Theorie und Bau der Wasserräder

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1846

Theorie des Rades mit Ueberfalleinlauf

urn:nbn:de:bsz:31-282850

fortgesetzt ist. In der Regel wird man aber das letztere thun, weil die vollständige Parabel doch die zuverlässigste Leitung des Wassers zu bewirken vermag.

Die Höhe $\overline{\mathrm{n\,A}}$ des Wasserstandes über dem Scheitel fällt gewöhnlich kleiner aus, als die Tiefe des Wassers im Zuleitungskanal; es muss also vor dem Einlauf eine schiefe Ebene angebracht werden, welche den Uebergang von dem Boden des Kanals bis an den höher liegenden Scheitel **c** des Einlaufs vermittelt.

Theorie des Rades mit Ueberfalleinlauf.

Berechnung des Nutzeffektes.

Bei diesem Rade kommen ganz dieselben Effektverluste vor, wie bei dem vorhergehenden Rade; man erhält daher für den Nutzeffekt ganz den gleichen Ausdruck, nämlich:

$$\left.\begin{aligned} E_n = {} & 1000\, Q \left\{ H - \frac{V^2}{2g} - \frac{1}{2} h + \frac{v\,(V \cos.\, \delta - v)}{g} \right\} \\ & - 1000\, Q \left[\frac{c}{2} \sin.\, \gamma + c \sin.\, (\gamma - \beta) - s \right] \\ & - 1000\, \varepsilon\, b \sqrt{2 g e} \left[H - \frac{V^2}{2g} \right] \left[0{\cdot}43 + 0{\cdot}26 \frac{Q}{a\, b\, v} \right] \\ & - 0{\cdot}118\; i\, a\, b\, v^3 \\ & - 0{\cdot}366\; b\, S\, v^3 \\ & - 7{\cdot}63\, \frac{v}{R}\, f\, N \sqrt{N}. \end{aligned}\right\} \quad (115)$$

Gleichung für die Wassermenge Q.

Wenn bei einem freien Ueberfall von der Breite **b** der Wasserstand über dem Scheitel **z** beträgt, ist die Wassermenge **Q**, welche p 1″ abfliesst, bekanntlich:

$$Q = 0{\cdot}42 \,.\, b \,.\, z \sqrt{2 g z}$$

Da bei dem Ueberfalleinlauf die unteren Wassertheilchen des Strahles den Umfang des Rades mit einer Geschwindigkeit V und unter einem Winkel δ erreichen, so beträgt die Höhe des Wasserstandes (im Zuflusskanal) über dem Scheitel der von dem unteren Wassertheilchen beschriebenen Parabel

$$\frac{V^2}{2g} \cdot \cos.^2 (\gamma - \delta)$$

und das ist offenbar der Werth von z; man erhält daher die Gleichung

$$Q = \frac{0 \cdot 42}{2g} b V^3 \cos.^3 (\gamma - \delta) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (116)$$

Bekanntlich ist zwar der Coeffizient 0·42 mit dem Verhältniss zwischen der Breite des Ueberfalls und der Dicke der Wasserschichte etwas veränderlich, allein, da diese Veränderlichkeit nur bei sehr grossen (bei Wasserrädern nie vorkommenden) Differenzen in jenem Verhältnisse von einiger Bedeutung ist, so darf man sich wohl erlauben, unter allen Umständen den Coeffizienten 0.42 beizubehalten.

Gleichung für den Halbmesser des Rades.

Wenn der Wasserstand im Abzugskanale um h tiefer steht, als in dem unteren Schaufelraume (in welchem die Wassertiefe $\frac{Q}{v b}$ ist), findet man für den Halbmesser des Rades leicht folgenden Ausdruck:

$$R = \frac{H - \frac{V^2}{2g} + \frac{Q}{b v} - h}{1 - \cos. \gamma} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (117)$$

Absolutes Maximum des Nutzeffektes.

Wir dürfen uns wohl erlauben, für diese Untersuchung die drei letzten Glieder des Ausdruckes für den Nutzeffekt unberücksichtigt zu lassen, indem ihr Betrag so unbedeutend ist, dass sie auf die Bedingungen des grössten Effektes nur einen sehr geringen Einfluss haben können.

Unter diesen Voraussetzungen wird der Ausdruck für den Nutzeffekt, wenn in demselben b vermittelst der Gleichung (116) eliminirt wird:

$$\left.\begin{aligned} E_n &= 1000\ Q\left[H - \frac{V^2}{2g} - \tfrac{1}{2}h + \frac{v(V\cos.\delta - v)}{g}\right] \\ &- 1000\,Q\left[\left(\frac{e}{2}\sin.\gamma + c\sin.(\gamma-\beta) - s\right) + \frac{k}{\cos.^3(\gamma-\delta)}\,\frac{H - \frac{V^2}{2g}}{V^3}\right] \end{aligned}\right\}(118)$$

wobei der Kürze wegen:

$$\varepsilon\sqrt{2ge}\left[0.43 + 0.26\cdot\frac{Q}{abv}\right]\frac{2g}{0.42} = k\,.\quad .\quad (119)$$

gesetzt wurde.

Das Maximum des Effektes erfordert auch hier wiederum, dass die Grössen h, e, γ, c, ε möglichst klein genommen werden sollen, was nur theilweise möglich ist.

h kann nur für einen constanten Wasserstand im unteren Kanale klein oder 0 gemacht werden. e kann nicht leicht kleiner als $0{\cdot}3^m$ genommen werden, weil sonst die vielen Schaufeln die Constructionskosten des Rades zu sehr vermehren. Auch darf e hinsichtlich des Nutzeffektes nicht gar zu klein sein, weil sonst das Wasser bei seinen unregelmässigen Schwankungen in den Schaufelräumen leicht gegen die Rückseiten der Schaufeln, mithin gegen die Bewegung des Rades schlägt.

γ kann nicht zu klein angenommen werden, sondern muss in de Regel, und insbesondere bei grösseren Gefällen, gross angenommen werden, damit der Halbmesser des Rades nicht zu gross ausfällt, was die Kosten des Rades zu sehr steigern würde.

ε hängt von der Genauigkeit ab, mit welcher das Rad in den Verbindungen seiner Theile ausgeführt wird. Bei einem sorgfältig gearbeiteten eisernen Rade mit hölzernen Schaufeln kann $\varepsilon = 0{\cdot}015^m$ werden. Bei einem hölzernen Rade muss schon von vornherein ε grösser gemacht werden, weil sonst bei kleinen Aenderungen in der Form des Rades die Schaufeln an das Gerinne anschleifen würden. Im Mittel genommen darf man für sorgfältige Constructionen $\varepsilon = 0{\cdot}02^m$ annehmen.

c kann ohne Anstand $= 0$ oder sehr klein gemacht werden; letzteres ist dem ersteren vorzuziehen, weil dann die äusseren Theile der Schaufeln so gestellt werden können, dass sie senkrecht aus dem Unterwasser austreten.

Hinsichtlich der vortheilhaftesten Werthe von δ, V, v und b erhalten wir ebenfalls durch die Gleichung (118) Aufschluss, wenn wir die partiellen Differenzialquotienten $\frac{d\,E_n}{d\,\delta}$, $\frac{d\,E_n}{d\,V}$, $\frac{d\,E_n}{d\,v}$ aufsuchen, jeden derselben gleich 0 setzen, und aus den sich so ergebenden Gleichungen v, V, δ zu bestimmen suchen.

Man findet:

$$\frac{d\,E_n}{d\,\delta} = 0 = -\frac{v\,V}{g}\sin.\delta + k\,.\,\frac{H-\frac{V^2}{2\,g}}{V^3}\,\frac{3\sin.(\gamma-\delta)}{\cos.^4(\gamma-\delta).}$$

oder

$$\frac{\sin.\delta\cos.^4(\gamma-\delta)}{\sin.(\gamma-\delta)} = 3\,g\,k\,.\,\frac{H-\frac{V^2}{2\,g}}{v\,V^4}\quad . \; . \; . \quad (120)$$

$$\frac{d\,E_n}{d\,V} = 0 = \frac{-V+v\cos.\delta}{g} + \frac{k}{\cos.^3(\gamma-\delta)}\left[\frac{1}{g\,V^2} - 3\,\frac{H-\frac{V^2}{2\,g}}{V^4}\right]$$

oder;

$$(V - v\cos.\delta)\cos.^3(\gamma-\delta) = k\,g\left[\frac{1}{g\,V^2} + 3\,\frac{H-\frac{V^2}{2\,g}}{V^4}\right]\,.\quad(121)$$

$$\frac{d\,E_n}{d\,v} = V\cos.\delta - 2\,v = 0\quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (122)$$

Aus (120) und (121) folgt durch Division:

$$\frac{(V - v\cos.)\sin.(\gamma-\delta)}{\sin.\delta\cos.(\gamma-\delta)} = v\left\{1+\frac{2}{3}\,\frac{\frac{V^2}{2\,g}}{H-\frac{V^2}{2\,g}}\right\}$$

oder:

$$\frac{V\sin.(\gamma-\delta) - v\sin.\gamma}{\sin.\delta\cos.(\gamma-\delta)} = v\,.\,\frac{2}{3}\,\frac{\frac{V^2}{2\,g}}{H-\frac{V^2}{2\,g}}\quad . \quad (123)$$

Durch Elimination von v aus den Gleichungen (120) und (123) vermittelst der Gleichung (122) findet man:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\sin\gamma\cos.\delta-2\cos.\gamma\sin.\delta}{\sin.2\delta\cos.(\gamma-\delta)} &= \frac{1}{3}\,\frac{\frac{V^2}{2g}}{H-\frac{V^2}{2g}}\\ \frac{\sin.2\delta\cos.^4(\gamma-\delta)}{\sin(\gamma-\delta)} &= 12kg\,\frac{H-\frac{V^2}{2g}}{V^5}\end{aligned}\right\} \quad . \quad (124)$$

Aus diesen zwei Gleichungen müssen durch irgend eine Annäherungs-Methode die Werthe von δ und V bestimmt werden. Da vorauszusehen ist, dass der vortheilhafteste Werth von V nicht sehr gross ausfallen kann, so ist gewiss das Glied rechter Hand des Zeichens = in der ersten von obigen Gleichungen eine kleine Grösse; man wird also keinen merklichen Fehler begehen, wenn man

$$\sin.\gamma\cos.\delta-2\cos.\gamma\sin.\delta=0$$

setzt; dann ergibt sich

$$\text{tang.}\,\delta=\frac{1}{2}\,\text{tang.}\,\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (125)$$

wodurch die Berechnung von δ ohne Schwierigkeit geschehen kann. Kennt man den Werth von δ, und substituirt denselben in die zweite der Gleichungen (124) so kann man aus derselben ohne Anstand V bestimmen.

Ist auch diess geschehen, so findet man aus (122)

$$v=\frac{1}{2}\,V\cos.\delta. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (126)$$

und endlich aus (2)

$$\frac{b}{Q}=\frac{2g}{0{\cdot}42}\cdot\frac{1}{V^3\cos.^3(\gamma-\delta)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (127)$$

Auch der vortheilhafteste Werth von a oder von a b v liesse sich bestimmen, man müsste aber dieser Bestimmung die Gleichung (117) zu Grunde legen, weil der vortheilhafteste Werth von a auch von dem

Luftwiderstand abhängt. Indess ist dieses Element von äusserst geringem Einfluss auf den Effekt, es ist daher hinreichend, wenn a so bestimmt wird, dass die Bedingung $a\,b\,v > Q$ erfüllt ist. Wir setzen also zur Bestimmung von a

$$a = \frac{2\,Q}{b\,V} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (128)$$

In Bezug auf die Grösse a muss noch bemerkt werden; dass bei der Aufsuchung der partiellen Differenzialquotienten: a, oder vielmehr $\frac{Q}{a\,b\,v}$ welches in k enthalten ist, als constant angesehen wurde, die erhaltenen Resultate setzen also schon voraus, dass man die Füllung des Rades von vornherein angenommen habe.

Aus den aufgefundenen Bedingungsgleichungen erkennt man zunächst, dass die vortheilhaftesten Werthe von v V, $\frac{b}{Q}$ vorzugsweise von dem Entweichen des Wassers, nämlich von der Grösse k abhängen: Bei einem schwach gefüllten, eng geschaufelten und genau in das Gerinne eingepassten Rade sind die Grössen ε, e, $\frac{Q}{a\,b\,v}$ und ist folglich auch k klein (119). Wenn aber k klein ist, fällt wegen der zweiten der Gleichungen (124) V und wegen der Gleichung (126) v klein aus, dagegen wird wegen (127) $\frac{b}{Q}$ sehr gross. Wäre es möglich ε unendlich klein zu machen, so würde gar V und v unendlich klein und $\frac{b}{Q}$ unendlich gross. Hieraus sieht man, dass sich die vortheilhafteste Geschwindigkeit und die vortheilhafteste Breite des Rades vorzugsweise nach der Vollkommenheit richtet, mit welcher das Rad hinsichtlich des Entweichens des Wassers konstruirt ist, und dass ein genau gearbeitetes Rad einen langsamen Gang und eine grosse Breite, ein ungenau gearbeitetes Rad eine grössere Geschwindigkeit und kleinere Breite erhalten soll. Die vortheilhaftesten Werthe von v und $\frac{b}{Q}$ ändern sich aber nicht in dem gleichen Maasse mit ε oder mit k, denn aus der zweiten der Gleichungen (124) sieht man, dass V ungefähr der fünften Wurzel aus k proportinal ist, daher ändert sich auch wegen (126) v nur sehr wenig bei einer Aenderung von k. Das Verhältniss $\frac{b}{Q}$ ist dagegen der dritten Potenz von V, demnach ungefähr der $\frac{3}{5}$ten Potenz von k verkehrt proportional. Hieraus sieht man also, dass der Einfluss der Grösse k auf die vortheilhafteste Breite des Rades viel grösser ist, als auf die vortheilhafteste Geschwindigkeit.

Auch sieht man aus dieser Untersuchung, dass die ältere Theorie der Wasserräder, welche auf das Entweichen nicht Rücksicht nimmt, oder richtiger gesprochen, welche voraussetzt, dass gar kein Entweichen statt findet, für die Bedingungen des grössten Effektes $v = V = o$ und $\frac{b}{Q} = \infty$ geben muss, denn diese Resultate ergeben sich auch aus den aufgestellten Gleichungen wenn man $k = o$ annimmt.

Es ist nun die Frage, ob die für δ, V, v, b erhaltenen Gleichungen zu praktisch brauchbaren Construktionsverhältnissen führen? Um diess zu entscheiden, sind numerische Rechnungen nothwendig. Die nachfolgende Tabelle enthält die Resultate solcher Rechnungen, bei welchen so verfahren wurde. Zuerst wurden die Werthe von γ angenommen; dann wurden vermittelst (125) die correspondirenden Werthe von δ gesucht. Hierauf wurde, um für H Annahmen zu machen, welche den Werthen von γ angemessen sind, für alle Räder $R = 3$ gesetzt. Dann wurden die Werthe von $H - \frac{V^2}{2g}$ vermittelst der Gleichung:

$$H - \frac{V^2}{2g} = R\,(1 - \cos.\gamma)$$

bestimmt. Sodann wurde vermittelst der zweiten der Gleichungen (124) V berechnet. Die Werthe von v, $\frac{b}{Q}$ und a ergaben sich zuletzt aus den Gleichungen (126), (127), 128).

Die constanten Grössen, welche diesen Rechnungen zu Grunde gelegt wurden, sind:

$$R = 3\,,\ e = 0{\cdot}5\,,\ \frac{a\,b\,v}{Q} = 2\,,\ \varepsilon = 0{\cdot}02\,,\ g = q{\cdot}81$$

Tabelle über die vortheilhaftesten Anordnungen von Ueberfall-Rädern.

I. Tabelle.

Nr.	γ	δ	$H - \frac{V^2}{2g}$	V	H	v	$\frac{b}{Q}$	a	s
I.	45°	26°+33'	0·89	2·42	1·188	1·080	3·86	0·48	0·24
II.	53	33°+33'	1·20	2·54	1·528	1·060	3·43	0·55	0·23
III.	60	40°+54'	1 50	2·60	1·844	0·982	3·15	0 64	0·23
IV.	70	53°+56'	2·00	2·65	2·358	0·779	2·82	0·91	0·20
V.	80	70°+34'	2·50	2·66	2·861	0·142	2·58	1·75	0·10

Zur Bestimmung der Werthe von s wurden die berechneten Räder verzeichnet, und die Wasserstände in den Schaufeln eingetragen.

Die Nutzeffekte dieser Räder sind in folgender Tabelle enthalten.

Sie wurden vermittelst der Formel (115) berechnet. Es wurde

$$Q = 1,\ h = 0,\ c = 0,\ f = 0{\cdot}1$$

und für die Berechnung der Zapfenreibung

$$N = 0{\cdot}75\ \frac{1000\ Q\ H}{75}$$

angenommen. Die Effekte sind in Theilen des absoluten Effektes der Wasserkraft ausgedrückt; die Zahlen, welche die Tabelle enthält, sind also die Verhältnisse zwischen den verschiedenen Effekten und dem absoluten Effekt.

II. Tabelle.

Nr.	Effekte in Procenten des absoluten Effekts.	I.	II.	III.	IV.	V.
1	Effektverlust durch Ein- und Austritt	0·0976	0·1210	0·1269	0·1403	0·1706
2	Effektverlust durch das Entweichen des Wassers .	0·1011	0·0942	0·0895	0·0836	0·0788
3	Effektverlust durch den Luftwiderstand	0·0083	0·0062	0·0044	0·0021	0·0005
4	Effektverlust durch die Wasserreibung . . .	0·0017	0·0015	0·0011	0·0005	0·0001
5	Effektverlust durch die Zapfenreibung	0·0094	0·0101	0·0101	0·0097	0·0060
6	Summe der Effektverluste	0·2181	0·2330	0·2320	0·2362	0·2560
7	Nutzeffekt der Räder wenn $h = o$	0·7819	0·7670	0·7680	0·7638	0·7440
	Nutzeffekt der Räder wenn $h = \frac{1}{2}\,a$	0·631	0·677	0·681	0·667	0·591

Ueber die Resultate dieser Berechnungen lassen sich folgende Bemerkungen machen.

Aus der ersten Tabelle ersieht man:

1) dass die vortheilhaftesten Geschwindigkeiten v der Räder sehr klein ausfallen, sie werden daher nur eine kleine Anzahl Umdrehungen p 1′ machen, und man würde, da man in der Regel grosse Geschwindigkeiten nothwendig hat, starke Räderübersetzungen brauchen, die kostspielig und krafterschöpfend sind.

2) Dass die berechneten Räder ziemlich breit und sehr tief sind, demnach auch aus diesem Grunde etwas kostspielig würden.

Aus der zweiten Tabelle ersieht man den Betrag der einzelnen Effektverluste.

Durch Vergleichung der zwei letzten Horizontalcolumnen ersieht man, wie nothwendig es ist, die Anordnung so zu treffen, dass $h = o$ wird, dass also der Wasserspiegel in dem unteren Schaufelraum und im Abflusskanal gleich hoch stehen, was allerdings nur bei einem constanten Wasserstand in dem letzteren möglich ist. Die Effektverluste 3, 4, 5 sind wegen der kleinen Geschwindigkeit des Rades sehr unbedeutend. Der Effektverlust 1 steigt von 10 bis 17 Procent, der Verlust 2 fällt von 10 bis 7 Procent

Relatives Maximum des Nutzeffektes.

Die im Vorhergehenden berechneten Räder sind zu breit, zu tief und gehen zu langsam, entsprechen daher nicht genug den Bedingungen, welche in der Praxis aus ökonomischen Rücksichten gestellt werden. Nun kann man aber voraussehen, dass der Nutzeffekt nicht merklich ungünstiger ausfallen könne, wenn die Radbreite etwas kleiner und der Gang etwas schneller angenommen wird, denn es gilt ja allgemein der Satz „dass sich eine jede Funktion in der Nähe ihres Maximums nur wenig ändert." Wir wollen daher den Versuch machen, die Dimensionen und die Geschwindigkeit der Räder den praktischen Anforderungen gemäss anzunehmen, und die Grössen V und δ (welche auf den Preis des Rades keinen Einfluss haben), so zu bestimmen, dass E_n möglichst gross ausfällt.

Nehmen wir also an, dass in den Gleichungen (115) und (116) alle Grössen bis auf V und δ constant und gegeben seien. Differenzirt man (115) in Bezug auf V und δ und setzt $d E_n = 0$, so findet man:

$$0 = -\frac{V}{g} d V + \frac{v}{g} (\cos. \delta d V - V \sin. \delta d \delta)$$

$$+ \frac{\varepsilon b \sqrt{2 g e}}{Q} \left[0{\cdot}43 + 0{\cdot}26 \frac{Q}{a b v} \right] \frac{V}{g} d V$$

oder

$$0 = \frac{v}{g} (\cos. \delta d V - V \sin. \delta d \delta)$$

$$-\frac{V}{g} \left\{ 1 - \frac{\varepsilon b \sqrt{2 g e}}{Q} \left[0{\cdot}43 + 0{\cdot}26 \cdot \frac{Q}{a b v} \right] \right\} d V$$

Nun ist aber das Produkt, welches ε als Faktor enthält, eine gegen die Einheit kleine Grösse, denn es ist für praktische Fälle $\frac{b}{Q}$ ungefähr $= 2$, $\varepsilon = 0{\cdot}02$, $\sqrt{2\,g\,e} = 3$, $\frac{Q}{a\,b\,c} = 0{\cdot}5$, der Betrag dieses Produkts ist daher ungefähr $0{\cdot}1$, was gegen die Einheit vernachlässigt werden darf. Unter dieser Voraussetzung wird diese Differenzialgleichung:

$$0 = v\,(\cos.\,\delta\,d\,V - V\,\sin.\,\delta\,d\,\delta) - V \;.\;.\;.\; (129)$$

differenzirt man ferner die Gleichung (116), indem man nur V und δ als veränderlich betrachtet, so findet man

$$\cos.\,(\gamma-\delta)\,d\,V + V\sin.(\gamma-\delta)\,d\,\delta = 0 \quad .\;.\; (130)$$

Aus diesen Gleichungen (129 und 130) folgt:

$$V = v\,\frac{\sin.\,\gamma}{\sin.(\gamma-\delta)} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (131)$$

und wenn man diesen Werth von V in (116) einführt, erhält man:

$$\frac{\sin.\,\gamma}{\mathrm{tang.}\,(\gamma-\delta)} = \sqrt[3]{\frac{2\,g\,Q}{0{\cdot}42\,b\,v^3}} \quad .\;.\;.\;. \; (132)$$

Diese Gleichung bestimmt den vortheilhaftesten Werth von δ, und ist dieser bestimmt, so erhält man aus (131) den vortheilhaftesten Werth von V.

Die Gesetze, welche in diesen Formeln enthalten sind, können wiederum am besten durch die numerischen Rechnungen zur Anschauung gebracht werden, deren Resultate in den folgenden Tabellen zusammengestellt sind. Die erste Tabelle ist für die Annahme:

$$v = 1{\cdot}5,\; \frac{b}{Q} = 2,\; \frac{a\,b\,v}{Q} = 2,\; R = 3$$

auf folgende Art berechnet worden. Zuerst wurden die Winkel γ angenommen, dann wurden vermittelst der Gleichungen (131) und (132) die Werthe von δ und γ berechnet.

Zur Bestimmung von $H - \frac{V^2}{2\,g}$ und a dienten die Formeln:

$$H - \frac{V^2}{2g} = R\,(1 - \cos.\,\gamma)$$

$$a = \frac{2Q}{vb}$$

Zur Berechnung der zweiten Tabelle diente die Formel (115), und es wurde gesetzt:

$$Q = 1,\ a = 0{\cdot}5,\ c = 0,\ \varepsilon = 0{\cdot}02,\ f = 0.1.$$

III. Tabelle.

Nr. des Rade.	γ	δ	V	$H - \frac{V^2}{2g}$	H	a	s
I	45°	24° + 38	3·047	0·879	1·353	0·666	0.23
II	50	28° + 6	3·081	1·071	1·555	0·666	0·22
III	55	31° + 44	3·110	1·279	1·772	0·666	0·20
IV	60	35° + 34	3·141	1·500	2·003	0·666	0·18
V	70	43° + 45	3·187	1·974	2·493	0·666	0·16
VI	80	52° + 41	3·219	2·479	3·008	0·666	0·14
VII	90	62° + 18	3·227	3·000	3·532	0·666	0·12

IV Tabelle.

Effekte und Effektverluste in Procenten.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
Eintritt und Austritt . .	0·167	0.172	0·182	0·189	0·189	0·189	0·187
Entweichen des Wassers .	0·045	0·048	0·051	0·050	0.056	0·058	0·060
Luftwiderstand	0·014	0·012	0·011	0·009	0.008	0·006	0·005
Reibung des Wassers am Gerinne	0·004	0·004	0·004	0·004	0·003	0·003	0·003
Zapfenreibung	0·014	0·015	0·016	0·017	0·019	0·021	0·022
Summe der Effektverluste	0·244	0·251	0·264	0·269	0·275	0·277	0·277
Nutzeffekte wenn $h = 0$ . .	0.756	0·749	0·736	0·731	0·725	0·723	0·723
Nutzeffekte wenn $h = \frac{1}{2}$ a .	0·633	0·642	0·642	0·647	0·658	0·668	0·674

Vergleicht man diese Tabellenwerthe mit den früher für das absolute Maximum aufgefundenen, so sieht man, dass die Differenzen in den

Effekten von gar keiner Bedeutung sind. Es sind sogar einige Effekte in der Tabelle IV. grösser, als in der Tabelle II, was nicht von einer Unvollkommenheit der Theorie oder von einem Rechnungsfehler, sondern von dem Umstande herrührt, dass bei den Differenziationen die Grösse s in beiden Fällen als constant behandelt wurde.

Wir können also sagen, dass die nach dem relativen Maximum berechneten Räder hinsichtlich des Effektes eben so gut, wegen ihrer grösseren Geschwindigkeit und kleineren Breite aber besser sind, als die Räder, welche früher nach den Bedingungen des absoluten Maximums des Effekts berechnet wurden.

Auffallend ist auch hier wiederum der Einfluss von h, insbesondere bei den kleineren Gefällen.

Das Brustrad mit Coulisseneinlauf.

Nutzeffekt des Rades und Halbmesser.

Bei diesem Rade kommen wiederum die gleichen Effektverluste vor, wie bei den zwei vorhergehenden; der Nutzeffekt ist also auch hier wie dort:

$$\left.\begin{aligned} E_n = 1000\, Q & \left\{ H - \tfrac{1}{2}\, h - \frac{V^2}{2g} + \frac{v\,(V \cos.\, \delta - v)}{g} \right\} \\ & - 1000\, Q \left[\frac{e}{2} \sin.\, \gamma + c \sin.\, (\gamma - \beta) - s \right] \\ & - 1000\, \varepsilon\, b \sqrt{2 g e} \left[H - \frac{V^2}{2g} \right] \left[0{\cdot}43 + 0{\cdot}26\, \frac{Q}{a\, b\, v} \right] \\ & - 0{\cdot}118\; i\, a\, b\, v^3 \\ & - 0{\cdot}366\; b\, S\, v^3 \\ & - 7{\cdot}64 \cdot \frac{v}{R} \cdot f\, N \sqrt{N} \end{aligned} \right\} \quad (133)$$

Auch für den Halbmesser des Rades ist, wie bei den zwei vorhergehenden Rädern:

$$R = \frac{H - \frac{V^2}{2g} + \frac{Q}{b\, v} - h}{1 - \cos.\, \gamma} \quad . \;.\; .\; . \quad (134)$$