

**Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

**Theorie und Bau der Wasserräder**

**Redtenbacher, Ferdinand**

**Mannheim, 1846**

Wellbäume für Räder mit Spannstangen

[urn:nbn:de:bsz:31-282850](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-282850)

## Wellbäume für Räder mit Spannstangen.

Diese Wellbäume haben, wie schon mehrmals erwähnt wurde, nur allein das Gewicht der Konstruktion zu tragen, sind also nicht auf Torsion in Anspruch genommen.

Wenn man die Berechnung der Welle sehr genau nehmen will, verursacht das einseitige Vorhandensein eines Zahnkranzes weitläufige Rechnungen und Erklärungen. Viel einfacher und leicht verständlicher wird die Sache, wenn wir uns denken, dass das Rad auf jeder Seite mit einem Zahnkranz versehen sei, und dass überhaupt die beiden Seiten des Rades übereinstimmen.

Nennen wir unter dieser Voraussetzung:

$d$  den Durchmesser des Zapfens,

$c$  die Länge des Zapfens,

$D$  den Durchmesser der Welle in der mittleren Ebene der Rosette,

$l$  die Entfernung des Zapfemittels vom Mittelpunkt der Rosette,

$G$  das Gewicht des Rades sammt Welle aber ohne Zahnkranz,

$Z$  das Gewicht des Zahnkranzes,

$M$  das Elastizitätsmoment eines in dem Abstände

$x$  von einer Rosette befindlichen Querschnittes des Wellenstückes zwischen den 2 Rosetten.

dann ist

$\frac{1}{2} G + Z$  der Druck, welchen ein Zapfen auszuhalten hat, mithin:

$$d = 0.18 \sqrt{\frac{1}{2} G + Z} \text{ und } c = 1.2 d$$

ferner ist:

$$D = d \sqrt[3]{\frac{l}{\frac{1}{2} c}}$$

Wenn man das Moment von dem Gewicht des Wellenstückes von der Länge  $l + x$  vernachlässigt, und den Druck, welchen die Rosette gegen die Welle ausübt, gleich  $\frac{1}{2} G + Z$  setzt, wodurch der wahre Werth dieses Druckes um das halbe Gewicht der Welle zu gross angenommen wird, so erhält man folgende annähernde Gleichung:

$$\left(\frac{1}{2} G + Z\right) (l + x) - \left(\frac{1}{2} G + Z\right) x = M$$

oder

$$\left(\frac{1}{2} G + Z\right) l = M$$

die jedoch hinreichend genau ist, indem die vernachlässigten Einflüsse von dem Gewichte der Welle von keiner Bedeutung sind. Diese letzte Gleichung ist nun unabhängig von  $x$ , es haben daher alle Querschnitte des Wellenstückes zwischen den zwei Rosetten sehr nahe einem gleich grossen Biegemomente ( $\frac{1}{2} G + Z$ )  $l$  zu widerstehen.

Nimmt man also für die Wellenstücke zwischen den Rosetten einen Cylinder von dem Durchmesser  $D$ , so hat man eine Form, Fig. (58), welche der durch obige Gleichung ausgedrückten Bedingung entspricht.

Allein diese cylindrische Form erfordert ziemlich viel Material, und hat im Verhältniss zu ihrem Querschnitt eine sehr kleine Oberfläche, daher bei derselben unganze Stellen im Gusse zu befürchten sind.

Nimmt man für die Querschnittsform einen Cylinder mit kreuzförmigen Nerven, wie Fig. (60) zeigt, so entspricht auch dieser Form die Bedingungsgleichung, vorausgesetzt, dass die einzelnen Dimensionen des Querschnitts gehörig gewählt werden; allein dieser Querschnitt hat den Fehler, dass bei demselben kein stetiger Uebergang in das Endstück der Welle statt findet. Dies kann bewirkt werden, wenn man, wie bei Fig. (61 und 62), den äusseren Nerven eine in die Endstücke übergehende Krümmung gibt; weil aber dadurch die Welle geschwächt wird, so muss man die aussen weggenommene Masse wieder zu ersetzen suchen, was auf zweierlei Weise geschehen kann, indem man entweder den runden mittleren Kern von der Mitte an nach aussen zu konisch zunehmen lässt, wie bei Fig. (61), oder indem man wie bei Fig. (62) den mittleren Theil cylindrisch lässt, und die Dicke der Nerven von der Mitte nach aussen zu allmählig stärker werden lässt.

Gewöhnlich findet man bei ausgeführten Rädern die Form Fig. (61), die Form Fig. (62) verdient aber in so fern vorgezogen zu werden, als sie gefälliger ist.

Nach den Bezeichnungen, welche in Fig. (63) angegeben sind, ist das Elastizitätsmoment für den mittleren Querschnitt der Welle

$$M = \frac{\mathfrak{R}}{6h} \left\{ 0.589 D_1^4 + (h^3 - D_1^3) e + (h - D_1) e^3 \right\}$$

wobei  $\mathfrak{R}$  den Coefficienten für die respektive Festigkeit bezeichnet.

Es ist aber auch, weil der Querschnitt  $D$  dem gleichen Moment zu widerstehen hat:

$$M = \frac{\mathfrak{R} \pi}{32} D^3$$

demnach erhält man:

$$D^3 \frac{\pi}{32} = \frac{1}{6h} \left\{ 0.589 D_1^4 + (h^3 - D_1^3) e + (h - D_1) e^3 \right\}$$

$$= \frac{e^3}{6} \left\{ 0.589 \left( \frac{D_1}{e} \right)^4 + \left( \frac{h}{e} \right)^3 - \left( \frac{D_1}{e} \right)^3 + \frac{h}{e} - \frac{D_1}{e} \right\} \left( \frac{e}{h} \right)$$

und daraus folgt:

$$\frac{D}{e} = \sqrt[3]{\frac{32}{6\pi} \left\{ 0.589 \left( \frac{D_1}{e} \right)^4 + \left( \frac{h}{e} \right)^3 - \left( \frac{D_1}{e} \right)^3 + \frac{h}{e} - \frac{D_1}{e} \right\} \frac{e}{h}}$$

Vermittelst dieses Ausdrucks wird der Werth von  $\frac{D}{e}$  bestimmt, wenn man in demselben für  $\frac{D_1}{e}$  und für  $\frac{h}{e}$  passende Verhältnisszahlen substituirt.

Diese letzteren müssen, damit die Welle eine gefällige Form erhalte, je nach der Entfernung der Rosetten gewählt werden. Man erhält jederzeit eine gefällige Form, wenn man nimmt:

$$\frac{h}{e} = 4.5 + 1.5 L$$

$$\frac{D_1}{e} = 6.75 - 0.75 L$$

wobei  $L$  die in Metres ausgedrückte Entfernung der Rosetten bezeichnet.

Das Verfahren zur Berechnung aller wesentlichen Querschnittsdimensionen der Welle ist nun folgendes:

Man bestimmt zuerst das Gewicht  $G$  der Konstruktion ohne Zahnkranz, so wie auch das Gewicht  $Z$  dieses letzteren; dann geben die Gleichungen (Seite 202) den Durchmesser  $d$  und die Länge  $c$  des Zapfens; hierauf berechnet man vermittelst der Gleichung (Seite 203) den Durchmesser  $D$ . Sodann bestimmt man vermittelst der obigen Gleichungen die Verhältnisse  $\frac{h}{e}$  und  $\frac{D_1}{e}$  und substituirt dieselben in den Ausdruck für  $\frac{D}{e}$ , so erhält man den Werth von  $\frac{D}{e}$ , und da  $D$  bereits bekannt ist, so hat man auch den Werth von  $e$ , welcher mit den bereits berechneten Werthen von  $\frac{h}{e}$  und  $\frac{D_1}{e}$  multipliziert, auch den Werth von

h und von  $D_1$  liefert. Sind einmal die Dimensionen  $d, c, l, D, D_1, h, e$  bekannt, und in der Zeichnung aufgetragen, so hat man hinreichende Anhaltspunkte, um die vollständige Verzeichnung der Welle nach dem Gefühle auszuführen. Wenn man die beiden Hälften der Welle übereinstimmend macht, so ist diejenige Hälfte, welche der Seite des Rades angehört, an welcher sich in der Wirklichkeit kein Zahnkranz befindet, etwas zu stark. Will man auch diese Seite den selbst wirkenden Lasten entsprechend machen, so muss man ihre Querschnittsdimensionen nach den angegebenen Formeln berechnen, indem man  $Z = 0$  nimmt; und dann muss man bei der Verzeichnung der Welle den zwischen der Rosette befindlichen Theil durch schickliche Uebergangsformen herzustellen suchen. Für die Ausführung ist es aber zweckmässiger, die beiden Hälften der Welle in jeder Hinsicht übereinstimmend zu machen.

Damit die Dimensionen der Welle bei vollkommener Sicherheit möglichst klein ausfallen, ist es sehr wichtig, dass die Zapfen so nahe als möglich an den Rosetten angenommen werden, so dass also der Werth von  $l$  möglichst klein ausfällt, denn so wie  $l$  gross ist, werden es auch alle übrigen Grössen  $D, e, h, D_1$ , und die Welle wird dann schwer. Der kleinste Werth von  $l$  wird durch die Breite des Zahnkranzes bestimmt.

Bei den Wellen von den ausgeführten Rädern ist fast immer der äussere Theil zwischen dem Zapfen und der Rosette nur wenig stärker als der Zapfen selbst, daher zu schwach, was auch die Erfahrung bestätigt hat, denn es sind schon oftmals Wasserradswellen in diesem Theile gebrochen.

#### Schlussbemerkung.

Um die Zahl der Regeln über den Bau der Räder nicht zu sehr zu vermehren, dürfte es wohl zweckmässiger sein, für alle untergeordneten Dimensionen keine besonderen Regeln und Formeln aufzustellen, denn wenn man sich bei einem zu construirenden Rade der grossen Tafeln bedient, auf welchen Räder von allen Dimensionen und Constructionen dargestellt sind, so wird man sich leicht in der Wahl der untergeordneten Dimensionen zurecht finden.

Bei der später folgenden Beschreibung und Berechnung dieser Räder wird sich übrigens die beste Gelegenheit darbieten, alles was sich in praktischer Hinsicht über den Bau sagen lässt, zur Sprache zu bringen.