30} \text{ besitzt, die Induktion an einer Stelle } P \text{ des Umfanges}$$

$$B = B_1 \sin \omega t \sin p(\alpha_0 + \omega_r t) + B_2 \cos \omega t \cos p(\alpha_0 + \omega_r t) \quad (6)$$

$\alpha_0$  ist dabei in räumlichen Graden der Winkel, um den  $P$  zur Zeit  $t=0$  aus der Lage  $\overline{MB}$  gedreht ist. Es ist nun

$$B = \left(\frac{B_1}{2} + \frac{B_2}{2}\right) \cos [(\omega - p\omega_r)t - p\alpha_0] - \left(\frac{B_1}{2} - \frac{B_2}{2}\right) \cos [(\omega + p\omega_r)t + p\alpha_0] \dots (7)$$

Diese Gleichung stellt die bekannte Zerlegung eines Wechselfeldes in ein rechtsläufiges und ein linksläufiges Drehfeld von halber Amplitude dar. Die beiden rechtsläufigen und die beiden linksläufigen Drehfelder geben zusammen wieder je ein Drehfeld, so daß auch das elliptische Drehfeld durch das Zusammenwirken eines gleichsinnigen und eines inversen Drehfeldes entsteht. Da diese Entstehungsart sehr sinnfällig ist, werden wir, soweit es geht, von ihr Gebrauch machen. Ferner werden wir uns jedes elliptische Drehfeld durch zwei Wechselfelder erzeugt denken, die räumlich und zeitlich um  $90^\circ$  gegeneinander verschoben sind.

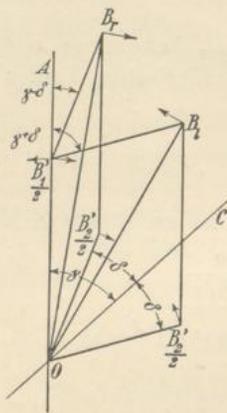


Fig. 2.

In Fig. 2 denken wir uns zwei Wechselfelder  $B_1'$  und  $B_2'$ , die in den Richtungen  $OA$  bzw.  $OC$  pulsieren, also räumlich um den Winkel  $\gamma$  verschoben sind. Die zeitliche Verschiebung sei  $\delta$ . Wir zerlegen jedes der beiden Wechselfelder in zwei Drehfelder. In Fig. 2 ist angenommen, daß  $B_1'$  im Maximum ist, die beiden Drehfeldvektoren  $\frac{1}{2} B_1'$  liegen also in  $OA$ , während die Vektoren  $\frac{1}{2} B_2'$  noch je um den Winkel  $\delta$  von der Achse  $OC$  entfernt sind. Wir setzen nun die beiden rechtsläufigen und die beiden linksläufigen Drehfelder geometrisch zusammen. Es ist

$$\left. \begin{aligned} B_r &= \frac{1}{2} \sqrt{B_1'^2 + B_2'^2 + 2 B_1' B_2' \cos(\gamma - \delta)} \\ \text{und} \\ B_l &= \frac{1}{2} \sqrt{B_1'^2 + B_2'^2 + 2 B_1' B_2' \cos(\gamma + \delta)} \end{aligned} \right\} (8)$$

Das gleiche elliptische Feld entsteht aber auch durch zwei aufeinander senkrecht stehende Wechselfelder mit den Amplituden  $B_1 = B_r + B_l$  und  $B_2 = B_r - B_l$ . Es ist somit auch

$$B_r = \frac{B_1 + B_2}{2}, \quad B_l = \frac{B_1 - B_2}{2}$$

Die eine Hauptachse der Ellipse finden wir, wenn wir in einem beliebigen Zeitpunkte den Winkel zwischen  $B_l$  und  $B_r$  halbieren.

In Fig. 3 ist die Ellipse gezeichnet, und es sind hier das rechts- und das linksläufige Feld  $B_r$  und  $B_l$  und die beiden aufeinander

senkrechten Wechselfelder  $B_1$  und  $B_2$  eingetragen, während die ursprünglich angenommenen Felder  $B_1'$  und  $B_2'$  nicht mehr eingezeichnet sind.

Diese Zerlegung des elliptischen Feldes in zwei Drehfelder ist nicht streng richtig, da die Sättigung des Eisens dabei unberücksichtigt bleibt. In Wirklichkeit besitzt das elliptische Drehfeld in der großen Achse eine mehr abgeflachte Feldkurve als in der kleinen Achse. Solange die Induktion im Eisen aber nicht sehr groß ist, ist der hierbei gemachte Fehler für technische Berechnungen noch zulässig.

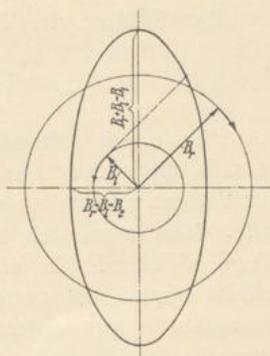


Fig. 3. Entstehung eines elliptischen Drehfeldes aus zwei gegenläufigen Kreisfeldern ungleicher Amplitude.

#### 4. Die Wirbelstromverluste in elliptischen Drehfeldern.

Da die Periodenzahl des elliptischen Drehfeldes entsprechend den beiden Drehfeldern eine zusammengesetzte ist, Ströme verschiedener Periodenzahl sich aber in demselben Leiter gegenseitig nicht beeinflussen, können wir die Wirbelstromverluste für die beiden Drehfelder einzeln berechnen und dann addieren. Es ist also der gesamte Wirbelstromverlust

$$W_w = \sigma_w c^2 A^2 \left[ B_r^2 \left( 1 - \frac{c_r}{c} \right)^2 + B_l^2 \left( 1 + \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] V \cdot 10^{-10} \text{ Watt.}$$

$$c_r = \frac{pn}{60} = \frac{p\omega_r}{2\pi}$$

ist die Periodenzahl der Rotation. Wir wollen nun den Verlust durch die Amplituden der Wechselfelder  $B_1$  und  $B_2$ , also durch die Halbachsen der Ellipse, ausdrücken und setzen

$$\frac{B_2}{B_1} = k \dots \dots \dots (9)$$

Es ist dann

$$W_w = \sigma_w c^2 A^2 \left[ \left( \frac{B_1 + B_2}{2} \right)^2 \left( 1 - \frac{c_r}{c} \right)^2 + \left( \frac{B_1 - B_2}{2} \right)^2 \left( 1 + \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] V \cdot 10^{-10}$$

$$W_w = \sigma_w c^2 A^2 \frac{B_1^2}{4} \left[ (1+k)^2 \left( 1 - \frac{c_r}{c} \right)^2 + (1-k)^2 \left( 1 + \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] V \cdot 10^{-10}$$

$$W_w = \frac{1}{2} \sigma_w \left( A \frac{c}{1000} \frac{B_1}{1000} \right)^2 \left[ \left( k - \frac{c_r}{c} \right)^2 + \left( 1 - k \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] V \dots \dots (10)$$

Der Faktor, der das elliptische Feld berücksichtigt, ist also:

$$k_{wr} = \frac{1}{2} \left[ \left( k - \frac{c_r}{c} \right)^2 + \left( 1 - k \frac{c_r}{c} \right)^2 \right]. \quad 1)$$

Für einen ruhenden Anker im Wechselfelde ( $k=0$ ,  $c_r=0$ ) ist z. B. unter der Annahme eines in allen Fällen gleichbleibenden  $\sigma_w$  der Verlust nur halb so groß wie in einem Drehfelde gleicher Amplitude. Man kann sich übrigens dieses Resultat auch auf folgendem Wege ableiten. In einem Drehfelde erhält jeder radiale Querschnitt einmal die volle Induktion  $B$ , der Verlust ist also für alle Querschnitte proportional  $B^2$ . Beim Wechselfelde erhält nur ein Querschnitt die volle Induktion, während die Induktion in den anderen Querschnitten bis zur neutralen Zone hin nach einer Sinusfunktion abnimmt. Nehmen wir nun den Mittelwert des Verlustes für alle Querschnitte, so finden wir ihn deshalb proportional  $\frac{1}{2} B^2$ .

Den Verlust in den Zähnen berechnet man in bekannter Weise mit Hilfe eines Korrekturfaktors  $k_s$ ,<sup>2)</sup> der die ungleiche Verteilung der Induktion über die Zahnhöhe berücksichtigt. Für die Statorzähne bekommen wir z. B. nach Gl. 10 den Verlust

$$W_{zw} = \frac{k_s}{2} \sigma_w \left( \Delta \frac{c}{100} \frac{B_{z \min}}{1000} \right)^2 (1 + k^2) V_z \text{ Watt.}$$

Enthält die Feldkurve höhere Harmonische, deren Größe neben der Grundharmonischen in Betracht kommt, so muß der Verlust für jede Harmonische nach Gl. 10 besonders berechnet werden. Wird das elliptische Feld z. B. durch ein Zweiphasensystem erzeugt, so bekommen wir sämtliche ungeraden Oberfelder des Grundstromes, die elliptische Drehfelder erzeugen, die je nach der Ordnungszahl der Oberfelder mit verschiedenen Geschwindigkeiten teils gleichsinnig, teils gegenläufig sich bewegen. Bei Motoren, die mit Bürstenverstellung arbeiten, können dabei noch besondere Komplikationen auftreten. In Fig. 4 sind über den Polteilungen  $AC=BD$  zwei Feldkurven in ihrer räumlichen Lage zueinander gezeichnet. Die Feldkurven mögen beliebige Form haben, wir denken sie uns in ihre Harmonischen aufgelöst, von denen in Fig. 4 die erste und dritte gezeichnet sind. Die Felder selbst sollen Wechselfelder sein. Ist nun die Feldkurve  $St$  gegen die Feldkurve  $R$  räumlich um  $90^\circ$  verschoben, liegt also der Punkt  $B$  in  $M$ , und ist die Phasenverschiebung der die Felder erzeugenden Ströme  $90^\circ$ , so bilden die ersten Harmonischen rechtsrotierende Drehfelder, die dritten links-

<sup>1)</sup> Zu dem gleichen Resultate ist auf anderem Wege auch R. Rüdberg gelangt, E. u. M. 1907, S. 533.

<sup>2)</sup> s. E. Arnold, Gleichstrommaschine, Bd. I.

rotierende usw. Verschieben wir nun durch Verstellung der Bürsten die Feldkurven räumlich gegeneinander, so daß z. B. die in der Figur gezeichnete Lage entsteht, so erhalten wir wieder elliptische Drehfelder, nur sind die

Ellipsen jetzt etwas mehr gestreckt, da die räumlichen Richtungen der Felder näher beieinander liegen. Kommt bei einer

weiteren Verschiebung Punkt  $B$  nach  $E$ , so stimmt die räumliche Richtung der dritten Oberfelder beider Feldkurven überein. Die dritten Harmonischen liefern jetzt keine Drehfelder

mehr, sondern Wechselfelder, die mit der Grundperiodenzahl variieren, und deren Amplitude  $A_3 = \sqrt{A_{S13}^2 + A_{R3}^2}$  ist. Dieselbe Erscheinung, das Entstehen von Wechselfeldern höherer Polzahl, tritt unter entsprechenden Umständen auch für alle übrigen Harmonischen auf. Der Faktor  $k$  ist also für das elliptische Drehfeld jeder Harmonischen ein anderer, so daß zur Verlustberechnung neben der Amplitude der Harmonischen auch jedesmal  $k$  bekannt sein müßte. Für den praktischen Maschinenbau sind solche Rechnungen natürlich undurchführbar, und es müssen die Verluste durch die höheren Harmonischen durch einen Zuschlag berücksichtigt werden.

Wechselfelder höherer Ordnung entstehen übrigens in Drehfeldern auch noch unter anderen Verhältnissen. Wird z. B. ein elliptisches Drehfeld von einem Dreiphasensystem erzeugt, durch das Zusammenwirken von drei um  $120^\circ$  räumlich und zeitlich verschobener Wechselfelder, von denen eines eine kleinere Amplitude hat als die beiden anderen, so erhalten wir elliptische Drehfelder der fünften, siebenten, elften, dreizehnten usw. Polzahl und Wechselfelder von 3-, 9-, 15- usw. facher Polzahl des Grundfeldes.

Der Faktor  $\left(k - \frac{c_r}{c}\right)^2 + \left(1 - k \frac{c_r}{c}\right)^2$  lehrt, daß die Wirbelstrom-

verluste von Stillstand an mit zunehmender Geschwindigkeit des Rotors abnehmen, ein Minimum erreichen und dann fortgesetzt wachsen. Die Umdrehungszahl, bei der das Minimum auftritt, ist von  $k$  abhängig. Um das Minimum zu finden, differenzieren wir den Ausdruck.

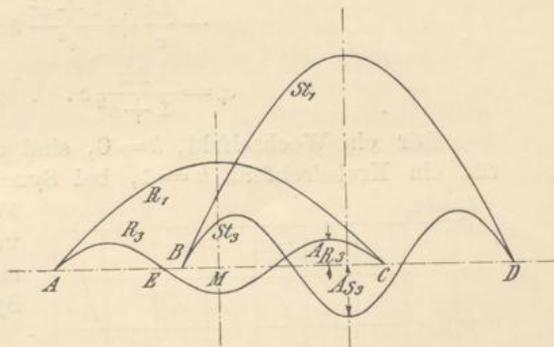


Fig. 4.

Es ist

$$\frac{d}{dc_r} \left[ \left( k - \frac{c_r}{c} \right)^2 + \left( 1 - k \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] = 0$$

$$- \frac{4k}{c} + \frac{1+k^2}{c^2} 2c_r = 0$$

$$c_r = \frac{2k}{1+k^2} c \dots \dots \dots (11)$$

Für ein Wechselfeld,  $k=0$ , sind die Verluste bei Stillstand, für ein Kreisdrehfeld,  $k=1$ , bei Synchronismus am geringsten.

Für alle übrigen Achsenverhältnisse liegt das Minimum zwischen Stillstand und Synchronismus.

Für die Wirbelstromverluste im Wechselfeld ( $k=0$ )

nimmt der Faktor die Form

$$\frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right]$$

an. Die Verluste bestehen also aus einem konstanten Gliede, das durch die Periodenzahl  $c$  bedingt ist, und aus einem mit der Rotorgeschwindigkeit wachsenden Teil. Die vom Stator auf den Rotor übertragenen Wirbelstromverluste sind also, ob sich der Rotor dreht oder nicht, immer die gleichen. Die bei Rotation hinzukommenden Verluste werden mechanisch gedeckt. Dies Verhalten ist auch leicht

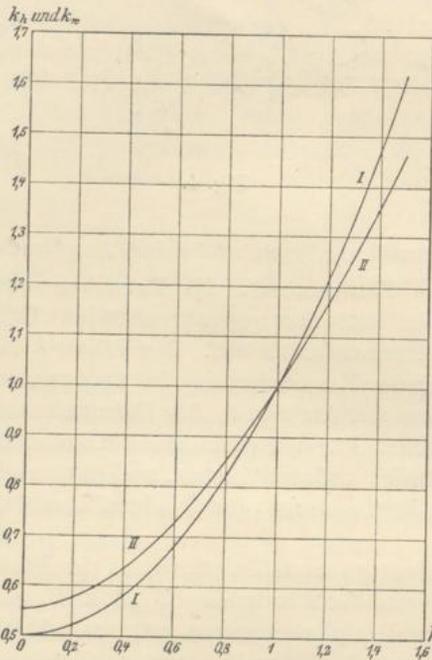


Fig. 5. I Faktor  $k_w$  zur Berechnung der Wirbelstromverluste im Stator. II Faktor  $k_h$  zur Berechnung der Hysterisisverluste im Stator.

zu verstehen, da der Statorstrom keine Verluste decken kann, die eine andere Periodenzahl als er selbst haben.

Die Wirbelstromverluste des Statoreisens sind im elliptischen Felde

$$\frac{1}{2} (1 + k^2) = k_w$$

von denen im Kreisdrehfelde. Um die Berechnung zu erleichtern, ist dieser Faktor in Fig. 5, I, als Funktion von  $k$  aufgetragen.

Ebenso sind in Fig. 6 für verschiedene Werte von  $k$  Kurven des Faktors  $k_{wr}$  zur Berechnung der Wirbelstromverluste im Rotor als Funktion von  $\frac{c_r}{c}$  aufgetragen.

### 5. Die Hysteresisverluste in elliptischen Drehfeldern.

Beim zyklischen Ummagnetisieren von Eisen tritt bekanntlich ein Zurückbleiben des Magnetismus der Eisenteilchen hinter der

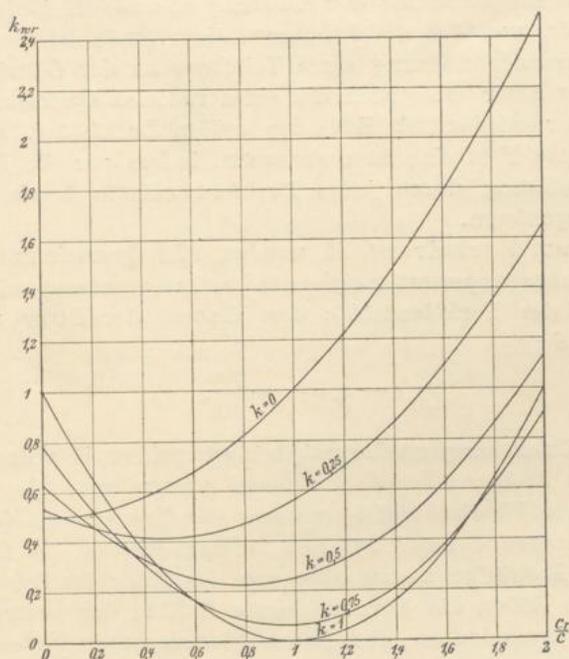


Fig. 6. Faktor  $k_{wr}$  zur Berechnung der Wirbelstromverluste im Rotor.

magnetisierenden Kraft auf, wodurch Wärmeverluste bedingt werden. Neben dieser, Hysteresis genannten Erscheinung beobachtet man ferner, daß bei Änderung der magnetisierenden Kraft das Eisen nicht sofort den entsprechenden magnetischen Zustand annimmt, sondern daß eine kleine Zeit verstreicht, bis dieser erreicht wird. Diese „Viskosität“ des Eisens ist aber nur von untergeordneter Bedeutung.

Nach Steinmetz berechnet man bei zyklischer Ummagnetisierung zwischen zwei entgegengesetzt gleichen Induktionen den Verlust durch Hysteresis mit Hilfe der empirischen Formel

Radt, Eisenverluste.

2

$$W_h = \sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{B}{1000} \right)^{1,6} V \dots \dots \dots (12)$$

setzt ihn also proportional der Zahl der Ummagnetisierungen und der 1,6<sup>ten</sup> Potenz der Induktion. Wir müssen nun zunächst untersuchen, ob die Anwendung dieser Formel auch bei elliptischen Drehfeldern gestattet ist, d. h. ob die Eisenteilchen auch hier zyklische Ummagnetisierungen zwischen entgegengesetzt gleichen Induktionen erleiden. Wir nehmen dabei im folgenden an, daß in einem radialen Querschnitt der Maschine überall die gleiche Induktion herrscht, und daß die Feldkurve sinusförmig ist.

Die Ummagnetisierung eines Teilchens an der Oberfläche von Stator oder Rotor (also auch die eines radialen Querschnittes) bestimmen wir wieder mit Hilfe der beiden Drehfelder, aus denen das elliptische Feld sich zusammensetzt, indem wir die Kurve der Ummagnetisierung durch jedes Drehfeld einzeln bestimmen und dann superponieren.

In einem Kreisdrehfeld werden alle Querschnitte zyklisch zwischen entgegengesetzt gleichen Induktionen ummagnetisiert, der Stator mit der Periodenzahl  $c$  des Netzes, der Rotor mit einer Periodenzahl

$$c - c_r = c - \frac{pn}{60},$$

die seiner Umdrehungsgeschwindigkeit entspricht. Das Steinmetzsche Gesetz ist hier also ohne weiteres anwendbar.

In einem Wechselfelde werden alle Querschnitte des Stators mit der Netzperiodenzahl zyklisch ummagnetisiert, die Größe der maximalen Induktion nimmt aber von der Mitte der Polteilung an nach beiden Seiten hin bis zum Werte Null in der neutralen Zone ab. Diese Erscheinung, daß jeder Querschnitt in anderer Weise ummagnetisiert wird, ist von großer Bedeutung, da sie die charakteristische Eigentümlichkeit der Ummagnetisierung durch ein elliptisches Drehfeld ist. Ungleich verwickelter sind nun die Vorgänge im Rotor, die durch einige Beispiele erläutert werden sollen.

In Fig. 7 ist die Kurve der Ummagnetisierung bei  $\frac{3}{4}$ -Synchroismus für einen Punkt  $P$  konstruiert, der die gezeichnete Lage besitzt zur Zeit, in der der Wechselfluß sein positives (in der Figur nach oben gerichtetes) Maximum hat. Die beiden Drehfelder überdecken sich also gerade. Da der Rotor langsamer läuft als das rechtsdrehende Drehfeld, kommt der Punkt  $P$  im nächsten Moment in den negativen Teil dieses Drehfeldes, wird entsprechend der Feldkurve sinusförmig ummagnetisiert und zwar mit einer Periodenzahl  $(1 - \frac{3}{4})c$ , wenn  $c$  die Netzperiodenzahl ist. Das linksläufige

Dre  
umz  
7 m

Ku  
star  
Ab

ma  
ma  
die  
sie  
hat

Drehfeld beginnt dagegen den Punkt  $P$  mit seinem positiven Teile umzumagnetisieren und zwar mit der Periodenzahl  $(1 + \frac{3}{4})c$ , also 7 mal schneller als das rechtsdrehende Feld. Die aus den beiden

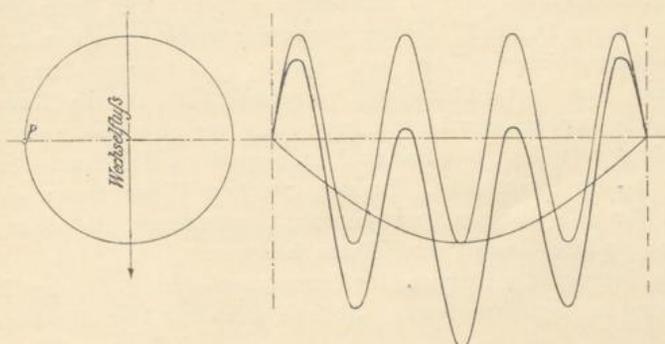


Fig. 7. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im Wechselfelde bei  $\frac{3}{4}$  Synchronismus.

Kurven resultierende Kurve der Ummagnetisierung ist in Fig. 7 stark ausgezogen. Die Kurve ist zwar noch symmetrisch zur Abszissenachse, aber der Charakter einer zyklischen Um-

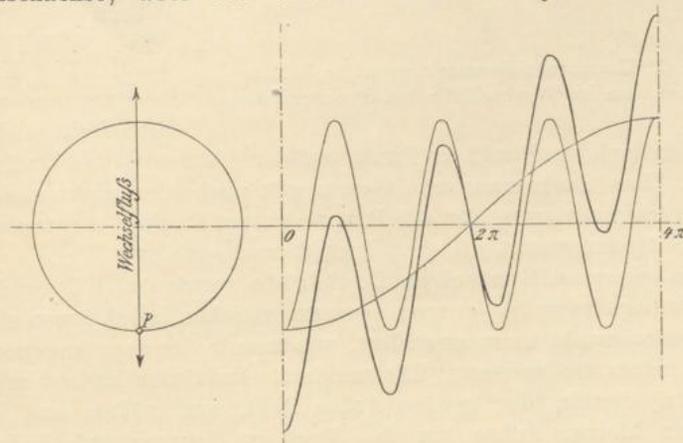


Fig. 8. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im Wechselfelde bei  $\frac{3}{4}$  Synchronismus.

magnetisierung ist nicht mehr vorhanden. Die Zahl der Ummagnetisierungen ist aus den beiden Frequenzzahlen zusammengesetzt, die Induktion weist mehrere Maxima auf. Die Änderung der magnetisierenden Kraft ist teils von  $+$  über  $0$  nach  $-$ , teils erfolgt sie hauptsächlich nur von  $+$  oder  $-$  bis  $0$  hin. Die Hysterisischleife,

die der Querschnitt  $P$  beschreibt, ist also ein mehrfach verschlungenes Schleifengebilde, auf das die Steinmetzsche Formel nicht mehr anwendbar ist.

Fig. 8 zeigt die ebenso konstruierte Kurve der Ummagnetisierung für einen Punkt  $P$ , der zu der vorhin angenommenen Anfangszeit die eingezeichnete Lage hat. Da der Punkt gegen den früheren um genau eine halbe Polteilung verschoben ist, ist die Kurve die gleiche wie vorher, nur ist sie gegen die vorige phasenverschoben. Zur Anfangszeit liegt der Punkt  $P$  im negativen Maximum der Feldkurven beider Drehfelder. In der gleichen Weise lassen sich die Kurven für alle übrigen Querschnitte konstruieren, die aber jedesmal eine andere Gestalt und Phase besitzen.

Fig. 9 zeigt die Kurven der Ummagnetisierung für drei Punkte des Rotors bei Synchronismus. Jeder Punkt hat hier eine konstante

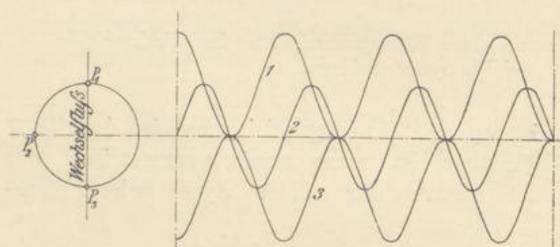


Fig. 9. Ummagnetisierungskurven für 3 Rotorquerschnitte im Wechselfelde bei Synchronismus.

Lage und Induktion in rechtsdrehendem Felde, und darüber lagert sich mit der doppelten Netzperiodenzahl die Ummagnetisierung durch das linksdrehende Feld. Die Kurven besitzen also wieder Sinusform und verschoben sich von Punkt zu Punkt auf der Abszissen- und Ordinatenachse. Das Steinmetzsche Gesetz gilt auch hier nicht mehr, da die Ummagnetisierung für alle Punkte bis auf Punkt 2 nicht zwischen zwei entgegengesetzt gleichen Induktionen erfolgt.

In einem elliptischen Drehfelde werden alle Querschnitte des Stators zwischen entgegengesetzt gleichen Induktionen mit der Netzperiodenzahl ummagnetisiert, wie man in der eben angegebenen Weise leicht finden kann. Die maximale Induktion ist in dem Querschnitte, der in der großen Achse liegt, am größten und nimmt bis zur kleinen Achse hin ab. Doch ist die maximale Induktion eines Querschnittes nicht durch den zugehörigen Radiusvektor der Ellipse bestimmt, wie wir noch näher sehen werden. Das Steinmetzsche Gesetz hat für jeden Querschnitt des Stators Gültigkeit.

Fig. 10 zeigt bei  $3/4$ -Synchronismus die Ummagnetisierung eines Punktes  $P$  des Rotors, der die gezeichnete Lage besitzt zur Zeit, in der der Radiusvektor der Ellipse in der großen Achse liegt. Die Kurve entspricht der in Fig. 8 für ein Wechselfeld konstruierten Kurve. Die Hysteresisschleife, die der Punkt  $P$  beschreibt, bildet

in  
spr  
den  
Ch

ur  
1/  
K  
se  
na  
K  
in

in ihrem Verlaufe mehrere Extraschleifen. Fig. 11 gibt die entsprechende Kurve für einen Punkt  $P$ , der um  $\frac{2}{3}$ -Polteilung gegen den vorigen verschoben ist. Die Kurve besitzt einen etwas anderen Charakter als die frühere. In gleicher Weise sind in den Fig. 12

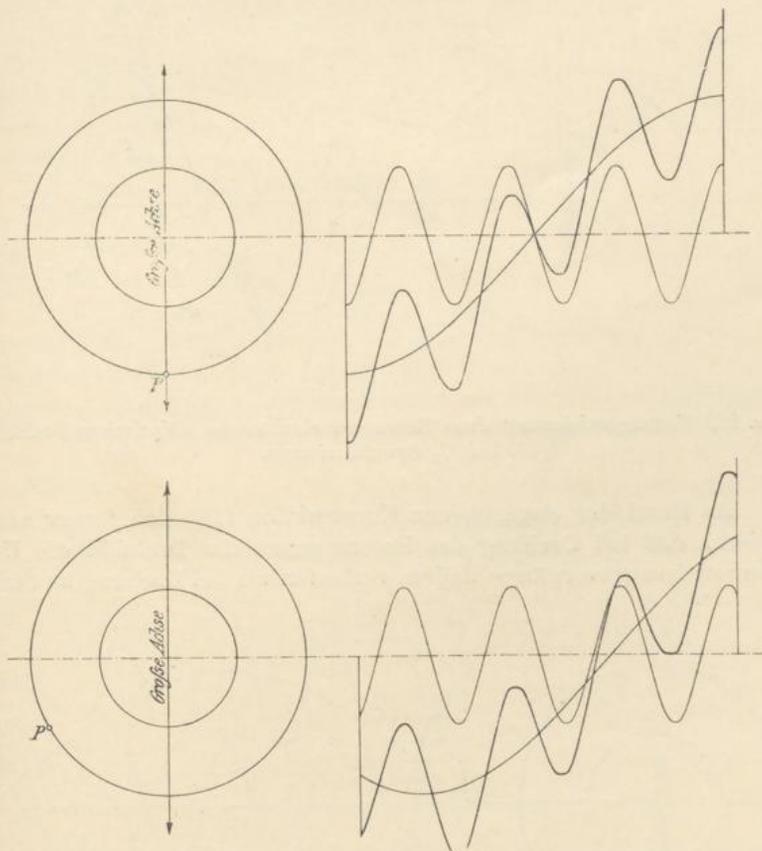


Fig. 10 und Fig. 11. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im elliptischen Drehfelde bei  $\frac{3}{4}$  Synchronismus.

und 13 die Kurven für je einen Punkt bei  $\frac{1}{2}$ -Synchronismus und  $\frac{1}{4}$ -Übersynchronismus konstruiert. Die Ummagnetisierung ist bei Kurve 12 ein eigentümlicher Wechsel zwischen sehr großen und sehr kleinen Induktionsänderungen. Die Hysterissschleife, die ein nach Fig. 13 ummagnetisiertes Eisenteilchen beschreibt, ist eine Kette kleiner Schleifen.

Die eben angestellten Betrachtungen lehren uns, daß für einen im elliptischen Drehfelde rotierenden Eisenkörper das Steinmetz-

sche Gesetz nicht mehr gilt, und daß es überhaupt unwahrscheinlich erscheint, diese Vorgänge in ein einfaches Gesetz fassen zu können. Man kann die hierbei auftretenden Verluste zunächst nur angenähert berechnen.

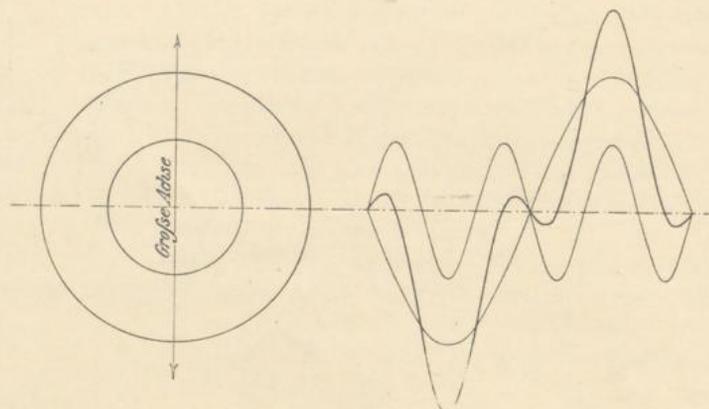


Fig. 12. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im elliptischen Drehfelde bei  $\frac{1}{2}$  Synchronismus.

An Hand der angegebenen Konstruktion läßt sich ferner nachweisen, daß bei Drehung des Rotors gegen das Drehfeld die Ummagnetisierungsvorgänge anders verlaufen als bei Drehung im Sinne

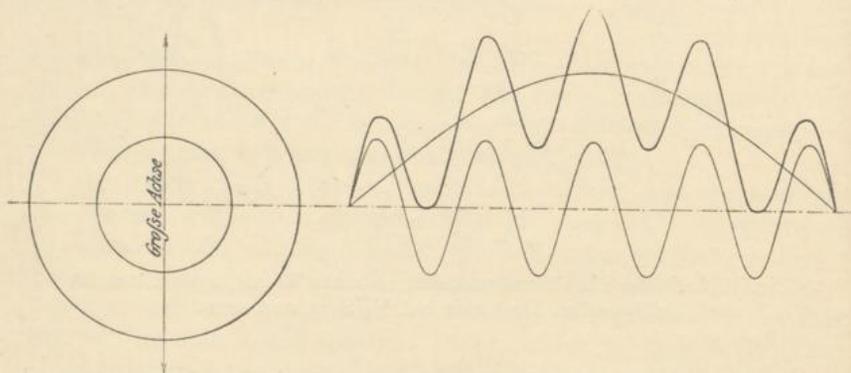


Fig. 13. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im elliptischen Drehfelde bei  $\frac{1}{4}$  Übersynchronismus.

des Feldes. Diese Erscheinung ist insofern für experimentelle Arbeiten von Wichtigkeit, als es nicht wie im Kreisrehfelde möglich ist, die Verluste bei Übersynchronismus durch Drehung gegen das Drehfeld zu bestimmen.

Wie wir sahen, gilt aber für jeden Querschnitt einer ruhenden Eisenmasse das Steinmetzsche Gesetz. Da dies Gesetz für beliebige kleine Eisenmassen noch Gültigkeit hat, können wir es als ein Differentialgesetz auffassen und den Gesamtverlust durch Integration der Verluste in den einzelnen Querschnitten berechnen. Wir müssen dazu erst bestimmen, wie groß die maximale Induktion in einem beliebigen Querschnitt ist.

Für einen radialen Querschnitt, der um den Winkel  $\alpha$  gegen die große Achse der Ellipse verschoben ist, finden wir die sinusförmige Kurve der Ummagnetisierung, wenn wir die Kurven des mitdrehenden und des gegenläufigen Drehfeldes um  $2\alpha$  gegeneinander verschoben aufzeichnen und die Ordinaten addieren. Die maximale Ordinate der resultierenden Kurve können wir auch geometrisch, wie Fig. 14 zeigt, finden.

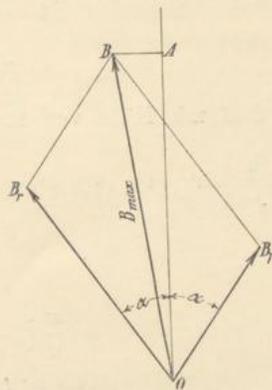


Fig. 14.

Es ist

$$B_{max} = \sqrt{(B_r \cos \alpha + B_l \cos \alpha)^2 + (B_r \sin \alpha - B_l \sin \alpha)^2} \\ = \sqrt{B_r^2 + B_l^2 - 2B_r B_l + 4B_r B_l \cos^2 \alpha}.$$

Nun ist aber

$$B_r = \frac{B_1 + B_2}{2}$$

und

$$B_l = \frac{B_1 - B_2}{2},$$

also wird

$$B_{max} = \sqrt{B_2^2 + (B_1^2 - B_2^2) \cos^2 \alpha} = B_1 \sqrt{\sin^2 \alpha (k^2 - 1) + 1} \quad (13)$$

Der gesamte Hysteresisverlust ist nun, wenn  $Q$  den radialen Querschnitt der Eisenmasse und  $r$  den mittleren Radius bedeutet,

$$W_h = 4 \sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{1}{1000} \right)^{1,6} \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_{max}^{1,6} Q r d\alpha \\ = 4 \sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{B_1}{1000} \right)^{1,6} Q r \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin^2 \alpha (k^2 - 1) + 1]^{0,8} d\alpha.$$

Um das Integral lösen zu können, entwickeln wir den Klammerausdruck nach dem binomischen Lehrsatz.

Es ist

$$[\sin^2 \alpha (k^2 - 1) + 1]^{0,8} = 1 + 0,8 (k^2 - 1) \sin^2 \alpha - \frac{0,8 \cdot 0,2}{1 \cdot 2} (k^2 - 1)^2 \sin^4 \alpha \\ + \frac{0,8 \cdot 0,2 \cdot 1,2}{1 \cdot 2 \cdot 3} (k^2 - 1)^3 \sin^6 \alpha - \dots$$

und mit Hilfe von Rekursionsformeln lösen wir das Integral.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin^2 \alpha (k^2 - 1) + 1]^{0,8} d\alpha = \frac{\pi}{2} \left[ 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,8}{1} (k^2 - 1) - \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} \cdot \frac{0,8 \cdot 0,2}{1 \cdot 2} (k^2 - 1)^2 \right. \\ \left. + \frac{5 \cdot 3 \cdot 1}{6 \cdot 4 \cdot 2} \cdot \frac{0,8 \cdot 0,2 \cdot 1,2}{1 \cdot 2 \cdot 3} (k^2 - 1)^3 - \dots \right] \\ = \frac{\pi}{2} [1 + 0,4 (k^2 - 1) - 0,03 (k^2 - 1)^2 \\ + 0,01 (k^2 - 1)^3 - 0,0048 (k^2 - 1)^4 + \dots] \\ = \frac{\pi}{2} \cdot k_h.$$

Der Hysterisisverlust ist also

$$W_h = k_h \cdot \sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{B_1}{1000} \right)^{1,6} V, \dots \dots \dots (14)$$

worin  $V = 2\pi r Q$  das Volumen der ganzen Eisenmasse bedeutet.

Die Reihe für  $k_h$  konvergiert für die Werte  $k < 1$  außerordentlich schnell, so daß für überschlägige Rechnungen nur die beiden ersten Glieder zu berücksichtigen sind und man setzen kann:

$$W_h = (0,6 + 0,4 k^2) \sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{B_1}{1000} \right)^{1,6} V \dots \dots (15)$$

Der genaue Wert von  $k_h$  ist als Funktion von  $k$  in der Kurve Fig. 5, II aufgetragen.

Will man für  $k > 1$  die Reihe schnell konvergieren lassen, so berechnet man die Reihe für

$$k' = \frac{1}{k}$$

und hat dann

$$k_h = k^{1,6} k'_h.$$

Eine exakte Rechnung für die Hysterisisverluste von in elliptischen Drehfeldern rotierenden Eisenmassen läßt sich nach den vorhergehenden Betrachtungen nicht ausführen. Im allgemeinen erfährt hier jeder Querschnitt eine andere Ummagnetisierung, und die Hysterisischleifen sind komplizierte Gebilde. Es liegt aber der Gedanke nahe, zur annähernden

Schätzung der Verluste ähnlich wie bei den Wirbelströmen die Verluste durch das links- und das rechtsdrehende Drehfeld einzeln zu berechnen und dann zu superponieren. Die so gefundenen Verluste werden zu groß ausfallen, so daß man durch einen empirischen Faktor die Werte korrigieren muß. Durch Proberechnungen an Hand der für  $k=0$  und  $k=1$  bekannten Werte und der Versuchsergebnisse hat sich für  $k=0$  bis  $k=1$  folgende Formel ergeben:

$$W_{hr} = \frac{\pm (1+k)^{1,6} \left(1 - \frac{c_r}{c}\right) + (1-k)^{1,6} \left(1 + \frac{c_r}{c}\right)}{3,6 - 0,6 k} \sigma_h \frac{c}{100} \left(\frac{B_1}{1000}\right)^{1,6} V \quad (16)$$

$$= k_{hr} \sigma_h \frac{c}{100} \left(\frac{B_1}{1000}\right)^{1,6} V \quad (16a)$$

Das  $\pm$  vor der ersten Klammer bedeutet, daß das Glied immer positiv sein muß.

Für die Werte  $k > 1$  berechnet man wie vorher den Ausdruck für  $k' = \frac{1}{k}$  und muß die so erhaltene Zahl mit  $k^{1,6}$  multiplizieren.

Die Kurven der nach dieser Gleichung berechneten Hysterisisverluste zeigen bei Synchronismus eine Unstetigkeit, deren tatsächliches Vorkommen nicht zu beweisen und zum mindesten zweifelhaft ist. Doch ist die Abweichung von den wirklichen Verhältnissen wie die Versuchsergebnisse lehrten, so gering, daß für technische Rechnungen genügend genaue Resultate erhalten werden können.

Für ein Wechselfeld führt die Formel zu der Folgerung, daß die Hysterisisverluste zwischen Null und Synchronismus konstant bleiben. Daß die Hysterisisverluste sich nur

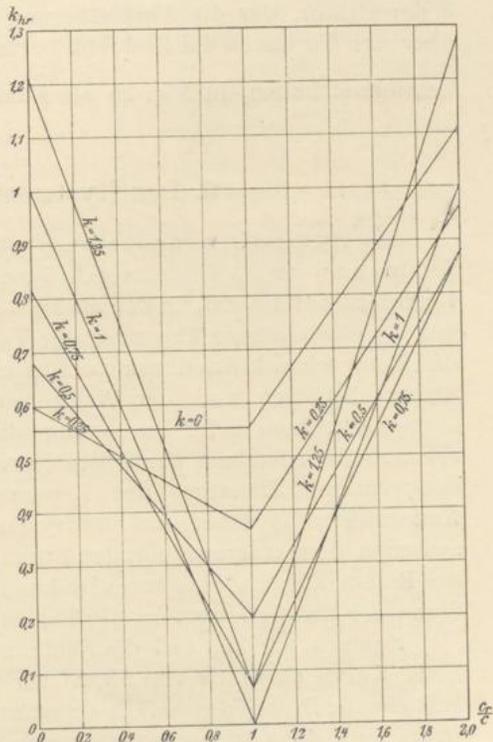


Fig. 15. Faktor  $k_{hr}$  zur Berechnung der Hysterisisverluste im Rotor.

wenig ändern können, lehren schon die in Fig. 7 bis 9 gegebenen Ummagnetisierungskurven. Mit wachsender Geschwindigkeit des Rotors erhöht sich zwar die Zahl der Ummagnetisierungen, aber gleichzeitig nimmt von Stillstand bis Synchronismus die Amplitude der magnetisierenden Kraft von  $B_1$  auf  $\frac{1}{2} B_1$  ab. Bei Synchronismus ist für jeden Querschnitt die Periodenzahl  $2c$  und die Amplitude der Induktion  $\frac{1}{2} B_1$ . Nehmen wir zunächst an, daß für alle Querschnitte das Steinmetzsche Gesetz anwendbar wäre, so würde der Verlust sein  $(\frac{1}{2})^{1,6} \cdot 2 = 0,66$  von dem in einem Drehfeld. Da aber nur Punkt 2 und der ihm diametral gegenüberliegende Punkt zyklisch zwischen zwei gleichen und entgegengesetzten Werten der Induktion ummagnetisiert werden, für alle übrigen Querschnitte die Hysteresisschleife kleiner ausfällt, wird der Gesamtverlust geringer als 0,66 und sich dem Werte 0,55 bei Stillstand nähern. Von Übersynchronismus an wächst der Verlust, da die Amplitude der magnetisierenden Kraft wieder größer wird und die Periodenzahl ständig wächst.

Um die Rechnung zu erleichtern, ist für verschiedene Werte von  $k$  der Faktor, der die Verkleinerung der Hysteresisverluste gegenüber den Verlusten im Drehfeld berücksichtigt und den wir mit  $k_{hr}$  bezeichnet haben, in Fig. 15 als Funktion von  $\frac{c_r}{c}$  aufgetragen.

## 6. Der Hysteresissprung.

Die Hysteresis verursacht eine eigentümliche, zuerst von O. Th. Lehmann<sup>1)</sup> für ein Kreisdrehfeld beschriebene Erscheinung, die von Einfluß ist auf die Art, in der die Hysteresisverluste gedeckt werden, und die eine einfache Trennung der Verluste ermöglicht. Treibt man den Rotor eines Induktionsmotors mechanisch an und mißt die dem Stator elektrisch und der Welle mechanisch zugeführte Leistung, so bemerkt man beim Durchgang durch den Synchronismus eine sprunghafte Abnahme der Leistungszuführung zum Stator und eine entsprechende Zunahme der Leistung an der Rotorwelle. Diese Änderung rührt daher, daß die Hysteresis eine konstante Anziehung zwischen dem magnetisierenden Strom und dem magnetischen Feld des Rotors, also ein konstantes Drehmoment verursacht, das immer im Sinne der Relativbewegung des Feldes gegenüber dem Rotor wirkt.

Nehmen wir an, daß die Feldkurve genau sinusförmig und die EMK.-Kurve ebenfalls von Sinusform sei, so muß das im Luftspalt entstehende Drehfeld ebenfalls sinusförmig sein. Der Magnetisierungsstrom muß dann immer so groß sein und eine solche Kurvenform

<sup>1)</sup> ETZ 1903, S. 735.

besitzen, daß er dies Feld erzeugen kann, er muß z. B. an der Stelle, an der die Feldstärke Null sein soll, bereits eine gewisse Größe haben, d. h. dem Felde etwas voreilen. Infolgedessen besteht zwischen dem Strom und dem Felde eine Anziehung. Von dem zeitlichen Zurückbleiben des Magnetismus hinter der magnetisierenden Kraft, der sogenannten Viskosität, sehen wir hierbei ab, da ihr Einfluß unbedeutend ist.

Den ganzen Strom können wir uns aus zwei Komponenten bestehend denken, von denen eine den Stator, die andere den Rotor ummagnetisiert. Jede Komponente wirkt zusammen mit der Magnetisierung des betreffenden Eisenkörpers so, daß im Luftspalt sowohl vom Stator, als auch vom Rotor aus erzeugt je ein sinusförmiges Feld entsteht. Da aber zwischen diesen beiden sinusförmig verteilten magnetischen Feldern von Rotor und Stator nur eine radiale Anziehung besteht, bildet jede Stromkomponente nur mit dem von ihr ummagnetisierten Eisenteil ein Drehmoment, aber nicht mit dem andern. Da der Stator fest mit der Wicklung verbunden ist, ist an der Welle nur das Drehmoment bemerkbar, das die magnetisierten Eisenteilchen des Rotors mit der zu ihnen gehörigen Stromkomponente bilden. Da innerhalb der in der Technik gebräuchlichen Periodenzahlen die Form der Hysteresisschleife sich nur unwesentlich ändert, bleibt die Größe und Form der Magnetisierungskomponente des Rotors bei allen Umdrehungszahlen die gleiche. Nur die Geschwindigkeit, mit der sich die Stromwelle relativ zur Rotoroberfläche bewegt, ändert sich, zwischen dem konstanten Feld und dem konstanten Strom herrscht aber eine konstante Anziehung, deren Richtung von dieser Relativbewegung abhängt. Unterhalb Synchronismus treibt das Feld den Rotor deswegen an, unmittelbar über Synchronismus muß man dem Rotor das konstante Drehmoment mechanisch erteilen, die Maschine arbeitet als Generator. Beim Durchgang durch Synchronismus findet der „Hysteresissprung“ zeitlich nicht plötzlich statt, sondern es vergehen erst einige Magnetisierungszyklen, bis ein stationärer Zustand erreicht ist.

Wäre es möglich, den Rotor ganz allmählich von Untersynchronismus bis zum Synchronismus zu bringen, so herrscht in dem Augenblick, in dem Synchronismus erreicht wird, noch das volle Drehmoment, und der Motor könnte als Synchronmotor eine Leistung abgeben, die gleich dem Hysteresisdrehmoment mal der Winkelgeschwindigkeit ist. Wird jetzt die äußere Belastung so verringert, daß sie kleiner ist als dem vollen Hysteresisdrehmoment entspricht, so wird die Form der Magnetisierungskomponente des Rotors sich etwas ändern (der Sinusform nähern), bis die Anziehung so klein geworden ist, daß Gleichgewicht herrscht. Bei der Belastung Null

ist keine tangential wirkende Kraft mehr vorhanden. Es wäre auf solche Weise also möglich, alle die Stadien, die der Rotor im Hysteresissprung schnell durchläuft, ganz allmählich eintreten zu lassen.

Ist  $W_h$  der Hysteresisverlust im Rotor bei Stillstand,  $s$  die Schlüpfung, so ist der Verlust im rotierenden Rotor  $s \cdot W_h$ . Dieser Verlust muß von dem magnetischen Felde, das mit der Geschwindigkeit  $s\omega$  relativ zum Rotor sich bewegt, auf den Rotor übertragen werden, und es ist

$$\begin{aligned} \vartheta_h \cdot s\omega &= W_h s \\ \vartheta_h &= \frac{W_h}{\omega} \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

Das konstante Hysteresisdrehmoment  $\vartheta_h$  entspricht also den Hysteresisverlusten im Rotor bei Stillstand, und um den doppelten Betrag dieses Wertes muß die Leistungsaufnahme des Stators bei Durchgang durch Synchronismus abnehmen.

Im elliptischen Drehfelde liegen die Verhältnisse bei Synchronismus nicht mehr so einfach. Wir haben auf Seite 11 gesehen, daß die Drehgeschwindigkeit des Feldes sich zwischen den Werten  $\omega \frac{B_1}{B_2}$  und  $\omega \frac{B_2}{B_1}$  ändert. Der Rotor läuft also bei allen

Umdrehungszahlen, die zwischen diesen Geschwindigkeiten liegen, bald schneller, bald langsamer, bald gleichschnell mit dem Felde. Da aber die Bewegung des elliptischen Feldes die Resultierende aus den gleichförmigen Winkelgeschwindigkeiten zweier gegenläufiger Drehfelder ist, so ist auch hier wieder der Synchronismus des Rotors von besonderer Bedeutung, da hierbei der Rotor seine Relativbewegung zum rechtsdrehenden Felde ändert. Tatsächlich beobachtet man auch im elliptischen Felde einen Hysteresissprung, nur ist er nicht so groß wie im Kreisdrehfeld, weil der Einfluß des linksdrehenden Feldes sich geltend macht. Die Größe des Sprunges ist rechnerisch nicht zu bestimmen, da er eine komplizierte Funktion der durch die beiden Drehfelder gemeinsam hervorgebrachten Umagnetisierung ist.

Im Wechselfelde ist der Hysteresissprung am geringsten, aber noch deutlich meßbar. Er entsteht hier einmal, weil die Relativbewegung zwischen Rotor und dem gedachten rechtsdrehenden Felde sich ändert, und zweitens, weil auch die Wirbelströme zusammen mit dem Hauptfelde ein schwaches rechtsdrehendes Feld erzeugen. Hier ruft der Sprung noch eine weitere interessante Erscheinung hervor. Schaltet man, wie Fig. 28 zeigt, in eine quer zum Wechselflusse liegende Wicklung ein Voltmeter ein, so mißt man eine geringe induzierte EMK. Diese EMK rührt zum Teil

vom Quersfeld der Wirbelströme her, das ungefähr proportional mit der Geschwindigkeit des Rotors wächst. Bei Synchronismus ist eine sprunghafte Vergrößerung der EMK zu beobachten, die ebenfalls von der sprunghaften Änderung der magnetischen Verhältnisse im Rotor zeugt. Eine einwandfreie physikalische Erklärung dieses Vorganges konnte nicht gefunden werden. In Fig. 16 ist als Beispiel die in der Querspule gemessene Spannung als Funktion der Rotorumdrehungszahl aufgetragen. Der Versuch ist bei einer Periodenzahl von  $c = 40$  und einer maximalen Luftinduktion von 3000 angesetzt. Als Voltmeter diente ein Spiegelinstrument von 3000 Ohm Widerstand.

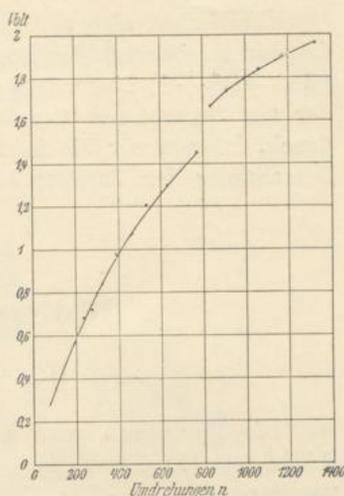


Fig. 16. Bei Drehung des Rotors im Wechselfelde in der Querspule induzierte Spannung.

## 7. Die zusätzlichen Verluste in elliptischen Drehfeldern.

Die zusätzlichen Verluste, die aus Oberflächenverlusten und Pulsationsverlusten bestehen, sind nach den Untersuchungen von Bragstad und Fraenckel<sup>1)</sup> abhängig von der 1,5. Potenz der Geschwindigkeit des Rotors und dem Quadrate der Induktion, dagegen unabhängig von der Periodenzahl des Statorstromes und von der Drehrichtung. Da hiernach für die Berechnung der Verluste in elliptischen Drehfeldern gegenüber den Kreisdrehfeldern nur die veränderte Verteilung der Induktion in Betracht kommt, müssen wir an Stelle der in den Formeln für Kreisdrehfelder vorkommenden konstanten Maximalinduktion hier den Mittelwert aus der Summe der Quadrate der von Punkt zu Punkt veränderlichen Maximalinduktion bilden. Da wir auf Seite 23 schon den Wert dieser Induktion berechnet haben, können wir sofort das Integral ansetzen

$$\begin{aligned} \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_{max}^2 d\alpha &= \frac{2}{\pi} B_1^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin^2 \alpha (k^2 - 1) + 1] d\alpha \\ &= \frac{2}{\pi} B_1^2 \left[ (k^2 - 1) \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right] = \frac{1}{2} (k^2 + 1) B_1^2 \quad (18) \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> ETZ 1908, S. 1074.

Wir haben also zur Berechnung der zusätzlichen Verluste nur der für Kreisfeld abgeleiteten Formel noch das Korrektionsglied  $\frac{1}{2}(k^2 + 1)$  hinzuzufügen. Da dieser Faktor der gleiche ist, wie der zur Berechnung der Wirbelströme im Stator abgeleitete Ausdruck, können wir die in Fig. 5, I gezeichnete Kurve auch hier zur Berechnung der Verluste benutzen.

## II. Experimenteller Teil.

### 8. Die Versuchsanordnung.

Die Messungen wurden an einer von der Maschinenfabrik Eßlingen für diesen Zweck besonders gebauten Versuchsmaschine vorgenommen. In Fig. 17 ist die Maschine im Schnitt dargestellt. Sie besteht aus dem Stator eines gewöhnlichen dreiphasigen Induktionsmotors von 5 PS und einem Rotor, der weder Wicklung noch Nuten besitzt. Durch diese Anordnung erreicht man, daß die magnetischen Verhältnisse eines normalen Motors innegehalten werden, daß aber die für die vorliegende Untersuchung besonders störenden zusätzlichen Verluste sehr klein sind. Sie bestehen hier nur aus den an der Oberfläche des Rotors auftretenden Oberflächenverlusten.<sup>1)</sup> Um ferner Wirbelstromverluste in den massiven Eisenteilen des Rotors möglichst zu vermeiden, sind die Rotorbleche allseitig von Holzteilen gefaßt. Der Motor besitzt Kugellager, so daß plötzliche geringe Änderungen der Lagerreibung, wie sie in Gleitlagern vorkommen können, nicht zu befürchten sind. Der Stator ist 6polig, besitzt Spulenwicklung mit 117 Windungen in einer Phase und ist für 110 Volt Phasenspannung gebaut. In jeder Nut liegen 13 Leiter von 2,5 mm Durchmesser. Der Luftspalt ist 0,5 mm, die Nutenöffnung 2,5 mm, die Nuttiefe 26 mm, die Nutbreite 8,5 mm, die gesamte Nutzahl 54. Die Blechstärke beträgt in Stator und Rotor 0,5 mm.

Zur Erzeugung eines Wechselfeldes wurden 2 Statorphasen in Serie geschaltet. Ein elliptisches Drehfeld entstand, wenn man noch der dritten Phase eine 90° zur ersten Spannung phasenverschobene Klemmenspannung aufdrückte. Das elliptische Feld wurde also zweiphasig erzeugt, wobei allerdings durch die ungleiche Verteilung der beiden Phasen über die Polteilung eine Unsymmetrie entstand.

<sup>1)</sup> Bragstad und Fraenckel a. a. O.