Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

[s.l.], [nach 1859]

[Text]

urn:nbn:de:bsz:31-282835

Festigkeit der Materialien.

Es handelt sich hier um das Verhalten der Körper unter der Einwirkung v. Kräften. Da wir näml. keine absolut starren Körper besitzen, sondern dieselben bei der Einwirkung v. Kräften ihre Form, beziehungsweise ihr Volumen. Wir werden also in der Folge die Gesetze nach welchen diese Veränderungen vorgehen zu studiren suchen. Dies kann auf zweierlei Art geschehen:

1) Auf rein rationellem Weg, indem man dabei die Lehre der Atomistik zu Grunde legt. Diese Art gewährt zwar sehr tiefe Einsicht in den Vorgang bei der Einwirkung von Kräften auf einen Körper, allein sie ist sehr schwierig durchzuführen u. erfordert sehr viele Kenntnisse der analytischen Berechnung.

2) durch Versuche, indem man näml. eine Reihe von Versuchen anstellt, dadurch daß man auf verschiedene Körper verschiedene Kräfte einwirken läßt u. sich daraus gewisse Regeln bildet die zwar nicht absolut genau sind, aber doch für unsere praktischen Zwecke gute Dienste leisten.

Zugbeanspruchung.

Die einfachste Art in der man auf einen Körper eine Kraft einwirken lassen kann ist die, daß man sie längs desselben dehnend wirken läßt. Führt man den Versuch wirklich aus, indem an einem Stab einen Zug.

kraft wirken läßt, so findet m. daß m. um so stärker
ziehen muß je mehr sich der Stab ausdehnt, es müssen also
Ausdehnung u. Zugkraft in einem bestimmten Verhältniß
stehen u. dieses kann auf 2 Arten aufgefunden werden.
1) durch reines Experimentiren, allein dieses Verfahren ist
sehr mühsam u. langwierig.
2) Wir suchen uns klar zu machen was während der Ein-
wirkung der Zugkraft vorgeht, stellen hierauf eine Hypo-
these auf u. prüfen diese durch das Experiment. Auf
diese zweite Weise gelangt m. auf sehr leichte Art zu
richtigen Resultaten u. werden sie daher in der Folge
anwenden.
Es sei l die Länge eines Stabs von einem gewissen
Material u. a der Querschnitt, vor der Einwirkung der
Zugkraft. Die ausdehnende Kraft sei P u. e die Größe
der Ausdehnung. E sei einer der Natur des Materials
entsprechender constanter Factor. Es soll also e bestimmt
werden.
Die Ausdehnung hängt erstens von der Größe der ausdeh.
Kraft ab u. zwar ist das einfachste daß sie der ausdeh.
Kraft direkt proportional ist, also erscheint P in dem
Ausdruck von e als Factor.
Ferner ist es leicht zu erkennen daß unter sonst gleichen
Umständen die Ausdehnung von der Länge abhängt,
u. zwar, wird die Ausdehnung um so größer sein in dem

in gleichem Maaße als der Stab länger ist, also der Länge des Stabes direkt proportional.
Ferner wird die Ausdehnung abnehmen wenn der Querschnitt des Stabes zunimmt, also ist die Ausdehnung dem Querschnitt umgekehrt proportional.
Es wird also sein $e = \frac{Pl}{a}$
da aber dieses noch von dem constanten Factor dem Elasticitätscoefficient E abhängt, so hat m. $e = \frac{Pl}{aE}$ (1)
Von anderen Dingen hängt die Ausdehnung nicht ab, d. h. es ist z. B. einerlei ob der Querschnitt rund, viereckig etc. ist.
Wir stellen nun eine Hypothese d. h. nehmen an als ob Formel 1 absolut richtig sei. Es sollen nun noch einige Begriffe aus Formel 1 abgeleitet werden.
Wir denken uns einen Stab vom Querschnitt 1 so stark ausgedehnt daß $e = l$ wird, so ist dann $E = P$ d. h. E ist diejenige Kraft die längs eines Stabes vom Querschnitt 1 wirken muß damit derselbe eine Verlängerung erleide die gerade so lang ist als die ursprüngl. Länge.
Aus 1 folgt ferner $\frac{P}{a} = E\frac{e}{l}$ (2)
hier ist also $\frac{P}{a}$ diejenige Kraft mit der jede Querschnittseinheit gespannt ist, u. wir nennen den Quotient Spannungsintensität $= S$.
$\frac{e}{l} = \lambda$ drückt aus um wieviel jede Längeneinheit größer geworden ist u. wir nennen diesen Quotient lineare Ausdehnung od. verhältnißmäßige Ausdehnung. folgl. hat m. auch

$$S = E\lambda \quad (3)$$

Dies ist alles in der Voraussetzung gemacht daß Formel 1, also die Hypothese richtig ist.
Schreiten wir nun an die Prüfung der Hypothese, indem wir mit geeigneten Apparaten u. verschiedenen Stäben aus demselben Material, welche jedoch genau gearbeitet u. genau gemessen sein müssen verschiedene Versuche anstellen.
Wenn nun die Hypothese richtig ist, so muß also bei allen Versuchen E denselben Werth besitzen.
Aus 1 folgt nun, weiter $E = \frac{Pl}{A\varepsilon} = \frac{\frac{P}{A}}{\frac{\varepsilon}{l}} = \frac{\sigma}{\lambda}$
da man nun für jeden Versuch den Werth von $\frac{Pl}{A\varepsilon}$ ausrechnen kann, so würde, wenn bei 20-30 Versuchen sich stets derselbe Werth ergäbe das Hypoth. Gesetz richtig sein u. zugleich E für das entsprechende Material bestimmt. Es ergibt sich aber daß E nicht ganz constant ist, sondern daß es nur innerhalb gewisser Grenzen fast constant ist. Wenn σ eine bestimmte Größe erreicht hat so ist E veränderlich u. wenn sich Ausdehnung bis zum abreißen nähert so ist E auffallend veränderlich.
Man kann sich dieß durch eine Kurve sehr deutlich machen, indem m. die Spannungsintens. als Abs. u. die lineare Ausdehnung als Ord. aufträgt.

die Kurve ist anfangs fast eine gerade Linie, allein bei einem gewissen Werth v. σ steigt sie plötzlich an u. hat eine vertikale Asymptote.

die Formel 1 ist kein Naturgesetz, sondern nur eine empirische Regel u. stimmt für prakt. Grenzen mit der Wirklichkeit nahezu überein.
In Resultaten finden sich Seite 36 für verschiedene Materialien die constanten Werthe v. E aufgezeichnet, so lange S nicht über eine gew. Gr. hinausgeht. Es drückt also E die Kraft aus die da nothwendig ist um einen Stab dessen Querschnitt = 1 Quadratcentim. um seine ursprüngl. Länge auszudehnen. Es versteht sich von selbst daß dieses E nicht für jedes einzelne Stück des angeführten Materials genau dasselbe ist, übrigens desshalb die Werthe v. E das arithm. Mittel aus einer Reihe verschiedener Versuche.
Unter der Elasticitätsgrenze versteht m. diej. Grenze v. welcher an der Modulelasticität aufhört constant zu sein. Mathematisch genommen gibt es keine solche Grenze, sondern sie existirt nur für die Praxis.
Man versteht insbesondere aber diej. Grenze Stelle darunter, bei welcher der Elasticitätsmodul anfängt veränderlich zu werden. Diese Grenze wurde für verschiedene Mat. bestimmt u. findet sich für dieselben Seit 37 in den Tab. unter der Rubrik A aufgezeichnet.
Bleibende Veränderung. Wenn m. auf einen Stab eine Kraft [illegible] wirken läßt u. nimmt sie alsdann wieder weg, so zieht er sich wieder zusammen u. setzt in seine ursprüngl. Länge zurück; dehnt m. aber

denselben über die Elasticitätsgr. hinaus so kehrt er nach Entfernung der einwirkenden Kraft nicht ganz in seine ursp. Länge zurück, sondern zieht sich etwas verändert, es tritt eine bleibende Veränderung ein. Man darf daher in der Praxis nie die Elasticitätsgr. überschreiten, da m. sonst nicht sicher ist ob sich die Natur des Mat. nicht geändert habe.
Ganz ebenso verhält es sich mit der Querschnittsabnahme wenn m. die Elasticitätsgr. überschreitet.

Absolute Festigkeit der Materialien.

Man versteht darunter dies. Kraft die nothwendig ist um einen Stab v. 1 □cm Querschnitt ~~abzu~~ zu zerreißen. diese Kraft ist also das Maaß des Zerreißens.
Nennen wir A die absolute Festigkeit eines Mat.
a den Querschnitt eines Stabes.
P die Kraft welche den Stab abzureißen vermag.
So ist $P = Aa$
so ist also diese Kraft unabhängig v. der Länge des Stabes u. v. dessen Querschnittsform.

Ferner ist auch $A = \frac{P}{a}$

Man bestimmt nun durch Versuche mit versch. St. v. demselben Mat. die Kräfte bei welchen die Stäbe reißen u. berechnet daraus A welches einen constanten Werth erhält. Die Werthe v. A sind für versch. Mater. Seite 36 in den Tab. zusammengestellt u. es bedeutet dort also A die Kraft in Kilogrammen ausgedrückt die nothwendig ist um ~~ei~~ Stab von 1 □cm Querschnitt zu zerreißen.

Auch hier versteht es sich von selbst daß dieses A für jedes individuelle Stück von einem Material ein wenig verschieden ist.

Verhalten der Materialien beim Abreißen.

1) Tannenholz. Die Struktur desselben ist langfaserig. Bringen wir an einem Tannenholzstab eine dehnende Kraft an, so dehnt sich derselbe immer mehr u. mehr aus, der Querschnitt nimmt allmählig ab. Erreicht diese Kraft eine gew. Grenze, u. besonders wenn sie die Elastizitätsgr. überschritten hat, so hört m. ein Klingen im Innern des Stabs, indem einzelne kleine Fasern entzweireißen, bis endl. der ganze Stab auseinander reißt. Die beiden Trennungsfl. sind langfaserig

wie beistehende Fig. zeigt, was von der langfaserigen Struktur des Tannenholzes herrührt.

Verfährt m. ebenso mit einem Stab aus Eichenholz, so dehnt sich derselbe ebenfalls immer mehr u. mehr unter allmähliger Querschnittsabnahme aus, u. auch hier hört m. wenn die Kr. die Elstgr. überschritten hat ein Klingen, was aber nicht so laut als beim Tannenholz ist, bis endl. der Stab entzweireißt. Die beiden Trennungsflächen sind kurzfaseriger

als beim Tannenholz, da das Eichenholz eine regelmäßig kurzfaserige Struktur besitzt.

Bei den Metallen ist dieses Verhalten sehr verschieden,

je nachdem sie schmelzbar od. schweißbar sind.
z. B. beim Gußeisen wird mit zunehmender Kraft der Wirkung, nur länger u. länger unter Querschnittsabnahme bis endl. ohne daß m. vorher etwas merkte der Stab gleichsich entzwei reißt. die Trennungsfl. gleicht einer rauhen Ebene wie die Fig. zeigt, da näml. das Guß-

stück ein krystallinisches Gefüge be-sitzt. Ähnl. verhälts sich mit andern Gußmetallen als: Gußstahl, Kanonenmetall u. s. w.
Ganz anders verhält es sich mit den schweißbaren Metallen, z. B. Schmiedeeisen. Hier erfolgt anfangs eine ~~schwache~~ gleichmäßige Ausdehnung u. es zeigt sich eine schwache Abnahme des Quer-schnittes, bei einer gewiss. Gr. aber u. namentlich wenn einmal die Elastizitätsgrenze überschritten ist, so dehnt sich der Stab nicht mehr gleichförmig aus, sondern er dehnt sich an einer Stelle immer mehr u. mehr aus unter bis er endl. an dieser Stelle abreißt. Bei diesen Met.

sind die beiden Enden des ab- zerrissenen Stabes zugespitzt
Hier zeigt sich sehr deutlich das zähe Wesen der schweiß-baren Metalle u. das Schmiedeeisen ist das zäheste Construct-ions~~ma~~terial das wir besitzen.
Es sollen hier noch einige Fragen über die absolute Festigkeit beantwortet werden.
1) Es ist die Frage, ob ein Stab, wenn er durch eine Kraft innerh. der Elast. ausgedehnt würde, sich mit der Zeit noch mehr

ausdehnt wenn die Kraft auf ihn fortwirkt. Diese Frage, welche besonders wichtig für Brücken u. sonstige große Bauten ist, ist noch nicht streng entschieden; allein es ist wahrscheinlich, daß die Ausdehnung etwas wächst, aber nicht proportional derselben, sondern daß sich die Länge des Stabes immer mehr einer gew. Grenze nähert ohne dieselbe vielleicht jemals zu erreichen.

2) Frägt es sich ob nicht die Festigkeit des Mat. durch anhaltend dynamisch wirkende Kräfte z. B. Erschütterungen u. s. f. geändert wird. Auch diese Frage ist für den Maschinenbau sehr wichtig da bei vielen Maschinen fast alle Theile fortwährend heftigen Erschütterungen ausgesetzt sind.

Von der theor. Seite aus betrachtet erscheint es als mögl. daß durch anhaltende Erschütterungen Änderungen in der Molekularorganisirung der Moleküle entstehen u. dadurch die Festigkeit geändert wird. Z. B. liegen

A B C D

bei einem Stück Schmiedeisen die Moleküle welche alle kleine Krystalle bilden wirr durch einander. Nun glaubt man, daß wenn es heftigen Erschütterungen ausgesetzt ist, sich die wirr durcheinander liegenden Kryställchen in eine regelmäßigere Stellung legen u. es sind alsdann verschiedene Fälle mögl. wie die obenanstehenden Figuren zeigen. Es ist dann klar daß dadurch die Festigkeit geändert wird u. zwar wird, sie im Zustande B schwingen, im Zustande C größere u. sie im Dampfzustande wie bei A sind. Die Richtigkeit einer solchen Molekularänderung ist noch nicht entschieden. Denn in der Erfahrung sind die Ansichten noch getheilt, die Einen glauben an eine solche Änderung der Molekulargruppirung, die Andern glauben an keine merkliche Änderung. Es ist zu vermuthen daß sich die Gruppirung ein wenig ändert aber nicht wie oben aus dem Zustande A in B, C, u. s. w.

Zusammendrückung d. Stäben.

Es frägt sich hier nach welchem Gesetze die Verkürzung eines Stabes erfolgt wenn wir auf denselben eine Kraft einwirken lassen die denselben zusammenzudrücken bestrebt ist. Man findet durch Versuche daß für die Zusammendrückung der Stäbe dieselben Gesetze gelten als für die Ausdehnung, wenn die zusammendrückende Kr. gew. Grenze nicht überschreitet; es ist also

$$e = \frac{P\,l}{a\,E}$$

Auch wächst hier der Elasticitätsmodul immer mehr u. mehr wenn die zusammendrückende Kraft eine gew. Gr. überschritten hat, u. der Querschnitt nimmt zu, welches letztere z. B. sehr wichtig für Eisenwalzwerke ist. Auch findet bei der Zusammendrückung eine Elasticitätsgr. statt, d. h. wenn man auf einen Körper eine sehr starke Kraft einwirken läßt daß derselbe nach Entfernung derselben nicht mehr ganz in seine ursprüngl. Lage zurückkehrt, so hat man die Elasticitätsgr. erreicht.

die Körper werden nur, wenn die zusammendrückende Kraft einmal die Elastizitätsgrenze überschritten hat, so weichen sie seitwärts ab. Hölzer sind verschieden zerquetscht. Es gelten überhaupt für das Zusammendrücken ~~[illegible]~~ bis z. Elastizgr. dieselben Sätze als für die Ausdehnung.

Unter rückwirkender Festigkeit versteht m. diej. Kraft die nothwendig ist um einen Körper von 1 □cm Quersch. zu zerquetschen, dieselbe ist bei manchen Materialien größer, bei manchen kleiner als die absolute Festigkeit u. sie findet sich für verschiedene Mat. Seite 65 i.d. Tab. unter Columne R aufgezeichnet.

Man kann die Zusammendrück. u. rückwirkende Festigkeit sowie Ausdehnung u. absolute Festigkeit verschiedener Mat. graphisch darstellen; indem man für die Ausdehnung als Abscissen die Spannungsintensität u. als Ord. die lineare Ausdehnung aufträgt, u. für die Zusammendrück. den entsprechenden Theil der rückwirkenden Festigkeit von der absoluten negativ aufträgt. Man erhält hierdurch für Holz, (rückw. Fest. = ½ abs.), Schmiedeisen (rückw. F. = $\frac{4}{3}$ abs. F.) u. Gußeisen (r. F. = 5 abs.) folg. Fig., indem m. dabei berücksichtigt, daß die abs. Festigkeit d. Schmiedeisen ungefähr 3–4 mal so groß ist als die des Holzes u. die des Gußeisen ungefähr die doppelte des Holzes beträgt.

Auch kann m. für diese Kurven eine allgemeine, annähernde Gl. aufstellen welche ist:

$$y = \frac{a a_1}{\varepsilon (a + a_1)} \log nat. \frac{a+x}{a-x} \frac{a}{a_1}$$

Biegung der Stäbe.

Wir denken uns einen Stab a, b, c, d, an dem einen Ende befestigt, während wir am andern eine vertikale Kraft einwirken lassen die denselben biegt. Es handelt sich nun hier darum den Gleichgewichtszustand der im gebogenen Stab herrscht aufzusuchen, d. h. wie groß die Spannungsintensität an den verschiedenen Stellen ist, die Gestalt des Stabes u. die Ortsveränderung jedes Atoms ausfindig zu machen. Auch diesen Gegenstand können wir wieder nicht mit mathematischer Genauigkeit behandeln, sondern wir müssen uns mit Annäherungen begnügen, u. wollen zur Durchführung unserer Aufgabe einige Begriffe feststellen: Wir nennen eine Reihenfolge v. Atomen welche in der Längsrichtung ursprüngl. in ein u. derselben Linie lagen eine Faser zu nennen und also dann den ganzen Stab als einen Bündel v. untereinander liegender, untereinander verbundenen Fasern zusammengesetzt denken. Ferner theilen wir den Stab in seiner ursprünglichen Lage durch Querschnitte, z. B. e, f, g, u. h, i, k. Wird nun der Stab gebogen, so nehmen alle Fasern die ursprüngl. gerade waren eine gebogene Gestalt an u. [illegible] e wird nach e' [illegible] während f nach f' kommt. Wir machen nun über den Stab im gebogenen Zustande verschiedene Hypothesen.

1) Wir nehmen an, daß alle Atome welche urspr. in einer Querschnittsebene lagen auch noch nach erfolgter Biegung in einer Ebene liegen u. zwar in einer Ebene die ⊥ steht auf der Krümmungslinie. d.h. es sei Normale zu cb.

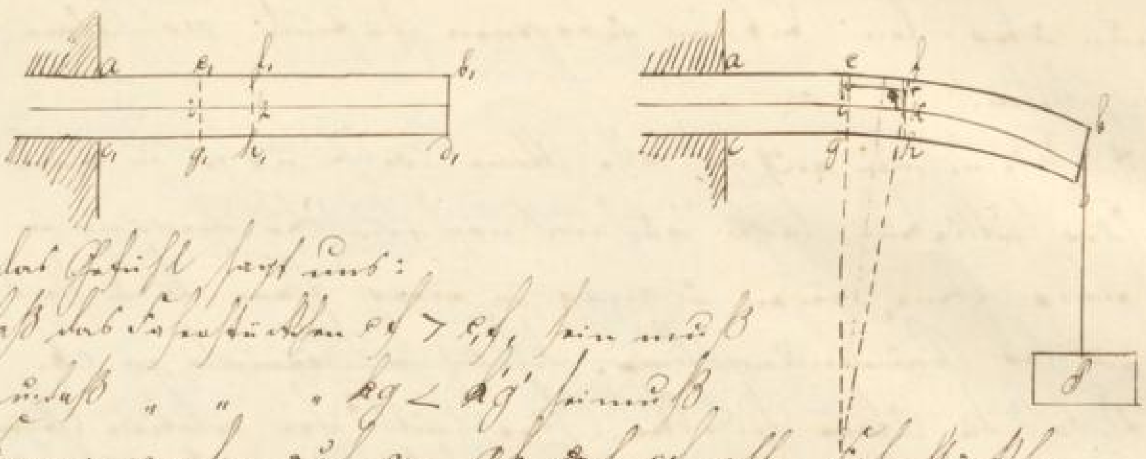
2) daß die Atome desselben Querschnitts ihre relative Gegeneinanderlagerung nicht ändern, daß hiermit der Querschnitt durch die Biegung weder Form noch Größe ändert.

3) daß alle alle ursprünglich par. Fasern im gebogenen Zustande ∥ Linien zur Kantenfaser ab bilden.

zu 4) ~~daß~~ eine so schwache Biegung, daß für dieselbe der Mod. der Elasticität als eine constante Größe angesehen werden kann.

Nach zeitlicher Prüfung dieser Hypothesen findet m. daß sie immer für schwache Biegungen u. unsere Constructions-materialien annähernd richtig sind.

Wenn wir nun die Bedingungen kennen unter welchen obige Hypothesen erfüllt werden, so wird ein nach diesen Bedingungen construirter Bau seinem Zwecke entsprechen, d.h. er wird keine merklichen Formänderungen erleiden. Wir sind nun nicht im Stande diese Bedingungen ~~genau~~ durch Rechnung genau vollständig zu machen, sondern wir müssen sie durch [illegible]gefühl zu erreichen suchen, u. das Erhaltene durch Versuche prüfen, wie wir es bei der Ausdehnung der Stäbe gemacht haben.



das Gefühl sagt uns:
daß das Faserstückchen $ef > e_1 f_1$ sein muß
u. daß " " " $hg < h_1 g_1$ sein muß.
Ferner werden auf von gh nach ef alle Faserstückchen länger, also nimmt die Compression ab. u. alle Faserstückchen von ef nach gh ~~nehmen~~ werden immer kürzer, also nimmt die Ausdehnung ab, so muß also irgendwo zwischen ef u. gh ein Faserstückchen vorkommen das seine urspr. Länge hat. Ebenso das Gesagte gilt aber für je 2 alle Faserstückchen zwischen je 2 Normallinien, u. es wird also zwischen je 2 Normallinien ein Faserstückchen liegen das seine ursprüngl. Länge besitzt, u. alle diese unverkürzten Faserstückchen werden zusammen eine gewisse krumme Linie bilden deren Gestalt noch unbekannt ist, man nennt diese Faser neutrale Faser da aber der Stab eine gew. Dicke besitzt so hat man eigentlich eine neutrale Schicht.
Es ist aber dann auch $ik = i'k' = e_1 f_1 = g_1 h_1$,
u. es deutet auch ik aus wie lang alle Faserstückchen zwischen ef u. gh in ihrer ursprüngl. Lage waren.
Wir ziehen nun $no \parallel ef$ so entstehen 2 kleine Dreiecke nek u. hko. An diesen Dreiecken können wir nun erkennen um wieviel ein Faserstückchen ausgedehnt od. verkürzt worden ist.

Wir müssen nun vor allem, um den Gleichgewichtszustand der im Stabe herrscht zu erforschen, die Spannungsintensität u. die Summe aller stat. Momente der Kräfte eines Querschnitts berechnen.
Im Faserstückchen ef das um nf ausgedehnt wurde herrscht eine Spann. Spannung, sie sei S.
Im Faserstückchen gr das um gr ausgedehnt wurde herrscht ebenfalls eine Spann. Sp., sie sei s
Da sich nun die Spannungskräfte verh. wie die Verlängerungen, so ist:

$$S : s = nf : gr$$

u. da $nf : gr = Kn : gK$

so ist auch: $S : s = Z : z$

od. $s = \frac{S}{Z} z \quad (1)$

Die Gl. 1 gibt also an, wie stark ein $\square^{cm}$ bei gr gespannt wird. Nun denken wir uns bei gr einen sehr schmalen Streifen aus dem ganzen Querschnitt, dessen Flächeninh. f sei. So ist die gespannte Kraft mit der alle Fasern dieses Querschnittes gespannt werden sf; u. folg. die Summe aller Spannungen im ganzen Querschnitt

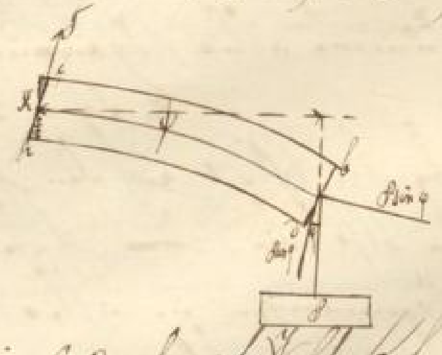
$$\Sigma sf = \Sigma \frac{S}{Z} fz = \frac{S}{Z} \Sigma fz \quad (2)$$

Da die Gl. 2 auf den ganzen Querschnitt bezogen ist, so gibt sie also die ~~Summe~~ Differenz zwischen der Summe aller Spannungen u. aller Pressungen die im ganzen Querschnitt herrschen an.
Nun berechnen wir das stat. Moment der Kraft mit welcher das Flächentheilchen f gespannt wird, in Bezug auf eine Axe die

durchsetzt geht u. ⊥ auf der Ebene des Papiers steht.
So ist die Kraft, mit der das Stückchen im Abstande
z von der neutralen Faser, gespannt wird,
also ist $s f z$ das stat. Moment der Kraft
u. $\Sigma s f z$ die Summe der stat. Momente aller Sp.
u. Pressungen.

d. i. $\Sigma \frac{E}{\varrho} z f z = \frac{E}{\varrho} \Sigma f z^2$

woraus man auch ersieht daß alle Kräfte nach einerlei Richtung
zu drehen bestrebt sind.
Wir denken uns nun den Stab bei ... durchschnitten u.
statt der Spannungen u. Pressungen an der ... geeignete Kräfte
angebracht welche dieselben ersetzen u. ferner denken wir uns
dann das Material absolut starr. Wir haben also dann
einen Körper auf den nur äußere Kräfte einwirken
u. müssen die 6 Gl. zur Bedingung des Gleichgewichts
aufstellen. Wir ziehen deshalb durch ... eine Linie ...
u. eine Vertikale dazu. Wir haben dann 2 Kräfte $P \sin\varphi$
u. $P \cos\varphi$ statt der einen P.



Wir nehmen nun ein ...
sches Coordinatensystem an ...
Axe in der Ebene des
Papiers liegt u. ⊥ auf K.
die 2te steht bei K ⊥ der Eb. des Papiers u. die 3te ist K...
In der Richtung der x Axe wirken die Kräfte: $P \sin\varphi$ u.
die Differenz zwischen der Summe aller Sp. u. Pressungen.

Da also Gleichgewicht herrschen soll, so muss sein:

$$(1)\quad \frac{\mathfrak{E}}{2}\sum fz = P\sin\varphi$$

In der Richtg. der z Axe wirken keine Kräfte, also haben wir

$$(2)\quad 0 = 0.$$

Wir sehen nun, daß wir bei φ noch eine Kraft T in der Richtung v. K φ anbringen müssen, welche wirklich, bevor der Stab durchschnitten war, vorhanden war u. welche unsere Abscherungskraft ergibt; denn ohne diese wäre ja kein Gleichgew. mögl. In der Richtung der dritten Axe (y) wirken also die Kräfte T u. P cos φ u. es ist also die 3te Gl.

$$(3)\quad T = P\cos\varphi$$

Um die Axe der y wirken nun drehend die Kr. P u. $\frac{\mathfrak{E}}{2}\sum fz$ u. hat also

$$(1)\quad \frac{\mathfrak{E}}{2}\sum fz^2 = P\psi$$

Um die Axen der x u. z wirken gar keine Kräfte u. wir haben also

$$(2)\quad 0 = 0$$

$$(3)\quad 0 = 0$$

Um diese Gleichungen nun analyt. weiter zu behandeln, machen wir noch eine Vereinfachung: Wir nehmen an, daß die Biegung so schwach sei, daß wir φ annähernd = 0 setzen können, was in der Praxis auch wirklich der Fall ist. Man hat dann für φ = 0 die Gleichungen:

$$T = P \quad (1)$$

$$\sum fz = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\mathfrak{E}}{2}\sum fz^2 = P\psi \quad (3)$$

d. h. in Worten (1) bei einer so schwachen Biegung, wie wir sie annehmen, ist die Abscherungskr. gleich der Belastung.

die Gl. 2 drückt aus daß der Punkt K der Schwerp. des Querschnitts ist, u. da dies für jeden Querschnitt gilt so ist also die neutrale Faser gleich der Schwerpunktsfaser. In Gl. 3 setzen wir $\frac{\Sigma f \zeta^2}{k c} = E$, so ist nun E eine Größe die rein nur von der Form u. Größe des Querschnitts abhängt u. findet sich für verschiedene Querschnitte berechnet in den Ref. ausgerechnet; man hat dann auch die Gl.

$$S E = P \varphi$$

od. $S = \frac{P \varphi}{E}$

welche Gl. die Spannungsintens. ausdrückt, welche an der äußersten Faser in der Entfernung ζ von der Belastg. statt findet.

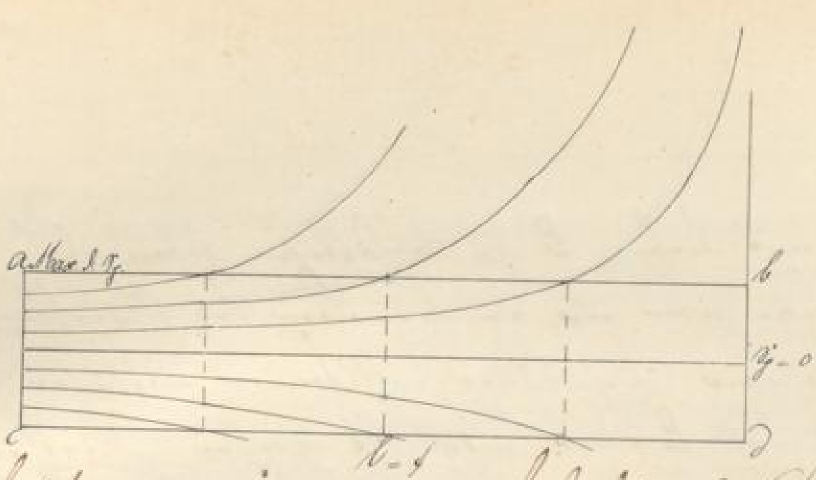
Führt m. nun diesen Werth v. S in die Gl.

$$s = \frac{S}{k} z \text{ ein,}$$

so erh. m. $s = \frac{P \varphi}{E} \frac{z}{k} = \frac{P}{E k} (\varphi z)$

od. $s = \left(\frac{P}{\Sigma f \zeta^2} \right) (\varphi z)$

u. m. kann also die Spannungsintens. die in jedem Punkt stattfindet mittelst dieser Gl. berechnen. u. da die Größe in der Klammer für jeden Punkt denselben Werth hat, so ~~man~~ braucht m. also diese Größe nur mit der horizontalen Entfernung des Punktes v. der Belastg. u. mit der vertikalen desselben v. der neutralen Faser zu multipliziren. u. m. kann sich mittelst dieser Regel leicht eine graphische Darstellung v. der Punkten machen in denen gleiche Spannungsintensitäten herrschen.



Bisher setzten wir immer eine sehr schwache Biegung voraus; wir wollen uns nun aber erlauben durch das Aufsuchen Biegungen zu übertragen u. wollen feststellen, daß der Bruch erfolgt. Aus der letzten Formel ersieht man, daß der Bruch bei a stattfinden muß; u. zwar findet er dann statt, wenn die Spannung bei a, also die Belastg. gleich ist der absol. Festigkeit. Wir müssen also nun diese Belastung P berechnen.

Es ist $SE = Pl$

Bezeichnen wir nun mit B die Spannungseinh. bei welcher der Stab bricht, d. h. nennen diese den Bruchcoefficienten des Mat. so ist auch $BE = Pl$

od. $P = \frac{BE}{l}$ (1)

dieser Bruchcoefficient findet sich für verschiedene Mat. in den Tab. aufgezeichnet, u. man versteht also darunter diej. Spannungseinheit bei der ein Stab v. 1 □cm Durchschnitt bricht.

Beispiel. Für einen Stab v. Eichenholz, dessen Länge $l=200$, Breite $b=10$ u. Höhe $h=20$ ist, diej. Belastg. P zu suchen bei der er bricht. In den Tab. findet man $B=700$ u. $E = \frac{1}{6} b h^2 = \frac{1}{6} . 10 . 400 = 666$

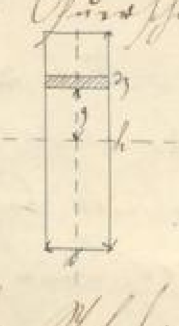
also ist $P = \frac{700 \cdot 666}{200} = 2331$ Kilogr.

die Gl. (1) drückt also das Tragungsvermögen eines Balkens aus, u. zwar wird dieses unter sonst gleichen Umständen um so größer sein, je größer E ist; u. wir werden uns also in der

Folge mit diesem E zu beschäftigen haben; d.h. da E wie wir gesehen haben nur von der Form des Querschnitts abhängt so müssen wir diejen. Querschnittsformen aufsuchen, die von der Art sind, dass E einen möglichst großen Werth erhält bei gleicher Querschnittsgröße. Aus der Gl. v. E sehen wir schon daß E um so größer sein wird, je größer z ist; d.h. es wird bei denjenigen Formen um so größer sein, bei denen sich das Mat. in größter Entfernung von der neutralen Faser befindet.
Mittelst dieser Regel kann man sich immer leicht entscheiden welche von zwei gegebenen gleich großen Querschnittsformen die größte Tragkraft besitzt.

Berechnung v. E für einige Querschnittsformen (Taf. V Abb.)
Wir ersehen aus der Formel $E = \frac{\Sigma f y^2}{z}$, daß wir nur das Trägheitsmoment des Querschnitts zu berechnen haben, u. dieses durch z zu dividieren.

1) der Querschnitt sei ein Rechteck. Es ist dann $z = \frac{1}{2}h$

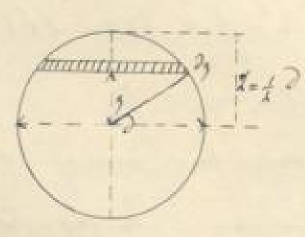


$$f = b\,dy$$

$$\text{u. also } \Sigma f y^2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} b\,dy\,y^2 = \frac{bh^3}{12}$$

$$\text{u. folg. } E = \frac{\frac{1}{12}bh^3}{\frac{1}{2}h} = \frac{1}{6}bh^2$$

2) der Stab sei cylindrisch.



Es ist $z = \frac{1}{2}d$ u. die Breite eines Streifens $2\sqrt{(\frac{d}{2})^2 - y^2}$

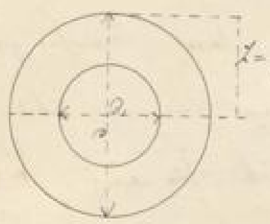
$$\text{folglich } f = 2\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - y^2}\,dy$$

$$\text{u. } \Sigma f y^2 = \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} 2y^2\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - y^2}\,dy$$

$$\text{also } E = \frac{\int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} 2y^2\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - y^2}\,dy}{\frac{1}{2}d} = \frac{\frac{\pi}{64}d^4}{\frac{1}{2}d} = \frac{\pi}{32}d^3$$

3) der Stab sei ein hohler Cylinder. Es ist $z = \frac{1}{2} d$

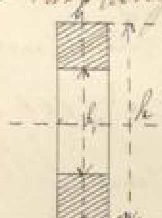
dann ist $\Sigma f \varrho^2 = \frac{\pi}{64} d^4 - \frac{\pi}{64} d_1^4$



Also $E = \dfrac{\frac{\pi}{64}(d^4 - d_1^4)}{\frac{1}{2} d} = \dfrac{\pi}{32} \dfrac{d^4 - d_1^4}{d}$

$$= \pi \frac{d^2 - d_1^2}{32} \frac{d^2 + d_1^2}{d} = \frac{\pi}{32} (d^2 - d_1^2)\left(d + \frac{d_1^2}{d}\right)$$

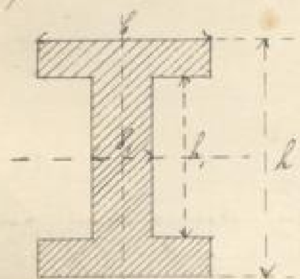
4) Ein Stab habe den Querschnitt wie beistehende Fig. zeigt, so berechnet man das Trägheitsmoment des Rechtecks abcd u. zieht davon das des Rechtecks efgh ab u. erh. hierdurch das Trägheitsmoment für den verlangten Querschnitt. Es ist wieder $z = \frac{1}{2} h$



u. $\Sigma f \varrho^2 = \dfrac{b h^3}{12} - \dfrac{b h_1^3}{12}$

u. $E = \dfrac{\frac{1}{12} b h^3 - \frac{1}{12} b h_1^3}{\frac{1}{2} h} = \dfrac{1}{6h} b (h^3 - h_1^3)$

5) Der Querschnitt habe die I Form. Auch hier können wir uns wieder ein großes Rechteck denken u. von diesem 2 kleine abziehen. Es ist wieder $z = \frac{1}{2} h$.



u. also $\Sigma f \varrho^2 = \frac{1}{12} b h^3 - 2\left(\frac{1}{12} \frac{b - b_1}{2} h_1^3\right)$

u. folg. $E = \dfrac{\frac{1}{12} b h^3 - \frac{1}{12}(b - b_1) h_1^3}{\frac{1}{2} h}$

$$= \frac{b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)}{6h}$$

Nachdem wir also für verschiedene Querschnitte das E berechnet haben, legen wir uns nun die Frage vor, welche Querschnittsdimensionen ein Balken erhalten muß, damit er im Stande ist eine gegeb. Last mit Sicherheit zu tragen. Wir sehen sofort, daß die Maximalspannung die im Stab herrschen darf, bei weitem kleiner sein muß als diej. bei welcher der Bruch erfolgt, u. man versteht nun unter dem Verh. zwischen dem Bruchcoefficienten u. derj. Maximalspannung, die man eintreten lassen will, die Sicherheit die ein Stab gewährt. So heißt z. B. ein Stab gewährt die 10fache Sicherheit hinsichtl., wenn man ihn 10mal so stark belasten könnte, bis er bricht. Es soll nun an einigen Beispielen die Berechng. der Querschnittsdimensionen erläutert werden.

Es sollen für einen Stab v. Eichenholz, dessen Querschnitt rechteckig sein soll, u. dessen Länge 200 cm ist, die Querschnittsdimensionen berechnet werden, wenn derselbe mit 2000 Kilog. belastet wird, u. eine 10fache Sicherheit gewähren soll.

Es ist also $\mathfrak{T} = \frac{700}{10} = 70$

u. $E = \frac{1}{6}bh^2$

u. da $Pl = \mathfrak{T}E$

so ist auch $Pl = \frac{\mathfrak{T}}{6}bh^2$

od. $2000\cdot200 = \frac{70}{6}bh^2$

od. $bh^2 = \frac{6\cdot2000\cdot200}{70} = 34286$

da also b, dann also b od. h willkürlich annehmen kann, u. sich dies je nach den Umständen denen der Balken sonst entsprechen soll richtet, so nehmen wir hier beispielsweise ein Verh. v. $\frac{b}{h} = \frac{5}{7}$ an; es ist alsdann

$\left(\frac{b}{h}\right) h^3 = 34286$ od. $h^3 = 34286\cdot\frac{7}{5} = 48000$

also $h = \sqrt[3]{48000} = 36,3$ cm. u. folg. $b = \frac{5}{7}h = 26$ cm.

2) Es soll ein runder Stab aus Schmiedeeisen gemacht werden, der bei einer Länge v. 100 cm u. bei einer Belastung v. 4000 Kilogr. eine 10fache Sicherheit gewährt.

Es ist also $S = \frac{4000}{10} = 400$

u. ferner $E = \frac{\pi}{32} d^3$

folglich $400 \cdot \frac{\pi}{32} d^3 = 4000 \cdot 100$

od. $d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 4000 \cdot 100}{400 \cdot 3,142}} = \sqrt[3]{10000} = 21,5$ cm.

Es sollen nun auch die Querschnittsdimensionen für einen complicirteren Form bestimmt werden, z. B. für die I Form.

Es ist $$Pl = SE$$

$$E = \frac{1}{6h}\left(b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)\right)$$

$$Pl = \frac{S}{6h}\left[b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)\right]$$

Wir werden nun die Querschnittsdimensionen so anzunehmen haben, daß die Spannungsintensität bei a einen gewissen Werth habe. Gesetzt es wäre.

$P = 50 \times 75 = 3750$ Kilog.

$l = 250$ Centm.

$S = \frac{3000}{10} = 300$

$$\frac{3750 \times 250 \times 6}{300} = \frac{1}{6}h\left[b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)\right]$$

$$18750 = \frac{1}{h}\left[b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)\right]$$

In dieser Gl. sind diesmal 3 Größen, die man willkürlich annehmen kann; es ist dies bei solchen Berechnungen sehr angenehm, da dies zu einer schönen Form od. andern Neben-

Umständen wesentlich beitragen u. beachtenswerthen kann, ohne der Festigkeit zu schaden.
Nimmt m. in diesem Beispiel an:
$h = 20 b_1$ — $h_1 = 18 b_1$ — $b = 3 b_1$
u. setzt diese Werthe in obige Gl. ein so erh. m.

$$18750 = \frac{b_1^3}{20}\left[18^3 + 3(20^3 - 18^3)\right]$$

$$18750 = \frac{b_1^3}{20}\left[5832 + 3(8000 - 5832)\right] = 617 b_1^3$$

$$\text{also } b_1 = \sqrt[3]{\frac{18750}{617}} = \sqrt[3]{30,3} = 3,1$$

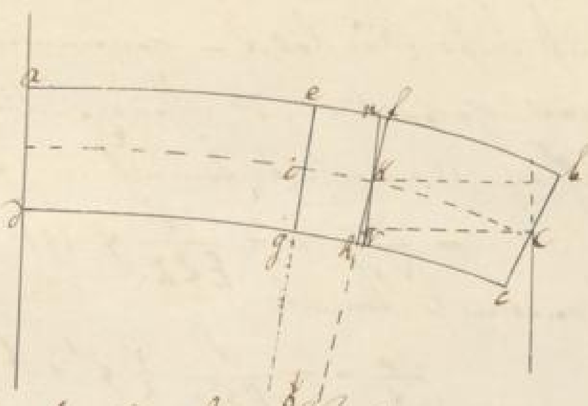
$b_1 = 3,1$
$h = 20 \cdot 3,1 = 62$
$h_1 = 18 \cdot 3,1 = 55,8$
$b = 3 b_1 = 9,3$
Bei solchen Aufgaben kann m. die schon bestehenden Verhältniß immer zu Hülfe nehmen, od. diese willkürlichen Werthe nach Gefühl bestimmen.
Wir wollen nun die Gestalt der neutralen Faser bestimmen.
Weil ge u. fh der Voraussetzung gemäß einander gleich sind, so ist O der Mittelp. der Bogenstückchen ef, ik u. gh, also auch $ko = oi$ der Krümmungshalbmesser für das neutrale Faserstückchen. Setzt man nun:
$ko = oi = \rho$; $kn = x$,
beachtet m. ferner daß $\Delta\, oik \sim \Delta\, nfk$
so ist auch $oi : ik = kn : nf$

$\rho : ik = z : nf$

$\rho : z = ik : nf$

woraus auch $\frac{z}{\rho} = \frac{nf}{ik}$

u. $\frac{z}{\rho} = \frac{\sigma}{\mathcal{E}}$ (2)



Es ist daher $\frac{nf}{ik}$ der Quotient aus der Verlängerung des Faserstückchens ef dividirt durch ik; es ist dieses aber auch gleich der Spannungsintensität dividirt durch den Modulus der Elastizität.

Setzt man für σ seinen Werth aus Gl. (1) so erhält man

$$\frac{z}{\rho} = \frac{Mz}{E\mathcal{E}} \quad (3)$$

Bezeichnet man mit $CH = x$ u. $kH = v$ die Coord. des Punktes k.

Für ρ seinen analytischen Werth gesetzt erhält man eine Differentialgleichung:

$$\rho = \pm\frac{\partial s}{\partial x\,\partial^2 v - \partial v\,\partial^2 x} \quad (4)$$

Nimmt man ∂x als constant an, so ist auch $\partial^2 x = 0$

u. folgt $\rho = \frac{\partial s^3}{\partial x\,\partial^2 v}$ (5)

die Integration dieser Gl. ist nicht gut mögl. man muß sich daher mit einer Annäherung begnügen

Für sehr schwache Biegungen kann man $\partial s = \partial x$ setzen

u. es ist dann $\rho = \pm\frac{\partial x^3}{\partial x\,\partial^2 v} = \frac{\partial x^2}{\partial^2 v}$

od. $\frac{1}{\rho} = \pm\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$ (6)

so muß dieser Ausdruck — genommen werden, da die Curve concav gegen die Abscissenaxe liegt; u. diesen letzteren Werth in Gleich. (3) eingesetzt kommt.

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{P}{E\varepsilon Z}\,x \quad (7)$$

Integrirt man so kommt:

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{P}{E\varepsilon Z}\,\frac{1}{2}\,x^2 + C \quad (8)$$

Setzt man $x = l$ so ist $\frac{dv}{dx} = 0$

u. folg. $0 = -\frac{P}{E\varepsilon Z}\,\frac{1}{2}\,l^2 + C \quad (9)$

entwickelt man hieraus C u. setzt dieses in 8 ein so kommt:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{2}\,\frac{P}{E\varepsilon Z}\,(l^2 - x^2)$$

u. integrirt man so ist:

$$v = \frac{1}{2}\,\frac{P}{E\varepsilon Z}\left(l^2 x - \frac{1}{3}x^3 + C\right)$$

Setzt man nun $x = 0$, so ist $v = 0$ u. folg. $C = 0$

u. man hat endl. $v = \frac{1}{2}\,\frac{P}{E\varepsilon Z}\left(l^2 x - \frac{1}{3}x^3\right) \quad (10)$

Aus dieser Formel sieht man daß der Krümmungshalbmesser an dem Ende wo der Stab eingemauert ist am kleinsten ist, gegen das andere Ende aber immer größer wird; woraus man sieht daß an dem befestigten Ende die Krümmung stark u. am belasteten Ende sie dagegen kaum merklich ist.

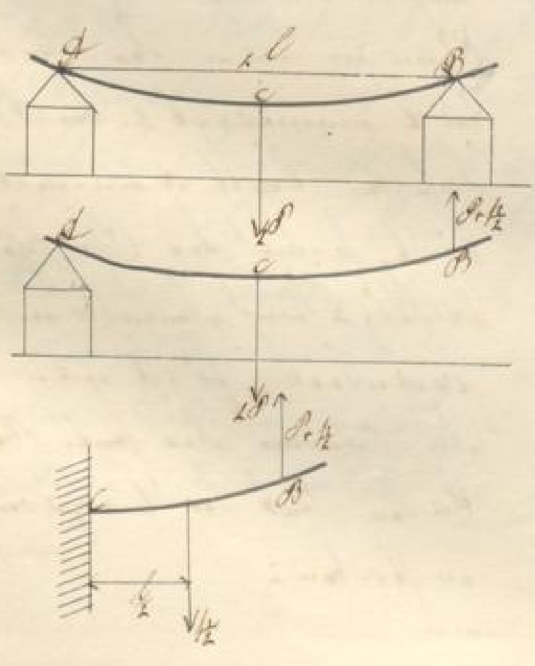
Biegung der Stäbe mit Berücksichtigung ihrer eigenen Gewichten.

Wir haben bei den vorhergehenden Aufgaben das Gewicht des Balkens immer vernachlässigt, wir wollen nun sehen welchen Einfluß dieses auf die Biegung hat. Der Balken wird nicht nur allein durch die Last P gebogen, sondern das

Gewicht jedes einzelnen Atoms wird denselben niederzuziehen streben. In einem solchen Stabe liegt der Schwerpunkt in der Mitte; denkt man sich nun das Gewicht des ganzen Balkens in diesem vereinigt, so bekommt man für das stat. Moment welches den ~~Stab~~ Stab an dem Punkte a abzureißen strebt $\frac{pl}{2}$. Nimmt man nun noch das Gew. P hinzu, so erhalten wir die Summe aller Spannungen des Querschnittes welche in dem Punkte a herrschen

$$Pl + \frac{pl}{2} = TE$$

Aus dieser Formel könnte man auch die Tragkraft bestimmen. Betrachtet man ferner den Fall, daß ein Balken auf 2 Stützen gelegt wird, u. in der Mitte belastet wird; es sei die ganze Belastung 2P, die Länge 2l, das Gew. des Balkens 2p. das Gesetz würde uns sagen daß derselbe in der Mitte brechen wird.



So ist in diesem Falle der Druck den Stütze auszuhalten hat = P+$\frac{pl}{2}$ der Gleichgewichtszustand wird nicht geändert, wenn wir die Stütze wegnehmen, dafür aber eine Kraft P + $\frac{pl}{2}$ anbringen.

Es wird ferner der Gleichgewichtigkeit.

nicht geändert wenn wir den Stab im gebogenen Zustande bei C einmauern. Die Kraft mit welcher der Balken bei C abzubrechen strebt ist daher:

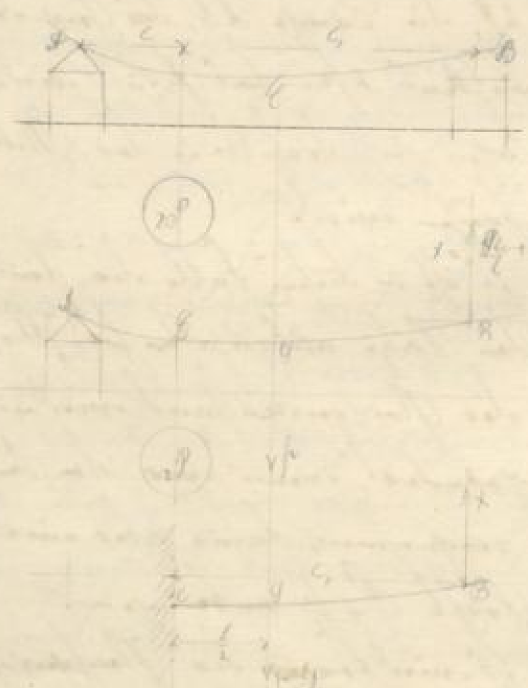
$$\left(P+\frac{pl}{2}\right)l - \frac{pl}{2}\,\frac{l}{2} = Pl + \frac{pl\,l}{2} - \frac{pl\,l}{2\,2}$$

od. $Pl + \frac{pl\,l}{4} = SE$

wobei S die Spannungseinheit bezeichnet die in der äußersten Faser (größte)

Es sei nun ein Stab ebenfalls auf 2 Stützen gelegt u. es wirke zu demselben ein Gew. 2P an einem beliebigen Punkt C ein, ferner habe der Stab eine Länge 2l. Wir nehmen nun bei B die Stütze weg u. bringen statt derselben eine gleich große entgegengesetzte Kraft x an, wodurch der Gleichgewichtszust. nicht geändert wird. Das Moment v. x muß nun gleich sein der Summe der Momente die den Stab niederwärts treiben, od. $x\,2l = 2Pc + pl$

u. folgl. $x = \frac{Pc}{l} + \frac{p}{2}$



Wenn wir nun den Stab bei C einmauert u. bei B dieselbe Kraft x einwirken läßt, so wird der Gleichgewichtszustand ebenfalls nicht verändert. Es ist nun die Summe der stat. Moment die den Stab bei C abzubrechen streben:

$$\left(\frac{Pc_1}{l} + \frac{p}{2}\right)c' - \frac{pc_1}{2l}\cdot\frac{c_1}{2} = \frac{Pcc_1}{l} + \frac{pc_1}{2} - \frac{pc_1^2}{4l} = \frac{Pcc_1}{l} + \frac{pc_1}{2}\left(1 - \frac{c_1}{2l}\right)$$
$$= \frac{Pcc_1}{l} + \frac{pc_1}{2}\left(\frac{2l-c'}{2l}\right) = \frac{Pcc_1}{l} + \frac{pc_1c}{4l}$$

od. $\quad \Sigma E = \frac{cc_1}{l}\left(P + \frac{p}{4}\right)$

Ein Balken liege auf 2 Stützen auf u. in verschiedenen Entfernungen seien Gewichte angebracht.
Construirt alles wie bei der vorhergehenden Aufgabe gemacht.

In dem Schwerpunkt S muß die halbe Schwere des Balkens angebracht werden. Es ist daher die abwärtsziehende Kraft:

$$\left(P + \frac{p}{2}\right)l - P(l-c) - \frac{1}{2}p\frac{l}{2} = Pl + \frac{pl}{2} - Pl + Pc - \frac{pl}{4} = Pc + \frac{pl}{4}$$

Es ist dies aber wieder die Summe der stat. Momente, welche den Querschnitt bei C abzubrechen suchen.

es ist also $\Sigma E = Pc + \frac{pl}{4}$

Wenn es sich darum handelt für einen solchen Balken das Tragungsvermögen zu bestimmen, so müßten wir zuerst aufzu mitteln suchen, wo das Biegungsmoment ein Max. werde, an dieser Stelle würde der Bruch erfolgen u. nun müßte man

Wir haben bisher diese Achse immer gesucht, nun wollen wir sehen wie man dieselbe auch durch Rechnung finden kann.

$M = Px + \frac{p x \cdot x}{l \, 2}$ od. $M = Px + \frac{p}{2l} x^2$

u. $Pl + \frac{pl^2}{2l} = \frac{pl}{2} + Pl$

das Max. Moment wird bei a erfolgen wo x ein Maximum erreicht.

$$Pl + \frac{pl}{2} = T E$$

Die Rechnung ist jedoch nicht in allen Fällen so einfach. Für alle diese Fälle kann man wieder eine krumme Linie suchen. Man muß nun diese zu finden zuerst das Moment ausdrücken welches einen beliebigen Querschnitt zu biegen sucht.

$Px + \frac{p x \cdot x}{l \, 2} = Px + \frac{p}{2l} x = T E'$

T hat die Bedeutung der Spannungsdichte, welche in der stärksten Faser M herrscht.

$\rho : lk = z : nx$

$\rho : z = lk : nx$

$\frac{z}{\rho} = \frac{nx}{lk} = \frac{T}{E}$

$\frac{1}{\rho} = \frac{T}{Ez}$

Es ist aber $\frac{1}{\rho} = -\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{P + \frac{p}{2l} x^2}{E \, \epsilon z}$

also $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -\frac{P}{2EZ}\left[y + \frac{\mu}{2l} P y^2\right]$

integrirt man so erhält man

$$\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{P}{2EZ}\left[\frac{1}{2} y^2 + \frac{\mu}{2lP}\frac{y^3}{3} + C\right)$$

Es ist aber für $y = l$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

wenn man dies einführt so erhält man

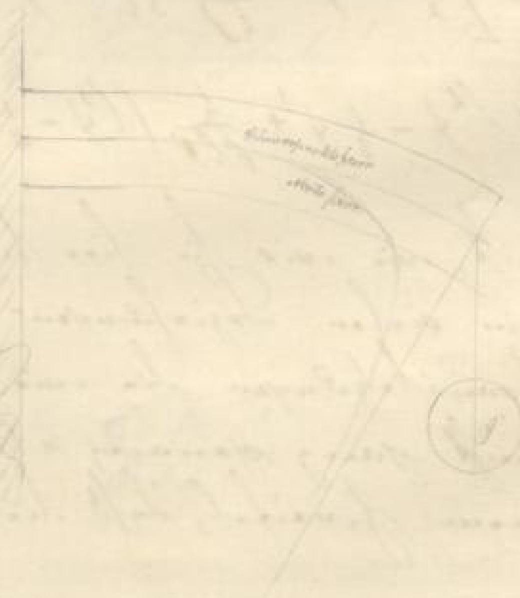
$$0 = -\frac{P}{2EZ}\left[\frac{1}{2} l^2 + \frac{\mu}{2lP}\frac{l^3}{3} + C\right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{P}{2EZ}\left[\frac{1}{2}(l^2 - y^2) + \frac{\mu}{2lP}\frac{1}{3}(l^3 - y^3)\right)$$

$$v = \frac{P}{2EZ}\left[\frac{1}{2} l^2 y - \frac{1}{3} y^3 + \frac{\mu}{6lP}\left(l^3 y - \frac{1}{4} y^4\right)\right]$$

diese Theorie ist, wie wir sie hier behandelt haben mangelhaft u. in vielen Beziehungen unvollkommen, schon die Voraussetzungen die wir angenommen haben sind nicht ganz genau. allerdings unterliegt es keinem Zweifel, daß dieselben eine

so genauer sind sie, je geringer die Biegung ist u. für
verschwindend kleine Biegungen kann man sie als
Wahrheiten gelten lassen, aber wenn starke Bieg-
ungen stattfinden kann man dies nicht mehr.
Die Rechnungen sind nun gemacht worden und es
ist dabei nichts vernachlässigt worden; allein bei
der weitern Verarbeitung haben wir wieder
Annahmen gemacht, welche abermals Ungenauig-
keiten verursachten. Wir können demnach
unsere aufgestellte Theorie für schwache Bieg-
ungen festhalten, allein für stärkere Bieg-
ungen wird sie jedoch zu ungenau. Bei der
oben durchgeführten Rechnung sind jedoch noch
weiter gegangen u. haben die dabei erhaltenen
Gleichungen sogar gelten lassen bis zum Bruch.
Man sieht also, daß wir dabei einen derben Fehler
begangen haben.



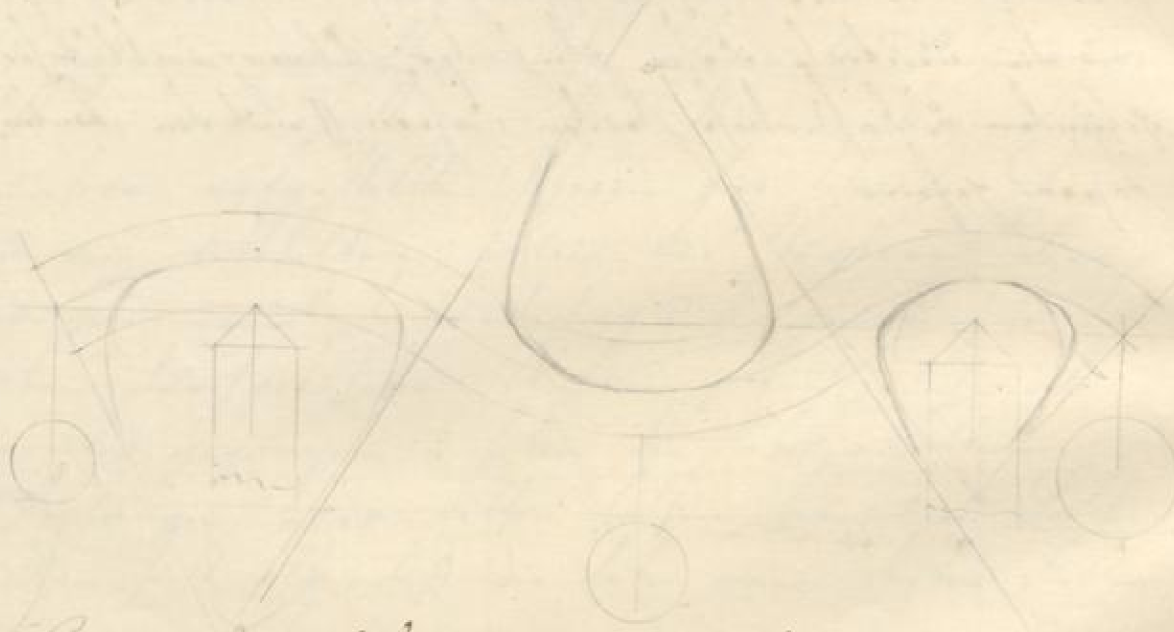
Eine genaue Theorie wollen wir jedoch nicht aufstellen, wir wollen nur zeigen wie sich eine solche gestalten würde, wenn man stärkere Biegungen annimmt u. zwar so daß $\Delta\varphi$ nicht mehr gleich 0 angenommen werden kann.
Bei der Biegung eines gewöhnlichen Stabes bilden die Schwerpunkte aller Querschnitte u. s. w. so die Schwerpunktsfaser u. unter der Voraussetzung daß $\Delta\varphi = 0$ ist, haben wir die neutrale Faser gleich der Schwerpunktsfaser gefunden u. daß diese beiden Fasern $\parallel$ mit den Kantenfasern gehen.

Wenn nun der $\Delta\varphi$ eine kleine Größe hat, so findet man daß die neutrale Faser nicht mehr mit der Schwerpunktsfaser zusammen fällt.
Es ist näml. dann:

$$\frac{r}{2}\sum f\varphi = P\sin\varphi$$

$$\sum f\varphi = 0$$

Dies ist aber nur unter der Voraussetzung daß der Mod. der Elasticität constant wäre, nimmt man diesen aber auch nicht so an, so tritt die neutrale Faser noch etwas verändert heraus. Nimmt nun die Belastung immer stärker, so werden die Erscheinungen sehr verschieden, dann ändert sich sowohl die Lage als auch die Gestalt der neutralen Faser mit der Größe der Belastung.



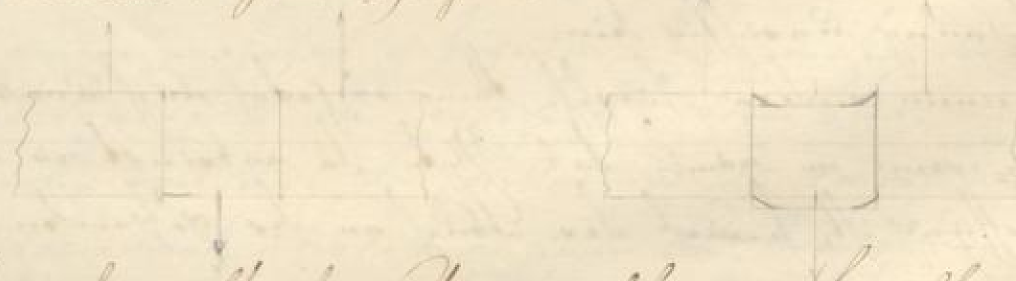
Bei einem mehrfach gebogenen Stabe werden die neutralen Fasern die oben angedeutete Form haben.
Bemerken wir uns die Stellen wo die Convexität in die Concavität übergeht u. ziehen die Normallinien, so kann man sagen wo ist die neutrale Faser; sie ist durch Fig. 4 angedeutet.
Bei der Bestimmung der Belastung (Tragfähigkeitsmomente) des Balken, haben wir uns so benommen, als wenn der Bruch an der Faser beginnen würde, die am stärksten

gespannt ist, es ist dies aber nicht bei jedem Material u. bei jeder Querschnittsform der Fall, sondern es kann vorkommen, daß die Trennung an der Stelle eintritt wo die Compression am größten ist.
Man denke sich Gußeisen u. an der Stelle wo die größte Compression stattfindet viel Material, so würde der Bruch an der stärksten Spannfaser eintreten, da die rückwirkende Festigkeit weit größer ist als die absolute, in diesem Fall würde daher unsere Rechnung richtig sein.
Anders ist es wenn wir einen Stab v. Schmiedeisen haben, für diesen u. für Holz ist die rückwirkende Festigkeit kleiner als bei Gußeisen, es ist bereits die rückwirkende Festigkeit etwas kleiner als die absolute, wenn wir daher einen Stab von T form nehmen, so erfolgt der Bruch nicht an der gespannten, sondern an der gepreßten Faser, für diesen Fall würde daher unsere Rechnung unrichtig sein.
Bei einem andern Querschn. kann es jedoch auch umgekehrt sein, wenn man näml. das Mat. da anbringt wo die Pressung ist, so wird der Bruch an der gespannten Faser anfangen.
Es kann aber auch der Fall vorkommen, daß der Querschnitt so gewählt ist, daß er gegen das Reißen sowohl als auch gegen das Quetschen gleich fest ist, ist dies der Fall, so wird der Bruch an 2 Stellen anfangen, es ist natürlich daß die so gewählte Form die bessere ist

Außerhalb dieser Grenze muß Rücksicht genommen werden wenn man die Theorie nicht mißbrauchen will.

Festigkeit gegen das Abschieben.

Bei der absoluten Festigkeit, bei der Ausdehnung u. Zusammenpressung der Stäbe sind nur immer 2 Kräfte nach entgegengesetzter Richtung wirksam gewesen. Wir können aber auch auf einen Körper Kräfte einwirken lassen, die der Richtung nach entgegengesetzt sind, aber deren Angriffspunkte mit den übrigen nicht mehr übereinstimmen, in einem solchen Falle treten Abschiebungen ein.
Lassen wir auf einen Stab z. B. solche Kräfte in der oben angedeuteten Weise einwirken, so wird eine Abschiebung des mittleren Theils erfolgen.



Es werden also die Ebenen, welche an 2 benachbarten Querschnitten liegen von einander abgeschoben.
Es kommt diese abschiebende Kraft besonders bei kurzen Zapfen u. Vernietungen vor, ferner bei Achsen, wobei noch der Umstand hinzukommt, daß ein Verdrehen kann,

dagegen nach der Peripherie diese Abschiebungsstärke größer u. größer wird.
Es ist nun die Frage, wie groß die Abschiebungsfestigkeit gegen eine gew. Kraft ist.
Es ist wahrscheinlich, daß für diese dieselben Gesetze gelten als für die absolute Festigkeit. Die Abschiebg. richtet sich nach der Natur des Materials u. ist den Querschnittsflächeninhalten proportional.
Nimmt man einen sehr dicken Körper, so werden die Abschiebungen nur da eintreten, wo die Kräfte einwirken. Deshalb würde es sich anders machen, wenn man statt diese Abschiebungskr. auf der Oberfl. einwirken zu lassen, dieselben, wenn es möglich wäre, auf die Fläche eines u. desselben Querschnitts einwirken zu lassen.
Nach den wenigen Versuchen, die angestellt worden sind, kann man annehmen, daß die Abschiebungsfestk. so groß ist als die absol. Festigkeit.

Die rückwirkende Festigkeit.

Wenn wir einen verhältnißmäßig kurzen Stab belasten, so wird derselbe gestaucht u. zwar nach den Gesetzen, welche wir vorher besprochen haben. Anders ist es bei einem langen Stab; wenn er derselben unterstützt u. belastet wird er ebenfalls zusammengepreßt, wird aber die Belastung größer, so wird er gebogen u. zwar kann man kann die natürliche Lage der Axe während der Belastung nicht mehr herstellen. Eine gew. Last kann derselbe also tragen ohne sich zu biegen. Bei Säulen, Stützen u. Zugstäben ist es nun v. großer Wichtigkeit zu erfahren wie groß die Last ist, welche sie zu tragen vermögen ohne sich zu biegen, es ist ferner v. Interesse die Biegungs-, Spannungs- u. Pressungsintensitäten die im Stabe herrschen kennen zu lernen, u. schließlich auch die Curve für einen solchen Stab zu berechnen.

Wenn m. die Sache ganz genau behandeln wollte, so führte sie zu großen Weitläufigkeiten; wir wollen daher nur auf das Resultat hinweisen u. uns mit einer Annäherung begnügen. Es ist nämlich hier die Schwierigkeit daß Biegung u. Compression in dem ganzen Stab herrscht, es hat dies zur Folge, daß die neutrale Faser von der Schwerpunktsfaser abweicht, ja es kann so weit gehen daß die neutrale Faser nach außen fällt u. es macht dies die Behandlungsweise schwierig. Wir nehmen auch hier die 4 Voraussetzungen die wir bei der Biegung aufgestellt haben an, u. setzen noch eine Voraussetzung zu, näml. daß die Axe wohl gebogen, aber nicht zusammengepreßt werden kann.

Es sei $ACD = ABD$

$Ap = x$

$Mp = y$

Py ist das Biegungsmoment.

ferner ist $\rho : z = LK : MH$

od. $\frac{z}{\rho} = \frac{MH}{LK} = \frac{v}{\varepsilon}$

Auch hat man: $v E = P y$ (1)

u. $\frac{MH}{LK} = \frac{v}{\varepsilon}$ (2)

u. unter der Voraussetzung einer sehr schwachen Biegung hat man

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{d^2 y}{dx^2} \quad (3)$$

Aus diesen 3 Gleichungen folgt nun

$$-\frac{d^2 y}{dx^2} z = \frac{1}{\varepsilon} \frac{P y}{E}$$

woraus: $\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{P}{\varepsilon E z} \cdot y$ (4)

dies integrirt kommt: $y = A \sin \sqrt{\frac{P}{\varepsilon E z}}\, x + B \cos \sqrt{\frac{P}{\varepsilon E z}}\, x$

für $x = 0$, $y = 0$ u. $B = 0$ ist:

$y = A \sin \sqrt{\frac{P}{\varepsilon E z}}\, x$ (6)

Setzt man nun $ACD = l$, $ABD = c$, so muß für $x = \frac{c}{2}$ y ein Max. werden, folg. muß sein:

$\sin \sqrt{\frac{P}{\varepsilon E z}} \frac{c}{2} = 1$ od. $\sqrt{\frac{P}{\varepsilon E z}} \cdot \frac{c}{2} = \frac{\pi}{2}$, woraus folgt

$$c = \pi\sqrt{\frac{\varepsilon E z}{P}} \quad (7)$$

die Kürze muß nun entfernt werden um dadurch den Werth v. A bestimmen zu können. Will m. dieß genau machen so kommt m. zu großen Schwierigkeiten u. wir wollen uns daher mit einer Annäherung begnügen. Wir wollen die Sehne mit dem Bogen verwechseln, es ist dann:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + A^2$$

od. $l^2 = c^2 + 4A^2$

folgl. $A^2 = \frac{1}{4}(l^2 - c^2)$ u. $A^2 = \frac{l^2}{4}\left(1 - \left(\frac{c}{l}\right)^2\right)$

also $A = \frac{l}{2}\sqrt{1 - \left(\frac{c}{l}\right)^2} \quad (8)$

Wenn m. für c seinen Werth aus (7) einsetzt so kommt:

$$A = \frac{l}{2}\sqrt{1 - \frac{\pi^2}{l^2}\cdot\frac{\varepsilon E z}{P}} \quad (9)$$

die Ausbiegung richtet sich daher wie natürlich nach dem Werth v. P; denkt m. sich nun die Kraft sehr groß, so wird der Stab stark gebogen, nimmt m. nun v. der Belastung mehr u. mehr weg, so wird die Biegung kleiner u. kleiner werden u. endl. wird eine Last kommen die der Stab aufrecht zu tragen vermag, diese Last findet m. daher wenn m. die Größe unter dem Wurzelzeichen verschwindend klein macht wenn also $1 - \frac{\pi^2}{l^2}\cdot\frac{\varepsilon E z}{P} = 0$ steht der Stab aufrecht.

folg. bei der Belastung $P = \varepsilon \pi^2 \frac{E z}{l^2}$

setzt m. $z = \frac{k}{2}$ so erhält m.

$$P = \frac{\varepsilon}{2}\pi E\frac{k}{l^2} \quad (10)$$

Will man diess für einen runden Querschnitt anwenden, so muss man für $E = \frac{\pi}{32} d^3$ setzen, auch ist hier $K = \frac{d}{2}$

folgl. $P = \frac{E}{16} \pi^2 \left(\frac{d}{l}\right)^2 \frac{d^2\pi}{4}$

u. $P = \frac{E}{64} \pi^3 \frac{d^4}{l^2}$

Es bedeutet also hier P diejen. Kraft welche ein runder Stab gerade noch tragen kann ohne sich zu biegen. Man sieht aus dieser Formel dass die Tragkraft von dem Mod. der Elast. der Länge u. vom Durchmesser des Stabes abhängt, u. dass besonders dicke Säulen eine grosse Tragkraft haben.
Bei einem Hohlzylinder hat man für

$E = \frac{\pi}{32} \frac{d^4 - d_1^4}{d}$ u. $K = \frac{d}{2}$ zu setzen.

folgl. $P = \frac{E}{16} \pi \frac{d^2 + d_1^2}{4} (d^2 - d_1^2) = \frac{E}{64} \pi^3 \frac{d^4 - d_1^4}{l^2}$

Bei einem rechtwinkligen Querschnitt

ist $E = \frac{1}{6} bh^2$ u. $K = h$

folgl. $P = \frac{E}{12} \pi^2 \frac{bh^3}{l^2}$

Wenn man aber eine Säule bei einem Bau in Anwendung bringen will, so darf sie nicht so gemacht sein dass sie sich unter der einwirkenden Kraft nur kaum gerade halten kann, sondern die Dimensionen sind so zu bestimmen, dass dieser schwankende Zustand erst dann eintreten würde, wenn man die Säule 5, 10, 20 u.s.w. mal so stark belasten würde, als sie zu tragen hat, oder kurz man muss die Säule auf eine 5, 10 bis 20 fache Sicherheit konstruieren. Man habe z. B. eine runde Säule v. Gusseisen bei welcher:

$l = 600$ cm ist so zu construiren, daß dieselbe eine Last v. 2000 Kilg. mit 20 facher Sicherheit trage.
Es ist also $P = 20 \times 2000 = 40000$; E ist hier $= 1000000$
folglich $P = \frac{E\pi^2}{64} \cdot \frac{d^4}{l^2}$
so ist $d = \sqrt[4]{\frac{64\,P l^2}{E\pi}} = \frac{64 \cdot 40000 \cdot 36000}{1000000 \cdot 10}$
folg. $d = \sqrt[4]{9216} = 10$ cm.
Macht man also den Durchmesser der Säule 10 cm groß, so kann dieselbe die gegeb. Last mit 20 facher Sicherheit tragen.

Festigkeit der Körper gegen das Verwinden, oder das Torsionsvermögen.

Wir nehmen eine Platte u. befestigen an derselben ein, an mgl. Bündel v. Drähten; die andern Enden der Drähte stecken wir alle in eine 2te eingespannte durchbohrte Platte. Die erste Platte befestige man auch, drehen wir nun die Platte B gegen A, so kommt das Ganze in einen andern Zustand; die Drähte erhalten die Form v. Schraubenlinien, die Drahtenden werden nicht mehr in einer Ebene liegen, sondern eine windschiefe Fläche bilden, nur der Grunddraht bleibt gerade u. dessen Drahtende an der Stelle.

Nun führen wir einen dritten Zustand herbei; wir befestigen nämlich nach der Biegung, in der Platte B die Druckenden worde, daß sie wieder in eine Ebene zu liegen kommen. Dies ist nur möglich indem man die Neutralfaser herein u. die äußere herausdrückt.

Es ist dann $A_1 > a$

oder $a_1 < A$

Man sieht deshalb leicht, daß Kräfte vorhanden sein müssen die die Platte heraus u. andere die die Platte herein zu drängen bestrebt sind. u. zwar suchen die Kräfte um die Neutralfaser herum, da sie verkürzt sind, die Platte heraus zu drängen, während die äußeren, da sie verlängert sind, die Platte hineinzudrängen bestrebt sind. Da nun, wenn man von der Neutralfaser radial auswärts geht, die Kräfte immer länger findet, u. wenn man v. der Peripherie radial einwärts geht dieselben immer kürzer werden, so muß man irgendwo auf eine Schicht kommen, bei der die Fasern weder verkürzt noch verlängert sind; diese Schicht wird neutrale Schicht genannt.

Bei einem Stabe aus massivem Material sind die Vorgänge ganz ähnlich.

Wir werden nun in der Folge die Zustände die in einem Stabe von beliebigem Querschnitt entstehen, untersuchen, wenn auf denselben drehend wirkende Kräfte einwirken.

Wir nehmen vorderhand beispielsweise einen cyl. Stab an, werden aber dann auf einen beliebigen Querschnitt übergehen.

Nach der Drehung werden die Atome diesseits u. jenseits des Querschnittes bei M gegeneinander verdreht sein.

Die Atome nun, die früher einander gegenüberlagen, werden daher vermöge ihrer gegenseitigen Anziehung wieder in ihre ursprüngliche Lage zurückzuschnellen suchen, u. zwar mit einer Kraft, die wir als proportional der Verschiebung annehmen wollen. Da nun nach geschehener Verwindung Gleichgewicht herrschen soll, so muß die Summe der stat. Momente jener Kräfte gleich sein dem stat. Moment welches die Verwindung bewirkt. Wir nehmen nun einen beliebigen Querschnitt an u. stellen uns die Aufgabe die Lage der Drehaxe zu bestimmen. Wir nennen den Abstand des am weitesten von der Drehaxe entfernten Punktes a, die Größe der Intens. der Verschiebungskraft an dieser Stelle bei M sei T. Wie groß wird nun die Intens. der Verschiebungskr. irgend eines Flächentheilchens m sein, das von der Axe um x ist entfernt ist? Sie sei t, so ist nach der gemachten Annahme

$$T : t = x : a$$

$$t = \frac{T}{a} x \quad (1)$$

Ist ferner f die Größe des Flächentheilchens bei m, so haben

$$t f = \frac{T}{a} x f.$$

Zerlegen wir nun diese Verschiebungskraft tf des Flächentheilchens m in eine vertikale u. horizontale Kraft, so ist

$$\left.\begin{aligned} H &= tf\cos\varphi \\ V &= tf\sin\varphi \end{aligned}\right\} (2)$$

während die Coord. des Flächentheilchens sind:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= x\sin\varphi \\ \upsilon &= x\cos\varphi \end{aligned}\right\} (3)$$

die Werthe aus 2 u. 3 in Gleichung 1 eingesetzt kommt:

$$H = \frac{T}{a}\,x\cdot f\cdot\frac{\upsilon}{x} = \frac{T}{a}\,f\cdot\upsilon$$

$$\text{u. } V = \frac{T}{a}\,x\cdot f\cdot\frac{\xi}{x} = \frac{T}{a}\,f\xi.$$

Dasselbe gilt für jedes andere Flächentheilchen ebenso und es ist daher die Summe der Kräfte die alle Flächentheilchen nach horizontaler u. vertikaler Richtung zu schieben streben:

$$\Sigma H = \frac{T}{a}\,\Sigma f\upsilon$$

$$\Sigma V = \frac{T}{a}\,\Sigma f\xi.$$

Da aber nach der Voraussetzung nur eine Verwindung, aber keine Verschiebung in horizontaler od. vertikaler Richtung stattfinden sollen, so muß:

$$\Sigma H = 0 \text{ u. } \Sigma V = 0 \text{ sein.}$$

Dies ist aber nur möglich, wenn

$$\Sigma f\upsilon \text{ u. } \Sigma f\xi = 0 \text{ sind.}$$

d.h. der Punkt O ist der Schwerpunkt des Durchschnitts. Die Drehaxe fällt also, da dieß für jeden Durchschnitt gilt, mit der Schwerpunktsaxe zusammen.

Wir haben nun die Gleichung:

$$f t x = \frac{T}{a} f x^2$$

u. $$\sum f t x = \frac{T}{a} \sum f x^2$$

Dies ist die Summe der stat. Momente der Verschiebungskräfte, mit denen die einzelnen Querschnitte in ihre ursprüngliche Lage zurückgehalten werden, u. diese Summe muß gleich sein dem stat. Momente der Kraft das die Drehung bewirkt. Man hat deshalb die Gl.

$$M = \frac{T}{a} \sum f x^2 \quad (1)$$

Diese Gl. gibt uns also an die Größe die die Welle haben muß, damit am Umfange von Kraft T stattfinde.

Wir können nun mit Hülfe dieser Formel die M für verschiedene Querschnittsformen leicht berechnen, indem wir nur berücksichtigen, daß $\sum f x^2$ das Trägheitsmoment des Querschnitts ist, in Bezug auf eine Axe, die durch den Schwerpunkt geht u. $\perp$ auf der Ebene des Querschnitts.

z.B. für einen massiven Zylinder, hier ist:

$$a = \frac{d}{2}$$

$$\sum f x^2 = \int_0^{\frac{d}{2}} 2\pi x \, dx \cdot x^2 = 2\pi \int_0^{\frac{d}{2}} x^3 dx$$

$$= 2\pi \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{d}{2}\right)^4 = \frac{d^4 \pi}{32}$$

$$\text{folgl. } M = \frac{T}{\frac{d}{2}} \cdot \frac{d^4 \pi}{32} = T \cdot \frac{\pi}{16} d^3$$

Für einen hohlen Zylinder ist:

$$a = \frac{d}{2}$$

$$\text{u. } \sum f x^2 = \int_{\frac{d_1}{2}}^{\frac{d}{2}} 2\pi x \, dx \cdot x^2$$

$$= 2\pi \int_{\frac{d_1}{2}}^{\frac{d}{2}} x^3 dx = 2\pi \frac{1}{4} x^4$$

$$= \frac{2\pi}{4} \cdot \frac{1}{16} (d^4 - d_1^4) = \frac{\pi}{32} (d^4 - d_1^4)$$

u. $\mathfrak{M} = \frac{T}{\frac{d}{2}} \cdot \frac{\pi}{32}(d^4 - d_1^4) = T\frac{\pi}{16}\frac{(d^4 - d_1^4)}{d}$

Für einen rechteckigen Querschnitt ist:

$\Sigma f x^2 = \frac{bh}{12}(h^2 + b^2)$

u. $a = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{h^2 + b^2}$

also $\mathfrak{M} = \frac{T\frac{bh}{12}(h^2 + b^2)}{\frac{1}{2}\sqrt{h^2 + b^2}} = \frac{T}{6}\, bh\sqrt{h^2 + b^2}$

Torsionsfestigkeit.

Darunter versteht m. das Moment derjenigen Kraft, welche im Stande ist den Stab so stark zu verwinden, daß der Riß erfolgt.

Wir nehmen nun an, um diese Festigkeit zu bestimmen, daß das bei unserer Rechnung zu Grunde gelegte Gesetz auch noch für die allergrößten Verwindungen gelte. Das Reißen des Stabes wird nun dann eintreten wenn die Intensität der Verschiebungskraft einen gew. Werth erreicht hat, der von der Natur des Mat. abhängig ist u. nur durch Versuche bestimmt werden kann. Diese Werthe von T finden sich Seite 36 in der Bes. ausgezeichnet.

Für ein Cyl. ist: $\mathfrak{M} = T\frac{\pi}{16}d^3$ (1)

also $T = \frac{16\mathfrak{M}}{\pi d^3}$ (2)

Wenn m. nun ~~auf~~ verschiedene Stäbe verschiedener Kräfte verwinden läßt u. findet alsdann für T immer denselben Werth, so geht daraus hervor daß die Annahme zulässig ist, u. daß m. den dem Mat. entsprech. Festigkeitswerth gefunden hat. Die Versuche ergeben nun für T annähernd denselben Werth.

Aus der Gleichung $M = S \frac{\pi}{16} d^3$
ersieht man, daß die Länge einer Welle keinen Einfluß auf die Torsionsfestigkeit hat. Daß der Durchmesser in der 3ten Potenz vorkommt ist sehr vortheilhaft, denn man sonst zu colossalen Wellen gelangen würde.
Damit die Wellen die Torsion mit Sicherheit aushalten können, construirt man sie mit 20–30 facher Sicherheit d. h. man setzt in obiger Gl. statt S einen aliquoten Theil $\frac{1}{20} - \frac{1}{30}$.
Man soll z. B. eine schmiedeisserne Welle, auf die ein Torsionsmoment v. 100000 Kilogcm. einwirkt mit 30facher Sicherheit construiren. Hier ist:

$$S = \frac{4500}{30} = 150$$

$$\text{u. } d = \sqrt[3]{\frac{16 M}{S \pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 100000}{150 \cdot 3{,}142}} = 15$$

Bestimmung des Torsionswinkels.

Der Torsionswinkel ist derjenige Winkel um den das Ende einer Faser gedreht würde. Wir setzen nun diese Faser mit Rücksicht der um a von der Axenfaser entfernt ist u. nennen den zu bestimmenden Torsionswinkel θ (der Winkel sei in Theilen des Halbmessers ausgedrückt). Es ist alsdann:

$a\theta = cb$

$cb = l \cdot tg\alpha$ da wir annehmen Windung der Faser eine Schraubenlinie ist. Es ist daher folg. $a\theta = l\, tg\alpha$.

od. da wir kleine Verwindungen annehmen ist auch

$$ab = l\alpha$$

u. folg. $a\theta = l\alpha$ (2)

Wir machen nun eine 2te Hypothese, es sei näml. die Intensität der Verschiebungskraft proportional dem $\angle\alpha$, also

$$T = G\alpha$$

G bedeutet eine von der Natur des Materials abhängige Größe u. man nennt es den Modulus der Elasticität für Torsion. Es ist dann also:

$$a\theta = l\frac{T}{G}$$

od. $\theta = \frac{l}{a}\cdot\frac{T}{G}$

Werden wir für T seinen Werth aus Gl. (6) einführen,

$$\theta = \frac{l}{aG}\cdot\frac{aM}{\Sigma f r^2} = \frac{lM}{G\Sigma f r^2}$$

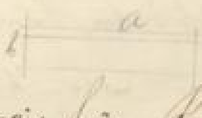
Wir müssen nun mit $\frac{2\pi}{360}$ dividiren um den Werth v. θ in Graden zu erhalten, d. h. mit der Bogenlänge die einem 1° u. 1 Halbmesser entspricht. Es ist dann:

$$\theta^0 = \frac{lM}{G\Sigma f r^2} : \frac{2\pi}{360} = \frac{360}{2\pi}\,\frac{lM}{G\Sigma f r^2}$$

Wenn man nun bei verschiedenen Querschnittsformen für $\Sigma f r^2$ u. a ihre Werthe einführt, so erh. man

für einen cyl. Stab: $\beta = \frac{16M}{G}\cdot l\cdot\frac{360}{d^4\pi^2}$

für einen quadr. Stab: $\beta = \frac{6M}{G}\cdot l\cdot\frac{180}{a^4\pi}$

für ein parallelepipedischen: $\beta = \frac{3M}{G}\cdot l\cdot\frac{b^2+a^2}{b^3a^3}\cdot\frac{180}{\pi}$ 

Wenn diese Rechnung wahr sein soll, so müssen wir für Stäbe aus demselben Material von verschiedener Länge, Form u. Größe des Querschnittes für G immer denselben constanten Werth finden, nämlich

$$G = \frac{360}{2\pi} \cdot \frac{l\,M}{\vartheta \frac{\pi}{4} \delta^2}$$

Führt man die Versuche wirklich aus, so findet man, daß G für kleine Verwendungen annähernd constant ist, allein wenn das Torsionsmoment eine gew. Grenze überschreitet, ist es variable, u. man nennt die Grenze bis zu welcher es constant bleibt Mod. der El. für Torsion. Die Werthe v. G sind in der Ref. Seite 36 aufgezeichnet u. betragen ungefähr $\frac{4}{10}$ von der abs. Festigkeit.

Festigkeit der Gefässe.

Wir nehmen ein Gefäß dessen innerer Durchmesser D ist u. dessen Wanddicke δ ist. Wir nehmen ferner an daß dasselbe eine Flüssigkeit enthält die auf jeden □cm der Wandfläche einen Druck p ausübt, außen wirkt auf das Gefäß eine Flüssigkeit mit einem Druck p_0 auf den □cm.

Es sei $p > p_0$.

Wir denken uns daß durch die Kraft p_0 das Gefäß durch seine ganze Länge aufgeschnitten würde.

Es sei S die bei ab u. cd herrschende Spannung u. l die Länge des Gefäßes, so ist

lδ die Größe des Querschnittes bei ab u. bei cd

u. 2lδ die Summe der Querschnitte bei ab u. cd.

folg. 2lδS (1) = die Summe der Kräfte die die Querschnitte bei ab u. cd spannen. Da aber Gleichgewicht herrschen soll,

so müssen diesen andere gleiche Kräfte entgegenwirken.
Diese Kräfte sind die innern u. äußern Kraft p_0 u. p_1.
Um die innern Spannungen zu bestimmen, nehmen wir ein klei-
nes Flächentheilchen $mn = ds$; der Druck der auf dasselbe ausge-
übt wird, ist $l\,ds\,p_0 = N$
Wir zerlegen diesen radial auswärtswirkenden Druck in
einen horizontal u. vertical Druck, der Verticaldruck ist gleich:

$$V = N \sin\varphi = l p_0\, ds \sin\varphi$$

u. da $mq = ds \sin\varphi$

so ist auch $V = l p_0\, mq$

Nun ist die Summe aller Verticaldrücke auf die Bogenlänge
bc: $\Sigma V = \Sigma l p_0\, mq = l p_0 \Sigma mq = l p_0 D$ (2)
Vermöge des äußern Druckes ~~wird~~ findet man angenähert daß die obere Hälfte des
Zylinders abwärts gedrückt mit einer Kraft

$$l p_1 (D + 2\delta) \quad (3)$$

Auf die obere Zylinderhälfte wirken also die Kräfte:
$l p_0 D - l p_1 (D + 2\delta)$ u. $2 l \delta T$
die Gleichgewichtsbedingung ist folg.

$$l p_0 D - l p_1 (D + 2\delta) = 2 l \delta T$$

u. $p_0 D - p_1 D + 2 p_1 \delta = 2 T \delta$

$$p_0 D - p_1 D = 2\delta (T + p_1)$$

u. endl. $\delta = \frac{1}{2} D \frac{p_0 - p_1}{T + p_1}$ (1)

Diese Formel gibt uns also die Wanddicke die ein Cyl. haben
muß, wenn innen eine Pressung p_0 u. außen eine Pressg. p_1
stattfindet, ~~damit~~ bei welcher er nicht brechen soll.

Wir haben bei der obigen Berechnung stillschweigend angenommen, daß die Spannungsintensitäten in allen Punkten zwischen ab u. cd gleich sind; wenn dieß der Fall wäre, so wäre unsere Berechng. v. δ richtig. Diese Voraussetzung ist aber nur annähernd richtig, wenn die Wanddicke klein ist u. für stärkere Wanddicken ist sie falsch, denn bei starker Dicke ist die Spannungsintensität innen bei weitem stärker als außen.

Wir müßten nun um das richtige δ zu erhalten zuerst das Gesetz ausfindig machen nach welchem die Spannungsintens. von a bis b abnimmt, dann müßten wir die Summe aller Spannungen von a bis b u. c bis d nehmen u. dieß in Gleichung (1) einführen. Dieß durchzuführen wäre sehr schwierig und soll deßh. hier nur das Resultat angeführt werden wie es sich im Buche findet. Es ist:

$$\delta = \frac{1}{2} D \left[\sqrt{\frac{A + p_1}{A + p_1 - p_0}} - 1 \right] \quad (2)$$

$$\text{u. } \delta = \frac{1}{2} D \left[\frac{p_0 - p_1}{A + p_1 - p_0} \right] \quad (3)$$

Es bedeutet hierbei A die Spannungsintensität am inneren Umfange.

Die Gl. (2) erh. man unter der Voraussetzung daß die rel. Ausdehnung in der inneren Wand überall gleich groß ist, d. h. die Volumveränderung bei jedem □cm ist gleich groß. Diese Voraussetzung ist wahr u. der Beweis wurde zuerst v. Lamé gegeben, auch findet sich ein Beweis dafür in den [illegible] Seite 235 [illegible]

die Gl. (3) kann m. aus (2) herleiten od. sie neu aufstellen unter der Voraussetzung, daß die Ausdehnung in der Weise erfolgt, daß das ganze Vol. constant bleibt.
Der Zylinder wird nun bersten, wenn das Max. der Spannungsintens. = abs. Festigkeit des Materials. Wir erhalten also die Wanddicke bei der der Riß erfolgt, wenn wir in Gl. (1) für p den Coeff. der abs. Festigk. des Materials einführen, u. aus Gl. (2) u. (3) erhalten wir sie, indem wir für diesen Coeff. setzen. Führen wir dieses aus, so erh. wir den deutlichsten Beweis von der Unrichtigkeit der Formel (1). Denn setzen wir:

$$A + 2p_1 - p_0 = 0$$

d. h. $p_0 = A + 2p_1$,

so wird $\delta = \infty$

d. h. wenn die Pressung auf die innere Wand gleich der abs. Festigk. des Mat. + der doppelten Pressg. auf die äußere Wand, so wird der Cyl. bersten, wenn wir auch $\delta = \infty$ nehmen. Aus Gl. (1) erh. wir dagegen einen bestimmten Werth, bei welchem der Festigkeit der Cylinder Pressg. der äußeren [illegible] bersten, so daß wenn wir die Dicke etwas größer machen, der Cyl. die Spannung ertragen könnte. z. B. der Cyl. sei v. Gußeisen, so ist dann:

$A = 1000$, ferner sei $p_1 = 1$

so ist $p_0 = 1000 + 2 = 1002$

d. h. wenn der Druck auf den $\square^{cm}$ 1002 Kilog. beträgt, berstet jeder gußeiserne Cyl., wenn auch $\delta = \infty$ machen. Aus (1) erh. wir:

$$\delta = \frac{1}{2} D \frac{1002 - 1}{1000 + 1} = \frac{1}{2} D.$$

Man sieht also deutlich den großen Unterschied zwischen jenen Formeln, u. die Erfahrung hat oft genug die Unrichtigkeit der Formel 1 erwiesen.
Man macht gewöhnlich für hydraulische Pressen d. i. $\delta = \frac{D}{2}$.
Wir wollen nun für diesen Fall die Spannungsintensität die im innern eintritt bestimmen.
Wir haben aus (2) $\sqrt{\frac{A+p_0}{A+2p_1-p_0}} = 2$

d. $\frac{A+p_0}{A+2p_1-p_0} = 4$ u. $A+p_0 = 4A+8p_1-4p_0$

$$0 = 3A+8p_1-5p_0$$

folg. $p_0 = \frac{3}{5}A + \frac{8}{5}p_1$

damit der Cyl. jene Pressg. p_0 mit Sicherheit ertrage, lässt m. die Spannung nicht mehr als $\frac{1}{3}$ d. der abs. Fest. des Mat. betragen.
Es ist also $A = \frac{1000}{3} = 333$
u. folg. $p_0 = \frac{3}{5} \cdot 333 + \frac{8}{5} = 201,6$
Wenn die äußere Pressung größer ist als die innere, gelten dieselben Resultate, nur ist A – zu nehmen.
Auf ähnliche Weise erh. man für Kugelkessel die Formel:

$$\delta = \frac{D}{2}\left[\sqrt[3]{\frac{2(A+p_0)}{2A+3p_1-p_0}} - 1\right]$$

Für Gefäße die weder kugelförmig noch cylindr. sind ist die Untersuchg. von δ sehr schwierig, da sie nicht wie jene geometr. ähnlich bleiben, sondern es treten bisweilen Deformirungen ein; so sucht z. B. ein elliptisch. Cylinder in einen kreisrunden überzugehen, während bei einem Gefäß von rechteckigem Querschnitt Ausbauchungen entstehen.

Körperformen von gleicher Festigkeit.

Körper von gleicher abs. Festigkeit.

Wenn ein Stab eingemauert ist, u. wird in horizontaler Ebene ausgedehnt, so daß also sein Gewicht nicht dabei in Betracht kommt, so ist die Wahrscheinlichkeit des Zerreißens überall gleich groß wenn: das Mat. homogen ist, u. wenn der Querschnitt überall gleich groß ist, wenn auch der Querschnitt von einem runden in einen eckigen, 4eckigen u. wie immer auch seine Form beliebig übergeht. Ist hingegen der Stab vertical eingemauert u. unten belastet, so verhält es sich ganz anders, indem hierbei auch das Gew. des Stabes zu berücksichtigen ist u. das Gefühl sagt uns schon daß der Balken nach oben hin immer dicker werden muß.

Nennen wir γ das Gew. von einem Cubcm. des Mat., so ist $\gamma y\,dx$ das Gew. vom Körpertheil abcd. Nehmen wir A die auf einen □^{cm} bezogene Spannung die in jedem Querschnitt herrschen soll heißt: $A\text{–}A$ $A\theta = P$ die Spannung für den untersten Querschn. der G. bei Differen. $dy >$ bei C

u. folg. $dy\,A = \frac{\gamma y\,dx}{A}$

od. $\frac{dy}{y} = \frac{\gamma\,dx}{A}$

integrirt man nun so folgt: $\log nat\, y = \frac{\gamma}{A} x + C$ (1)

für $x = 0$ muß $y = \theta = \frac{P}{A}$ sein

u. daher $\log nat \frac{P}{A} = 0 + C$

u. $\log nat\, y - \log nat \frac{P}{A} = \frac{\gamma}{A} x$

$$\log nat\left(\frac{y}{\frac{Q}{\mathfrak{A}}}\right) = \frac{\gamma}{\mathfrak{A}}x$$

od. $\frac{y}{\frac{Q}{\mathfrak{A}}} = e^{\frac{\gamma}{\mathfrak{A}}x}$

od. $y = \frac{Q}{\mathfrak{A}} e^{\frac{\gamma}{\mathfrak{A}}x}$

Hiermit ist die Größe des Querschnitts an jeder einzelnen Stelle bestimmt. Allein die so entstehende Form des Stabes ist sehr schwierig auszuführen u. man hilft sich daher in der Praxis durch eine Annäherung. Man setzt z. B. die Schachtgestänge aus einer Reihe einzelner Stangen zusammengesetzt, u. dieselben so bestimmt, daß die Wahrscheinlichkeit des Bruchs an jeder Stange gleich groß ist. d. h. wir verlangen, daß die Spannung an jeder einzelnen Stange gleich groß ist. Es muß also die Sp. bei A gleich sein der B, C, D u. s. f.

Die Kraft mit der die Einheit des Querschnitts bei B gespannt wird ist:

$$\mathfrak{A} = \frac{Q+\gamma a_1 l_1}{a_1}$$

bei C ist $\mathfrak{A} = \frac{Q+\gamma a_1 l_1+\gamma a_2 l_2}{a_2}$

bei D ist $\mathfrak{A} = \frac{Q+\gamma a_1 l_1+\gamma a_2 l_2+\gamma a_3 l_3}{a_3}$

od. aus 1, 2 u. 3 ist:

$$a_1 = \frac{Q}{\mathfrak{A} - l_1\gamma}$$

$$a_2 = \frac{Q + a_1 l_1 \gamma}{\mathfrak{A} - l_2\gamma}$$

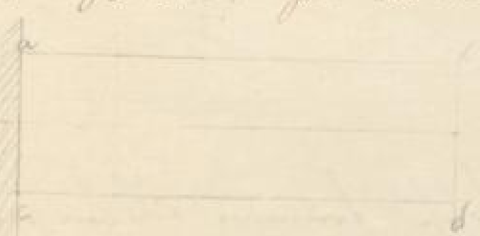
$$a_3 = \frac{Q + a_1 l_1 \gamma + a_2 l_2 \gamma}{\mathfrak{A} - l_3\gamma} \text{ u. s. f.}$$

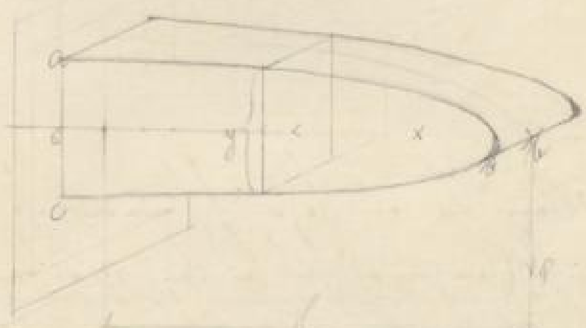
Setzt man nun den Werth von a_1 in a_2 ein u. s. f. so erhält man.

$$a_1 = \frac{a}{a - l_1 q}\ ;\ a_2 = \frac{a\,a}{(a-l_1 q)(a-l_2 q)}\ ;\ a_3 = \frac{a\,a^2}{(a-l_1 q)(a-l_2 q)(a-l_3 q)}\ \text{u.s.f.}$$

Körper von gleicher relativer Festigkeit.

Ein Stab von bestehender Form hat nicht überall gleiche relative Festigkeit, sondern bei a ist die Wahrscheinlichkeit des Bruches am größten u. sie nimmt nach b hin ab u. ist in b selbst = 0. Wir sollen nun einen Stab construiren der überall gleiche relative Festigkeit hat; wenn dies der Fall sein soll, so muß die Spannung an der Kante ab überall gleich groß sein. Es sei Fig II ein solcher Balken.





Es ist: $Pl = \frac{T}{e}E$

$Pl = \frac{T}{6} b h^2$ (1) diese Gl. bestimmt die Dimens. bei der Wurzel des B.

$Px = \frac{T}{e}E = \frac{T}{6} b y^2$ (2)

Zur Bestimmung der Höhe: $Pl = \frac{T}{6}\left(\frac{b}{h}\right)h^3$

oder $h = \sqrt[3]{\frac{6Pl}{T}\cdot\frac{h}{b}}$ (3)

(1) durch (2) div. kommt: $\frac{x}{l} = \frac{y^2}{h^2}$

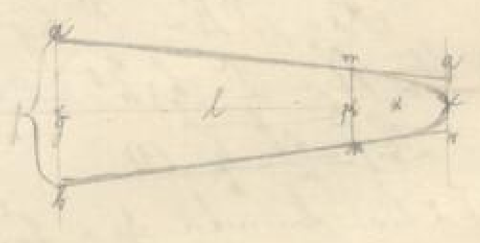
od. $\frac{y}{h} = \sqrt{\frac{x}{l}}$ (4)

diese ist die Gl. der Curve u. die Curve ist eine Parabel deren Scheitel in B liegt.

Man hat also nur, wenn P, l u. $\frac{h}{b}$ gegeb. sind die Dimens. des Balk. bei der Wurzel zu bestimmen u. die entspr. Parabel zu verzeichnen.

indem man entweder aus Gl. (4) verschiedene Ord. y bestimmt, od. indem man nachfolgende Construction ausführt, u. nach dieser Parabel die obere u. untere parabolische Fläche herstellt.
z. B. $P = 1000$; $l = 100$; $\frac{h}{b} = 2$. Material Gußeisen u. 10fache Sicherheit,
also $\mathfrak{S} = \frac{3000}{10} = 300$
folg. $h = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 1000 \cdot 100 \cdot 2}{300}} = \sqrt[3]{4000} = 15{,}8$ cm.
u. $b = \frac{15{,}8}{2} = 7{,}9$ cm.
u. erh. hiefür folg. Längenschnitt.
H

Allein da es sehr schwierig ist solche krumme Flächen herzustellen u. es sich bei den meisten Materialien nicht der Arbeit lohnte, so kann man auch folg. für die Praxis annähernde Form. Man setze $\frac{x}{l} = \frac{1}{4}$
so ist $\frac{y}{\frac{h}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
für $x = \frac{1}{4} l$
wird $y = \frac{1}{2} h$.



Trage man daher auf ge nach gg zu $\frac{1}{4} l$ auf, errichten dort oberhalb u. unterhalb Ord. u. trage hierauf $y = \frac{1}{2} h$, verbinde die erh. Punkte m u. n mit a u. b ($ab = h$) so erh. man beistehende Form, welche fast gar nicht von der exakten Form abweicht u. sehr leicht, da nur glatte Flächen vorkommen, zu bearbeiten ist.

Man wendet auch manchmal statt jenen Formen, die für nicht immer anwendbar sind, die Halbparabelform an u. zwar diese, wie vorher, ihre Anwendungsform wie Fig. A zeigt.
Bisher nahmen wir den Balken immer gleich dick an, wie müssen wir ihn aber nun machen, damit er überall gleiche Festigkeit habe, u. daß alle Querschnitte geometr. ähnl. ~~Rechtecke~~ Figur sind. Es muß also die Spannungsint. in jedem Punkt dieselbe sein.

das Moment der Kraft, die den Balken bei a abzubrechen trachtet, ist:

$$\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{T}}{6} b h^2$$

das bei x ist: (Fig. B ist der Grundriß des Balkens)

$$\mathfrak{M}_x = \frac{\mathfrak{T}}{6} z y^2 \quad (2)$$

Aus (1) folgt:

$$h = \sqrt[3]{\frac{6\mathfrak{M}}{\mathfrak{T}} \cdot \frac{h}{b}}$$

$$\frac{x}{l} = \frac{z y^2}{b h^2} = \frac{\frac{b}{h} y^3}{\frac{b}{h} h^3} \quad (3)$$

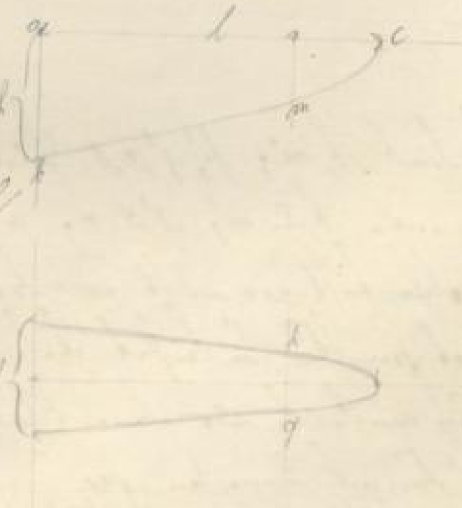
Da alle Querschnitte geometr. ähnl. sein sollen, so muß sein:

$$\frac{z}{y} = \frac{b}{h} \quad (4)$$

folgl. $\frac{x}{l} = \frac{y^3}{h^3}$

od. $\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}} \quad (5)$

u. $h = \sqrt[3]{\frac{6\mathfrak{M}}{\mathfrak{T}} \cdot \frac{h}{b}} \quad (6)$



(3) ist die Gl. einer cub. Parabel.
ferner ist $\frac{y}{z} = \frac{h}{b}$,
also $y = z\frac{h}{b}$ u. $\frac{y}{h} = \frac{z}{b}$
folgl. $\frac{z}{b} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}} \quad (7)$
dies ist wieder die Gl. einer cub. Parabel.

Mit Hülfe der Gl. (5), (6) u. (7) können wir nun einen Stab construiren, der überall gleiche Festigkeit hat, u. dessen Querschnitte [illegible] ähnl. sind. z. B.

Es sei $\frac{x}{l} = \frac{1}{4}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{4}$

dann ist: $\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 0{,}63$; $\sqrt[3]{\frac{2}{4}} = 0{,}79$; $\sqrt[3]{\frac{3}{4}} = 0{,}908$; $\sqrt[3]{\frac{4}{4}} = 1{,}00$

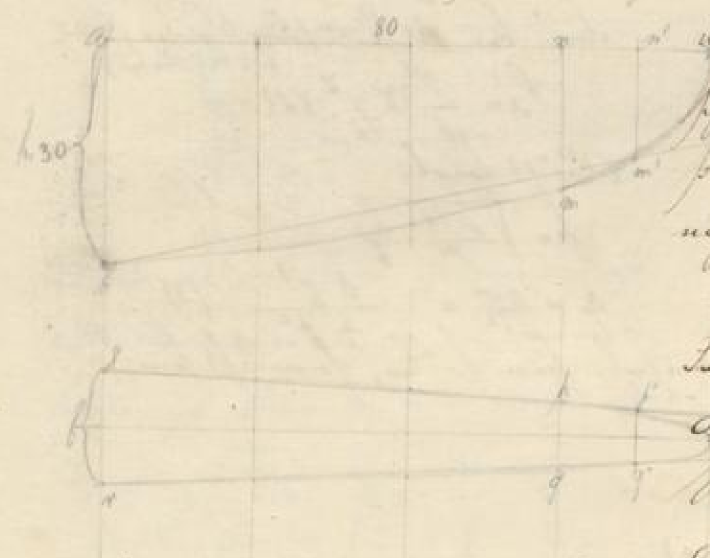
haben wir nun h aus Gl. (6) berechnet, so folgt:

$y = 18{,}9$; $23{,}82$; $27{,}24$; 30

Es sei ferner $b = \frac{1}{2} h$

so ist: $z = 9{,}4$; $11{,}9$; $13{,}6$; 15.

Tragen wir nun diese Werthe auf, so erh. wir folg. Figur:



Da aber dieser Körper nur schwierig darzustellen wäre, so nimmt man auch hier eine Annäherungsform an. Man setze $\frac{x_1}{l} = \frac{1}{8}$, so wird $\frac{y}{h} = \frac{1}{2}$ u. $\frac{z}{b} = \frac{1}{2}$

In der Figur ist:

$on = x$; $mn = y$; $pq = z$

Wir machen also nun

$on_1 = \frac{1}{8} l$; $n_1 m_1 = \frac{h}{2}$; $p_1 q_1 = \frac{b}{2}$

so sind b, m'; p', q', r, s Punkte der Parabeln. Verbindet man nun b u. m; q u. r; p u. s so hat man Annähernde Form welche fast gar nicht von der genauen abweicht u. leicht anzufertigen ist. Sie bietet dieselbe Festigkeit bei demselben Materialaufwand, ist nur etwas [illegible].

Es kommt zuweilen vor, daß der Querschnitt des Stabes rund sein soll u. dennoch überall eine gleiche Festigkeit besitzen.

die Oberfläche des Körpers wird eine Umdrehungsfl. sein. Beistehende Fig. sei der verlangte Körper.

Die Spannungen bei D, E, C müssen gleich sein. Es ist dann:

$$\mathfrak{M} = \frac{S\pi}{32} D^3$$

$$\mathfrak{M}_x = \frac{S\pi}{32} y^3$$

folg. $D = \sqrt[3]{\frac{32\,\mathfrak{M}}{S\pi}}$

u. $\frac{x}{l} = \frac{y^3}{D^3}$

od. $\frac{y}{D} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$

dies ist die Gl. einer cub. Parabel u. der Körper wird also ein Umdrehungsparaboloid sein. Da aber diese Form sehr schwierig darzustellen wäre, so nimmt m. wieder eine Annäherungsform.

Man nehme $\frac{x}{l} = \frac{1}{8}$

so ist $\frac{y}{D} = \frac{1}{2}$

also hat m. $DF = D = \sqrt[3]{\frac{32\,\mathfrak{M}}{\pi S}}$

$Cm = \frac{1}{8} l$

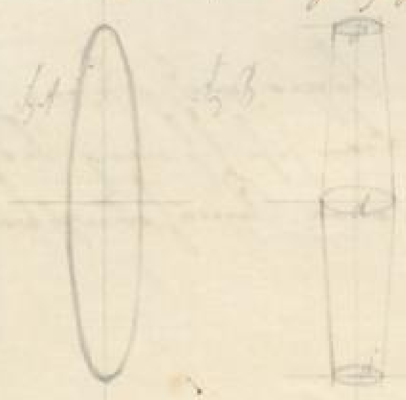
$np = \frac{1}{2} DF$

u. die Punkte n u. p sind Parabelpunkte. Verbinden wir nun D mit n u. F mit p so erhalten wir einen abgestumpften Kegel als Annäherungsform, welcher fast gar nicht von dem Paraboloid abweicht, u. sich auf der Drehbank sehr leicht herstellen läßt.

Körper von gleicher rückwirkender Festigkeit.

Man sieht sogleich, daß die Form die beste sein wird, bei der der Körper ringsum die gleiche Festigkeit haben wird. Es sind also alle diejenigen Formen gut, die durch 2 aufeinander ⊥ Ebenen in 4 congruente Theile getheilt werden; alle übrigen sind weniger gut, auch das gleichseitige Dreieck steht nahe; die beste ist unstreitig der Hohlcylinder.

Was das Längenprofil betrifft, so ist es sehr weitläufig durch Rechnung ausfindig zu machen. Wir wollen deßh. hier nur das Resultat angeben. Jeder Körper wird, bei einem kreisförmigen Querschnitt ein Rotationskörper von folg. Gestalt sein. (Fig A). Die Gl. der Curve, welche sehr schwierig aufzustellen ist, findet sich in d. Resultaten. Da aber diese Form schwierig auszuführen ist, so nimmt m. eine Annäherungsform. (Fig B)



Will m. also eine Säule von gleicher Festigkeit construiren, so berechnet m. nach Seite 41 die Querschnittsdimensionen d für rückwirkende Festigkeit u. verstärkt [illegible] abgestutzten Kegel, indem $\frac{d_1}{d} = \frac{7}{10}$ nimmt.

Körper von gleicher Torsionsfestigkeit.

Es ist natürlich der massive od. hohle Cylinder das beste. Beim hohlen Cylinder spart man viel Mat. Man macht sie aber nur dann hohl wenn das ersparte Mat. die Arbeit lohnt.

Aequivalenz der Querschnitte.

Es können 2 Querschnitte hinsichtlich der Form von einander abweichen, aber es ist möglich daß sie in Bezug auf Festigkeit gleiche Werthe haben.

Wenn die Querschnitte gleiche Größe haben, so sind sie in Bezug auf absolute Festigkeit äquivalent.

Bei der relativen Festigkeit muß $\mathfrak{S}$ in beiden Querschnitten gleich sein, wenn sie gleiche Festigkeit haben sollen. z. B.

Für einen parallelepipedischen Stab ist: $Pl = \frac{\mathfrak{S}}{6} b h^2$

für einen cylindrischen Stab ist: $Pl = \frac{\mathfrak{S}\pi}{32} d^3$

folgl. $\frac{\pi}{32} d^3 = \frac{1}{6} b h^2$

od. $\frac{\pi}{32} d^3 = \frac{1}{6}\left(\frac{b}{h}\right) h^3$

u. $\frac{h^3}{d^3} = \frac{\pi}{32} \cdot 6 \frac{h}{b}$

od. $\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{\pi}{32}\, 6 \frac{h}{b}}$

dieser Werth ist also nur von $\frac{h}{b}$ abhängig. Nimmt man nun für $\frac{h}{b}$ verschiedene Werthe an, so erh. man folg. Tabelle

Für $\frac{h}{b} = \frac{1}{3} \ldots\ldots\ldots 3$

ist: $\frac{h}{d} = 0{,}581 \ldots\ldots\ldots 1{,}215$ (Vergl. Seite 30)

u. $\frac{b}{d} = 1{,}743 \ldots\ldots\ldots 0{,}405$

Hiedurch kann man leicht für einen runden Stab einen vierkantigen von gleicher Festigkeit construiren u. umgekehrt.

Z. B. Man hat einen Cyl. von 10 cm Durchmesser, man soll dafür, aus irgend welchen Umständen einen parallelepipedischen machen. Es sei $\frac{h}{b} = 2$. Es ist also nun zu bestimmen h u. b.

Es ist nach Seite 30: $\frac{h}{d} = 1,056$

u. $\frac{b}{d} = 0,528$

folgl. $h = 1,056\,d = 21,12$ cm

u. $b = 0,528\,d = 10,56$ cm.

2) Es ist ein parallelepiped. Stab gegeben, dessen Höhe $h = 30$ cm u. dessen Breite $b = 10$ cm; man soll dafür einen runden nehmen, der das gleiche leistet.

Es ist also $\frac{h}{b} = 3$

ferner ist nach Seite 30: $\frac{h}{d} = 1,215$

u. folgl. $d = \frac{30}{1,215} = 24,7$ cm.

Wegen sind ein runder u. ellipt. Stab aequivalent in Bezug auf relative Festigkeit. Es ist:

$Pl = SE$ für den runden

u. $Pl = SE'$ für den ellipt.

Wenn sie gleiche Festigkeit haben sollen, so muß

$E = E'$, sein

d.h. $\frac{\pi}{32} d^3 = \frac{\pi}{32} b h^2$

folgl. $d^3 = b h^2$ od. $d^3 = \left(\frac{b}{h}\right) h^3$

u. daher $\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{h}{b}}$

Seite 31 in der Hütte befindet sich eine Tabelle, die für verschiedene Werthe v. $\frac{h}{b}$ die entsprechenden Werthe von $\frac{h}{d}$ u. $\frac{b}{d}$ gibt.

Es sei z. B. für einen runden Stab von 12 cm Durchmesser ein ellipt. zu construiren, der die gleiche Festigkeit besitzt. Es sei $\frac{h}{b} = 2$

So ist nach Seite 31: $\frac{h}{d} = 1,26$

u. folgl. $h = 1,26 \cdot 12 = 15,12$ cm

u. $b = \quad 7,56$ cm

Wann haben ein runder Stab u. ein Parallelepipedon gleiche widerstehende Festigkeit? Wir verfahren hier auch folg. Art:
Wir haben früher gefunden daß die größte Last die ein runder Stab rückwirkend zu tragen vermag ist:

$$P = \frac{E\pi^3}{64}\cdot\frac{d^4}{l^2}$$

für einen parall. d. ist: $P = \frac{E\pi^2}{12}\cdot\frac{bh^3}{l^2}$

Sollen nun diese Stäbe bei gleicher Länge dieselbe Last tragen, so muß sein:

$$P = P$$

u. folg. $\frac{E\pi^3}{64}\cdot\frac{d^4}{l^2} = \frac{E\pi^2}{12}\cdot\frac{bh^3}{l^2}$

$$\frac{\pi}{32}d^4 = \frac{1}{6}bh^3$$

od. $\frac{\pi}{32}d^4 = \frac{1}{6}\left(\frac{b}{h}\right)h^4$

$$\left(\frac{h}{d}\right)^4 = \frac{\pi}{32}\cdot 6\cdot\frac{h}{b}$$

od. $\frac{h}{d} = \sqrt[4]{\frac{\pi}{32}\cdot 6\cdot\frac{h}{b}}$ (Auch hiezu ist Seite 31 eine solche Tabelle)

Man habe z. B. eine runde Schubstange von einem Durchmesser $d = 14$ cm u. soll dafür einen parallelep. v. gleicher Festigkeit machen so sei $\frac{h}{b} = \frac{3}{4}$
So ist nach Seite 31 $\frac{h}{d} = 0,816$ u. $\frac{b}{d} = 1,088$

folg. $h = 0,816\cdot 14 = 11,4$ cm.

u. $b = 1,088\cdot 14 = 15,2$ cm.

Berechnung verschiedener Wirkungsgrössen

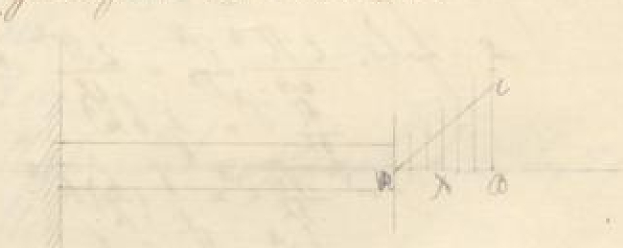
die zur Ausdehnung, Zusammendrückung u. s. w. v. Stäben erforderlich sind.
Welche Wirkungsgrösse entspricht der Ausdehnung eines Stabs? Nehmen wir an der Stab sei um λ ausgedehnt, die Spannungsintensität bei B sei alsdann Q u. der Querschnitt des Stabs sei Θ; so ist:

so ist: $BC = A\theta$ (1) die ausdehnende Kraft am Ende der Ausdehn.

F u. $\lambda = \frac{A\theta l}{\theta E} = \frac{Al}{E}$ (2)

Trägt man nun auf der Verlängerung des Stabes als Abscissen die Ausdehnung. aus u. als Ord. die entsprech. Kräften. da λ proportional mit A wächst, so gibt die Verbindungslinie der Ordin. eine gerade Linie.

Die Wirkungsgröße die bei der Ausdehnung entwickelt wird ist ausgedrückt durch den Flächeninhalt des ΔABC.



folg. $W = \frac{1}{2} AB \times BC$

od. $W = \frac{1}{2} \lambda \cdot A\theta$ (3)

Aus 2 folgt. $A = \frac{E\lambda}{l}$

folg. $W = \frac{1}{2}\lambda \cdot \frac{E\lambda}{l}\theta$

od. $W = \frac{\theta E}{2} \cdot \frac{\lambda^2}{l}$ (4)

Setzt man den Werth von λ aus 2 in 3 ein so erhält man

$W = \frac{1}{2}\frac{Al}{E} \cdot A\theta = \frac{1}{2}\theta l \frac{A^2}{E}$

folg. $W = \frac{1}{2} V \frac{A^2}{E}$ (5) (wenn V das Vol. bezeichnet)

Wir haben also nun die Wirkungsgröße auf 2 Arten erhalten. Die Gl. (4) drückt die Wirkung aus die eine Ausdehnung. λ bewirkt, während (5) die ganze Wirkung ausdrückt, die nothwendig ist, damit eine Spannungsintens. A herrsche.

Dies gilt aber nur für schwache Biegungen. Erlauben wir uns es nun aber auch für stärkere gelten zu lassen, so reißt der Stab, wenn die Spannungsintens. = abs. Festigkeit; u. wir sehen aus (5), daß die Wirkg. nur von dem Volumen abhängt; es ist also einerlei ob der Stab dünn u. lang, od. kurz u. dick ist.

der Coeff. $\frac{\mathfrak{A}^2}{\varepsilon}$ in Gl. (5) findet sich für verschiedene Material an Seite 36 in der Tab. aufgezeichnet u. man sieht aus derselb., daß die Wirkung, die zum Abreißen nothwendig ist, nicht nur um so größer ist, je größer $\mathfrak{A}$, sondern sie nimmt auch noch bei den geschmeidigen Metallen sehr bedeutend zu.

Wirkungsgröße bei der Biegung der Stäbe.

Man trage auch in $A B$ als Abscissen die Senkung des Endpunktes B des Stabes auf, u. als Ord. die entspr. Kraft, verbindet man alsdann die Endp. der Ord. so muß die Verbindungslinie eine gerade Linie sein, was aus folg. folgt:

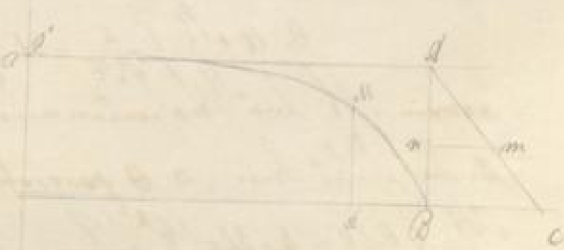
Es ist: $y = \frac{P}{2 \varepsilon \mathfrak{E} z}(l^2 x - \frac{1}{3} x^3)$.

für $x = l$ ist $y = AB = f$.

$$AB = f = \frac{P}{2 \varepsilon \mathfrak{E} z}(l^3 - \frac{1}{3} l^3)$$

$$AB = \frac{1}{3} \frac{P l^3}{\varepsilon \mathfrak{E} z}$$

u. sieht hieraus, daß P der Senkung des Stabes proportional ist, u. folg. ist $A C$ eine ger. Linie.



u. folg. auch $W = \frac{1}{2} AB \cdot BC$

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \frac{P l^3}{\varepsilon \mathfrak{E} z} \cdot P = \frac{1}{6} \frac{P^2 l^3}{\varepsilon \mathfrak{E} z} \quad (1)$$

$$P l = \mathfrak{A} \mathfrak{E} \quad (2)$$

$$P = \frac{\mathfrak{A} \mathfrak{E}}{l}$$

u. $W = \frac{1}{6} \frac{l^3}{\varepsilon \mathfrak{E} z} \cdot \frac{\mathfrak{A}^2 \mathfrak{E}^2}{l^2} = \frac{1}{6} \frac{\mathfrak{A}^2}{\varepsilon} \frac{\mathfrak{E} l}{z}$

der Coeff. $\frac{\mathfrak{E} l}{z}$ ist für einfache Formen der Größe des Durchschnitts proportional; z. B. für einen runden Cyl. ist: $z = \frac{d}{2}$ u.

$$\mathfrak{E} = \frac{\pi}{32} d^3$$

$$\frac{\mathfrak{E} l}{z} = \frac{2 \pi \cdot d^3 l}{32 \cdot d} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi d^2 l}{4} = \frac{1}{4} V$$

folg. $\mathfrak{A} = \frac{1}{24}\frac{\sigma^2}{E} V$

Für ein Parallelepipedon ist: $z = \frac{h}{2}$

u. $\mathfrak{T} = \frac{1}{6} b h^2$

folg. $\frac{\mathfrak{T} l}{z} = \frac{1}{6}\frac{b h^2 l}{\frac{h}{2}} = \frac{1}{3} b h l = \frac{1}{3} V$

u. folg. $\mathfrak{A} = \frac{1}{18}\frac{\sigma^2}{E} V$.

Seite 33 in den Beil. ist diese Arbeitsgröße A. für noch verschied. anderen Querschnittsformen geschrieben.
Erlauben wir uns diese Gleichungen auch für stärkere Biegungen gelten zu lassen, so erhalten wir, wenn wir statt σ den Bruchcoeff. setzen die Arbeitsgröße die nothwendig ist um den Stab abzubrechen, dieselbe Arbeitsgröße ist auch nothwendig den Stab zu durchbrechen, wenn er auf 2 Stützen liegt u. in der Mitte belastet wird.

Verwendung der Arbeitsgr. zum Abwinden der Stäbe.
Wenn der Stab durch die drehende Kraft P um einen Winkel θ gedreht worden ist:

$$\theta = 16\frac{M l}{G}\frac{2}{\partial^4\pi} = 32\frac{M}{G}\frac{l}{\partial^4\pi}$$

wenn M das Torsionsmoment am Ende des Cylinders bedeutet, u. da dieses dem ∠ θ proportional ist, so ist:

$\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\theta M = \frac{1}{2}\cdot 32\frac{M^2}{G}\cdot\frac{l}{\partial^4\pi}$

Nun ist nach Seite 22 Beil.

$M = \sigma\frac{\pi}{16}\partial^3$

folg. $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\, 32\frac{\sigma^2}{G}\cdot\frac{\pi^2}{16^2}\cdot\frac{\partial^6 l}{\partial^4\pi}$

$= \frac{\sigma^2}{G}\frac{\pi}{16}\partial^2 l$

u. $\mathfrak{A} = \frac{1}{4}\frac{\sigma^2}{G}\cdot\frac{\partial^2\pi}{4} l$.

Da aber $\frac{\partial^2\pi}{4} l$ = dem Vol. des Cylinders,

$$W = \frac{1}{4} T^2 V.$$

Die Werthe von T^2 finden sich Seite 36 in d. Ref. für prakt. Mech. u. Seite 34 ist diese Wirkungsfähigkeit auch für andere Querschnitte hergeleitet.

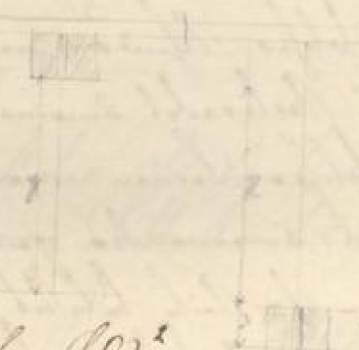
Beispiel.

Man habe einen vertikal eingemauerten Stab, der unten mit einer Querplatte versehen ist, und denselben breite durchbohrter Cylinder. Läßt man denselben von oben herabfallen, so wird er, wenn er an der Platte anlangt noch so lange fortlaufen, bis seine durch das Fallen erhaltene lebendige Kraft durch die Ausdehnung des Stabes erschöpft ist. Wie groß ist nun die Ausdehnung λ der Stange. Der Körper vom Gewicht Q ist um $H+\lambda$ nieder gegangen, u. hat dadurch die Wirkung:

$$W = Q(H+\lambda)$$

geleistet. Nun ist aber nach 32 Seite die Wirkung die der Ausdehnung λ entspricht:

$$W = \frac{\Omega}{2} \varepsilon \frac{\lambda^2}{l}$$



folgt. $Q(H+\lambda) = \frac{\Omega\varepsilon}{2} \frac{\lambda^2}{l}$

u. $QH + Q\lambda = \frac{\Omega\varepsilon}{2l} \lambda^2$

$$\frac{\lambda^2 \Omega\varepsilon}{2l} - Q\lambda = Qh$$

$$\lambda^2 - \frac{2l}{\Omega\varepsilon} Q\lambda = Qh \frac{2l}{\Omega\varepsilon}$$

$$\lambda^2 - \frac{2l}{\Omega\varepsilon} Q\lambda + \left(\frac{lQ}{\Omega\varepsilon}\right)^2 = Qh \frac{2l}{\Omega\varepsilon} + \left(\frac{lQ}{\Omega\varepsilon}\right)^2$$

$$\left(\lambda - \frac{lQ}{\Omega\varepsilon}\right)^2 = Qh \frac{2l}{\Omega\varepsilon} + \left(\frac{lQ}{\Omega\varepsilon}\right)^2$$

$$\lambda = \frac{lQ}{\Omega\varepsilon} + \sqrt{Qh \frac{2l}{\Omega\varepsilon} + \left(\frac{lQ}{\Omega\varepsilon}\right)^2}$$

Nun ist aber $Q = \varepsilon \frac{\Delta}{l}$

od. $$A = \frac{\varepsilon}{l}\left[\frac{lQ}{\theta\varepsilon} + \sqrt{Qh\frac{2l}{\theta\varepsilon} + \left(\frac{lQ}{\theta\varepsilon}\right)^2}\right]$$

$$A = \frac{Q}{\theta} + \sqrt{\frac{Qh2l}{\theta\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{l^2} + \frac{l^2Q^2}{\theta^2\varepsilon^2}\cdot\frac{\varepsilon^2}{l^2}}$$

$$A = \frac{Q}{\theta} + \sqrt{\frac{2Qh\varepsilon}{\theta l} + \left(\frac{Q}{\theta}\right)^2}$$

Theorie zur Constructions der einzelnen Maschinentheile.

Wir müssen Regeln aufstellen die auf einem wissenschaftlichen Fundament beruhen, von praktischem Werth sind u. leicht anwendbar sind.

Hanfseile.

Die Hanfseile werden in der Technik vielfältig gebraucht, z. B. bei den Schiffen, beim Bergbau u. s. w. Ihre Darstellung ist kurz folgende: Es werden zuerst aus Hanf mittelst des sog. Seilerrädchens Schnüre gesponnen. Alsdann legt man 5–6 solcher Schnüren neben einander u. dreht sie mit Hülfe jenes Seilerrades umeinander u. erhält so eine Leine. Mehrere solcher Leinen werden dann wieder nebeneinandergelegt u. umeinander gewunden, u. so entsteht das Seil. Wenn die Seile belastet sind, so kommt es darauf an, daß alle Elementarfasern gleichmäßig gespannt sind, daß also alle Theile gleich viel von der Last zu tragen haben, u. dies wird durch den oben beschriebenen Prozeß hervorgebracht.

Die Festigkeit eines solchen Seiles hängt nun ab: Von der Qualität des Hanfes, von der Vorsicht mit der die Schlange gezogen wurde, von dem Gebrauch, von der Vorsicht der Leute, von der Vorsicht mit der bei den verschiedenen Operationen, als Rösten, Drehen u.s.f. verfahren wurde, von der Schutz- u. Festigkeit, von der Vorsicht mit der der Seiler arbeitete, von seinem Alter u. endl. von der Umgebung die Last aufzuhalten hatte. Man sieht daher leicht, daß m. keine allgemein giltigen Regeln zur Construction der Seile aufstellen kann, sondern daß m. ein in gutem Normalzustande sich befindliches Seil nehmen müsse u. an diesem die gesetzten Regeln aufzufinden suchen. Nach Seite 36 ist für diese die abs. Fest. 510 Kilogr. u. die Erfahrung lehrte daß m. sie bis nicht mehr als den 5ten Theil davon zu Anspruch nehmen darf; ein □cm darf höchstens mit 102 Kilog. gespannt werden.

Man hat nun: $\frac{d^2\pi}{4} A = P$

folgl. $d = \sqrt{\frac{4P}{A\pi}}$

u. da $A = 102$

so ist: $d = \sqrt{\frac{4P}{\pi \cdot 102}} = 0{,}113\sqrt{P}$

diese Gl. giebt uns also an, wie groß der Durchmesser eines Seiles sein muß, damit dasselbe eine Last P mit 5facher Sicherheit trage.

Seite 37 in den Aufs. befindet sich eine Tabelle, in welcher für verschiedene Belastungen die zugehörigen Seil-Durchmesser angegeben sind. Man sieht daraus daß die Tragkraft der Seile nicht sehr groß ist, u. daß man deshalb bei größeren Lasten entweder mehrere Seile od. Ketten.

Für manche Verwendungen sind die Seile sehr gut, insbesondere wenn sie keine allzugroße Lasten zu tragen haben u. wenn sie sich in trockenen Localitäten befinden. Bei Schiffen, Bergwerken u. s. w. sind sie aber immer der Nässe ausgesetzt, weßh. sie getheert werden, wodurch sie noch viel mal mehr halten. In den Bergwerken gehen sie außerordentlich schnell zu Grunde, indem sie außer der feuchten Luft der sie ausgesetzt sind, durch Reibung an den Schacht Wänden, der Zimmerung etc. sehr schnell abgenutzt werden. Man kam deßhalb auf den Gedanken Drahtseile zu machen, die in ähnlicher Weise wie die Hanfseile auf folg. Art angefertigt werden:

Drahtseile.

Man legt 6 dünne Drähte um eine getheerte Hanflitze u. windet sie umeinander, alsdann nimmt m. mehrere solche Litzen nebeneinander u. windet sie umeinander, wodurch m. dann ein Drahtseil erhält. Diese haben, wie m. leicht einsieht eine größere Festigkeit u. Dauerhaftigkeit. Wir wollen nun den Durchmesser d des Seiles u. den Durchmesser δ eines Drahtes bestimmen, wenn das Seil eine gegeb. Last P tragen soll. Heißt $\frac{\delta^2\pi}{4}$ die Größe des Querschnittes eines Drahtes, u. bezeichnet m. mit i die Anzahl der Drähte in dem Seil, so ist:

$i\frac{\delta^2\pi}{4}\mathfrak{A}$ die gesammte Spannung im Seil

folgl. $i\frac{\delta^2\pi}{4}\mathfrak{A} = P$

u. $\delta = \sqrt{\frac{4P}{i\pi\mathfrak{A}}}$

Man findet durch Versuche daß $d = 10\,\delta$ ist.

da die Drahtseile in der Regel bis auf den 5ten Theil der absoluten Festigkeit in Anspruch genommen werden, heißt:

$$\mathfrak{A} = \frac{7000}{5} = 1400.$$

Ferner ist i gewöhnl. $= 36$

folg. $\delta = \frac{\sqrt{4P}}{36 \cdot 3,14 \cdot 1400} = \frac{1}{200}\sqrt{P}$

u. $d = \frac{1}{10}\sqrt{P} = 0,05\delta$

Man sieht daraus, daß der Durchmesser des Drahtseiles halb so groß als der eines Hanfseiles, das die gleiche Last zu tragen hat. Die Steifigkeit der Drahtseile ist im Verhältniß zu den Hanfseilen ist nicht so groß als m. dem ersten Anschein nach glaubt, wenn m. nur bedenkt, daß ein Hanfseil doppelt so großen Durchmesser hat als ein Drahtseil, wenn beide dieselbe Last tragen sollen.

Ketten.

Die Ketten treten z. Theil an die Stelle der Seile u. werden auf folg. Weise angefertigt.

Man glüht Stäbe von Rundeisen u. biegt sie auf der Ambosspitze in die Form wie Fig. A zeigt, u. schweißt alsdann die beiden Enden zusammen.

Was die Festigkeit dieser Ketten anbelangt, so ist es sehr schwierig, dieselbe durch Rechnung genau zu bestimmen, da es sehr schwierig ist, die Spannungs- u. Pressungszustände an den verschiedenen Stellen durch Rechnung genau zu bestimmen. In dem Falle aber, daß wir die innere Höhlung gegen die Dicke des Ketteneisens klein nehmen, fallen die Deformirungen so klein aus, daß wir uns erlauben können die

Festigkeit nach der Summe der beiden Querschnitte des Kettenringes zu berechnen.
Da die Ketten wie ein Seil nach allen Richtungen hin leicht beweglich sein sollen, ohne dabei in Verwicklung zu gerathen, so muß man den innern Raum klein machen, u. zwar wird in der Wirklichkeit so klein gemacht, daß die Glieder gerade noch Platz haben sich bewegen zu können. Taf. VI u. der Ref. finden sich die zur Kettenconstruction gehörenden Verhältnisse u. zwar sind die Dimensionen von den Ketten der englischen Marine entnommen, welche ohne Zweifel gut sein müssen.
Zur Berechnung des Durchmessers d eines Kettenringes hat man

$$2\frac{d^2\pi}{4} A = P$$

folgl. $d = \sqrt{\frac{4}{2\pi A}} \cdot \sqrt{P}$

Die Erfahrung zeigte nun daß die absolute Festigkeit des Ketteneisens nicht 3300 sondern 2400 Kilogr. beträgt; dies rührt von dem Zusammenschweißen, den Deformirungen u.s.w. her. Die Ketten dürfen bis auf $\frac{1}{3}$ ihrer absol. Festigkeit in Anspruch genommen werden, da es ja nichts schadet, wenn sie auch während der Belastung ein wenig ausgedehnt werden.

Es ist daher $A = \frac{2400}{3} = 800$

daher folgt $d = 0{,}28\sqrt{P}$

Seite 39 in der Ref. befindet sich eine Tabelle bei welcher Durchmesser von 0,5–4,10 cm u. die entsprech. Werthe von P dazu berechnet sind, sowie die übrigen Dimensionen. Man kann also wenn P gegeben ist leicht darnach die Kette construiren.

Eine zweite Art von Ketten zeigt beistehende Fig. Es ist natürlich daß sie eine größere Festigkeit besitzt als die vorige, u. sie beträgt nach der Erfahrung 3400

Andere Ketten sollen in der Folge besprochen werden.

Schrauben

zur Befestigung und Verbindung.

Wenn allgemein 2 Körper A u. B miteinander verbunden werden sollen, die sich in vertikalem Sinne zu trennen suchen, so geschieht dies gewöhnlich mittelst einer Schraube wie Fig. zeigt. Der Theil a heißt Bolzen, b Bolzenkopf u. c die Schraubenmutter. Die Anfertigung der Schraube, durch das Aufschneiden des Gewindes u. die Anfertigung der Mutter u.s.f. ist allgemein bekannt. Die Schrauben werden zur Verbindung nur dann mit Vortheil angewendet, wenn der Bolzen nur auf absol. Fest. in Anspruch genommen ist. Ist der Bolzen aber auch Abscheeren in Anspruch genommen, so ist die Schraube nicht gut brauchbar u. man hat hierzu andere Verbindungen.

Es handelt sich nun darum was für Dimensionen wir der Schraube u. Mutter zu geben haben.

Wenn die Kraft P gegeben ist, so ist es natürlich, daß der Querschnitt des Bolzen proport. P ist, d. daß der Durch-

96

durchmesser gewöhnlich der $\sqrt{P}$, also

$$D = \frac{1}{9}\sqrt{P} = 0,111\sqrt{P}$$

die Länge des Bolzens nun richtet sich nach der Dicke der Gegenstände.

Was die Detailbemessungen betrifft so sagt uns schon das Gefühl, daß die Schrauben nicht geometr. ähnlich sein dürfen, sondern daß die kleinern Schrauben verhältnißmäßig größer sein müssen als die großen. Man thut immer gut daran sich an schon bestehende gute Schrauben anzuschließen. Es ist allgemein anerkannt, daß die Schrauben der englischen Construction sehr schön u. gut sind. Es wurden nun eine Anzahl jener Schrauben verglichen, die Unregelmäßigkeiten ausgeglichen, u. daraus folgende Formeln hergeleitet die Seite 40 in der Taf. ausgezeichnet sind es sollen hier die Formeln für scharfe Gewinde angeführt werden. Es ist:

die Anzahl der Gewinde auf den Durchm. $n = \sqrt[3]{48 + 168d}$

der innere Durchm. des Gewindes $d_1 = \frac{n-2}{n} d$

die Schlüsselweite $D_1 = 0,5 + 1,4d$

die Höhe der Mutter $h = \frac{1}{3} D'$

Man sieht aus diesen Formeln, was bereits schon gesagt wurde, daß kleine Schrauben verhältnißmäßig größer sind. Seite 41 befindet sich nun eine Tabelle in welcher für verschiedenen Werthe von P die entspr. Werthe von d, n, d', D' u. h angegeben sind. Es wurde dabei d angenommen, daraus P berechnet u. die übrigen Größen nach den letzt angeführten Formeln berechnet.

die Mutter ist gewöhnl. sechsseitiges Prisma, weil sehr vortheilhaft ist, da man mit einem solchen Schlüssel überall leicht beikommen kann. Ferner soll die untere Fläche nie eben sein, sondern sie wird meist abgerundet um das Eindringen der Kanten in die Fläche des Körpers zu vermeiden. Auch legt man meistens zwischen den Körper u. die Mutter noch eine Scheibe um den Körper zu schützen. Die obere Fläche wird gewöhnl. des schönern Aussehens wegen durch eine Kugelfläche abgerundet.

Anwendungen der Schraube.

Außer den mannigfachen Anwendungen der Schraube zur Verbindung 2 od. mehrerer Körper wo der Bolzen nur auf abs. Festig. in Anspruch genommen ist (Taf VII) gibt es auch noch Schraubenverbindungen wo der Bolzen auch auf Abscheren in Anspruch genommen ist. Hierher gehören insbesondere die 2 sog. Laschenverbindungen u. Verbindungen durch Keilschrauben. (Taf VIII) Beide sind zieml. schwierig auszuführen, allein es sind sehr gute u. feste Verbindungen; besonders die letztere, welche die genaueste Verbindung ist.

Vernietung.

Diese ist eine ähnl. Verbindung wie die Schraubenverbind., u. wird meistens zur Herstellung einer Fläche durch 2 od. mehrere Bleche, zur Kanten u. Eckenbildung u. s. w. gebraucht.
Das Vernieten geschieht auf folg. Art:
Es seien z. B. 2 Bleche A u. B zu verbinden, so daß eine Flächenvergrößerung entsteht. Die beiden Bleche werden nun durchlocht, entweder durchgestoßen od. durchbohrt, letzteres ist

viel besser, kostet aber mehr Mühe u. wird deßh. nur bei größeren Arbeiten, wo es auch besondere Festigkeit ankommt ausgeführt. Die Niete, deren Gestalt Fig. 8 angibt, wird zuerst mit dem Hammer roh in die Form geschmiedet u. alsdann in eine exakter ausgearbeitete Form gelegt u. darin fertig geschmiedet. Diese Niete wird alsdann weißglühend durch die beiden Löcher gesteckt u. die rohe Gestalt des Nietenkopfes aus dem hervorragenden Theil
des Bolzens ~~geformt~~ geschmiedet, u. endl.
mit einem sog. Nietstempel,
in welchem sich die Form des
Nietkopfes befindet, der Niet
kopf fertig geformt, indem man unter den unteren Nietkopf ebenfalls einen Hammer, der eine entspr. Vertiefung hat, hält (Fig. 8)
Wir müssen nun die zweckmäßigste Vernietung bestimmen d. h. wir haben zu berechnen wie stark wir die Bolzen zu nehmen haben, wie weit wir die einzelnen Bolzen von einander setzen müssen, wie groß die Entfernung der Bolzen vom Blechrande sein sollen u. s. w. (welche sich nur auf das Abscheeren i. Bezug genommen sind)
Es kann nämlich vorkommen, daß die Nietbolzen reißen, od. daß das Blech zwischen den einzelnen Bolzen ausreißt, od. endlich daß der Blechrand ausreißt. Wir müssen nun eine solche Vernietung ausfindig machen, bei der die Wahrscheinlichkeit des Reißens der Nietbolzen ebenso groß ist als die des Reißens der Bleche zwischen den Bolzen u. des Reißens des Blechrandes. Eine solche Vernietung sei Fig. C.

Es muß daher dieselbe Kraft nothwendig sein zum Abscheren des Nietbolzens a, als zum Ausreißen der Bleche bei cd, ef u. gl. Man setze nun den Durchm. des Bolzen $= d$
Man setze ~~ferner~~ die Entferng. der Mittelp. zweier aufeinanderfolg. Bolzen $= e$
u. die Entfernung des Bolzenmittelp. vom Blechrande $= e'$
u. endl. die Dicke der Bleche $= \delta$
Um nun diese 3 Größen d, e u. e' zu berechnen, wenn δ bekannt ist, bedenken wir, daß nach dem oben Gesagten die Querschnitte bei denen der Riß erfolgen würde alle gleich groß sein müssen. Folglich hat man wenn A die Spannungseinheit bedeutet:

$$A\frac{d^2\pi}{4} = A(e-d)\delta = 2Ae'\delta$$

od. $\frac{d^2\pi}{4} = (e-d)\delta = 2e'\delta$ (1)

u. $\frac{d^2\pi}{4} = (e-d)\delta$ (2)

$$\left(\frac{d}{\delta}\right)^2\frac{\pi}{4} = \frac{e}{\delta} - \frac{d}{\delta} \quad (3)$$

$$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad (4)$$

Ferner ist: $(e-d)\delta = 2e'\delta$

$$\frac{e}{\delta} - \frac{d}{\delta} = \frac{2e'}{\delta}$$

$$\frac{2e'}{\delta} = \frac{e}{\delta} - \frac{d}{\delta} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2$$

folgl. $\frac{e'}{\delta} = \frac{\pi}{8}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2$ (5)

Es sei z. B. $\frac{d}{\delta} = 2$

so ist: $\frac{e}{\delta} = 2 + \frac{3,14}{4}\cdot 4 = 5,14$

u. $\frac{e'}{\delta} = \frac{3,14}{8}\cdot 4 = 1,57$

Wir haben also durch Gl. (4) u. (5) da δ bekannt ist, e u. e' bestimmt, wenn das Verh. d angenommen ist u. es handelt sich nun nur noch um einen Werth das Verh. $\frac{d}{\delta}$ zu nehmen haben. Wir bestimmen dazu die Festigkeit der Vernietung, indem wir die Kraft die nothwendig ist um ein ein-vernietetes Blech abzureißen verglichen mit der die nothwendig ist um ein richtig vernietetes abzureißen. Nennen wir dies Verhältniß = f, so ist.

$$f = \frac{e}{e-d} = \frac{\frac{e}{\delta}}{\frac{e}{\delta}-\frac{d}{\delta}}$$

u. aus (4) $\frac{e}{\delta}$ eingesetzt ist: $f = \dfrac{\frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2}{\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2} = 1 + \frac{4}{\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right)$

Setzt m. nun für $\frac{d}{\delta}$ verschiedene Werthe so erh. m. folg. Tabelle (Tafel 42)

für $\frac{d}{\delta}$ =	1	1,5	2	2,5	3 wird
f =	2,27	1,85	1,64	1,51	1,42
$\frac{e}{\delta}$ =	1,78	3,26	5,14	7,41	10,06
$\frac{e'}{\delta}$ =	0,39	0,88	1,56	2,44	3,51

Man sieht hieraus daß bei kleinen Nieten das Verh. f groß ist, zugleich aber ist auch $\frac{e}{\delta}$ u. $\frac{e'}{\delta}$ klein; folg. bei großen Nieten dagegen ist das Verh. klein u. zugleich aber auch $\frac{e}{\delta}$ u. $\frac{e'}{\delta}$ groß, folgl. gewähren große u. weit auseinander gestellte Nieten eine viel größere Festigkeit als kleine u. nah aneinander gestellte Nieten.

Man wählt deßh. bei Vernietungen bei denen es blos auf Festigkeit ankommt die grobe Vernietung (Brücken u.s.w.). Bei Vernietungen bei denen es nur auf Dichtigkeit ankommt nimmt kleine nah zusammengestellte Nieten (Gasometer). Bei Vernietungen die beiden Fällen zugleich entsprechen sollen wählt man eine mittlere (Dampfkessel, Schiffstheile unter Wasser). Es nimmt m. für die Vernietungen

dicht nicht fest $\frac{d}{\delta} = 1$

fest nicht dicht $\frac{d}{\delta} = 3$

fest u. dicht $\frac{d}{\delta} = 2$.

z. B. für einen Dampfkessel nimmt man gewöhnl. $\frac{d}{\delta} = 2$

folgl. $f = 1{,}64$ od. $\frac{1}{f} = 0{,}6$

u. $\frac{e}{\delta} = 5{,}14$; $\frac{e'}{\delta} = 1{,}56$.

Doppelte Vernietung

Dieselbe Aufgabe sei nun für eine doppel Vernietung, bei der also die Bleche durch 2 Reihen Nietbolzen zusammengehalten werden. Wir wollen nun für diese auch wieder e u. $\frac{e}{d}$ bestimmen, ferner untersuchen ob diese od. die einfache Vernietung besser ist. Es muß wieder sein:

$$2\frac{d^2\pi}{4} a = (e-d)\delta a \quad (1)$$

$$\frac{2d^2\pi}{4} = (e-d)\delta$$

$$\frac{\pi}{2}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 = \frac{e}{\delta} - \frac{d}{\delta}$$

$$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{2}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad (2)$$

Nun frägt es sich wieder wie wir $\frac{d}{\delta}$ annehmen müssen u. wir untersuchen zu diesem Zwecke auch hier wieder das Festigkeitsverhältn. f des unvernieteten Blechs zu dem vernieteten.

Es ist $f = \frac{e\delta a}{(e-d)\delta a} = \frac{e}{e-d} = \frac{\frac{e}{\delta}}{\frac{e}{\delta}-\frac{d}{\delta}}$

od. aus (2) $\frac{e}{\delta}$ eingesetzt kommt:

$$f = \frac{\frac{d}{\delta}+\frac{\pi}{2}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2}{\frac{\pi}{2}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2} = 1 + \frac{\frac{d}{\delta}}{\frac{\pi}{2}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2} = 1 + \frac{d}{\delta}\cdot\frac{2}{\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right)^2$$

folgl. $f = 1 + \frac{2}{\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right)$ (3)

Man sieht also durch Vergleichung der beiden Formeln von f, daß bei der dopp. Vernietg. f kleiner ist als bei der einfachen, folgl. ist die doppelte Vernietg. fester als die einfache. Aus

Vergleichung v. e

(2) sieht man daß bei der dopp. Vernietg. die Bolzen in einer Reihe weiter auseinander kommen als bei der einfachen, allein wegen der

Doppelreihe ist die Summe der Nieten größer.
Setzen wir nun für $\frac{d}{\delta}$ verschiedene Werthe, so erh. wir auch hier wieder folg. Tabelle (Seite 43)

für	$\frac{d}{\delta}$ =	1	2	3
ist	$\frac{e}{\delta}$ =	2,6	8,3	17,1
u.	f =	1,64	1,32	1,21
od.	$\frac{1}{f}$ =	0,6	0,8	0,9

Man sieht hieraus daß bei der doppelten Vernietg. das Festigkeitsverhältniß schon ziemlich ~~groß~~ hoch ist, daß es sogar ~~bedeutend~~ bei einem dopp. gesch. Laschen- Laschen-durchm. $d = 3\delta$ 0,9 der vollständigen Verbindung ist. Bei einer 3, 4, 5 u. s. w. fachen Vernietg. wird die Festigkeit immer größer, ohne jedoch jemals die vollständige Festigkeit zu erreichen; u. wird deshalb bei besonders wichtigen Fällen immer eine dreifache Vernietg. anwenden, trotz der größern Kosten u. Arbeit.
Allgemein ist nun für eine n fache Vernietung:

$$n \frac{d^2\pi}{4} A = (e - d)\delta A \quad (1)$$

folg.

$$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + n\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad (2)$$

u.

$$f = \frac{e\delta A}{(e-d)\delta A} = \frac{\frac{e}{\delta}}{\frac{e}{\delta} - \frac{d}{\delta}}$$

$$f = \frac{\frac{d}{\delta} + n\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2}{n\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2} = 1 + \frac{4}{n\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right) \quad (3)$$

Eine andre Art der Vernietg. ist noch die

Kettenvernietung,

die durch Fig. 4. verdeutlicht wird. Wenn hier das Loch abgescheert werden soll, so kann dies nur geschehen, indem es bei ab u. cd abgerissen wird. Folg. haben

$\frac{1}{4}\,\underline{d^2\pi}\,a = (c-d)\,\delta\,a$

daher ist aber dieselbe Bedingungsgleichung wie bei der ein-
fachen Vernietung, folgl. hat diese Kettennietung dieselbe Festig-
keit, sowie dieselbe Anzahl, Abstand u. Durchmesser der Bolzen
wie bei der ~~einf~~ doppelten Vernietung.
Bisher waren die Bolzen immer auf das Abscheren in Anspruch
genommen, indem die Bleche von Kräften angegriffen wurden,
die dieselben ~~stets~~ von einander zu entfernen suchten. Allein es kann
auch vorkommen, daß 2 Bleche a u. b aneinander gedrückt
werden u. m. verwendet in diesem Falle eine Heftnietung. Hier
brauchen aber dabei natürlich die Bolzen nicht so stark u. so eng
beisammen zu sein wie in früheren Fällen, da sie ja nur
dazu dienen, die Bleche vor dem Auseinanderfallen zu hüten.
Wenn es sich um Ecken u. Kantenbildung bei Blechen handelt,
so bedient m. sich sehr häufig der:

Winkeleisen.

Sie haben die Gestalt wie Fig E zeigt.
Auch hier dürfen die Querschnitte verschiedener
Winkeleisen nicht geometr. ähnlich sein,
sondern bei den dünneren Winkeleisen
muß die Schenkelbreite b verhältnißmäßig
größer sein als bei dickeren, damit
man ~~an~~ denselben die Nieten anbringen kann. Man ver-
gleicht auch hier wieder am besten, um die Querschnittsdimensionen d.
Winkeleisens zu erh. verschiedene Größe gut ausgeführte Winkel-
eisen mit einander u. erh. dadurch.

die mittlere Dicke des Winkeleisens:

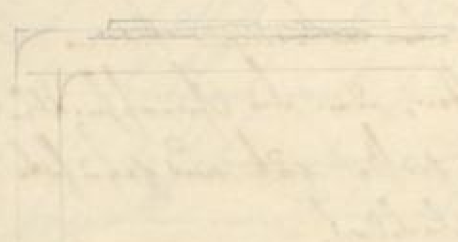
$$\Delta = \delta = \text{Blechdicke}$$

u. $h = 2{,}4 + 4{,}5\,\Delta$

hieraus ersieht m., daß die Länge der Schenkel nicht der Dicke des Eisens prop. ist, sondern daß es bei größern Stärken hiezu verhältnismäßig größer ist. Die übrigen Dimensionen ergeben sich aus der Fig.

Anwendungen der Vernietungen.

Es kommen hiebei vor: Flächenvernietung mittelst der dreier u. 4 Reihen u. s. w. (Siehe Taf II Fig. 1, 2, 3, 4, 5). Kanten u. Eckenbildung mit u. ohne Winkeleisen. (Taf II Fig 6–10) Bei Ecken u. Kantenbildg. wird, wenn es sich um dichten Verschluß handelt u. um große Dichtigkeit die Vernietg. mit Winkeleisen selten mehr gebraucht, sondern meistens wird die Vernietg die Fig. dargestellt angewendet. Die Winkeleisen gewähren ~~nicht~~ immer die verlangte Festigkeit, da beim Walzen derselben oft Risse entstehen. Alle neueren Dampfkessel werden deßh. u. wegen des oben erwähnten undichten Verschlußes ganz ohne Winkeleisen angefertigt. Eine andere Art von Kanten u. Eckenbildg. ist die mit einem Rahmen, wie Fig. A. zeigt. Schl. dient die Vernietung noch zur Flächenverstärkung, welche Fig. B, C, D beispielsweise darstellen mögen.



Zapfen an Wellen u. Drehungsaxen.

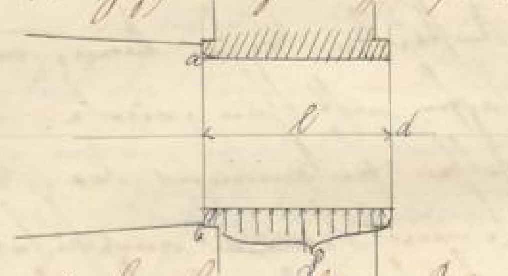
Wenn ein Körper um eine Axe rotiren soll, so versieht man ihn mit einer [illegible] eisernen Welle, deren geometr. Axe mit der Axe, um die der Körper rotiren soll zusammenfällt, bringt dann an beiden Enden Zapfen an, welche in entsprechenden Lagern liegen. Die erste Bedingung nun, denen 2 solche Zapfen zu entsprechen haben ist, daß die geometr. Axe derselben in ein u. dieselbe gerade Linie falle; so die eine derselben nicht etwas höher über der andern liegen, od. einen ∠ mit der andern bilden u. s. w. da dabei leicht gewaltsames Klemmen u. Biegen der Welle eintreten kann, u. sie folgl. auch unter Umständen brechen kann, wenn sie es bei richtiger Stellung der Zapfen nicht thun würde. Werden die Zapfen bei ein u. derselben Einspannung der Welle in der Drehbank abgedreht, so wird der oben angeführten Bedingung sehr gut entsprochen. Da die beiden Zapfen das ganze Gewicht des rotirenden Körpers zu tragen haben, u. folg. sehr ungeheure Lasten, z. B. bei einem Wasserrad u. s. w. so ist es nothwendig daß sie eine genügende relative Festigkeit besitzen, u. wir wollen uns nun damit beschäftigen die Dimensionen zu bestimmen die ein Zapfen erh. muß um nicht abzubrechen.

Es sei A eine Welle u. B der zugehörige Zapfen u. C das Lager, so übt der Zapfen auf die untere Lagerschale einen Druck aus, gleich der ½ Last des rotirenden Körpers. Dieser Druck sei P, folgl. wirkt auch die Schale mit einem gleichen Druck P auf den Zapfen zurück, welcher der richtige Lastdruck.

u. Abstützg.
muß nun die Intens. des Druckes längs des Zapfens gleich groß sein. Die Int. des Druckes an jeder Stelle sei durch die Pfeile dargestellt, so ist also die Summe aller durch diese ↑ dargestellten Kräfte = P.

Wir dürfen nun einen solchen Zapfen ansehen als einen Cyl. der an einem Ende befestigt ist, am andern frei, u. auf den eine Kraft P einwirkt die denselben bei ab abzubrechen bestrebt ist. Es darf also bei ab die Spannung nicht eine gew. Grenze überschreiten, wenn der Zapfen die Last P des rotirenden Körpers mit Sicherheit tragen soll.

Es ist nun $P\frac{l}{2}$ das Moment das den Zapfen abzubrechen strebt.



folgl. $P\frac{l}{2} = \frac{S\pi}{32} d^3$

od. $P\,l = \frac{S\pi}{16} d^3$

od. $P = \frac{S\pi}{16}\left(\frac{d}{l}\right) d^2$

folgl. $d = \sqrt{\frac{16}{S\pi}\cdot\frac{l}{d}\cdot P}$

Nach dieser Formel nun kann man d berechnen, wenn S gegeben, S ist ein aliquoter Theil von dem Festigkeitscoeff. z.B. der 10, 15, 20te u.s.f. je nachdem man mit einer 10, 15 od. 20fachen Sicherheit construiren will. $\frac{l}{d}$ ist willkürlich, d.h. wie wir es auch annehmen mögen, so genügt der Durchmesser der Festigkeit u. wir können also das $\frac{l}{d}$ so wählen daß man damit verschiedenen Nebenumständen entsprechen kann.

Setzen wir z.B. an Kraft zu sparen, so machen wir $\frac{l}{d}$ klein, denn es wird dann d klein u. folg. auch eine geringere Reibung. Soll man ein Warmlaufen u. Abnutzen des Zapfens vermeiden so macht man $\frac{l}{d}$ groß, es wird dann sowohl d als l groß, also liegt der Zapfen mit einer großen Fläche in dem Lager auf, folg. ist die Intens. des Drucks klein u. dessh. wenig Abnützung. Wir können also für alle Fälle Regeln aufstellen, allein diese Fälle sind nur Extreme u. müssen zwischen und damit für das practische Verhältniß, wo also kein Warmlaufen u. genug Kraft vorhanden ist, Regeln aufzustellen. Man nimmt practisch.

$\frac{l}{d}$ = constant = $\frac{5}{4}$ bis $\frac{4}{3}$ od. höchstens = $\frac{3}{2}$

Setzt man dieß ein, ferner für t den entspr. Werth, so ist

$$\sqrt{\frac{16}{5\pi}\left(\frac{l}{d}\right)} = \lambda$$ eine constante Größe

folg. $d = \lambda\sqrt{P}$ (1)

u. $\lambda = \frac{d}{\sqrt{P}}$ (2)

Wir haben also nur λ zu untersuchen. Wir entsprechen zu diesem Zwecke gut bestehende Constructionen, u. berechnen für verschied. Zapfen von derselben Mat. λ aus Gl. (2) da ja d u. P bei den schon constr. Zapfen bekannt ist, u. nehmen dann den mittleren Werth von λ. So erhalten:

Für Gußeisen $\lambda = 0{,}18$

Für Schmiedeisen $\lambda = 0{,}12$

Für Gußstahl $\lambda = 0{,}09$

Wenn m. t ausrechnet so findet m. es gleich 136 u. da die Druckcoeff. für Gußeisen gleich ist 3000, so sieht m. da 136 ungefähr gleich ist $\frac{3000}{12}$, daß diese Zapfen mit 10–12 facher Sicherheit construirt sind, d.h. m. hat also bei der Bestimmung v. $\frac{l}{d}$ nicht ängstlich zu sein.

Beispiel. Es sei ein Wasserrad v. 40 Pferdekr. die Dimension. in l u. d der Zapfen der Welle zu bestimmen.

Es ist $P = 40 \cdot 250 = 10000$ Kilogr.

also $d = 0{,}18 \sqrt{10000} = 18$ cm.

gewöhnlich $\frac{l}{d} = \frac{5}{4}$ folg. $l = \frac{5}{4} \cdot 18 = 22{,}5$

Wir können auch annehmen $\frac{l}{d} = \frac{3}{2}$ für Zapfen u. der Zapfen wird auch noch die gehörige Festigkeit besitzen, dann wird

$l = \frac{3}{2} \cdot 18 = 27$

Seite 45 u. 46 in dem Red. ist sind 2 Tabellen für gußeiserne u. schmiedeeiserne Zapfen, in welchen man für verschiedene Belastungen P die entspr. Werthe v. l u. d findet. Es wurde bei der Aufstellung dieser Tabelle d angenommen u. daraus P u. l berechnet. Dies wird in allen praktischen ([illegible]) Fällen so gemacht wegen der Organisation einer Maschinenfabrik. Ist z. B. eine Belastung P gegeb. u. man findet nicht genau dieselbe in der Tabelle, so nimmt man zur Bestimmung v. l u. d immer das zunächst größere P in der Tabelle u. berechnet nicht für den besondern Fall l u. d. Denn das berechnen u. ausführen von jedem des Laufzapfens des eigentl. richtigen Zapfens macht gar keine Schwierigkeit, allein für diesen Zapfen müßte man dann erst noch ein Lager construiren u. ein Modell dazu anfertigen, was sehr theuer käme u. die Modelle für den größeren Zapfen sind schon in der organis. Fabrik vorhanden, u. so würde also der eigentl. richtige Zapfen viel theurer kommen als der größere, welcher auch mehr Festigkeit hat.
Bei der Aufstellg. der Lager ist immer darauf zu sehen, daß der Zapfen längs der ganzen Schale gleich berührt, d.h. daß er längs der ganzen Schale den gleichen Druck ausübt; ist dies nicht

der Fall, so wird wie er leicht einsieht der Zapfen allmählich
zum Abbrechen u. Abnützen geneigt sein.
Man rundet die Kanten bei A u. B ab,
damit die Lagerschalen weniger abge-
nützt werden. Ferner bringt man eine
Fuge des Zapfens einen Ansatz C an wie
Fig. zeigt, damit sich der Zapfen nicht längs der Axe verschieben
kann.

Von den Wellen u. Drehungsaxen.

Welche nur auf Torsion in Anspruch genommen sind.
Dieses Kapitel ist von großer prakt. Wichtigkeit indem es
sehr viele Wellen gibt die nur auf Torsion in Anspruch genommen
sind. Es soll hier ein Beispiel angeführt werden wo eine
Welle auf Tors. in Anspr. genommen ist. Es sei a eine Welle
an deren einem Ende sich
eine Kurbel b u. an dem
andern Ende sich ein Zahnrad
befindet. Auf die Kurbel
wirke nun eine Kraft ein
die von der Welle a auf die Welle e mit Hilfe der
Zahnräder c u. d übertragen werden soll. Ist nun das Zahn-
rad c in Bewegung, so drückt es auf die Zähne des Rades
d u. bewegt dieses dadurch vorwärts u. die Welle e dreht sich
mit. Allein das Rad d übt auch wieder auf das Rad c zu-
rück, wodurch die Welle a, da an beiden Enden entgegenge-
setzte Kräfte drehend wirken verwunden wird.

Wir wollen nun den Durchmesser d der Welle a bestimmen, damit sie die Torsion mit Sicherheit ertrage.

Nach Seite 12 ist: $PR = S\frac{\pi}{16} d^3$ (0)

folgt $d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi S} PR} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi S}}\sqrt[3]{PR}$ (1)

Nach dieser Formel können wir d berechnen, wenn PR gegeben ist, was zuweilen der Fall ist, wir brauchen nur noch für S, die Spannung an der Welle, einen geeigneten Theil vom Tabellenwerth zu setzen; je nachdem wir mit einer größeren od. geringeren Sicherheit construiren, nehmen wir auch hier wieder den gleichen Theil groß od. klein.

Es sei z. B. $P = 4000$ u. $R = 20$ cm in bestehender Fig. u. die Welle die von Schmiedeisen sein soll sei mit 20 facher Sicherheit zu construiren, so ist also

$$S = \frac{4500}{20} = 225$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 20 \cdot 4000}{3,14 \cdot 225}} = \sqrt[3]{1810}$$

also $d = 13,4$ cm

d. h. eine Welle v. Schmiedeisen, deren Durchmesser $d = 13,4$ cm ist, wird mit 20 facher Sicherheit einem Torsionsmoment v. 80000 Kilogrcm. widerstehen.

Allein dieses PR ist selten gegeben, sondern meistens ist nur die Anzahl der Umdrehungen der Welle in der Minute u. die Pferdekraft die die Welle zu übertragen hat, gegeben. Man muß deßh. die Gl. (1) umformen u. statt des Torsionsmoment PR durch andere, gegebene Größen ausdrücken.

Es sei n die Anzahl der Umdrehungen der Welle u. N die Anzahl der Pferdekr. die sie zu übertragen hat.

Es ist $2R\pi$ ein Radumfang in cm.
also $\frac{2R\pi}{100}$ ein Radumfang in Metres.
folg. $\frac{2R\pi}{100}\,n$ der Weg den ein Punkt am Radumfg. in 1 Min. zurücklegt
u. $\frac{2R\pi}{100}\cdot\frac{n}{60}$ " " " " " " " 1 Sec. "
d. h. die in M. ausgedr. Umfangsgeschw. der Welle
folg. $\frac{2\pi}{100\cdot60}\cdot RPn = Pv = 75\,N$
wo also Pv der in Kilogrammem. ausgedrückte Effect bedeutet den die Welle zu übertragen hat
also $PR = \frac{100\cdot60\cdot75}{2\pi}\cdot\frac{N}{n}$ (2)
Hiermit ist also das Torsionsm. PR durch 2 gegeb. Größen $\frac{N}{n}$ ausgedrückt, der Bruch ist ein constanter Factor.
Führt man diesen Werth von PR in Gl. (1) ein, so kommt:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16\cdot100\cdot60\cdot75}{2\pi^2 S}}\,\sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad (3)$$

Setzen wir den $\sqrt[3]{\frac{16\cdot100\cdot60\cdot75}{2\pi^2 S}} = \lambda$ (4)
Nun ist aber dieses λ für eine Welle von bestimmten Mat. eine constante Größe. folg. ist die verlangte Gl.:

$$d = \lambda\sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad (5)$$

Wir bestimmen λ nach den besten construirten Wellen, die sich bereits bewährt haben, u. es ist dann dieses λ, wenn wir N, n, d durch Untersuchung an bereits bestehenden Wellen bestimmt haben:

$$\lambda = \frac{d}{\sqrt[3]{\frac{N}{n}}}$$

Man findet in der That, daß bei gut construirten Wellen λ einen constanten Werth hat, u. zwar ist es:
für Gußeisen $\lambda = 16$
für Schmiedeisen $\lambda = 12$.

Hieraus hat m. die beiden Gl.

für Schmiedeisen $d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$

für Gußeisen $d = 16\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$

Für verschied. Werthe von $\frac{N}{n}$ findet sich das entsprech. d in der Taf. Seite 48 u. 49, Tabelle 50 u. 51 ausgezeichnet. auch hier wird wieder d angenommen u. $\frac{N}{n}$ berechnet u. zwar ist d gerade so wie bei den Zapfen angenommen worden (aus demselben Grunde wie dort)

Es sei z. B. bei einer schmiedeisernen Welle $N = 20$ u. $n = 80$ so ist also $\frac{N}{n} = \frac{20}{80} = 0{,}250$

also $d = 7{,}5$

Bei einer gußeisernen Welle sei $N = 120$ und $n = 800$ so ist also $\frac{N}{n} = \frac{120}{800} = 0{,}150$

folgl. $d = 8{,}5$.

Wir können nun die Frage stellen wie stark die Wellen, wenn wir $N = 12$ od. 16 nehmen, in Anspruch genommen sind. Wir berechnen deßh. aus Gl. (A) den Werth von T u. erh.

$$\sqrt[3]{\frac{16 \cdot 100 \cdot 6615}{2\pi T}} = \begin{cases} 12 \text{ für Schmiedeisen} \\ 16 \text{ für Gußeisen.} \end{cases}$$

woraus folgt.

$T = 210$ für Schmiedeisen

u. $T = 90$ für Gußeisen

Nach Seite 36 ist aber T der Drehfestigk. zum Abwinden $T = 4500$ u. da also

$\frac{210}{4500} = \frac{1}{21}$, so folgt, daß eine solche schmiedeiserne Welle nur bis auf den 21ten Theil ihrer Sicherheit in Anspr. genommen ist.

die große Sicherheit mit der diese Wellen construirt sind rührt daher, daß sie nicht allein nicht brechen sollen, sondern daß sie sich unter der Einwirkung der Kräfte auch kaum verwinden sollen, da dieses mit der Zeit einen sehr schädlichen Einfluß auf die Festigkeit der Wellen ausübt. Wir wollen nun sehen wie groß der Torsionsb. bei diesen Wellen ausfällt. Nach Seite 25 ist der Torsb. für einen cyl. Stab:

$$\theta^0 = 16\frac{PR}{G}\, l \cdot \frac{360}{d^4\pi^2}$$

Setzen wir für PR den Werth aus (0) so ist:

$$\theta^0 = \frac{16\cdot 360\cdot S\cdot \pi}{\pi^2\cdot G\cdot 16}\cdot\frac{l\,d^3}{d^4} = \frac{16\cdot 30\cdot S\cdot \pi}{\pi^2\cdot G\cdot 16}\cdot\frac{l}{d} \quad (6)$$

Hieraus ersieht man daß der Torsionsb. der Länge der Welle direct u. dem Durchmesser umgekehrt proportional ist, woraus folgt daß der Torsionsb. bei dünnen u. kleinen Wellen groß, bei großen u. dicken Wellen aber schwach ausfällt. Setzt man in Gl. (6) für S seinen Werth, näml. 120 u. 90 ein so erh. m.

für Schmiedeisen $\theta^0 = \frac{1}{41}\left(\frac{l}{d}\right)$

für Gußeisen $\theta^0 = \frac{1}{39}\left(\frac{l}{d}\right)$

d.h. diese Wellen haben die Eigenschaft, daß wenn ihre Länge 41 od. 39 mal größer ist als der Durchmesser, so werden sie um einen Grad verwunden.

Die Formel $d = \lambda\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ ist von größter Wichtigkeit, da näml. d nur von dem Verhältniß $\frac{N}{n}$ abhängt, so ist es auch möglich mit verhältnißmäßig dünnen Wellen die größten Pferdekräfte zu übertragen indem man die Wellen nur schnell herumlaufen zu lassen braucht, wie folg. Beispiele zeigen.

Es sei $N = 2$ u. $n = 2$
so ist $d = 16\sqrt[3]{\frac{2}{2}} = 16\,cm$. od. $N = 1000$
Oder $N = 100$ u. $n = 100$ u. n 1000
so ist $d = 16\sqrt[3]{\frac{100}{100}} = 16\,cm$ so ist $d = 16\sqrt[3]{\frac{1000}{1000}} = 16\,cm$

Ein ferneres Vortheil ist, daß der Durchmesser d von der $\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ abhängt, wodurch die Wellen nicht sehr verschieden von einander ausfallen. Aus (6) folgt:

$$d = \lambda \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$
$$N = \left(\frac{d}{\lambda}\right)^3 n$$
$$n = N\left(\frac{\lambda}{d}\right)^3$$

wodurch man also in allen Fällen im Stande ist eine der 3 Größen N, n, d zu berechnen, wenn die beiden andern gegeben sind.

Da wir wie gesehen haben bei langen Wellen die nach Formel (5) construirt sind der Torsionswinkel groß ausfällt, so ist es nicht gut längere Wellen nach dieser Regel zu construiren, sondern wir leiten daher eine Regel her nach welcher die Wellen sich immer um gleich viel verwinden, allein ob sie dick od. dünn sind, u. bei welchen der Torsionswinkel der Wellenlänge prop. ist. Es ist nun:

$$\theta^{0} = 16\,\frac{P R}{g}\,\frac{360}{\pi^2}\,\frac{l}{d^4} \quad (1)$$

u. da wir annehmen, daß θ^0 der Länge prop. sein soll, so ist

$$\theta^{0} = \alpha\, l \quad (2)$$

Wir bringen nun diese beiden Gl. (1) u. (2) in Uebereinstimmung; wir können dies thun, wenn wir machen

$$\frac{P R}{d^4} = const = \beta$$

dann ist $d = \sqrt[4]{\frac{1}{\beta}}\sqrt[4]{PR}$

es muß also d, wenn sich dicke u. dünne Wellen gleich stark verwinden soll der $\sqrt[4]{PR}$ prop. sein, während es früher nur der $\sqrt[3]{PR}$ prop. war.

Wir wollen nun wieder das PR durch $\frac{N}{n}$ ausdrücken, u. hat sich früher gefunden daß: $PR = K\frac{N}{n}$

dies eingesetzt kommt: $d = \rho\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$

Wir haben nun noch die constanten Größen β u. ρ zu bestimmen, was wir wieder am besten nach bereits gut construirten Wellen thun. Es ist dann für Schmiedeisen, (von Gußeisen werden nie lange dünne Wellen gemacht)

$$d = 0,75\sqrt[4]{PR}$$
$$\text{u. } d = 12\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$$

Diese Gl. unterscheidet sich blos dadurch von der früher aufgestellten, daß hier die $\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$ u. dort $\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ vorkommt, dies stimmt mit dem Gefühl überein, indem die Gl. so ausdrückt daß in verlangtem Falle, die Wellen noch weniger von einander verschieden sind. Seite 50 ist eine Tabelle für d wenn $\frac{N}{n}$ gegeb. ist. (Erwünscht bei der Herstellg. der Tabelle d aus u. $\frac{N}{n}$ berechnet) Bestimmt man nun den Coeff. α der Gl. (2) so findet m.

$$\theta = \frac{1}{547} l$$

d.h. die nach dieser Regel construirten Wellen haben die Eigenschaft, daß sie sich bei einer Länge v. 547 cm um einen Grad verwinden.

Beispiel. Es sei $N = 20$ u. $n = 100$

so ist $d = 12\sqrt[4]{\frac{20}{100}} = 8$

Die erste Formel gibt:

$$d = 12\sqrt[3]{\frac{20}{100}} = 3,5$$

Man sieht also, daß wenn $\frac{N}{n} < 1$ so groß so gibt die Formel $d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ schwächere Wellen; ist hingegen $\frac{N}{n} > 1$ so gibt die Formel $d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ stärkere Wellen u. ist $\frac{N}{n} = 1$ so geben beide dieselben Durchmesser $d = 12$. Man rechnet daher in der Praxis, wenn $\frac{N}{n} < 1$ nach der Formel $d = 12\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$, u. umgekehrt, wenn $\frac{N}{n} > 1$ so rechnet man nach der Formel $d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$.

Man kann nun die Wellen auch so construiren, daß sie noch andern Anforderungen entsprechen. Es soll z. B. der Torsionswinkel für jedes beliebige d u. l constant sein. Man setzt:

$$\theta^{0} = \frac{16 \cdot 360}{\pi^2 G} \frac{PRl}{d^4} = \text{const.}$$

Wenn θ constant sein soll, so muß sein

$$\frac{PRl}{d^4} = \text{const.}$$

folgl. $d = c\sqrt[4]{PRl}$ (1)

also muß d nicht nur dem Torsionsmoment, sondern auch der Länge prop. sein. Da aber dieser Fall in der Praxis nie vorkommt, so wollen wir die Gl. (1) nicht weiter untersuchen u. dieser Fall war blos beispielsweise angeführt hier. In den meisten Fällen wird also nach der Formel

$$d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

gerechnet u. die Formel $d = \sqrt[4]{\frac{N}{n}}$ nur bei außerordentlich langen u. dünnen Wellen angewendet. Es sei zum Schluße noch ein Beispiel.

Eine gußeiserne Welle habe schmiedeeiserne mit einen Anfangsdurchm. d. h. eine Pferdekraft $N = 60$ ~~Pferd~~ mache dabei in der Minute 80 Umdrehungen

so ist also $d = 16\sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 16\sqrt[3]{0,75} = 14,53$

Da aber diese Wellen mit einer 13 fachen Sicherheit construirt ist, so können wir je nach Umständen $d = 14$ od. 15 cm nehmen.

Widerstandsfähigkeit der Wellen gegen lebendige Kräfte.

Bis jetzt haben wir bei den Wellen nur das stat. Verhältniß ins Auge gefaßt, allein unter Umständen müssen wir auch das Verh. der Wellen gegen dynam. Kräfte betrachten.

Es sei z. B. a eine Welle an deren einem Ende A eine Kuppelung sich befindet die mit einer Kraftmaschine in Verbindung steht. Am andern Ende B befindet sich ein Schwungrad. Während nun das Schwungrad durch die Einwirkung der Kraftmasch. in vollem Laufe begriffen ist, werde plötzlich ein Widerstand das Ende A der Welle festgehalten. Das Rad wird alsdann so lange fortgehen bis die l. Kraft desselben durch das Verwinden der Welle erschöpft ist. Nun ist aber die Wirkungsgr. die nothwendig ist um einen vgl. Stab soweit zu verwinden, daß an der Oberfl. eine Sp. T eintritt

$$W = \frac{1}{4}\frac{T^2}{G}V$$

Sei Q das Gew. des Schwungringes; c die Geschw. desselben, und $g = 981$ die cm. Beschl. durch den freien Fall, so ist $\frac{Qc^2}{2g}$ die in Kilogrcm. ausgedr. lebendige Kraft des Rades. Es muß also diese l. Kr. des Rades erschöpft werden durch das Verwinden der Welle d. h. es muß also sein

$$\frac{Qc^2}{2g} = \frac{1}{4}\frac{T^2}{G}V$$

folg. V = [illegible]

Setzt m. für C in diese Gl. einen [illegible] Werth von Tabellen, welch, sucht m. das Vol. V das die Welle haben muß, damit sie der l. Kraft des Rades mit Sicherheit widerstehe. Allein dieses Vol. fällt so groß aus, daß eine derartige Welle nicht ausführbar wäre, u. m. sich desh. bei Wellen wo der oben genannte Fall vorkommen kann (Walzwerk) auf andere Art behelfen muß. (Leichte Kupplung)

Es sollen hier noch einige Worte gesagt werden, wann m. die Wellen von Gußeisen od. Schmiedeisen macht.

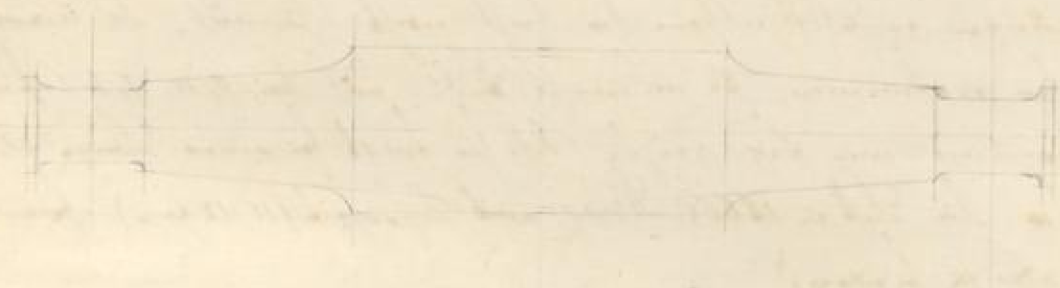
Große Wellen macht m. nur v. Gußeisen, wenn m. sparen will, sonst immer von Guß Schmiedeisen, obgl. sie viel kost-billiger sind. Die gußeisernen Wellen sind näml. nie so fest als die schmiedeisernen, denn es kommen häufig beim Guß derselben Fehler vor. Dünne Wellen werden immer v. Schmiedeisen gemacht; man bekommt solche sogar schon bis zu gewissen Durchmessern im Handel. Wenn es bei diesen Wellen auf besondere Festigkeit ankommt, so werden sie immer aus Schmiedeisen gemacht, ohne die Kosten zu berücksichtigen. Bei außerordentlich wichtigen Fällen wendet m. auch wohl Gußstahl an.

2) [illegible] welche einer Biegung ausgesetzt sind.

Es ist am besten durch Beispiele die Construction dieser Wellen zu zeigen.

1) Es sei z. B. eine [illegible]-Axe zu construiren, die von beiden

Enden aufliegt u. in der Mitte belastet ist. (Ohne Berücksichtig. des Gew. derselben)
Es sei die Länge $ac = 120$ cm
u. die Belastung $P = 400 . 45 = 18000$
so ist also $\frac{P}{2} = 9000$ der Druck auf
einen Zapfen; u. folg. nach Tabelle
ist, wenn die Welle von Schmiedeis.



erhält $d = 10$ der Durchmesser des Zapfens $d = 10$ cm u. die Länge desselben $l = 14.18$. Damit nun die Welle, welche also nur auf rel. Festigkeit in Anspruch genommen ist überall gleiche rel. Festigk. besitze muß dieselbe nach der cub. Parabel construirt werden; Um die Dimension der Welle in der Mitte zu bestimmen u. zwar hat diese Parabel ihren Scheitel bei a u. geht durch die Punkte g u. h. Man trage daher, um die Parabel zu verzeichnen, auf AB von a aus $\frac{l}{2}$ 8mal auf, mache also

$$af = 8ac = 8\frac{l}{2}$$

u. trage bei f oberhalb u. unterhalb den Durchmesser d auf, so sind i k Punkte der Parabel. Allein da wir auch hier wieder die Annäherungsform nehmen, so verbinden wir die Punkte i m u. k n durch gerade Linien u. verlängern diese bis sie die Mitte schneiden u. erh. so die eine Hälfte der App. Achse der andern Hälfte verschieden [illegible]. Die Punkte m u. n sind die Fuss- des Ansatzes an dem Zapfen u. sind nicht sehr von den Punkten g u. h verschieden. Um den Balancier gut anbringen zu können gibt man der Welle in der Mitte eine vgl. Gestalt. Ferner bringt man [illegible] der Zapfen noch die Ansätze, wie sie früher bei den Zapfen erwähnt wurden, an. Die Welle ist nun so construirt daß sie die gemachten Bedingungen erfüllt; allein sie sieht nicht schön aus, da überall scharfe Kanten vorkommen, u. man macht daher noch bei v, w, g, h u. s. w. Abrundungen wie Fig. zeigt. D. h. sie trägt bei einer Länge v. 120 cm die Last v. 15000 Kilog. mit Sicherheit (10–12 fach) ohne sich stark zu biegen.

2) Construktion einer Balancierwelle die an beiden Enden aufliegt u. an irgend einer Stelle den Balancier trägt.

Es sei Fig. ab die Axe u.
im Abstande ac sei der Balancier
ferner ist gegeben $ac = 60^{cm}$ u. $bc = 120_{cm}$
ferner $P = 15000$ Kilog.

Es ist nun zu bestimmen der Druck den jeder Zapfen zu ertragen hat. Es ist

$$\left(P_B\right) = \frac{15000}{3} = 5000. \quad \text{u.} \quad \left(P_A\right) = \frac{15000 \cdot 2}{3} = 10000$$

ist der beschriebene Deckel eigentlich nicht nothwendig, u. wird auch in manchen Fällen weggelassen u. blos aus Blech ein Gehäuse zum Schutze vor Schmutz u. Staub genommen. Ist aber die Richtung der Kraft horizontal so ist der Deckel nothwendig; es befinden sich an ihm die beiden Ansätze d u. e welche genau in den untern Theil des Lagers u. an die Schale angepaßt werden müssen; und diese Ansätze hüten die Schrauben c auch vor dem Abschieben. Damit die Welle in der Schale bleibe. Widerstehen nun die Schale u. der Lagerkörper der horizontalen Kraft, so kann es aber vorkommen daß das Lager gegen die Platte od. die Platte selbst verschoben würde. damit nun die Schrauben c u. d, welche gegen das Abschieben nicht viel Festigkeit besitzen, nicht so sehr in Anspruch genommen werden, wird der Lagerkörper an die Lagerplatte, bei den Leisten a u. b angestellt, so ist es nicht möglich das dieser Körper gegen die Platte verschiebe. das Verschieben der Platte selbst muß durch starke Fundamentschrauben verhütet werden. Widersteht nun das ganze Lager der horizontalen Kraft so wird sich natürlich mit der Zeit die Schale in horizontaler Richtung erweitern u. diese Form annehmen, wie dies bei einer Schubstange einer horizontalen Dampfmaschine der Fall ist.
Um die Schalen nicht sobald erneuern zu müssen werden ~~sie~~ die beiden Hälften mittelst eines Keils von Zeit zu Zeit in horizontaler Richtung einander genähert.
Es kann endl. auch vorkommen, daß die Richtung der Kraft zuerst vertikal, dann horizontal, dann wieder vertikal u. endl. wieder horizontal ist, wie bei den Kurbelzapfen einer Balancier-maschine.

In diesem Fall muß das Lager den Bedingungen im vorig-
en Fall entsprechen, u. überdies müssen alle Schrauben solche Di-
mensionen besitzen, daß sie noch mit Sicherheit der absoluten Fest-
[igkeit] widerstehen, damit nicht der Deckel, des Lagerkörpers od. gar
die Platte selbst weggerissen wird. Fig. 1 entspricht einem solchen
Lager u. es sind dabei die Durchmesser der Bolzen = $\frac{1}{6} d$ zu
nehmen. Hier wird der Unbrauchbarkeit der Schalen durch das Verweiten der Schalen in verticalem
Sinne durch Anziehen der Schrauben e u. f abgeholfen; um die
Unbrauchbarkeit der Schalen durch Verweiten in horizontalem
Sinne möglichst zu verhüten, macht man dieselbe auch oft aus 4 Theilen
u. nun kann sie dann mittelst Keil in diesem Sinne aneinanderrücken,
u. durch Anziehen der Schrauben e u. f in verticaler Richtung zu-
sammenbringen.

Sind in einer organisirten Maschinenfabrik nach der Tabelle
alle Lager entweder in Modellen od. in nat. Größe gezeich-
net vorhanden, so werden bei Zeichnungen von Maschinen
äußerst die dabei vorkommenden Lager nie ganz detailirt ausgeführt,
sondern nur die Lagerplatte u. die genaue Position
der Lagerschale angegeben.

Dieses Lager hat nun den Nachtheil, daß die Schalen
nicht nachgiebig sind, wenn nämlich anfangs das Lager
auch richtig aufgestellt war, so können sie doch nach und nach mit
der Zeit ihren Ort verändern, u. würde alsdann die
Reibung des Zapfens zuweilen sehr stark sein, wodurch sich die Schalen,
besonders bei großer Geschwindigkeit sehr an der betreffend-
en Welle sehr abnützen, u. dadurch unbrauchbar werden.

diese u. noch andere Gründe haben zu den sog. Kugelschal-
lagern geführt. Fig. 1 mit 2, 3 u. 4 stellt ein solches dar. Bei diesen
en Lagern, welche ja ihrem Lagerkörper u. Platte dem ab-
beschriebenen Lager sehr ähnlich sind, ist die Schalen immer
wieder getheilt, allein beide Hälften sind außen kugelförmig ab-
gedreht u. das Lager entsprechend kugelförmig ausgebohrt,
so daß also der in der [illegible] Schale liegende Zapfen sich nach
jeder Richtung hin frei bewegen kann u. dabei doch immer
der ganzen Länge nach aufliegt, so daß also ein Abnützen
an einer Stelle wie bei dem früheren Lager, sowie ein
Fressen der Welle nicht leicht vorkommen kann, selbst wenn
die Geschw. der Welle sehr groß ist. Auch sind diese Lager
viel leichter aufzustellen. Sie haben nur den Nachtheil,
daß wenn sie sich an einer Stelle, wenn auch nicht viel, ausge-
laufen haben, was immer ein wenig geschieht, man sie dann
nicht zusammenschrauben kann, da ja sonst die Kugelgestalt
der Schale verändert wird, u. dieselben öfter erneuert werden
müssen; sie sind deßh. nicht allgemein eingeführt. Bei
ungemein schnell laufenden Wellen kann man hier
einfach blos die Lagerschalen verlängern, u. alles übrige
lassen, was bei dem gewöhnl. Lager nicht möglich ist, da dann
der geringste Fehler der Verschiebung des Lagers gegeneinander
ein ungleiches Aufliegen des Zapfens in den Lagern be-
wirkt.
Fällt nun die Richtung der Kraft die auch die Zapfen ein-

nicht mit der Längsrichtung der Welle zusammenfällt, so bedient man sich, wenn die gewöhnl. Zapfen nicht anwendbar wären, der sog. Ringlager (Schraubenschiff.) Hier hat die Welle an ihrem Ende, wo sie im Lager liegt, ringförmige Aufsätze, und d. das Lager entsprechende Vertiefungen, wodurch also der Zapfen eine größere Oberfläche erhält, folgl. die Intens. des ausgeübten Druckes vermindert wird, u. der Zapfen nicht so leicht aus dem Lager kann.

Die Wandlager, welche gewöhnl. an eine vertikale Mauer befestigt werden, ist der Lagerkörper gerade so wie der beschriebene, u. die Lagerplatte ist an dem Lagerstuhl, welcher an der Mauer mittelst Schrauben befestigt ist, angegossen. Bei manchen Lagern ist auch der Deckel u. das ganze Lager mit einer Schraube zusammengehalten.

Die Hängelager, welche an der Decke angeschraubt werden, dienen nur für leichtere Wellen. Fig. 2 u. 3 Taf. XII stellen ein einfaches mit den nöthigen Dimensionen Hängelager dar. A ist der eine Theil des Lagerkörpers, B der Deckel u. C sind die Lagerschalen, welche die Dimensionen nach der Tabelle erhalten.

Wo an der einen Welle, die an der Decke hinläuft, oft Uebersetzungen an eine od. 2 Wellen die an anderen Wänden stattfinden (Spinnerei) so hat man dafür sog. Doppel-Lager od. s. sog. Hängelager construirt. Beistehende Fig. zeigt eine Uebersetzg. mit einem Doppellager u.

Taf. XIII stellt ein 3theiliges Hängelager dar.
Für stehende Wellen, bei denen der Druck nicht zu stark ist (nicht mehr als 20 Kilogr. auf den □cm) u. die sich nicht mit großer Geschw. bewegen, genügt das Lager wie es Fig. 4. Taf. XII mit seinen Hauptdimensionen darstellt. Ist hingegen der Druck stark u. die Geschwindigkeit der Welle groß, so würde bei diesem Lager sehr bald die Boden od. Anlaufsfläche der Pfanne ausgerieben werden, denn es würde ein ~~[illegible]~~ zu großer [illegible] die [illegible] Wände der Pfanne u. des Zapfens zusammenhalten u. auf der Bodenfläche fortwährend stehen, u. s. w. Allen diesen Übelständen kann dadurch abgeholfen werden, daß man die ganze Pfanne absolut nachgiebig macht, so daß sie jeder Lage die die Axe innerhalb gewisser Grenzen annehmen will, leicht folgen kann. Fig. 5. Taf. XV stellt ein Lager dieser Construction dar. ([illegible] 1912. 182 in der Schweiz.) Auch ist hier für eine gute continuirliche Ölung gesorgt, welche bei dem ersten Lager sehr schlecht ist.

Rollen.

Um die Kraft von einer Axe auf eine andere zu übertragen bedient man sich theils Zahnräder, theils Rollen mit Riemenantrieb; wir wollen nun letztere Übertragung behandeln. [illegible] eine solche Verbindung herzustellen, es handelt sich also darum, daß wenn sich die eine Rolle dreht, die andere mit genommen wird. Es sei B die treibende Rolle u. A die getriebene Rolle; wir umschlingen nun beide, zu diesem Zweck, mit einem Band od. Riemen

u. spannen diesen fest an. Beide Riementheile werden alsdann gleich stark gespannt u. ausgedehnt werden. Diese Spannung nennen wir t. Der Drehung der Rolle A wirkt nun ein Widerstand entgegen. Um nun die Riemenspannung zu bewahren lassen wir auf die Rolle B eine Kraft einwirken die dem obigen Widerstand das Gleichgewicht hält. Drehen sich nun beide Rollen, so wird das eine Stück (das führende) stärker gespannt sein, u. das andere (das geführte) schwächer als vorher; d. h. es ist

$$T > t$$

$$T' < t$$

Wie groß sind nun die Spannungen T u. T'

Zur weitern Untersuchung durchschneiden wir den Riemen u. bringen an beiden Enden Kräfte an die den Spannungen T u. T' entsprechen. Wenn Gleichgew. herrschen soll, so müssen die Momente der Kräfte die die Drehung hervorbringen einander gleich sein. Also

$$Tr = T'r + Pr$$

od. $T = T' + S$

folg. $S = T - T'$ (1)

d.h. die Differenz der Riemenspannung ist gleich der Kraft die übertragen wird. Wir wollen nun aber die absolut. Werthe von T u. T' bestimmen. Wir denken uns dessh. die Riemensp. zuerst unendlich gross, dann lassen wir sie nach u. nach abnehmen, so würden dann auch die Riemen die Rollen allmählig schwächer anfassen, u. endl. wird ein Spannungszustand eintreten bei welchem die Rolle in dem Riemen gleitet. Dies wird der Fall sein, wenn die Reibung nicht mehr im Stande ist der Kraft S das Gleichgewicht zu halten. Damit also der Riemen die Rolle mitnehmen muss ein gewiss. Spannungszustand vorhanden sein u. diesen schwächsten Spannungszustand wollen wir nun bestimmen. Es sei $\angle acb = \alpha$ der $\angle$ längs welchem der Riemen an der Rolle anliegt u. mn sei ein unendl. kleines Riemenstückchen. Die Spannung im Riemen wird nun von a nach b nach irgend einem Gesetz zunehmen u. bei m einen gewiss. Werth haben, folg. bei n ein unendl. wenig grösser sein.
Wir können nun wieder das Riemen-
stückchen bei m u. n abschneiden, wenn
wir an den Enden entsprechende Kräfte
anbringen; sie seien S u. $S + dS$.
Ferner sei $mcp = pcn = \frac{1}{2} d\varphi$
Wir zerlegen nun jede der Kräfte

u. $S+dS$ in beiden Kräfte, wovon die eine mit der Richtung des Bogenhalbmessers $\mathfrak{p}$ C zusammenfällt u. die andere darauf senkrecht steht. Die beiden Kräfte die dem $\perp$ auf der Richtung des Halbmessers wirken sind dann.

$S\cos\frac{1}{2}d\varphi$ u. $(S+dS)\cos\frac{1}{2}d\varphi$

folgl. $(S+dS)\cos\frac{1}{2}d\varphi - S\cos\frac{1}{2}d\varphi$

die Kraft die das Element mn zu verschieben strebt. u. da $d\varphi$ unendl. klein, so ist $\cos\frac{1}{2}d\varphi = 1$ u. s.

folgl. $S+dS-S = dS$ (2)

diese Verschiebungskraft. Es kann also so kein Gleichgewicht bestehen, sondern es müssen noch andere Kräfte vorhanden sein. In der That haben wir noch die Reibg. [illegible] die in der Richtung des Halbmessers wirkende Kraft [illegible] zu berücksichtigen [illegible] sind.

$S\sin\frac{1}{2}d\varphi + (S+dS)\sin\frac{1}{2}d\varphi$

od. $S\frac{1}{2}d\varphi + (S+dS)\frac{1}{2}d\varphi$

od. $S\frac{1}{2}d\varphi + S\frac{1}{2}d\varphi = Sd\varphi$ (3)

so stark wird der Riemen gegen die Rolle gepreßt, u. aus dieser Pressung entsteht der Reibungswiderstand

$$fSd\varphi$$

der der Verschiebung des Elements entgegen wirkt u. dieser muß gleich sein der Kraft die es zu verschieben strebt,

folgl. $fSd\varphi = dS$

od. $\frac{dS}{S} = fd\varphi$

$\log nat\, S = f\varphi + C$ (5)

Nun ist für $\varphi = 0$ $S = T$

für $\varphi = \alpha$ $S = T$

folg. log nat. $T' = 0 + C$

log nat $T = f\alpha + C$

log nat $T -$ log nat $T' = f\alpha$

log nat $\frac{T}{T'} = f\alpha$

$\frac{T}{T'} = e^{f\alpha}$ (6)

wo also $e = 2,718$ ist.

folg. $T = T' e^{f\alpha}$ (7)

Combinirt man nun diese Gl. (7) mit Gl. (1) so erh. man eine Gl. aus welcher man die schwächste Spannung, bei der ein Gleiten des Riemens noch nicht stattfindet, berechnen kann.

Es ist: $T' e^{f\alpha} - T' = P$

folg. $T' = \frac{P}{e^{f\alpha} - 1} = P \frac{1}{e^{f\frac{s}{R}} - 1}$

u. $T = \frac{P e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} = P \frac{e^{f\frac{s}{R}}}{e^{f\frac{s}{R}} - 1}$

In diesen 2ten Werth von T u. T' ist α nur anders ausgedrückt. Nennen wir nämlich die Bogenlänge ab die vom Riemen umfaßt wird, $ab = s$ u. sei $bc = R$

so ist $s = R\alpha$ u. folg. $\alpha = \frac{s}{R}$

Die Spannung t ist das arithm. Mittel aus T u. T'

also $t = \frac{T + T'}{2} = \frac{1}{2} P \frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1} = \frac{1}{2} P \frac{e^{f\frac{s}{R}} + 1}{e^{f\frac{s}{R}} - 1}$

Nach diesen Spannungen bestimmen wir nun die Riemendimensionen, u. die der Rollen; es ist am besten sich numerische Rechnungen zu machen. Es befinden sich deshalb in Tabelle Seite 59 für verschiedene Werthe von $\frac{s}{2R\pi}$ d.h. der dem Theil der Peripherie der von der Rolle umfaßt wird, die entsprechenden Werthe v. $e^{f\frac{s}{R}}$ für verschiedene Rollen u. Riemen.

Dies läßt sich leicht ausrechnen wenn f bekannt ist. f wird dasselbe durch Versuche für verschiedene Rollen u. Riemen bestimmt u. die Werthe dessen finden sich ebenfalls Seite 59. Für den gewöhnlichsten Fall näml. bei abgedrehten gußeisernen Rollen u. ungefetteten Riemen ist $f = 0,28$.

Es ist, wenn $f = 0,28$ u. $\frac{l}{2r\pi} = m$

$\frac{l}{R} = 2r\pi m$

folg. $e^{f\frac{l}{R}} = 2,718^{0,28 \cdot 2r\pi m}$ für $\frac{l \cdot m}{2R\pi} = 0 .\ 0,1 \ldots\ldots$

Diese verschiedenen Werthe von $e^{f\frac{l}{R}}$ für $f = 0,28$ finden sich in der 2ten Verticalcolumne der Tabelle Seite 59. Man sieht daraus, daß $e^{f\frac{l}{R}}$ mit dem Winkel α wächst, also nimmt T' ab, d.h. die kleinste Spannung, die nothwendig ist, damit ein Gleiten nicht statt findet, fällt klein aus wenn α groß ist, u. zwar muß α an beiden Rollen groß sein. Sind die Rollen sehr verschieden groß, so stellt man sie dahs. weiter von einander.

In den meisten Fällen umfaßt der Riemen die Hälfte der Rollen genau od. beinahe, so daß wir für alle gewöhnlichen Fälle $\frac{l}{2R\pi} = 0,5$ setzen können.

Dann ist nach Tabelle $e^{f\frac{l}{R}} = 2$

also $T' = P$

u. $T = 2P$

u. $t = 1,5\,P$

Dies sind also die Spannungen für die gewöhnlichen prakt. Fälle, u. wir wollen nun an die eigentl. Berechng. der Riemen u. Rollendimensionen gehen.

Es ist $P = 2S = A\delta\beta$
wo A die Kraft mit der jeder □cm des Riemens gespannt werden darf, β die Breite des Riemens u. δ die Dicke desselben bedeutet.

folg. $\delta\beta = \frac{2S}{A}$

Allein da man sehr selten den auf den Umfang der Rolle wirkenden Druck kennt, sondern gewöhnl. nur die Anzahl der Pferdekräfte die übertragen werden sollen, u. die Anzahl der Umdrehungen der Transmissionswelle, so muß man eine andere Regel herleiten in der nur gegeb. Größen vorkommen. Es ist

$$S = \frac{1}{2} A\delta\beta$$

$$SR = \frac{1}{2} A\delta\beta R \quad (1)$$

wo also SR das in Kilogramm ausgedrückte Torsionsmoment bedeutet, dem die Welle ausgesetzt ist, dasselbe ist aber auch gleich, wenn d den Durchm. der Transmissionswelle bedeutet

$$SR = \frac{\mathfrak{S}\pi}{16} d^3 \quad (2)$$

folg. $\frac{1}{2} A\delta\beta R = \frac{\mathfrak{S}\pi}{16} d^3$

$$\beta = \frac{2\mathfrak{S}\pi}{16} \cdot \frac{d^3}{\delta R A}$$

folg $\frac{\beta}{d} = \frac{2\mathfrak{S}\pi}{16} \cdot \frac{d}{\delta A} \cdot \frac{d}{R} \quad (3)$

In dieser Gl. ist nun die Kraft S nicht mehr enthalten, sondern es kommen nur Verhältnißzahlen vor u. diese leistet uns sehr gute Dienste, indem wir nun für jeden Wellendurchm. d β angeben können. Denn der Coeff. $\frac{2\pi\mathfrak{S}}{16}$ ist constant, der Factor $\frac{d}{\delta A}$ ist sehr nahe constant.

Wir haben also blos noch das Verh. $\frac{R}{d}$ (welches Größe der Rolle genannt) zu bestimmen, u. richtet sich auch hier wieder am besten nach bereits gut bestehenden, guten Constructionen, u. m. findet daß für alle gewöhnlichen Fälle der Durchmesser der Rolle 3mal größer ist als der der Welle.

Der Coeff. $\frac{d}{\delta a}$ ist der Erfahrung gemäß $= \frac{1}{3,1}$ also $\delta = \frac{3,1}{d a}$

u. $\frac{\mu \pi \delta}{16} = 3,4$

also $\frac{\mu \pi \delta}{16} \cdot \frac{d}{\delta a} = 10,5$

folg. $\frac{\beta}{d} = 10,5 \frac{d}{R}$

Um wir nun das Verh. $\frac{R}{\delta d}$ wüßten, so erhalten wir am richtigsten. S. Seite 61 befindet sich nun eine Tabelle die für verschiedene Werthe von $\frac{R}{\delta d}$ das entsprechende $\frac{\beta}{d}$ angibt, wodurch m. also im Augenblick die Riemenbreite β angeben kann. Es sei z. B. gegeb. $d = 8 cm$.

So ist für $\frac{R}{\delta d} = 7$

$\frac{\beta}{d} = 1,5$ u. folg. $\beta = 1,5 \cdot 8 = 12 cm$.

Der Werth von a in dem Coeff. $\frac{d}{\delta a}$ ist nach der Erfahrung bestimmt u. findet sich Seite 61 für verschiedene Lederarten aufgezeichnet. Vergleicht m. diese Werthe mit denen Seite 36 so findet m. daß die Riemen auf $\frac{1}{5}$ ihrer abs. Festigkeit in Anspruch genommen sind.

Die Rollen müssen natürl. etwas breiter sein als die Riemen u. m. macht sie gewöhnl. $\frac{5}{4}$ mal so breit.

Was die Dimensionen der Hülsen betrifft, mit welchen die Rollen auf den Wellen aufsitzen u. aufgestellt werden, so sind dieselben rein empirisch bestimmt.

die innere Weite der Hülse ist natürl. = d.
die Metalldicke δ derselben ist $\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} d$.
u. die Länge ist gleich der Rollenbreite.
die dimensionen des Keils mit welchem die Rolle auf die Welle gestellt wird sind.
Breite des Keils $k = 0{,}9\, d$ u. dicke des Keils $k' = \frac{1}{2} k$.
Wir haben nun nur noch Regeln für die Arme aufzustellen die die Hülse mit dem Rollenrand verbinden.
Da die am Umfange treibende Kraft P die Arme von der Hülse wegzubrechen strebt, so wird also ein Arm, wenn die Anzahl derselben $= N$ ist durch die Kraft $\frac{P}{N}$ in Anspruch genommen, u. das Moment das einen Arm von der Hülse abzubrechen strebt ist: $\frac{P}{N} R$
u. dies muß gleich sein $S E$ dem Elasticitätsmoment.

$$\text{also } \frac{P}{N} R = S E.$$

Wir nehmen den Querschnitt der Arme elliptisch, dann ist:

$$\frac{P}{N} R = S \frac{\pi}{32} b h^2$$

h ist der Richtung der biegenden Kraft parallel.

$$\text{od. } P R = S \frac{\pi}{32} b h^2 N \quad (1)$$

Da dies $P R$ aber selten bekannt ist, so suchen wir auch hier wieder eine Gl. aufzustellen in der nur Verhältnißzahlen vorkommen. Es ist die Festigkeitsgl. für die Welle der Rolle

$$P R = \frac{S \pi}{16} d^3 \quad (2)$$

$$\text{folg. } \frac{S \pi}{32} b h^2 N = \frac{S \pi}{16} d^3$$

$$\frac{b h^2}{d^3} = \frac{S . \pi . 32}{16 . S . \pi} \cdot \frac{1}{N}$$

$$\frac{b}{h}\frac{h^3}{d^3} = \frac{F\pi \cdot 32}{16\, S\pi}\cdot\frac{1}{n}$$

od. $$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{F\cdot\pi\cdot 32}{16\, S\pi}\cdot\frac{h}{b}}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$$

das Verh. $\frac{h}{b}$ wird wieder const angenommen u. zwar gleich 2; dann ist auch die ganze Wurzelgröße const. u. folg.

$$\frac{h}{d} = \frac{const}{\sqrt[3]{n}}$$

diese const. ist nach guten Konstrukt. bestimmt. const = 1,9

folg. $$\frac{h}{d} = \frac{1,9}{\sqrt[3]{n}}$$

Für Anzahl n der Arme gilt die Regel, daß sie gleich derj. ganzen geraden Zahl zu nehmen ist, die der Verhältnißzahl $\frac{R}{d}$ am nächsten steht.

Seite 62 befindet sich eine Tabelle in welcher für verschied. Werthe von n das entsprechende $\frac{h}{d}$ angegeben ist, so daß m. also, wieder wenn d bekannt ist leicht die Dimensionen für die Rollenarme angeben kann.

Einige Beispiele sollen diese hergeleiteten Regeln erläutern. Da aber nicht immer die ganze Kraft von einer Welle auf eine andere übertragen werden soll, sondern manchmal nur ein Theil derselben, so unterscheidet m. 2 Fälle. 1)

1) Wenn die ganze Kraft übertragen werden soll; hier construirt m. die Wellen, Riemen u. Scheibe nach den aufgestellten Regeln.

2) Wenn nur ein Theil der Kraft übertragen werden soll. hier construirt m. ebenfalls nach denselben Regeln, nur muß m. nicht den wirklichen Wellendurchmesser in Rechnung bringen, sondern denj. welchen die Welle für die auf die 2te Welle zu übertragende Kraft erhalten müßte, die Scheibenbreite aber ist für

den wirklichen Wellendurchmesser zu nehmen.

Beispiele.

1) 8 Pferdekräfte sind von der Welle A die 80 Umdrehungen in der Minute macht auf die Welle C D, die 160 Umdrehungen machen soll zu übertragen.

Es ist also $N = 8$; $n = 80$ u. $n' = 160$.

$$\left.\begin{aligned} \text{folg.}\quad \left(\tfrac{d}{A}\right) &= 16\sqrt[3]{\tfrac{8}{80}} = 7{,}5\ \text{cm.} \\ \text{u.}\quad \left(\tfrac{d}{C}\right) &= 16\sqrt[3]{\tfrac{8}{160}} = 6\ \text{cm.} \end{aligned}\right\}\ \text{Wellen.}$$

die relative Größe nehmen wir hier $= 6$ an, so ist also $\frac{R}{d} = 6$

u. $\frac{\beta}{d} = 1{,}75$

$$\left.\begin{aligned} \text{folg.}\quad \beta &= 1{,}75 \cdot 7{,}5 = 13\ \text{cm.} \\ \text{u.}\quad b &= \tfrac{5}{4}\,\beta = 16\ \text{cm.} \\ \left(\tfrac{R}{B}\right) &= 6 \cdot 7{,}5 = 45\ \text{cm.} \\ \left(\tfrac{R}{C}\right) &= \tfrac{45}{2} = 22{,}5\ \text{cm.} \end{aligned}\right\}\ \text{Riemen u. Wellen.}$$

$$\left.\begin{aligned} \left(\tfrac{\delta}{B}\right) &= \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3}\,7{,}5 = 3\ \text{cm.} \\ \left(\tfrac{\delta}{C}\right) &= \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3}\,6 = 2{,}5\ \text{cm.} \end{aligned}\right\}\ \text{Hülse}$$

$$\left.\begin{aligned} \left(\tfrac{k}{B}\right) &= 0{,}9 \cdot 3 = 2{,}7\ \text{cm.} \\ \left(\tfrac{k'}{B}\right) &= \tfrac{2{,}7}{2} = 1{,}35\ \text{cm.} \\ \left(\tfrac{k}{C}\right) &= 0{,}9 \cdot 2{,}5 = 2{,}25\ \text{cm.} \\ \left(\tfrac{k'}{C}\right) &= \tfrac{2{,}25}{2} = 1{,}125\ \text{cm.} \end{aligned}\right\}\ \text{Keil.}$$

$$\left.\begin{aligned} \left(\tfrac{n}{B}\right) &= 6 \\ \left(\tfrac{n}{C}\right) &= \tfrac{22{,}5}{6} = 4\ \text{cm.} \\ \left(\tfrac{h}{B}\right) &= 0{,}94 \cdot 7{,}5 = 7\ \text{cm.} \\ \left(\tfrac{h}{C}\right) &= 1{,}08 \cdot 6 = 6{,}48\ \text{cm.} \end{aligned}\right\}\ \text{Arme.}$$

2) Es sei gegeben der Durchmesser der Welle A, $\left(\frac{d}{A}\right) = 10$ cm. u. die Uebersetzungszahl $\frac{n_1}{n} = 6$

Es ist also gesucht der Wellendurchmesser von D, sowie die Dimensionen zum Rollenbetrieb.

Es ist $\left(\frac{d}{D}\right) = \frac{10}{\sqrt[3]{6}} = \frac{10}{1,817} = 6$ cm.

die relative Größe von B sei $\frac{R}{d} = 8$.

Es ist: Halbmesser v. B $= 8 \cdot 10 = 80$ cm.

Halbmesser v. C $= \frac{80}{6} = 13,3$ cm.

Riemenbreite $= 1,31 \cdot 10 = 13,1$ cm.

Rollenbreite $= 13,1 \cdot \frac{5}{4} = 16,4$ cm.

Dicke der Hülse v. B $= 0,5 + \frac{1}{3}\,10 = 3,83$ cm.

" " " v. C $= 0,5 + \frac{1}{3}\,6 = 2,5$ cm.

Anzahl der Arme v. B = 8

Anzahl der Arme v. C $= \frac{13,3}{6} = 2$ keine Arme.

Breite der Arme v. B $= 0,86 \cdot 10 = 8,6$ cm.

Wenn die Anzahl der Arme nach der angegebenen Regel zu klein ausfällt wie hier bei C so nimmt man keine Rollen, sondern Scheiben.

3) Von der Welle A von 20 Pferdekräften u. 80 Umdrehungen in der Minute sollen auf die Welle E 15 Pferdekräfte übertragen werden mit 160 Umdrehungen. Es ist also gegeb.

$N = 20$ u. $n = 80$; $N_1 = 15$ u. $n_1 = 160$

folg. $N - N_1 = 5$

Es sind also die Dimensionen zum Rollenbetrieb zu berechnen. Es ist:

Wirklicher Durchmesser v. A $= 16\sqrt[3]{\frac{20}{80}} = 10$ cm.

Wirklicher Durchmesser v. E $= 16\sqrt[3]{\frac{15}{80}} = 9$ cm

Wirklicher Durchmesser v. E $= 16\sqrt[3]{\frac{5}{160}} = 5$ cm.

Ideale Welle für die Rolle $B = 16\sqrt[3]{\frac{5}{80}} = 6,5$

Nach diesem Wellendurchmesser construiren wir nun die Rollen, Riemen u. s. w.

Es sei die relative Größe v. $B = 7$.

Dann Halbmesser der Rolle $B = 7 \cdot 6,5 = 45,5$

" " " " " $D = \frac{45,5}{2} = 22,75$

Riemenbreite $= 1,5 \cdot 6,5 = 9,75$

Rollenbreite $= \frac{5}{4} \cdot 9,75 = 12,2$

Anzahl der Arme v. $B = 8$

Höhe der Arme v. $B = 0,86 \cdot 6,5 = 5,6$

Anzahl der Arme v. $D = \frac{22,75}{5} = 4$

Höhe der Arme v. $D = 1,08 \cdot 5 = 5,40$

Durchmesser der Hülse v. $B = 10$

" " " " " v. $D = 5$.

Metalldicke der Hülse v. $B = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\,10 = 3,8$

" " " " v. $D = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\,5 = 1,57$

Länge der Hülsen v. B u. $D = 12,2$

Es sei gegeb. $\left(\frac{d}{A}\right) = 18$ cm

u. $N_1 = \frac{3}{4} N$, so ist $N - N' = \frac{1}{4} N$ u. ferner sei $n' = 3n$.

In diesem Falle, wo also nur eine absol. Dimension gegeb. ist u. das übrige nur Verhältnißzahlen sind, verfährt man so:

Es ist $\left(\frac{d}{C}\right) = 18\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$, u. $\left(\frac{d}{E}\right) = 18\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

Der Durchmesser für die ideale Welle ist $= 18\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$.

Die absol. Dimensionen der Wellendurchmesser sind nun bekannt, u. man berechnet die Rollen u. Riemendimensionen wie früher nach dem idealen Wellendurchmesser.

Fig. 1 u. 2 Taf. XV stellen eine Rolle mit den wichtigsten Dimensionen dar. Der Rollenrand, welcher sehr dünn ist, darf innen u. außen nicht gl. sein. Innen darf er nicht gl. sein, wegen dem Formen des Metalls; aus demselben Grund geht auch die Hülse der Welle [illegible] auf beiden Seiten auf der Welle [illegible] nicht zu. Wenn er außen gl. wäre so würde der Riemen leicht abgleiten, deßwegen macht m. ihn gewölbt; auch würde der Riemen leicht abspringen wenn m. in die Welle einen Einschnitt machen würde. Die Arme, die an ihrer Wurzel die bezeichnete Stärke haben verjüngen sich nach außen, aber nicht wie m. glauben sollte nach der cub. Parabel, sondern viel weniger, wie Fig. 1 zeigt. Denn würde m. sie genau der cub. Parabel verjüngen so würden sie am Ende so dünn werden, daß beim Gießen leicht Fehler entstehen könnten.
Ueber die Riemen u. Riemenverbindg. mag folgendes genügen. Wenn ein Riemen nach der Berechng. sehr breit ausfallen sollte, so macht m. ihn halb so breit aber doppelt so dick indem m. 2 Riemen aufeinander näht. Die Verbindg. der Riemenenden kann auf folg. Arten geschehen:
1) durch Zusammennähen der beiden Enden. Diese gute u. einfache Verbindung hat den Nachtheil, daß wenn sich der Riemen mit der Zeit ausgedehnt hat m. ihn wieder fest anspannen will, m. immer wieder auftrennen u. zunähen muß.
2) durch Zusammenschnallen der Riemenenden. Diese feste u. bequeme Verbindg. läßt sich aber nur bei dünnen schmalen Riemen anwenden.

denn bei größeren Riemen würde die Verbindg. zu steif
u. es würde hierdurch oft die Verbindg. an die Rollen kommen
Klappen eintreten, was sehr nachtheilig ist.
3) Durch Zusammenschnüren. Dieses ist eine glatte u. sehr
feste Verbindg. u. der Riemen kann auch nicht gleichförmig angezogen
werden.
4) Durch Vernietungen bestehend
Dieselbe zeigt diese feste Verbindg. und
jetzt oft für starke Riemen ange-
wendet. Allein sie hat auch wieder
den Uebelstand verursachen beim Anspannen der Riemen.
Man versuchte auch statt Lederriemen Guttaperchariemen
zu nehmen, welche sich sehr glatt verbinden lassen u. sehr
fest, u. bequem nach dem [illegible]. Allein da in den
Arbeitsräumen meistens eine ziemlich hohe Temperatur ist,
so werden sie bald weich, klebrig u. dehnen sich sehr stark aus.
ist die Temperatur sehr niedrig so sind diese Riemen sehr
steif; u. man hat sie deshalb aus diesen beiden Uebelständen
fast allgemein verlassen.
Wenn die zu übertragende Kraft eine gewisse Grenze über-
schreitet, u. also der Wellendurchmesser sehr groß ist, so
würden die Rollen zu colossal ausfallen u. man bedient
sich dann anderer Mittel zur Uebertragung der Kraft,
z. B. Zahnräder. Im Nothfall hilft man sich auch Durchmesser
von Rollen.
z. B. Es sei der Durchmesser der Welle von der die Kraft

übertragen werden soll $d = 18\,cm$. Wollte man die dieser Welle entspr. Kraft mit einer Rolle übertragen, so würde diese zu groß ausfallen u. man wendet daher an, wir wollen nun sehen wie groß dann eine Rolle wird. Es sei d' der Durchmesser der idealen Welle, so ist:

$$d' = 16\sqrt[3]{\frac{cN}{n}} = \frac{16\sqrt[3]{\frac{N}{n}}}{\sqrt[3]{3}}$$

u. da $d = 16\sqrt[3]{\frac{cN}{n}}$

so ist $d' = \frac{d}{\sqrt[3]{3}} = \frac{18}{1,442} = 12,4$

folgt der Halbmesser einer Rolle $= 7\,d' = 86,8\,cm.$

u. die Riemenbreite $= 1,5 \cdot 12,4 = 18,8\,cm.$

Man sieht, daß auch jetzt noch die Rollen sehr groß ausfallen, u. man wendet daher gewöhnl. wenn der Wellendurchmesser größer als 10–12 cm ist andere Mittel an, u. zwar bedient man sich dann meistens der Zahnräder, mit welchen wir uns nun beschäftigen wollen.

Zahnräder.

Wir wollen einstweilen nur das Nötigste, was notwendig ist um das Construieren der Räder zu verstehen, u. die genauere Gestalt der Zähne, Räder u. s. w. später behandeln. Man denke sich 2 kreisrunde Scheiben A u. B, auf jede auf einer Axe befestigt, u. bei C gegeneinander gepreßt. Dreht sich nun die Scheibe A, so entsteht bei C durch die Pressung Reibung, wodurch die Scheibe B mitgenommen wird, u. sie sich also in entgegengesetzter Richtung dreht.
Da nun aber ein Punkt auf dem Umfang der Scheibe A

denselben Weg zurücklegt als ein Punkt auf der Scheibe B, so wird, wenn der Halbmesser von A 2, 3, 4 mal größer ist als der v. B, die Scheibe B 2, 3, 4 mal mehr Umdrehungen zu machen als die Scheibe A, es werden sich also die Umdrehungen zu umgekehrt verhalten wie die Radien d.

$$\frac{R}{R'} = \frac{n'}{n} = i.$$

Dieses Verhältniß i nennt man die Uebersetzungszahl. Stellt bei der Scheibe B kein großer Widerstand entgegen, so könnte man diese Übertragung einer Kraft von einer Welle auf eine andere benützen. Ist aber der Widerstand bei B groß so geht dies nicht mehr, denn man müßte dann die Scheiben zu fest aneinander pressen, wodurch zu große Achsenreibung entsteht u.s.w. Man hilft sich nun dadurch, daß man auf den Scheiben Erhöhungen u. Vertiefungen anbringt, welche ineinander greifen, so daß die Erhöhung der Scheibe A auf die der Scheibe B drückt [illegible] u. so die Scheibe B dieselbe Bewegung wie früher macht. Diese Scheiben werden alsdann Zahnräder genannt. Eine solche Erhöhung heißt Zahn u. die Entfernung zweier Zahnmittel wird Zahnweite genannt. Da nun natürl. die Zahnweite bei beiden Rädern gleich sein muß, so folgt, daß sich die Anzahl der Zähne verhalten muß wie die Halbmesser. u. wenn z, z' die Anzahl der Zähne von A u. B bedeutet, so ist:

$$\frac{z}{z'} = \frac{R}{R'} = \frac{n'}{n} = i.$$

die Räder nun, die die Kraft von einer Welle auf
eine andere übertragen, wenn beide Wellen einander
∥ sind, heißen Stirnräder. Bilden aber die Axen einen
Winkel miteinander u. schneiden sie sich, so bedient man sich
zur Uebersetzung der sog. Kegelräder, zu denen man auf
ähnl. Weise durch aufeinanderlegen 2er Kegel gelangt, wie
bei den Stirnräder durch ~~aufeinander~~aufeinanderlegen zweier Scheiben.
a u. b seien nun die beiden Axen die sich im Punkte O schneiden.
Wir legen nun durch diesen Punkt die beiden Kegel A u.
B so daß sie sich längs einer gemeinsamen berühren, u.
pressen sie alsdann gegeneinander. Der Kegel A wird
dann, wenn sich die Welle a dreht, durch Reibung
den Kegel B mitnehmen u. dieser dreht sich also in entgegen-
gesetzter Richtung. Da auch hier wieder die Punkte beider
Kegel gleiche Geschwindigkeit
haben, so wird natürl. wenn
A 2, 3, 4 mal größer ist als B,
B 2, 3, 4 mal so viel Umdrehungen
zu machen als A. d. h. es ist
wieder, wenn wir die Radien
der beiden Kegel mit R u. R' bezeichnen:

$$\frac{R}{R'} = \frac{n'}{n}$$

Verzahnen wir nun die Kegel ab, so werden diese den
ganz gleichen Bewegung hervorbringen als die vollständigen.
Man kann also mit einer solchen Anordnung eine Kraft v.
einer Welle auf eine andere übertragen, so lange der Winkel

ihm zu großer Widerstand entgegenwirkt. Ist aber der Widerstand der Welle b groß, so kann man aus demselben Grunde, wie im vorigen Falle keine Walzen, diesmal keine glatte Kegel anwenden, sondern man versieht auch hier die abgestumpften Kegel mit Zähnen welche auf einander einwirken. Da auch hier, wieder die Geschwindigkeit bei beiden abgest. Kegeln gleich sein muß, so müssen sich die Radien der Grundkreise der Kegel verhalten wie die Anzahl der Zähne, od. wenn Z u. Z' die Anzahl der Zähne u. R u. R' die Halbmesser der Grundkreise bedeuten, so ist:

$$\frac{R}{R'} = \frac{Z}{Z'}$$

diese Räder nun heißt man Kegelräder od. conische Räder.

Der Fall, daß die beiden Transmissionswellen einen Winkel mit einander bilden ohne sich zu schneiden soll ebenfalls später behandelt werden, sowie die Gestalt der Zähne bei beiden Räderarten, u. wir wollen nun die Regeln zur Construction herleiten, so daß die Zähne die gehörige Festigkeit besitzen. Der Kreis auf dem die Theilung vorgenommen wird heißt Grund od. Theilkreis, u. es ist derj. Kreis welcher den Umfang der zu Grunde gelegten Scheibe u. dem Scheibenkegel Kegel entspricht; u. die eine Hälfte des Zahnes befindet sich über diesem Kreis, während der andere Theil unter dem Theilkreis ist, u. also ob. der Grundscheibe kommt.

Die folgende Fig. stelle nun einen Zahn dar, so ist hierin β die Breite d. Zahnes, x die dicke desselben, auf dem Theilkreise gemessen,

u. l die Länge derselben.
Da nun die Zähne zweier Räder sich wechselseitig drücken, so müssen sie also fest genug sein um nicht abzubrechen. Die Kraft P nun die auf einen Zahn einwirkt, wird bald an der Wurzel, bald in der Mitte u. bald am Ende desselben angreifen. Da das Moment das den Zahn abzubrechen strebt am größten ist wenn die Kraft am Ende desselben auf ihn einwirkt, so muß man ihn so fest machen daß er diesem Moment mit Sicherheit widersteht. Die Kraft nun die den Zahn an der Wurzel abzubrechen strebt ist Pl u. da wir den Zahn als parallelepipedisch ansehen können, so ist

$$Pl = \frac{\mathfrak{T}}{6} \beta d^2 \quad (1)$$

daraus ist
$$d = \sqrt{\frac{6}{\mathfrak{T}}\left(\frac{l}{\beta}\right)}\sqrt{P}$$

die erste Wurzel ist const, denn $\mathfrak{T}$ ist gleich einem aliquoten Theil vom Tabellenwerth u. $\frac{l}{\beta}$ ist auch const u. wird angenommen.

also $\sqrt{\frac{6}{\mathfrak{T}}\left(\frac{l}{\beta}\right)} = a = \text{const.}$

Der Werth von a wird wieder am besten aus der Erfahrung bestimmt u. es ist $a = 0,1$

folgl. $d = 0,1\sqrt{P}$

ebenso findet man leicht β u. l, allein diese Regeln sind nicht gut anwendbar, da selten der auf den Zahn einwirkende Druck bekannt, sondern meistens nur die Anzahl der Pferdekräfte u. die Anzahl der Umdrehungen per Minute einer Welle gegeben sind. Wir stellen deßh. andere Regeln auf, in denen nur Verhältnisse zwischen dem Durchmesser der Welle u. den Dimensionen der Zähne vorkommen.

Aus (1) folgt:

$$P = \frac{\gamma}{6}\,\frac{b}{\delta}\,\lambda^2$$

$$PR = \frac{\gamma}{6}\cdot\frac{b}{\delta}\,\lambda^2 R \quad (2)$$

wo PR das in Kilogramm ausgedrückte Drehmoment der Welle bedeutet; dasselbe ist aber auch wenn der Durchmesser der Welle $= d$ ist:

$$PR = \frac{S\pi}{16}\,d^3 \quad (3)$$

folgt.

$$\frac{\gamma}{6}\,\frac{b}{\delta}\,\lambda^2 R = \frac{S\pi}{16}\,d^3$$

$$b = \frac{6S\pi}{16\gamma}\,\delta\,\frac{d^3}{\lambda^2 R} \quad (4)$$

$$b^2 = \frac{6S\pi}{16\gamma}\,b\delta\,\frac{d^3}{\lambda^2 R}$$

$$b^2 = \frac{6S\pi}{16\gamma}\,\frac{\delta}{\lambda}\cdot\frac{b}{\lambda}\,\frac{d}{R}\,d^2$$

$$\frac{b^2}{d^2} = \frac{6S\pi}{16\gamma}\cdot\frac{\delta}{\lambda}\cdot\frac{b}{\lambda}\cdot\frac{d}{R}$$

u. $$\frac{b}{d} = \sqrt{\frac{6\pi S}{16\gamma}\cdot\frac{\delta}{\lambda}}\;\sqrt{\frac{b}{\lambda}\cdot\frac{d}{R}} \quad (5)$$

In dieser Gl. kommen keine absoluten Dimensionen vor, sondern nur das Verh., der sehr vortheilhaft ist, da m. mit dieser Gl. leicht b angeben kann für jedes Rad, wenn der Durchmesser der Transmissionswelle bekannt ist. Denn die erste Wurzel ist eine const. Größe, da $\frac{\delta}{\lambda}$ immer nahe const ist u. zwar ist $\frac{\delta}{\lambda} = \frac{1}{2}$ u. ganze Wurzelgröße ist nach der Erfahrung bestimmt

$$\sqrt{\frac{6S\pi}{16\gamma}\cdot\frac{\delta}{\lambda}} = 1{,}33$$

Wenn diese const. so genommen wird so sind die Zähne nur auf den schwächsten Theil als die Wellen in Anspruch genommen, also sehr hinreichend stark.
Das Verh. $\frac{b}{\lambda}$ könnte m. auch const. annehmen, allein es ist

bequemer dies nicht zu thun, sondern das Verh. je nach Umständen groß od. klein zu nehmen, was durch folg. erläutert werden soll.

Wenn es sich um Räder für nicht sehr wichtige Maschinen handelt, bei denen keine große Gleichförmigkeit herrscht u. die Zähne sanfte Bewegung erfordern, so berücksichtigt man bei diesen nicht sehr wichtigen Maschinen die Kosten u. macht wenig Zähne, was man erlangt, wenn man $\frac{b}{t}$ klein nimmt, u. zwar nimmt man gewöhnl. für derartige Maschinen als Krahnen, Winden u. dergl. $\frac{b}{t} = 4$ od. 5.

Für gewöhnl. Transmissionsräder die eine große Kraft übertragen u. schnell laufen, für Maschinen von größerer Bedeutung (Dampfmaschinen u. dergl.) läßt man sich etwas größere Kosten gefallen, wenn man dadurch einen geschmeidigen Lauf der Maschine erzielt, u. dies zu bezwecken man durch eng zusammenstehende dünne Zähne. Für derartige Maschinen nimmt man $\frac{b}{t} = 6$.

In außergewöhnlichen Fällen, wenn die Kraft groß ist u. die Räder trotzdem schnell u. geschmeidig laufen sollen (Turbinen) nimmt man $\frac{b}{t} = 7$ od. 8. Was das Verh. $\frac{R}{t}$ betrifft, so ist für die meisten gewöhnl. Fälle oft $\frac{R}{t} = 5$ od. 6 zu nehmen, u. zwar für das größere Rad, u. zwar für verticale Wellen die in der Nähe einer Mauer laufen 5 u., für liegende Wellen 56.

Wenn die Uebersetzungszahl sehr groß ist, so nimmt man $\frac{R}{t} = 7-8$, da es sonst das kleinere Rad zu klein ausfallen würde.

Wir wollen jetzt noch eine Regel zur Bestimmung der Anzahl der Zähne eines Rades aufstellen. Wir hießen,

z ist $\frac{2R\pi}{t}$

wenn t die Zahnweite bedeutet.

Allein ob wir sehr einmal dieses jedesmal auszurechnen, u. vielleicht vorkommen Fehler, so formt man die Gleichung um, indem man wieder auf Verhältnißzahlen übergeht.

Es ist:
$$z = \frac{2R\pi}{\frac{t}{d}d} = \frac{d}{t}2R\pi\cdot\frac{p}{2}\cdot\frac{1}{p} = \frac{d}{t}2R\pi\frac{p}{2}\frac{d}{p}\cdot\frac{1}{d}$$
$$z = 2\pi\left(\frac{d}{t}\right)\frac{p}{2}\cdot\frac{R}{d}\cdot\frac{d}{p}$$

Aus Gl. (a) ist: $\frac{p}{d} = a\sqrt{\frac{p}{2}\cdot\frac{d}{R}}$

dies in die vorige Gl. eingeführt kommt:
$$z = 2\pi\left(\frac{d}{t}\right)\frac{p}{2}\cdot\frac{R}{d}\cdot\frac{1}{a}\sqrt{\frac{2}{p}\cdot\frac{R}{d}}$$

oder endlich $z = 2\pi\left(\frac{d}{t}\right)\cdot\frac{1}{a}\cdot\left(\frac{p}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}}$ (b)

Diese scheinbar complicirte Formel ist sehr bequem für die Rechnung, da wieder bloß Verhältnißzahlen vorkommen, u. man für jeden Durchmesser d leicht die entsprechende Anzahl Zähne angeben kann, denn es kommen in dieser Gl. nur constante Verhältnisse vor, wie folg. zeigt.

$\frac{d}{t}$ ist für gewisse Räder constant, sind nämlich die Zähne beider Räder v. Eisen, so müssen beide gleich dick sein, da sie ja derselben Kraft zu widerstehen haben, also müßte eigentlich die Zahnweite $= 2d$ sein, allein da man solche Räder nicht vollkommen genau aufstellen kann, u. wenn sie es auch wären, sie diese Stellung nicht beibehalten würden, u. da endlich auch die Zähne mit der Zeit deformirt werden, so muß man diese Zahnweite etwas größer machen, damit die Zähne ineinander eingreifen können,

u. zwar macht man gewöhnl. $t = 2,1\,d$
also ist für Eisen auf Eisen $\frac{t}{d} = 2,1$.
Wenn die Zähne des einen R. Holz sind u. die des andern R. Eisen, so müssen natürl. die hölzernen dicker sein als die eisernen. Sind d u. d' die Dicke der Holz eisernen u. hölzernen Zähne, so ist also $d > d'$
u. da zwischen den beiden Zähnen wieder Spielraum sein muß, so muß sein $t > d + d'$,
u. wird gewöhnl. $t = 2,65\,d$
also ist für Holz auf Eisen $\frac{t}{d} = 2,65$.
Ein anderes Verh. v. $\frac{t}{d}$ gibt es nicht, da es auch keine andern Räder gibt. $\frac{t}{d}$ ist ebenfalls für Räder an bestimmten Maschinen ursprüngl. bekannt, und wurde dies bereits hinreichend erörtert.
A ist ebenfalls schon als constant bestimmt, es ist $A = 1,33$
$\frac{R}{d'}$, die relative Größe des Rades richtet sich auch nach Umständen, u. kann leicht angegeben werden, worüber ebenfalls schon das Nöthige gesagt wurde.
Also kann man mit Hilfe der Formel (6) leicht die Anzahl der Zähne angeben, wenn der Durchmesser d gegeben ist. Man sieht auch daraus, daß alle Räder von gleicher relativer Größe gleich viel Zähne bekommen, allein ob sie sehr groß od. sehr klein sind.
Die Gl. (3) u. (6) bestimmen also die Dimensionen u. Anzahl der Zähne eines Rades, wenn der Durchmesser der Welle bekannt ist, es kann aber auch der umgekehrte Fall vorkommen, daß das Rad bekannt ist u. die Welle gesucht wird.

Es wird dann also gegeben sein R, β, α u. wir müssen nun d durch diese Größen auszudrücken suchen.

Aus (A) folgt:

$$\beta^5 = \frac{6\sigma\Pi}{16\sigma^2} \cdot \frac{8 d^3 \beta^2}{\alpha^2 R}$$

$$\frac{d^3}{\beta^3} = \frac{16\sigma^2}{6\Pi\sigma} \cdot \frac{\alpha^2 R}{8\beta^2}$$

$$\frac{d}{\beta} = \sqrt[3]{\frac{16\sigma\alpha}{6\sigma\Pi\beta}} \cdot \sqrt[3]{\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{R}{\beta}}$$

Die erste dieser beiden Wurzelgrößen ist constant, u. in der zweiten Wurzelgrößen kommen nur bekannte Größen vor, folglich ist durch diese Gl. das Verh. $\frac{d}{\beta}$ also auch d bekannt. Diese Gl. kann m. auch noch anders schreiben:

$$\frac{d}{\beta} = \sqrt[3]{\frac{16\sigma\alpha}{6\sigma\Pi\beta}} \cdot \sqrt[3]{\frac{\frac{R}{\beta}}{\frac{\beta}{\alpha}}}$$

Bevor wir nun noch weitere Regeln zur Construction der Schneider aufstellen, sollen die bereits erhaltenen durch einige Beispiele erläutert werden. Für leichte u. schnellen Verkehr bestimmt. Es sollen zur Übertragung einer Kraft 2 Räder gemacht werden.

Es sei $(d) = 18$ cm. u. $\frac{n'}{n} = 2$

Relative Größe v. $B = 6$

Halbmesser v. $B = 6 \cdot 18 = 108$ cm.

Halbmesser v. $C = \frac{108}{2} = 54$ cm

Für das Rad B ist $\frac{\beta}{d} = 1{,}33$

somit $\beta = 1{,}33\, d = 23{,}94$

u. $\beta = 80$ statt 81

Seite 68 u. 69 in den Ref. 2 Tabellen. In der ersten findet m. für welch. Verh. v. $\frac{\beta}{d}$ die entspr. Verh. v. $\frac{\beta}{d}$ u. darauf der erhaltenen Formeln berechnet, so lassen also die Dimensionen des Zahnes u. deren Anzahl direkt aus der Tabelle entnehmen kann.

Was die bewirkte Anzahl der Zähne betrifft, so gilt darüber die weitere Regel, daß m. diese ganze Zahl nimmt, die dem Wellenradius am nächsten steht, u. sowohl durch die Zahlen als auch durch die Uebersetzungszahl theilbar ist.

Die 2te Tabelle enthält die Resultate nach obigen Formeln für den einfachsten Fall, wenn näml. $\frac{h}{t}$ u. $\frac{R}{t}$ passend ~~gewählt~~ bestimmt hat, so gibt sie die entspr. Werthe von $\frac{d}{t}$, also kann m. d unmittelbar aus der Tabelle angeben.

Wir haben für eine Spinnmaschine 2 Uebersetzungsräder zu machen. Es sei $(t) = 1{,}5$ cm u. $\frac{n'}{n} = 4$

so ist: Halbmesser v. $B = 6 \cdot 1{,}5 = 9$ cm.

Halbmesser v. $C = \frac{9}{4} = 2{,}25$

$\frac{R}{t}$ sei $= 6$

so ist $\frac{h}{t} = 1{,}33$, also $h = 1{,}33 \cdot 1{,}5 = 1{,}99$

Z. v. $B = 80$ statt 81

Z. v. $C = \frac{80}{4} = 20$.

2) Es seien $N = 1000$ Pferde zu übertragen von der Welle A auf die Welle D u. die Welle A mache $n = 50$ u. die Welle D $n' = 100$ Umdrehungen

so ist $(t_A) = 16\sqrt[3]{\frac{1000}{50}} = 43$; $(t_D) = 16\sqrt[3]{\frac{1000}{100}} = 34$.

$\frac{R}{t}$ sei $= 6$ u. $\frac{h}{t} = 6$

so ist $(R_B) = 43 \cdot 6 = 258$

$(R_C) = \frac{258}{2} = 129$

$\frac{h}{t}$ ist $= 1{,}33$

folgl. $h = 1{,}33 \cdot 43 = 57$ cm

u. endl. $Z = 80$.

Auch diese Beispiele zeigen, daß Räder von gleicher relat. Größe dieselbe Anzahl Zähne haben.

Ueber die Durchschnittsdimensionen der Radkränze, Arme u. s. w. giebt Taf. XVII genaue Auskunft, indem dort die Ansichten u. Querschnitte verschiedener Räder gezeichnet sind, u. die dazugehörigen Dimensionen beigeschrieben sind; alle Abmessungen sind dann ß proportional gemacht, u. ß ist das = t angenommen, so hat m. also nur bei einer Construction die eingeschriebenen Dimensionen mit dem berechneten ß zu multipliciren hat um die übrigen Dimensionen des Rades zu erhalten.
Ist das Rad ganz v. Eisen, so kann es auf zweierlei Art hergestellt werden. Entweder macht m. zuerst ein ganzes, hölzernes Modell des Rades u. formt dieses ab, u. gießt es dann ab; od. m. stellt nur ein Stück von dem Rad in Holz dar, formt dieß so oft als nöthig ab, setzt die erhaltenen Formen zusammen u. gießt dann ab.
Ist der Kranz v. Eisen, aber die Zähne von Holz, so wird ein solches Rad auf folg. Art hergestellt.
Zuerst wird der Radkörper, welcher oben angeführt, im Modell, mit keilförmigen parallelepip. Löchern, gegossen. Diese Löcher verengern sich von außen nach dem Mittelpunkt zu an allen 4 Flächen, so daß der Zahn fester darin sitzt. In diese Löcher werden nun parallelepipedische Holzzähne gesteckt, die da wo sie in dem Loch sind ebenfalls, entsprechend keilförmig bearbeitet sind; darüber hinaus haben sie dieselbe Breite ß, sind aber viel dicker, so daß je zwei zusammenstoßen. Nun werden diese Zähne gut am Radkörper befestigt, entweder dadurch, daß

u. Stiften durch die einzelnen Zähne schlägt, od. dadurch
daß m. Keile zwischen dieselben eintreibt. Alsdann wird
das Rad auf die Welle gestellt, daß es in die Drehbank ein-
gespannt u. nun diese Zähne abgedreht, wodurch also das
Rad einen vollkommen kreisförmigen Umfang erhält. wenn es auf der Welle mittels
Hierauf werden auf der Stirnseite der Zähne mittelst einer
Schablone die Zähne aufgezeichnet u. herausgeschnitten.
Größere Holzzähne werden aus 2 Stücken zusammengesetzt,
wie Fig. 8 u. Fig. 9 zeigen.
Die hölzernen Zähne haben nun folg. Nachtheile gegen die
eisernen Zähne: 1) können sie nicht so fest mit dem Radkörper
verbunden werden als die eisernen.
2) sind sie weniger glatt als die bearbeiteten eisernen Zähne,
folg. so verursachen sie mehr Reibung.
3) besitzen sie keine so große Festigkeit als die eisernen,
u. werden desh. mehr deformirt
4) werden sie manchmal bei wechselnder Witterung locker
in den Löchern, indem die Keile nicht mehr fest anschließen,
u. m. muß desh. nachhelfen.
Allein die hölzernen Zähne haben auch viele Vortheile
vor den eisernen.
1) Ist die Herstellung eines größern, exacten Rades mit
eisernen Zähnen viel schwieriger u. kostspieliger als eines mit
hölzernen Zähnen, indem ~~wir~~ wie wir aus der Aufzeichnung letzter
Räder gesehen haben, der Gußkörper sehr ungenau geworden
sein darf,

was bei den eisernen Rädern nicht der Fall sein darf, u. aber sehr schwierig zu vermeiden ist.

2) Kann bei einem eisernen Rad in den meisten Fällen, wenn ein Zahn weggebrochen ist, nicht mehr gebraucht werden, u. muß durch ein neues ersetzt werden, wogegen man bei den hölzernen Rädern einfach nur einen neuen Zahn einzusetzen hat.

3) Machen die hölzernen Räder gegen die eisernen fast gar kein Geräusch, was in manchen Fällen wohl zu berücksichtigen ist.

Nach dieser Betrachtung der Vortheile u. Nachtheile hat es mithin für sich die Zähne des größeren Rades v. Holz, u. die des kleineren v. Eisen, welche dann aber sehr glatt bearbeitet sein müssen, zu machen.

Was nun schließlich die Dimensionen der Hülse, Radarme, u. deren Anzahl betrifft, so gelten hierüber dieselben Regeln wie bei den Rollen, u. sowohl die erwähnten Regeln, welche gerade so wie bei den Rollen hergeleitet wurden, u. deßh. hier nicht noch einmal geschehen soll, als auch die empirischen hierüber befinden sich Seite 30 u. 31 in der Rech. nebst einer kleinen Tabelle zur Berechnung der Armdicke h. an der Wurzel derselben. Fig. 13 gibt die Verjüngung der Arme nach dem Kranz zu an, d.i. die Breite des Armes am Ende der dem Arme der Schneide ist noch ein Nebenarm angebracht um das Rad vor seitlichen stärkeren Stößen zu schützen. Um dem ganzen Rad mehr Festigk. zu geben ist die Hülse etwas länger ~~breiter~~ als die Zahnbreite.

Bei der Uebertragung der Kräfte mittelst Zahnräder unterscheiden wir auch 2 Fälle wie bei den Rollen.

I) Wenn die ganze Kraft übertragen werden soll.

II) Wenn nur ein Theil derselben übertragen werden soll.

Wir wollen nun für beide Fälle einige Beispiele nehmen, um zu sehen, wie m. sich die Berechnung der Zahnräder durchführt.

I Wenn die ganze Kraft übertragen werden soll, so bedient m. sich der bis jetzt aufgestellten Regeln.

1) Es sei gegeb. $N = 40$, $n = 80$ u. $n_1 = 120$, so ist:

Wellendurchmesser v. A ...... $= 16\sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 13$

Well. " " v. D ..... $= 16\sqrt[3]{\frac{N}{n_1}} = 11$

Relative Größe v. B .... $= 6$

Halbmesser v. B .... $= 6.13 = 78$

Halbmesser v. C .... $= \frac{78}{1{,}5} = 52$

$\frac{b}{h}$ .... $= 6$

$\frac{h}{d}$ .... $= 1{,}63$

β .... $= 1{,}33.13 = 17{,}29$

z ...... Zähne auf Zähne $\begin{cases} \text{für } B = 84 \\ \text{für } C = \frac{84}{1{,}5} = 56 \end{cases}$

Hülsen: $\begin{cases} l \text{ für } B = 17{,}29 + 0{,}06.78 = 22{,}17 \\ l \text{ für } C = 17{,}29 + 0{,}06.52 = 20{,}41 \\ \delta \text{ für } B = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\,13 \ldots = 4{,}83 \\ \delta \text{ für } C = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\,11 \ldots = 4{,}16 \end{cases}$

n für B u. C .... = 6
n für C .... $\frac{52}{11} = 4$
h für B .. = $0,94 \cdot 13 = 12,22$
h für C .. = $1,08 \cdot 11 = 11,88$
} Arme.

Es ist für die Konstruktion u. Ausführung eines Maschinenbestandtheiles od. einer Maschine sehr bequem u. vortheilhaft die Berechnung in eine Tabelle zu bringen wie folg. Beispiel zeigt.

2)

Gegenstände	Formel	berechnete Dimens.	wirkliche Dimens.
	centm.	centm.	millim.
Daten.			
Durchmesser v. A	....	22	220
$\frac{n'}{n}$	....	2	2
Rechnung.			
Durchmesser v. D	$\frac{22}{\sqrt{2}}$	17,47	175
Durchmesser d. Achs. Stifte v. B	....	6	6
Halbmesser v. B	6.22	132	1320
Halbmesser v. C	$132 \cdot \frac{1}{2}$	66	660
$\frac{b}{2}$	....	6	6
β für B u. C	1,33.22	29,26	293
z für B	....	81	84
z für C	$\frac{1}{2}$ 81	42	42
Anzahl der Arme f. B	....	6	6
Anzahl der Arme f. C	$\frac{66}{17,47}$	3,77	4
h für B	0,94.22	20,68	207
h für C	1,08.17,47	18,85	189

Ein folg. Beispiel sei das Rad gegeben u. die Welle gesucht.

Gegenstand	Formel cm.	ber. Dimension centm.	wirkl. Dimens. millm.
Daten.			
Halbmesser v. B	. . .	96	960
β für B	. . .	24	240
$\frac{n'}{n}$	. . .	3	3
$\frac{\beta}{b}$	. . .	6	6
Rechnung			
Halbmesser v. C	$\frac{96}{3}$	32	320
$\frac{R}{\beta}$ für B	$\frac{96}{24}$	4	4
$\frac{d}{\beta}$	0,716	0,716	0,716
d für A	0,716·24	17,184	172

II Wenn nur ein Theil der Kraft die in einer Welle enthalten ist übertragen werden soll, so verfährt man nach den vorhergehenden Regeln, nur muß man statt des wirkl. Durchmessers denj. idealen in Rechnung bringen, welcher der Kraftantheil die übertragen wird.

Wird endl. die Kraft die in einer Welle enthalten ist an mehrere andere übertragen, so bestimmt man die Dimensionen der dabei vorkommenden Räder nach den früheren Regeln, nur muß man dabei den Zahnung entsprechenden Theils der Kraft denj. idealen Wellendurchmesser statt des wirklichen in Rechnung bringen, welcher der Kraft entspricht ~~diejenigen~~ die ein Theil des Rades (Zähne, Hülse, Arme) ausgesetzt ist.

Die Räder bei dem Vorschlag für alle Theile der-
selbe Wellendurchmesser zu Grunde gelegt wird, heißen
normale Räder, diej. hingegen, bei denen z. B. die Arme
nach einem andern Wellendurchmesser berechnet werden als
die Zähne, heißen abnorme Räder. Einige Beispiele sollen die Regeln für
den Fall II erhellen.

Gegenstand	Formel cm	ber. Dimens. cm.	wirkl. Dim. millim.
Daten.			
Pferdekräfte v. A	. . . .	40	40
Umdrehungen v. A	. . . .	60	60
Pferdekräfte in C	. . . .	24	24
Pferdekräfte in E	. . . .	16	16
Umdrehungen v. E	. . . .	90	90
Rechnung.			
Wirklicher Durchm. v. A	$16\sqrt[3]{\frac{40}{60}}$	14	140
Wirkl. Durchmesser v. C	$16\sqrt[3]{\frac{24}{60}}$	12	120
Wirkl. Durchm. v. E	$16\sqrt[3]{\frac{16}{90}}$	9	90
Ideale Welle für B.($\frac{d}{c}$)	$16\sqrt[3]{\frac{16}{60}}$	10	100
Relative Größe v. B	. . . .	6	6
Halbmesser v. B	$6(\frac{d}{c})$	60	600
Halbmesser v. D	$60\cdot\frac{60}{90}$	40	400
$\frac{b}{t}$ . . .	. . . .	6	6
$\frac{b}{(\frac{d}{c})}$ . . .	. . . .	1,33	1,33
b . . .	. $1{,}33(\frac{d}{c})$	13,3	133
h für B . .	. . . .	81	84
h für D . .	$84\cdot\frac{60}{90}$	56	56
Anzahl der Arme für B	. . . .	6	6
h für B	$0{,}94\cdot10$	9,4	94
Anzahl der Arme für D	$\frac{40}{9}$	4,44	4
h für D . . .	$1{,}08\cdot9$	9,72	97 u. s. w.

ebenso werden auch die übrigen Dimensionen berechnet.

3) Von der Welle A in der 80 Pferde enthalten sind, sollen mittelst der Zahnräder B, D, F 24 Pferde auf die Welle E, 12 Pferde auf die Welle H u. 4 Pferde auf die Axe G übertragen werden, die übrigen 20 Pferde sollen auf der Welle C fortgeleitet werden. Die Umdrehungen der verschiedenen Axen sind pr. Minute sind in der Fig. beigeschrieben. Man soll nun zu dieser Übertragung die nöthigen Zahnräder construiren. Es ist:

Wirkliche Wellendurchmesser

v. $A = 16\sqrt[3]{\frac{60}{80}}$

v. $C = 16\sqrt[3]{\frac{20}{80}}$

v. $E = 16\sqrt[3]{\frac{24}{120}}$

v. $H = 16\sqrt[3]{\frac{12}{160}}$

v. $G = 16\sqrt[3]{\frac{4}{160}}$

Ideale Welle für die Zähne des Rades $B = 16\sqrt[3]{\frac{24}{80}} = 11.$

Ideale Welle für die Arme des Rades $B = 16\sqrt[3]{\frac{24+12+4}{80}} = 13$

Ideale Welle für die Hülse des Rades $B = 16\sqrt[3]{\frac{24+12+4}{80}} = 13$

das Rad B wird also abnorm, da die Arme u. Hülse desselben einer grösseren Kraft zu widerstehen haben als die Zähne, das Rad D wird normal, u. das Rad F wieder abnormal. Es ist nun:

Halbmesser v. B . . . . . $= 6 \cdot 11 = 66$

s für B . . . . $= 1{,}33 \cdot 11 = 14{,}63$

Anz. der Zähne für B . . . . $= 81$

Anz. der Arme für B . . . . $= 6$

h für B . . . . $= 0{,}94 \cdot 13 = 12{,}22$

u. ebenso werden die übrigen Dimensionen dieses Rades berechnet, sowie die des Rades F u. D berechnet werden ganz nach den früheren Regeln berechnet.

die Zähne des Rades F sind schon durch die des Rades B bestimmt, u. für seine Arme, welche abzuwenden, da sie ja einer solchen derselben Kraft zu widerstehen haben, die durch das Rad wirklich übertragen wird, wenden dann folg. ideale Welle zur Bezeichnung:

Ideale Welle für die Arme des Rades $F = 16\sqrt[3]{\frac{12+4}{160}} = 7,5$

die schon bestimmten Zähne hingegen halten weit stärker aus als es zur Uebertragung der Kraft (16 Pf.) nothwendig ist, da sie ja so groß als die des Rades B sein müssen welche einer Kraft v. 24 Pferd entsprechen

c) Für Kegelräder gelten dieselben Regeln als für Stirnräder

Es sei ~~wieder~~ wirkliche Stirnrad Welle die mit einer Kraftmaschine in Verbindg. steht u. in der 80 Pferde enthalten sind; von diesen sollen 40 fortgeleitet werden u. mittelst der Kegelräder auf jede der Wellen E u. G 20 Pferde übertragen werden. Die Umdrehungen pr. Minute sind wieder aus der Fig. zu entnehmen. Es ist.

Wirkliche Wellendurchmesser:

v. $A = 16\sqrt[3]{\frac{80}{160}}$

v. $C = 16\sqrt[3]{\frac{40}{160}}$

v. $E = 16\sqrt[3]{\frac{20}{200}}$

v. $G = 16\sqrt[3]{\frac{20}{200}}$

Ideale Wellendurchmesser:

für die Zähne v. $B = 16\sqrt[3]{\frac{20}{160}}$

für die Arme v. $B = 16\sqrt[3]{\frac{20+20}{160}}$

dieses Rad wird also abnorm, die Räder E u. G aber normal und nach ihren wirkl. Wellendurchmessern berechnet. Die weitere Rechng. dieses Beispiels ist wie früher.

Lagerstühle.

Wenn 2 od. mehrere Räder aufeinander einzuwirken haben, müssen sie sorgfältig in ihre richtige Position gegeneinander gestellt werden, u. zwar so, daß sie alsdann ihre Lage gegeneinander nicht ändern können. Dazu ist es nothwendig, daß die Wellen u. der Achse der Räder in Lagern liegen, welche gegeneinander unbeweglich sind, sie müssen also fest miteinander verbunden werden u. dies geschieht durch die sog. Lagerstühle, welche m. so zu sagen als Erweiterung der gewöhnl. Hängelager ansehen kann.
Was die Construction u. das Verzeichnen derselben betrifft, so kann dies nach 2 Methoden geschehen, von welchen je nach Umständen die eine den Vorzug vor der andern hat:
1) Man verzeichnet die Räder, soweit als es zur Anordng. des Stuhles nothwendig ist, vollständig auf, dann stellt m. für die einzelnen Wellen die Lagerplatten dar, u. sucht endl. dieses System v. Lagerplatten durch Rippen zu vereinigen.
2) Man verzeichnet zuerst die Wellen, dann die Lagerplatten, u. vereinigt mittelst d. Platten diese durch Rippen, u. dann erst zuletzt construiert m. die Räder. Taf. stellen verschiedene Lagerstühle dar.

Hebel.

Die Hebel, welche sehr häufig bei Maschinen vorkommen, kann m. eintheilen in:
1) einarmige Hebel

2) zweiarmige Hebel
3) Winkelhebel
Letztere zerfallen wieder in rechtwinklige, spitzwinkl. u. stumpfwinklige Winkelhebel.
Um nun die Regeln zur Construction des Hebels herzuleiten nehmen wir an, daß sich derselbe um einen Zapfen dreht, ferner sei an der Stelle wo er auf den Widerstand wirkt sowie da wo die Kraft auf ihn einwirkt ebenfalls ein Zapfen. Wir haben also, da die Länge der Hebelarme und der Dispositionsbestimmung [illegible] gestellt durch die Bestimmung gegeben ist, u. da ferner die Kräfte u. Widerstände die auf ihn einwirken, gegeben sind, die Dimensionen der Zapfen, sowie die Querschnittsdimensionen des Hebelarmes zu bestimmen.
Es kann auch vorkommen, daß der Hebel Doppelzapfen hat, wir wollen nun zuerst die Regeln für Hebel mit einem Zapfen herleiten, und diesen alsdann die Regeln für Hebel mit Doppelzapfen ableiten.
1) An dem zweiarmigen Hebel Fig. I sei die Kraft die auf den Hebel einwirkt P u. der Widerstand Q. die Kraft P wirke an dem Hebelarm p u. der Widerstand Q an dem Hebelarm q. der Durchmesser des Zapfens bei A sei δ_1, bei B δ_2 u. bei C sei er δ_3 wo er unterstützt ist sei d.
Es muß nun für den Gleichgewichtszustand sein:

$$p P = q Q$$

folg. $Q = P\frac{p}{q}$

u. wenn R den Druck bedeutet den der mittlere Zapfen zu ertragen hat, ist:

$$R = P + Q = P(1 + \tfrac{p}{q})$$

Nach den früher über die Zapfen aufgestellten Regeln ist nun:

$$\delta p = \alpha\sqrt{P}$$

$$\text{u. } \delta q = \alpha\sqrt{Q} = \alpha\sqrt{P\tfrac{p}{q}} = \alpha\sqrt{P}\sqrt{\tfrac{p}{q}} = \delta p\sqrt{\tfrac{p}{q}}$$

$$\text{u. } d = \alpha\sqrt{R} = \alpha\sqrt{P(1+\tfrac{p}{q})} = \alpha\sqrt{P}\sqrt{1+\tfrac{p}{q}} = \delta p\sqrt{1+\tfrac{p}{q}}$$

es sind also nun die Zapfen δq u. d durch den einen Zapfen δp u. die gegeb. Hebelarme ausgedrückt, u. wir wollen dies nun auch für die andern Hebelarten thun, u. dann erst die Querschnittdimensionen bestimmen.

2) Bei dem einarmigen Hebel Fig. II muß auch wieder für den Zustand des Gleichgewichtes sein:

$$p\,P = q\,Q$$

$$Q = P\tfrac{p}{q}$$

$$R = Q - P = P(\tfrac{p}{q} - 1)$$

Ferner ist: $\delta p = \alpha\sqrt{P}$

$$\delta q = \alpha\sqrt{Q} = \alpha\sqrt{P\tfrac{p}{q}} = \delta p\sqrt{\tfrac{p}{q}}$$

$$\text{u. } d = \alpha\sqrt{R} = \alpha\sqrt{P(\tfrac{p}{q}-1)} = \delta p\sqrt{\tfrac{p}{q}-1}$$

Für einen Winkelhebel ist wieder (Fig. III) für den Gleichgewichtszustand:

$$P p = Q q$$

$$Q = P\tfrac{p}{q}$$

Weil nun Gleichgewicht sein soll, so muß die Resultirende in die Richtung OD fallen, u. um deren Größe zu bestimmen,

nehmen wir $ED = R$ u. machen dann
$EG \parallel AD$ u. $EF \parallel BD$.
so müssen sein $EF = Q$

$EG = P$

sowie $R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ\cos\alpha}$

$R = P\sqrt{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - 2\frac{p}{q}\cos\alpha}$

Nun ist ferner $\delta p = a\sqrt{P}$

u. $\delta q = a\sqrt{Q}$

$\delta q = a\sqrt{P\frac{p}{q}} = \delta p\sqrt{\frac{p}{q}}$

u. $d = a\sqrt{R} = a\sqrt{P}\sqrt[4]{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - 2\frac{p}{q}\cos\alpha}$

also $d = \delta p\sqrt[4]{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - 2\frac{p}{q}\cos\alpha}$

Setzen wir in dieser Gl. $\alpha = 180$, so erhalten die Gl. für den d für einen zweiarmigen Hebel, u. setzen wir $\alpha = 0$ so ist erhalten die Gl. v. d für einen einarmigen Hebel.

Wir wollen nun die Querschnittsdimensionen bestimmen, u. zwar wieder auf δp bezogen.

Es ist: $P\frac{c}{2} = \frac{k\pi}{32}(\delta p)^3$ (1)

$Pp = \frac{k}{6} b h^2$ (2)

od. $Pc = \frac{k\pi}{16}(\delta p)^3$

$Pp = \frac{k}{6} b h^2$

$$\frac{p}{c} = \frac{\frac{k}{6} b h^2}{\frac{k\pi}{16}(\delta p)^3} = \frac{16}{6\pi}\frac{bh^2}{(\delta p)^3} = \frac{16}{6\pi}\frac{b}{h}\left(\frac{h}{\delta p}\right)^3$$

$$\frac{h}{\delta p} = \sqrt[3]{\frac{6\pi}{16}\cdot\frac{p}{c}\cdot\frac{h}{b}} = \sqrt[3]{\frac{6\pi}{16}\left(\frac{h}{b}\right)\left(\frac{p}{\delta p}\right)\left(\frac{\delta p}{c}\right)}$$

Diese scheinbar sehr complicirten Formeln für die Zapfendurchmesser u. Querschnittsdimensionen sind jedoch sehr bequem zur Berechnung, u. es findet sich Seite 5 u. 6 zwei Tabellen, in welcher für

verschiedene Werthe v. $\frac{p}{q}$ u. α der entspr. Werth der $\sqrt{4(\frac{p}{q})^2 - 2\frac{p}{q}\cos\alpha}$, wodurch also d leicht anzugeben ist. Ebenso findet sich Seite 86 eine Tabelle, in welcher für verschiedene Werthe v. $\frac{p}{\delta p}$ u. $\frac{h}{q}$ der entspr. Werth v. $\frac{h}{\delta p}$ angegeben ist, wodurch also h u. folglich b bestimmt ist. $\frac{h}{b}$ ist gewöhnl. 3 od. 4.
Folg. Beispiel mag den Gebrauch dieser Regeln erklären.
An dem Winkelhebel Fig IV sei:

$p = 150$ cm; $q = 50$. cm.

$P = 3000$; $\alpha = 120^\circ$

so ist $\delta p = 0,12\sqrt{3000} = 6,6$ cm.

$\delta q = 6,6\sqrt{3} = 11,4$ cm.

da $\frac{p}{q} = 3$ u. $\alpha = 120^\circ$, so ist nach Tabelle Seite 85:

$d = 1,9 \cdot \delta p = 6,6 \cdot 1,9 = 12,54$ cm.

u. da $\frac{h}{q} = 3$ u. $\frac{p}{\delta p} = \frac{150}{6,6} = 23$, so ist nach Tabelle Seite 86:

$\frac{h}{\delta p} = 3,6$

also $h = 3,6 \cdot 6,6 = 23,76$ cm.

u. folg. $b = \frac{23,76}{3} = 7,92$ cm.

Für Doppelzapfen macht m. zuerst die Rechnung für einen einfachen Zapfen u. multiplicirt den erhaltenen Durchmesser mit 0,707.

z. B. An dem Winkelhebel Fig V sei

$p = 150$; $q = 50$

$\delta p = 6$ u. $\alpha = 150$

so ist δp für Doppelzapf. $= 6 \cdot 0,707 = 4,24$

u. $\delta q = 6\sqrt{3} = 10,39$ für einf. u. $= 7,36$ für doppelz.

$d = 6 \cdot 2 = 12$ für einf. Zapfen u. $= 8,5$ für doppelz.

$\frac{h}{b} = 3$ u. $\frac{l}{d} = \frac{150}{6} = 25$

folg. nach Tabelle $\frac{h}{d} = \frac{3,6+4,1}{2} = 3,8$

also $h = 3,8 \cdot 6 = 22,8$

$b = \frac{22,8}{3} = 7,6$

Wenn der Hebel drei Zapfen haben soll, so berechnet man alles wie wenn er 2 Zapfen haben sollte u. lässt letztere einfach weg. Fig. 3 auf XV stellt einen schmiedeeisernen Winkelhebel mit 3 Zapfen dar.

Kurbeln.

Kurbeln sind hebelartige Gebilde an Axen angebracht die dieselben zu drehen haben; wie z. B. an der Axe des Schwungrades einer Dampfmaschine.

Die wesentlichsten Theile einer Kurbel sind:

die Welle C welche auf Verdr. u. Ausb. genommen ist.

der Kurbelarm ab welcher auf Verb. u. Ausb. genommen ist

u. der Zapfen B welcher [illegible]

Wir wollen nun Regeln zur Bestimmung dieser Hauptdimensionen herleiten. Es sei

D der Durchmesser der Welle

d der Durchmesser des Zapfens

l die Länge desselben

A der Kurbelhalbmesser, der jederzeit gegeben ist u. endl.

P die Kraft welche senkrecht auf den Kurbelzapfen wirkt.

Es ist nun: $\frac{P l}{2} = \frac{S \pi}{32} d^3$ (1)

$$S\,A = \frac{S\pi}{16} D^3 \quad (2)$$

$$s\,c = \frac{s\pi}{16} d^3 \quad (3)$$

$$S\,A = \frac{S\pi}{16} D^3 \quad (4)$$

$$\frac{A}{c} = \frac{S}{s}\cdot\frac{D^3}{d^3} \quad (5)$$

$$\frac{D^3}{d^3} = \frac{s}{S}\cdot\frac{A}{c} \quad (6)$$

$$\frac{D^3}{d^3} = \frac{s}{S}\cdot\frac{A}{d}\cdot\frac{d}{c}$$

$$\frac{D}{d} = \sqrt[3]{\frac{s}{S}\cdot\frac{d}{c}}\cdot\sqrt[3]{\frac{A}{d}} \quad (7)$$

$$\frac{d^3}{D^3} = \frac{S}{s}\cdot\frac{c}{A}$$

$$\frac{d^2}{D^2} = \frac{S}{s}\cdot\frac{c}{A}\cdot\frac{D}{d} = \frac{S}{s}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{D}{A}$$

$$\frac{d}{D} = \sqrt{\frac{S}{s}\cdot\frac{c}{d}}\cdot\sqrt{\frac{D}{A}} \quad (8)$$

In Gl. 7 ist die erste 3te Wurzel eine constante Größe u. ebenso in Gl. 8 die erste Quadratwurzel. Beide Const. sind nach jetzt bestehenden Constructionen bestimmt.

$$\sqrt[3]{\frac{s}{S}\cdot\frac{d}{c}} = \frac{\frac{D}{d}}{\sqrt[3]{\frac{A}{d}}} = \begin{cases} 0{,}9 \text{ für Schmiedeisen u. Schmiedeisen-W.} \\ 1{,}1 \text{ für Gußeisen u. Schmiedeisen.} \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{S}{s}\cdot\frac{c}{d}} = \frac{\frac{d}{D}}{\sqrt{\frac{D}{A}}} = \begin{cases} 1{,}2 \text{ für Schmiedeisen u. Schmiedeisen-W.} \\ 0{,}874 \text{ für Schmiedeisen u. Gußeisen-W.} \end{cases}$$

Die Werthe die sich für $\frac{D}{d}$ u. $\frac{d}{D}$ aus Formel 7 u. 8 für verschiedene Werthe von $\frac{A}{d}$ u. $\frac{D}{A}$ ergeben sind diese [illegible] in einer Tabelle zusammengestellt u. folg. Beispiele sollen den Gebrauch derselben erläutern.

Es sei $A = 84$ u. $d = 12$

Es ist $\frac{A}{d} = \frac{84}{12} = 7$

u. nach Tabelle ist $\frac{D}{d} = 1{,}721$

u. folg. ist $D = 1{,}721 \cdot 12 = 20{,}6$

2) Es sei $A = 96$ u. $D = 24$

so ist $\frac{A}{D} = \frac{96}{24} = 4$

dann ist nach Tabelle $\frac{d}{D} = 0,600$

u. folg. $d = 0,600 \cdot 24 = 14,4$

Was die Durchschnittsdimensionen der Arme u. Hülsen betrifft so ist es vortheilhaft dieselben sehr stark zu nehmen, da der Materialaufwand gegen die Arbeitskosten gering ist u. da bei dem Gusse einer Kurbel [illegible] oft sehr große Spannungen eintreten können. Auf XV Fig. 3 u. 6 sind die wesentlichsten Dimensionen nach empirischen Regeln bestimmt beigeschrieben, u. zwar sind sie alle auf d u. bezogen ungefähre Stärke.

Kurbelaxen.

Statt der Kurbeln wendet man oft, insbesondere bei den Locomotiv-Maschinen die sog. Kurbelwellen Krümmungen an; wie Fig 1 u. 2 Taf XVI stellen 2 Kurbelaxen dar. Die erste Axe dient dazu um die ganze Kraft nur nach einer Seite hin durch Torsion zu übertragen, u. wir wollen nun für diesen Fall die Regeln zur Construction dieser Kurbelaxen herleiten.

In beistehender Fig. ist also der Theil links auf Tors. u. rel. Festigk. u. der Theil rechts nur auf rel. Festg. in Anspruch genommen. Man hat dann:

$$d' = 0,12 \sqrt{\tfrac{1}{2} P} \quad (1)$$

$$D = 0{,}29 \sqrt[3]{P \times r} \quad (2)$$
$$\tfrac{1}{2} Pl = S \frac{\pi}{16} d^3 \quad (3)$$
$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{S\pi} \cdot \frac{1}{2}} \sqrt[3]{Pl} \quad (4)$$
$$\frac{d}{D} = \frac{\sqrt[3]{\frac{16}{S\pi}\cdot\frac{1}{2}}}{0{,}29} \sqrt[3]{\frac{l}{r}} \quad (5)$$

der erste Coeff. der Gl. 5 ist const. u. zwar nach Einf. best. Coeffic. ist:

$$\frac{\sqrt[3]{\frac{16}{S\pi}\cdot\frac{1}{2}}}{0{,}29} = 0{,}77$$

folg.

$$\frac{d}{D} = 0{,}77 \sqrt[3]{\frac{l}{r}} \quad (6)$$

Durch Gl. 1. 2 u. 6 sind also die wichtigsten Dimensionen bestimmt; die Querschnitte der Kurbelwarze sind so ziemlich den Durchmesser des Kurbelzapfens gleich zu machen, u. die dazu nöthigen Dimensionen sind in Fig. 1 eingeschrieben.

Fig. 2 stellt eine Kurbelwelle dar, bei der die Kraft zur Hälfte auf die eine Seite u. zur Hälfte auf die andere Seite übertragen wird.

Es ist:

$$D = 0{,}29 \sqrt[3]{\tfrac{1}{2} P r} \quad (7)$$
$$\tfrac{1}{2} Pl = S \frac{\pi}{16} d^3$$
$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{S\pi}\cdot\frac{1}{2}} \sqrt[3]{Pl} \quad (8)$$
$$\frac{d}{D} = \frac{\sqrt[3]{\frac{16}{S\pi}\cdot\frac{1}{2}}}{0{,}29} \sqrt[3]{\frac{l}{r}\,2} = 0{,}77 \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{\frac{l}{r}} = 0{,}97 \sqrt[3]{\frac{l}{r}}$$

z. B. es sei $l = 100\,cm$; $P = 5000$ Kilogr. $r = 36\,cm$. u. die Kraft P soll auf beide Seiten übertragen werden.

So ist:

$$D = 0{,}29 \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}\, 5000 \cdot 36}$$
$$D = 0{,}29 \sqrt[3]{90000} = 13\,cm$$
$$\frac{d}{D} = 0{,}97 \sqrt[3]{\frac{100}{36}} = 1{,}4$$
$$d = 13 \cdot 1{,}4 = 18{,}2\,cm.$$

Traversen.

Es kommt oft vor, daß m. den Cyl. bei Dampfmaschinen ausdrehen muß mit den Schubstangen, u. dies geschieht durch die sog. Traversen ein bestehende Gußstück. Wir wollen nun die Regeln zur Construction der Traversen, welche in constructiver Hinsicht eigentl. Gestalt sind, herleiten. Fig. 1 Taf. XXI stellt eine Traverse dar u. zur Herleitung der Regeln diene Fig. B; es ist nun, indem wir berücksichtigen, daß die Traversen nur auf rel. Festigk. in Anspruch genommen sind, u. daß A u. d jederzeit gegeben sind.

$$\frac{Sc}{2} = \frac{S\pi}{32} d^3 \quad (1)$$

$$SA = \frac{S}{6} b h^2 \quad (2)$$

$$Sc = \frac{S\pi}{16} d^3 \quad (3)$$

$$\frac{A}{c} = \frac{\frac{1}{6} b h^2}{\frac{\pi}{16} d^3} = \frac{16}{6\pi} \cdot \frac{bh^2}{d^3} = \frac{16}{6\pi} \cdot \frac{b}{h} \cdot \frac{h^3}{d^3}$$

$$\frac{\frac{A}{d}}{\frac{c}{d}} = \frac{16}{6\pi} \cdot \frac{b}{h} \left(\frac{h}{d}\right)^3$$

$$\frac{d}{h} = \sqrt[3]{\frac{16}{6\pi} \cdot \frac{b}{h} \cdot \frac{c}{d}} \sqrt[3]{\frac{d}{A}}$$

$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{6\pi}{16} \cdot \frac{h}{b} \cdot \frac{d}{c}} \sqrt[3]{\frac{A}{d}}$$

die erste dieser dritten Wurzel ist constant, denn $\frac{d}{c}$ ist immer const. u. $\frac{h}{b}$ wird gewöhnl. als constant = 3 angenommen. u. gewöhnl.: $\sqrt[3]{\frac{6\pi}{16} \cdot \frac{h}{b} \cdot \frac{d}{c}} = 1,344$

folg. $\frac{h}{d} = 1,344\sqrt{\frac{D}{d}}$

u. $b = \frac{1}{3} h$

In dem Redt. befindet sich eine Tabelle Seite 99 in welcher sich für verschiedene Werthe v. $\frac{D}{d}$ die entspr. Werthe v. $\frac{h}{d}$ befinden u. also h leicht zu bestimmen ist.

Ist z. B. $D = 80$ u. $d = 10$

so ist also $\frac{D}{d} = 8$

u. folg. nach Tabelle $\frac{h}{d} = 2,69$

also $h = 2,69 \cdot d = 26,9$

$b = \frac{1}{3} h = 8,97$.

Die Befestigung der Traverse an die Kolbenstangen kann auf 2 Arten geschehen: entweder mittelst 2 Handhaben  zwischen die die Traverse gelegt wird u. denen ein Keil durchgestellt wird, od. m. bringt in der Mitte der Traverse eine verticale cyl. Hülse an, setzt diese auf die am Ende entspr. bearbeitete Kolbenstange u. treibt einen Querkeil durch. Diese letztere Art wird am meisten angewendet. Die Traversen werden gewöhnl. aus Schmiedeisen hergestellt.

Setzt m. die beiden Zapfen verzeichnet u. die Höhe in der Mitte, so zieht m. durch die Endp. der Zapfen u. die Höhe h Kreisbogen u. erh. so die äußere Begrenzungslinie. Die beiden anderen Flächen (Breite b) wurden ebenfalls verjüngt, wie es Fig. 1 Taf. XVI ansieht. Die übrigen Dimensionen finden sich ebenfalls in angeführter Fig. beigeschrieben.

Schubstangen.

Die Schubstange dient dazu 2 Zapfen mit einander zu verbinden von denen der eine geradlinige Bewegung, der andere aber eine rotirende hat. Fig. 2 Taf. XXI stellt eine Schubstange in ihrer einfachsten Art dar. Sie verbindet hier z. B. bei einer Dampfmaschine den Kurbelzapfen mit der Kolbenstange. Es sollen nun die Regeln zur Construktion derselben aufgestellt werden, u. hiezu dient die beistehende theoretische Fig.

Die Länge l der Stange wird durch den gegebenen Constructionszusammenhang bestimmt, sie ist gewöhnl. 5–6 mal so groß als der Kurbelhalbmesser. Der Zapfendurchmesser d wird nach dem Druck bestimmt, der auf ihn einwirkt; es bleibt also nur noch die mittlere Dicke der Stange zu bestimmen. Da die Stange auf Zug u. rückwirkende Festigk. in Anspruch genommen ist, so ist in Bet. hinsicht der kreisrunde Querschnitt der beste u. wir wollen hier ihr d' bestimmen, indem man dann je nach Umständen leicht durch einen gleich festen Querschnitt von andrer Form ersetzen kann.

So ist $\frac{Pl}{2} = T \frac{\pi}{32} d^3$ (1)

$P = \frac{1}{m} \frac{E}{64} \pi^3 \frac{d'^4}{l^2}$ (2)

wo $m > 1$ ist u. sich je nach der Sicherheit mit der man construirt richtet.

$$P_c = \frac{S\pi}{16} d^3$$

$$\frac{1}{c} = \frac{\frac{E\pi^3}{64m}}{\frac{S\pi}{16}} \cdot \frac{d_1^4}{l^2 d^3}$$

$$\frac{d}{c} = \frac{16E\pi^3}{64 m S\pi} \cdot \frac{d_1^4}{l^2 d^2} = \frac{16E\pi^3}{64 m S\pi} \left(\frac{d}{l}\right)^2 \left(\frac{d'}{d}\right)^4$$

$$\frac{d'}{d} = \sqrt[4]{\frac{d}{c}\frac{64 m S\pi}{16 E\pi^3}} \sqrt[2]{\frac{l}{d}}$$

der constante dieser √ ist: $\sqrt[4]{\frac{d}{c}\frac{64mS\pi}{16E\pi^2}} = 0,229$

u. folg. $\frac{d'}{d} = 0,229\sqrt{\frac{l}{d}}$

die Werthe $\frac{d'}{d}$ für verschiedenen Werthe v. $\frac{l}{d}$ finden sich Seite 80 in einer Tabelle aufgezeichnet.

Ist z. B. $l = 400$ u. $d = 10$

so ist $\frac{l}{d} = 40$

u. folg. nach Tabelle $\frac{d'}{d} = 1,45$

u. also $d' = 1,45 . d = 14,5$

Obgleich wir schon gesagt die runde Querschnittsform für die Festigk. u. Bearbeitung die beste ist, so verlangt manchmal der Raum eine andere Form zu nehmen, od. auch wenn die Stange zieml. lange ist sieht es nicht gut aus sie cyl. zu machen, man macht sie dann nach den Enden hin sich verjüngen u. gibt ihr eine rechtwinklige Querschnittsform  od. auch sehr häufig folg. 

Folg. Beispiel soll zeigen wie man sich in einem solchen Falle zu benehmen hat. Man soll statt des runden Querschnitts A, des Raumes wegen den recht-winkligen B nehmen. Ist nun:

Für ○ $P = \frac{\varepsilon \pi^3}{64} \cdot \frac{d^4}{l^2}$

u. für ▯ $P = \frac{\varepsilon \pi^2}{12} \cdot \frac{ab^3}{l^2}$

u. folg. $\frac{\varepsilon \pi^3 d^4}{64\, l^2} = \frac{\varepsilon \pi^2}{12} \cdot \frac{ab^3}{l^2}$

$$\frac{12\pi}{64} = \frac{ab^3}{d^4} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b^4}{d^4}$$

$$\frac{b}{d} = \sqrt[4]{\frac{6\pi}{32} \cdot \frac{b}{a}} \quad (1)$$

Man nimmt also $\frac{b}{a}$ je nach Umständen an u. dann ist b bestimmt durch Gl. (1), wenn so daß dieser Querschnitt ebenso fest ist als der kreisrunde d. h.

Es sei $\frac{b}{a} = \frac{3}{4}$ u. man soll statt der kreisrunden Schubstange des vorigen Beispiels eine von rechteck. Querschnitt nehmen.

Es ist $\frac{a}{b} = \frac{4}{3} = 1,33$

folg. $\frac{b}{d} = 0,8$

u. also $b = 0,8 \cdot d = 0,8 \cdot 14,5 = 11,6$

u. $a = 15,5$.

S. Seite 80 findet sich auch für diese Anwendg. eine Tabelle in welcher für verschiedene Werthe v. $\frac{a}{b}$ die entspr. Werthe von $\frac{b}{d}$ u. $\frac{a}{d}$ angegeben sind.

Die Enden der Schubstangen, Schubstangenköpfe genannt, durch welche die Lager gestellt werden, sind von den verschiedensten Arten. Fig. 3, 4, 5 Taf. XXI u. Fig 8, 9 Taf. XXII stellen verschiedene Schubstangenköpfe dar.

Da sich die Lagerschalen, welche die Zapfen umfassen, mit der Zeit stark abschleifen, so sind verschiedene Vorrichtungen angebracht dieselben einander zu nähern. Dieß geschieht immer durch Keilung u. zwar kann durch Anbringung die Stange verlängert od. verkürzt werden, u. bringt dieß bei einer Schubstange an dem einen Kopf immer eine Keilung die verlängernd auf dieselbe wirkt u. an dem andern Kopf eine solche die verkürzend auf sie wirkt. Es gibt Schubstangenköpfe mit 2 Keilen, von welchen man also die Lagerschalen anziehen kann, ~~ohne~~ so daß der Mittelp. der Lagerschalen an der Stelle bleibt.¹) Die Dimensionen der Köpfe, sowie die Detailabmessungen der Stange werden dem d proportional gemacht. Diese Schubstangen werden alle gewöhnl. v. Schmiedeisen gemacht, allein es gibt auch Gußeisen wie Fig. 4, 5, 6 Taf. XXII eine darstellt, insbesondere für Balanciermaschinen angewendet.

¹) In oben genannten Fig. sind verschiedene Keilungen verzeichnet.

Kreuzköpfe.

Da die Kolbenstange stets geradlinig hin u. her gehen muß, allein da sie die Schubstange durch die Kurbelbewegung stets einen Seitendruck derselben abzu~~streben~~ beizugeben sucht, so ist eine Vorrichtung nöthig, die das Ende der Kolbenstange gerade führt. Dies geschieht durch die sog. Kreuzköpfe. Es ist dies eine Art Schlitten, der zwischen 2 Linealen hin u. her geht, an dessen einem Ende die Kolbenstange befestigt ist, wie Fig 1 Taf. XXII zeigt, u. dessen an dessen anderem Ende befindet sich eine Art Gabel, durch ~~welchen~~ der Schubstangenkopf paßt u. der durch einen Bolzen welcher durch die Gabel u. den Schubst. Kopf geht an den Kreuz Kopf befestigt ist.

die Befestigung der Schubstange an den Kreuzkopf kann auch noch auf andere Arten geschehen. Fig. 1, 2, 3, 4 5, 6, 7 Taf. XXII stellen verschiedene Kreuzköpfe dar, die Lineale zwischen welchen der Kreuzkopf hin u. herläuft sind von Schmiedeisen; da sich dieselben nun aber in der Mitte mit der Zeit ausschleift, so wird es einfach abgenommen, u. wieder eben geschliffen. Die Oelvorrichtung befindet sich im Innern des Kreuzkopfes. Auch hier sind die verschiedenen Detaildimensionen dem d proportional zu nehmen.

Balancier.

Die Balanciers werden insbesondere bei Dampfmaschinen angewendet; Fig 1, 2, 3 Taf. XXIII stellt einen solchen für nicht allzu große Maschinen dar.
Um einen Balancier zu construiren muß gegeben sein die Länge desselben, sie ist immer gleich dem 3fachen Kolbenschub, ferner die Kraft die auf ihn an den Enden einwirkt, d. i. der Durchmesser des Kurbelzapfens.
Alle Dimensionen des Balancier werden dem d u. d (Kurbelwellenmesser) proportional gemacht u. es befinden sich Seite 81 die wichtigsten Dimensionen nach empirischen Regeln bestimmt, aufgezeichnet. Was die Befestigung der Zapfen an den beiden Enden des Balancier betrifft so kann dies auf zweierlei Art geschehen.
1) das Ende des Balanciers besteht aus einem Zapfen,

über welchen eine Hülse, sog. Zapfenkopf, an welcher sich die beiden Zapfen für die Schubstange befinden, gesteckt wird. Der Durchmesser dieser Hülse muß so groß sein, daß sie nur mit großer Gewalt auf den Zapfen gesetzt werden kann. Das Ende des Zapfens vom Balancier, welches über die Hülse hervorragt, ist ein wenig dünner abgedreht, u. man hält nun noch auf diesem stärkern Zapfen einen Rost der durch einen kleinen Keil festgehalten wird.

2) Die beiden Enden des Balanciers sind genau ∥ mit der Achse für die Mittellage durchbohrt, u. durch dieselben werden die Zapfen für die Schubstange durchgesteckt, welche durch einen durchgetriebenen Keil festgehalten werden.

Die erstere hat gewisse Vortheile, insbesondere bei der Montirung der Maschine, da sich die beiden Zapfen der Schubstange wenn sie nicht genau mit der Mittellage ∥ sind, verschieben lassen, u. man wendet sie besonders für Kurbelmaschinen an. Bei Maschinen, bei denen es auch vollkommen ∥ stehen der 3 Axen nicht so genau ankommt, wendet man die 2te Art an, da sie leichter anzufertigen ist. (z. B. bei den Wasserhaltungsmasch.) Die Balanciers, welche, da sie auf große Festigkeit in Anspruch genommen sind, oft ungeheure Dimensionen erhalten, werden, wenn sie nicht zu groß sind aus einem Stück gegossen, die sehr großen, gießt man aus mehreren Stücken u. setzt sie dann zusammen, od. endl. werden sie auch aus Blech, od. Gitterbalken angefertigt.

Seil- und Kettenhaken.

An dieselben werden die Lasten welche an Seilen od. Ketten aufgezogen werden sollen angehängt. Fig 6, 7, 8 Taf XXI stellen verschiedene Haken dar.
Dieselben wurden früher durch einfaches Umbiegen von Stangen hergestellt, allein dieselben biegen sich leicht um, da sie nicht überall gleich fest sind. Jetzt werden sie zu manchmal auch theor. Regeln gegründet construirt. Wir wollen dies letztere nun thun, indem wir uns mit einer Annäherung begnügen; wir benehmen uns nämlich so, als ob die Belastung nicht veränderlich wäre.
Es sei bestehende Fig. ein theor. Haken,
u. alle Querschnitte seien kreisförmig,
wir wollen nun die Gestalt ausmitteln, daß er überall die gleiche Festigkeit besitze.
Es sei $DC = r$ u. $DE = y$
Es sei ferner B die Spannungsintens. in dem Punkt D durch die Belastung G hervorgerufen. So ist

$$B\frac{\pi}{32}y^3 = G\left(r+\frac{y}{2}\right)\sin\varphi$$

$$\sin\varphi = \frac{B\pi}{16G}\cdot\frac{y^3}{2r+y}$$

Um nun den Haken zu construiren nimmt man für y eine Reihe von Werthen an, berechnet für jeden den zugehörigen φ aus, sucht den $\angle\varphi$ in den trigonomet. Tafeln auf. Alsdann trägt man φ u. y auf u. erhält so die Hakenform wie obige Fig. zeigt. B wird auch hier, wie bei den Ketten $= 800$ angenommen.

Diese theor. Form läßt sich leicht in die Ketten, wie sie in der Praxis angewendet werden, umwandeln, wie man aus Fig. 6 ersieht. Die Doppelketten Fig. 8 sehen viel besser aus u. sind leichter.

Für die Praxis construirt man nicht nach der oben angeführten Regel, weil dies zu umständlich wäre, sondern macht sich [illegible] Tabel. mit denen die Fig. 6, 7, 8 darstellen, u. Praxis befinden sich Seite 82 u. 83 die wesentlichsten Verhältniss-zahlen für die 3 Ketten [illegible] Stufenzüge.

Fig. 6 ist ein [illegible], Fig. 7 ein einfache u. Fig. 8 eine doppelte Gelenkketten.

Röhren.

Dieselben dienen dazu Flüssigkeiten (tropfbar flüssig od. gasförmig) fortzuleiten, z. B. Wasser, Leuchtgas u. s. w.

Es kommt bei der Anfertigung derselben in Betracht das Material, die Dimensionen u. Verbindung der einzelnen Röhrenstücke.

Was das Material betrifft so werden dafür die mannigfaltigsten Materialien angewendet, allein bei einer [illegible] Röhrenleitg. muß sehr genau überlegt werden, welche Flüssigkeit sie fortleiten soll, ~~ob~~ ob sie der Feuchtigkeit od. Hitze ausgesetzt ist, welche Dimensionen sie erhalten soll u. s. w. [illegible] Verwendet Eisenblech wenn die Röhren groß sein sollen u. dabei nicht sehr steif sein müssen; Gußeisen wenn sie steif u. fest sein sollen u. wenn sie keine kleine Querschnitte haben (Gas- u. Wasserleitung)

Kupfer, dieses ist theurer, fest, läßt sich löthen u. widersteht dem Feuer besser als Eisen, oxydirt sich nicht so leicht als Eisen, allein es ist kostspieliger, u. wird wegen seiner angeführten Eigenschaften als Dampfleitungsröhren für Locomotiven u. sonst. welche der Witterung ausgesetzt sind gebraucht. Blei, ist weich, biegsam, wenig fest, oxydirt nicht so leicht als Eisen, allein schmilzt sehr leicht, es ist sehr bequem u. vortheilhaft für kleine Wasser u. Gasleitungsröhren. Außerdem werden noch gebraucht Zink, Holz (Deuchelröhren), natürliche u. künstliche Steine.

Nun sollen die Hauptdimensionen, insbesondere der Querschnitt der Röhren bestimmt werden. Der runde Querschnitt ist jedenfalls der beste, da er die größte Festigkeit besitzt u. am wenigsten Reibung verursacht. Was die Größe dieses Querschnitts betrifft, so richtet sich der (innere Durchmesser der Röhre) nach der Flüssigkeitsmenge die durch die Röhre fließen soll u. 2) nach der Geschwindigkeit mit der sie durch dieselbe zu fließen hat. Sei Q diese Flüssigkeitsmenge

O der Querschnitt der Röhre

u. U die Geschwindigkeit der Flüssigkeit,

so ist $Q = O\,U$ u. folg. $O = \frac{Q}{U}$

Durch diese Gl. kann also die Größe des Querschnitts bestimmt werden. Q wird immer durch den Zweck den es zu erfüllen hat bestimmt, allein es ist oftmals sehr schwierig dieß Q u. U so zu wählen, daß sie in einem passenden Verhältniß zu einander stehen. Was die Länge der einzelnen

Röhrenstücken betrifft, so ist natürlich im allgemeinen gut dieselben so lang als möglich zu machen, allein dies hat auch wieder seine Grenzen, wegen der Aufstellung, dem Legen u. dem Transport der Röhren. Dieselben sind ~~auch~~ Für die Länge eines einzelnen Röhrenstücks, hat sich durch Vergleichung verschiedener, guter Röhrenleitungen folgende Gl. ergeben:

$$l = 200 + 5d.$$

Was die Wanddicke der Röhren betrifft, so bestimmt sich dieselbe nach dem früheren, wenn wir blos das Festigkeitsverhältniß berücksichtigen durch die Gl.

$$\delta = And.$$

wo δ die Wanddicke, A die Spannungsintensit. n die in Atmosphären ausgedrückte Spannung u. d den innern Durchmesser der Röhre bedeutet.

Diese Formel jedoch ist nicht gut anwendbar, da sie Wanddicke, wenn dieselbe berechnet jedesmal für die Praxis zu dünn ausfällt, da bei diesen dünnen Röhren beständig Poren in den Wänden leicht Flüssigkeiten durchdringen können, ferner ergeben sich [illegible] manche u. endl. können Röhren unter einer gewissen Dicke nicht mehr gegossen werden, ohne ungeheure Kosten zu verursachen. Daher gebraucht man folg. Formel $\delta = And + L.$

wo L eine Constante für jedes der verschiedenen Materialien verschieden ist. Seite 83 befindet sich eine Tabelle über verschiedene Materialien aus einem französischen Werke. Allein es haben aber einige größere Röhrenleitungen gezeigt daß sie nicht ganz richtig sind, sondern daß dabei A zu klein u. L zu groß genommen ist.

Folg. Tabelle von Redtenbacher gibt ein richtiges δ.

Eisenblech $\delta = 0{,}00125\, n d + 0{,}30$
Gußeisen $\delta = 0{,}00400\, n d + 0{,}50$
Kupfer $\delta = 0{,}00200\, n d + 0{,}10$
Blei $\delta = 0{,}00400\, n d + 0{,}10$
Zink $\delta = 0{,}02500\, n d + 0{,}10$

Was die Röhrenverbindg. betrifft so unterscheidet man 2 Arten: 1) Flantschen- 2) Muffen- Verbindung

Fig 9 stellt eine Flantschen- u. Fig 10 eine Muffenverbindg. in ihrer einfachsten Art dar.
Erstere Verbindg. kann mit Vortheil angewendet werden, wenn die Leitung nicht der Feuchtigkeit u. Nässe ausgesetzt ist, (Windleitungsröhren), die 2te Art kann der Nässe ausgesetzt sein, u. ist manchmal (z. B. wenn die Muffen mit Eisenkitt verkittet) so fest, daß sie nicht mehr auseinander zu nehmen ist. Diese 2te Art, wobei die Muffen mit Blei ausgegossen, wird gewöhnl. bei den Gas u. Wasserleitungsröhren angewendet.
Wasserleitungsröhren müssen so unter die Erde u. bei Gefrieren ungefähr 2' tief gelegt werden
Taf XXIV stellt noch verschiedene andere Verbindungen dar.

Cylinderdeckel.

Der Cylinder, indem sich der Kolben einer Dampfmaschine hin u. her bewegt ist an seinen beiden Enden durch sog. Cylinderdeckel geschlossen.

durch den einen dieser Deckel geht nun die Kolbenstange u. es ist deßh. nun einen luftdichten Verschluß um die Kolbenstange herum zu bewirken mit einer sog. Stopfbüchse versehen. Fig 1 Taf. XXV stellt einen solchen Cylinderdeckel mit Stopfbüchse für größere Cylinder dar. Fig. 2 u. 6 stellen 2 messingene Stopfbüchsen für kleinere Cylinder dar.

Was die Wanddicke des Cyl. betrifft, so fällt sie wenn m. sie nach der Formel $\delta = A n d$ berechnet zu schwach aus, selbst wenn man sie nur bis auf $\frac{1}{10}$ der Festigkeit ~~beansprucht~~ in Anspruch genommen wird. Denn m. kann einen solchen dgl. Cyl. nach der obigen Formel berechnet. Wanddicke, nicht vollkommen cyl. herstellen; die Wanddicke ist nach empirischer Regel bestimmt:

$$\delta = 1{,}5 + \frac{D}{60}$$

Die Dimensionen des Deckels u. der Stopfbüchse werden deßh. nur δ proportional gemacht u. sie befinden sich in Fig. 1 Taf. XXV eingetragen.

Ventile

Die Ventile, welche insbesondere bei Pumpen angewendet werden, zum abwechselnden Öffnen u. Schließen einer Röhre od. einer Oeffnung im Kolben, dienen, zerfallen in 2 Arten:

1) konische Ventile
2) Klappenventile.

Konische Ventile. Um die Regeln zur Construction derselben herzuleiten, fragen wir zuerst welche Bedingungen dieselben

zu erfüllen haben.
1) Rechtzeitiges öffnen u. schließen.
2) leichtes öffnen.
3) daß sie gut schließen.
4) daß sie diese Eigenschaften auch im Gebrauch beibehalten.
Es sei z. B. A Fig. 1 das conische Ventil des Windkessels einer Pumpe u. es sei allgemein
d der größere u. d' der kleinere Durchmesser, h die verticale Höhe des Ventils; so sind nun diese Dimensionen, Führungen u. Gewichte so einzurichten, daß den obigen Bedingungen entsprochen wird.
Es ist nun, wenn O den obern, U den untern Wasserdruck gegen das Ventil, G das Gewicht desselben u. F den Reibungswiderstand bezeichnet:

$$U d^2 \frac{\pi}{4} = O d'^2 \frac{\pi}{4} + G + F$$

$$U = O\left(\frac{d'}{d}\right)^2 + (G+F)\frac{4}{d^2\pi}$$

des leichten Öffnens wegen, darf das Verh. $\frac{d'}{d}$ nicht über eine gew. Grenze hinaus zu klein werden, u. es ist nach empirischen Regeln bestimmt:

$$\frac{d'}{d} = 1,2$$

Also ist nun d' bestimmt, u. U ist dann

$$U = 1,44\, O + (G+F)\frac{4}{d^2\pi} \quad (1)$$

dasselbe gilt auch natürlich für eine Klappe.
Man kann in dieser Gl. (1) das letzte Glied vernachlässigen.

diejenige Fläche, auf welcher das Ventil aufsitzt, nennt man Ventilsitz. Es kommt nun bei den Ventilen darauf an, daß zwischen der Fläche des Ventilkörpers u. der des Ventilsitzes keine Flüssigkeit durchdringen kann. Dies wird dadurch erreicht, daß man sie beide so viel als möglich glatt u. eben macht, was durch einschleifen geschieht. Natürlich schließt es auch um so besser je länger der Ventilsitz ist; allein dies darf auch wieder nicht über gewisse Grenzen hinaus u. nach einer empirischen Regel ist die verticale Höhe des Ventils bei großen wie bei kleinen constant.

u. zwar: $h = 1{,}2\,cm$

durch diese beiden Regeln: $\frac{d'}{d} = 1{,}2$ u. $h = 1{,}2\,cm$ ist der Ventilkörper bestimmt; aber man sieht leicht ein daß sie nicht geometr. ähnl. sind, sondern daß die großen Ventile flach, die kleinen dagegen spitz ausfallen, wie auch beistehende Fig. zeigt; (es ist darin zu Veranschaulichung $\frac{d'}{d} = \frac{3}{4}$)

Es sind nun noch folg. wichtige Punkte bei den Ventilen zu beachten:

damit sich die Ventile beim Gebrauch nicht verklemmen, ist es nöthig daß der Ventilkörper genau in den Ventilsitz paßt (ausfüllt), ferner daß die geometr. Axe des Ventilkörpers u. des Ventilsitzes zusammenfallen beim jedesmaligen Öffnen u. Schließen; dies wird durch verschiedene Arten von Führungen bewerkstelligt, wie aus Fig. 7, 8, 9, 10 Taf. XIV

Ferner muß sich das Ventil so weit öffnen können, daß der ringförmige Querschnitt durch den die Flüssigkeit entweichen zu können ebenso groß ist als der Querschnitt des Rohres selbst. Es muß also sein, wenn wir die Bezeichnungen der beistehenden Fig. 1 beachten: $D\pi s = d^2\frac{\pi}{4}$

od. $s = \frac{d^2\frac{\pi}{4}}{D\pi} = \left(\frac{d}{D}\right)\frac{d}{4}$

Ferner muß der ringförmige Raum zwischen AB u. A'B' groß genug sein um diese Wassermenge aufzunehmen

Es muß also sein:

$$\Delta^2\frac{\pi}{4} - d'^2\frac{\pi}{4} = d^2\frac{\pi}{4}$$

$$\Delta^2 = d'^2 + d^2$$

$$\Delta^2 = d^2\left(1+\left(\frac{d'}{d}\right)^2\right)$$

u. da $\frac{d'}{d} = 1,2$

so ist $\Delta^2 = d^2(1+1,44) = d^2\cdot 2,44$

$$\Delta^2 = d\sqrt{2,44} = 1,6d.$$

Es gibt nun auch Ventile mit doppeltem Ventilsitz, Doppelventil genannt, wie Fig. 11 Taf. XIV eines darstellt. Dieselben haben den Vortheil, daß wenn sie gehoben sind, daß sie dem Wasser eine größere Fläche zum entweichen darbieten; allein sie öffnen sich viel schwerer als die einfachen Ventile, wie aus folg. Beweis hervorgeht. Sei p der untere Druck gegen das Ventil in Fig. 11 (theoretische Fig.) u. p' der obere gegen dasselbe, so ist

$$(A-a)p = (A-a+f+f')p'$$

$$p = \left(1+\frac{f+f'}{A-a}\right)p'$$

p erreicht aber seinen kleinsten Werth wenn a u. f' = 0 werden,
dann ist aber das Ventil oben geschlossen, u. es bleibt nichts
anderes als ein einfaches Ventil.
Diese Doppelventile würden deßh. allgemein verlassen, u.
finden nur noch Anwendg. bei den Wasserhaltungsmaschi-
nen in Bergwerken u. s. w. welche aber die Stangen von
anderer Construction als die gewöhnlichen sind.
Um die Verbindung des Dampfkessels mit der Dampfmaschine
herzustellen od. zu verschließen, werden jedoch mit sehr großem Vor-
theile die Doppelventile angewendet, denn erstens öffnen sie sich
viel leichter u. wenn sie (nur wenig) geöffnet sind bieten sie dem
Dampf eine viel größere Fläche zum Durchströmen dar. Fig. 11
stellt ein solches Doppelventil für Ventilsteuerungen an groß-
en Dampfmaschinen dar. (die wichtigsten Dimensionen sind in diese
Fig. eingetragen) einfache Kegelventile würden hier wegen dem
bedeutenden Kraftaufwand der nöthig wäre um sie zu öffnen
nicht anwendbar. Im folg. soll bewiesen werden wie leicht sich die Dop-
pelventile gegen die einfachen öffnen.
Wenn wir die Bezeichnungen in neben-
stehender Fig. beibehalten, so ist:

$$K + (A - a) p' = (A - a + f + f') p$$

$$K = ((A - a) + f + f') p - (A - a) p'$$

$$K = (A - a)(p - p') + (f + f') p$$

Hieraus folgt, daß je mehr
man das a dem A gleich macht
um so geringer ist der Kraftaufwand K, u. es bleibt dann statt nur

nach der Druck auf die beiden ringförmigen Flächen geht; m. kann also die Kraft um das Ventil zu öffnen sehr gering machen, indem m. gewählt A u. die Größe des Ventilsitzes a. A größer macht als a. Diese Ventile, bei welchen sich die die beiden Ventile gleichzeitig u. genau schließen u. öffnen müssen sind sehr schwierig herzustellen; es geschieht auch hier wieder durch einschleifen.

Die bis jetzt betrachteten Ventile sind nicht überall verwendbar, u. m. hat daher noch andere Ventile, welche nun angeführt werden sollen.

Wenn sich ein Ventil sehr rasch u. oft öffnen u. schließen muß, so sind die Kegelventile nicht gut verwendbar, sondern m. hat dann die sog. Kugelventile, die sich besser für stark arbeitende (Wasserpumpen bei Locomotiven). Bei diesen ist der Ventilkörper eine Kugel u. der Ventilsitz eine entsprechend genau bearbeitete Ausbohrung; wenn also die Kugel fallen mag so liegt sie gleich auf genau.

Wenn keine große Pressungen vorhanden sind, u. wenn die Öffnung durch die Flüssigkeit beim öffnen des Ventils durchdringen soll sehr groß ist, verwendet m. auch oft geschützte Klappenventile an (Luftpumpen bei Dampfmaschinen). Fig 5 u. 6 stellt ein solches, von Messing, dar. Dieselben schließen aber nicht so gut als die Kegelventile. Es ist dabei zu beachten, daß m. die Klappen nie schwer, sondern immer leicht breit macht, damit sie sich nicht weit zu öffnen hat.

Wenn das Wasser nicht rein ist, sondern Schlamm, Splitterabfälle u. dgl. mitführt, so kann es sehr leicht geschehen, daß zwischen die Dichtungen kleine Abfälle gerathen, wodurch dieselben theilweise geöffnet od. geschlossen bleiben. In solchen Fällen bedient man sich der Lederventile, wie Fig 13 u. 14 stellen 2 verschiedene Lederventile dar.

Hahnen.

Dieselben dienen zu ähnlichen Zwecken wie die Ventile, indem sie dazu dienen die Communication zwischen 2 Röhren od. Gefäßen herzustellen od. aufzuheben.
Fig. 1 u. 2 Taf XXV stellt einen Hahnen zur Verbindung zweier in einer geraden Linie liegenden Röhren dar.
Man sieht daraus, daß die Öffnung durchgestellten schwenkbaren Zapfen nicht cylindrisch, sondern ▯ ist, wodurch die Lagerseite, um die Öffnung der beiden Röhren abzuschließen, viel kleiner ausfällt als bei cyl. cylindrischen Zapfen. Ebenso gehen die beiden anfangs cyl. Röhrenstücke durch Übergangsformen in die ▯ Form über. Bei m. Fig. ersieht ist die äußere Form der beiden Röhrenstücke deshalb nicht cyl. sondern ähnl. wie im innern, wodurch die Wanddicke derselben überall gleich stark ist. Die so construirten Hahnen fallen natürl. viel kleiner aus als die mit cyl. Zapfen u. Röhren.
Der Hahnenkegel ist die bessere Verschlußart wegen einiger Vorzüge, allein dieses kommt doch nicht so sehr hin, indem sich sonst der Hahnenkegel in der Hülse festkeilen würde. Dieser Hahnenkegel muß genau in die Hülse eingepaßt u. eingeschliffen werden, damit er gut verschließe.

die Hahnen zur Verbindung der 2 aufeinander stehenden Röhren sind ähnl. construirt wie die vorige, nur ist der Hahnenkörper hohl u. hat eine Öffnung [illegible] v. der Form ▯
Hahnen zur Verbindg der in einer Ebene lieg. Hahnenröhren werden ähnl. wie der Hahnen für 2 in einer Ebene liegenden Röhren construirt, er hat auch 2 Öffnungen von obiger Gestalt.
Es gibt auch Hahnen, mit cyl. Hahnenkörpern, bei denen man aber dann den Hahn [illegible], der gehalten u. mit 2 Zapfen (durch Schraube gebunden) versehen ist nachträglich auslösen als Hahnenkörper zusammenschrauben kann. Diese Hahnen dienen nur zur Verbindung kleiner Röhren, indem sie sonst zu groß ausfallen würden.
Sind die Verbindungsröhren groß, so bedient man sich der bereits beschriebenen Ventile od. der sog. Schieber u. Klappen.

Schieber u. Klappen.

Dieselben sind verschiedener Art, u. werden je nach der fortzuleitenden Flüssigkeit die eine od. andere angewendet.
Eine Klappenvorrichtung die viel einfacher als Hahn u. Ventil ist u. sich sehr leicht öffnen u. schließen läßt ist die Drosselklappe wie Fig. 3 Taf. XXII eine darstellt, dieselbe schließt aber nicht so vollkommen dicht wie die beiden andern genannten Maschinentheile. Sie werden mit großem Vortheil bei sehr großen Röhren, bei denen ein absoluter Verschluß nichts schadet, angewandt. Für Gasleitungsröhren bedienen sich in den Gaswerken selbst sehr häufig der Schiebervorrichtung die Fig. 1 Taf. XXVI darstellt.

Fig. 1 stellt eine gute Schiebervorrichtung für Wasserleitungsröhren dar.

Kolben.

Kolben sind cyl. Körper, welche in cyl. Gefäßen genau anschließen, in denselben hin u. herbewegt werden u. welche dazu dienen den Raum diesseits od. jenseits des Kolbens zu verkleinern od. vergrößern u. sie werden gebraucht, wenn Flüssigkeiten von einem Ort nach einem andern fortgeschafft werden sollen, z. B. bei den Wasserpumpen, Gebläsen u. s. w. Damit der Kolben immer dicht an dem Cyl. anliegt (luft- u. wasserdicht) muß an demselben eine Dichtung angebracht werden welche ihn immer an denselben drückt, man nennt diese Vorrichtung Dichtung; das Material dazu muß je nach der zu befördernden Flüssigkeit gewählt werden; Verwendet man für Kaltwasserpumpen Leder, für Warmwasserpumpen Hanf. Fig. 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 Taf. XXVII stellen verschiedene Pumpenkolben dar.

Für Gebläsmaschinen ist das Dichtungsmaterial Leder od. Hanf. Fig. 4 & 6 stellen 2 Gebläsekolben dar.

Für Dampfmaschinen bei denen der Kolben mit 1 Atmosph. Überdruck gepreßt wird verwendet man als Dichtungsmaterial Hanf; bei Dampfmaschinen von mehreren Atmosphären müssen Metalldichtungen. Fig. 5 stellt einen Kolben mit Hanfdichtung dar. Fig 1 u. 3 sind Dampfkolben mit Metalldichtungen. Man hat bei allen Dichtungen darauf zu sehen daß sie selbstwirkend sind, u. dieser Bedingung entsprechen die angeführten Kolben.

Es gibt außer den beiden angeführten Dampfkolben mit Metall-liderung noch eine Unmasse verschiedener anderer Constructionen, welche alle (sehr) complicirt sind; am besten aber ist immer noch die einfachste wie die beistehende Fig. eine darstellt.
Es muß aber bei der Herstellung der Liderungsringe folg. Art verfahren werden: Man gießt zuerst den Ring, schneidet ihn dann auf, preßt ihn zusammen, u. dreht dann erst ab. Hierauf wird er in den Kolbenkörper hineingestellt. Der Ring selbst, so wie die Flächen an denen er anliegt müssen sorgfältig abgedreht u. abgeschliffen werden. Es versteht sich daß der Ring so breit ist als der Zwischenraum zwischen den beiden Kolbenplatten, was aus Fig. d. hervorgeht. Was die Höhe der Liderung bei verschiedenen Kolben betrifft so hängt diese von der Intensität mit der die Liderung gegen die Kolbenwand angepreßt wird ab. Je größer der Druck ist um so geringer braucht die Höhe zu sein u. umgekehrt. Das Prod. aus Intens. des Druckes in die Höhe der Liderung muß const. sein, da in beiden Fällen derselbe Verbrauchswiderstand herrscht. Je macht die Liderungen immer groß u. den Druck gering, indem sich dann die Lid. u. Kolben nicht so sehr abnutzen. Die hierfür u. der Praxis geltenden Regeln finden sich Redtb. 86 in den Resultaten für Maschinen- u. Wasserbau aufgezeichnet.

Bewegungsmechanismen.

Durch geschicktes Zusammenstellen einzelner Maschinentheile können verschiedene Bewegungsmechanismen hervorgebracht werden, mit denen Rädern wir uns nun befassen wollen, indem wir die Theorie der Verzahnung voraus schicken.

Theorie der Verzahnung.

Wie schon früher gesehen, bedient man sich zur Übertragung der Kraft einer Welle auf eine andere, selbst der Zahnräder. Allein sie wurden dort nur in constructiver Hinsicht betrachtet u. die Form der Zähne u. Räder auf einfachere Weise untersucht, was nun geschehen soll. (Bei Länge der Kante der Zähne kann man sie dieselben als parallelepipedisch ansehen)

Um nun die Gestalt der Zähne welche einem guten Zahnrad entsprechen, denken wir uns auch hier wieder auf den beiden Wellen Scheiben S u. s aufgesetzt, so daß sich dieselben bei A berühren u. fest aneinander gepreßt sind. Dreht sich nun die Scheibe S, so nimmt sie die Scheibe s durch Reibung mit u. dieselbe dreht sich also im entgegengesetzten Sinne als S mit herum, u. so ist die Bewegung der ersten Welle u. mit ihr die Kraft auf die 2te Welle übertragen.

Nennt man nun R den Halbmesser der größeren Scheibe R' den der kleinern Scheibe, ferner n die Anzahl der Umdrehungen v. S in einer Minute u. n' die v. s in einer Minute u. v die gemeinschaftliche Geschwindigkeit der beiden Scheiben, welche hier für die richtige Bewegung der Zahnräder nothwendig ist, so ist:

$$n = 9{,}548\ \frac{v}{R}$$
$$n' = 9{,}548\ \frac{v}{R'}$$
$$nR = n'R'$$
$$n : n' = R' : R$$

d. h. die Anzahl der Umdrehungen verhalten sich umgekehrt wie die Radien; m. nennt das Verhältniß $\frac{n}{n'} = i$ die Uebersetzungszahl.
Ist nun die zu übertragende Kraft groß, so können diese Scheiben nicht mehr angewendet werden, da sie stark zusammengepreßt werden müßten, wodurch eine ungeheure Abnutzung entstände u. s. w. Man bringt deßh. auf den Scheiben Zähne an, welche ineinander greifen; m. nennt dann bei diesen so entstandenen Zahnrädern den übrigen Umfang der Scheibe Theil d. Grundkreis.
Es ist nun die Form obiger Zähne so zu bestimmen, daß eine Bewegung der Räder entsteht, welche mit der der Scheiben ganz kongruent ist.
In rein geometrischer Hinsicht läßt diese Aufgabe unendlich viele Lösungen zu, allein diese Anzahl wird geringer, wenn m. dabei auf die Praxis Rücksicht nimmt. Es sollen nämlich die Räder außer der verlangten Bewegung möglichst wenig Reibung verursachen; ferner sollen die Räder die Eigenschaft besitzen die kongruente Bewegung mit den Scheiben nicht nur im neuen Zustande zu besitzen, sondern sie dauernd behalten; m. hat deßh. bei

bei der Bestimmung der Zahnform das Abnützungsverhältniß zu berücksichtigen u. die Zähne so zu nehmen, daß sich überall gleich stark abnützen, was geschieht, wenn sich die Zähne überall mit gleicher Intensität berühren u. überall gleich schnell aufeinander laufen. Endl. ist m. auch noch auf die Herstellung der Zähne Rücksicht zu nehmen.

Wir wollen nun verschiedene Verzahnungen durchgehen u. sie auf die 3 angeführten praktischen Punkte die sie erfüllen sollen prüfen.

Triebstockverzahnung.

Es seien A u. S die beiden Scheiben, m. befest. nun durch S bei d einen unendl. dünnen Stift u. nehmen dm als die Zahnform von S. ~~Dreht~~ sich nun die beiden Scheib. S so nimmt sie die Scheibe A mit, indem der Zahn dm den Stift bei d fortdrückt, u. der Zahn dm komme nach a. Prüfen wir nun wie diese Form beschaffen sein muß damit die Scheiben mit dem verzahnten Zahngange dieselbe Bewegung hervorbringen machen als die Grundscheiben.

Es muß sein $da = db$

woraus m. leicht ersieht daß $db = dm$ ~~ein~~ der Theil einer Epicycloide ist, welche entsteht wenn die Scheibe S auf der Scheibe A von b bis d fortrollt u. folgl. der Zahn v. Umfang dieser Epicycloide begrenzt sein.

Allein diese Lösung ist nur eine theoretische, da der unmittelbare Stift bei d. kleinen Widerstand entweichen kann. Nehmen wir daher einen Stift c der eine gewisse Dicke hat. Man sieht dann leicht, daß wenn die nachfolgenden Sperrzahn dieselbe Bewegung als die beiden Grundseiten hervorbringen soll, der Zahn d. S nach der der Archimedischen der obigen Spirallinie gekrümmt sein muß, u. zwar nach der Archimedischen, welche die Einstellungslinie bildet, welche entsteht, wenn ~~der~~ sich ein Kreis vom Durchmesser des Stiftes auf a b fortbewegt.

Damit m. nun ein brauchbares Räderwerk müssen diese Scheiben S u. d mit einer größeren Anzahl solcher Sperrzähne versehen sein um rundum laufen zu können. Damit m. die Räder auch nach entgegengesetzter Richtung gehen lassen kann, gibt ~~macht~~ man diesen Zähnen eine gew. Stärke (die nach den früheren Regeln berechnet werden kann) u. krümmt sie auch nach der anderen Seite nach obiger Archimedischen der Spirallinie ab. Diese Zähne müssen so gestellt sein, daß wenn 2 od. mehrere Zähne in Wirkung waren, sogleich 2 od. mehrere andere Zähne in Wirkung treten. Man macht nun auch noch die Zähne d. S ein wenig länger als eigentlich nothwendig, damit, wenn möglicherweise der nächstfolgende Sperrzahn noch nicht zu gehöriger Zeit in Wirkung tritt der vorhergehende noch festhält. Ferner macht m. noch in dem Rd. S einen Spielraum nach dem Mittelpunkte (zu jeder Zahnlücke) zu, wodurch Einschnitte in den Stift entstehen,

um nöthigenfalls ein Hemmen zu erhalten.
Construirt man auf diese Art ein Getriebe, indem man aber dabei die Zahnlücke einwenig größer macht als den Stift so macht dies im neuen Zustande eine Berührung die mit der, der beiden Scheiben ganz congruent ist. Wir wollen nun studiren ob sich in der Praxis bewährt.
Da die Zähne aufeinander schleifen u. gegeneinander gedrückt werden, so findet Reibung statt, u. folgl. auch Abnützung; u. ferner werden die Zähne stark deformirt, da die wechselseitige Pressung nicht constant ist, sondern sie zunimmt je mehr sich der Zahn von d entfernen, wie man folg. berechnen mag. Es ist:

$$PR = Np$$

$$N = \frac{PR}{p}$$

Je weiter sich nun der Eingriff v. d entfernt, desto kleiner wird p u. folg. desto größer N, die verhältnißmäßige Pressung zweier Zähne. Und da die Zähne v. d dann mit ihrem äußern Ende drücken, so werden sie sich deformiren wie Fig. A zeigt. Da die Stiften an d kommen immer nur dieselben Stellen in Contact wodurch sich dieselben wie Fig. B zeigt deformiren werden.
Die Erfahrung zeigt auch daß sich diese Zähne wirklich stark deformiren, so daß sie nach einiger Zeit kaum mehr zu brauchen sind, weßh. sie auch fast niemals angewendet werden, höchstens manchmal, wenn die zu übertragende Kraft klein ist.

Für die Verzahnung ist folg. Man macht in der Scheibe S einen
geradlinigen radialen Einschnitt u. fragt nun nach der Zahn-
form für S damit das feststehende Räderpaar die ungeän-
derte Verzahnung mit den Grundkreisen hervorbringt. Dies sei
am, so muß dies am der Zahnprofil [illegible] sein, wenn das [illegible],
fest, wenn ein Kreis vom Halbmesser ½ r Wälzkreis auf dem Grundkreis
vom Halbmesser R Wälzkreis von d bis a fortrollt, was folg. Beweis
dienen mag.
Dreht m. S das Räderpaar um einen gewissen ∠, so daß z. B.
a nach d kommt, so wird die Zahnkurve die Lage db an-
nehmen, u. es muß sein:

$$\widehat{ab} = \widehat{ad} \quad (1)$$

Der geradlinige Einschnitt bleibt bei dieser Drehung stets
radial, allein er muß dabei stets den krummen Zahn berühren
u. m. findet demnach seine Position,
wenn m. v. c aus zur Zahnkurve bd
eine Tg. ck zieht. Dieselbe schneidet
den Grundkreis v. in c u. ac be-
stimmt den Fortgang des geradl-
linigen Einschnitts, der nun

$$\widehat{ac} = \widehat{ab} \quad (2) \text{ ist,}$$

denn es ist ab ein Bogen [illegible] $\left\{\frac{R}{2}\right.$
u. ac ein Bogen $\left\{\frac{R}{2}\right.$
so folgt aus Gl. (1) u. (2)

$$\widehat{ac} = \widehat{ad}$$ was zu beweisen war.

Dasselbe gilt auch für einen Einschnitt in S der [illegible] dem ein Zahn
entspricht,

der nach der Ringlinie gekrümmt ist, die entsteht, wenn ein Kreis vom Halbmesser ½ R um 0 herumrollt.
Construiert man nach diesem ein Räderpaar, indem man es auch wieder zum rechtwinkligen macht, so wird ein Zahn v. folg. Gestalt  erhalten u. zwar an beiden Rädern.
Man kann nun je nach der Theilung des Zahnrads so anführen, daß sich jedes Zahnpaar gerad durch 2 od. mehrere Zahntheilungen lang berühren.
Dies ist wieder eine geometrische Lösung u. wir wollen nun prüfen wie diese die praktischen Zwecke erfüllt.
Auch hier entsteht wie bei I Reibg. u. folg. Abnutzung, welche zwar geringer ist als bei I, aber dennoch ein wenig verändert; denn der nach Zahn nutzt sich nach außen mehr ab, indem erstens die Pressung dort stärker ist, u. zweitens ist die relative Geschwindigkeit mit der die Zähne aufeinander gleiten am größten wird, je mehr sich die Zähne von der Centrallinie entfernen. Es ist nämlich wieder $N = SR$

folg. $N = \frac{SR}{2}$

woraus man ersieht, daß N je mehr es sich von der Centrallinie entfernt größer wird. Der Zahn wird sich demnach ebenfalls wie beistehende Fig. zeigt. Die Abnutzg. ist nicht so stark wie bei I, da die Krümmung der Zähne nicht so stark ist wie dort, u. folg. bei I die Intensität der verschiedenartigen Pressungen größer ist. (indem die Materialien nicht absolut hart sind). In der That verbrauchen sich die Zähne, wenn sie sorgfältig ausgeführt, bearbeitet u. gestellt sind ziemlich gut.

III Allgemeine Verzahnungsart.

Es seien wieder S u. s die beiden Grundscheiben u. R u. r deren Halbmesser. Man mache nun jetzt einen ganz beliebigen, aber stetig gekrümmten Einschnitt ab u. fragt dann wie der Zahn von S beschaffen sein muß, damit, wenn beide aufeinander arbeiten, dieselbe Bewegung entsteht wie die der beiden Scheiben.

Man ziehe in einem beliebigen Punkt n. ab zu dieser Kurve die Normale nm. Auf S schneide eine Bogenlänge $am' = am$ ab, ziehe om u. om', mache $\angle n'm'o = \angle nmo$ u. mache $n'm' = nm$, so ist n' ein Punkt der verlangten Zahnform, u. wenn man dies mehrmals thut so bekommt man eine Reihenfolge v. Punkten der Kurve dieses verlangten Zahnes. Daß n' ein Punkt der Kurve ist, ist leicht aus folg. zu ersehen.

Man denke sich m' fortbewegt bis a, so kommt m auch bis a, u. der Radius $o'm'$ fällt dann in die Richtung oa u. Rad. om in die Richtg. oa, so fallen also beide zusammen u. weil $\angle nmo = \angle n'm'o$ so fallen auch nm u. $n'm'$ zusammen, u. weil $nm = n'm'$, so fällt n u. n' zusammen. Da zudem nm u. $n'm'$ Normalen sind, so berühren sich die beiden Kurven in n u. n', woraus folgt, daß wenn die beiden Scheiben um gleich viel fortgedreht sind sie sich immer noch berühren u. also ist an' die verlangte Form.

Das gleiche gilt auch, wenn m. in Deinen Einschnitt macht u. die entsprechende Zahnform für d sucht, m. erh. dann die Zahnformen $g\,a\,n$ u. $r\,a\,n'$ wie obige Fig. zeigt.
Construirt m. nun nach diesen Schablonen wie in der Praxis an Stelle ein Räderpaar, so machen diese Zahnräder stets die congruente Bewegung wie die beiden Scheiben.
Man kann aber auch, indem m. congruent wie vorher verfährt $a\,n'$ annehmen u. $a\,n$ suchen, was aber nicht immer zum Ziele führt, wie beistehende Fig. zeigt, u. die Kreisevolvente ist die schwächste Krümmung die m. äußerstenfalls des Kreises annehmen kann.
Man sieht aus dieser allgemeinen Verzahnungsart, daß unendl. gemeinsame Lösungen möglich sind. Ferner ergibt sich daß $a\,n'$ nichts anders ist als eine einhüllende Fläche welche die Form $a\,n$ gegen die Ebene des Grund-Kreises beschreibt, wenn b auf Radcurve abrollt. Hierauf gründet sich ein empirisches Verfahren die Zahnform zu bestimmen, wenn eine gegeben ist, mit welchem m. sie genauer als durch die sorgfältigste Construction herstellen machen kann. Man verfertigt 2 Blechscheiben deren Halbmesser gleich der Grundkreise ist, bringt sie in ihre gehörige Stellung zueinander, u. bewegt dann jede mit der ihr zukommenden Geschwindigkeit die sie für die Räder in Wirklichkeit haben sollen. In der einen Scheibe ist die gegebene Zahnform eingeschnitten u. unter beiden liegt ein Blech, auf

welche in die gegebenen Zahnformen eingreift, so daß die beid-
en Scheiben einerseits festgestellt sind. Die Durchschnitts-
punkte aller dieser verschiedenen Lagen der gegebenen Zahn-
form gibt alsdann die gesuchte. Man findet Aufgaben dieser
Art noch die unmöglich sind, so z. B. wenn das eine Rad
gleichförmig sich bewegen soll, während das andere ungleich-
förmige Bew. eine dieser Bewegung machen soll u. s. w.
Die Verzahnung mittelst Epicycloide u. Hypocycloide (Fig. 19)
wird sehr selten angewandt, da diese Zahnformen sehr
schwierig herzustellen ist u. sich auch ziemlich abnutzt.

Evolventen-Verzahnung.

Man nehme 2 Kreise R' u. r'
deren Halbmesser sich stets wie die Umd.
Geschwindigkeiten verhalten wie die
Anzahl der Umdrehungen, so daß
also: $\frac{R'}{r'} = \frac{R}{r} = n$
Es sei nun a der Punkt durch
den die beiden wirklichen Theil-
kreise gehen, u. man ziehe durch a eine
gemeinsame Tangente an beide Kreise R' u. r'; man denke sich alsdann cg
als einen Faden, (so wird r', wenn er den Faden auf R'
aufwickelt mitgenommen). Man durchschneide den Faden
nun bei a, wickelt das Stück ca auf r' auf u. dann wieder
v. r' ab, so erhält man eine Evolvente dieses Kreises u. man eine
Evolvente, wenn man mit dem Stück cg gerade so verfährt.

die beiden Evolventen bac u. ead sind dann die verlangten,
richtigen Zahnformen, was aus folg. hervorgehen mag.
Man schiebe bc fort bis nach b' u. es kommt also in die
Lage $b'c'$, zugleich wird dann aber auch ed fortgeschoben
u. kommt in die Lage $d'e'$; u. denkt man die Tg. fa um aa'
verlängert u. die Tg. ab um aa' verkürzt, so haben also beide Tg.,
so berühren sich also die beiden Zähne, wenn m. sie um gleich-
viel fortgerückt hat, immer noch.
Will m. nun für ein Räderpaar, für welches die
Anzahl der Zähne bekannt ist, die Zahnformen für Evolventen
construiren, so verfährt m. auf folg. Art.
M. verzeichne einen Winkel, der
einer Zahntheilung v. r' entspricht, ziehe
in g die Tangente gs u. mache $gt = gr$,
ziehe hierauf st u. übertrage nun d.
Maß $g = g$ auf r' von der Centrallinie
Oc aus. Von dem Punkt f aus, wo
die Linie fg den Kreis r' schneidet
ziehe m. eine gemeinsame Tg. fg
an R u. r', so ist der Durchschnittspunkt a dieser Tg. mit der
Centrallinie Oc der Berührungspunkt der beiden Grund-
kreise. Man mache $fa = ai$, wo also fa einer Theilung
entspricht. Wickelt man nun fi auf r' u. ebenso auf R'
so erhält m. die beiden verlangten Evolventen, welche
der richtigen Zahnform entsprechen. Die Tangenten der Punkte a' gemeinsam

Die folgenden Betrachtung hat für sich viele wichtige geometrische Eigenschaften, welche Seite 12 No. 48 angegeben sind u. sie werden dadurch allgemein eingeführt zu werden.

V Allgemeinste Bewegung.

Es seien 2 Axen A u. A' vorhanden welche eine ganz beliebige Lage haben u. sie sollen durch Räder in Verbindung gesetzt werden, so daß, sich wenn sich die eine Axe nach einem beliebigen Gesetze ~~gleichförmig~~ bewegt, die andere gleichzeitig ~~gleichförmig~~ mitgeht nach einem andern Gesetz mitgeht. Man denkt sich dadurch A u. A' und die Ebenen E u. E' verbunden u. außerdem F eine beliebige Fläche. Denkt man sich nun, die beiden mit ihren Axen verbundenen Ebenen würden nach so genau nach dem Gesetz bewegt, wie sie nach welchem sie sich wirklich zu bewegen haben, u. F bewege sich nach einem beliebigen Gesetz im Raume, so wird F allmählig seine Lage gegen E ändern, u. wird also eine ganz relative Bewegung gegen E machen u. diese entspricht eine ganz. Einhüllungsfläche. Ebenso dasselbe gilt auch von E'. die so entstandenen Einhüllungsflächen sind dann die richtigen Zahnformen.

Stellt man sich nun unter F ein Meißel u. ein schneidendes Instrument, vor u. unter E u. E' 2 Schaufelblätter, u. F, E u. E' würden sich nach oben angeführten Gesetze bewegen, so würde sich F in die Blätter einschneiden u. in dieselben die einhüllenden Flächen hineinarbeiten.

Zähne für Kegelräder.
Man erhält annähernd (praktisch gute) Zahnformen, wenn m. sie so bestimmt wie für Stirnräder von den Radien SB u. $S'B$. Dann ist fällt SB u. $S'B$ in eine gerade Linie zusammen u. der Eingriff der Zähne geschieht wie m. leicht sieht nur bei B.

VII Kreisbogen Verzahnung.

Ganz richtig kann eine Verzahnung niemals sein, wenn die Zähne beider Räder Kreisbogen sind.
Um nun die bestmögliche Verzahnungsart mit Kreisbögen statt Epicycloiden zu finden, verfährt m. wie folgt:
Zuerst sucht m. den wahren mittleren Krümmungshalbmesser des Epicycloiden Stücks cb; m. findet denselben, indem m. ihn zuerst für irgend einen Stelle der Epicycloide sucht. Angenommen m. habe ihn $= \rho$ gefunden, so ist ρ eine Function von φ u. m. hat dann:

$$\frac{\int_0^\alpha \rho\, d\varphi}{\alpha} = \rho$$

dieser Ausdruck liefert aber wegen seiner Complicirtheit kein brauchbares Resultat. Da α aber eine sehr kleine Größe ist, so kann m. dieselbe bedeutend vereinfachen, u. findet, wenn $r = \frac{R}{2}$

Krümmungshalbmesser für das kl. Rad $(\rho_r) = \frac{n+2}{4(n+1)}\, t$

Krümmungshalbmesser für das gr. Rad $(\rho_R) = \frac{2n+1}{4(n+1)}\, t$

Nimmt man für n verschiedene Werthe an, so findet man die entsprechenden Abrundungshalbmesser u. Größe der Theilung. Hiezu befindet sich Seite 10 in den Heften eine Tabelle, aus welcher man also sogleich, wenn die Theilung bekannt ist, ρ angeben kann.

Auch für die Kreisevolvente kann diese Methode mit dem mittleren Werth des Krümmungshalbmessers angewendet werden, man erhält hiebei

$$(\rho_r) = t$$

$$(\rho_R) = \frac{1}{4}(n+1)\, t$$

Will man bei inneren Rädern die Zähne nach Kreisbogen abrunden, so muß man für n in jeder Formel das Verhältniß der Seiten des Zeigereingriffs nehmen, woraus hervorgeht, daß die Zähne des großen Rades schwächer, u. die des kleinen Rades stärker gekrümmt sind als die Zähne des identischen Sternrades.

Bei allen Zahnformen können dieselben so bestimmt werden, daß sich dieselben Zähne während einer, zwei od. mehreren Theilungen durch berühren, od. endl. daß sie sich nur einen $\angle\beta$ vor der Centrallinie u. nur einen $\angle\alpha$ nach derselben berühren, es muß dann nur α eine Theilung vor der Centrallinie dem $\angle\beta$ u. eine Theilg. nach der Centrallinie dem $\angle\alpha$ entsprechen.

Um bei einer Cycloidenverzahnung gute Zahnschablonen
zu erhalten nimmt m. 2 Stück von hölzernen Scheiben,
welche Stücke der Räder von den Halbmessern R u. ½ r.
Schlägt in den Rand des kleinern eine Nadel u.
legt eine st. Scheibe unter. Hierauf bewegt m. die
kleine Scheibe auf der großen rollend um eine halbe
Theilung nach vorne u. wieder zurück, so reißt m. auf
dem unterliegenden Brette die verlangte Krümmung,
welche leicht zu dem ganzen Zahn ergänzt werden kann.
Auf ähnl. Art werden Schablonen für Evolventenzähne
hergestellt, nur mit dem Unterschiede, daß m. statt der
kleinern Scheibe eine gerade Linie (Lineal) nimmt.
Sollen nach dieser Regel eiserne Zähne gemacht werd.
so gilt das obengesagte für das Holzmodell, nur müßen
die Zahnformen um einen Bruchtheil stärker machen,
wegen der nachherigen Bearbeitung.
Bei kleinen Messingrädern wird zuerst der Zahn-
kranz gegossen u. die Zähne mittelst einer Feile
eingeschnitten.
Die kleinen gußeisernen Räder macht m. mittelst
einer Form ein gußeisernes Modell u. gießt dies
so oft als nöthig ab.

Nach dieser Verzahnungstheorie können wir nun zu den Verzahnungsmechanismen übergehen, welche man in 2 Hauptklassen theilen kann:

1) Kraftmechanismen

2) Bewegungsmechanismen.

Unter ersteren versteht man solche bei durch denen man eine Kraft ohne großen Verlust übertragen kann.

Bei den Bewegungsmechanismen (im engern Sinne) geht der größere Theil der Kraft bei der Uebertragung verloren, allein man erzielt eine richtige, sanfte Bewegung.

Die Grenze zwischen beiden ist jedoch nicht scharf.

Im Allgemeinen werden folg. Bewegungsarten unterschieden:

1) geradlinig fortgehend

2) geradlinig hin u. her gehend

3) continuirlich kreisförmig.

4) kreisbogenförmig hin u. her gehend

5) krummlinig continuirlich

6) krummlinig hin u. her gehend.

Hieraus können durch gegenseitiges Aufeinanderwirken allgemein genommen zahllose Bewegungsvariationen hervorgebracht werden; allein die praktisch anwendbaren sind dagegen nur wenig u. zwar ~~beträgt~~ sind es 36 die in folg. Tabelle angegeben sind:

Mechanismen um die continuirliche Bewegung einer Welle in eine continuirliche einer andern Welle zu übertragen.

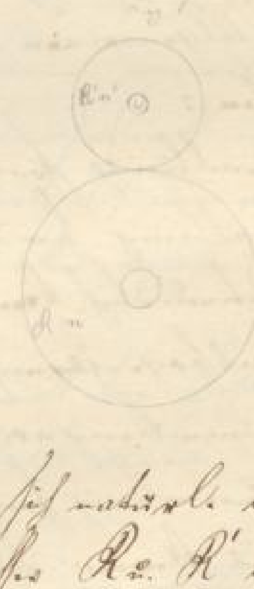
	→	↔	○	↷	○	↶
→ in →	↔ in →	○ in →	↷ in →	○ in →	↶ in →	
→ in ↔	↔ in ↔	○ in ↔	↷ in ↔	○ in ↔	↶ in ↔	
→ in ○	↔ in ○	○ in ○	↷ in ○	○ in ○	↶ in ○	
→ in ↷	↔ in ↷	○ in ↷	↷ in ↷	○ in ↷	↶ in ↷	
→ in ○	↔ in ○	○ in ○	↷ in ○	○ in ○	↶ in ○	
→ in ↶	↔ in ↶	○ in ↶	↷ in ↶	○ in ↶	↶ in ↶	

I. Räder.

Sie dienen dazu eine continuirlich kreisförmige Bewegung einer Welle (eine continuirlich kreisförmige) auf eine andere Welle zu übertragen. Es sind hierbei Uebersetzungen ins Schnelle u. Langsame möglich. Es ist nämlich:

$$\frac{n}{n'} = \frac{R'}{R}$$

Fig. 1 stellt eine Uebersetzung vom Schnellen ins Langsame dar u. zwar bei äußerer Verzahnung, die beiden Räder machen entgegengesetzte Richtung.



Die Umfangsgeschwindigkeit zweier Räder ist gleich, allein da bei dem einen derselb. unser R kleiner ist als der andere, so dreht sich natürl. das kleinere im Verhältnisse der Halbmesser R u. R' öfter herum. $\frac{R}{R'} = i$ heißt man die Uebersetzungszahl.

Bei der inneren Verzahnung ist nur der Unterschied, daß beide Räder sich in derselben Richtung drehen. Fig. 2 stellt eine solche dar. Es ist umgekehrt gilt wenn n. R' als Getriebe [illegible] u. R als das getriebene Rad ansieht.

Ist die Uebersetzungszahl sehr groß, d. sollen von einer Welle aus verschiedene andere getrieben werden, so kann man sich des Mechanismus bedienen wie ihn Fig. 3 od. Fig. 4 darstellt, je nachdem die Axen dicht od. ferne Lagen haben sollen.

Es ist dabei, wenn wir die Bezeichnung der Fig. beibehalten:

$$n^2 = n^1 \frac{R^1}{r^1}$$

$$n^3 = n^2 \frac{R^2}{r^2} = n^1 \frac{R^1}{r^1} \frac{R^2}{r^2}$$

$$n^4 = n^3 \frac{R^3}{r^3} = n^1 \frac{R^1}{r^1} \cdot \frac{R^2}{r^2} \cdot \frac{R^3}{r^3}$$

So können auch von einer Axe A.A aus (Fig 5) eine beliebige Anzahl von andern Axen getrieben werden, es dürfen müssen dann aber nur Zwischenräder eingehen, d. die allgemeine Beziehung angewendet werden.

Wird ein Rad von einem andern aus durch ein Zwischenrad getrieben (Fig 6), so müssen natürl. die Theilungen der 3 Räder gleich groß sein, u. ebenso sind es auch die Umfangsgeschwindigkeiten derselben, woraus folgt daß das Zwischenrad die Bewegung nicht ändert, sondern die Bewegung erfolgt gerade so als ob A direkt in B eingreifte, nur ist beim Einschalten eines Zwischenrads die Bewegungsrichtung identisch mit der von A. Dasselbe gilt auch von der inneren Verzahnung. Auch in diesem Fall können nur Zwischenräder eingehen, d. selbe welche nach den allgemeinen Verfahren bestimmt wurden angewendet werden.

Man kann sich auch zweier Zwischenräder statt einem bedienen, u. es gilt für diesen Fall dasselbe was für ein Zwischenrad gesagt wurde.
Man gebraucht diese Art von Uebersetzungen, wenn die beiden Axen auch weit von einander entfernt sind.
Fig. 4 stellt einen Mechanismus dar bei dem von einer Axe A auf eine 2te Axe B bald schneller u. bald langsamer getrieben werden soll, während A immer gleichschnell geht.

a b c d sind Zahnräder welche mit A fest verbunden sind, a' b' c' d' entsprechende können mittelst Stellschraube mit der Axe B fest verbund. u. w. losgemacht werden.
derselbe Zweck kann auch durch die später zu beschreibende Laufbewegung erreicht werden.
Sind die Axen nicht ∥ sondern bilden sie einen Winkel mit einander, so bedient man sich der Kegelräder, wovon folg. die Fundamentalaufgaben sind.

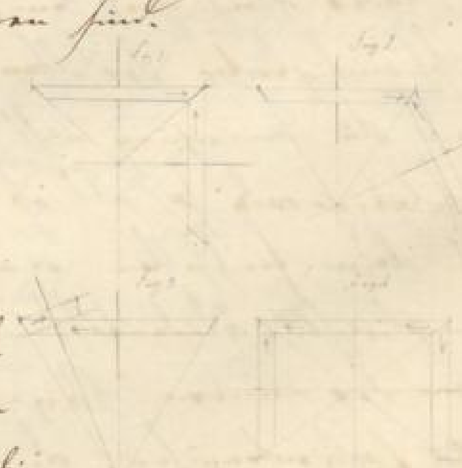
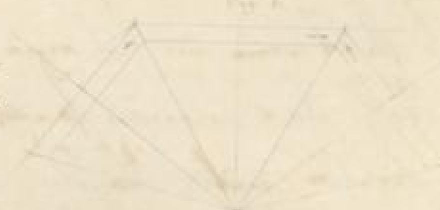


Fig. 1 Uebersetzung unter einem rechten ∠.
Fig. 2. Uebersetzung unter einem spitzen ∠.
Fig 3. Uebersetzung unter einem spitzen ∠ mittelst der inneren Verzahnung.
Fig. 4 Von einer Axe A aus der auf die beiden Axen B u. C die Bewegung übertragen werden soll, aber so daß die Geschwindigkeiten von B u. C gleich sind.

da sich die Form der Grundregel nach der Uebersetzung richtet, so kann man sich, wenn die Geschwindigkeiten v. Bew. nicht gleich sind sich wegen Mechanismus nicht bedienen, sondern man muß im Ganzen d. Räder gebrauchen wie Fig 5 zeigt.

Fig. 6 stellt eine Uebersetzung von einer Axe auf eine andere dar die einen spitzen (stumpfen) Winkel mit der ersteren bilden.

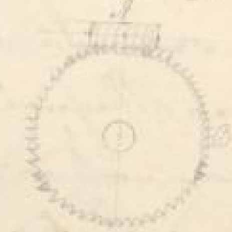


Es seien A u. B Fig. 7 zwei ganz beliebig gelegene Axen u. das soll von A auf B transmittirt werden. so kann dies durch einen Mechanismus wie in Fig 7 dargestellt geschehen, od. auch wie schon früher gezeigt wurde durch eine complicirte Zahnform. (Seite 195 [illegible])

Fig 8 stellt den Fall dar wo sich B entgegengesetzt als in Fig 7 sich bewegt.

Fig. 9 stellt eine Uebersetzung von einer horizontalen Axe auf eine verticale dar vermittelst zweier Schraubenräder, dieser Mechanismus wird angewendet wenn eine Reihe solcher Uebersetzungen nah nebeneinander sind, wie bei den Spindeln eines (Webstuhles), so an. bei Kegelrädern mit ihren Platz für die Zapfenstühle fehlt. Fig. 10 Uebersetzg. zweier verticaler Axen mittelst Schraubenräder.

Fig. 11 stellt die Uebersetzung von einer horizontalen Axe durch eine zu ihr senkr. Axe dar. A ist eine Schraube ohne Ende u. B das entsprechende Zahnrad, dessen Zähne nach der beschriebenen Methode der Einhüllungsflächen bestimmt werden können. Soll dieser Apparat ausgeführt werden, so stellt man m. sich eine Schraube ohne Ende ~~aus~~ gehärtetem Stahl her, genau so wie die eiserne welche als Maschinentheil werden soll, versieht dieselbe mit Zacken, Spitzen u. s. w. u. bringt diese Schraube welche dann als Werkzeug dient in die Position welche sie gegen den Radkörper haben soll, u. dreht dann beide mit dem Geschwindigkeitsverhältniß das ihnen in Wirklichkeit zukommen soll. Es wird sich dann die Schraube ohne Ende aus Stahl in den Radkörper einwühlen u. die verlangten Zahnformen hervorbringen. Setzt m. nun an die Stelle der stählernen Schraube (Werkzeug) die wirklich zu gebrauchende Schraube, vollkommen identisch mit derselben, so wird dieselbe das Rad in der verlangten Weise treiben.
Man sieht leicht ein, daß bei einer Umdrehung der Schraube das Rad um eine Zahntheilung fortschreitet u. daß also die Anzahl der Zähne die Uebersetzungszahl angibt, u. man kann also mit diesem Apparat in das langsamste übersetzen. Ferner erzielt m. mit demselben, auf obige Weise angefertigt eine sehr ruhige Bewegung. Auch kann durch denselben, nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit

Fig. 11


einen großen Widerstand durch eine geringe Kraft überwinden.
Der allgemeinen Anwendung dieser endlosen Schraube steht ihre schwierige Anfertigung u. der ungeheure Reibungswiderstand der dieselbe wesentlich entgegen. Der Reibungswiderstand beträgt wie später nachgewiesen werden soll $\frac{2}{3}$ der zu übertragenden Kraft.
Sie wird meistens bei Winden, Schützenaufzügen u. s. w. gebraucht. Auch als Zählwerk kann sie braucht werden.
Von den Zählwerken gehören in diese Gruppe von Rädern auch nachfolgende zwei Apparate.

Fig. 12

Fig. 12 stellt den einen dar. b ein Schraubenrad das Z Zähne hat u. auf der Axe m befestigt ist. c ein Schraubenrad das Z+1 Zähne hat u. lose auf der Axe m frei beweglich ist. a ein Getriebe das z Zähne hat. Wenn nun a einmal herumgeht, so macht b $\frac{z}{Z}$ Umdrehungen u. gleichzeitig macht c $\frac{z}{Z+1}$ Umdrehungen. Die Differenz zwischen beiden gibt an, wieviel Umdrehungen c gegen b bei einer Umdrehung von a macht, od. auch b gegen c ein Zeiger welcher mit m fest verbunden ist. Es ist dann also

$$\left(\frac{z}{Z} - \frac{z}{Z+1}\right) = \frac{z}{Z(Z+1)} = \frac{1}{n}$$

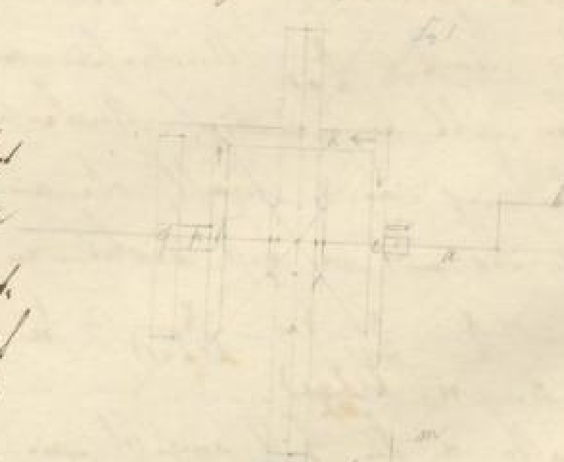
u. $n = \frac{Z(Z+1)}{z}$

wo also n die Zahl angibt wie oft sich a drehen muß bis sich a gegen b einmal herumgedreht hat. Theilt man nun daraufhin dem Rade C einen Kreis in ebensoviele Theile, so gibt also jeder Theilstrich um den der Zeiger fortgerückt ist eine Umdrehung von a an.

Fig 13 stellt den 2ten Zählapparat dar. Einen Scheibe, auf einer Axe, auf welcher sich eine spiralförmig gekrümmte Vertiefung befindet. Beim [illegible] Umdrehung [illegible] auf der Bahn eine [illegible] fortrücken bei einer Umdrehung von D, d. h. sich also die Übersetzungszahl nach der Anzahl der [illegible] richten.

Die bis jetzt betrachteten Räder waren Multiplications- od. Divisionsräder, bei denen also die Geschw. einer Welle auf eine andere übertragen wird, so daß dieselbe so u. so viel mal mehr od. weniger Umdrehungen macht. Nun gibt es aber auch noch Differentialräderwerke, bei denen die Bewegung der Räder addirt od. subtrahirt wird.

Fig. 1 stellt eines der einfachsten Art dar. a eine Axe auf der das Kegelrad c befestigt ist, d u. f ein Kegelrad das auf a frei beweglich sitzt, k ein Planetenrad in g gelagert. g ein auf a frei bewegliches Winkelrad das in das Getriebe k eingreift. g, ein Winkel frei beweglich auf a



k eine Hülse auf der g u. f befestigt sind, b die Axe von
Getriebe k u. m deren Kurbel k die Kurbel von a.
Es fragt sich nun wie oft g für eine Umdrehung macht wenn a
u. b gleichzeitig gedreht werden. Man kann dies auf zweierlei
Art anschaulich machen.
1) Man denke sich b fest gehalten u. a bewegt u. sieht
wieviel Umdrehungen g macht, dann denkt m. sich a fest
u. b bewegt u. fragt nach den Umdrehungen von g. die
Summe od. Differenz dieser beiden einzeln Wirkungen von a u.
b ist dann die wirkliche Umdrehung von g wenn a u. b
gleichzeitig einwirken.
Wenn b fest gehalten ist u. a sich dreht, so macht c welches
fest mit a fest verbunden ist ebenso viel Umdrehungen als
a also $(\frac{n}{a})$ u. da f durch das Uebersetzungsrad k von c aus getrieben
wird so macht dies ebenso viel Umdrehungen als c folg.
$(\frac{n}{a})$. Also macht g beim Vermögen der Drehung von a
allein, $(\frac{n}{a})$ Umdrehungen, entgegengesetzt von c.
Bewegt sich nun b u. wird a gehalten, so wird g k eine
zusammengesetzte Bewegung machen. Es dreht sich nämlich
bei einer Umdrehung von g k einmal um die Axe a g
herum u. dreht dadurch auch f einmal herum. Bei dieser
Drehung d. k rollt es aber auf c u. zwingt in dessen Zähnen
von welchen es genöthigt ist sich einmal um seine eigene
Axe zu drehen, u. dreht also vermöge dieser Rotation f
noch einmal herum, also macht g 2(n) Umdrehungen
wenn b allein wirkt u. die wirkliche Umdrehungszahl
d. g. wenn

a u. b gleichzeitig einwirken ist demnach:

$$\left(\frac{n}{g}\right) = \left(\frac{n}{a}\right) \pm 2\left(\frac{n}{g}\right)$$

2) Zu demselben Resultat kommt man, wenn man auf folg. Art verfährt. Man ertheilt dem ganzen Modell eine Drehung um a deren Geschwindigkeit der von g gleich ist, aber die Richtung derselben der von g entgegengesetzt ist; es wird hierdurch natürlich die relative Bewegung der Räder nicht geändert, wenn man sich bei dieser Drehung auch die Axen a u. b in Rotation denkt.

Es setzt sich aber nun die Geschwindigkeit von g auf 0. u. c macht dann $\left(\frac{n}{c}\right) + \left(\frac{n}{g}\right)$ Umdrehungen

während b $\left(\frac{n}{b}\right) - \left(\frac{n}{g}\right)$ Umdrehungen macht.

u. da diese einander gleich sein müssen, so ist:

$$\left(\frac{n}{c}\right) + \left(\frac{n}{g}\right) = \left(\frac{n}{b}\right) - \left(\frac{n}{g}\right)$$

also

$$\left(\frac{n}{g}\right) = \left(\frac{n}{c}\right) \pm 2\left(\frac{n}{g}\right)$$

Wenn die Richtung der Bewegung von g entgegengesetzt ist der des Schnitts in Fig. 1. so ist

$$\left(\frac{n}{g}\right) = \left(\frac{n}{c}\right) - 2\left(\frac{n}{g}\right)$$

u. wenn überdies noch $\frac{n}{c}$ selbst so viel Umdrehungen macht als g, so ist

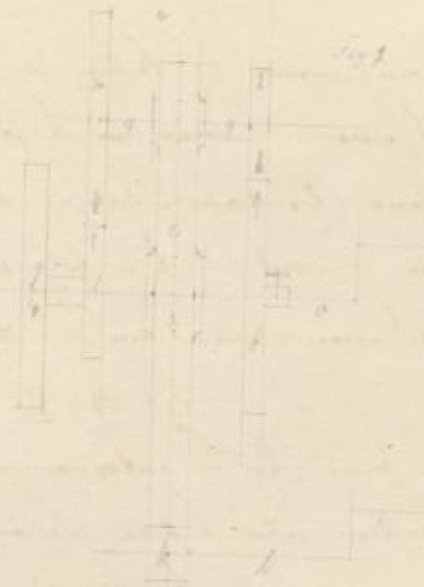
$$\left(\frac{n}{g}\right) = 0$$

u. dies ist also dann eine Arretirung.

Dieser Mechanismus wird bei Arbeitsmaschinen sehr häufig angewendet.

Fig 2 stellt ein Differentialräderwerk mit Stirnrädern dar.

a eine Axe auf der das Stirnrad b befestigt ist; c ein Stirnrad frei beweglich auf, in dem die Axe g gelagert ist. h ein Stirnrad auf g das in b eingreift; f u. d zwei Stirnräder auf der Hülse e befestigt ist, welche auf a frei drehbar ist. m ein Stirnrad auf g das in d eingreift. l eine 2te Axe mit dem Getriebe k.



Es frägt sich also was für eine Bewegung f machen wird wenn a u. l zusammen gedreht werden. Auch hier kann m. wieder auf die zweite angeführte Art verfahren.

1) Wir halten l fest u. drehen a, so wird bei einer Umdrehung von a m $\frac{b}{h}$ Umdrehungen machen u. folglich $\frac{m}{d}$, also macht f bei einer Umdrehung von a $\frac{b}{h}\cdot\frac{m}{d}$ Umdrehungen u. bei n Umdrehungen von a macht f $\left(\frac{b}{h}\cdot\frac{m}{d}\right)\left(\frac{n}{a}\right)$ Umdrehungen.

Nun halten wir a fest u. drehen l, so macht dabei auch k eine eine zusammengesetzte Bewegung, welche wir in 2 einzel Bewegungen zerlegen können. Wenn c einmal herumgeht, so dreht sich auch m u. h einmal um a, denn wir dürfen nur denken, daß h nicht um seine Axe rotire, so wird auch d einmal durch m mitgenommen, u. wenn c n mal herumgeht, so macht hierdurch d (n) Umdrehungen in der Richtung des Pfeils machen.

Allein wenn sich nun a dreht, so bleibt d, indem es an b rollt mit seinen Zähnen in b hängen u. muß sich deßh. $\frac{b}{h}$ mal um seine eigene Axe drehen, da sich dadurch auch m $\frac{b}{h}$ mal um seine Axe dreht, so dreht sich d u. folg. auch f $\frac{b}{h}\cdot\frac{m}{d}$ mal um seine Axe.
Und wenn nun a mal. n $\left(\frac{n}{c}\right)$ Umdrehungen macht, so dreht sich f

$$\frac{b}{h}\cdot\frac{m}{d}\left(\frac{n}{c}\right)$$

um seine Axe aber in entgegengesetzter Richtung von c
dreht man nun b u. a zugleich, so macht d, ist die Anzahl der und folglich Umdrehungen

$$\left(\frac{n}{d}\right)=\frac{b}{h}\cdot\frac{m}{d}\left(\frac{n}{a}\right)+\left(\frac{n}{c}\right)-\frac{b}{h}\cdot\frac{m}{d}\left(\frac{n}{c}\right)$$

od. $$\left(\frac{n}{d}\right)=\left(\frac{n}{c}\right)+\frac{b}{h}\cdot\frac{m}{d}\left(\left(\frac{n}{a}\right)-\left(\frac{n}{c}\right)\right)$$

$$\left(\frac{n}{d}\right)=\frac{b}{h}\cdot\frac{m}{d}\left(\frac{n}{a}\right)+\left(1-\frac{b}{h}\cdot\frac{m}{d}\right)\left(\frac{n}{c}\right)$$

1te Darstellungsweise.
Wir ertheilen dem ganzen Modell eine ... drehende Bewegung, ~~dessen a umkreisformende~~ deren Geschwindigkeit gleich der von c ist, deren Richtung aber ~~der~~ von c entgegengesetzt ist. Dies hat zur Folge, daß c stehen bleibt (ohne daß die relative Geschw. der Räder gegeneinander geändert wird), u. b macht dann:

$\left(\frac{n}{a}\right)-\left(\frac{n}{c}\right)$ u. d $\left(\frac{n}{d}\right)-\left(\frac{n}{c}\right)$ Umdrehungen; folg. haben wir:

$$\left(\left(\frac{n}{a}\right)-\left(\frac{n}{c}\right)\right)\frac{b}{h}\cdot\frac{m}{d}=\left(\frac{n}{d}\right)-\left(\frac{n}{c}\right)$$

folg. $$\left(\frac{n}{d}\right)=\left(\frac{n}{c}\right)+\frac{b}{h}\cdot\frac{m}{d}\left(\left(\frac{n}{a}\right)-\left(\frac{n}{c}\right)\right)$$

Nennen wir $\frac{b}{h}\cdot\frac{m}{d}=p$, so ist auch:

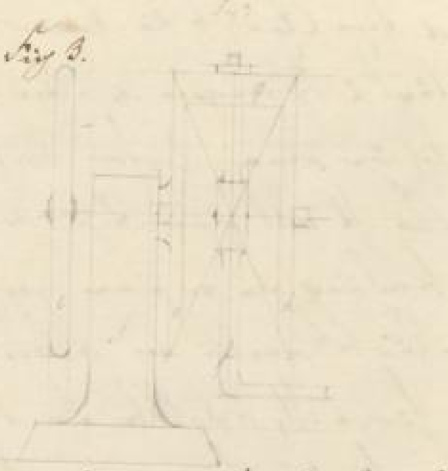
$$\left(\frac{n}{d}\right)=p\left(\frac{n}{a}\right)-(p-1)\left(\frac{n}{c}\right)$$

Wenn die Richtung von c entgegengesetzt ist der des Pfeils in Fig. 2, so ist:

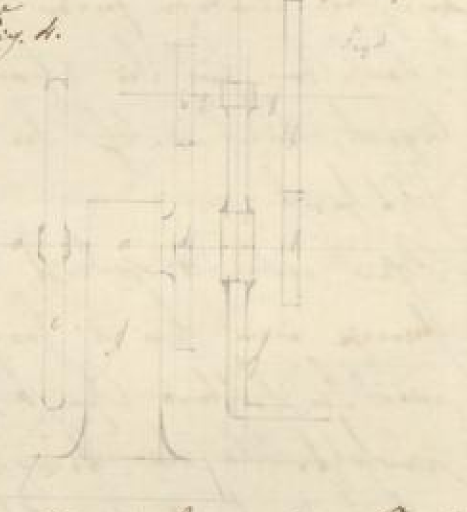
$$\left(\frac{n}{d}\right)=p\left(\frac{n}{a}\right)+(p-1)\left(\frac{n}{c}\right)$$

Dieser Mechanismus wird bei den Aufwindevorrichtungen in der Spinnerei angewendet.

Übersetzungskurbeln mit Kegelrädern Fig. 3.
a eine Axe in dem Gestell d gelagert,
c Schwungrad, d Kegelrad fest auf a
e Kegelrad fest verbunden mit dem Gestell.
f eine Kurbel frei drehbar um a, die
über die Axe hinausragt u. an ihrem Ende
ein Kegelrad g trägt, das in d u. e ein-



greift, u. an einem am Ende der Kurbel angebrachten Zapfen drehbar ist.
Bei einer Umdrehung der Kurbel macht a u. c 2 Umdrehungen.
Übersetzungskurbeln mit Stirnrädern Fig. 4.
a eine in d gelagerte Axe,
c Schwungrad, d ein Stirnrad fest
am Gestell. f eine Kurbel frei dreh-
bar um a. In der Verlängerung
der Kurbel ist eine Axe g gelagert,
auf welcher die Räder i u. h be-
festigt sind. b ein Stirnrad fest auf a.

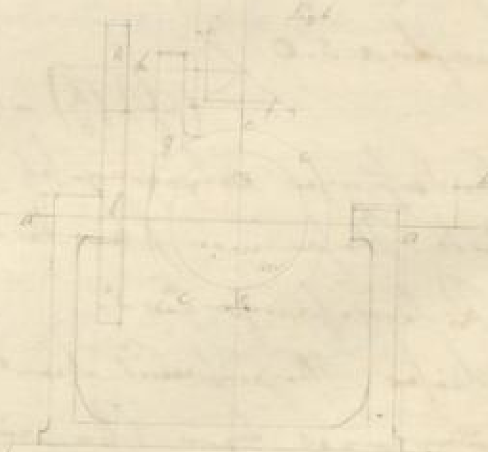


i greift in d u. h in b ein. Bei einer Umdrehung der Kurbel
macht a u. c

$$\left(\frac{d}{i}\right)\left(\frac{h}{b}\right) - 1$$

Umdrehungen entgegengesetzt der Drehung der Kurbel.
Beide Mechanismen haben keine praktische Bedeutung.
Rädergetriebe Fig. 5.
Dieser Mechanismus dient dazu um die drehende Bewegung einer festen Axe auf eine ihr parallele bewegliche Axe zu übertragen.

a feste Axe; b die bewegliche, welche
durch 2 Schrauben gehalten wird die
sich um einen Zapfen drehen können.
Sie ist mit einer Schubstange in Ver-
bindung die an einen Zapfen einer
Kurbel welche an a befestigt ist ge-
hängt ist, so daß bei der Drehung von
a die Axe b in eine hin u. hergehende Bewegung versetzt wird.
c c' u. d d' 2 Schraubenpaare die um b u. a drehbar sind, u.
an ihren andern Enden durch einen Bolzen gegliedert sind.
In denselben sind die Axen der Zwischenräder g, h, u. i ge-
lagert, durch welche die Räder f u. k in Verbindung ge-
setzt sind.
Wird nun a gedreht, so entsteht durch die Kurbel u. Schub-
stange eine hin u. hergehende Bewegung von b u. ferner
wird die letztere Axe b durch die Zwischenräder in Drehung
versetzt. Da die Umfangsgeschwindigkeit der Räder f u. k
gleich ist, so ist die Geschwindigkeit von k bestimmt durch
das Verhältniß $\frac{f}{k}$
Drehung um 2 Axen. Fig. 6.
a eine Axe mit der ringförmigen Er-
weiterung c, in dem Ring c ist eine
verticale Axe e gelagert, welche mit
einer Kugel m versehen ist. diese Axe e
trägt an ihrem obern Ende ein Kegelrad



das in ein 2tes Kegelrad i eingreift, welch letzteres, sowie das Stirnrad k auf der Axe k befestigt sind, welche in dem Arm g des Gestells gelagert ist. Das Stirnrad k greift in ein großes Stirnrad l ein, welches am Gestell befestigt ist.

Wird die Axe a gedreht, so muß nun natürl. die Kugel m gleichzeitig um die Axen a u. c rotiren, was zur Folge hat, daß sie sich mit wunderlicher Geschwindigkeit um eine, ihre Lage fortwährend ändernde Axe dreht, aber die Bewegung ist bei jeder Umdrehung von a identisch.

Unrunde Räder.

Es kommt zuweilen vor, daß durch gleichförmiges Drehen einer Axe eine 2te mit ihr parallele Axe nach irgend einem vorgeschriebenen Gesetz rotiren soll. Diese Aufgabe kann durch die unrunden Räder gelöst werden.

Wir nehmen an, es seien 2 gut construirte unrunde Räder, lassen wir nun an denselben die Zähne immer kleiner u. kleiner werden, bis sie endl. nur noch 2 unrunde Scheiben sind, so haben diese ebenfalls noch die Eigenschaft aufeinander fortzurollen. Man kann also demnach bei der Construction der unrunden Räder so verfahren, daß m. zuerst die Rollungslinien der Scheiben bestimmt u. dann hieraus verfährt. Wir wollen also nun vor allem sehen, wie diese Rollungslinien bestimmt werden.

Es seien A u. A' 2 Axen, BC u. B'C' 2 Rollungslinien. Man nehme nun an, daß sich diese Linien, während sie aufeinander rollen, sich fortwährend in der Richtungslinie AA' bei M berühren. Wenn sie diese Eigenschaft haben sollen, so müssen sie folg. 2 Bedingungen erfüllen; wenn wir von M aus auf BC u. $B'C'$ 2 gleichgroße Bogenstücke abschneiden $MN' = MN$, so muß für N

$$\left.\begin{array}{l} AN + A'N' = AA' \\ \text{u. } \angle ANT = \angle A'N'T' \end{array}\right\} (1)$$

wo $\angle ANT$ u. $\angle A'N'T'$ die Winkel sind, welche die Tangenten NT u. $N'T'$ bei N u. N' an die Rollungslinien gezogen mit den Radiusvektoren AN u. $A'N'$ bilden.

Nennen wir $AA' = D$, $AN = \rho$, $A'N' = \rho'$,

so ist

$$\left.\begin{array}{l} \rho + \rho' = D \\ \text{u. } \rho\, d\varphi = \rho'\, d\varphi' \end{array}\right\} (1)$$

Leicht ist diese letzte Gl. unter (1) zu beweisen, was auf folg. Art geschieht.

Man setzt: $\sqrt{d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2} = \sqrt{d\rho'^2 + \rho'^2 d\varphi'^2}$

Weil aber: $d\rho + d\rho' = d(D) = 0$

so ist: $d\rho = -d\rho'$ u. $d\rho^2 = d\rho'^2$

u. folg. $\sqrt{\rho^2 d\varphi^2} = \sqrt{\rho'^2 d\varphi'^2}$

ist folglich $\rho\, d\varphi = \rho'\, d\varphi'$

Ist daher φ als eine Funktion von φ' bekannt, so kann man immer leicht die Rollungslinie bestimmen, indem man differenziert u. dies Ableitung in die andere Gleichung eliminiert.

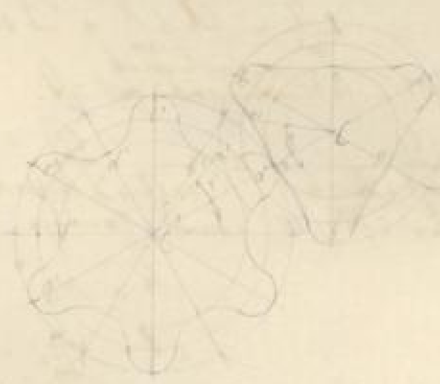
Folg. Beispiel soll dies gesagte erläutern.

Man soll 2 umwälzende Räder construiren, die sich nach dem Gesetz:

$$\varphi' = A\varphi + B \sin k\varphi$$

bewegen sollen, wobei A, B u. k vorderhand noch unbekannt sind.

Ferner sollte das Rad, welchem die Elemente φ u. ρ entsprechen allgemein ein Polygon von m Seiten sein, hier speciell 3, während das Rad mit den Elementen φ' u. ρ' m' Seiten haben soll, hier speciell 6 Seiten. $\frac{m'}{m} = i$ ist dann die Uebersetzungszahl.
Es sei in der nebenstehenden Fig.



$\Delta m'c'a' = \varphi'$ u. $c'n' = \rho'$

$\Delta\, n c a = \varphi$ u. $c n = \rho$

$\frac{m'}{m} = i = 2$ u. $D = cc'$

so ist nach den aufgestellten Gleichungen:

$$\rho + \rho' = D \quad (1)$$

$$\rho\, d\varphi = \rho'\, d\varphi' \quad (2)$$

u. ferner ist $\varphi' = A\varphi + L \sin k\varphi$ (3)

Aus (2) folgt: $\rho = \rho' \frac{d\varphi'}{d\varphi}$ u. $\rho' \frac{d\varphi'}{d\varphi} + \rho' = D$

$$\rho' = \frac{D}{1 + \frac{d\varphi'}{d\varphi}} \quad (4)$$

Aus (1) folgt $\rho = \frac{D}{1 + \frac{d\varphi}{d\varphi'}}$ (5) (Es $\rho' = \rho \frac{d\varphi}{d\varphi'}$. $\rho + \rho \frac{d\varphi}{d\varphi'} = D$)

Durch Differentiation der Gl. (3) kann m. den Quotienten $\frac{d\varphi}{d\varphi'}$ als Function von φ' u. den Quotienten $\frac{d\varphi'}{d\varphi}$ als Function von φ erhalten. Diese Werthe der Differentialquotienten in Gl. (5) u. (4) eingeführt geben 2 Ausdrücke von denen der ersten ρ als Function von φ u. der letztern ρ' als Function von φ' gibt. Diese Ausdrücke sind aber die Gl. der Curven der beiden Räder für die Polarcoordinaten.

Es ist: $\frac{d\varphi'}{d\varphi} = A + Lk \cos k\varphi$ (5)

folg. $\rho' = \frac{D}{1 + A + Lk \cos k\varphi}$ (6)

Diese Gl. (6) gibt nun für eine Reihe von Werthen für φ die correspondirenden von ρ'; die Gl. (3) gibt für φ die Werthe von φ' u.

die Gl. (1) gibt für φ' den Werth von φ. Um aber φ' zu bestimmen, müssen wir die constanten A, B u. k bestimmen, was auf folg. Art geschieht.

Nach den ausgesprochenen Bedingungen muß sein:

für $\varphi = \frac{2\pi}{m}$ muß $\varphi' = \frac{2\pi}{m'}$ sein. (7)

u. $\left(\rho'_{\varphi=0}\right) = \left(\rho'_{\varphi'=\frac{2\pi}{m'}}\right) = \left(\rho_{\varphi=\frac{2\pi}{m}}\right)$ (8)

die Gl. (7) in Gl. (3) eingeführt kommt:

$$\frac{2\pi}{m'} = A\frac{2\pi}{m} + B \sin k \frac{2\pi}{m} \quad (9)$$

u. (8) in (6) eingeführt ist:

$$\frac{D}{1+A+Bk\cos k0} = \frac{D}{1+A+Bk\cos k\frac{2\pi}{m}} \quad (10)$$

dieser Gl. (10) wird Genüge geleistet, wenn man nimmt

$$\left.\begin{aligned} k &= m \\ A &= \frac{m}{m'} = \frac{1}{i} \end{aligned}\right\} (11)$$

Es ist also jetzt A u. k bestimmt u. es bleibt nur noch B übrig, was auf folg. Art werden kann.

Wenn m. die Welle sehr tief nimmt, so wird die Bewegung sehr unregelmäßig u. je flacher m. sie nimmt desto regelmäßiger erfolgt die Bewegung. Man setzt deßh. ein Verh. zwischen der größten u. kleinsten Geschwindgkt. des ungleichförmig laufenden Rades fest, es sei g, d.h. die größte Winkelgeschw. soll g mal größer sein als die kleinste.

der größte Werth von $\frac{d\varphi'}{d\varphi}$ ist nun $= A + Bk$, u. der kleinste Werth von $\frac{d\varphi'}{d\varphi}$ ist $= A - Bk$.

daher ist $$g = \frac{\frac{d\varphi'}{d\varphi}\,max.}{\frac{d\varphi'}{d\varphi}\,min.} = \frac{A+Bk}{A-Bk}$$

folglich ist B, wenn m. in diese Gl. die Werthe von k u. A aus (11) einführt:

$$B = \frac{1}{m'}\,\frac{g-1}{g+1} \quad (13)$$

führt m. nun die Werthe v. A, B, k in (3) u. (6) ein, so erh. m.

$$\varphi' = \frac{1}{i}\left\{\varphi + \frac{1}{m'}\,\frac{g-1}{g+1}\sin m\varphi\right\} \; (14) \quad u. \quad \rho' = \frac{iD}{1+i+\frac{g-1}{g+1}\cos m\varphi} \; (15)$$

Will man nun die Räder verzeichnen, so nimmt man eine Reihe Werthe von φ an (hier braucht man jeweils nur bis 30° zu gehen) u. berechnet vermittelst (14) den Werth v. φ', durch (15) ρ' u. durch (1) ρ u. trägt dies auf. Man kann nun aber auch die Aufgabe stellen, wenn das eine Rad gegeben ist, das andere zu finden, sowie auch das Bewegungsgesetz.

Man hat wieder $\rho + \rho' = D$ (1); $\rho d\varphi = \rho' d\varphi'$ (2) u. $\rho = f(\varphi)$ (3)

den Werth von ρ aus (3) in (2) eingeführt kommt:

$$f(\varphi)\, d\varphi = \rho' d\varphi' \quad (4) \qquad \text{u. (3) in (1) kommt: } f(\varphi) + \rho' = D \quad (5)$$

$$\rho' = D - f(\varphi) \quad (6) \qquad \text{od. } f(\varphi)\, d\varphi = (D - f(\varphi))\, d\varphi'$$

$$d\varphi' = \frac{f(\varphi)\, d\varphi}{D - f(\varphi)} \qquad \text{u. daraus } \varphi' = \int \frac{f(\varphi)\, d\varphi}{D - f(\varphi)} \quad (7)$$

die Gl. (7) gibt das Bewegungsgesetz an, (aber nicht die Gl. der Curve des zweiten Rades) u. die Gl. (6) gibt die Werthe für ρ', u. diese Curve ist dadurch bestimmt.

Ist z. B. $\rho = k\varphi$ (eine Spirale), so ist: $\rho' = D - k\varphi$ (ebenfalls eine Spirale)

aber $\varphi' = \int \frac{k\varphi\, d\varphi}{D - k\varphi}$ u. das Bewegungsgesetz ist also nicht einfach.

Zahnformen für die einzelnen Räder.

Die richtige Herstellung der Zahnformen für diese Räder verursacht die größte Schwierigkeit bei der Ausführung, wenn die Räder ruhig u. stetig gehen sollen. Allein da diese Räder so selten angewendet werden, so kann m. sich diese schwierige Arbeit gefallen lassen. Folgendes soll dazu dienen, wie die Zähne abgerundet werden müssen. M. denkt sich bei B für die beiden Linien R u. R' die Krümmungskreise k u. k' gezogen, wollte man nun z. B. die Kreisbogen verzahnen, so müssten die Zähne bei B gerade so geformt sein wie die Zähne zweier Räder von den Grundkreisen k u. k'. Da sich aber k u. k' von Stelle zu Stelle ändern, so werden die Zähne überall anders geformt sein;

Für Rübenschneider hierzu macht die
elliptischen Räder deren Axen durch
die Brennpunkte gehen, indem hier diese
überall R+R' ist. Sollen die Schraubenlinien mit Kreisbogen ge-
macht werden, so können sie alle mit 3/4 der Theilung gebo-
rundet werden, da ja der Krümmungshalbmesser der Räder
an den Angriffspunkten in allen Lagen derselbe ist.
Zu den unrunden Rädern kann man auch das Fingerrad zählen
was Fig. 9 zeigt.

a eine Axe, darauf ist eine Scheibe
d befestigt, an der ein Zahn c be-
festigt ist.
a' eine 2te Axe mit dem sternförmig-
en Rade A. Es ist dies ein Rad mit
6 Zahnlücken i u. 6 bogenförmigen Theilen g. der Halbmesser
dieser Bögen g ist gleich dem Rad. r der Scheibe d. u. die
Summe aus diesem Halbmesser r u. dem Abstande des Bogens g
von a' ist gleich der Entfernung der beiden Axen a u. a'.
Wird nun die Scheibe d gedreht, so rückt das Rad A bei
jeder Umdrehung um eine Bogenseite weiter aber natürlich
nicht gleichförmig, sondern das Rad A bewegt sich nur so lange
als der Zahn c in einer Zahnlücke i ist. Berühren sich die Bögen
mit der Scheibe d so steht A still.
Man kann diesen Apparat so vortheilhaft als Zählwerk brauchen,
wenn man mehrere solcher Räder in Verbindung setzt u. 10 Zahn-
lücken nimmt.

II Rollen.

Wir nehmen an die Riemen seien nur biegsam u. nicht dehnbar.
Die 2te Gruppe von Mechanismen um eine continuirl. drehende Bewegung in eine continuirlich drehende Bewegung zu übertragen sind die Rollen.
Bewegt m. A so wird B durch die Riemenreibung, wenn kein Gleiten stattfindet mitgenommen.
Die Peripheriegeschwindigkeit beider Rollen ist gleich u. zwar ~~gerade~~ so groß als wenn die Scheiben sich berühren u. durch Reibung sich ~~bewegt~~ würden, aber die Richtung nämlich der Bewegung ist der der Scheiben entgegengesetzt.
Die Umfangsgeschw. der Rollen ist natürl. auch gleich der Riemengeschwindigkeit in irgend einem Punkt.
Was die Bewegungsweise betrifft, so ist die Entfernung der Axen ganz unabhängig; bestimmen (Fig 1)

$$\frac{n'}{n} = \frac{d}{d'}$$

Man kann den Riemen auch so anlegen, daß die Riemen an den Scheiben innere Tangenten bilden, wodurch die Bewegungsrichtung entgegengesetzt wird, also so als ob die beiden Scheiben unmittelbar in Contact wären.
Es ist auch hier $\frac{n'}{n} = \frac{d}{d'}$ (Fig 2)

Fig. 3 u. Fig. 3a Uebersetzung von 1 Axe auf 2 andere.
C C' C'' Axen. die Riemenscheiben A ist auf C fest u. die Rolle A' ist lose. die Rolle B ist auf der Axe C' u. die Rolle C auf der Axe C'' befestigt.
Da die Scheiben B' u. B'' als auf die Scheiben A u. A' entgegengesetzte Bewegungsrichtungen haben, so bewegt sich die Scheibe A' gegen die Axe C u. verursacht dadurch eine sehr große Reibung. diese kann durch sog. Leitrollen sehr vermindert werden u. Fig. 4 u. Fig. 4a zeigen eine solche Mechanismus.

Es sei:
die mittlere Ebene einer Riemenscheibe diej. Ebene, welche auf der Axe einer Scheibe senkrecht steht u. durch die Mitte der Riemenscheibenbreite geht,
der mittlere Schnitt derjenige Kreis in welchem die mittlere Ebene die Oberfläche der Riemenscheibe schneidet,
das Riemenmittel eine auf dem Riemen gezogene, von den Rändern desselben gleichweit abstehende Linie,
so müssen bei der Anordnung eines Riemenbetriebs folg. 2 Regeln beachtet werden.
1 die Mittellinie des Riemens, muß da wo dieselbe

derselbe auf eine Rolle aufläuft in der mittleren Ebene dieser Rolle liegen.
2) Es sollen die Leitrollen, wenn solche angewendet werden, so gestellt werden, daß die Linie in welcher die mittlere Ebene der Leitrollen die mittlere Ebene der Riemenscheibe durchschneidet mit der Mittellinie zusammenfällt.

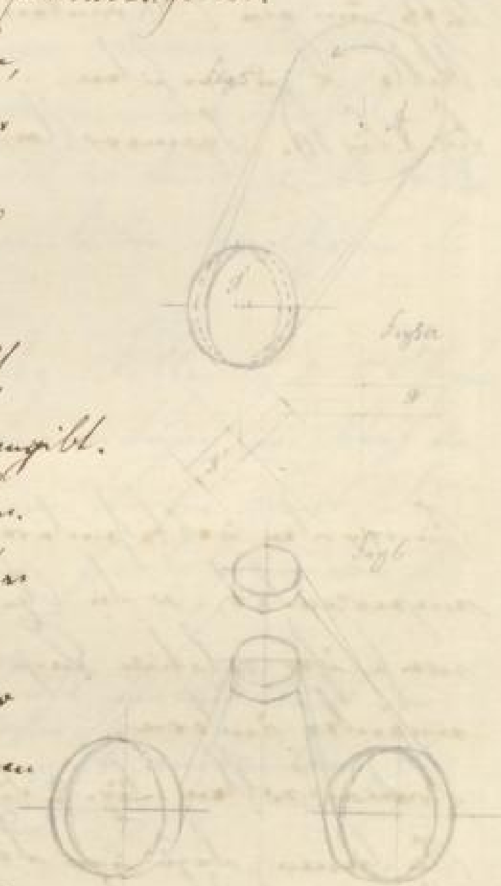


Fig. 5. Fig. 5a Uebersetzung auf eine Axe, wenn die beiden Axen einen ∠ bilden, u. sich auch nicht schneiden. In diesem Falle läßt sich die Rolle A nur nach der Richtung herumdrehen, welche die Bedingung der ersten Regel erfüllt, hier in der Richtung die der Pfeil angibt.
Fig. 6 Riemenbetrieb mit 2 Leitrollen. Der Ort wo die Leitrollen angebracht werden ist für die Bewegung ganz gleichgültig. Sie müssen natürlich in der Durchschnittslinie der mittleren Ebenen der beiden Rollen liegen.
Fig. 7 Fig. 7a. In der Riemenscheibe D ist ein Universalgelenk. Die Riemenscheibe D sitzt auf der Axe A fest. Die Axen A u. B brauchen sich nicht zu schneiden, aber der ∠ den sie miteinander bilden darf nicht zu groß sein. Während sich die Axe B dreht kann dieselbe auf andere Uebersetzung auf eine Axe wenn die beiden Axen einen ∠ bilden

Riemen es verlangt wird
mit ihrem freien Ende a
sich in der Richtung des Pfeils
hin u. herbewegen. E u. F sind
in den Lagerbock eingeschraubte
Stifte, um ein Schwanken der
Rolle D zu verhüten.
Fig. 8. Fig 8a. Spannrollen.

Sie werden insbesondere da
angewendet, wo die Axen zeit
weise ihre relative Lage gegen
einander ändern.

Frictionsrollen. Fig. 9. Fig 9a.
Sie dienen dazu um die Reibung zu vermindern, u. m.
kann mit ihnen die Reibung der Zapfen in den Lagerschalen
vermindern, indem die Lagerschalen wegfallen u. die Zapfen
auf den Frictionsrollen laufen.
a Zapfen des Rades A. a' u. a'' Zapfen der Rollen A' u. A''
die Reibung ist im Verhältniß $\frac{a}{A'}$ kleiner als wenn der Zapfen
sich in einem Lager dreht.

denn wenn A einmal herumgeht, so dreht sich auch a einmal herum u. ein Punkt am Umfang von A legt einen Weg zurück gleich der Peripherie von a, also legt a' einen Weg der im Verh. v. $\frac{a}{A}$ kleiner ist als a zurück, woraus folgt, daß, da der Reibungswiderstand der Länge des Weges proportional ist, die Reibung um $\frac{a}{A}$ geringer ist, als wenn a in einem Lager läuft.
Die Zapfenreibung wird noch weit vermindert durch den Mechanismus wie ihn Fig 9a darstellt, es kann näml. bei der ersten Anordnung sehr leicht ein Verkeilen der Axe in die Rollen eintreten.
a Zapfen des Rades A, b Zapfen der Rolle B u. C Zapfen der Rollen C C. Hier ist die Zapfenreibung im Verh. von $\frac{b}{B}$ geringer als wenn a in einem Lager liegt. Die Rollen C C dienen dazu um ein Herabgleiten von a zu verhindern.
Dieser Mechanismus, so viel Kraft er auch durch ihn ersparen kann ist bis jetzt im Großen noch nicht anwendbar, da die Axen zu unsicher gelagert sind.
Die Expansionsrollen. Fig 10. Fig 10a.
Durch dieselben kann das Uebersetzungsverh. innerhalb gewisser Grenzen variabel gemacht werden, wie das z. B. bei der Fabrikation des endlosen Papiers u. s. w. erforderlich ist.
a eine Axe, a' eine 2te Axe. A gewöhnliche Rolle, B eine Spannrolle.

A ist die Expansionsrolle, es ist daran C eine auf a befestigte sternförmige Hülse, $a^1 a^2 a^3 a^4 a^5 a^6$ Stäbe in der Hülse hin u. herverschiebbar, die mit gleichgroßen Kreisbogen Rollensegmenten $b^1 b^2 b^3 \ldots$ die demselben Kreis angehören, versehen sind. Es gibt nun verschiedene Mechanismen, durch welche ein Ver-

$\frac{A}{B} = i$

schieben der Stäbe $a^1 a^2 \ldots$ bewerkstelligt wird, wodurch also der Halbmesser von A verändert werden kann, die Lücke welche so zwischen den einzelnen Segmenten entstehen, stören der Bewegung nicht. Fig. 10a stellt einen einfachen u. den besten Mechanismus zur Verschiebung der Stäbe dar.

Die Rollen welche vor den Zahnrädern manche Vortheile haben, z. B. leichtere u. billigere Aufstellung derselben, veränderliche Uebersetzungsverhältniß, beliebige Entfernung der Axen u. s. w. haben einige Nachtheile gegen die Räder: die Ausdehnung der Riemen, größere Reibung u. unsichere Bewegung, wenn die Kraft einigermaßen variabel ist, ferner kann m. mit ihnen keine großen Kräfte transmittiren, so daß die Rollen eigentlich ein beschränkter Bewegungs- u. Kraftmechanismus sind.

Konusbewegung. Fig 10. Fig 11a.
durch dieselbe kann man bewirken, daß bei gleichförmiger Drehung einer Axe eine andere sich nach einem beliebigen Gesetz bewege. Es sei:

$$OP = O'P' = x$$

$$MP = y \text{ u. } M'P' = y'$$

l die ganze Länge der Walzen
s das Fortrücken des Riemens bei einer Umdrehung der Kurbel K

$$ON = r \text{ u. } O'N' = R$$

w die constante Winkelgeschwindigkeit der untern Axe
w' die gleichzeitige Winkelgeschw. der obern Axe nach dem Weg s des Riemens
φ der $\angle$ um den die (Kurbel K) untere Axe gedreht worden ist, während der Riemen den Weg s zurücklegt, so muß sein:

$$wy = w'y' \quad (1)$$

$$y + y' = R + r \quad (2)$$

Wenn die Axe untere um 2π gedreht worden ist, so geht der Riemen um s weiter, wird sie um einen $\angle \varphi$ gedreht, so geht sie um x weiter, folglich ist

$$\frac{2\pi}{s} = \frac{\varphi}{x}$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{s} x \quad (3)$$

Wir können nun 2 verschiedene Aufgaben lösen.
1) Wie erfolgt die Bewegung, wenn wir die beiden Linien annehmen u.

2) wie müssen wir die beiden Linien gestalten, wenn wir das Gesetz annehmen.

Aufgabe 1. die beiden Linien seien Grade wie ist w' beschaffen? Es ist:

$$y = r + x\frac{R-r}{l} \quad (1) \quad (\text{wo } \frac{R-r}{l} \text{ die tg. des } \angle \alpha \text{ ist.})$$

$$y' = R - x\frac{R-r}{l} \quad (1)$$

aus (1) folgt: $w' = w\frac{y}{y'}$

folg. $w' = w\dfrac{r + x\frac{R-r}{l}}{R - x\frac{R-r}{l}}$

u. da $x = \frac{q\,l}{2\pi}$

so ist $w' = w\dfrac{r + \frac{R-r}{l}\frac{l}{2\pi}q}{R - \frac{R-r}{l}\frac{l}{2\pi}q}$

2) das Leitungsgesetz sei $w' = w(a+bq)$ (4)

die beiden Linien sind gesucht.

aus (1) folgt $y' = \frac{w}{w'}y$

in 2 eingesetzt ist: $y + \frac{w}{w'}y = R + r$

$$y\left(1 + \frac{w}{w'}\right) = R + r$$

$$y = \frac{R+r}{1+\frac{w}{w'}} \quad (5)$$

$$y' = \frac{R+r}{1+\frac{w'}{w}} \quad (5)$$

aus (4) w' eingeführt kommt:

$$y = \frac{R+r}{1+\frac{1}{a+bq}} = R+r\,\frac{a+bq}{a+bq+1}$$

$$y' = \frac{R+r}{1+a+bq} = R+r\,\frac{1}{a+bq+1}$$

q aus (3) eingeführt ist:

$$y = R+r\,\frac{a+b\frac{2\pi}{l}x}{1+a+b\frac{2\pi}{l}x} \quad (6) \quad \text{u.} \quad y' = R+r\,\frac{1}{1+a+b\frac{2\pi}{l}x} \quad (6)$$

die Gl. (6) sind Gleichungen für Linien der 2ten Ordnung, es sind Hyperbeln.

Allgemein ist: $w' = w \, funct(\varphi)$

u. dieß in Gl. (5) eingeführt ist:

$$y = R+r \frac{1}{1+\frac{1}{f(\varphi)}} = R+r \frac{f(\varphi)}{1+f(\varphi)}$$

$$\text{u. } y' = R+r \frac{1}{1+f(\varphi)} = R+r \frac{1}{1+f(\varphi)}$$

An die Rollen kann m. noch anschließen die sog. Kettenbewegung. Fig. 12.

Fig. 12.

Angenommen der ganze Apparat wär mathemat. genau ausgeführt u. es fände gar keine Abnützung statt, so könnte m. mit demselben sehr große Kräfte übertragen u. erzielte dabei eine ganz sichere Bewegung, also wäre es dem Riemenbetrieb vorzuziehen. Allein diese Voraussetzungen finden nicht statt u. der Apparat würde sehr kostspielig. Die Abnützung ist hier sehr stark, denn die Zahntheilung bleibt constant u. die Kettenglieder strecken sich; wenn sich auch ein Glied nur um einen millm. streckt, so macht dies bei 20 Gliedern schon ziemlich viel aus, so daß dieser Mechanismus, wenn er nur kurze Zeit gebraucht ist gar nicht mehr geht. Er ist deßh. nur als Bewegungsmechanismus zu gebrauchen u. dann nur den Rollen vorzuziehen, wenn man einer ganz sicheren Bewegung (erzielen will) gewiß sein will.

Fig. 1 stellt einen Mechanismus zur Uebersetz. einer drehenden Bewegung einer Axe auf eine 2te dar, welche mit der ersten nicht in einer geraden Linie liegt, sondern um einen Abstand a von ihr entfernt u. parallel mit ihr ist. dies geschieht durch Kurbeln.

A u. A' die beiden Axen, C Kurbel an A, D Kurbel an A', B Schwungrad u. E Schubstange.
Wird A gedreht, so wird A' durch die Kurbeln u. Schubstange mitgenommen, u. der Kurbelhalbmesser von C kann verändert werden, indem die Kurbelarm eine Schleife bildet in welcher ein Gleitstück verschiebbar ist, u. in diesem Gleitstück ist der Kurbelzapfen von C drehbar ist, so kann m. bei einer Umdrehung von A verschiedene Bewegungsarten in A' hervorbringen:
für C = a macht A' 2 Umdrehungen bei einer Umdrehung v. A allein A' dreht sich ungleichförmig wenn sich auch A gleichförmig dreht.
für C < a schwingt die Kurbel D bei einer Umdrehung von A ungleichförmig einmal hin u. her.
für C > a macht A' eine Umdrehung bei einer Umdrehung von A.
Dieser Mechanismus kann als Wellenkupplung sehr gut angewendet werden.

Fig 2 u. Fig 2a sind Maschinen zur Ueberführung einer drehenden Bewegung einer Axe auf eine 2te mittelst der Kurbeln u. Schubstange. Fig 2a hat den Vorzug, daß bei jeder Stellung der Kurbeln die Drehung vor sich gehen kann, was bei Fig 2 nicht der Fall ist. Bei diesem Mechanismus muß immer die Entfernung der beiden Axen gleich der Schubstangenlänge sein, u. die beiden Kurbeln müssen genau gleich groß sein.

Folgende 2 Maschinen, welche eigentlich nicht hier her gehören können wir jetzt passend anschließen.

Fig 3 A u. A' Axen, B Schwungrad K u. K' Kurbeln, C Schubstange. Wenn an der Kurbel K eine auf u. abwärts schwingende Bewegung bewirkt, so dreht sich das Schwungrad continuirlich im Kreise herum. Dieser Mechanismus ist bei den Spinnrädern u. Drehbänken angewendet.

Fig 3a. A A' 2 Axen, B schleifenartiger Hebel, C Gelenkstück in B, K Kurbel.

Bei einer gleichförmigen Drehung von A macht B eine schwingende Bewegung u. zwar geht er langsam wenn die Kurbel oben herum geht u. schnell, wenn sie unten herum geht.

Fig. 4. A u. A' 2 Axen, keine mit A' verbundene Schleife, in welche ein außerexcentrisches Gleitstück C hin u. her beweglich ist. Dieses Gleitstück ist durchbohrt u. auf den Zapfen der Kurbel K gestellt. Eine gleichförmige Drehung von A' bewirkt eine ungleichförmige Drehung von A.

Fig. 5. Ebenfalls ein Mechanismus zu Uebertragung auf einer Axe die mit der ersten nicht in einer geraden Linie liegt, aber mit ihr || ist.

A u. A' die beiden Axen.

B Doppelkurbel mit zwei auf den Zapfen drehbaren Röllchen, die in dem Kreuzarm C laufen, das mit A' fest verbunden ist.

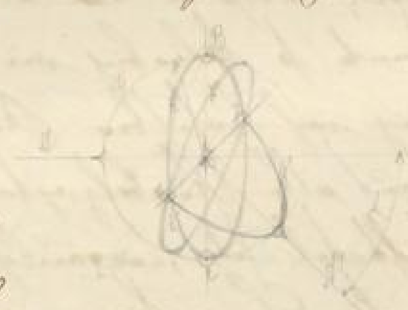
Bei 2 Umdrehungen von A macht A' nur 1 Umdrehung.

Dieser Mechanismus kann, wenn er weiter verfolgt wird noch gute Dienste leisten, da er als Kraftmechanismus gebraucht werden kann z. B. bei Schiffsmaschinen.

Fig. 6. Stellt einen Mechanismus dar, durch welchen man eine beliebige Anzahl Axen, welche nicht in einer geraden Linie liegen, von einer Axe aus in gleichförmige Umdrehung setzen kann. Hier sind beispielsweise 4 Axen angenommen.

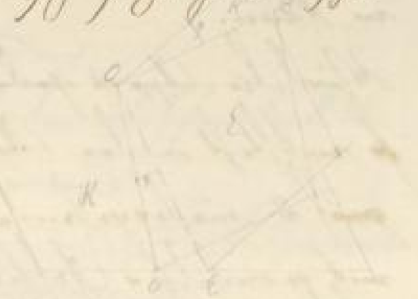
$a^1\ a^2\ a^3\ a^4$ 4 im Quadrat Axen, $k^1\ k^2\ k^3\ k^4$ die zugehörigen Kurbeln.
$s^1 s^2$ ein starrer Winkelhebel von gleich großen Schenkeln,
s^3 u. s^4 Stäbchen auf die Kurbelzapfen gesteckt.
Bei der Bewegung durch den ersten Quadranten wird durch s^1 die Kurbel k^1 mitgenommen, weil aber s^2 mit s^1 fest verbunden ist, so wird durch s^2 k^3 mitgenommen, u. durch das Stäbchen s^4 wird k^3 mitgenommen, während s^3 im 1ten Quadranten außer Thätigkeit ist. Im 2ten Quadranten wird durch s^2 die Kurbel k^3 mitgenommen u. weil s^1 mit s^2 fest verbunden ist wird k^1 durch s^1 mitgenommen u. vermittelst s^4 wird k^4 mitgenommen, u. so in den übrigen Quadranten.
Man könnte so beliebig viele Axen von einer Axe aus gleichförmig nach derselben Richtung hin treiben, wenn man nur auf alle Kurbelzapfen eine entsprechend durchlöcherte Blechtafel setzt, vorausgesetzt daß die Axen nicht in einer geraden Linie liegen.
Der allgemeinen Anwendung dieses Apparates steht die schwierige Ausführung in constructiver Hinsicht entgegen.
Zu den Mechanismen, durch welche bei einer gleichförmigen Bewegung einer Axe eine ungleichförmige in einer 2ten entsteht gehört auch folg. Fig. 2.
A u. A^1 2 Axen, B eine zu A excentrische Scheibe fest am Gestell

b ein Zahnrad fest auf a
b' ein Zahnrad beweglich auf b
c ein auf b' befestigter Zapfen
welcher im Querstück d steckt,
welches letztere sich in der schleifen-
artigen Kurbel f hin u. her bewegt.
Die gleichförmige Drehung von a
entsteht eine periodisch veränderliche Bewegung in a', u.
zwar geht a' rascher wenn der Zapfen c unten als wenn er
oben ist.
Das Universalgelenk, od. der Hook'sche Schlüssel, ist eben-
falls ein Mechanismus um eine drehende Bewegung
einer Axe auf eine 2te zu übertragen. Fig 8.



A u. A' 2 Axen. G u. G' 2 Gabeln
BCDE ein Kreuz das durch die
Gabeln gestellt ist.
Wenn A gleichförmig gedreht
wird so dreht sich A' ungleich-
förmig.
Es ist ein Kreis der senkrecht steht auf A u. welcher entsteht,
wenn sich BE um A drehen; es ist ein Kreis durch ⊥ A', der
entsteht, wenn sich C u. D um A' drehen.
Wenn sich bei der Drehung von A, B nach B' bewegt,
so kommt C in derselben Zeit nach C', die ∠ BOB' u. ∠
COC' sind aber nicht gleich, wie bewiesen werden kann.

da aber BO als fest verbunden mit CO auch diesem stets senkrecht bleibt, so kann man den Ort des Punktes C immer angeben, wenn B' bekannt ist, indem man nur $\angle B'OC' = 90^\circ$ zu machen hat. Hieraus ergibt sich folg. praktisches Verfahren den $\overset{COC'}{\angle}$ zu bestimmen:



die Ebenen K u. K' stellen die Ebenen der beiden Kreise dar u. stellen auch den $\angle$ den die beiden Axen A u. A' mit einander bilden. Nimmt man nun eine rechtwinklige Ebene E u. dreht dieselbe so um O daß die Linie OB stets in K bleibt u. die Linie OC stets in K', so gibt, wenn z. B. man den $\angle\varphi$ dreht, die Lage von OC gegen OE den verlangten $\angle\varphi$.

Die Ungleichförmigkeit der Bewegung von A' ergibt sich in den verschiedenen Quadranten folgender: I Quadrant. die erste Axe bleibt gegen die 2te zurück u. holt sie nach 90° wieder ein. II Quadrant. die erste Axe eilt der 2ten voran u. wird von ihr bei 180° erreicht. u.s.f.

Dieser Hooke'sche Schlüssel läßt sich mit Vortheil als Wellenkupplung sehr oft anwenden, wenn die Bewegung der 2ten Axe nicht absolut gleichförmig sein muß. Durch eine continuirlich drehende Bewegung eine hin u. hergehende hervorzubringen.

Sinusversusbewegung. Fig. 1.

a eine Axe, b eine Kurbel auf deren Zapfen c ein Stück [illegible] befestigt ist.

welches letztere in einer Schleife g hin u. her beweglich ist.
Diese Schleife ist nach oben u. unten mit einer Stange ver-
sehen, welche bei h u. f geführt sich geradlinig auf u. abbewegen
kann.

Wird die Axe a gedreht gleichförmig,
so entsteht in der Stange g eine
auf u. niedergehende Bewegung
mit periodischer Geschwindigkeit.
Sei nun $ac = r$ der Rad. der Kurbel.
$OC = x$ der Weg den die Stange g zu-
rücklegt, wenn die Kurbel vertikal steht u. dann um einen $\angle \varphi$ (cab)
gedreht worden ist.
w die Winkelgeschwindigkeit der Axe a
v die Geschwindigkeit der Stange nachdem sie einen Weg
x zurückgelegt hat, so ist:

$$OC = x = r(1 - \cos\varphi)$$

od. $x = r \sin \mathrm{vers}\, \varphi$

u. $v = r\, w \sin\varphi$

Der Weg den die Stange g beschreibt ist also die Projektion
des Weges des Kurbelzapfens, d. die Stange bewegt
sich nach dem Gesetz des sin versus, welches das einfachste
Schwingungsgesetz der Natur ist.
Dieser Mechanismus ist mit Vortheil anzuwenden, wenn
das Gesetz nach welchem sich eine hin u. hergehende Stange zu
bewegen hat dem sin vers nicht widerspricht, u. wenn die zu

übertragende Kraft nicht groß ist, da im letzten Falle einen sehr großen Reibungswiderstand verursacht, indem das Gleitstück in der Schleife hin u. her geht u. einen großen Weg zurücklegt; ebenso verursacht auch die Stange in den Führungen u. der Kurbelzapfen Reibung.

Dieser Mechanismus zeichnet sich durch die Gleichförmigkeit seiner Bewegung u. durch wenig Raum aus.

In geometr. Beziehung ist die Größe des Kurbelzapfens einerlei, es ist immer: $x = r(1 - \cos\varphi)$

Wenn der Kurbelzapfen sehr groß wird so erh. m. eine excentrische Scheibe, welche ihrer Wirkung nach also identisch mit der einer Kurbel ist, allein sehr verursacht viel mehr Reibung als jene, u. kann deßh. für größeren Kraftübertragung nicht gebraucht werden. Hingegen mit sehr viel Vortheil, wenn von der Mitte einer Axe aus eine kleinere Maschine, z. B. eine Pumpe, od. der Schieber einer Dampfmaschine getrieben werden soll. Denn eine Kurbel läßt sich für nur am Ende mit Vortheil anwenden, da sie in der Mitte angebracht zu viel Mühe, Arbeit u. Kosten verursachen würde, vorausgesetzt, daß die zu übertragende Kraft sehr groß ist, wo man eine Kurbel nehmen muß.

Die excentrische ist daher nur als Bewegungsmechanismus zu betrachten.

Doppelexcenter. Fig. 2.
a eine Axe; E eine excentrische Scheibe
vom Mittelpunkt b aus.
E' eine 2te excentrische Scheibe vom
Mittelpunkt c aus, welcher beliebig ist.
Dieser so entstandene Mechanismus ist seiner Wirkung nach
identisch mit dem einer Kurbel vom Halbmesser ac.
Nennen wir den Winkel, den d. Halbmesser bc mit ab bildet φ
$ac = E$, $ab = e$ u. $bc = e'$, so ist:

$$E = \sqrt{e^2+e'^2-2ee'\cos(180-\varphi)}$$

$$E = \sqrt{e^2+e'^2+2ee'\cos\varphi}$$

Je nachdem wir nun verschiedene Werthe für φ nehmen, so ergibt sich ein anderes E. Bringen wir daher an E' eine Verzahnung an, welche aber natürl. nur die Länge des Bogens von 180° zu entsprechen hat, welche die in ein kleines Getriebe eingreift, so kann m. durch drehen dieses Getriebes die Scheibe E' um verschiedene $\angle \varphi$ drehen, u. wir haben also dann eine excentrische Scheibe mit veränderlicher Excentricität.

Es wird z. B. für $\varphi = 0$, $E = \sqrt{e^2+e'^2+2ee'} = e+e'$

u. für $\varphi = \pi$, $E = \sqrt{e^2+e'^2-2ee'} = e-e'$

Dieses Doppelexcenter kann gebraucht werden, wenn der Hin u. Hergang einer Stange öfters einmal groß, zu einer andern Zeit kleiner sein soll.

Kurbel u. Schubstange.

Das Gesetz nach dem der geradlinige Hin u. Hergang erfolgt ist annähernd ein Sinusvers, u. die Annäherung wächst sich, je länger die Schubstange wird immer mehr u. mehr dem sin versus, u. wird, wenn die Schubstange unendl. lang ist ein reiner sin versus.

Ist nun AB der Kurbelhalbmesser, BC die Schubstangenlänge, so zeigt es sich was für eine Bewegung der Punkt C macht. Nennen wir $AB = r$, $BC = l$, $\sphericalangle BAB^0 = \sphericalangle\varphi$ u. $\sphericalangle BCB^0 = \sphericalangle\theta$, so ist, wenn

$$B^0C^0 = BC = l \text{ u. } CC^0 = x:$$

$$BD = r\sin\varphi = l\sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{r}{l}\sin\varphi$$

$$\cos\theta = \sqrt{1-\left(\frac{r}{l}\right)^2\sin^2\varphi}$$

$$AD = r\cos\varphi \text{ u. } CD = l\cos\theta$$

$$AD + CD = AC = r\cos\varphi + l\cos\theta$$

$$AC = r\cos\varphi + l\sqrt{1-\left(\frac{r}{l}\right)^2\sin^2\varphi}$$

$$AC^0 = r + l$$

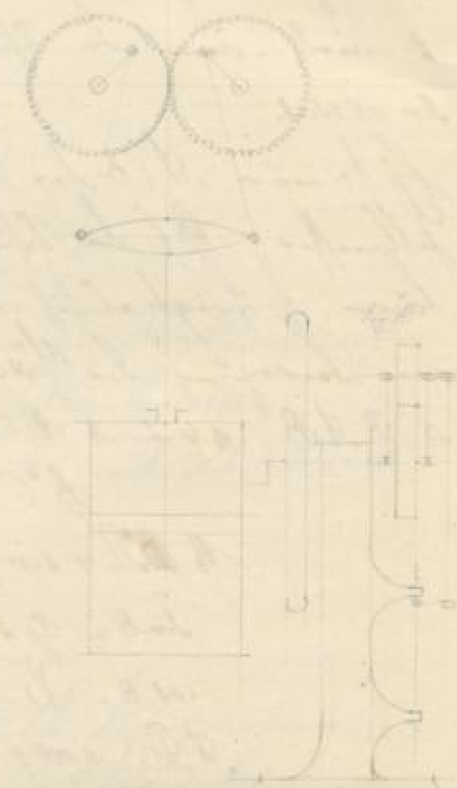
$$x = CC^0 = AC^0 - AC = r + l - r\cos\varphi - l\sqrt{1-\left(\frac{r}{l}\right)^2\sin^2\varphi}$$

$$x = r(1-\cos\varphi) + l\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{r}{l}\right)^2\sin^2\varphi}\right)$$

die Bewegung wäre also eine reine sin vers. Bewegung, wenn das 2te Glied wegfiele, es ist aber $= 0$, wenn $l = \infty$. Dieses Mechanismus ist einer der wichtigsten Kraftmechanism. wo im ganzen Maschinenwesen, indem er sich durch seine stetige u. gleichförmige Bewegung auszeichnet. Gewöhnl. macht m. die Schubstangenlänge = der 5fachen Kurbellänge.

Fig. 3 zeigt einen Mechanismus zur Verwandlung einer drehenden Bewegung in eine geradlinig hin u. her gehende.

Planetenrad von Watt. Fig. 4.
a Axe, b Schwungrad,
c Getriebe fest verbunden mit a
e u. e' 2 Schienen drehbar auf a
seine Axe durch diese Schienen.
g Getriebe fest mit f
h Schubstange fest mit f
k eine Stange durch h auf u.
nieder bewegt, welche in den Füh-
rungen i u. i auf u. niedergeht.
a, b u. c machen 2 Umdreh-
ungen, wenn k einmal auf u.
niedergeht.

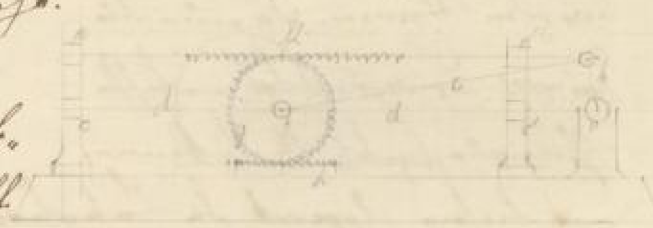


Die beiden letzt betrachteten Maschinen haben keinen prakt-
ischen Werth u. werden das folg. nämlich das
Hypocycloidenrad. Fig 5
a eine Axe, b eine damit ver-
bundene Kurbel.
c ein verzahntes Rad, dessen Halb-
messer = dem doppelten Kurbelhalbm.
f ein Rad, frei drehbar auf dem
Kurbelzapfen c u. dessen Halbmesser
gleich dem Kurbelhalbmesser ist.

g ein mit f verbundener Zapfen, dessen Mittel mit der
Peripherie von f zusammenfällt

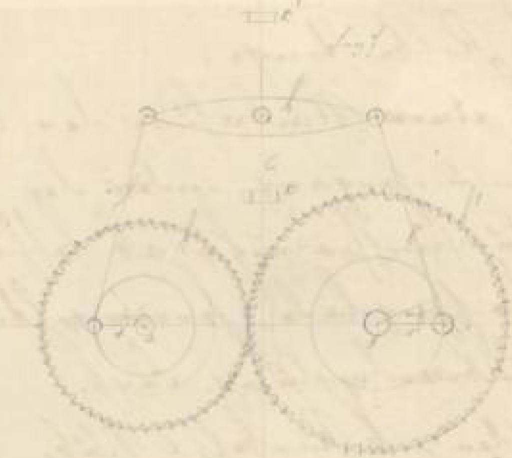
h Kolbenstange.
Bei einer Umdrehung der Axe a [illegible] macht k einen Hin u. Hergang, indem der Punkt g den vertikalen Durchmesser auf u. ab beschreibt, was aus der Eigenschaft der Kreislinie hervorgeht.

Schubverdopplung. Fig. 6.



a Axe, b Kurbel, c Schubstange, d eine Stange, welche bei f an der Schubstange ge-festigt wird u. in den Führungen e u. e' sich hin u. her be-~~wegen~~ wegen kann. h Verzahnung deren Länge gleich dem Durchmesser von g ist. g ein auf f gestelltes Rad. k verzahnte Stange, die in g eingreift u. bei e u. e' geradlinig geführt wird. Länge der Verzahnung gleich d. doppelten Durchmesser von g.

Bei einer Umdrehung von a macht die Stange k einen Hin u. Hergang, welcher aber doppelt so groß ist als der Hin u. Hergang von f, indem die Geschwindigkeit des Rades g gleich ist der doppelten Geschwindigkeit von f. Dieser Apparat kann als Kraftmechanismus nicht gebraucht werden, wohl aber als Bewegungsmechanismus u. zeichnet sich durch den wenigen Raum den er einnimmt aus, indem, wenn man mit einer einfachen Kurbel den Schub verdoppeln will, man den Kurbelhalbmesser verdoppeln muß, was sehr ausgedehnt wird. Er wird daher bei Buchdruckerpressen angewendet.

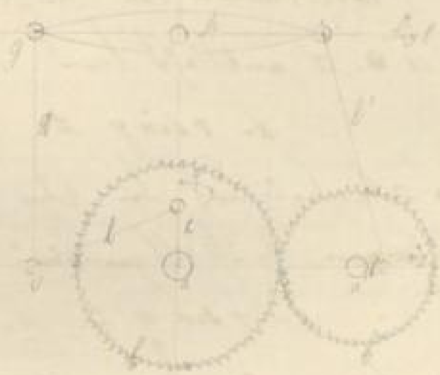


Interferenzbewegung. Fig. 5.
Es ist dies ein Mechanismus bei welchem zwei Sinusbewegungen summirt od. abgezogen werden können. Da nun die sin. vers. Bewegung das einfachste Schwingungsgesetz ist, so kann man mit diesem Apparat die Interferenz der Wellen veranschaulichen.
a u. a' d. Axen, r u. r' deren Kurbellängen, welchen sich die Schubstangen l u. l' befinden, welche mit ihrem andern Ende außen am Balancier b befestigt sind. Der Balancier b ist in der Mitte an Axe, welche am Gestell befestigt, u. um welche er Schwingungen machen kann. c eine Stange in der Mitte des Balanciers befestigt, welche in den Führungen c u. c' sich hin u. her bewegen kann. f u. f' Zahnräder, fest auf a u. a'.
Bei der Drehung der Axe a machen die Endpunkte des Balanc. (annähernd) sin vers Bewegungen, u. vermöge der Drehung der Axe a wird dadurch die Stange c um $\frac{1}{2} r \sin \varphi$ gehoben. u. wenn das Übersetzungsverhältniß der beiden Räder m ist u. der Halbmesser der Kurbel an a' ist r', so ist Hebung der Hebung der Stange c durch Drehen von $a' = \frac{1}{2} r' \sin m\varphi$.
folg. die totale Hebungshöhe von c =

$$x = \frac{1}{2} (r \sin \varphi + r' \sin m\varphi)$$

Jenachdem m. eine verschiedene Werthe annimmt, so verschiedenartige die Bewegung der Stange die sogenannten Schwingungen, welche entstehen wenn 2 verschiedene Schwingungen von demselben Punkt aus zu derselben Zeit aus erregt werden. Dieser Mechanismus hat wenig praktischen Werth u. wurde bis jetzt erst einmal u. zwar bei den hydraulischen Pressen angewendet.

Polarisationsapparat Fig 8.



a u. a' 2 Axen, auf welchen die beiden Räder b u. b' befestigt sind.

c u. c' 2 Kurbeln an den Axen, an welchen die Schubstangen d u. d' befestigt sind.

f Balancier, g Pendel das um den Balancierzapfen g schwingt u. dessen anderes Ende bei o mit d zusammengehängt ist.

Bei der Drehung der Axe a wird der Punkt o eine bestimmte Curve beschreiben, welche je nachdem m. verschiedenen Räder b u. b' jedesmal eine andere Gestalt haben wird. Um diese Curve allgemein zu bestimmen, zerlegen wir die Bewegung. Wir halten nämlich a fest u. drehen a', so wird o eine horizontale sin vers. Bewegung machen, (angenommen daß d, sowie d' unendlich lang seien) welche also einem horizontal polarisirten Lichtstrahl entspricht. Drehen wir aber a' u. halten a fest, so macht o eine verticale sin vers. Bewegung, welche also einem vertikal polarisirten Strahl entspricht. Bei einer Drehung beider Axen zugleich (indem man nur die Schwungräder in einander eingreifen läßt, a dreht) wird o also nach einer Curve schwingen.

deren Gl. wir nun allgemein aufstellen wollen.
Wenn a um einen Winkel φ gedreht wird, so dreht sich a' um einen Winkel mφ im selben Sinne & vermöge der Drehung von a einen horizontalen Weg $x = r\sin\varphi$ zurücklegen, u. vermöge der Drehung um a' einen verticalen Weg $y = r'\sin m\varphi$ die Coordinaten der Curve, welche durch gleichzeitiges Drehen von a u. a' entsteht sind demnach:

$$x = r\sin\varphi \text{ u. } y = r'\sin m\varphi.$$

War überdies noch die Axe a' vor der Drehung um einen ∠ α voran, so ist allgemein:

$$x = r\sin\varphi \text{ u. } y = r'\sin(\alpha + m\varphi)$$

Nimmt m. nun für m u. α verschiedene Werthe an, berechnet aus diesen letzten Gleichungen für verschieden angenommene φ, so erhält m. eine große Anzahl der von den einfachsten bis zu den verwickeltsten Curven, wovon einige folg. sind.

Herzbewegungen.

Es sind dies Mechanismen durch welche bewirkt wird, daß bei gleichförmiger Drehung einer Axe eine Stange od. ein Schlitten gleich nach einem bestimmten Gesetz sich auf u. nieder bewegt.
Dies wird dadurch bewirkt, daß m. eine Scheibe, deren äußere Begrenzung nach einer bestimmten Curve gekrümmt ist auf eine Axe befestigt, u. über der Scheibe eine Stange, welche unten mit einem Röllchen versehen ist, u. welche sich in einer Geradführung hin u. herbewegen kann, anbringt. Wir müssen also nun das Gesetz die Curve construiren, wenn das Gesetz, nach welchem sich

sich der Stab hin u. her bewegen soll gegeben ist.
Allgemein ist: $x = f(\varphi)$
wenn φ den Drehungswinkel
der Axe bezeichnet u.
x den Weg, den der Stab die Stange
zurücklegt.

Wir müssen aber bei der Construction
der Curve immer einen unendl. dünnen Stift annehmen, und
denselben als Mittelpunkt einer Rollscheibe betrachten u. diejenige
Aequidistante zeichnen, welche dem Rollenhalbmesser entspricht.
Diesem Gesetz wird entsprochen, wenn

$$bm = f(\varphi)$$

denn alsdann kommt bei einer Drehung um φ m in die Central-
linie u. der Stift des Stabes u. die Scheibe berühren sich immer noch.
Einige Beispiele sollen dies erläutern.

1) Durch gleichförmige Drehung
einer Axe, soll eine Stange
gleichförmig auf u. niedergehen,
u. zwar soll sich bei einer halben
Umdrehung von a die Stange
um $a b$ heben u. bei der darauf
folgenden halben Umdrehung sich

ebensoviel senken. Wir haben also die Begrenzungscurve der
Scheibe zu bestimmen, was durch die Construction, wie sie Fig. 1
zeigt leicht ersichtlich ist.

2) Fig. 2 stellt den Fall dar (nebst Construction), wenn sowohl die Erhebung als auch die Senkung gleichförmig ist; allein der Stab soll sich erheben während sich die Axe um 3·45° dreht u. er soll sich senken, wenn sich die Axe um die übrigen 3·45° dreht. ab. Erhebungshöhe.

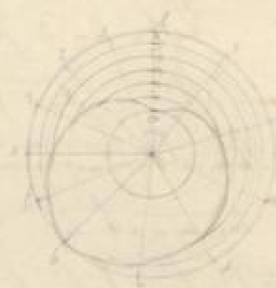


Fig. 3 (nebst Construction) stellt den Fall dar, wenn sich die Stange nach dem Sinusversus bewegen soll. ab. Erhebungshöhe.

Wenn das Erhebungsgesetz bei einer halben Umdrehung der Welle gerade so dasselbe ist als das bei der Senkung der andern Hälfte, so ist die Summe zweier diametral gegenüberstehender Radiusvectoren überall gleich groß u. man kann deshalb in diesem Falle 2 Röllchen annehmen, wie es bei Fig. 2 u. 3 der Fall ist.

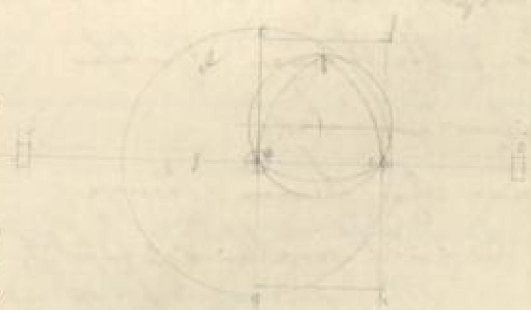
Fig. 4 (nebst Construction) ist ein Mechanismus, bei welchem sich die Stange nach folg. Gesetz bewegen soll:

Drehung d. Axe	der Stange.
von 0 — 60	Stillstand
" 60 — 90	Erhebung um a
" 90 — 150	Stillstand
" 150 — 180	Erhebung um b u. zwar in der Richtung.

In geometrischer Hinsicht hätte man die Größe des Grundkreises ganz beliebig, allein was die Praxis betrifft, so dürfen dabei natürl. keine extravaganten Krümmungen vorkommen, damit die Bewegung stetig ist. Damit dies der Fall ist, muß der Halbmesser des Grundkreises im Verhältniß zur Hebungshöhe groß sein, damit sich die Scheibe immer mehr einem Kreise nähert. Ferner darf der Krümmungshalbmesser der Curve nicht größer sein als der Rollenhalbmesser, indem sonst bei der Construction der Aequidistante Schwierigkeiten eintreten.

Die Herzbewegungen leisten allgemein als Bewegungsmechanismen vortreffliche Dienste, allein als Kraftmechanismen sind sie nicht zu gebrauchen.

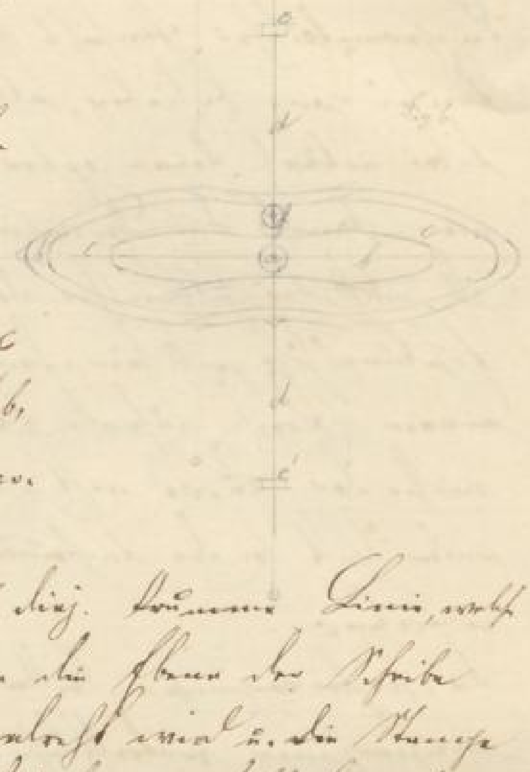
Ein specieller Fall der Herzbewegung ist das sog. Bogendreieck Fig. 5.



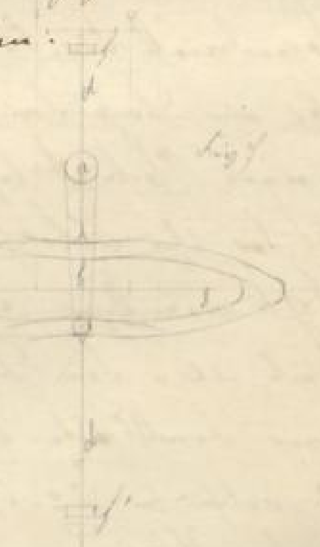
abc ein Bogendreieck das sich an einer Scheibe A befindet, welche auf der Axe a befestigt. c
cfgh viereckiger Rahmen dessen Breite ac = dem Bogenhalbmesser einer Dreiecksseite. 1 eine Stange an dem Rahmen befestigt, 2. welche bei i u. i' geradlinig geführt wird. Steht die Bewegung in der Stellung wie sie Fig 5 zeigt, und so ist sie folg.

Bewegung des Dreiecks		Bewegung des Rahmens
von 0° — 60°	—	Stillstand.
von 60° — 120°	—	Bewegung aufwärts veränderlich bis ac
von 120° — 180°	—	Bewegung nach abwärts veränderlich bis c u. fg.

Fig. 6 einen anderen Mechanismus
zur Verwandlung der gleichförmigen
Drehung in eine gleichförmig hin u. her
gehende.



a eine Axe,
b eine Scheibe mit einer Rinne c
d ein bei e u. e' zwangläufig geführter Stab,
der unten mit einem Röllchen f ver-
sehen ist.
die Axenlinie der Rinnenform ist diej. krumme Linie, welche
entsteht, das Rollenmittel gegen die Ebene der Scheibe
beschreibt, wenn b gleichförmig gedreht wird u. die Stange
nach dem Gesetz, nach welchem sie sich bewegen soll, bewegt wird.
Man kann also mit diesem Mechanismus auch jedes andere
Bewegungsgesetz der Stange hervorbringen.
Fig. 7 stellt einen ähnlichen
Mechanismus dar.



a eine Axe, d eine Stange,
die bei f u. f' zwangläufig geführt ist,
b eine Kurbel an a. die Stange
ist mit der Schleife d verbunden.
die Axenlinie der Schleife ist
diejenige krumme Linie, welche der
der Mittelp. des Kurbelzapfens gegen die Ebene der Schleife
beschreibt, wenn sich die Axe gleichförmig dreht u. gleichzeitig die
Axenschleife nach dem verlangten Gesetz bewegt wird.

Geradführungen.

Bei der Umwandlung der drehenden Bewegung in geradlinig hin u. hergehende, müssen Vorrichtungen angebracht werden, welche den betreffenden Punkt od. die Stange gerade führen, sie werden allgemein Geradführungen genannt. Die allgemeinste u. einfachste ist, daß m. den betr. Punkt an einem sog. Kreuzkopf anbringt u. diesen zwischen 2 Schlittschienen hin u. hergehen läßt, wie dies bei den Dampfmaschinen, Gebläsmaschinen u. s. w. geschieht. Eine andere Geradführung ist der:

Balancier u. Gegenlenker.

Dieser Mechanismus, welcher durch Vermittlung eines Balanciers eine drehende Bewegung in eine geradlinig hin u. hergehende verwandelt ist jetzt fast allgemein verlassen u. wird nur noch, wie bei dem früher schon besprochenen Watt'schen Parallelogramm, das seit Watt in einzelnen Fällen angewandt wird, gebraucht. Der Grund davon ist der, daß wenn der Balancier enormig groß werden muß, so ist dessen Anfertigung, Aufstellung mit den zugehörigen Gegenlenkern u. s. w. sehr schwierig u. kostspielig. Dieser Mechanismus soll deshalb nur wegen seiner kinematischen Combination, u. weil auch ihm das Prinzip zu dem bekannten Watt'schen Parallelogramm ist, das auch bei den Woolf'schen Maschinen angewandt wird, in der Folge betrachtet werden.

Da, wenn m. an den Endpunkt eines Balanciers eine Kolbenstange nur anbringt, dieselbe natürlich nicht gerade auf u. niedergehen kann, so muß ein Mechanismus angebracht werden, welcher die Geradführung bewirkt; dies geschieht durch den Gegenlenker u. das (Zwischenstück) Verbindungsstück.

Die richtigen geometr. Verhältnisse dieses Mechanismus lassen sich zuweilen durch Zeichnung, manchmal auch durch Rechnung am besten bestimmen. Wenn alle Bestimmungselemente mit Ausnahme der Länge des Gegenlenkers, sowie dessen Aufhängepunkt gegeben sind, so wendet man am besten das konstruktive Verfahren an. Wenn aber der Drehungspunkt u. die Länge des Balanciers, sowie der Aufhängepunkt des Gegenlenkers gegeben sind u. die übrigen Bestimmungselemente gefunden werden sollen, so schlägt man am besten den Weg der Rechnung ein.

Um diesen Mechanismus zu konstruieren zeichnen wir zuerst den Balancier in seiner höchsten, tiefsten u. mittleren Position Ca' Ca u. Ca''. Ziehe sodann a'a'' u. halbiere a c, ~~dann~~ so daß ae = me. Die Linie xy die durch m geht u. ⊥ ac ist die Richtung der Kolbenstange, welche bei Dampfmaschinen senkrecht ist. Ziehe ferner a'b'c', abc u. a''b''c'' die höchste, tiefste u. mittlere Position des Verbindungsstücks, setze b', b u. b'' der Aufhängepunkt der Kolbenstange an dem Verbindungsstück. Der Drehungspunkt des Gegenlenkers ist nun der Mittelp. desjenigen Kreises, der durch die 3 Punkte c' g u. c'' geht u. die Länge derselben ($cc' = ac = ac''$) ist gleich dem Rad. dieses Kreises.

Die Linie, die der Punkt b beschreibt ist nun aber nicht genau eine gerade Linie, sondern eine krumme Linie der 4ten Ordnung, welche in der höchsten, mittleren u. tiefsten Position derselben die verticale Linie xy durchschneidet. Das Stück der krummen Linie aber welches in Anwendung kommt weicht kaum von einer geraden ab u. der dadurch entstehende Fehler kann bei gewissen Abmessungen sehr klein gemacht werden, man braucht nur die Hublänge des Kolbens u. die Dimensionen des Verbindungsstückes sehr klein gegen die Balancierlänge zu machen. In der Regel ist die Balancierlänge gleich dem 5–6 fachen Kurbelhalbmesser.

Durch Rechnung findet m. folgendes, wenn wir die ~~Bezeichnung~~ Bezeichnung in nebenstehender Fig. beibehalten.

$$v^2 = y(2\rho - y) \quad ; \quad \rho = \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{y} + y\right) \quad (1)$$

$$y = a\cos\alpha + (b+c)\sin\varphi - (a - (b+c)\sin\varphi)$$

$$y = 2(b+c)\sin\varphi + a(\cos\alpha - 1) \quad (2)$$

$$v = a\sin\alpha - (b+c)\cos\varphi + b(b+c)\cos\varphi = a\sin\alpha \quad (3)$$

$$me = \frac{1}{2}a(1-\cos\alpha) = b\sin\varphi \quad (4)$$

woraus $\sin\varphi = \frac{1}{2}ab(1-\cos\alpha)$

eliminirt man jetzt vermittelst (4) den Werth von φ, so ist:

$$y = 2(b+c)\frac{1}{2}ab(1-\cos\alpha) + a(\cos\alpha - 1)$$

$$y = \left((b+c)\frac{a}{b} - a\right)(1-\cos\alpha) = a\left(\frac{b+c}{b} - 1\right)(1-\cos\alpha)$$

$$\left.\begin{aligned} y &= a\frac{c}{b}(1-\cos\alpha) \\ v &= a\sin\alpha \end{aligned}\right\}$$

diese beiden letzten Werthe in (1) eingesetzt kommt:

$$\rho = \frac{1}{2}\left(a\frac{b}{c}\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha} + a\frac{c}{b}(1-\cos\alpha)\right) \quad \left(\text{[illegible]} \frac{a^2\sin\alpha}{a\frac{c}{b}(1-\cos\alpha)} = a\frac{b}{c}\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha}\right)$$

$$\frac{b}{c} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin^2\alpha}\left(\frac{r}{a} + \sqrt{\left(\frac{r}{a}\right)^2 - \sin^2\alpha}\right)$$

Man kann sich hier eine Annäherung erlauben, vorausgesetzt daß α klein ist, wird $\sin\alpha = \alpha$ u. $\cos\alpha = (1 - \frac{1}{2}\alpha^2)$ u. demnach ist:
$1 - \cos\alpha = 1 - 1 + \frac{1}{2}\alpha^2 = \frac{1}{2}\alpha^2$ führt man dieß in die Gl. ein, so ist:

$$\rho = \frac{1}{2}\left(a\frac{b}{c}\frac{\alpha^2}{\frac{1}{2}\alpha^2} + a\frac{c}{b}\cdot\frac{1}{2}\alpha^2\right)$$

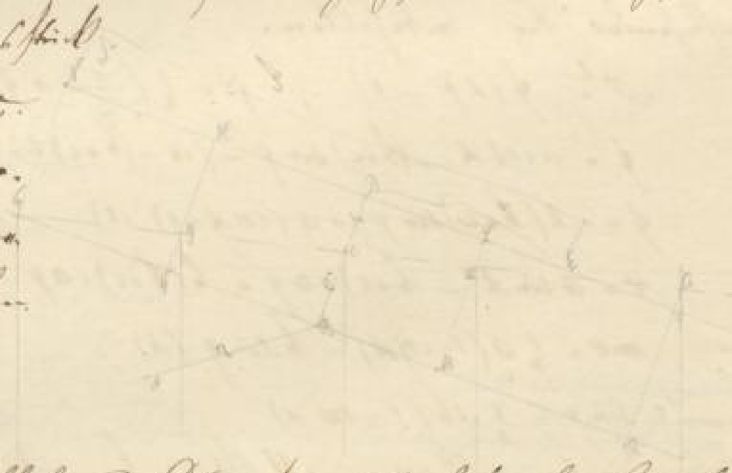
$$\rho = a\frac{b}{c} + \frac{1}{4}a\cdot\frac{c}{b}\alpha^2$$

das letzte Glied vernachlässigt gibt uns

$$\rho = a\frac{b}{c} \quad \text{od.} \quad \frac{\rho}{a} = \frac{b}{c}$$

Das Watt'sche Parallelogramm.

Dieß interessante u. wichtige Mechanismus kann man aus dem vorhergehenden herleiten.
Es sei DE ein Balancier in seiner höchsten Stellung;
DB das Verbindungsstück
u. AB der Gegenlenker,
so wird [illegible] C [illegible]
Die Kolbenstange [illegible] gerade auf u. nieder gehen.
Man verlängere nun DE, ziehe EC F.



durch B eine Parallele zu DE, so wird diese die Gerade EC in F schneiden, der Punkt F wird gleich ebenfalls gerade auf u. nieder gehen. Denn da $\Delta EDC \sim \Delta EFN$, so werden F u. C gerade ähnl. Linie beschreiben, also F ebenfalls wie C eine gerade. [illegible] bringt man nun bei F ein Verbindungsstück NF an,

wenn man die Verbindungsstücke HF u. LM, HG u. NF anbringt.
Ebenso bewegen sich auch G u. K in einer geraden Linie.
Verlängert man DE, EC u. BM über den Drehungspunkt hinaus, so wird auch der Punkt Q eine gerade Linie beschreiben,
wenn man ihn mit einem Verbindungsstück QP versieht
er, da ja auch hier $\Delta ECD \sim \Delta EQP$. Also allgemein werden alle Stangen die auf der Linie FCEQ liegen eingehängt sind gerade geführt. Es zeigt die Möglichkeit vermittelst eine beliebige Anzahl Kolbenstangen mit verschiedenen Ablängen u. verschiedener Geschwindigkeit auf u. geradlinig zu bewegen. Für einen solchen Fall ist dieser Mechanismus der einfachste u. vortheilhafteste der bis jetzt existirt, wie z. B. bei der Woolf'schen Dampfmaschine angewendet wird, wo 5 Kolbenstangen durch dies geradlinig auf u. niederbewegt werden, mit verschiedenen Geschwindigkeiten u. verschiedenen Ablängen.

Es sei $ED = a$; $DC = b$, $CB = c$, $AB = r$; $NE = A$. Wie müssen nun b, c u. r beschaffen sein, damit F, G, K u. s. w. geradegeführt werden, wir wollen dies durch Rechnung bestimmen. Es ist:

$$\Delta ECD \sim \Delta EFN$$

folg. $a : b = A : b+c$

$$a(b+c) = Ab.$$

$$a\left(1+\frac{c}{b}\right) = A$$

$$\frac{c}{b} = \frac{A}{a} - 1 = \frac{A-a}{a}$$

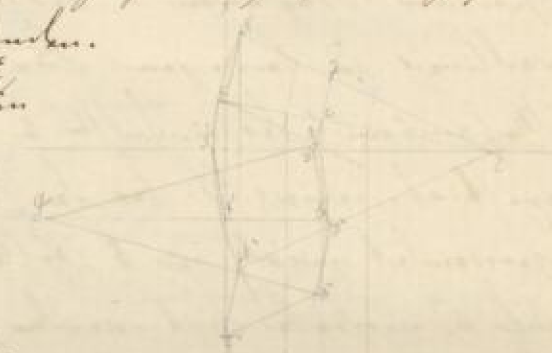
dies in die früher gefundene Gl. von r eingesetzt kommt.

$$r = \frac{1}{2}\left(\frac{a\,a}{A-a}\,\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha} + (A-a)(1-\cos\alpha)\right)$$

In diesen Formeln (c a. b, c a r) kommt nur das Verhältniß von $\frac{b}{c}$ vor, allein ist in praktischer Hinsicht gut es immer so groß als es die Construction erlaubt zu machen, denn wenn b+c groß ist, so nähert sich der Weg der früher genannten krummen Linie, welche in Anwendung kommt, mehr einer geraden Linie.

Construction für das Watt'sche Parallelogramm.

Wenn z. B. das Parallelogramm gegeben ist, den Gegenlenker durch Construction zu finden.



Man zeichne den Balancier NDE in seiner höchsten, mittleren u. tiefsten Stellung, u. ebenso das Parallelogramm BFND, welches Punkt F gerade geführt werden soll. Wir suchen dann den Mittelpunkt A desjenigen Kreises, der durch die 3 Punkte B B' B'' geht, so ist dies der Aufhängepunkt des Gegenlenkers AB, dessen ~~Länge~~ gleich dem Rad. des obigen Kreises ist, u. der Punkt F wird gerade geführt. Zieht man nun auch FE, so wird der Punkt C u. alle übrigen Punkte die auf FE liegen gerade geführt, wenn man sie mit Verbindungsstücken (statt BF) die zu NF ‖ sind versieht u. ebenso die Seite FB des Parallelogramms verlängert.

Construction des Parallelogramms für Schiffsmaschinen.

Fig. 8, (nebenstehende Seite) stellt dieselbe dar.

AE AE' AE'' Balancier in seiner höchsten, mittleren u. tiefsten Stellung.

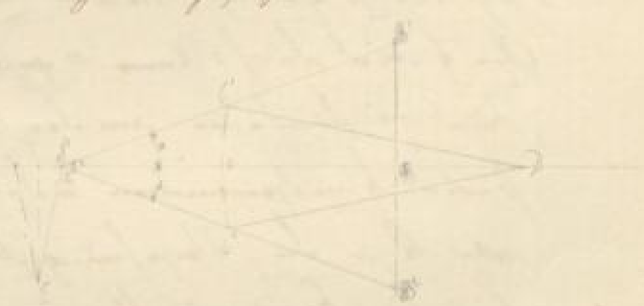
BCDE – B'C'D'E' – B''C''D''E'' das Parallelogramm in seiner höchsten, mittlern u. tiefsten Position.

G der Mittelpunkt des Kreises der durch B B' B'' geht, ist der Aufhängpunkt des Gegenlenkers GB u. der Rad. dieses Kreises ist dessen Länge, Punkt [illegible] gerade geführt. Die Formel für den Rad. des Gegenlenkers findet sich Seite 24 in der Rep.

$$r = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{\frac{c}{d}a - d}\cdot\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha} + \left(\frac{c}{d} - a\right)(1-\cos\alpha)\right)$$

wenn $\frac{c}{d} - a = 0$ wird, so wird $r = \infty$ d. h. der Punkt der 2 schon früher angeführten Lineale geradegeführt.

Balancier ohne Aufhängung



AB AB' AB'' Balancier in seiner höchsten mittlern u. tiefsten Stellung. der Punkt B soll gerade geführt werden. Bringt man nun bei C einen Gegenlenker an, der bewirkt, daß C die gegebenen Positionen C C' C'' durchläuft, u. bewirkt man ferner daß A sich von A' – A'' längs einer geraden Linie hin u. her gehen kann, so wird der Punkt B gerade geführt. D der Aufhängungspunkt u. CD die Länge des Gegenlenkers.

Dieser Mechanismus ist zwar leichter anzufertigen als das Parallelogramm, aber er ist für größere Maschinen zwar nicht anwendbar, indem das ganze Gewicht dieses Balanciers balanciert werden muß, man wendet denn wohl auch Gegengewicht an, damit auf sie wieder die Abweichung von einer geraden Linie klein ausfällt macht man den Balancier groß u. zwar ungefähr = dem 3fachen Hub.

Fig. 9

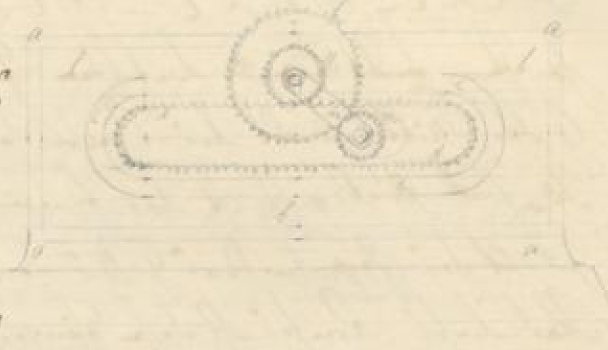


Fig. 10

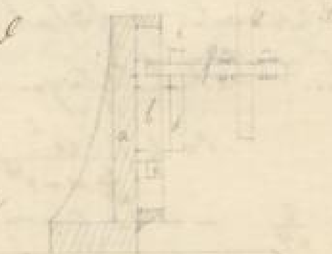


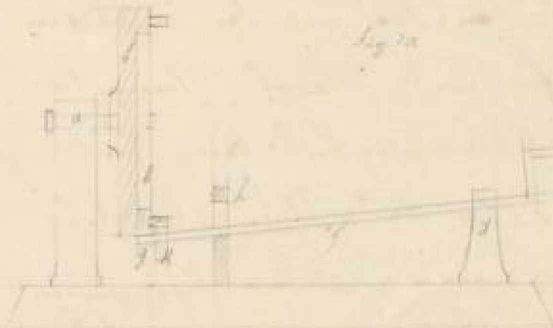
Fig. 9. Rechenbewegung
a eine Wand mit Führungsleisten. b ein Schlitten, c eine in denselben eingegrabene Furche, d Verzahnung. f eine Axe, die an ihrem Ende einen Zapfen hat, der in die Furche c greift. Auf ihr sind die beiden Rädchen k u. k befestigt. k greift in die Verzahnung d ein, u. k in ein 2tes Rädchen m, das auf einer Axe l sitzt, welche gedreht werden kann. Die Axe f wird durch 2 Arme n gehalten, welche frei um l drehbar sind. Wird m durch eine andere Axe l befindliche Kurbel gedreht, so wird k mitgenommen u. dadurch k in Drehung versetzt. Da nun k in die Verzahnung d eingreift, so muß sich der Schlitten b in den Führungsleisten geradlinig fortbewegen. Ist der Zapfen nach … f an das Ende der oberen Verzahnung gelangt, so gleitet derselbe in der Furche herab, der Schlitten steht dadurch still, bis das Rädchen k in die untere Verzahnung eingreift, wodurch der Schlitten wieder zurückbewegt wird u. s. f.
Dieser Mechanismus ist von vielfältiger Anwendung, besonders wenn die Bewegung gleichförmig u. der Weglänge groß sein soll, (z. B. bei den Hobelmaschinen u. sonst), denn in diesen Fällen ist die Kurbel, das Excentrik u. s. f. nicht anwendbar.
Macht man den statt geradlinigen Rechen kreisförmig, so gelangt man zu den Mangelrädern wie folgendes zeigt.

der Mangelwalze dienen dazu, wie schon der letzte Satz sagt, eine ununterbrochen drehende Bewegung in eine kreisförmig hin u. her gehende zu verwandeln.

Fig. 2 B. Fig. 2a. Mangelrad.

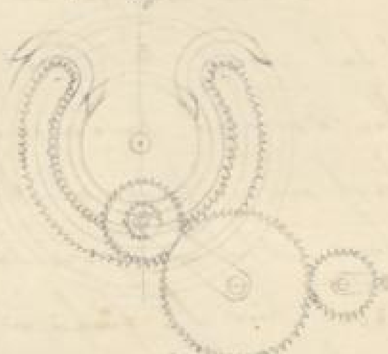
a eine Axe, darauf das Mangelrad b mit den Triebstöcken c; nicht das ganze Rad ist mit Triebstöcken versehen, sondern je nach Bedarf ein größerer od. kleiner Umfang desselben. Da wo die Triebstöcke aufhören sind die Einführungsbögen angebracht. f eine Axe in d gelagert (Schaukellager) die an ihrem Ende einen Zapfen g trägt. h. Führung für den Zapfen g. k Getriebe das in die Triebstöcke greift. Eine ununterbrochene Drehung von f bewirkt eine hin u. hergehende Drehung der Axe a.

Greift das Getriebe k innen in die Triebstöcke ein, so liegt der Zapfen g auf dem inneren Rand des Rades auf u. die Axe g liegt an der oberen Rundung der Führung h an; greift das Getriebe außen in die Triebstöcke, so liegt der Zapfen außen am Umfange des Rades an u. die Axe g liegt an der unteren Rundung der Führung h an. Also kann sich die Axe in beiden Fällen weder nach oben, noch nach unten bewegen, u. gegen die Bewegung nach rechts od. links ist sie durch die Führungsleiste h gesichert.



Wird nun gedreht, so geht das Mangelrad nach einer gewissen Richtung fort, bis die Einführung herumkommt u. die Axe zwar nach dem äußern Umfange des Rads hinaussieht.
Ein viel schöneres Mangelrad ist folg. mit zugleich ungleicher Geschwindigkeit beim Hin u. Hergang. Fig

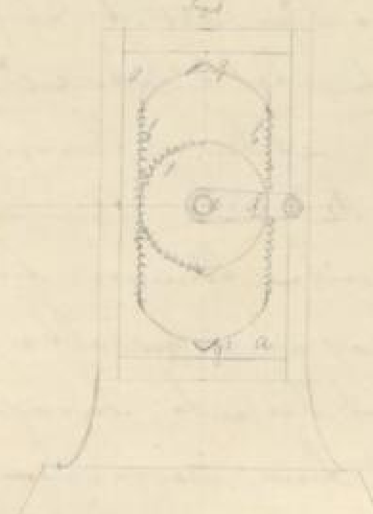
Fig 3



a Axe des Mangelrades.
b innere u. äußere Verzahnung
an demselben, die durch Kreisbog. 2
an ~~Verzahnungen~~ verbunden sind.
c Furche für die Führung der
Antriebsachse an ihrem Ende eine
Rolle trägt, das in der Furche läuft. d ein mit der Axe
c verbundenes Rädchen, das in b eingreift. g ein Getriebe
das in k eingreift, k ein Zahnrad fest auf der Axe h.
l d Arme welche die Axe festhalten u. auf h frei drehbar
sind; m ein Getriebe p eine Kurbel.
Eine ununterbrochene Drehung der Kurbel p bewirkt eine
hin u. her gehend drehende Bewegung des Mangelrades, u.
zwar ist die Geschwindigkeit, wenn d innen eingreift größer
als wenn es in die äußere Verzahnung eingreift.
Der ganze Mechanismus ist zwar ziemlich complicirt, ent-
spricht aber gut u. sehr seinem Zweck.
Rahmen u. selbsttätiges Rad. Fig. 4.
a ein Rahmen, verschiebbar in Coulissen. ~~welches~~
b b Verzahnung desselben auf beiden Seiten. c eine Axe,

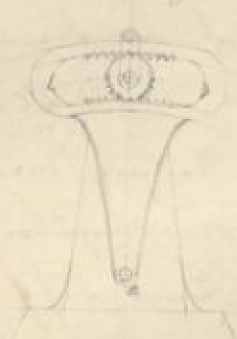
Außerdem ist das selbverzahnte Rad c befestigt, u. ebenso die Rückhalt. g g' Ansätze.
Eine drehende Bewegung von ob. wirkt, daß der Rahmen aufwärts geht, u. wenn das Rad links eingreift, u. daß er sich abwärts bewegt, wenn es rechts in die Verzahnung b des Rahmens a eingreift.

Fig. 8



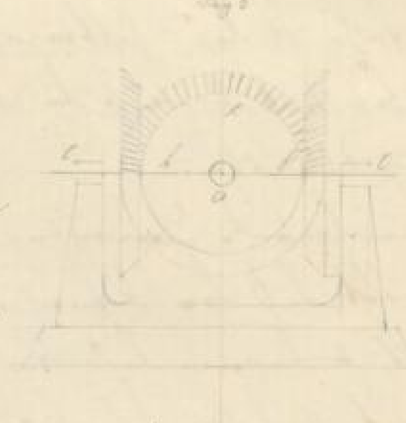
Es kommt aber bei der Drehung des Rades der Moment vor, daß dessen Zähne weder in die Verzahnung b noch in b' eingreifen, u. dieser Uebergang wird vermittelt durch die Wirkung des Rückhaltestifts m auf die Ansätze g u. g', welche nach der Epicycloide gez. krummen Linie geformt sind, die der Mittelp. des Rückhaltestifts gegen den Rahmen beschreibt, wenn der Zapfen gleichförmig gedreht wird u. der Rahmen gleichförmig auf u. niedergeht.
Dieser Mechanismus u. ebenso der folg. ist nur zu kleinen practischen Zwecken.

Fig. 8a



Schwinge mit selbverzahntem Rad.
Fig. 8a. Es ist dies so ziemlich derselbe Mechanismus, nur daß statt dem Rahmen ein bogenförmiger Schlitz da ist, welcher um ~~einem~~ die Achse a schwingen kann.

3 halbverzahnte Räder Fig. 5.
a eine Axe, auf ihr ist das halbverzahnte Rad c fest. c c' eine andere Axe, mit den halbverzahnten Rädern b b', die in die Verzahnung von c eingreifen können. Eine continuirliche Drehung von a bewirkt eine hin- u. hergehend drehende Bewegung von c u. c'. Diese Mechanik wird kaum wegen den heftigen Stößen dabei immer entstehen nicht angewendet.



Trittbewegung mit Kurbelwelle Fig. 6.
a eine Axe, b excentrische Scheibe c Schwungrad, f Trittbrett, g eine Achse am Trittbrett dessen Axe im Trittbrett gelagert ist, e e eine um b u. g gelegte Kette od. ein Riemen. Eine auf- u. nieder schwingende Bewegung von f bewirkt eine continuirliche drehende Bewegung von a. Diese Mechanik wird bei Drehern Drehbänken angewendet.

Schaltungen.

Diese Mechanismen dienen dazu um eine ruckweise Bewegung hervorzubringen, entweder bei einem Rad, od. bei einer Stange u. s. f. Sie sind von großer praktischer Wichtigkeit u. werden insbesondere bei Arbeitsmaschinen, z. B. Holzsägen, Hobelmaschinen u. s. w. angewendet. Wenn z. B. auf einen Körper, während er still steht, eingewirkt werden soll, u. wenn er sich nachher wieder um ein Stück fortbewegen soll.

Wir wollen aber diesen Gegenstand folg. theoretische Betrachtung machen, indem wir z. B. annehmen, eine Stange soll ruckweise fortbewegt werden.

Es sei a eine verzahnte Stange, welche sich in einer Führung fortbewegen kann. Man bringe nun

einen Haken b an, der sich um einen Bolzen drehen kann, u. bewirkt dann daß sich die Stange durch irgend eine Kraft z. B. das Gewicht G nach rechts fortbewegen, wenn der Haken b nicht in die verzahnte Stange eingreift. Soll hingegen die Stange aus irgend einem Grund ruckweise nach links bewegen, so bringt m. einen 2ten Haken c an, u. bewirkt daß sich derselbe um einen Weg s nach ~~links~~ abwechselnd nach rechts bewegen kann.
Diesen 2ten Haken nennt m. den Schalthaken. Sei ferner die Zahntheilung = t, so wird die Wirkung des Hakens c = 0 sein wenn der Weg um den er fortschreitet $< t$.
Wenn hingegen $s = t$ ist, so wird die Spitze des Hakens längs eines Zahnes hinaufschleifen, dann in eine Zahnlücke einfallen, u. wenn ich dann den Haken wieder in seine frühere Stellung bringe, so bewegt sich die Stange um eine Zahntheilung nach links.

Macht m. $s > t$ jedoch $< 2t$ so bleibt der Haken einen Weglänge $s - t$ wirkungslos, u. kann eine Länge t schalten. Ist aber $s = 2t$, so bewegt sich die Stange um einen Weg $= 2t$ fort.

Macht m. $s \gtrless 2t$ jedoch $< 3t$ so geht der Haken während einer Strecke $s - 2t$ wirkungslos, u. schaltet um eine Breite $= 2t$.

Man sieht hieraus, daß es sich immer nur um ganze Schaltungen od. ein Vielfaches von einer Schaltung handelt, wenn m. keine todten Gänge haben will. Will m. aber einen Bruchtheil einer Theilung z. B. $\frac{1}{2}$ od. $\frac{1}{3}$ schalten, so muß m. folg. Einrichtung treffen.

Es ist a eine verzahnte Stange, $b\,b'$ 2 Schaltklinken, so angeordnet, daß die eine an einem Zahn anliegt, während die andere auf einer halben Theilung steht, $b\,b'$ $c\,c'$ 2 Schaltklinken, mit derselben Anordnung,

die letztern sind mit einem Rahmen $c\,c'$ verbunden, welcher

um einen Weg s hin u. her bewegt werden kann. Nehmen wir nun $s < \frac{1}{2}t$ so ist kein Erfolg da; für $s = \frac{1}{2}t$ wird die Stange um $\frac{1}{2}t$ geschaltet. Ebenso ist wenn $s > \frac{1}{2}t$ aber $s < t$ $s - \frac{1}{2}t$ wirkliche Bewegung d. $\frac{1}{2}t$ Schaltung.

Auf ähnl. Weise kann m. auch durch $\frac{1}{3}$ der Theilung schalten.

Die Schaltklinken $b'b''$ u. $c'c''$ stehen auf $\frac{1}{3}$ u. $\frac{2}{3}$ der Theilung. Ist daher $s < \frac{1}{3}t$, so ist die Wirkung 0 u. für $s = \frac{1}{3}t$ wird die Stange um $\frac{1}{3}t$ geschaltet.

für $1\frac{2}{3}\,t$ aber $2\frac{2}{3}\,t$, ist der Haken während einer Drehung der $\frac{1}{3}\,t$ unwirksam u. schaltet dann um $\frac{1}{3}\,t$. Im ersten Mittel wirkt dabei Einsetzen c^2 u. im dritten c^3.

Diese Schaltungen werden insbesondere dann angewendet, wenn es sich um sehr feine Schaltungen handelt; wollte man in solchen Fällen mit ganzen Schaltungen schalten, so müßte die Zahntheilung ungemein fein sein, wodurch der Haken mit der Zeit so abgenutzt würde, daß er am Ende wirkungslos sei. Die bisher besprochenen Schaltungen schalten nur dann, wenn der Haken in einer bestimmten Richtung bewegt; man verlangt aber auch zuweilen eine continuirliche Schaltung, welchen Mechanismus folg. Fig. darstellt.

a ein um b drehbarer Rahmen, an welchem die 2 Schalthaken c u. c' angebracht sind. [illegible]

Der Abstand an welchem sich die Haken drehen, so groß, daß c um eine halbe Theilung verschoben geht, während (abgeändert) die Spitze von c die Zahnstange d gleichzeitig um eine Theilung nach links bewegt, indem sie auf den Haken c wirkt. Ein Sperrhaken ist hier natürlich nicht nothwendig.

Zahnstange mit Getriebe und

Schraube mit Schraubenmutter.

Es sind dies Mechanismen, welche eine continuirlich drehende Bewegung in eine continuirlich fortschreitende verwandeln. Man denke sich eine solche Zahnstange mit Getriebe vollkommen genau hergestellt, so daß gar kein Spielraum vorhanden wäre.

bewirkt eine gleichförmige
Bewegung des Antriebs
eine absolut gleichförmige
Bewegung des Schlittens herbeiführen. Da aber die Herstellung einer solchen absolut genauen Schraube praktisch unmöglich ist, so kann dieser Mechanismus, wenn es sich um eine mathemat. genaue Bewegung handelt, wie bei den Arbeitsmaschinen, nicht angewendet werden, weshalb er bei den Werkzeugmaschinen immer mehr u. mehr verschwindet, während ein anderer Mechanismus die Schraube u. Schraubenmutter, wie ihn folg. Fig. darstellt, eine gleichförmig fortschreitende

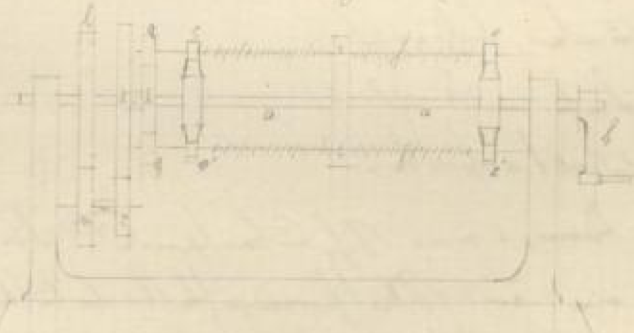
Bewegung bewirkt, die nichts
zu wünschen übrig läßt. Auch
ist dieser Mechanismus leichter
u. insbesondere für die dünnen Leisten genau herzustellen. Allein dieser Mechanismus kann nur als Bewegungsmechanismus gebraucht werden, indem wie wir später sehen werden 50% der zu transmittierenden Kraft durch die Reibung verloren gehen, welche verlorene Kraft zum Nachtheil der Schraubenmutter verloren geht.

Anwendung der Schraube als Bohrvorrichtung.

Die Maschinen zum Ausbohren größerer Cylinder haben im Wesentlichen folg. Einrichtung: die Meißel werden in den Umfang eines scheibenartigen Körpers, den sog. Bohrkopf, eingespannt, u. dieser wird in ~~eine~~ rotato. Stellung mit einer starken cyl. Axe der sog. Bohrspindel in einen solchen Zusammenhang gebracht, daß der Bohrkopf, wenn die Spindel gedreht wird mit derselben herumgeht, aber zugleicher Zeit auch längs derselben mit kleiner Geschwindigkeit vorrückt. Der auszubohrende Cylinder wird in concentrischer Lage mit der Spindel an dem Gestell der Maschine verbunden u. zwar so daß die Spindel durch den Cylinder geht, u. die Meißel werden an dem Bohrkopf soweit herausgeschoben, daß die Schraubenlinie, welche ihre Spitzen beim Drehen der Spindel beschreiben, in der cyl. Fläche liegen, die im Innern des Cylinders entstehen soll. Folgende 2 Maschinen geben eine derartige Vorrichtung an.

Bohrvorrichtung mit massiver Spindel Fig. 1.

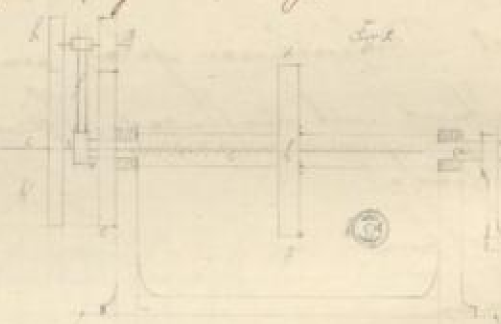
Fig. 1



a eine Spindel der Bohrmaschine die durch eine Kurbel b bewegt wird, c der Bohrkopf welcher mit der Spindel so verbunden ist, daß er sich mit derselben drehen kann u. gleichzeitig auch längs derselben sich fortbewegen kann. e e' 2 Arme fest verbunden mit a, u. tragen in welchen 2 Schraubenspindeln f f' gelagert sind; die Muttern derselben sind in dem Bohrkopfe eingeschnitten, h i k ein Stück frei drehbar auf a, l ein Rad fest verbunden mit a, m n o p ein Stück frei drehbar auf g. g g' Zwischenräder fest verbunden mit den Spindeln Schrauben- u. greifen in h ein.

Wird nun die Axe a vermittelst b gedreht, so wird der Bohrkopf u. die Schraubenspindeln mit herumgenommen, während gleichzeitig auch das Rädchen l gedreht wird. Hierdurch wird das Rädersystem m p, h k, was an a fest angebracht ist mitgenommen, u. wenn die Halbmesser gehörig gewählt sind, werden die Umdrehungsgeschwindigkeiten von h u. a verschieden sein u. dies wird zur Folge haben, daß die Spindeln sich, vermöge der Rädchen g u. g' um ihre eigene Axe gedreht werden. Der Bohrkopf wird also dadurch längs der Axe a fortrücken, u. weil er mit ihr verbunden ist, sich auch um dieselbe drehen.

Bohrvorrichtung mit geschlitzter Spindel Fig 2.



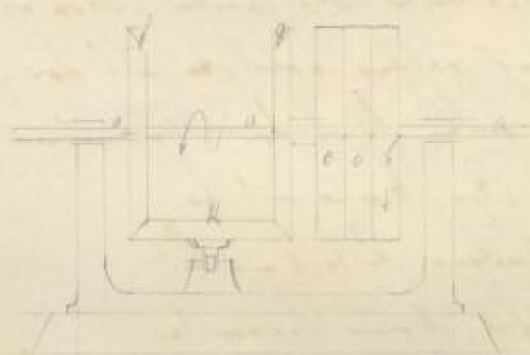
a eine feste, geschlitzte Spindel, b der Bohrkopf, derselbe ist so mit a verbunden, daß er sich mit a drehen muß, sich aber auch auf a fortbewegen kann, c eine Schraubenspindel die hinten ganz hinaus geht. e ein am Maschinengestell befestigtes Rad. f ein mit der Spindel fest verbundener Arm, g h 2 Räder, die sich um ~~die~~ Axe des Armes f drehen, k ein mit c fest verbundenes Rad. Im Bohrkopf ist die Mutter zur Spindel c eingeschnitten. Man sieht leicht daß hierdurch der Bohrkopf vermöge des Armes f, des Rädersystems e g h k u. der Spindel c sich parallel längs fortbewegen kann, u. da er mit a fest verbunden ist, so dreht er sich auch um a.

Wechseldrehung od. Abstellung u. Einkehrung.

Es sind dies Mechanismen durch welche die Verbindung gewisser Maschinentheile aufgehoben od. wieder hergestellt werden kann. Einige von diesen Mechanismen, die in der Folge beschrieben werden sollen, dienen nicht nur zur Abstellung, sondern sie dienen auch dazu um gewisse Maschinentheile nach einer oder ihr entgegengesetzter Richtung hervorzubringen, u. kann sie daher auch dazu benutzen eine continuierlich drehende Bewegung in eine hin u. hergehend drehende Bewegung zu verwandeln.

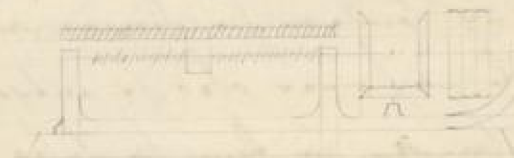
Wechseldrehung mit 3 Rollen. Fig. 1.

Fig. 1



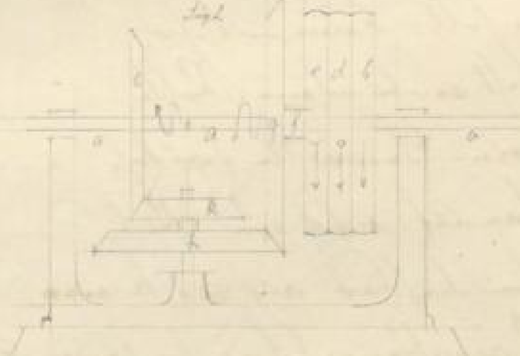
a eine Axe die entweder abgestellt od. nach der einen od. andern Richtung sich drehen soll. b eine mit ihr fest verbundene Rolle c eine Leerrolle frei drehbar auf. e f g ein Rad frei drehbar auf a. h ein Rad fest verbunden mit a. d zwischenrad frei drehbar auf einem Zapfen. Leitet man einen Riemen von einer Transmission her auf die Leerrolle, so ist die Axe a abgestellt, leitet man denselben auf b, so muß, weil b fest mit a u. h fest a, a u. folg. h nach gleicher Richtung bewegt werden, während alles übrige bleibt unberührt. Leitet man den Riemen auf c, so wird e f g gedreht, durch g wird vermittelst des Zwischenrades k das mit der Axe a fest verbundene Rad h mitgenommen, zugleich die Axe a nebst h nach einer Richtung der vorigen als der Riemen auf b war entgegengesetzt ist. Die Geschwindigkeit ist jedoch in beiden Fällen gleich groß.

Fig 1a



Dieser Mechanismus ist der gewöhnlichste der bei Hobelbänken angewandt wird, indem man die Welle a mittelst auf jede beliebige Länge fortbewegen kann, wenn man nur an a eine Schraube v. langen Welle ein Schneidrad das in eine Zahnstange eingreift, anbringt. Hierbei wäre es vortheilhaft, wenn der Rückgang rascher erfolgte als der Hingang. Dies kann erreicht werden durch den Mechanismus wie ihn Fig. 2 darstellt.

Fig 2

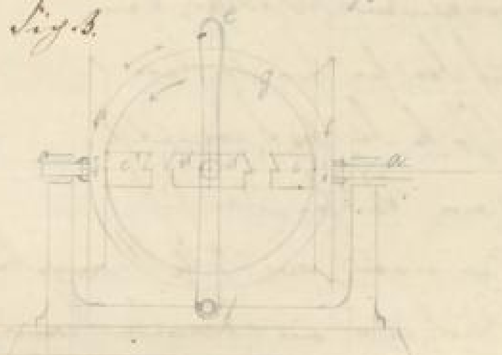


a eine Axe, b eine mit ihr verbundene Rolle, c ein Rad fest auf a, d eine Leerrolle e f g ein Stück frei drehbar auf a, h k ein Stück drehbar auf einem Zapfen. Wird ein Riemen auf die Rolle d geleitet, so ist alles abgestellt, wird er auf b geleitet, so bewegt sich h a g nach derselben Richtung u. mit derselben Geschwindigkeit, wie die Rolle b. Wird dagegen der Riemen auf e geleitet, so wird die Axe a direkt nicht gedreht, sondern durch Vermittlung der Räder g, h, k u. c, welche die Richtung der

Drehung entgegengesetzt ist der, wie wenn der Riemen auf b ist, u. weil die Räder ungleich sind so erfolgt die Drehung langsamer.

Aus u. Einrückung mit Klauen Fig. 3.

Fig 3



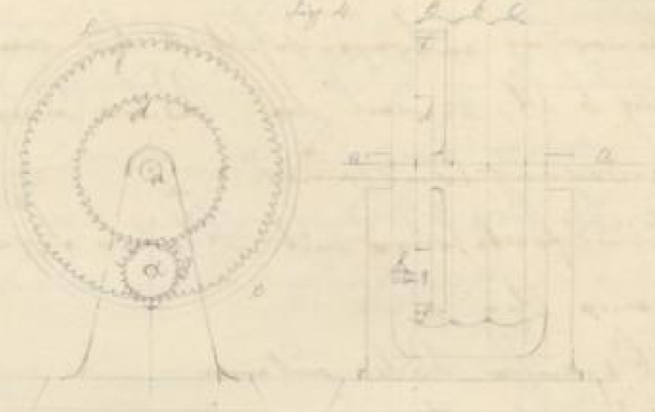
a eine Axe

b b' zweifache Räder aus einem Stück mit den Klauen c u. c', sie drehen sich frei auf a.

d Klauenhülse drehbar mit a, jedoch längs a verschiebbar

e ein um f drehbarer Hebel der durch 2 Zapfen die Klauenhülse d faßt. g ein konisches Kegelrad das in b u. b' eingreift u. auf einer besonderen Axe sitzt. Wird a continuirlich gedreht u. ist der Hebel in der Mitte, so ist das Rad g von der Axe a abgestellt. Schiebt man den Hebel nach rechts, so kommen die Klauen c u. d. in Eingriff, wodurch das Rad b mitgenommen wird, das wieder das Rad g in Drehung setzt, nach einer Richtung die der Pfeil angibt, u. die Maschine ist somit in Gang gesetzt. Schiebt man den Hebel nach links, so kommen c' u. d in Eingriff, b' wird genommen, welches das Rad g nach der Richtung des Pfeils mitnimmt.

Der Mechanismus Fig. 4 wie ihn Fig. 4 darstellt ist auch ein sehr guter Mechanismus zur Aus u. Einrückung, wobei jedenfalls zugleich wieder 2 entgegengesetzte Drehungen hervorgebracht werden können.



a eine Axe, b Losscheibe
c eine mit a fest verbundene
Scheibe, d ein mit der Axe
verbundenes Rädchen, e eine
auf der Axe frei drehbare
Scheibe die bei f verzahnt ist.
g ein Rädchen, das sich
um einen am Gestell angebrachten Zapfen h dreht.
Wird nun ein Transmissionsriemen auf b gebracht, so entsteht in a keine Bewegung, da ja diese Scheibe auf a frei drehbar ist, leitet m. den Riemen auf c, so wird a unmittelbar mitgenommen, u. dreht sich nach der Richtung des Pfeils von c.
Wird der Riemen auf e gebracht, so wird a nicht unmittelbar mitgenommen, sondern der Zahnkranz f bewegt das Rädchen g, was zur Folge hat, daß d bewegt wird, welches letztere a mitnimmt, aber nach einer Richtung der der als der Riemen auf c war entgegengesetzt ist, ferner ist auch die Geschwindigkeit diesmal größer als bei c, indem sie um das Übersetzungsverhältniß des Zahnkranzes f u. des Rades d größer ist. Dieser Mechanismus kann deshalb bei Drehbänken, Hobelbänken sehr vortheilhaft angewandt werden.
Die bis jetzt betrachteten Mechanismen dieses Kapitels waren noch mehr Bewegungsmechanismen welche zur Verwandlung einer continuirlich drehenden Bewegung in eine hin u. hergehend drehende Bewegung, mit dazwischenliegendem Stillstand, dienen, u. wir wollen uns jetzt zu den Apparaten für d. Ausführung einer Arbeitsmaschine mit einer Kraftmaschine wenden.

Eine Arbeitsmaschine die mit einer Kraftmaschine in Verbindung steht, außer Gang zu setzen, ist in allen Fällen leicht möglich, dann aber wieder die in Gangsetzung der Arbeitsmaschine zu bewirken verursacht oft große Schwierigkeiten, das Schwierige, worauf es bei einer solchen Vorrichtung ankommt ist das, daß man die Maschine immer nach u. nach in Gang setzen muß, u. nie der ganzen Maschine plötzlich die volle Geschwindigkeit zu ertheilen, indem sonst durch die großen Massen welche oft in Bewegung zu setzen sind furchtbare Stöße eintreten, welche die ganze Maschine nach kurzer Zeit zu Grunde richten können. Den einfachsten u. besten Mechanismus dieser Art stellt Fig. 1 dar.

Fig. 1

M Maschine, a Axe, b eine fest mit ihr verbundene Scheibe, c eine auf ihr frei drehbare Scheibe. Wird der Riemen auf c geleitet so ist die Maschine abgestellt, leitet man ihn aber auf b, so kommt die Maschine allmählich in Gang, indem die Rolle durch Friction mitgenommen wird.

Folgender Mechanismus Fig. 2 ist auch sehr gut für die Einrückung, eignet sich aber nur für schwächere Kräfte.

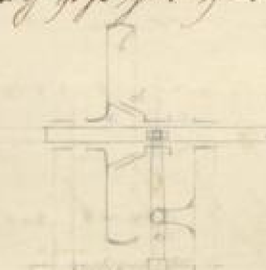
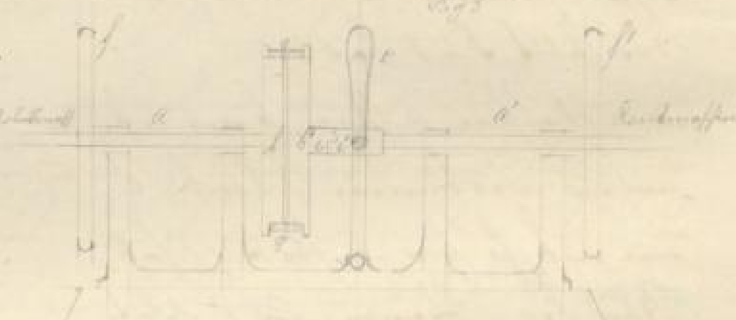


Fig. 2

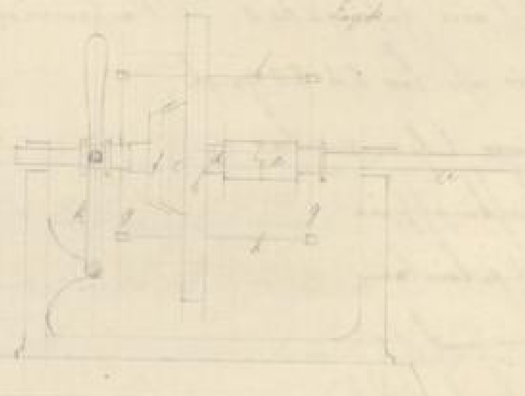
a eine Axe, b eine Rolle mit dem Rand c frei drehbar auf a. d ein zweiter Rand

auf einer Hülse, er ist dadurch drehbar mit a u. zugleich längs a verschiebbar. e ein Hebel dessen oberes Ende mit 2 Zapfen die Hülse faßt, f Schraube durch welche m. unteren Ende des Hebels hin u. herbewegen kann.
Wird d nach links geschraubt, so faßt es den Conus b u. hierdurch wird b mitgenommen, indem die beiden Conen durch Reibung mit einander verbunden sind, u. die Masch. ist also in Gang gesetzt, soll sie wieder abgestellt werden, so schraubt m. einfach den Conus d nach rechts.
Auch der Mechanismus wie ihn Fig. 8 zeigt, eignet sich gut zur Einrückung.



a a' 2 Axen, b eine mit a fest verbundene Scheibe, b' eine auf a frei drehbare Scheibe. c eine Klaue u. c' eine Klauenhülse drehbar mit a u. verschiebbar auf a. e Abstellhebel ff' 2 Schraubenräder, g ein Bremsband (im Durchschnitt), das mehr od. weniger angezogen werden kann, u. das die beiden Rollen b b umfaßt. Wird das Bremsband stark angezogen, so verbindet es die beiden Rollen.
Soll die Maschine in Gang gesetzt werden, so zieht m. das Bremsband so stark an, daß die Reibung die dadurch entsteht etwas größer ist als die Kraft die am Umfange wirken muß um den Widerstand der Arbeitsmaschinen zu überwältigen.

nachdem man ... schiebt alsdann vermittelst des Hebels e die Klauenhülse c' nach links, wodurch die Rolle b' mitgenommen wird u. zwar gleich mit der vollen Geschwindigkeit, während die Rolle b nach u. nach durch die Reibung des Treibbandes mitgenommen wird. Soll die Maschine abgestellt werden, so schiebt man vermittelst e die Klaue c' nach links rechts.

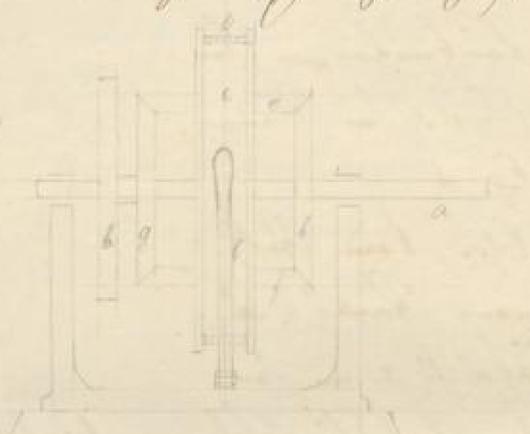


Eine Construction von der Conus (Fig. 3) u. der Klauenhülse Fig. 4.

a eine Axe, b ein Rad mit einem Conus c, das fest auf a ist, u. von dem aus die Arbeitsmaschine getrieben werden soll, d eine Klaue, die ein Stück mit b bildet, e eine auf a verschiebbare mit a drehbare Klauenhülse, f ein auf a verschiebbarer mit a drehbarer Conus. g g i Stangen die durch die Hängschiene h h mit einander verbunden sind. k Abstellhebel.

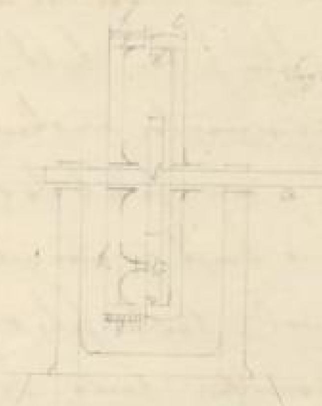
Ist der Mechanismus so gestellt, wie ihn Fig. 4 zeigt, so ist das Rad b in ... die Maschine durch das Rad b in Gang gesetzt, soll sie abgestellt werden, so schiebt man den Hebel k nach links rechts, wodurch die Klaue e außer Eingriff kommt u. zwar schiebt man ihn so weit nach rechts bis der Hebel vertikal steht, indem sich dann auch die beiden Conus nicht mehr berühren. Soll die Maschine dann wieder in Gang gesetzt werden, so wird zuerst zuerst der Conus f auf den Conus c geschoben, wodurch

b durch Reibung mitgenommen wird, hat dann b seine Normalgeschw. erlangt, u. hat das Schleifen zwischen f u. c aufgehört, so rückt m. den Hebel k nach links, wodurch die Klauen e u. d in Eingriff kommen, welche alsdann das Rad b mitnehmen, wie wenn es fest auf a wäre, zugleich stehen dann auch die beiden Konus außer Eingriff.
Auch ein sehr guter Mechanismus zur Einrückung ist der wie ihn Fig 5 u. 5a zeigt.



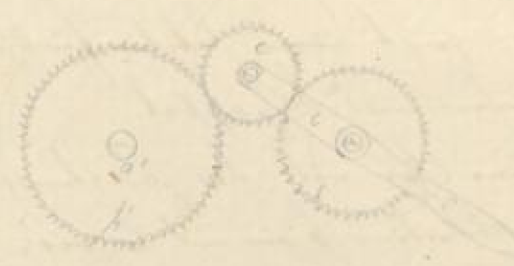
a eine Axe von der Kraftmaschine angetrieben
b ein mit ihr verbundenes Rad
c eine auf a
frei bewegliche Bremsrolle die mit 2 Planetenrädern e u. f versehen ist, g ein Kegelrad u. h ein Winkelrad, die mit der Arbeitsmaschine in Verbindung steht, beide Räder sind mit einer Hülse verbunden u. frei drehbar auf a. k Bremsband l Bremshebel.
Die Maschine ist abgestellt wenn das Bremsband nicht angezogen ist; sie kommt in Gang wenn das Bremsband angezogen wird, dazu zieht m. aber das Bremsband allmählich an, damit kein Stoß entsteht, u. wenn h seine volle Geschwindigkeit erlangt hat, so stellt m. den Hebel fest, wenn das Bremsband gehörig angezogen ist. Es sind hier zur Übertragung von b auf g 2 Räder angewendet, indem m. dadurch diesen Mechanismus

auch für stärkere Kraftmaschinen gebraucht werden kann.
Fig 6 zeigt einen letzten Einrückungs-
mechanismus dieser Art.



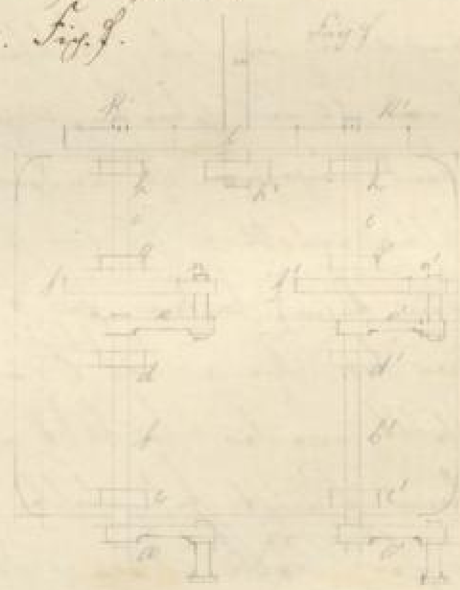
a eine Axe mit der Kraftmaschine
verbunden. b ein mit ihr ver-
bundenes Zahnrädchen. c eine
Rolle frei drehbar auf a u. ist mit
einer innern Verzahnung ver-
sehen, f eine Bremsrolle mit dem Bremsband g, f frei drehbar
auf a, h ein Rädchen das sich auf einem Zapfen dreht der
am Kranze der Bremsrolle angebracht ist. h greift in die Ver-
zahnung c u. in das Rädchen b ein. die Arbeitsmaschine
wird von c aus getrieben, u. zwar ist der Fall wenn das
Bremsband angezogen ist, indem alsdann f, da es fast fest, als
Stützpunkt wirkt u. sich das Rädchen h nicht um seinen Ort
bewegen kann, sondern von b aus als Zwischenrad die Be-
wegung der Axe a auf dieselbe Weise c überträgt. Soll die Maschine
abgestellt werden, so löst man das Bremsband los, u. da
alsdann f nicht festgehalten ist, so läuft das Rädchen h,
wenn der Rolle c ein Widerstand entgegen wirkt
auf der innern Verzahn. fortwährend im Kreise herum.
durch allmähliches anziehen des Bremsbandes kann die Ein-
rückung ohne Stoß geschehen.
Ein anderer einfacher Mechanismus zur Ein- u. Ausrückung,
welcher aber nur für schwache Kräfte gebraucht werden kann,
stellt Fig 6 dar. Selbst bei schwachen Kräften müssen sehr oft
die Räder erneuert werden.

aa' 2 Axen bb' 2 Räder, die bald mit einander verbunden sein sollen, bald nicht aufeinander wirken sollen, c ein Hebel der sich auf a dreht u. ein gabelförmiges Ende hat, e Zwischenrad, dessen Axe in dem gabelförmigen Ende des Hebels eingelagert ist. Dreht man den Hebel nach rechts, so ist a' von a abgestellt, dreht man ihn nach links, so ist a' mit a in Verbindung. Damit die Zähne von e in b' gut eingreifen, müssen sie spitz sein.



Kraftmaschinenverkupplung. Fig. 5.

aa' 2 Kurbeln, welche an den Axen bb' befestigt sind. Jede dieser Kurbeln steht nun mit einer Kraftmaschine in Verbindung, u. es sollen die Kräfte dieser 2 Maschinen in einer Axe vereinigt werden. Man muss nun eine solche Verbindung herstellen, dass wenn die beiden Maschinen auf b u. b' einwirken, diese zusammen die Axe umdrehen, ohne dass eine Maschine die andere hindern kann. Dieser Bedingung entspricht der Mechanismus wie ihn Fig. 5 darstellt.

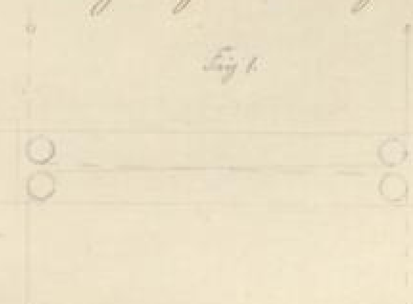


cd u. c'd' Axenlager, ee' 2 Kurbeln, ii' 2 andere Axen g h u. g h' ihre Lager, f f' 2 Sperrräder, n n' 2 Mitnehmer in Form eines Hakens, die sich um die Zapfen der Räder o u. o' drehen, k k' 2 Räder fest auf i u. i', u. welche auf das Rad l einwirken, das mit der Hauptwelle m verbunden ist. Geht eine der Maschinen zu schnell, d. ist eine in Ruhe, so geht das Sperrrad unter dem Mitnehmer weg, u. die betreffende Maschine empfindet nichts von der Bewegung der andern. Die constructive Durchführung dieses Mechanismus macht verhältnißmäßig wenig Schwierigkeiten. (Der Haken wird durch eine Feder stets auf das Sperrrad niedergedrückt.)

Mechanismen zur parallel Bewegung.

Es kommt oft vor, daß etwas so bewegt werden soll, daß es stets zu sich selbst ∥ bleibt. Man hat dann nichts anderes zu thun, als an dem betr. Körper mehrere identisch wirkende Mechanismen anzubringen, welche denselben fortbewegen. Es gibt dabei verschiedene Anordnungen z. B. die Lineal Bewegung mit Schnur Fig. 1

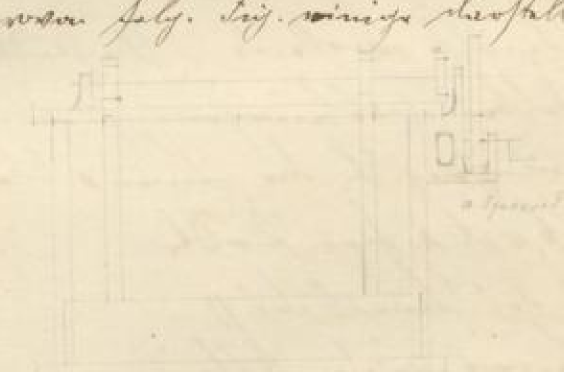
a, b, c, d 4 fixe Punkte
e das Lineal das ∥ bewegt werden soll,
g, h, i, k 4 an demselben angebrachte Röllchen.

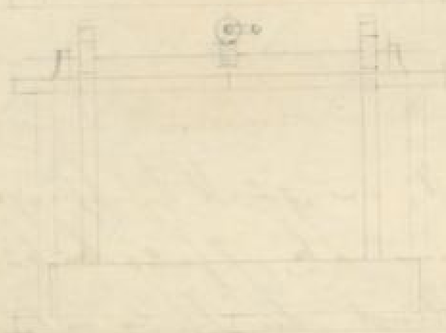


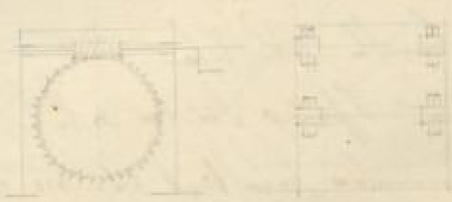
b, c eine Schnur die bei a befestigt ist, um g u. k sich schlingt u. bei d wieder befestigt ist. m m eine 2te Schnur bei b u. c befestigt, u. die sich um i u. h schlingt. Die Schnur m bewirkt daß sich das Lineal nicht in seiner Richtung verdrehen kann,

während die Schnur b eine Drehung in diesem Sinne verhütet. Wenn also die Schnüre vollkommen steif u. un-ausdehnbar wären, so würde, wenn ein beweglicher Körper eine Kraft wirkte, die denselben auf d. [illegible] zu bewegen strebte, derselbe sich immer || bewegen.
Eine 2te Anordnung ist die, wie sie Fig. 2 zeigt.

a Wagen mit den Rädern
bb bb', welche auf den Schie-
nen cc' laufen, ff' 2 Getriebe
gg' 2 Zahnstangen.
Wirkt also an dem Wagen
ein Zug, so bewegt sich derselbe stets || bleibend fortwährend.
Diese Mechanismen zur || Bewegung werden am meisten bei Schützenaufzügen für Wasserräder angewendet. Es gibt dazu sehr viele Anordnungen, wovon folg. Fig. einige darstellen.



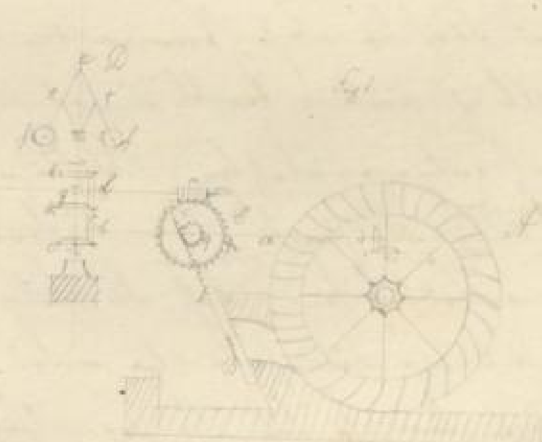




Theorie des Regulators.

Regulatoren sind Mechanismen, die dazu dienen die Bewegung einer Maschine zu reguliren; es werden dazu angewendet z. Theil Schwungräder u. Gegengewichte; zuweilen werden auch Maschinen dadurch regulirt, daß man die Einwirkung des Motors auf die Kraftmaschine nach der Geschwindigkeit der Arbeitsmaschine modifizirt, so daß wenn die Geschwindigkeit der Arbeitsmaschine aus irgend einem Grunde zunimmt, u. die Einwirkung des Motors auf die Kraftmaschine vermindert u. umgekehrt; ein solcher Mechanismus, der dies bewirkt ist der sogenannte Kugelregulator.

Folgendes nebst beistehender Fig. soll den Gedanken, worauf er sich gründet erläutern.



A Wasserrad, B Schütze, C Schützenaufzug, durch welchen der Wasserzufluß zum Rade hergestellt u. mehr od. weniger [illegible] od. vollständig abgeschlossen werden kann. D Kugelregulator, welcher bewirkt, daß wenn das Rad aus irgend einem Grunde anfängt schneller zu laufen, daß sich der Schützenaufzug mehr geschlossen wird, u. wenn das Rad zu langsam läuft, daß dann die Schütze weiter aufgezogen wird. Mit diesem

Kugelregulator wollen wir uns nun beschäftigen.
a eine Axe die durch eine Transmission mit der Wasser-
radwelle in Verbindung steht, b c d Kegelräder zur Über-
tragung der Bewegung von a nach e. An dem oberen Ende
An dieser Axe e ist der sog. Schwungreg. angebracht, f f 2
Pendel mit den Kugeln h h die auf die Klauenhülse g
wirken. Ist die Geschwindigkeit des Rades zu groß, so fliegen
die Kugeln vermöge ihrer Centrifugalkraft in die Höhe, ist die
Geschwindigkeit klein, so fallen sie herab, u. in beiden Fällen macht
die Hülse g dieselbe Bewegung mit. Es sind nun h u. k 2 Räder
mit Klauenhülsen die sich frei auf e drehen können. diese
beiden Räder wirken auf das Rad l, welches mit der Axe m des
Schützenrades n fest verbunden ist. β γ Getriebe, δ Zahnstange des
Schützenaufzugs. Wird g hinaufbewegt, so greift die Klauen-
hülse g in die Klaue des Rades h ein u. treibt dieses, welches
dann durch die obige Transmission auf das Schützenrad wirkt.
Fällt g herab so treibt es das Rad k u. folgl. das Schützenrad
nach entgegengesetzter Richtung, als im vorigen Fall.
Bei dem Normalzustande des Wasserrades, muß nun der Apparat
so construirt sein, daß die Hülse g in der Mitte von h u. k
steht u. also dadurch die Axe m des Schützenrades n gar nicht be-
wegen kann, so daß also der Schütze fortwährend dieselbe Wasser-
menge auf das Rad liefert. Geht nun das Rad zu schnell,
so fliegen die Kugeln in die Höhe, treiben dadurch h u. dies wieder
n, welches letztere endl. den Schützen zuzieht, wenn durch die Trans-
mission die richtige Bewegungsrichtung von n entsteht;

Geht das Rad zu langsam, so fallen die Kugeln herab, die Hülse g wird dadurch auch h u. das Wurmrad wird in entgegengesetzter Richtung gedreht als im vorigen Falle, wodurch der Schütze mehr geöffnet wird, also der Wasserzufluß vergrößert u. folgl. die Geschw. des Rades gesteigert wird. Eine 2te Anwendg. des Regulators ist dessen Dampfmaschinen Fig. 2. a Rohr nach dem Dampfcylinder, darin befindet sich eine Drosselklappe b, an deren Axe außen ein Hebel c ist. deren Axe durch eine Transmission mit der

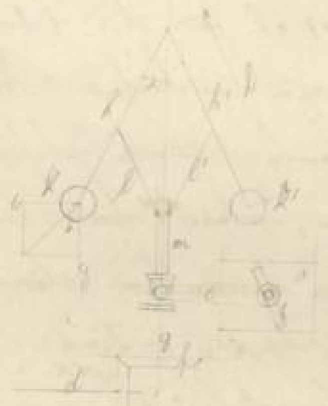


Fig. 2.

Schwungradwelle in Verbindung, von dieser Axe aus wird durch e u. f die Axe g des Regulators getrieben. An dieser Axe befinden sich die Pendelarme h u. h' mit den Kugeln k u. k'. l l' 2 Verbindungsstücke, m eine Hülse auf g verschiebar, n die auf der andern Seite des Hebels c wirkt. Bei der Normalgeschwindigkeit des Schwungrads müssen die Kugeln, sowie die Klappe b eine gewisse Stellung haben. Geht das Schwungrad zu schnell, so wird m u. mithin c am Ende einen Hub erhoben, wodurch die Klappe b mehr geschlossen wird; geht das Rad zu langsam, so findet das umgekehrte statt.
Nachdem wir so den Gedanken auf dem der Regulator beruht, sowie einige Anwendungen desselben kennen gelernt haben, wollen wir nun über denselben folg. theor. Betrachtung anstellen

nun das Verhältniß in dem die Elemente desselben, (als da sind Umdrehungen der Axe, Gewicht der Kugeln, Länge der Pendel u.s.w.) zueinander stehen, zu bestimmen.

Betrachten wir deßh. die Stellung der Kugeln, welche sie haben, wenn die Normalgeschw. in der Maschine vorhanden ist, wo die Kugeln durchaus keine Tendenz haben sich zu heben od. zu senken; es sei die Anzahl der Umdrehungen der Regulatorwelle in dieser Stellung in der Minute $= n$, u. die ihr entsprechende Winkelgeschwindigkeit $= w$.

Es müssen nun hier, indem die Kräfte C u. G, welche auf die Kugeln einwirken einander gleich sein müssen, die Momente von C u. G

$$C = G \operatorname{tg} \alpha = G \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

auch ist $$C = \frac{G}{g} w^2 l \sin\alpha$$

$$\frac{G}{g} w^2 l \sin\alpha = G \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\frac{w^2 l}{g} = \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$w = \sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}$$

u. da nun aber auch $w = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}$

so ist: $$\frac{\pi n}{30} = \sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}$$

u. folg. $$n = \frac{30}{3{,}142}\sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}$$

Nimmt man l u. α an, so kann man aus dieser letzten Gl. die Umdrehungszahl von der Schwungradwelle auf die Regulatorwelle bestimmen, u. darnach dem Regulator, ... die ihr zukommende Geschwindigkeit ertheilen.

Es sei z. B. $l = 1$ u. $\alpha = 24^0$

so ist $$n = \frac{30}{3{,}142}\sqrt{\frac{9{,}808}{1 \cdot 0{,}914}} = 31.$$

Wir wollen nun die Größe der Kugeln K u. K' bestimmen, welche sich nach dem Widerstand den die Hülse m verursacht, richtet. Wollen wir nun den Regulator empfindlich machen, so müssen die Kugeln so groß sein, daß sie, wenn die Geschwindigkeit der Welle um etwas wächst, z. B. daß sie statt n n' Umdrehungen macht, bei einer Winkelgeschw. w', mit einer Kraft auseinander zu fliegen bestrebt sind welche den Widerstand der Hülse m überwindet. Dieser Widerstand welcher durch die Reibung von m entsteht sei F u. S die Kraft mit welcher die Kugeln auseinanderfliegen sollen herausgeschleudert werden. Es muß nun sein:

$$2\,S\cos\alpha = F \quad (1)$$

folg. $S = \dfrac{F}{2\cos\alpha}$

Wenn also die Hülse in die Höhe fliegen soll, so muß mit dem S, das sich aus (1) ergibt an der Verbindungsstelle angezogen werden.

Es muß nun das Moment von C gleich sein der Summe der Momente von G u. S.

Es sei $AB = BC = AD = DC = a$

$AE = AL = a.$

somit: $AH = a\cos(\frac{\pi}{2} - 2\alpha) = a\sin 2\alpha = 2a\sin\alpha\cos\alpha$

folg. nach der oben ausgesprochenen Bedingung

$$C\,l\cos\alpha = G\,l\sin\alpha + S\,2a\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\frac{G}{g} w'^2 l\sin\alpha\, l\cos\alpha = G\,l\sin\alpha + \frac{F}{2\cos\alpha}\, 2a\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\frac{G}{g} w'^2 l^2\cos\alpha = G\,l + F\,a$$

Diese Gleichg. muß also stattfinden wenn die Winkelgeschw. $= w'$ ist.

Für die Normalgeschwindigkeit v gilt die Gl.

$$\frac{G}{g} v^2 l^2 \cos\alpha = Gl.$$

dividirt man diese beiden Gl. durcheinander so kommt:

$$\frac{v_1^2}{v^2} = \frac{Gl + Fa}{Gl}$$

$$\frac{v_1^2}{v^2} = 1 + \frac{Fa}{Gl}$$

od. $$\frac{Fa}{Gl} = \frac{v_1^2}{v^2} - 1$$

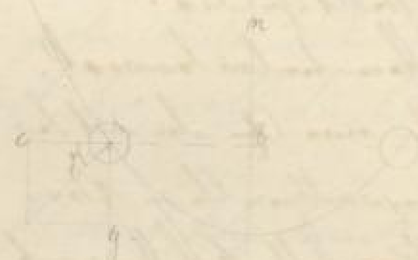
$$\frac{Gl}{Fa} = \frac{1}{\frac{v_1^2}{v^2} - 1}$$

folgl. $$G = \frac{F\frac{a}{l}}{\left(\frac{v_1}{v}\right)^2 - 1}$$

dies ist das Gewicht bei welchem die Kugeln den Widerstand überwinden, wenn die Normalgeschw. überschritten ist, u. v_1 geworden ist. So für z. B. $F = \frac{1}{2}$ Kilogr. $\frac{a}{l} = \frac{1}{2}$, $v = 31$ u. $v_1 = 34$ so ist $G = \frac{0{,}5 \cdot \frac{1}{2}}{\left(\frac{34}{31}\right)^2 - 1} = \frac{0{,}25}{0{,}203} = 1{,}23$ Kilogr.

Nach diesen kann man also jetzt einen Regulator construiren u. man sollte glauben daß er eine Maschine gut reguliren könne; dem ist aber nicht so, indem derselbe 2 Fehler besitzt. Nehmen wir an die Kugeln seien in ihrer Gleichgewichtslage, also der Normalgang der Maschine sei vorhanden. nimmt nun die Geschwindigkeit zu, so steigen die Kugeln in die Höhe u. die Klappe des Dampfrohrs wird zugedrückt, folgl. nimmt die Geschw. der Maschine wieder ab, u. endl. ~~tritt~~ erreicht sie auch wieder ~~den~~ Normalgang; in diesem Moment nun müßten die Kugeln, wenn der Regulator gut sein soll wieder ihre frühere Gleichgewichtslage haben, dies ist aber nicht der Fall, indem sie in diesem Zeitpunkt,

Drahts stehen bleiben u. zw. indem sie noch eine Geschwindigkeit haben.
Der erste dieser Fehler könnte m. vermeiden, indem m. bewirkt, daß die Kugeln stehen bleiben, wo sie auch seien mögen, sobald die Normalgeschw. eingetreten ist.
Man denke sich einen Draht nach einer Curve gebogen, ungefähr wie beistehende Fig. zeigt, auf welchem 2 durchbohrte Kug. ab sie u. herschwingen können.



Fragen wir nun wie die Curve gekrümmt sein muß, damit der erste Fehler wegfällt, ... Absicht trifft, daß die Resultirende von C u. G stets Normal zur Curve sein muß.

Ist also $OB = x$ u. $AB = y$

so muß jedenf. $G = C\,tg\,\varphi$

nun ist aber $C = \frac{G}{g} w^2 y$

folg. $G = \frac{G}{g} w^2 y\, tg\,\varphi$

da aber: $tg\,\varphi = \frac{dy}{dx}$

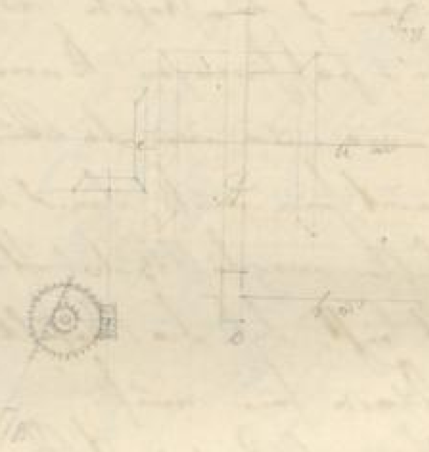
so ist: $1 = \frac{w^2}{g} y \cdot \frac{dy}{dx}$ od. $y\,dy = \frac{g}{w^2} dx$

$\frac{y^2}{2} = \frac{g}{w^2} x + A$

folg. $y^2 = \frac{g}{w^2} x + A$

dieß ist die Gl. einer Parabel. Wenn also die Kugeln auf dieser Curve schwingen würden, so hätten sie die verlangte Eigenschaft, wenn sie keine Geschw. hätten. da aber dieser

Da aber dieser letzte Fehler nicht vermieden werden kann, so genügt dieser Mechanismus nur unvollständig, indem ein fortwährendes Schwanken der Kugel vorhanden ist. Doch allen Bemühungen ist es noch nicht gelungen einen bessern zu erfinden; es soll nur noch zum Schlusse einer angeführt werden, der dem Prinzip nach vollkommen gut ist, allein praktisch nicht ausführbar ist, Fig. 3 stellt ihn dar.



A Differentialräderwerk.
a dessen eine Axe die mit der Schwungradwelle in Verbindung steht, b dessen zweite Axe, welche gleichförmig gedreht werden soll z. B. durch ein Uhrwerk, so soll m' Umdrehungen machen, u. die Axe a m Umdrehungen. Man richtet nun die Uebersetzungen so ein, daß bei dem Normalgang der Maschine in c keine Bewegung entsteht. Es muß dann sein: $\left(\frac{n}{c}\right) = \left(\frac{n}{a}\right) - 2\left(\frac{n}{b}\right)$ od. $\left(\frac{n}{c}\right) = m - 2m'\frac{e}{f} = 0.$
Wächst nun die Geschw. von a, so dreht sich c, nimmt sie ab, so dreht sich c ebenfalls, aber nach entgegengesetzter Richtung, u. m. kann durch richtige Transmission die Bewegungsrichtung v. c so machen, daß sich der Schieber B schließt, wenn das Rad zu schnell geht u. umgekehrt. Ist die Geschw. v. a die Normale, so bleibt B ebenfalls in seiner normalen Stellung. Leider gibt es aber keine Uhrwerk, welches in diesem Fall stets gleichförmig geht.

Von der Reibung.

Um den Effect eines Mechanismus beurtheilen zu können, müssen wir die Reibung die durch ihn entsteht durch Versuche bestimmen, u. daraus den Kraftverlust, so wie die Abnützung angeben.

Reibung zwischen festen u. festen Körpern.

Die Seite 91 in den Resultaten angeführten 3 empirische Gesetze gelten nur für nicht allzu große Kräfte, indem sonst Abreißen u. Warmlaufen entsteht, für welche die Gesetze noch nicht bekannt sind.

Diese empirischen Gesetze lassen sich durch folg. Formel ausdrücken:

$F = f \cdot P.$

wo f der Reibungscoefficient d. h. eine vom Material der Körper u. von dem Zustande in dem sich dieselben befinden abhängige Zahl ist. F die Kraft um den Körper fortzubewegen, also der Betrag der Reibung u. P der Druck des Körpers auf die Ebene ist. Der Reibungscoeff. ist derjenige Werth v. F, wenn P = 1, also der Reibungswiderstand den ein Kilogr. verursacht; dieser Werth von f für verschiedene Materialien u. verschiedene Oberflächen derselben, werden durch Versuche bestimmt, u. sie finden sich für alle anwendbaren Materialien Seite 92 u. auf den folg. Seiten aufgezeichnet.

Der kleinste Reibungscoeff. der überhaupt durch sorgfältigst bearbeitete Metallflächen, die u. fett. erreicht werden kann

ist $= 0{,}05A = \frac{1}{20}$, so daß also zur Bewegung von 20 Kilogr. 1 Kilogr. erforderlich wäre.
Im gewöhnlichen schwankt dieselbe zwischen $\frac{1}{20} - \frac{1}{10}$.
Nachdem wir so den Betrag der Reibung bestimmt haben, wollen wir auch die Arbeit bestimmen die nothwendig ist um die Reibung während eines Wegstücks s zu überwinden; sie ist:

$$W = Fs = fQs.$$

u. ebenso auch den Effect der hiezu in der Sekunde erfordert wird:

$$E = Fv = fQv.$$

In den meisten Fällen handelt es sich darum diesen Effectverlust, der durch die Reibung der Maschinentheile entsteht zu bestimmen.
Wir wollen nun die Reibung für mehrere specielle Fälle bestimmen, u. mit dem einfachsten Falle beginnen.
Es sei Q das Gewicht des Körpers, α der $\angle$ der schiefen Ebene u. P die Kraft, welche den Körper hinaufziehen soll, sie bilde einen $\angle\, \beta$ mit der schiefen Ebene. Fragen wir nun wie groß diese Kraft P sein muß?

die Reibung welche der Körper verursacht ist: $f(Q\cos\alpha - P\sin\beta)$
folglich hat man die Gl. $P\cos\beta = Q\sin\alpha + f(Q\cos\alpha - P\sin\beta)$

$$P(\cos\beta + f\sin\beta) = Q(\sin\alpha + f\cos\alpha)$$

folgl. $P = Q\,\frac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\cos\beta + f\sin\beta}$

die Kraft die nothwendig ist um nur das Herabgleiten zu verhüten ist: $P' = Q\,\frac{\sin\alpha - f\cos\alpha}{\cos\beta + f\sin\beta}$

Ist die Richtung der Kraft $\parallel$ der schiefen Ebene, so ist $\beta = 0$

u. folg. $P = Q(\sin\alpha + f\cos\alpha)$ u. $P' = Q(\sin\alpha - f\cos\alpha)$

Wir können nun auch fragen wie der $\angle \alpha$ beschaffen sein muß, damit der Körper fortwährend von selbst nicht heruntergleitet. Es ist dies der Fall wenn $P' = 0$.

also $\sin\alpha - f\cos\alpha = 0$.

folg. $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha = f$.

d.h. die Tangente des Steigungswinkels muß gleich dem Reibungscoeff. sein. Man kann auch auf diese Art den Reibungscoeff. bestimmen.

Wenn die Richtung der Kraft horizontal ist, so ist $\beta = -\alpha$

folg. $P = Q\,\frac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\cos(-\alpha) + f\sin(-\alpha)}$

$= Q\,\frac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\cos\alpha - f\sin\alpha} = Q\,\frac{tg\alpha + f}{1 - f\,tg\alpha}$

u. die Wirkung die nothwendig ist um mit dieser horizontalen Kraft den Körper auf eine Höhe H zu schaffen ist:

$$W = P.AC = \frac{PH}{tg\alpha} = \frac{H}{tg\alpha}\,Q\,\frac{tg\alpha + f}{1 - f\,tg\alpha} = QH\,\frac{1 + f\cot\alpha}{1 - f\,tg\alpha}$$

od. auch $W = QH(1 + f\,cotg\alpha)(1 - f\,tg\alpha)^{-1}$

nimmt man nun an daß f sehr klein u. entwickelt nach dem binomischen Lehrsatz, so ist: $W = QH[(1 + f\,cotg\alpha)(1 + f\,tg\alpha)]$

$W = QH(1 + f\,tg\alpha + f\cot\alpha + f^2)$

$W = QH(1 + f(tg\alpha + cotg\alpha) + f^2)$

Es sei z. B. $\alpha = 30°$ u. $f = \frac{1}{10}$, so ist: $tg\alpha = 0{,}5774$ u. $cotg\alpha = 1{,}7321$

u. folg. $W = QH(1 + 0{,}2309 + 0{,}01) = QH(1 + 0{,}2409)$

Wir wollen nun die Reibung berechnen, die bei der beiden Kurbelumschläge Verwandlung einer continuirl. drehenden Bewegung in eine geradlinig hin u. hergehende, Umwegpunkte entsteht. Es sei AB die Kurbel, BC die Schubstange u. CD die Kolbenstange, E der Kreuzkopf, welcher gegen das obere Lineal mit einer Kraft N gepreßt wird, S sei der Widerstand den die Kolbenstange zu überwinden soll. u. P die Kraft mit welcher dieselbe diesen Widerstand überwindet. Für den Zustand des Gleichgewichts muß sein:

$$P = S\cos\beta + Nf \quad (1)$$

Nun ist: $N = S\sin\beta \quad (2)$

den Werth v. N aus (2) in (1) eingeführt:

$$P = S\cos\beta + Sf\sin\beta = S(\cos\beta + f\sin\beta)$$

$$S = \frac{P}{\cos\beta + f\sin\beta}$$

in 2 eingeführt: $N = P\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta + f\sin\beta}$

u. endl. der Betrag der Reibung

$$Nf = Pf\frac{\sin\beta}{\cos\beta + f\sin\beta}$$

Man sieht daß dieselbe sich mit dem $\angle\beta$ ändert, sie wird $= 0$ wenn $\angle\beta = 0$, dies ist der Fall wenn der Kolben am Anfange des Schubes steht. Sie ist am größten, wenn Schubstange u. Kurbel auf einander senkrecht stehen. Es ist dann $l\,tg\beta = r$ u. $tg\beta = \frac{r}{l}$

Wenn wir annäherungsweise setzen Sin nehmen, wie es gewöhnl. der Fall ist, so können wir annähernd setzen:

$tg\,\varphi = \sin\varphi$ u. $\cos\varphi = 1$.

dann ist $N f = P f \frac{\frac{a}{l}}{1 + f\frac{a}{l}} = P f \frac{a}{l}$

Wie groß ist nun der mittlere Widerstand F_m, den der Kreuzkopf verursacht? Annähernd ist derselbe gleich dem arithmetischen Mittel aus dem kleinsten u. größten Werth:

$$F_m = 0 + \frac{1}{2} P f \frac{a}{l} = \frac{1}{2} P f \frac{a}{l}.$$

Wir wollen diesen mittleren Werth nun auch genau bestimmen. Nach der bekannten Formel für mittlere Werthe hat man $F_m = \frac{1}{\beta}\int_0^\beta P f \frac{\sin\beta}{\cos\beta + f\sin\beta}\, d\beta$

Annähernd $\sin\beta = \beta$ u. $\cos\beta = 1$ gesetzt ist:

$$F_m = \frac{1}{\beta} P f \int_0^\beta \frac{\beta\, d\beta}{1+f\beta} = \frac{1}{\beta} P f \int_0^\beta \frac{1}{f}\left(1 - \frac{1}{1+f\beta}\right) d\beta$$

$$F_m = \frac{1}{\beta} P\left(\beta - \int_0^\beta \text{———}\right) = \frac{1}{\beta} P\left(\beta - \frac{1}{f} \log nat.(1+f\beta)\right)$$

$$F_m = P\left(1 - \frac{1}{f\beta}\left(f\beta - \frac{1}{2} f\beta^2\right)\right) \ldots = P\left(1 - 1 + \frac{1}{2} f\beta^2\right)$$

$F_m = \frac{1}{2} P f \beta$ od. $F_m = \frac{1}{2} P f \frac{a}{l}$

Man sieht daraus, daß wenn die Schubstange lang ist, der Reibungswiderstand klein ausfällt u. umgekehrt.

Ist bei z. B. $f = \frac{1}{10}$ u. $\frac{a}{l} = \frac{1}{6}$

so ist $F_m = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{6} P = \frac{P}{120}$

das obere Lineal nützt sich, durch die Reibung, die in der Mitte derselben am größten ist, wie beistehende Fig. zeigt ab.

Kolbenreibung.

Es sei D der Durchmesser des Kolbens, h die Höhe der Dichtung, q der Druck mit dem die Flächeneinheit des Kolbens gegen die Wand gepreßt wird, u. p die Differenz der Spannungen hinter u. vor dem Kolben.
So ist der Gesammtdruck mit dem der Kolben an die Wand gepreßt wird $= D\pi h q$ u. folg. die daraus entstehende Reibung $F = D\pi h q f$
Man bestimmt gewöhnl. nicht den absoluten Werth der Reibung bei einem Kolbenschub, sondern das Verhältniß zwischen dem Verlust u. der Gesammtkraft K, deren Werth ist: $K = \frac{D^2\pi}{4} p$

also: $\frac{F}{K} = \frac{D\pi h q f}{\frac{D^2\pi}{4} p} = 4f\left(\frac{hq}{p}\right)\cdot\frac{1}{D}$

u. man erh. also hier den Verlust in % ausgedrückt.
Da der Werth von $\frac{hq}{p}$ wie man leicht sieht mehr u. als constant angesehen werden kann, so setzt man auch

$$\frac{F}{K} = \frac{\alpha}{D}$$

Man sieht daraus daß bei großen Cyl. der Verlust klein ist u. umgekehrt. Der Werth von F aus ... variirt je nach der Beschaffenheit der Dichtung, er ist sehr groß bei Leder, kleiner bei Hanf u. ziemlich gering bei Metalldichtung.
Die die Abnützung (Reib.) gleichmachende Liderung (dicht) ist bei stehenden Cyl. gut u. vollkommen herzustellen, bei liegenden nur ungenügend.

Zapfenreibung.

1) bei liegenden Zapfen.

Es sei P die Summe der Kräfte, welche den Körper gegen das Lager pressen, die Richtung dieser Kraft sei hier beispielsweise ⊥ zu dem Lager so ist $K = Pf$ die Kraft welche nothwendig ist um die Zapfenreibung zu überwinden, u. der hiezu nothwendige Effekt ist:

$$e = Kv$$

u. ferner ist: $\frac{\frac{d\pi}{100} n}{60} = \frac{\pi}{6000} d.n = v$

der Weg den ein Punkt am Umfange des Zapfens in 1 Sec. zurücklegt, in Met. ausgedrückt, d.h. die Geschw. des Zapfens.

folg. $e = Pf \frac{\pi}{6000} d.n = \frac{1}{1910} Pfdn$

z.B. Man habe ein Wasserrad von 40 Pferdekräft.

Gewicht des Rades ... $40.500 = 20000$ Kilogr.

so ist P .... $= \frac{20000}{2} = 10000$ Kilogr.

u. d .... $= 0{,}18\sqrt{10000} = 18$ cm.

ferner sei $n = 4$ u. $f = 0{,}08$.

so ist $e = \frac{1}{1910} \cdot 10000 \cdot 0{,}08 . 18 . 4 = 30$ Kilogr. Met.

u. der Reibungseffekt für beide Zapfen $= 2.30 = 60$ Kil.M.

u. folg. $\frac{\text{Reibungseffekt}}{\text{Nutzeffekt des Rades}} = \frac{60}{40.75} = \frac{3}{150} = \frac{1}{50} = 0{,}02$

diese Zapfen laufen stets rund ab, wenn die Festigkeit des Materials überall gleich ist, was bei Gußeisen mehr als bei Schmiedeisen der Fall ist.

Bei Dampfmaschinen läuft sich der Zapfen nicht ganz rund ab, indem der Druck nicht immer dieselbe Richtung hat.

2) Aufstehende Zapfen.

Bei diesen Zapfen findet ein horizontaler Druck P u. ein vertikaler Druck P' statt. Da wir den Druck P desselben Reibungsverhältnisses wie bei liegenden Zapfen, so wollen wir jetzt nur den vertikalen Druck P' berücksichtigen, indem wir annehmen, daß die Intensität des Druckes auf die Bodenfläche des Lagers gleich groß sei.

Der Druck auf die Flächeneinheit ist $\frac{P'}{d^2\frac{\pi}{4}}$

der Flächeninhalt des unendlich kleinen ringförmigen Stückes (in der Fig. angedeutet ist), ist: $2\pi x\,dx$

u. folg. $dk = 2\pi x\,dx\,\frac{P'}{d^2\frac{\pi}{4}}\,f$

die Kraft welche den Reibungswiderstand auf dieser Fläche zu überwinden vermag u. folg. das Moment derselben

$dK\,x = x\,2\pi x\,dx\,\frac{P'}{d^2\frac{\pi}{4}}\,f$

also $\int_0^{\frac{d}{2}} dK\,x = K\frac{d}{2} = \frac{8P'f}{d^2}\int_0^{\frac{d}{2}} x^2\,dx = \frac{8P'f}{d^2}\,\frac{1}{3}\left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{P'fd}{3}$

Fragen wir nun wie groß die Kraft ist, die am Umfange wirken muß um die Totalität der Reibung zu überwinden:

Es ist: $F\frac{d}{2} = \frac{P'fd}{3}$

u. folg. $F = \frac{2}{3}P'f$

u. der ganze Effektverlust verursacht durch P u. P' ist $= e + e'$

u. $e = \frac{ndPf}{1910}$ u. $e' = \frac{2}{3}\,\frac{ndP'f}{1910}$

folg. $e + e' = \frac{ndf}{1910}\left(P + \frac{2}{3}P'\right)$

Auch diese Zapfen unterscheiden sich gut, wenn sie sorgfältig hergestellt sind.
Die Zapfen halten sich in ihren Lagern fein u. sie drehen verursachen keinen großen Reibungswiderstand, aber sie nutzen sich schlecht ab, was ausnahmsweise durch zeitweises drehen der Zapfen verringert werden kann.

Reibung bei den Excentern.

Hier gilt, da wir hier früher schon gesehen haben, daß Excenter nichts anderes ist als eine Kurbel mit großem Zapfen, die für die Zapfenreibung aufgestellte Formel.

$$L = \frac{n d P f}{1910}$$

u. da d sehr groß ist, so verursacht dieselbe eine erhebliche Reibung, so daß er leider nur als Bewegungsmechanismus gebraucht werden kann.

Reibung an einer Ringfläche.

Es sei P der Gesammtdruck mit dem die Ringfläche gegen ihre Unterlage gepreßt wird, so ist:

$\frac{P}{\frac{1}{4}\pi(d_1^2 - d_2^2)}$ der Druck auf die Flächeneinheit, u. da $2\pi x\, dx$ der Flächeninhalt einer unendl. dünnen ringförmigen Fläche ist, so ist:

$$2\pi x\, dx\, \frac{P}{\frac{1}{4}\pi(d_1^2 - d_2^2)}$$

der Gesammtdruck auf der unendl. dünnen ringförmigen Fläche; u. folg. ist das statische Moment der Kraft, das der Reibg. dieser dünnen ringförm. Fläche entspricht:

$$\int 2\pi x\,dx\,\frac{P}{\frac{1}{4}\pi(d_1^2-d_0^2)}\,f x$$

u. folg. $$\int_{\frac{1}{2}d_0}^{\frac{1}{2}d_1} 2\pi x\,dx\,\frac{P}{\frac{1}{4}\pi(d_1^2-d_0^2)}\,f x = K\frac{d'}{2}$$

od. $$K\frac{1}{2}d' = \frac{2\pi P f}{\frac{1}{4}\pi(d_1^2-d_0^2)}\int_{\frac{1}{2}d_0}^{\frac{1}{2}d_1} x^2\,dx = \frac{8Pf}{(d_1^2-d_0^2)}\frac{1}{3}\left(\left(\frac{1}{2}d_1\right)^3-\left(\frac{1}{2}d_0\right)^3\right)$$

$$K\frac{1}{2}d' = \frac{Pf}{d_1^2-d_0^2}\cdot\frac{1}{3}(d_1^3-d_0^3)$$

$$K = \frac{2}{3}Pf\,\frac{d_1^3-d_0^3}{(d_1^2-d_0^2)d'}$$

Dies ist die Kraft die am Umfange wirken muß um die Reibung zu überwinden, u. der hiezu nöthige Effect ist, wenn die Umfangsgeschw. = v ist:

$$E = Kv = K\frac{d'\pi}{100}\cdot\frac{n}{60} = K\frac{d'n}{1910}$$

$$\text{od. } E = \frac{d'nPf}{1910}\cdot\frac{2}{3}\,\frac{d_1^3-d_0^3}{(d_1^2-d_0^2)d'} = \frac{nPf}{1910}\cdot\frac{2}{3}\,\frac{d_1^3-d_0^3}{d_1^2-d_0^2}$$

Diese Fläche verursacht sehr viel Reibung, vielmehr als ein Zapfen, u. sie wird daher immer womöglich vermieden. Dies hat darin seinen Grund daß die Geschw. der einzelnen Flächentheilchen größer ist als bei einem Zapfen von gleicher Volumen Oberfläche, indem bei letzterem die Geschw. nach dem Mittelpunkt zu immer kleiner wird u. im Mittelp. selbst 0 ist.

Frictionsrollen.

Die bisher Frictionsrollen Mechanismus der Frictionsrollen entstehende Reibung wollen wir im folgenden berechnen, indem wir zuerst die Beschreibung derselben bei den Dampfmaschinen erinnern wollen.

$e = 2 \cdot \frac{1}{2} P f v$

ist der Effectverlust, der bestehende Anordnung veranlaßt, wo v die Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens an der Rolle bedeutet, u. $\frac{1}{2}P$ der Druck auf einen Zapfen der Rolle. Das Rollen des Zapfens auf der Rolle verursacht ungemein wenig Reibung, so daß es vernachlässigt werden kann, u. man also bloß die Reibg. der Zapfen der Friktionsrollen zu berücksichtigen hat, deren Effectverlust obige Formel ergibt.

Nun ist aber $v = \frac{d\pi}{100} \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{\Delta}{D} = v$

folg. $e = Pf \frac{d\pi}{100} \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{\Delta}{D}$

od. $e = \frac{dfnP}{1910} \cdot \frac{\Delta}{D}$

In constructiver Hinsicht ist zu nehmen: $\Delta = \frac{d}{\sqrt{2}}$

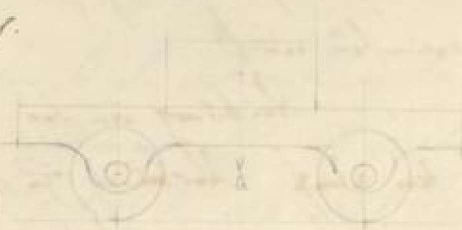
u. folg. $e = \frac{dfnP}{1910} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d}{D} = \frac{dfnP}{1910} 0{,}707 \frac{d}{D}$

Es sei z. B. $\frac{d}{D} = \frac{1}{5}$

so ist $0{,}707 \cdot \frac{d}{D} = 0{,}141 = \frac{1}{7}$

Also ist der Effectverlust der Zapfenreibung um $\frac{1}{7}$ geringer, als wenn der Zapfen d direkt in einem Lager läge.

Wagenbewegung.



Welche Kraft muß an dem Wagen ziehen um die Reibung zu überwinden. Nehmen wir eine horizontal glatte Bahn voraus, so ist bloß die Zapfen Reibung zu überwinden. Es sei Q der Gesammtdruck der auf den 4 Zapfen des Wagens aufliegt, so muß, wenn $Q_1\ Q_2\ Q_3\ Q_4$ die Drücke auf die einzelnen Zapfen bezeichnen

$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = Q$ sein.

indem auch hier wieder der Widerstand, des Rollens gleich 0 angesehen werden kann

Ist nun f der Reibungscoeff. der Zapfen in den Lagern, v die Geschwindigkeit des Wagens, d der Durchmesser des Zapfens u. D der Durchmesser des Rades, so ist:

$$e = Q_1 f v \frac{d}{D} + Q_2 f v \frac{d}{D} + Q_3 f v \frac{d}{D} + Q_4 f v \frac{d}{D}$$

$$\text{d. i. } e = v \frac{d}{D} f (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4) = Q v f \frac{d}{D}$$

Man sieht daraus daß die durch die Bewegung entstehende Reibung viel geringer ist als bei einem Schlitten, daß ferner die Anzahl der Räder keinen Einfluß hat. Gewöhnl. wendet m. 4 Räder an, werden mehr angewandt, so können die Räder kleiner ausfallen, sie müssen größer werden, wenn weniger Räder gebraucht werden, vorausgesetzt daß der Reibungsverlust überall gleich groß sein soll.

Ist z. B. $f = 0,054$ bei einem Eisenbahnwagen,

$\frac{d}{D} = \frac{1}{14}$

so ist $e = Q v . \frac{0,054}{14} = \frac{Q v}{260}$

dies ist also die Zugkraft, die die Achsenreibung überwinden muß.

Reibung an der Schraube mit flachem Gewinde.

Um diese Reibung zu berechnen, verfahren wir auf folg. Art: Ist eine MS eine Platte, die an den Rändern mit schief gestellten Leisten versehen ist, diese Platten

liegen so aufeinander, daß die Leisten von M auf denen von N aufliegen.

Man denkt sich ferner, daß die Leisten vom Druck die von AB durch einen vertikalen Druck niedergepreßt werden, u. fragen nun wie groß die Kraft P sein muß, um die Platte durch AB hinauf zu schieben.

M. sieht leicht ein, daß die dabei entstehende Reibung dieselbe ist als die schon bei der schiefen Ebene betrachtete, näml.

$$P = Q\,\frac{tg\alpha + f}{1 - f\,tg\alpha}$$

Soll nun Q um eine Höhe H emporsteigen, so muß P im horizontalen Sinne einen Weg s lang angreifen, so daß

$s\,tg\alpha = H$ u. also $s = \frac{H}{tg\alpha}$

u. die hierzu nöthige Wirkung W ist:

$$W = Ps = QH\,\frac{tg\alpha + f}{tg\alpha(1 - f\,tg\alpha)}$$

od. $\frac{W}{QH} = \frac{tg\alpha + f}{tg\alpha(1 - f\,tg\alpha)}$

Es sei z. B. $f = \frac{1}{10}$ u. $tg\alpha = \frac{1}{10}$

so ist $\frac{W}{QH} = \frac{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}{\frac{1}{10}(1 - \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10})} = 2$

Wenn $f = 0$, so wäre $W = QH$, u. dies ist die Wirkung die nothwendig ist um einen Körper auf eine Höhe H zu heben, hier ist aber wegen der Reibung $W = 2QH$, also muß die Hälfte der Kraft dazu dienen die Reibg. zu überwinden, od. es gehen 50% durch Reibung verloren.

Das bis jetzt gefundene ist ganz genau, um dann auch die (Reibung der) Schraube übertragen zu lassen machen wir folgendes:

Man denkt sich die die Platte u. Leisten vollkommen elastisch,

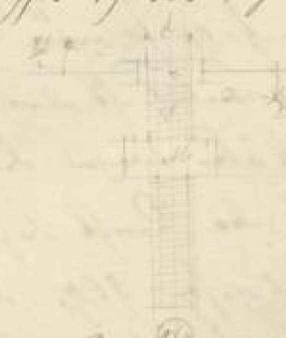
u. biegen sie zu einem [illegible] Kreis zusammen, so fällt dann immer das obere Ende einer Leiste mit dem untern der zunächst über ihr liegenden zusammen, u. diese Leisten bilden dann alle zusammen einen continuirlichen Schraubengang; u. ~~[illegible]~~ bildet dann die Schraubenmutter u. die zugehörige Spindel, ~~denken~~ wir uns jetzt wieder alles fest u. steif denken. Wenn nun die Spindel, an der die Last Q hängt mit einer Kraft P drehen, so können wir diese Last heben, u. [illegible] die bei der Drehung der Spindel auf der Mutter entstehende Reibung können wir annähernd der Reibung auf der beiden Platten gleichsetzen, obgleich es nicht genau ist, indem hier

1) die Geschwindigkeit der einzelnen Schraubengangspunkten zwischen Mutter u. Spindel nicht gleich ist.

2) die Steigung nicht überall gleich ist, sie ist außen nämlich kleiner als innen.

diese beiden Fehler werden um so kleiner, je kleiner die Gewindtiefe gegen den Durchmesser der Spindel ist.

Es ist also die Kraft Dk um die Spindel zu bewegen:



$$Dk = P\frac{d}{D} = \frac{d}{D}\, Q\, \frac{tg\alpha + f}{1 - f\, tg\alpha}$$

da also bei der Schraube 50 % durch Reibung verloren gehen, so ist dieser Mechanismus weder ~~als~~ für größere Kräfte nicht zu gebrauchen, sondern ~~bei~~ als Bewegungsmechanismus nur, aber dann sehr vortheilhaft wie z. B. bei Schiffen ~~[illegible]~~ u. s. w.

Fortpflanzung ~~einer~~ Kraft ~~auf~~

da die durch Reibung verlorene Kraft zur Anziehung der Mutter braucht wird, so ist es erst dieselbe zweimal groß zu nehmen.

Reibung der Schraube mit scharfem Gewinde.

Man denkt sich wieder 2 Platten wie im vorigen Fall, nur daß hier die Leisten 3eckig statt viereckig sind. Wenn wir die in beistehender Fig. angegebenen Bezeichnungen beibehalten, ist:

$$N = Q\cos\alpha + P\sin\alpha.$$

$$\psi\cos\beta = Q\cos\alpha + P\sin\alpha = N$$

$$\psi = \frac{Q\cos\alpha + P\sin\alpha}{\cos\beta}$$

u. da der Antheil von $\psi = Nf$ sein muß, so ist

$$P\cos\alpha = Q\sin\alpha + \frac{Q\cos\alpha + P\sin\alpha}{\cos\beta} f.$$

$$P = Q\frac{tg\alpha\cos\beta + f}{\cos\beta - f\,tg\alpha} = Q\frac{tg\alpha + \frac{f}{\cos\beta}}{1 - \frac{f\,tg\alpha}{\cos\beta}}$$

Wenn β klein ist, so wird $\cos\beta$ groß u. folg. auch P klein u. umgekehrt, diese Schraube verursacht also noch mehr Reibung u. wird daher zum Festhalten ~~und zur~~ Verbindung verschiedener Körper angewendet. Wenn $\beta = 0$, so hat man die Schraube mit flachem Gewinde u. findet auch obige Gl. dieselbe $\beta = 0$ die Größe Reibgl. beim flachen Gew. wie wir sie früher gefunden haben.

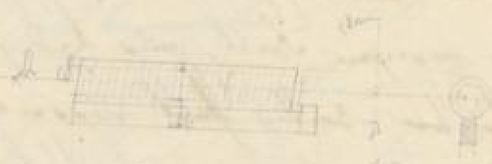
Hier ist $W = \frac{QH}{tg\alpha} = \frac{PH}{tg\alpha} = QH\frac{1 + \frac{f}{\cos\beta\,tg\alpha}}{1 - \frac{f\,tg\alpha}{\cos\beta}}$

Reibung an der Schraube ohne Ende.

Wir denken uns eine Spindel S mit einer langen Mutter M, am Ende der Spindel wirkt am Hebelarme r, R die Kraft $\frac{1}{2}K$ auf beide Seiten, so ist dann die Kraft K, welche die Spindel fortbewegt, wenn man derselben einen Widerstand Q entgegenwirkt

$K = Q \frac{d}{D} \frac{\operatorname{tg}\alpha + f}{1 - f\operatorname{tg}\alpha}$ (für flaches Gewind)

$K = Q \frac{d}{D} \frac{\operatorname{tg}\alpha\cos\beta + f}{\cos\beta - f\operatorname{tg}\alpha}$ (für scharfes Gewind)



Wir denken uns alsdann an der Mutter soviel weggeschnitten, daß nur noch ein Stück bleibt, wie Fig 2 u. Fig 2a zeigt, für dieses gelten dann noch genau dieselben Gl. wie für Fig 1 u. Fig 1a.

Wir denken uns nun das Stück der Mutter die Spindel vollkommen elastisch, biegen es zu einem Kreis zusammen, u. ersetzt dadurch ein Schneckenrad u. die Spindel heißt der zugehörige Schneckenwurm. während findet hierbei dieselbe Reibung statt als bei der Schraube, indem alles genau so ist, nur daß das Gewinde des Schneckenrads ein wenig deformiert ist.

Reibung bei den Zahnrädern.

Es seien R u. r die beiden Theilkreise, O u. O1 die Mittelp. derselben, Z u. z Zähne derselben, die sich in B berühren, A der Berührungspunkt der beiden Theilkreise u. BA die Normale zu B zu den beiden Zahnflächen.

Ferner sei P die treibende Kraft an R u. Q der Widerstand bei r, wäre nun keine Reibung vorhanden, so müßte $P = Q$ sein, allein die Reibung bei der Bewegung entsteht, so ist $P > Q$ u. der zu berechnende Reibungswiderstand ist:

$$F = P - Q.$$

Es seien N u. N die gegenseitigen Pressungen der Zähne, deren Werthe numerisch gleich groß sind; da nun die Zähne aufeinander schleifen, so entsteht die Reibung Nf, wenn nachdem der Zahn Z nach der Richtung BG u. Z nach der Richtung BH gezogen wird.

Es sei $AB = p$, so müssen für den Gleichgewichtszustand die Gleichungen gelten:

$$\left.\begin{aligned} PR &= NR\cos\varphi + Nf(R\sin\varphi + p) \\ \text{u. } Qr &= Nr\cos\varphi + Nf(r\sin\varphi - p) \end{aligned}\right\} (1)$$

u. daraus:

$$P = N\cos\varphi + Nf\left(\sin\varphi + \frac{p}{R}\right)$$

$$Q = N\cos\varphi + Nf\left(\sin\varphi - \frac{p}{r}\right)$$

u. folg.

$$\frac{P}{Q} = \frac{\cos\varphi + f\left(\sin\varphi + \frac{p}{R}\right)}{\cos\varphi + f\left(\sin\varphi - \frac{p}{r}\right)}$$

u. da $F = P - Q$, also auch $\frac{F}{Q} = \frac{P}{Q} - 1$

so ist

$$\frac{F}{Q} = \frac{\cos\varphi + f\left(\sin\varphi + \frac{p}{R}\right)}{\cos\varphi + f\left(\sin\varphi - \frac{p}{r}\right)} - 1 = \frac{\cos\varphi + f\left(\sin\varphi + \frac{p}{R}\right) - \cos\varphi - f\left(\sin\varphi - \frac{p}{r}\right)}{\cos\varphi + f\left(\sin\varphi - \frac{p}{r}\right)}$$

u. endl.

$$\frac{F}{Q} = \frac{f\left(\frac{p}{R} + \frac{p}{r}\right)}{\cos\varphi + f\left(\sin\varphi - \frac{p}{r}\right)}$$

φ u. p ändern sich mit der Stellung der Zähne. Wenn der Berührungspkt. der Zähne in die Centrallinie fällt, so ist φ u. $p = 0$, bewegen sich die Räder weiter, so wächst φ u. das Gesetz nach dem p mit φ wächst ist bei jeder Verzahnung ein anderes u. zwar ist p immer eine bestimmte Function von φ. $p = \text{funct}(\varphi)$

Man müßte also in obige Formel $p = \text{funct}(\varphi)$ einführen, daraus für verschiedene φ den Werth von F aufsuchen u. davon das Mittel nehmen; allein da dieß sehr weitläufig ist, so machen wir folg. Annäherung. da φ immer eine sehr kleine Größe ist, indem man gewöhnl. viel Zähne hat, so begeht man keinen großen Fehler, wenn man setzt $\cos\varphi = 1$

u. da außerdem auch f u. p sehr klein ist, so kann man auch annähernd $f \sin(\varphi - \frac{p}{2}) = 0$ setzen.

u. folg. ist $\frac{F}{Q} = f\left(\frac{p}{R} + \frac{p}{r}\right)$

u. dieser Gl. ist nur p veränderl. u. folg. auch F; im Berührungspunkt der Zähne in der Centrallinie ist $p = 0$ u. folg. auch $F = 0$; F wächst, also, je weiter sich die Zähne von der Centrallinie entfernen (u. sich natürlich noch berühren.)

Angenommen die Zähne führen sich durch eine Theilung so ist der Werth von p nahezu gleich t, u. folg. kann man setzen das max. v. $p = t$ nahe

minim. v. $p = 0$ genau

u. den mittleren Werth v. $p = \frac{1}{2} t$ nahe

setzen wir dieß in letzter Gleich. $p = \frac{1}{2} t$, so erh. wir für den mittleren Betrag der Reibung folg.

$$\frac{F_m}{Q} = f \frac{1}{2} t \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)$$

u. bezeichnet man durch N die Anzahl der Zähne des großen u. durch n die Anzahl der Zähne des kleinen Rades, so ist:

$$t = \frac{2R\pi}{N} \quad \text{u.} \quad \frac{N}{n} = \frac{R}{r}$$

u. folg. $\frac{F_m}{Q} = f\frac{1}{2}\,\frac{2R\pi}{M}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{r}\right)$

$$\frac{F_m}{Q} = f\pi\frac{1}{M}\left(1+\frac{R}{r}\right) = f\pi\frac{1}{M}\left(1+\frac{M}{m}\right)$$

$$\frac{F_m}{Q} = f\pi\left(\frac{1}{M}+\frac{1}{m}\right)$$

od. $F_m = Q f\pi\left(\frac{1}{M}+\frac{1}{m}\right)$

der Werth von F_m ist um so genauer, je kleiner die Theilung ist. Aus dieser letzten Gl. geht auch hervor, daß es annähernd ziemlich gleichgültig ist, welche Verzahnung man nimmt, in Bezug auf die Größe der Reibung. Rechnet man den Werth von F nach der Formel:

$\frac{F}{Q} = \frac{f\left(\frac{h}{R}+\frac{h}{r}\right)}{\cos\varphi + f\left(\sin\varphi - \frac{h}{R}\right)}$, indem man für = funct($\varphi$) einführt, aus, für verschiedenen Verzahnungen aus, so findet man daß die Reibung bei Evolventenzähnen die geringste ist. Auch geht aus dieser Gl. hervor, daß je größer M u. m, je kleiner die Reibung. Folgendes Beispiel soll zeigen, wie gering der Betrag der Reibung bei den Stirnrädern ist. Es sei $f = 0,15$ u. $M = 96$, $m = 48$

so ist $\frac{F_m}{Q} = \frac{0,1\cdot 3,14}{32} = \frac{0,314}{32} = \frac{1}{100} = 1\%$

also ist die Reibung schon in den gewöhnlichsten Fällen sehr gering u. folg. nutzen sich auch die Zähne, wenn sie gut hergestellt sind wenig ab.

Reibung bei den Kegelrädern

Da wie wir früher schon gesehen haben der Eingriff der Zähne u. d. Berechnung annähernd so erfolgt wie bei 2 Stirnrädern von den Halbmessern der Ergänzungskegel, so können wir auch hier die Reibung annähernd der der Stirnräder von diesen Halbmessern gleich setzen.

Es sei M u. m die Anzahl der Zähne der beiden Kegelräder von den Halbmessern R u. r, M' u. m' die Anzahl der Zähne für die idealen Stirnräder von den Halbmessern S u. s, so ist für die idealen Stirnräder:

$$F_m = Qf\pi\left(\frac{1}{M'} + \frac{1}{m'}\right)$$

u. wir haben also jetzt M' u. m' zu berechnen u. diese Gl. einzuführen, um die Reibung für die wirklichen Kegelräder zu erhalten.

Wegen der Gleichheit der Theilung ist:

$$\frac{2R\pi}{M} = \frac{2r\pi}{m} = \frac{2S\pi}{M'} = \frac{2s\pi}{m'}$$

demnach ist $\frac{1}{M'} = \frac{1}{M}\cdot\frac{R}{S}$

u. $\frac{1}{m'} = \frac{1}{M}\cdot\frac{R}{s}$

$$F_m = Qf\pi\frac{R}{M}\left(\frac{1}{S}+\frac{1}{s}\right)$$

$$S\cos\beta = R \text{ u. } s\cos\gamma = r$$

$$\frac{1}{S} = \frac{\cos\beta}{R} \text{ u. } \frac{1}{s} = \frac{\cos\gamma}{r}$$

$$\frac{1}{S}+\frac{1}{s} = \frac{\cos\beta}{R} + \frac{\cos\gamma}{r}$$

$$F_m = Qf\pi\frac{R}{M}\left(\frac{\cos\beta}{R}+\frac{\cos\gamma}{r}\right) = \frac{Qf\pi}{M}\left(\cos\beta + \frac{R}{r}\cos\gamma\right)$$

$$F_m = \frac{Qf\pi}{M}\left(\cos\beta + \frac{M}{m}\cos\gamma\right) = Qf\pi\left(\frac{\cos\beta}{M}+\frac{\cos\gamma}{m}\right) \quad (1)$$

u. da $\beta+\gamma = \alpha$, so ist $R = x\sin\beta$ u. $r = x\sin\gamma$

u. $\frac{R}{r} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{M}{m}$

$$\frac{M}{m} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{\sin(\alpha-\gamma)}{\sin\gamma} = \frac{\sin\alpha\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma}{\sin\gamma} = \sin\alpha\cot\gamma - \cos\alpha$$

$$\cot\gamma = \frac{\frac{M}{m}+\cos\alpha}{\sin\alpha} \text{ od. } tg\gamma = \frac{\sin\alpha}{\frac{M}{m}+\cos\alpha}$$

u. weil $\cos\gamma = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\gamma}}$

so ist $$\cos\gamma = \frac{\frac{\cos\alpha}{M}+\frac{1}{m}}{\sqrt{\frac{1}{M^2}+\frac{1}{m^2}+2\frac{1}{M}\frac{1}{m}\cos\alpha}} \quad (2)$$

Es ist auch $\frac{m}{M} = \frac{\sin\delta}{\sin\beta} = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta}{\sin\beta} = \sin\alpha\cot\beta - \cos\alpha$

$\cot\beta = \frac{\frac{m}{M}+\cos\alpha}{\sin\alpha}$ u. $tg\,\beta = \frac{\sin\alpha}{\frac{m}{M}+\cos\alpha}$

u. da $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\beta}}$

so ist auch $\cos\beta = \frac{\frac{\cos\alpha}{m}+\frac{1}{M}}{\sqrt{\frac{1}{M^2}+\frac{1}{m^2}+2\frac{1}{M}\frac{1}{m}\cos\alpha}}$ (3)

die Werthe von $\cos\beta$ u. $\cos\gamma$ aus (2) u. (3) in (1) eingeführt kommt: $F_m = QfT\sqrt{\frac{1}{M^2}+\frac{1}{m^2}+2\frac{1}{M}\frac{1}{m}\cos\alpha}$

dies ist also die Größe der Reibung bei den Kegelrädern, u. da nun $\sqrt{\frac{1}{M^2}+\frac{1}{m^2}+\frac{2}{M}\cdot\frac{1}{m}\cos\alpha} < \frac{1}{M}+\frac{1}{m}$

so ist hier die Reibung noch etwas kleiner als bei den Stirnrädern.

Reibung bei den Rollen.

Es sei der auf den Umfang der getriebenen Rolle reducirte Widerstand Q, so muß nach dem Früheren, der führende Riemen mit 2Q u. der geführte mit Q gespannt sein.

Es ist dann $3Qf\frac{d}{D}$ die Reibung der treibenden Rolle

$3Qf\frac{d'}{D'}$ die Reibung der getrieb. Rolle.

$3Qf\left(\frac{d}{D}+\frac{d'}{D'}\right) = W$ die Kraft um die Gesammtreibung zu überwinden.

Nehmen wir z. B. den günstigsten Fall an, daß die ganze Kraft übertragen werde, so ist dann $\frac{d}{D}$ u. $\frac{d'}{D'} = \frac{1}{14}$

u. folg. $W = 3Qf\left(\frac{1}{14}+\frac{1}{14}\right) = \frac{3}{7}Qf = 0{,}428Q$

ist z. B. $f = \frac{1}{10}$, so ist $W = 0{,}0428Q$

es gehen also hier durch Reibung im günstigsten Falle schon 4% verloren, also ist die Reibg. bei weitem größer als bei Rädern mit ineinandergreifenden Zähnen.

Wird übrigens, wie es gewöhnlich der Fall ist, nur ein Theil der Kraft übertragen, so fällt $\frac{e}{N}$ ungünstiger aus.

Reibung bei einer Transmission.

Es handelt sich darum, ob es besser, in Bezug auf den Reibungswiderstand ist, eine schwere langsamgehende Welle od. eine leichte schnelllaufende Welle zu nehmen. Folgendes soll dies erläutern.

$\frac{d^2\pi}{4} l$ ist das Vol. der Welle.

$\frac{d^2\pi}{4} l\gamma$ ist das Gew. " "

$\frac{d^2\pi}{4} l\gamma f$ ist der Reibungsw. " "

$\frac{d\pi n}{100.60}$ Umfangsgeschw. pr. Sec. in Met.

$$\text{folg. } \frac{d^2\pi}{4} l\gamma f \frac{d\pi n}{100.60} = e$$

$$\text{od. } \frac{\pi^2 \gamma f}{4.100.60} d^3 l n = e$$

$$\text{u. da } d = 16\sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ u. } d^3 = 16^3 \frac{N}{n}$$

$$\text{so ist } e = \frac{\pi^2 \gamma f}{4.100.60} l n\, 16^3 \frac{N}{n}$$

$$\text{od. } \frac{e}{75} = \frac{\pi^2 f \gamma\, 16^3 l}{4.100.60.75} N$$

$$\frac{\frac{e}{75}}{N} = \frac{\pi^2 f \gamma\, 16^3}{4.100.60.75} l N$$

Es gibt also das Gl. das Verh. zwischen dem Effectverlust u. dem ganzen Totaleffect der Welle an, u. da in weder d noch n vorkommt, so ist also einerlei in Bezug auf Reibg welche von den beiden oben angeführten Fälle man wählt.

Steifigkeitswiderstand der Seile.

Da die Seile nicht vollkommen elastisch sind, so verursachen sie, wenn durch dieselben eine Last Q vermittelst einer Rolle gehoben werden soll, einen Widerstand, indem das Seil, welches angreift, die Gestalt hat, wie es die beistehende Fig.

etwas überwinden zeigt, zuerst krümmen u. dann wieder gerade gebogen werden muß.

Wäre keine Steifheit vorhanden, so müßte sein $Qq = Pp$, also $P = \frac{Qq}{p}$

da aber $\frac{q}{p} > 1$ u. also $P > Q$

so ist $P - Q = \frac{Qq}{p} - Q = Q\left(\frac{q}{p} - 1\right) = K$

die zur Ueberwindung der Steifheit nothwendige Kraft K.

Wollte m. genau verfahren, so müßte m. $\frac{q}{p}$ aus der Gestalt des Seiles aufnehmen u. in letzte Gl. einführen. Allein da dieß sehr schwierig ist, u. überdieß sehr verwickelt ist, so bestimmt m. diesen Widerstand am besten durch Versuche. Da sich der Widerstand nach dem Durchmesser der Rolle D u. der Dicke d des Seils richten wird, so kann m. als hypothetische folg. Gl. aufstellen.

$$P - Q = \alpha \frac{\delta^m}{D^n} Q.$$

Eytelwein hat dieses m, n u. α durch Versuche bestimmt u. fand $P - Q = 0{,}0182 \frac{\delta^2}{D}$

für Seile mittleren, guten Zustandes. Diese Gleichung genügt vollkommen zur Bestimmung dieses Widerstandes. Im Maschinenbau kommt m. oft die Formel $x\sqrt{x^2+y^2}$ vor, wo x u. y gewöhnlich 2 Kräfte bedeuten, besonders kommt diese Formel sehr häufig bei der Berechnung der Reibungswiderstände vor, indem sie durch die Rechnung nicht schlecht wird, auch umständliche Rechnungen führt, so wollen wir für diese Formel einen andern Ausdruck suchen, von der Form $\alpha x + \beta y$, welche welches (annähernd dieselbe) einfacher ist, u. das doch annähernd dieselben Werthe x u. y liefert. Der Fehler, welcher dabei entsteht ist: $f = \sqrt{x^2+y^2} - (\alpha x + \beta y)$

wir müssen nur die Coeff. α u. β so bestimmen, daß der Fehler f im Mittelgenommen ein Minimum wird

Es sei z. B. in beistehender Fig. y eine horizontale u. x eine verticale Kraft, die resultirende aus beiden sei r u. φ der $\angle$ von r gegen die Horizontale, so ist:

$$x = r\sin\varphi \text{ u. } y = r\cos\varphi$$

$$\text{u. } f = r - r(\alpha\sin\varphi + \beta\cos\varphi) = r(1 - (\alpha\sin\varphi + \beta\cos\varphi))$$

In der Regel kennt man die Werthe von x u. y nicht, sondern nur die Grenzen innerhalb welcher sie liegen

Es seien (u. allgemein) die Grenzen von $\varphi \begin{Bmatrix}\varphi^0\\ \varphi'\end{Bmatrix}$

Es handelt sich also jetzt darum α u. β so zu bestimmen, daß der Fehler f im Mittel genommen ein minimum wird, wenn φ auch immer für Werthe [illegible] zwischen φ^0 u. φ' liegen.

Da obiger Fehler f ebensowohl + als − sein kann, so erheben wir die letzte Gl. ins Quadrat,

$$f^2 = r^2(1-(\alpha\sin\varphi+\beta\cos\varphi))^2$$

Es muß also jetzt das Quadrat des Fehlers im Mittel genommen ein minim. werden. Nach der Theorie der mittleren Werthe ist nun:

Es sei nun z. B. daß $y > x$ u. daß $\frac{y}{x} = \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} = \cot g\,\varphi$ so liegt dann φ zwischen $0°$ u. $45°$.

$$\Delta = \frac{\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} f^2\, d\varphi}{\varphi_1-\varphi_0}$$

$$\Delta = \frac{1}{\varphi_1-\varphi_0}\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} r^2(1-(\alpha\sin\varphi+\beta\cos\varphi))^2\, d\varphi$$

$$S = \frac{r^2}{\varphi_1-\varphi_0}\int_{\varphi_0}^{\varphi_1}\left(1+\alpha^2\sin^2\varphi+\beta^2\cos^2\varphi+2\alpha\beta\sin\varphi\cos\varphi-2\alpha\sin\varphi-2\beta\cos\varphi\right)d\varphi$$

$$S=\frac{r^2}{\varphi_1-\varphi_0}\left[\int_{\varphi_0}^{\varphi_1}d\varphi+\alpha^2\int_{\varphi_0}^{\varphi_1}\sin^2\varphi\, d\varphi+\beta^2\int_{\varphi_0}^{\varphi_1}\cos^2\varphi\, d\varphi+2\alpha\beta\int_{\varphi_0}^{\varphi_1}\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi-2\alpha\int_{\varphi_0}^{\varphi_1}\sin\varphi\, d\varphi-2\beta\int_{\varphi_0}^{\varphi_1}\cos\varphi\, d\varphi\right]$$

dies integrirt u. ausgerechnet kommt ein Ausdruck heraus von der Form $S = F(\alpha,\beta,\varphi_0,\varphi_1,r)$

u. dies ist also der mittlere Werth vom Quadrat des Fehlers welcher ein min. werden soll. Es ist nun nach der Lehre vom Maximum u. Minimum:

$$\frac{\partial S}{\partial\alpha}=\frac{\partial F(\alpha,\beta,\varphi_0,\varphi_1,r)}{\partial\alpha}=0$$

$$\frac{\partial S}{\partial\beta}=\frac{\partial F(\alpha,\beta,\varphi_0,\varphi_1,r)}{\partial\beta}=0.$$

dies differentiirt u. daraus α u. β bestimmt, so findet man für dieselben die absolut besten Werthe, näml.

$$\alpha = 2\,\frac{\cos\varphi_0-\cos\varphi_1}{\varphi_1-\varphi_0+\sin(\varphi_1-\varphi_0)} \quad \text{u.} \quad \beta = 2\,\frac{\sin\varphi_1-\sin\varphi_0}{\varphi_1-\varphi_0+\sin(\varphi_1-\varphi_0)}$$

u. man kann also annähernd schreiben:

$$\sqrt{x^2+y^2}=2\,\frac{\cos\varphi_0-\cos\varphi_1}{\varphi_1-\varphi_0+\sin(\varphi_1-\varphi_0)}\,x+2\,\frac{\sin\varphi_1-\sin\varphi_0}{\varphi_1-\varphi_0+\sin(\varphi_1-\varphi_0)}\,y.$$

Ist z. B. $\frac{x}{y}=tg\,\varphi$

u. $y > x$

folgl. liegt φ zwischen $\varphi_0=0$ u. $\varphi_1=\frac{\pi}{4}$

dann ist $\sin\varphi_0=0$ u. $\cos\varphi_0=1$, $\sin\varphi_1=\sqrt{\tfrac{1}{2}}$, $\cos\varphi_1=\sqrt{\tfrac{1}{2}}$

dies in die letzte Gl. eingesetzt u. ausgerechnet kommt:

$$\sqrt{x^2+y^2}=0,393x+0,947y$$

Ist z. B. $x=300$ u. $y=500$ so ist $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{300^2+500^2}=583$ (genau)

u. annähernd $\alpha x+\beta y=\sqrt{x^2+y^2}=0,393.300+0,947.500=591$ (annähernd)

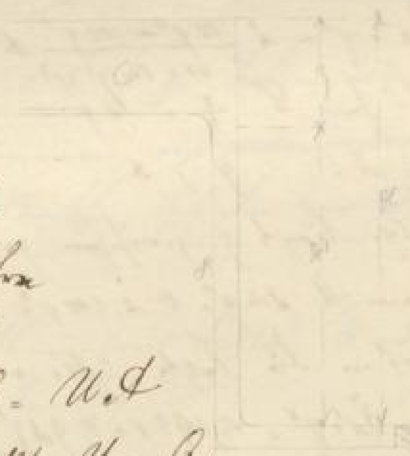
also wie man sieht nicht sehr viel Unterschied.

Wenn von x u. y gar nichts bekannt ist, als dass sie beide + sind, so ist $\varphi_0=0$ u. $\varphi_1=\frac{\pi}{2}$

Es ist dann $\sqrt{x^2+y^2} = \alpha x + \beta y = 0,[illegible](x+y)$
u. setzt wieder $x = 300$ u. $y = 300$,
so ist $\alpha x + \beta y = 0,[illegible](300+300) = 621,6$.
Je kleiner die Grenzen φ_0 u. φ' sind, um so genauer ist das Resultat.

Verschiedene Widerstände.

Unter Wasserreibung versteht m. denjenigen Widerstand, der entsteht, wenn Wasser längs einer Wand hinfließt, so z. B. bei einem Schiff u. s. w. Namentlich versteht m. aber auch darunter, den Widerstand der bei der Bewegung des Wassers in einer Röhre entsteht. Er wurde durch Untersuchungen Versuche bestimmt.



Es sei in nebenstehender Fig. B ein Rohr, die mit dem Reservoir C in Verbindung steht. Man messe nun die Wassermenge, die ausgeflossen ist, u. es sei A der Querschnitt der Röhre u. U die Geschwindigkeit mit der das Wasser ausfließt, so ist: $Q = U \cdot A$
u. folglich die Geschw. U mit der es ausfließt $U = \frac{Q}{A}$
Wenn keine Reibg. vorhanden wäre, so flösse es mit einer Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gH}$ aus.
Es sei nun H' diej. Höhe, von welcher das Wasser herabfließen müßte wenn keine Reibung vorhanden wäre um mit der Geschwindigkeit u auszufließen.

es ist dann $u = \sqrt{2gH'}$

u. folg. $H = \frac{v^2}{2g}$ u. $H' = \frac{u^2}{2g}$

u. da $u < v$

so ist $H - H' = z$

derj. Theil des Gefälles der nothwendig ist um den Reibungswiderstand zu überwinden, u. nennt ihn auch Widerstandshöhe. Machen wir nun eine Hypothese u. prüfen diese Formel durch Versuche.

dieser Widerstand ist wird abhängen von der Grösse der reibenden Fläche F u. der Geschwindigkeit u. Man setzt ähnlich hypothetisch $z = F(\alpha u + \beta u^2)$

Von Eytelwein u. Andern angestellte Versuche zeigten nun, daß dies richtig ist, u. er bestimmt auch die Coefficienten α u. β.

Es ist nun 1000 Az das Gew. der Wassermenge das aus einem Rohr vom Querschnitt A u. der Höhe z ausfliesst.

u. folg $z = \frac{F}{A}\left(\frac{\alpha}{1000} u + \frac{\beta}{1000} u^2\right)$

wobei $\frac{\alpha}{1000} = 0,00001733$ u. $\frac{\beta}{1000} = 0,0003483$

Für runde Röhren ist nun:

$F = D\pi L$, $A = \frac{D^2\pi}{4}$ u. $\frac{F}{A} = \frac{4}{D} L$

folg. $z = 4\frac{L}{D}(0,00001733\,u + 0,0003483\,u^2)$

daß dieser Widerstand, wie die Formel zeigt, von dem Material der Röhre unabhängig ist, erklärt sich aus der Adhäsion des Wassers. Ferner zeigt die Formel, daß bei Röhren von grossem Durchmesser dieser Widerstand kleiner ist als bei kleinem Durchmesser.

Zusammengesetzte Maschinen.

Meßapparate.

Die in das Gebiet des Maschinenwesens gehörigen Bestimmungen sind, die Bestimmung von Kräften, Gewichten, Zeit u. Geschwindigkeit, u. wir wollen uns mit den Apparaten durch welche dies geschieht in der Folge befassen.

Wagen.

Die Wagen dienen dazu um die Gewichte der Körper zu messen, die einfachste u. älteste ist die sog. Schnell od. Römerwage, wie sie Fig. 1 darstellt.
A ein ungleicharmiger Hebel, dessen bei seinem Drehungspunkt B mittelst eines Hakens C aufgehängt werden kann, am längeren Hebelarm ist die Wagschale mittelst eines Hakens auf einer Schneide beweglich. Liegt auf der Schale kein Gewicht, so neigt die Wage nach der Seite des längeren Hebelarms um, bis der Schwerpunkt senkrecht unter dem Aufhängepunkt liegt. Legt man nun aber ein Gewicht auf die Schale, so neigt sie nach entgegengesetzter Seite um, u. hängt man nun ein Gewicht, das sog. Laufgewicht, auf den längeren Hebelarm, u. schiebt dies so weit hinaus, bis der Druck des Gewicht auf der Schale das Gleichgewicht hält. Tragen wir nun auch den

Länge x in welcher man das Laufgewicht von dem Unterstützungspunkt entfernt aufhängen muß, damit es dem Gewicht auf der Schale das Gleichgewicht hält. Hier muß dann sein, G+ wenn das Gewicht der Schale s u. das Gew. auf der Schale G, das des Laufgew. P ist u. p das Gew. des Waagbalkens ist:

$$(G+s)a = b\,p + x\,P$$

od. $x = \frac{(G+s)a - bp}{P} = \frac{sa - bp}{P} + a\frac{G}{P}$

Wie weit müssen wir nun das Laufgewicht hinausschieben, wenn G um eine Einheit größer wird. Nennen wir diese Länge Δx, so muß sein:

$$x + \Delta x = \frac{sa - bp}{P} + a\frac{G+1}{P}$$

folgl. $\Delta x = \frac{a}{P}$

dieses Δx ist also constant u. man ~~[illegible]~~ Länge erhält dadurch auf dem Waagbalken eine Scala mit gleichgroßen Intervallen auftragen, von welchen jeder Theilstrich einer Gewichtszunahme, gleich der Einheit, auf der Waagschale entspricht. Will man sich nun selbst eine Scala anfertigen, so macht man zuerst die Waage fertig, legt dann auf die Schale ein Gewicht G' u. bestimmt die Entfernung x', legt dann ein Gewicht G^2 darauf u. bestimmt die Entfernung x^2, wo wieder das Gleichgewicht herrscht. Es entspricht dann dem Gewicht $G^2 - G'$ eine Entfernung $x^2 - x'$; theilt man dadurch dies $x^2 - x'$ in $G^2 - G'$, u. trägt das so erhaltene Resultat auf dem Waagbalken auf, so erhält man eine Scala, wo der jeden Theilstrich, um den man den Läufer fortschiebt, eine Gewichtszunahme ~~[illegible]~~ der Scala entspricht.

diese Wage ist aber nicht genau u. dient daher nur für geringeren Wägungen, sie ist aber bequem zu handhaben, u. eine sehr genaue Wage ist bei guter Ausführung die Gleicharmige Fig. .
Es seien A u. A' die beiden Aufhängepunkte der Wagschalen, AA' die Verbindungslinie dieser Punkte. Ferner sei C der Unterstützungspunkt der Schneide des Wagbalkens u. E der Schwerpunkt desselben, u. AD = A'D. Bei gleicher od. keiner Belastung der Wagschalen spielt die Zunge des Wagbalkens ein, d.h. sie steht ⊥ auf der Verbindungsl. AA' in horizontaler Lage. Ist die eine Schale stärker belastet als die andere, so neigt sich die Zunge nach dieser Seite u. sie bildet mit der Linie EDC einen $\angle \varphi$, den wir nun berechnen wollen. Es ist, wenn wir die Bezeichnungen, wie sie Fig 1a gibt, beibehalten:

$$(q+s)GC + pHC = (q+\Delta q+s)CJ$$

u. $CG = a\cos\varphi + b\sin\varphi$

$CH = c\sin\varphi$ u. $CJ = a\cos\varphi - b\sin\varphi$

$$(q+s)(a\cos\varphi + b\sin\varphi) + pc\sin\varphi = (q+\Delta q+s)(a\cos\varphi - b\sin\varphi)$$

$$(q+s)(a + b\,tg\varphi) + pc\,tg\varphi = (q+\Delta q+s)(a - b\,tg\varphi)$$

$$(q+s)a + (q+s)b\,tg\varphi + pc\,tg\varphi = (q+s)a + a\Delta q + (q+\Delta q+s)b\,tg\varphi$$

u. daraus $tg\varphi = \frac{a\Delta q}{(2q+2s+\Delta q)b + pc} = \frac{a\frac{\Delta q}{q}}{\left(2+\frac{2s}{q}+\frac{\Delta q}{q}\right)b + \frac{pc}{q}}$

die Empfindlichkeit einer Wage nun wird nach dem $\angle \varphi$ beurtheilt, welcher bei einem sehr kleinen Gewicht groß ausfallen muß, wenn die Wage gut sein soll.

die Waage ist also um so empfindlicher für ein gegebenes Übergewicht, wenn $tg\,\varphi$ aus letzter Gleichung od. φ groß wird. Fassen wir nun die Bedingungen, die sich aus dieser Gleichung für eine gute Waage ergeben, zusammen, so sind sie folgende.

1) Muß für eine vollständig freie Aufhängung der Schalen gesorgt sein, damit Richtung der Kraft, welche die Gewichte ausüben, stets durch den Aufhängepunkt der Schalen geht u. senkrecht zur horizontalen Verbindungslinie $A\,A'$ ist. [illegible]

2) Muß für eine vollständig freie Aufhängung des Unterstützungspunktes gesorgt sein, was durch eine prismatische Schneide, die am Waagbalken befestigt ist, u. die auf einer Ebene ruht hergestellt wird. Diese Schneide soll der Durchschnitt der zweier mathematischen Ebenen sein, sowie die Unterlage selbst eine vollkommene Ebene sein soll. Dies wird im vollkommensten erreicht durch Schleifen der 3 Ebenen aufeinander.

3) Soll der Unterstützungspunkt, sowie der Schwerpunkt so nahe als möglich an der Verbindungslinie $A\,A'$ liegen. Ersterer kann in dieselbe fallen (u. er wird auch in der Regel in dieselbe verlegt) aber letzterer muß immer etwas unter der Linie $A\,A'$ liegen. Wird der Unterstützungsp. in die Verbindungslinie verlegt, so erhält m. für $tg\,\varphi$ auch folg. Gleichung, indem ja dann $h = 0$ ist:

$$tg\,\varphi = \frac{a\,\Delta g}{p\,c}$$

u. hieraus ergibt sich noch eine 4te Bedingung:

4) Soll der Waagbalken im Vergleich seines Gewichts möglichst lang sein,
weshalb man ihm gewöhnlich beistehende
Form gibt.

der Fehler, welcher beim Abwägen mit ungleichlangen Armen entsteht, kann durch doppeltes Abwägen beseitigt werden.
Es ist, wenn K der zu wiegende Körper ist, u. wenn wir beistehende Bezeichnungen beibehalten: $aK = a'G$

u. $a'K = aG'$

folgl. $K^2 = GG'$

u. daraus $K = \sqrt{GG'}$.

durch die kleinen Gewichte G u. G' welche an der Verlängerung des Wagbalkens angeschraubt sind, kann das Gewicht eines Wagbalkens durch die Stellung des Gewichtes vergrößert od. verkleinert werden. Durch G' kann der Schwerp. des Wagbalkens um ein wenig gehoben od. gesenkt werden.
Diese Wagen geben bei sorgfältiger Ausführung eine sehr große Empfindlichkeit, sind aber für größere Gewichte nicht zu gebrauchen, u. man bedient sich in diesem Falle der:
Brückenwagen, welche aber das Gewicht nicht sehr genau angeben, was aber bei großen Massen gar nichts schadet. Wir wollen nun einige davon durchgehen. Die gebräuchlichste ist die sog.
Quintenz'sche Dezimalwage Fig. 8.
A Wagsäule, B Wagbalken mit den 4 Schneiden C, D, E, F. G ein Wagbalken mit den 3 Schneiden H, J, K. G ist mit B durch L verbunden. M eine Brücke die auf 2 Schneiden J u. O steht; an der Schneide O ist die Stange N angebracht, welche die Brücke M mit dem Wagbalken B bei E verbindet.

die Wage wird nun durch Einlegen kleiner Gewichte in ein Schälchen an der Wagschale, so tarirt, daß sie einspielt. Es sei nun Q das Gew. ~~der~~ Last auf der Brücke, aufgelegte Last, welche durch das Gewicht P auf der Schale das Gleichgewicht gehalten wird. Wenn die Wage brauchbar sein soll, so muß es einerlei sein, wo die Last Q auf der Brücke liegt. Es sei der Druck der Last Q auf D ausübt Q^1 u. der Zug den sie auf N ausübt Q^2, so muß also sein:

$$Q^1 + Q^2 = Q \quad (1)$$

Es entsteht hierdurch bei E ein Zug $= Q^1 \frac{a^1}{b^1}$ u. E ein Zug $= Q^2$. folg. hat man die Gl.

$$Q^1 \frac{a^1}{b^1} b + Q^2 a = Pc$$

$$Q^1 \frac{a^1}{b^1} b + (Q - Q_1) a = Pc$$

$$Q^1 \left(\frac{a^1}{b^1} b - a\right) + Qa = Pc$$

Um die Bedingung zu erfüllen, daß Q überall liegen kann, muß sein $\frac{a^1}{b^1} b - a) = 0$

daraus ergibt sich $a^1 b = a b^1$ od. $\frac{a^1}{b^1} = \frac{a}{b}$ (2)

dann ist auch $Qa = Pc$ od. $Q = \frac{c}{a} P$

die Bedingung der Brauchbarkeit der Wage ergibt sich also aus (2) so, daß die beiden Wagbalken DE u. ? im selben Verhältniß getheilt sein müssen.

Soll nun die Wage eine Decimalwage sein, so muß $a = \frac{1}{10} c$ sein, u. ~~es gibt dann~~ man braucht dann also nur $\frac{1}{10}$ des Gew. von Q auf die Wagschale zu legen, wenn die Wage einspielen soll.

Obige Anordnung bewirkt, daß sich die Brücke stets ∥ bewegt, wo Q auch liegen mag.

Ebenso beruht Stangen jeder andere Wagenmechanismus, der bewirkt, daß die Brücke stets zu sich ‖ bewegt wird als Brückenwagen angewendet werden. Von den mannigfachen Parallelbewegungen die hier angewendet werden können zeigt Fig. - einer.

A Winkelhebel, B Brücke.
C D 2 Scheiben, welche entgegengesetzte Richtungen haben,
E F ebenfalls 2 entgegengesetzt gerichtete Scheiben.

G u. H 2 Stangen, K Stütze. A K G H bilden das bekannte Parallellineal, woraus also die Brücke stets horizontal bleiben muß. Wird die Wage [illegible] u. legt man hierauf die Gewichte P u. Q auf, so muß sein, wenn die Wege die bei einer Schwankung der Wage die Last u. die Last zurücklegen p u. q sind:

$$Pp = Qq$$

u. $\frac{p}{q} = \frac{c}{a}$ u. folglich $\frac{p}{q} = \frac{Q}{P}$

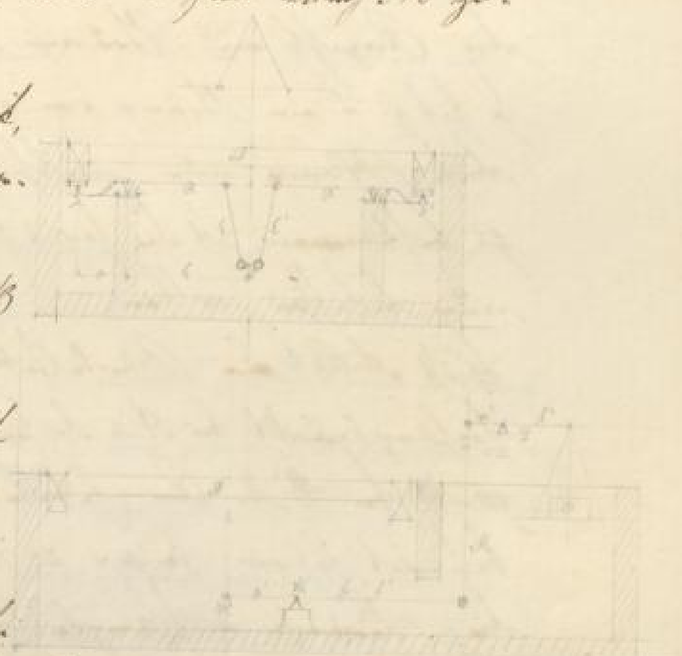
so folgt $\frac{Q}{P} = \frac{c}{a}$ od. $Q = \frac{Pc}{a}$

Eine andere Brückenwage für große Lasten u. [illegible] ist die [illegible] Fig 5 u. Fig 5a dargestellt.

A Brücke, B B' 2 Hebel mit den Schneiden C u. C' die auf Unterlagen aufliegen. Die Brücke liegt auf den Schneiden D D' auf, E E' 2 Stangen die bei H in einem Hebel eingehängt sind, der in K seinen Drehungspunkt hat.

L Waagbalken mit Schale, L u. F sind durch M zusammengehängt.

Ist die Waage wieder bereit, u. der Wagen auf die Brücke gefahren, so übt er bei D u. D' die Pressungen Q^1 u. Q^2 aus, u. es muß auch hier wieder sein $Q^1 + Q^2 = Q$ folg. ist der Druck bei K entsprechend



$$\left(Q^1\frac{a}{b} + Q^2\frac{a}{b}\right) = (Q^1+Q^2)\frac{a}{b} = Q\frac{a}{b}$$

u. der Zug bei M $Q\frac{a}{b}\cdot\frac{a'}{b'}$ u.
u. folg. der Druckzug an der Schale wenn das Gewicht P auf derselben das Gleichgewicht hält:

$$Q\frac{a}{b}\cdot\frac{a'}{b'}\cdot\frac{a''}{b''} = P.$$

Bei allen diesen Brückenwaagen muß eine entsprechende Mechanik dafür gesorgt werden, daß die Brücke nicht auf den Schneiden ruht, während die Last aufgeladen od. aufgefahren wird.

Zeigerwaagen.

Es sind dieß solche Waagen, bei denen der betreffende Körper auf eine Schale gelegt od. an einen Haken gehängt wird, welcher sie auf einen Mechanismus einwirken (Winkelhebel, Feder u. s. w.) der bewirkt, daß sich ein Zeiger längs einer Scale auf u. nieder bewegt. Die wichtigste ist die sog. Garnwaage, wie sie in den Spinnereien angewendet wird.

Zum Verständniß dieser Waag muß folg. aus der Spinnerei vorausgeschickt werden: M. versteht unter der Nummer eines Garns,

die Anzahl von Strängen welche auf ein Pfund gehen;
so hat z. B. ein Strang von No 30 ein Gewicht von $\frac{1}{30}$ Pf.
Diese Wage nun, welche dazu dient, die No eines Garns
zu bestimmen, ist die sog. Garnwage, mit welcher wir uns
nun befassen wollen.

Es ist ABC ein Winkelhebel, dessen
Drehungspunkt bei A u. dessen Schwer-
punkt bei B ist. Am Hebelarm AB
befindet sich ein Zeiger u. bei C ist ein Haken, an welchem man
die Stränge aufhängt. Derselbe Zeiger ist natürl. mit einem
Gradbogen. Hängt m. also an C verschiedene Stränge, so entspricht
jedem eine gewisse Stellung des Hebels; sei nun der Winkel
der beiden Hebelarme AB u. AC = α u. φ der Winkel um welche
sich der Zeiger aus seiner horizontalen Stellung gedreht hat,
so ist die Bedingung des Gleichgewichts, wenn m die Nummer
des Garns ist u. ein Strang angehängt ist:

$$pa\cos\varphi = \frac{1}{m}\, b\cos(180-(\alpha+\varphi))$$

$$pa\cos\varphi = -\frac{1}{m}\, b\cos(\alpha+\varphi) = -\frac{1}{m}\, b(\cos\varphi\cos\alpha - \sin\alpha\sin\varphi)$$

$$pa = -\frac{1}{m}\, b(\cos\alpha - \sin\alpha\, tg\,\varphi) = -\frac{1}{m}\, b\sin\alpha(\cot\alpha - tg\,\varphi)$$

$$\frac{m\,pa}{b\sin\alpha} = -\cot\alpha + tg\,\varphi \text{ u. hieraus } tg\,\varphi = \cot\alpha + \frac{m\,pa}{b\sin\alpha}$$

Um wieviel vergrößert sich nun φ, wenn das Numero
des Strangs um eine Einheit größer wird. Es ist dann:

$$tg\,\varphi + \Delta\varphi = \cot\alpha + \frac{(1+m)\,pa}{b\sin\alpha}$$

$$tg(\varphi+\Delta\varphi) - tg\,\varphi = \frac{pa}{b\sin\alpha} = c$$

u. in dieser Gleichung ist $\frac{pa}{b\sin\alpha}$ für eine bestimmte Wage
constant.

Man sieht aus dieser Gl. daß die Tangente des Winkels φ, nicht φ selbst, dem Gleichgewicht entspricht bei der Theilung des Numerus.

Fertigt man nun also einen Winkelhebel an, versieht ihn mit einer Drehungsaxe G, hängt denselben auf, u. belastet ihn so lange, bis der Zeiger horizontal steht u. diese Stellung entspreche nun z. B. dem mittleren Nummer m. Stellt man Lineal auf, welches die Tangente zu dem Bogen der Waage ist, welcher getheilt werden soll. Bringt man nun an den Hebel ein Gewicht an, daß z. B. um 5 Einheiten höhere Nummer hat, so bemerkt man, daß sich der Zeiger abwärts neigt. Bezeichnet man hierauf diese Stellung des Zeigers auf dem Lineal u. theilt diesen Abstand von der horizontalen, auf der Tang. in 5 gleiche Theile u. zieht hierauf an diese Theilpunkte Linien nach dem Drehungspunkt des Hebels, so bilden die Durchschnittspunkte dieser Linien mit dem Bogen an dem Instrument die Theilung. Da es aber bei diesem einfachen Verfahren leicht vorkommen kann, daß die Bogentheilung nach unten u. oben zu so klein werden kann, daß ein genaues Ablesen nicht mehr möglich ist (indem je diese Intervalle auf dem Bogen mit dem Wachsen der Tangente immer kleiner werden) so soll nun sehen wie man zu verfahren hat, damit diese Intervalle möglichst groß ausfallen.

Es stehe wieder der Zeiger bei dem mittleren Nummern horizontal, so wird er bei dem höchsten Nummer N senkrecht

Fig. für die Construction des Winkelhebels.

u. dieser Winkel, den der Zeiger alsdann mit der Horizontalen bildet heiße β; bei der kleinsten Nummer wird der Zeiger über die Horizontale gehen, u. dieser Winkel sei β', es kann dann sein, daß $\beta+\beta'$ groß ausfällt, wodurch die mittleren Intervalle groß die höchsten u. tiefsten hingegen klein ausfallen. Es kann aber auch $\beta+\beta'$ sehr klein ausfallen, wodurch die Tangenteneintheilung klein u. folglich auch die Bogenintervalle, welche aber dann nicht viel von einander verschieden sein werden. Man sieht also, daß es einen gew. Werth von $\beta+\beta'$ geben wird, bei welchem das letzte Intervall ein Maximum wird, u. diese Anordnung wird dann die beste Wage geben, u. wir wollen deshalb diesen $\Delta\beta$ bestimmen.

Es ist $tg\,\beta = (N-m)\,e$

u. $tg\,(\beta-\Delta\beta) = (N-1-m)\,e$

folg. $\dfrac{tg(\beta-\Delta\beta)}{tg\,\beta} = \dfrac{N-1-m}{N-m} = \lambda$ (2)

Es ist also β so zu bestimmen, daß sich der Werth von $\Delta\beta$ der sich aus dieser Gleichung ergibt ein Maximum wird.

$$tg(\beta-\Delta\beta) = \lambda\, tg\,\beta \quad (3)$$

$$\frac{\delta(\beta-\Delta\beta)}{\cos^2(\beta-\Delta\beta)} = \lambda\frac{\delta\beta}{\cos^2\beta}$$

od. $\dfrac{\delta\beta-\delta(\Delta\beta)}{\cos^2(\beta-\Delta\beta)} = \lambda\dfrac{\delta\beta}{\cos^2\beta}$

$\dfrac{1-\frac{\delta(\Delta\beta)}{\delta\beta}}{\cos^2(\beta-\Delta\beta)} = \dfrac{\lambda}{\cos^2\beta}$ u. da $\dfrac{\delta(\Delta\beta)}{\delta\beta} = 0$ sein muß

so ist: $\dfrac{1}{\cos^2(\beta-\Delta\beta)} = \dfrac{\lambda}{\cos^2\beta}$

folg. $\cos^2\beta = \lambda\cos^2(\beta-\Delta\beta)$ od. $1+tg^2(\beta-\Delta\beta) = \lambda(1+tg^2\beta)$

u. den Werth von $tg(\beta-\Delta\beta)$ aus (3) eingesetzt kommt:

$1+\lambda^2 tg^2\beta = \lambda(1+tg^2\beta)$ od. $tg\beta = \sqrt{\frac{1}{\lambda}}$

genähert. $tg\beta = \sqrt{\frac{N-m}{N-1-m}}$ genau

od. annähernd $tg\beta = 1$ od. $\beta = 45^\circ$

indem gewöhnl. $N-m = 20$ od. 30 u. mehr ist, also 1 gegen $N-m$ vernachlässigen kann.

Die beste Waage wird also die sein, bei welcher der Zeiger bei der mittlern Nummer horizontal steht, u. bei der höchsten u. tiefsten unter u. oberhalb dieser Horizontalen einen Winkel von 45° mit dieser bildet.

Sehen wir nun nach, welche Bedingungen erfüllt sein müssen, damit dieß der Fall ist. Es muß sein:

für $m = N$ der Winkel $\varphi = +45^\circ$ (wenn N das höchste No. ist)

u. für $m = n$ der Winkel $\varphi = -45^\circ$ (wenn n das niedrigste N. ist)

diese Werthe in (1) eingeführt kommt:

$$\left.\begin{aligned} 1 &= \cot\alpha + \frac{Npa}{b\sin\alpha} \\ -1 &= \cot\alpha + \frac{npa}{b\sin\alpha} \end{aligned}\right\} (4)$$

$$\frac{1-\cot\alpha}{1+\cot\alpha} = -\frac{N}{n} \quad \text{od.} \quad \frac{tg\alpha-1}{tg\alpha+1} = -\frac{N}{n}$$

$$\frac{1+tg\alpha}{1-tg\alpha} = \frac{N}{n} = tg\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$$

Also ist eine Bedingung $tg\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right) = \frac{N}{n}$

ferner ist $2 = \frac{(N-n)pa}{b\sin\alpha}$,

folg. ist die 2te Bedingungsgl. $\frac{pa}{b} = \frac{2\sin\alpha}{N-n}$

Hieraus ergibt sich schon daß α im 3ten Quadranten liegen muß, da $tg\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$ u. $\sin\alpha$ nur in diesem Quadranten + sind.

Die erste Bedingungsgl. bestimmt den $\angle\,\alpha$ u. die 2te bestimmt p. Will m. also eine solche Waage construiren so verfährt m. nach folg. Art.

Man vergleiche den Arm u. bringe a u. b nach schon bestehenden Constructionen auf u. [illegible]. Giebt man dem Winkelhebel [illegible] die Form, daß sein Schwerpunkt nach a fällt. Jetzt [illegible] man die [illegible] so, daß [illegible] das Gewicht [illegible] fällt. Wird nun der Winkelhebel aufgehängt, so muß der Zeiger vertical stehen, ist dies nicht der Fall, so verlegt man den Schwerpunkt durch das hin u. her verschiebbare Gewicht g, so daß der Zeiger vertical steht. Legt man die Gewichte von mittlerer Nummer auf, so muß der Zeiger horizontal stehen u. ist dies nicht der Fall, so bringt man ihn durch das Gewicht g' in diese Stellung. Und nun entspricht die Wage den obigen Bedingungen.

Bestimmung von Kräften.

Dynamometer.

Sie dienen dazu um die Zugkraft od. [illegible] einer Maschine zu bestimmen.
Den einfachsten stellt Fig. [illegible] dar.
a eine Feder mit der ein [illegible] b, auf dem sich eine Eintheilung befindet, verbunden ist, c ein Zeiger der sich um einen Zapfen drehen kann längs der Bogeneintheilung, d ein Winkelhebel drehbar bei e. An der Feder ist eine Fassung f befestigt, in der ein Stäbchen g eingehängt ist, das den [illegible] des Hebels hält.

Ist nun die Feder an einem Ende festgehalten, u. wirkt am andern eine Zugkraft, so drückt diese die Schenkel zusammen, wodurch das Bogenstück den Winkelhebel dreht, welch letzterer den Zeiger hierdurch nach rechts dreht.
Läßt man nun verschiedene, bekannte Zugkräfte einwirken, u. markirt die Stellung des Zeigers, ~~trägt~~ überträgt diese Stellungen nachher auf den Bogen u. schreibt die Zahlen zu, so erh. man die Eintheilung; u. man kann dann also wenn eine unbekannte Zugkraft wirkt direkt ihre Stärke an der Bogeneintheilung ablesen.
Auf demselben Gedanken beruhen die beiden Dynamometer welche Fig. 2 u. 3 Taf. 1 darstellen.
Eine andere Art von Dynamometer die sog. Federwage welche bei den Sicherheitsventilen gewöhnlich angewendet wird, stellt Fig. 4 Taf. 1 dar. Beistehende Fig. zeigt den Gedanken auf dem sie beruht.
a Schraubenfeder, mit den beiden Stiften b u. c an ihren Enden, e u. f 2 Fassungen, die eine ist mit einer Skala, die andere mit einem Zeiger versehen.
Wird nun der eine Stift, z. B. c festgehalten, u. wirkt am andern eine Zugkraft, so wird die Feder ausgedehnt, u. die Fassung e geht in die Höhe, der Zeiger an e deutet dann auf eine bestimmte Stelle der Skala auf Fassung f u. gibt, wenn die Skala auf ähnliche Weise wie oben bestimmt wurde, die Stärke der Zugkraft an.

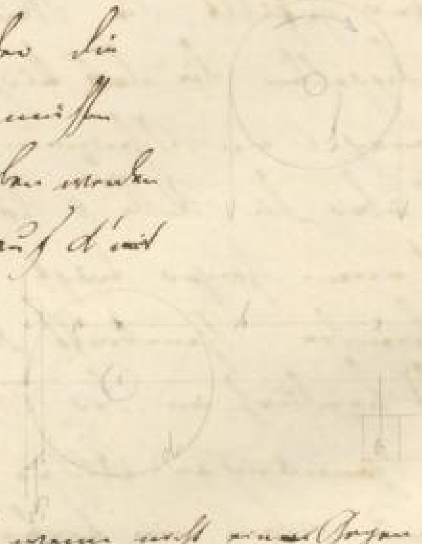
[illegible] Federwage zeigt bei-
stehende Fig. a Rahmen, b Feder
c ein durch die Feder gestellter Stab,
der oben mit einer Platte versehen
ist die die Feder belastet, an ihr ist
ein Zeiger angebracht, der sich wenn die
Feder durch eine Zugkraft zusammengedrückt wird, längs
einer Skala bewegt u. also die Stärke der Zugkraft
angibt.

Manometer.

Sie dienen dazu die Spannkräfte in Dampfkesseln
zu messen, u. beruhen allgemein auf folgendem. Man
läßt in ein Gefäß von dünnen Wänden, das keine
stabile Form hat den Dampf einströmen, wodurch dieses
deformirt wird, u. schließt dann aus der Größe der
Deformation auf die Spannung, am besten sieht man aus
den Grundgedanken hierzu Fig. 1 oder.
a Röhre mit einem Hahnen verschließ-
bar, u. steht mit dem Dampfkessel in
Verbindung. b eine bogenförmige
Röhre, sie ist aus dünnem Kupfer
angefertigt, ist an ihren beiden Enden
geschlossen u. communicirt in der
Mitte mit der Röhre a. Der Querschnitt der Röhre ist
flach (0). c eine mit a verbindende Fassung, auf welcher
sich eine Bogeneintheilung befindet

An dieser Fassung ist noch ein Hebel c mit einem Zeiger befestigt, u. an den beiden Enden der Röhre gehen Stängchen nach e. Tritt Dampf in das Rohr ein, so wird dies deformirt u. sucht die Gestalt O° anzunehmen, wodurch der Hebel gedreht wird u. sich der Zeiger längs der Skala herbewegt.
Fig. 1.2.3.4.5 stellen verschiedene Manometer dar, die auf demselben Prinzipe beruhen.
Diese Manometer sind nicht sehr genau, besonders bei dynamischen Zuständen, wie es bei der Dampfmaschine der Fall ist, u. geben daher nur annähernd die Spannung des Dampfes an. Bei statischem Moment sind sie ziemlich genau.
Andere Manometer sind die Quecksilbermanometer, wie Fig 6 Taf. 1 eines darstellt.
a eine eiserne Barometerröhre, bei b ist dieselbe in Communication mit dem Dampfkessel, a ist mit Quecksilber gefüllt, die Menge ist ungefähr [illegible] gleich der doppelten die der kürze Schenkel des Rohres zu fassen vermag. l ein Schwimmer an einem Kettchen d hängend, das über die Rolle e läuft u. unten ein Gegengewicht f mit einem Zeiger trägt. Dieser Zeiger bewegt sich bei zunehmender Spannkraft des Dampfes nach abwärts u. gibt hierdurch an der Stelle der Skala wo er stehen bleibt die Spannungen an. Dieser ist bei dynamischen Kräften nicht genau, indem ein fortwährendes Schwanken der Quecksilbersäule stattfindet.

der Prony'sche Zaum, wie Fig. 6 Taf. 1 einen darstellt, u. der früher schon in den Übungen der Mechanik Seite 254 beschrieben wurde, kann zum messen von größeren Kräften, jedoch nicht allzugroßen, gut gebraucht werden.
Ein für kleinere Kräfte sehr geeignetes Dynamometer ist das wie es Fig. 7 Taf. 1 zeigt.
aa eine Axe, bb deren Lager, mit der Axe ist die Rolle c u. das Rad d fest verbunden, c' eine [illegible] Rolle ein Stück bildend mit dem Kegelrad d' u. frei drehbar auf a. e ein um a frei drehbarer Hebel, f ein Kegelrad das sich um einen Zapfen am Hebel e drehen kann, der Hebel hat nach der andern Seite hin eine Verlängerung, auf welcher sich das Laufgewicht G hin u. her verschieben läßt. Mit c' steht die Arbeitsmaschine durch einen Riemen über die Rolle c' in Verbindung. Von der Rolle c aus geht ein Riemen nach der Transmission der Kraftmaschine, deren Effekt gemessen werden soll.
Es sei nun P die Kraft mit der die Zähne von d auf f einwirken müssen wenn die Arbeitsmaschine getrieben werden soll. Da die Zähne von f nun auf d' mit P einwirken, so wirkt d' auf f ebenfalls mit P zurück, u. folg. dadurch wird f mit einer Kraft = 2P abwärts gedrückt, u. folg. geht das Ende des Hebels nach abwärts, wenn nicht eine Gegenkraft



vorhanden ist, die sie es mit einer Kraft = 2 P hinaufzieht.
Es geschieht dies durch das Laufgewicht am längern Hebel-
arm. Die Bedingungsgleichung, daß das Rad S schwebt
ist, wenn wir die Bezeichnungen in obiger Fig. beibehalten.

$2Pa = bQ$ u. daraus $P = \frac{b}{a} \cdot \frac{Q}{2}$

Zählt man ferner die Anzahl der Umdrehungen von S, so ist
die Geschwindigkeit dieses Rades

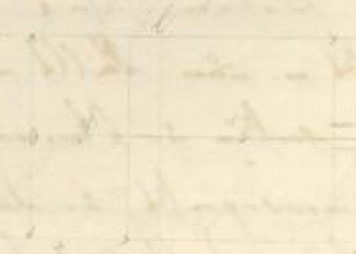
$v = \frac{2a\pi n}{60}$

u. folg. Pv od. der Effect der Maschine:

$E = Pv = \frac{b}{a} \cdot \frac{Q}{2} \cdot \frac{2a\pi n}{60} = \frac{\pi}{60} n Q b$

In dieser Gl. ist nun alles bekannt u. man kann deßhalb
den Effect der Maschine leicht bestimmen.

Zum Messen des Effects hier an großen Dampfmaschinen
dienen die sog. Indicatoren, welche dadurch bewirken,
daß sich die Leistung einer solchen Maschine aus der
Differenz der Pressungen welche hinter u. vor dem
Kolben herrschen, ergibt.



Behalten wir auch hier wieder die Be-
zeichnungen in beistehender Fig. bei, u.
sei dx das ~~Wegstück~~ unendl. kleine Wegstück
des Kolbens, so ist die Wirkung
eines Schubes: $W = \int O(y - x)\,dx = O\int_0^l (y-x)\,dx$

Ist nun v die mittlere Geschw. des Kolbens, so ist die Zeit t
eines Schubs $t = \frac{l}{v}$

u. die Wirkung per Secunde $= \frac{W}{t}$

od. $\frac{W}{t} = \frac{vO\int_0^l (y-x)\,dx}{l}$

od. $E = O \times \int (H-h)\,dx$

die Indicatoren stellen nun dies Integral graphisch dar, u. bestehende Fig. zeigt den Grundgedanken auf dem die Indicatoren beruhen.

a Dampfcylinder, b Kolben, c kleiner Cylinder mit einem Kolben d, die Kolbenstange von d wirkt auf eine Feder e welche gegen die Platte f, die am Cyl. fest ist, preßt. g einen mit dem Stiele des kleinen Kolbens fest verbundenen Zeichenstift. h ein mit weißem Papier überzogener Cylinder, der sich um die Axe k dreht. Derselbe wird durch ein Schnurwerk mit dem Kolben b so in Verbindung gesetzt, daß ~~seine~~ die Geschw. der Axe k mit der des Kolbens gleich ist, od. in einem const. Verh. zu derselben steht. Die Communication des großen u. kleinen Cylinders kann durch den Hahn i hergestellt od. abgestellt werden. Läßt man nun Stellt man nun die Communication zwischen dem großen u. kleinen Cylinder her, so wird die Feder zusammengepreßt, u. die ~~größte~~ Zusammenpressung der Feder ist der Kraft mit der die Maschine getrieben wird proportional, od. genau gesprochen ist die Differenz zwischen der Spannung auf die untere Fläche des Kolbens u. auf die obere Fläche (Atmosphärischer Druck) proportional der Zusammendrückung des Stiftes g. Da nun der Cyl. die Geschw. in einem const. Verhältniß zu der des Kolbens steht, so ist der Flächeninhalt der Fläche, die der Stift auch den mit Papier überzogenen Cylinder verzeichnet, gleich dem obigen Integral. Man muß aber den Flächeninhalt F noch mit einem, bei jedem Indicator zu bestimmenden Factor A multipliciren, so daß also ist $\int^{l} (y-r)dx = A F$

Den Effect den man auf diese Weise erhält ist aber nicht der wahre Nutzeffect der Maschine, sondern dieser ist

Wahrer Nutzeffect = Dynamometereffect − Reibungseffect der Maschine.

Ist die Geschwindigkeit des Kolbens sehr groß, so kann man diesen Apparat nicht gebrauchen, indem dann die Fig. auf dem Cylinder verzerrt sind.

Fig. 8 Taf. 1 stellt einen Indicator dar.

Theorie der Uhren.

Die Apparate deren man sich bedient um die Zeit zu messen werden Uhren genannt, u. wir wollen uns in der Folge mit denselben befassen.

Wir messen die Zeit durch Bewegung u. zwar:

1) durch absolut gleichförmige Bewegung u.
2) durch periodisch wiederkehrende Bewegungen.

Denken wir uns eine gleichförmige Bewegung, so wissen wir aus dem Begriff derselben, daß in gleichen Zeiten gleich große Wege zurückgelegt werden, u. wir können also aus dem zurückgelegten Weg auf die Zeit schließen. Nehmen wir nun diejenige Zeit, welche eine gewisse Weglänge entwickelt als Einheit an, so entspricht einem 2. 3. 4 u. s. w. mal so langen Weg eine 2. 3. 4 mal u. s. w. lange Zeit, u. wir

können also durch messen des Weges die hierbei verflossene Zeit bestimmen.
Ähnlich verhält es sich mit dem zweiten Bewegungszustand wo der bewegte Körper einen Cyclus von Bewegungszuständen durchläuft, wieder zurückkehrt, diesen Cyclus nochmals durchläuft u. zurückkehrt, u. s. f. Da der Körper zu jedem Hin- u. Hergang dieselbe Zeit braucht, so ~~kann~~ gibt uns die Anzahl von periodischen Bewegungen während einer gewissen Zeit, diese Zeit an.
Man begreift also, daß es zahllos viel Uhren geben kann, u. wir wollen hier nur diejenigen betrachten, welche vorzugsweise angewendet werden, u. zwar sind dies diejenigen bei welchen man die periodisch schwingende Bewegung zum Messen der Zeit braucht, nämlich: 1) das Pendel u. 2) die Schwungradwelle.
Die vollkommenste Uhr, u. nach welcher auch alle andern geprüft u. gerichtet werden, ist die gleichförmige Drehung der Erde um ihre Axe, u. die Zeit, welche einer Umdrehung entspricht ist unser Tag, der wie bekannt, in 24 Stunden, diese in 60 Minuten u. letztere wieder in 60 Sekunden eingetheilt wird.

Bevor wir nun zu den Pendeluhren übergehen, wollen wir uns kurz mit der Theorie des Pendels befassen.
Wenn man irgend ein Bewegungsproblem genau verfolgen will, so hat man dabei zu berücksichtigen:
1) die richtigen Prinzipien der Mechanik. +

2) die Totalität der Kräfte u. die Totalität der Widerstände die auf die Bewegung Einfluß haben.
3) das totale Massensystem das vorhanden ist auf die Bewegung Einfluß hat.
Wollten wir also die Bewegung des Pendels exact verfolgen, so hätten wir sämtl. Nebenumstände die auf dieselbe einen kleinen Einfluß ausüben zu berücksichtigen, daß eine Rechnung ganz unmöglich wäre, u. wir begnügen uns damit nur den Haupteinfluß zu berücksichtigen, u. vorläufig alle Nebeneinflüsse außer Acht zu lassen.

Es sei A der Aufhängepunkt des Pendels,
B der Schwerpunkt des Pendelkörpers,
AB gleich l die Länge des Pendels,
u. α der Winkel um den es aus seiner Gleichgewichtslage gebracht wurde. Es wird also nun danach bestrebt sein in seine Gleichgewichtslage wieder zurückzukehren, u. wird hierdurch nach einer gewissen Zeit nach C gelangen, indem es sich um einen Winkel φ gedreht hat. Es sei nun im Schwerpunkt das Gewicht des ganzen Pendels vereinigt. Man denke sich ferner im Schwerpunkt eine ideale Masse vereinigt die gleich der ganzen Masse des Pendels ist. Es muß also ihr Trägheitsmoment gleich dem des wirklichen Pendels sein, d.h. wenn m das Trägheitsmoment des ganzen Körpers in Bezug auf seine Drehungsachse ist, u. M die im Schwerpunkt vereinigte Masse, so muß sein:

$$m = M l^2 \quad (1)$$

Nun ist die Beschleunigung $\frac{dv}{dt}$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}\,\frac{\text{Kraft}}{\text{Masse}} \quad (2)$$

Nun ist v, die Geschwindigkeit des Punktes M

$$v = l\,\frac{d\varphi}{dt}$$

also $\frac{dv}{dt} = \frac{d\left(l\frac{d\varphi}{dt}\right)}{dt} = l\,\frac{d^2\varphi}{dt^2}$

u. da die treibende Kraft, welche die Bewegung hervorbringt gleich ist: $K = g\sin(\alpha-\varphi)$ u. die Masse $= M$,

so ist $l\,\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1}{2}\,\frac{g\sin(\alpha-\varphi)}{M} = \frac{g}{2lM}\sin(\alpha-\varphi)$

Da diese Gl. auf ein elliptisches Integral führt, so wollen wir eine Annäherung machen, indem wir den Ablenkungswinkel α klein annehmen u. also dann annähernd

$$\sin(\alpha-\varphi) = (\alpha-\varphi) \text{ setzen.}$$

Es ist dann $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{g}{2lM}(\alpha-\varphi)$

u. da $K = \frac{g}{2lM}$ (3)

so ist: $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = K\alpha - K\varphi$ od. $\frac{d^2\varphi}{dt^2} + K\varphi = K\alpha$ (4)

u. daraus $\varphi = A + M\sin\lambda t + N\cos\lambda t$

wo A, M, N, λ zu bestimmen sind.

Nun ist $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\lambda^2(M\sin\lambda t + N\cos\lambda t)$

folgl. $-\lambda^2(M\sin\lambda t + N\cos\lambda t) + K(A + M\sin\lambda t + N\cos\lambda t) = K\alpha$

$M\sin\lambda t\,(K-\lambda^2) + N\cos\lambda t\,(K-\lambda^2) + KA = K\alpha$

u. dies muss für jeden Werth von t wahr sein, es ist dies der Fall, wenn $K-\lambda^2 = 0$ u. $A = \alpha$ ist:

folgl. $\lambda = \sqrt{K}$ u. $A = \alpha$

folgl. $\varphi = \alpha + M\sin\sqrt{K}\,t + N\cos\sqrt{K}\,t$ (5)

wo nun M u. N die Constanten der Integration sind, welche jetzt zu bestimmen sind.

So ist $\frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{k}\,(M\cos\sqrt{k}\,t - N\sin\sqrt{k}\,t)$ (6)

Vorausgesetzt daß α klein ist, das Pendel um den Winkel α abgelenkt würde, u. aus dem ruhigen Zustand dann losgelassen würde, ist:

für $t = 0$ — $\varphi = 0$ u. $\frac{d\varphi}{dt} = 0$

folg. $0 = \alpha + N$ u. $0 = \sqrt{k}\,M$.

od. $N = -\alpha$ u. $M = 0$

also $\varphi = \alpha - \alpha\cos\sqrt{k}\,t$ od. $\varphi = \alpha(1-\cos\sqrt{k}\,t)$

d. h. das Pendel macht, wenn der Ablenkungswinkel klein ist sinversus Schwingungen.

Wir wollen nun die Schwingungsdauer bestimmen.

Der Winkel φ wird für alle Werthe von t für welche $\cos\varphi = +1$. Ist nun die Zeit einer ganzen Schwingung $2T$, so wird $\varphi = 0$ wenn $t = 2iT$

$$\sqrt{k}\,2iT = 2\pi i$$

u. daraus $T = \frac{\pi}{\sqrt{k}}$

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{g}{2lM}}} = \pi\sqrt{\frac{2lM}{g}}$$

u. für M seinen Werth aus (1) eingesetzt:

$$T = \pi\sqrt{\frac{2l}{g}\cdot\frac{m}{l^2}} = \pi\sqrt{\frac{2m}{gl}}$$

u. da $m = \frac{g}{2g}h^2 + \frac{g}{2g}l^2 = \frac{g}{2g}(h^2+l^2)$

$$T = \pi\sqrt{\frac{2\frac{g}{2g}(h^2+l^2)}{gl}} = \pi\sqrt{\frac{h^2+l^2}{gl}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}\,\frac{h^2+l^2}{l^2}}$$

od. $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}\left(1+\left(\frac{h}{l}\right)^2\right)}$

wenn α klein ist, ist also die Schwingungszeit constant u. ist der $\sqrt{l}$ proportional, u. die Schwingungszeit ist von α nicht abhängig.

Dies ist aber eine ideale Theorie, welche in der Wirk-
lichkeit nicht vorkommt, u. es frägt sich nun wie die Schwin-
gung bei einem wirklichen Pendel vor sich geht, bei welchem
die Reibung der Aufhängung u. der Luftwiderstand be-
rücksichtigt werden müssen. Man findet durch sehr weit-
läufige Rechnungen, daß dieser Widerstand verschwind-
end klein ist; der Luftwiderstand ändert nun die
Schwingungsdauer nicht, wohl aber den $\Delta\alpha$, der Ausschlags-
winkel wird hierdurch immer kleiner u. kleiner u. endlich
bleibt das Pendel stehen. Wir haben ferner die Temperatur
zu beachten, indem das Pendel sich bei höherer Temperatur
ausdehnt und in Folge dessen langsamer schwingt u. umge-
kehrt; dieser Einfluß kann durch die sog. Compensationspendel
beseitigt werden.
Wir sehen aus dem bis jetzt Gesagten, daß ein solches
Pendel als Zeitmesser benützt werden kann, allein nur
für sehr kurze Zeit, indem es der Luftwiderstand zur
Ruhe bringt. Da wir aber gewöhnlich längere Zeiten
zu messen haben, so versehen wir ein solches Pendel mit ein-
em Apparat, u. so entstehen die sog.

Pendeluhren.

Um also eine solche Pendeluhr zu Stande zu bringen,
müssen wir dahin wirken, daß die Pendelschläge nicht
fort u. fort kleiner werden, sondern lange Zeit hindurch
gleichförmig erfolgen, ist dies gelungen, so versehen wir
das Pendel mit einem Zählapparat, u. wir haben eine genaue
Uhr.

Es wird aber ein Pendelschlag genau wie der andere erfolgen, wenn während jeder Schwingung auf das Pendel durch eine Wirkungskraft eingewirkt wird, die genau gleich der ist, welche es durch die Schwingung verliert. Dieses kann man durch einen Mechanismus nicht erreichen, sondern es stellt sich dieser Zustand bei gewissen Einrichtungen von selbst ein, indem Beharrungszustände eintreten, die von der Art sind, daß sie einen absolut gleichförmigen Gang zu Folge haben, eine solche Einrichtung ist nun das sog. Uhrwerk od. uhrwerkartige Hemmung genannt.

Eine Pendeluhr besteht also nun im wesentlichen aus:

1) einem Pendel

2) einer motorischen Kraft, welche demselben seinen Kraftverlust wiederersetzt, es kann dies eine Feder od. ein Gewicht sein.

3) der Hemmung. Es ist dies ein Mechanismus, durch welchen dieser Motor mit dem Pendel in einen Zusammenhang gebracht ist, welcher von der Art ist, daß er einerseits die Zahl der Pendelschwingungen angibt, u. andererseits die Eigenschaft hat, daß ein Beharrungszustand eintreten muß, in welchem der Motor dem Pendel bei jeder Schwingung ersetzt, was bei jeder Schwingung verloren geht. Dieser Zustand ergibt sich von selbst, u. zwar durch die Grundeigenschaft, die diesem Mechanismus zukommt, u. dieser Zustand kann durch den geschicktesten Mechaniker nicht hervorgebracht werden. Es sind nämlich bei jeder solchen Uhr die Widerstände groß, wenn die Schwingungen groß sind;

da aber die Einwirkung der Hemmung auf das Pendel unzureichend ist, wenn das Pendel langsam schwingt, u. schwach ist, wenn es rasch schwingt, so begreift man leicht, daß ein Beharrungszustand eintreten muß, sobald sich die Widerstände u. die treibende Kraft das Gleichgewicht halten. Die Kraft des Motors ist aber gewöhnlich (Feder) veränderlich, der Ausschlagswinkel kann sich daher nicht gleich bleiben, es stellt sich dann immer wieder ein Beharrungszustand ein, indem bei großen Kräften große Schwingungen u. bei kleinen Kräften kleine Schwingungen entstehen, allein da die Größe der Pendelschwingungen keinen Einfluß auf die Schwingungsdauer hat, so wird auch hierdurch die gleichförmige Bewegung nicht gestört; d. das ganze kurz gefaßt, so beruht die gleichförmige Bewegung auf Beharrungszuständen.

Was gehört nun zu einer guten Uhr?

Es muß die Gesammtheit der Widerstände durch die Anordnung u. Ausführung auf ein Minimum gebracht werden, nicht um Kraft zu ersparen, sondern damit sich die aufeinander wirkenden Theile, insbesondere die Hemmung wenig abnützen, damit sich dann eine solche Uhr lange erhält.

Man theilt nun diese Hemmungen ein in:

1) freie Hemmungen u. 2) unfreie Hemmungen.

Unter freien Hemmungen versteht man solche, bei welchen nur in einem kurzen Zeitmoment während der Pendelschwingung eine Einwirkung zwischen Motor u. Pendel vorhanden ist.

Unter unfreien Hemmungen versteht man diejenigen, bei welchen die Einwirkung zwischen dem Motor u. dem Pendel ununterbrochen stattfindet.
Eine häufig angewandte unfreie Hemmung ist die sog. Ankerhemmung, wie sie Taf. 3 in ihren verschiedenen Stellungen zeigt. An der Axe des Ankers ist ein Mitnehmer angebracht, welcher das Pendel bewegt.
Eine andere unfreie Hemmung ist die Stiftenhemmung wie sie beistehende Fig. zeigt.

A Pendel, B Drehungspunkt desselben, C Axe an welcher der Hemmungshebel D schwingt, an welchem auch der Pendelmitnehmer E befestigt ist. F Stiftenrad, das auf der vorder- u. Hinterseite halbkreisförmig abgerundete Stifte hat, welche so gegeneinander gestellt sind, daß ein Stift auf der Hinterseite in der Mitte zwischen 2 auf der vorder-Seite ist. Die Stiftentheilung auf der vorder-Seite ist gleich ~~dem~~ der doppelten Hebeldicke + der Dicke eines halbrunden Stiftes. Auf Taf. 4 sind die verschiedenen Stellungen dieser Hemmung dargestellt.
Diese Pendeluhren, welche überhaupt die besten Uhren sind, sind, wenn sie so Luftveränderungen zu ausgesetzt sein sollen nicht anwendbar, u. man bedient sich in diesem Falle der Uhren mit Schwungradhemmungen. Uhr

Uhren mit Schwungradschwingungen.

Wir wollen vor allem die Schwungradschwingungen näher betrachten.

Es sei A eine Axe mit der das Schwungrad B fest verbunden ist, der Schwerpunkt desselben muss aber genau in die Axe gründlich desselben fallen. Eine Feder

mit der Axe an ihrem einen Ende verbunden, u. deren anderes Ende irgend wie bei D befestigt ist. Die Feder über in ihrer Gleichgewichtslage verzeichnet, lenkt m. dieselbe aus ihrer Gleichgewichtslage ab, so dass sie z. B. zusammengewunden wird, so strebt dieselbe, wenn m. sie wieder loslässt zurück u. die Kraft, mit welcher dies geschieht ist der Größe der Ablenkung proportional.

Wir wollen nun auch hier wieder zur leichtern Untersuchung uns statt des realen Apparats uns einen idealen denken, der seiner Wirkung nach dem obigen gleich ist. Wir erhalten denselben, wenn wir statt des realen Rades uns ein Halbmesser 1 nehmen, ohne Arme u. zu dem wir uns eine Masse concentrirt denken, deren Trägheitsmoment gleich dem des Schwungrades ist. Ferner müssen wir am Umfange des Kreises an einem Punkt eine Kraft K statt der Feder denken, bis die Federkraft das Gleichgewicht hält.

Da nun diese Kraft K der Größe der Ablenkung proportional ist, so ist $\quad K = \lambda(\alpha - \rho)$

wo λ den Elasticitätsgrad der Feder bedeutet.

Ferner ist: $\quad \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\text{Kraft}}{\text{Masse}}$

u. da $v = \dfrac{d\rho}{dt}$ u. die Kraft $= \lambda(\alpha-\rho)$ u. die Masse $= M$ ist,

so ist: $\dfrac{dv}{dt} = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\lambda(\alpha-\rho)}{M}$ u. $\dfrac{d^2\rho}{dt^2} = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\lambda\alpha}{M} - \dfrac{\lambda}{2M}\,\rho$

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} + \frac{\lambda}{2M}\,\rho = \frac{1}{2}\,\frac{\lambda\alpha}{M} \quad (1)$$

Dieser Differentialgleichung wird entsprochen, wenn man setzt

$$\rho = A + M\sin kt + N\cos kt \quad (2)$$

folgl. $\dfrac{d^2\rho}{dt^2} = -k^2(M\sin kt + N\cos kt)$

$$-k^2(M\sin kt + N\cos kt) + \frac{\lambda}{2M}(A + M\sin kt + N\cos kt) = \frac{1}{2}\,\frac{\lambda\alpha}{M}$$

$$M\sin kt\left(\frac{\lambda}{2M} - k^2\right) + N\cos kt\left(\frac{\lambda}{2M} - k^2\right) + \frac{\lambda}{2M}A = \frac{\lambda}{2M}\alpha$$

u. diese Gleichung für jeden Werth von t entsprechen werden muß, so muß sein:

$$\frac{\lambda}{2M} = k^2, \text{ d. i. } k = \sqrt{\frac{\lambda}{2M}} \quad \text{u. ferner } A = \alpha$$

$$\left.\begin{aligned} \text{folgl. } \rho &= \alpha + M\sin\sqrt{\tfrac{\lambda}{2M}}\,t + N\cos\sqrt{\tfrac{\lambda}{2M}}\,t \\ \text{u. } \frac{d\rho}{dt} &= \sqrt{\tfrac{\lambda}{2M}}\left(M\cos\sqrt{\tfrac{\lambda}{2M}}\,t - N\sin\sqrt{\tfrac{\lambda}{2M}}\,t\right) \end{aligned}\right\} (3)$$

Die erste dieser Gleichungen gibt nun den Weg ρ an u. die zweite die ihm entsprechende Winkelgeschwindigkeit.

Um die Constanten M u. N zu bestimmen, bedenke man, daß für $t = 0$ – $\rho = 0$ ist u. also auch $\dfrac{d\rho}{dt} = 0$

folgl. $\quad 0 = \alpha + N \quad$ d. i. $\quad N = -\alpha$

u. $\quad 0 = M \quad$ d. i. $\quad M = 0$

also $\quad \rho = \alpha - \alpha\cos\sqrt{\dfrac{\lambda}{2M}}\,t$

$$\left.\begin{aligned} \rho &= \alpha\left(1 - \cos\sqrt{\tfrac{\lambda}{2M}}\,t\right) \\ \text{u. } \frac{d\rho}{dt} &= \alpha\sqrt{\tfrac{\lambda}{2M}}\,\sin\sqrt{\tfrac{\lambda}{2M}}\,t \end{aligned}\right\}$$

Also ~~ist~~ geschieht auch hier wieder die Schwingung nach einem [illegible].

daraus finden wir die Schwingungsdauer:
es muß nämlich sein $\sin\sqrt{\frac{A}{2M}}\,T = 0$ od. $\sqrt{\frac{A}{2M}}\,T = \pi$
also $T = \pi\sqrt{\frac{2M}{A}}$

Also ist auch hier wieder die Schwingungszeit unabhängig von $\sphericalangle\,\alpha$. Sie ist dem Trägheitsmoment proportional u. dem Elasticitätsgrad verkehrt proportional; die Schwingungszeit wird also ~~bei~~ durch einen großen Schwungrad u. ~~bei einer~~ durch steifen Feder verkleinert, während sie bei einem kleinen Schwungrad u. bei einer elastischen Feder größer ist. Der Einfluß, den die Temperatur auf M ausübt kann durch die Compensation beseitigt werden.

Auch hier finden wir bei unvollständigen Rechnungen daß der Luftwiderstand, die Reibung u. die lebendige Kraft der Feder keinen Einfluß auf die Schwingungszeit ausüben, sondern daß diese Widerstände nur nach u. nach die Schwingungen kleiner u. kleiner machen, aber bei gleich großer Schwingungszeit, bis endl. das Schwungrad zur Ruhe kommt.

Hieraus ersieht man, daß auch diese Schwingungen auch zum Messen der Zeit dienen können, allein nur für sehr kurze Zeiten. Man muß deßhalb einen solchen Mechanismus mit einem Motor in Verbindung bringen, der dem Schwungrad bei jedem Schwung das an Kraft ersetzt, was es bei jedem Schwung durch diese Widerstände verliert, wenn ~~man~~ man mit diesen Schwingungen längere Zeiten messen will.

Soll es aber ein vollständiges Uhr sein, so müssen wir außer einen Apparat anbringen der die Schwingungen zählt. Das letztere geschieht wieder durch die sog. Hemmungen, u. der gleichförmige Gang einer solchen Uhr braucht auch hier, wie bei den Pendeluhren auf Beharrungszuständen. Auch hier unterscheidet man wieder freie u. unfreie Hemmungen. Eine unfreie Hemmung ist die Cylinderhemmung, wie sie meistens bei den gewöhnlichen Taschenuhren der Fall angewendet wird. Taf. 5 stellt dieselbe in ihren verschiedenen Stellungen dar.

Die Stiften u. Ankerhemmung wird auch hier in ähnlicher Weise wie bei den Pendeluhren angewendet. Es ist nämlich der Anker der in das Steig- Sporrad eingreift an dem einen Ende eines Hebels befestigt, dessen anderes Ende auf einen kleinen Knöbel an der Schwungradwelle einwirkt. Eine freie Hemmung ist die [illegible], wie sie auf Taf. 4 dargestellt ist. Bei ihr ist der Gedanke die Hemmung der treibenden Kraft u. das Erhalten von lebendiger Kraft der Schwungradwelle, durch 2 Räder durchgeführt.

Es gibt auch Uhren ohne Hemmung.

Bei diesen ist das Pendel an einem Kautschuk bestehenden Universalgelenk aufgehängt, u. es schwingt hiernach, wenn man dem Pendelkörper in eine rotirende Bewegung versetzt derselbe ebenfalls fort herum, indem die von ihm beschriebenen Kreise immer kleiner u. kleiner werden, bis es endl. zur Ruhe kommt, aber auch hier geschehen die einzelnen Umdrehungen in gleichen Zeitintervallen. (und zwar an dem [illegible] der Reibung u. der Luft)

Man kann also auch dieses Meßinstrument zum Messen der Zeit brauchen, muß es aber, um es für längere Zeit gebrauchen zu können, mit einem Motor in Verbindung setzen, der ihm jedesmal das an Kraft ersetzt, was es bei jeder Umdrehung verliert. Dies geschieht auch hier wieder durch eine Feder, indem vermittelst derselben, durch eine einfache Räderübersetzung eine verticale Axe in rotirende Bewegung versetzt, an welche oben eine kleine gespaltene Hülse angebracht ist, in dessen Zwischenraum sich die Spitze des Pendels eingehängt ist. Und es bewirkt nun außerdem der gleichförmige Gang der Uhr auf Schwingungszuständen.

Schlagwerke.

Zu einem vollständigen Schlagwerk, das alle Viertel u. volle Stunden angibt gehört:

1) das eigentliche Uhrwerk, das die Zeit angibt.

2) ein Viertelstundenschlagwerk

3) ein Stundenschlagwerk.

Beistehende Fig. gibt die Disposition zu einem vollständigen Schlagwerk, u. es müssen dabei die Axen die das Uhrwerk mit dem Viertelstunden u. dem Stundenschlagwerk in Verbindung setzen, in einer Stunde genau eine Umdrehung machen.

Fig. 6 zeigt ein Viertelstundenschlagwerk in 2 verschiedenen Stellungen u. Fig. 7 ein Stundenschlagwerk.

Man unterscheidet 2 Arten v. Schlagwerken.

1) ein Viertelstundenschlagwerk u. 2) ein Stundenschlagwerk.

Maschinen die durch thierische Kräfte getrieben werden.

Seite 147 u. 148 in den „Resultaten" befinden sich die von Gerstner gesammelten u. beobachteten Resultaten über die Wirkungen u. Leistungen der Menschen u. Thiere bei verschiedenen Arbeitsgeschäftigkeiten.

Wir wollen nun in der Folge die durch Menschenkräfte getriebenen Maschinen, als da sind: Winden, Krahnen, Drehscheiben u. s. w., betrachten, u. es versteht sich, daß sie sehr einfacher Art sein werden, indem jeder Motor selbst Überlegung besitzt.

Kreuzhaspel Fig. 1.

Derselbe wird zum Aufziehen von Lasten benützt u. kann dabei sehr gute Dienste leisten.

A ein Gestell, in dem die Welle B gelagert ist. An ihrem Umfange ist ein Seil mittelst eines Ringes befestigt, u. an dessen anderem Ende eine Last Q angehängt werden kann. An den beiden Enden der Welle ist ein Kreuz C angebracht, an welchem je 2 Arbeiter wirken können.

Sei Q das Gew. der Last die aufgezogen werden soll. r der Halbmesser der Welle, r Hebelsarm eines Arbeiters u. P der Gesammtdruck an den Armen, so hat man, wenn 4 Arbeiter thätig sind:

$$Q = P\frac{R}{w}$$

u. $P = 4 \cdot 16 = 64$ Kilogr.

u. $\frac{R}{w} = \frac{100}{10} = 10$

folg. $Q = 640$ Kilogr.

Es ist hiebei aber die Reibung u. die Steifheit des Seiles vernachlässigt worden, was hier von keiner Wichtigkeit ist, u. es können also 4 Arbeiter gut nicht ganz etwas weniger als 640 Kilogr. mit diesem Apparat heben.

Der Haspel ist ein ähnlicher Mechanismus, bei dem statt des Kreuzes an beiden Enden der Welle eine Kurbel angebracht ist; und können hier ebenfalls, wenn man die Kurbelgriffe einwenig lang macht, 4 Arbeiter thätig sein. Der Kurbelhalbmesser darf hiebei gewöhnlich nicht über 36-40 cm. groß sein, indem sonst der Arbeiter zu sehr ermüdet wird.

Es ist dann $Q = P\frac{R}{w}$ u. $P = 4 \cdot 16 = 64$

u. $\frac{R}{w} = \frac{40}{10} = 4$

u. folg. $Q = 64 \cdot 4 = 256.$

Man sieht hieraus, daß die Last nicht so groß sein darf, allein sie wird geschwinder gehoben als beim Kreuzhaspel, weil man den kleinern Kurbelhalbmesser braucht.

Der Gegenwinder od. Differentialhaspel.

Es ist dies eine in einem Gestelle gelagerte Welle, bei der aber die eine Hälfte dicker ist als die andere. Die beiden Enden des Seilstückes sind auf der einen Hälfte der Welle befestigt, indem es unten um eine Rolle läuft, an der die Last angehängt wird. An einem Ende der Welle ist eine Kurbel.

Es seien w' u. w'' die Halbmesser der beiden Wellenhälften, u. sei $w'' > w'$, u. es ferner R der Halbmesser der Kurbel, so würde, wenn man um einen $\angle \varphi$ gedreht hat die Last Q gehoben um $\frac{1}{2}(w''\varphi - w'\varphi)$

folg.
$$\tfrac{1}{2}(w''-w')\varphi Q = R\varphi S$$
$$\tfrac{1}{2}(w''-w')Q = RS$$
od.
$$Q = \frac{SR}{\frac{1}{2}(w''-w')}$$

wenn man $w''-w'$ recht klein macht, so kann ein Arbeiter schon eine sehr große Last, allein nur langsam heben.

Der Kammelbaum, wie ihn Fig. zeigt ist jetzt gänzlich verlassen u. wird nur noch in manchen Fällen angewendet.

Das Spillrad, auch Aufschüttrungsrad und wird bei den meisten Bauten u. den meisten Schiffen angewendet. Es ist zwar nämlich die Möglichkeit vorhanden eine große Anzahl Arbeiter auf einmal wirken zu lassen, u. doch nicht möglich bei dem Wasser einen andern Maschine anzuwenden, indem sehr oft bei dem Aufziehen des Geschützes sehr oft innegehalten werden muß.

A ein großes auf der Welle B befestigtes Rad. Am Umfange desselben sind zur Welle || Stäbe durch dasselbe gestellt, an denen die Arbeiter ... wirken.

Am Umfange der Welle B ist eine Seile befestigt an dem die Last befestigt angebracht und bringt man am Umfange des Rades Gewichte an, auf die sich Arbeiter stellen können, so können auf diese Weise sehr viel auf einmal thätig sein um die Last zu heben

das Tretrad ist ein großes auf einer Welle befestigtes Rad, an dessen Umfange leiterartige Schaufeln angebracht sind. Ein Arbeiter treibt nun durch sein Gewicht, indem er oben auf die Schaufeln tritt u. sich zugleich mit den Händen an einer Querstange hält, das Rad herum u. hebt so die Last, welche an einem am Umfange der Welle befestigten Seile, angebracht hängt ist. dieser Apparat ist aber wegen seiner Gefährlichkeit gänzlich verlassen.

die folgende, wie sie Fig. 4 zeigt ist ist dem schon beschriebenen Hammelbaum sehr ähnlich u. wird meistens zum Fortziehen von Lasten auf horizontaler Bahn angewendet.

Um den Widerstand der durch die Steifigkeit des Seils entsteht, sehr gering zu machen, muß man den Wellendurchmesser bei allen diesen Winden recht groß in Hinsicht zur Seildicke nehmen; man nimmt gewöhnlich $D = 10$ od. $12\,\delta$.

Aus dem Früheren wissen wir daß dieser Widerstand bei mittleren Seilen ist: $0{,}26\,Q\,\frac{\delta^2}{D} = 0{,}26\,Q\left(\frac{\delta}{D}\right)\delta$ u. da $\frac{\delta}{D} = \frac{1}{10}$

so ist dieser Widerstand $0{,}026\,Q\,\delta$

ist z. B. $\delta = 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$

so ist der Widerstand $=$ % $0{,}026\,Q, \; 0{,}052\,Q, \; 0{,}078\,Q, \; 0{,}104\,Q$

Soll dieser Verlust constant sein für jedes δ, so muß man

$\frac{\delta^2}{D}$ = constant

u. setzen wir $0,26\frac{\delta^2}{D} = \mu$, so ist $D = \frac{0,26\,\delta^2}{\mu}$

Ist nun z. B. $\mu = 0,1$, also es soll für jedes δ der Verlust = 10% sein

so ist dann $D = 2,6\,\delta^2$

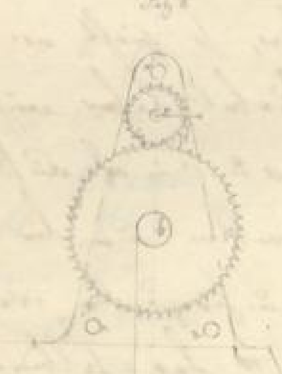
u. für δ =	1	2	3	4
ist dann D =	2,6	10,4	23,4	41,6

Diese beschriebenen hölzernen Winden, sind für gewöhnliche Zwecke, u. wenn keine großen Lasten zu heben sind gut zu gebrauchen, indem dieselben überall leicht u. geschwind angefertigt werden können, u. leicht transportirt u. wieder aufzustellen sind.

Bei größeren Lasten bedient man sich eiserner Winden welche dann auch vollkommener eingerichtet sind.

Fig 5 stellt eine Seitenansicht einer solchen dar.

Fig 5



a ein Zahnrad auf der Welle b, c ein Getriebe das in das Rad a eingreift. Die Zapfen der Welle b u. der Axe c des Getriebes sind in 2 Ständern d gelagert, die durch Bolzen mit einander verbunden sind. An der Welle b wird mittelst eines Ringes eine Kette od. ein Seil am Umfange derselben befestigt, an welche die Last welche aufgezogen werden soll angehängt wird. An der Axe c ist eine Kurbel, od. an beiden Enden eine befestigt, u. es können ~~dann~~ dann wenn die Kurbeln groß u. lang genug sind im ganzen 4 Arbeiter thätig sein.

Soll nun eine Last gehoben werden, so dreht man an der Kurbel die Axe c herum, wodurch sich auch die Axe b dreht, u. sich hierdurch das Seil od. die Kette auf b aufwickelt u. also die Last gehoben wird. Um, wenn aus irgend welchem Grunde während der Hebung aufgehört wird zu drehen, ein Zurücksinken der Last zu vermeiden, ist ein Sperrhaken an dem Rad n' der Sperrkegel, der in c eingreift vorhanden, welcher ein Zurückdrehen des Rads c verhindert.

Wenn eine Last niedergelassen werden soll, so wäre es für die Arbeiter sehr beschwerlich dies durch Zurückdrehen der Kurbel zu bewerkstelligen, man bringt deshalb an der Welle eine Bremsrolle an, so daß beim Anziehen des Bremshebels die Last nur sanft hinabgleitet.

Soll das aufgewickelte Seil von der Welle abgewickelt werden, so zieht man einfach am Ende desselben, u. damit die Kurbel dabei nicht rotirt, ist die Axe c verschiebbar, so daß man a u. c in od. außer Eingriff setzen kann.

Wir wollen nun die Construction einer solchen Winde durchführen u. hierzu die wesentlichen Dimensionen berechnen.
Es sei w der Halbmesser der Seilwelle.

R der Halbmesser des großen u. r der Halbmesser des kleinen Rades.

k der Halbmesser der Kurbel.

Q das Gewicht der Last &.

P der mittlere Druck mit welchem die Arbeiter zusammen senkrecht gegen die Kurbel drücken. So ist:

$$Q = P\,\frac{R}{r}\cdot\frac{k}{w}$$

u. die Maximal Leistung von 4 Arbeitern ist: $P = 4.16 = 64$.

ist ferner $\frac{R}{r} = 5$ u. $\frac{k}{w} = \frac{40}{10} = 4$

so ist $Q = 64.5.4. = 1280$ Kilogr.

Bestimmung der Dimensionen.

Durchmesser des Seiles . . . . = 4 cm.

Umfang der Seilrolle = 2. 10. 3,14 . . = 63 cm.

Länge der Seilrolle . . . . = 80 cm.

Anzahl der Umwindungen . . . . . = $\frac{80}{4}$ = 20.

Länge des aufgewickelten Seiles = 20. 63 . . = 1260 cm.

Widerstandsmoment der Seilrolle = 1280.10 = 12800 Kilogrammcm.

Durchmesser der Axe der Seilrolle . . = 6,8 cm.

Widerstandsmoment des Getriebes = $1280\frac{r}{R}$ = 2560 Kilogrammcm.

Durchmesser der Kurbelaxe = 4 cm.

Relative Größe des Rades . . . . . . = 6

$\frac{\beta}{d} = 5$ u. $\frac{\beta}{d}$ . . . . = 1,212

β . . . . = 1,212. 6,8 . . = 8,2 cm.

Anzahl der Zähne $\begin{cases} \text{Tabelle gibt} = 74 \\ \text{wirkliche Anz.} = 75 \end{cases}$

Halbmesser des Rades . . . . = 6. 6,8 . . . = 40,8 cm.

Halbmesser des Getriebes . . . . = $\frac{40,8}{5}$ . . . = 8,16 cm.

Anzahl der Zähne des Getriebes . . = $\frac{74}{5}$ . . = 15

Um die Dimensionen der Trommelwelle zu bestimmen, müssen wir erst entscheiden, ob die Anordnung A od. B die beste ist.

Für Axe: $Qw + T\rho = t\rho$ u. demnach $t = T + \frac{Qw}{\rho}$

Für B ist: $T\rho = t\rho + Qw$. u. also $t' = T' - Q\frac{w}{\rho}$

wir werden also die Anordnung B nehmen, da bei ihr der Arbeiter schwächer andrücken muß.

Nun wissen wir von der Construction der Rollen her, daß:

$$\left.\begin{aligned} T' &= t' e^{f\frac{s}{\rho}} \\ \text{u. da: } t' &= T' - Q\frac{w}{\rho} \end{aligned}\right\}$$

so geben uns diese beiden Gleichungen den Halbmesser ρ der Bremsrolle u. die Werthe von T' u. t'

Es ist
$$T' = \left(T' - Q\frac{w}{\rho}\right) e^{f\frac{s}{\rho}}$$
$$T' = T' e^{f\frac{s}{\rho}} - Q\frac{w}{\rho} e^{f\frac{s}{\rho}}$$
$$\left.\begin{aligned} T' &= Q\frac{w}{\rho}\,\frac{e^{f\frac{s}{\rho}}}{e^{f\frac{s}{\rho}}-1} \\ t' &= Q\frac{w}{\rho}\cdot\frac{1}{e^{f\frac{s}{\rho}}-1} \end{aligned}\right\}$$

Behalten wir die in der letzten Vorl. angeführten Bezeichnungen bei: so ist
$$t'l = pL$$
$$t' = p\frac{L}{l}$$
$$p\frac{L}{l} = Q\frac{w}{\rho}\,\frac{1}{e^{f\frac{s}{\rho}}-1}$$
$$\text{od. } \rho\frac{L}{l} = \frac{Qw}{p}\,\frac{1}{e^{f\frac{s}{\rho}}-1}$$

u. da $Q = 1280$ u. $w = 10$, so ist, wenn wir $f = \frac{1}{8}$ nehmen;
$$\text{u. } \frac{s}{\rho} = \frac{\frac{3}{4}2\rho\pi}{\rho} = \frac{3}{4}2\pi = 4{,}7$$
$$f\frac{s}{\rho} = \frac{4{,}7}{8} = 0{,}6$$
$$\text{u. folgl. } e^{f\frac{s}{\rho}} = 2{,}718^{0{,}6} = 1{,}7$$

u. da wir $p = 32$ Kilogr. nehmen können,

so ist $\rho\frac{L}{l} = \frac{1280\cdot 10}{32}\cdot\frac{1}{1{,}7-1} = 571$

od. nahezu $\rho\frac{L}{l} = 570$

u. wenn wir nun $\frac{L}{l} = 10$ annehmen,

so ist der Halbmesser ρ der Bremsrolle: $\rho = 57$ cm.

Winden mit doppelter Uebersetzung.

Um größere Lasten zu heben reichen Winden mit einfacher Uebersetzung nicht mehr aus, u. m. wird dann Winden mit doppelter Uebersetzung. Behalten wir die in beistehender Fig. angeführten Bezeichnungen bei, so ist:

$$Q = P \frac{R}{r} \cdot \frac{R'}{r'} \cdot \frac{K}{r}$$

u. wenn 4 Mann thätig sind, so ist: $P = 4 \cdot 16 = 64$

ferner macht m. $\frac{R}{r} = 6$, $\frac{R'}{r'} = 5$, $\frac{K}{r} = \frac{40}{14} = 3$

folg. $Q = 64 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3 = 5760$ Kilogr. Tragkraft

Bestimmung der Dimensionen.

Da hier ein Seil zu dick ausfallen würde, so nimmt man eine Kette, u. es ist nun:

Durchmesser des Ketteneisens	$= 0{,}028\sqrt{5760}$	$= 2{,}1$ cm.
Torsionsmoment der Kettenwelle	$= 14 \cdot 5760$	$= 80640$
Durchmesser der Welle	$= 0{,}29\sqrt[3]{80640}$	$= 12{,}56$ cm.
Moment der Axe ($r\,R'$)	$= 80640 \cdot \frac{r}{R}$	$= 13440$
Durchmesser der Axe ($r\,R'$)	$= 0{,}29\sqrt[3]{13440}$	$= 7$ cm.
Moment der Kurbelaxe	$= 13440 \cdot \frac{r}{R'}$	$= 2688$
Durchmesser der " "	$= 0{,}29\sqrt[3]{2688}$	$= 4$ cm.
Relative Größe des Rades (R)	$=$	6
Halbmesser des Rades (R)	$= 6 \cdot 12{,}56$	$= 75{,}36$ cm.
t für das Rad (R)	$= 1{,}212 \cdot 12{,}56$	$= 15{,}46$ cm.
Halbmesser von R'	$= 5 \cdot 7$	$= 35$ cm.
t für R'	$= 1{,}328 \cdot 7$	$= 9{,}3$ cm.

lebhafte Reibung

Man sieht daß sich die obige Anordnung zur praktischen Durchführung nicht gut eignet, indem alle Dimensionen zu groß ausfallen, so wird z. B. das Rad R 1½ M. hoch. Wir müssen daher folg. Anordnung:
Da nun das Moment bei allen Wellen nur ½ so groß ist als im vorigen Falle, so werden die Achsen um $\sqrt[3]{2}$ schwächer gemacht. Es ist dann:

Durchmesser der Axe d. Antriebs. $= \frac{12,86}{\sqrt[3]{2}} = 10,2$ cm.
Durchmesser der Axe (R'r) $= \frac{7}{\sqrt[3]{2}} = 5,6$ cm.
Durchmesser der Axe r' $= \frac{4}{\sqrt[3]{2}} = 3,2$ cm.
Halbmesser v. R $= 6 \cdot 10,2 = 61,2$ cm
Zahnbreite b $= 1,212 \cdot 10,2 = 12,3$ cm.
Halbmesser von R' $= 5 \cdot 5,6 = 28$ cm
Zahnbreite b $= 1,328 \cdot 5,6 = 7,4$ cm.

Wir nehmen in diesem Falle auch 2 Bremsrollen. Es ist dann:

$$\rho T = \rho t + w \tfrac{1}{2} G; \quad T = t + \tfrac{1}{2} G \frac{w}{\rho}$$

$$T = t e^{f\frac{l}{\rho}} \text{ u. folg. } t e^{f\frac{l}{\rho}} = t + \tfrac{1}{2} G \frac{w}{\rho}$$

$$t\rho = \frac{\tfrac{1}{2} G \frac{w}{\rho}}{e^{f\frac{l}{\rho}} - 1} = p \frac{Q}{l}$$

$$\text{folg. } \frac{Q}{l} \rho = \frac{\tfrac{1}{2} G \frac{w}{\rho}}{e^{f\frac{l}{\rho}} - 1}$$

Es sei $f = \frac{1}{5}$ u. $\frac{l}{\rho} = \frac{\frac{3}{4} 2\rho\pi}{\rho} = 4,8$

$f \frac{l}{\rho} = \frac{1}{5} \cdot 4,8 = 0,96$ u. $e^{f\frac{l}{\rho}} = 2,718$ (nahe)

u. $e^{f\alpha}-1 = 1,718$ u. $\frac{L}{\rho} = \frac{Q\frac{5760.14}{2.32}}{1,718} = 733$

u. da $\frac{L}{l} = 10$, so folgt daraus

$\rho = 7,33$ cm.

Da die Bremsrollen in so großen Dimensionen nicht gut ausführbar sind, so nehmen wir möglichst kleine Dimensionen an u. bewirken, die Last Q' die man durch die Bremsrolle aufhalten allein langsam [illegible] abgleiten lassen kann, so muß alsdann der übrig bleibende Theil der Last Q durch [illegible] (aufhalten) u. langsam zurückdrehen der Kurbel [illegible].

Es ist $Q' = 2\pi \frac{\rho}{w} \cdot \frac{L}{l} (e^{f\alpha}-1)$

od. $Q' = 2 \cdot 3{,}14 \frac{50}{14} \cdot 10 \cdot 1{,}718 = 3936$.

Bei diesen Winden kann man Seile od. Ketten anwenden, sie haben jedoch den Nachtheil, daß wenn jene sehr lang sein müssen, u. man eine einfache Aufwicklung erhalten will die Wellen sehr lang sein müssen, will man dagegen das Seil od. die Kette doppelt legen, so geht dies nicht gut, u. setzt sich dabei der Gefahr aus, daß durch [illegible] Stöße entstehen, wodurch die Winde zerbrochen werden kann.

Frictionswinden.

Es sind a a 2 Axen auf welchen sich Zahnräder u. Rollen befinden, beim Getriebe das in beide Zahnräder eingreift u. durch eine Kurbel gedreht werden kann, so daß die Rollen einerlei Drehungsrichtung erhalten. Wenn wir nun ein Seil mehrmals um die Rollen herumwickeln u. bei t anziehen, so wird das Seil angespannt

presst sich an die Rollen an, u. durch die entstehende Reibung wird gleichsam das Seil an die Rollen befestigt, wenn daher die Kurbel gedreht wird, so wird die Last aufgezogen, u. zwar wird ebensoviel Seil aufgewickelt als durch das Heben aufgewickelt wurde.
Nehmen wir nun an, dass das Seil durch den Widerstand S auf der Rollen nicht rutsche u. nennen wir P die Kraft mit der auf die Kurbel ausgedrückt werden muss um die Last zu heben.
Am Anfang der Rollen wirkt Steuerband, t dagegen wirkt als Widerstand, es ist also am Anfang der Rolle noch ein Widerstand $S-t$ u. folglich am Anfang des Rades $(S-t)\frac{r}{R}$ u. am Anfang des Getriebes $(S-t)\frac{r}{R}\cdot\frac{r}{R}$
u. daraus folgt: $P=(S-t)\frac{r}{R}\cdot\frac{r}{R}$
wenn wir die Zapfenreibung u. s. w. vernachlässigen.
Wenn wir ein Seil 4 mal um die Rollen legen so erhalten wir 8 Umschlingungen, u. wir können nun fragen wie groß S sein muss, damit das Seil nicht gleitet. Aus der Theorie der Rollen folgt:

$$S=te^{fk}$$

Vermittelst dieser beiden Gleichungen kann eine Windenbau leicht berechnet angeordnet werden.

Wir können aber auch fragen und leistet eine aufgeführte Winde, d. h. wie muß eine solche Winde beschaffen sein, damit sie einer bestimmten zu leisten im Stande ist. Ist nun z. B. gegeben S, t, f, so haben wir: $\frac{m}{k}\cdot\frac{r}{R} = \frac{S}{S-t}$

u. $\log nat. \frac{S}{t} = f\alpha$

hieraus $\frac{1}{n} = \frac{f}{\alpha} \log nat \frac{S}{t}$

Flaschenzüge.

Jeder Flaschenzug besteht aus 2 sog. Flaschen, u. eine Flasche besteht aus einer Anzahl Rollen, gewöhnl. 3, welche ~~durch~~ an Gehäuse auf einer Axe drehbar sind, die in 2 schmiedeisernen auseinander abstehenden Schalen gelagert sind. Ist f. Es sei Fig. 1 eine theor. Fig. zu einem Flaschenzug, so erkennt man leicht, daß, wenn wir ~~von~~ der Steifheit der Seile u. sonstigen Widerständen absehen, die Kraft P mit welcher am freien Ende des Seiles angezogen werden muß gleich ist dem 6ten Theil der Last Q.

$$P = \frac{1}{6} Q$$

od. allgemein, wenn n die Anzahl der Rollen einer Flasche ist, ist $P = \frac{Q}{2n}$

Zu demselben Resultat gelangt man auch nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit.

F die obere Flasche ist aufgehängt, u. an ihrem unteren Ende ist ein Seil od. Seil befestigt, das sich um die 6 Rollen schlingt u. an dessen freiem Ende gezogen wird, während an der unteren Flasche die Last hängt.

Wir wollen nun, da die Spannungen im Seil vor jeder der verschiedenen Rollenwiderstände verschieden ist, genauer die Zugkraft P bestimmen, mit der man am freien Ende des Seils anziehen muß um die Last Q zu heben.

Es ist $S = t + 0,26\frac{\delta^2}{D}t + (t+S)f\frac{d}{D}$

$S = t + 0,26\frac{\delta^2}{D}t + 2tf\frac{d}{D}$ (annähernd $t = S$ gesetzt)

$S = t(1 + 0,26\frac{\delta^2}{D} + 2f\frac{d}{D})$

od. abkürzend $1 + 0,26\frac{\delta^2}{D} + 2f\frac{d}{D} = \mathfrak{K}$ gesetzt ist:

$S = \mathfrak{K}t.$

u. da nun die Größen u. Rollendurchmesser überall gleich sind, so folgt:

$S^1 = S^1$

$S^2 = \mathfrak{K}S^1 = \mathfrak{K}S^1$

$S^3 = \mathfrak{K}S^2 = \mathfrak{K}^2S^1$

$S^4 = \mathfrak{K}S^3 = \mathfrak{K}^3S^1$

$S^5 = \mathfrak{K}S^4 = \mathfrak{K}^4S^1$

$S^6 = \mathfrak{K}S^5 = \mathfrak{K}^5S^1$

$S^7 = \mathfrak{K}S^6 = \mathfrak{K}^6S^1 = P$

u. folgt $Q = S^1 + S^2 + \dots + S^6$

d. $Q = S^1(1 + \mathfrak{K} + \mathfrak{K}^2 + \dots + \mathfrak{K}^5)$

$1 + \mathfrak{K} + \dots + \mathfrak{K}^{n-1} = \frac{\mathfrak{K}^n - 1}{\mathfrak{K} - 1}$

$1 + \mathfrak{K} + \dots + \mathfrak{K}^5 = \frac{\mathfrak{K}^6 - 1}{\mathfrak{K} - 1}$

$Q = S^1\frac{\mathfrak{K}^6 - 1}{\mathfrak{K} - 1}$ u. $P = \mathfrak{K}^6S^1$ u. $S^1 = \frac{P}{\mathfrak{K}^6}$

d. $\frac{Q}{P} = \frac{1}{\mathfrak{K}^6}\,\frac{\mathfrak{K}^6 - 1}{\mathfrak{K} - 1}$

u. wenn wir n Rollen in einer Flasche haben ist allgemein:

$$\frac{G}{P} = \frac{k^{2n}-1}{k^{2n}(k-1)}$$

od. $$\frac{G}{2nP} = \frac{k^{2n}-1}{2n\,k^{2n}(k-1)}$$

dieses Verhältniß sollte 1 sein, ist aber wegen Steifheit der Seile u. s. f. kleiner als 1 u. das Güteverhältniß des Flaschenzuges nimmt ab, wenn man zuviel Rollen nimmt, man gebraucht gewöhnl. 3 Rollen u. meistens dies nicht hin so nimmt man mehrere Flaschen.

Seite 103 sind die Werthe von $\frac{G}{2nP}$ für verschiedene n angegeben, sowie auch die wichtigsten Abmessungen für Flaschenzüge.

Ist G gegeben u. n angegeben, so können wir nun leicht P bestimmen.

Ist z. B. $G = 2000$ Kilogr. u. $n = 3$

so ist nach Seite 103: $\frac{G}{2nP} = 0{,}63$

folg. $P = \frac{G}{0{,}63 \cdot 2n} = \frac{G}{0{,}63 \cdot 6} = 530.$

Ferner ist der Drahtdurchmesser $\delta = 2{,}6^{cm}$

u. der Rollendurchmesser $D = 16{,}2$.

Es gibt nun noch verschiedene Combinationen von Winden u. Flaschenzügen als da sind: das Windwerk, die Aufzugsmaschine u. Mastenmaschine.

Krahnen.

Unter einem Krahnen versteht man eine mit einer Winde versehene, um eine verticale Axe drehbare Vorrichtung, zum Aufziehen von Lasten. Man theilt dieselben ein: 1) in solche die eine Kreislinie beschreiben
u. 2) in " " " " Kreisfläche " " "

Mit dem ersten kann eine Last von einem Orte in die Höhe gehoben werden u. an einem andern, der in der Umkreislinie des Kreises liegt in der der erste Ort liegt wieder gelegt werden.
Mit der zweiten Art von Krahnen kann m. die Last nach jedem beliebigen Ort fortbringen, der nicht über der Ausladung des Krahnes hinaus liegt; es ist dies dadurch möglich, daß m. auf dem Gerüste einen kleinen, unten mit einem Flaschenzug versehenen Wagen aufstellt, den m. hin u. her bewegen kann. Von dem Flaschenzug aus geht das eine Ende des Drahtseils nach der Winde, während das andere am Gerüste befestigt ist. Taf. stellen verschiedene Arten von Krahnen dar, wovon der auf Taf. einer der 1ten Art ist, die übrigen gehören der 2ten Art an.
Wir wollen nun sehen, wie stark die einzelnen Theile eines Krahnes in Anspruch genommen sind, u. welche Dimensionen sie hiernach zu erhalten haben. Wir bedienen uns dazu der Fig. 1.
Der ganze Bau selbst hat ein gewisses Gewicht G welches u. der dem Bau entsprechende Schwerpunkt sei bei S.
Wie stark ist nun der Zapfen bei A in Anspruch genommen:
heißt $S \cdot H = G g + Q q$

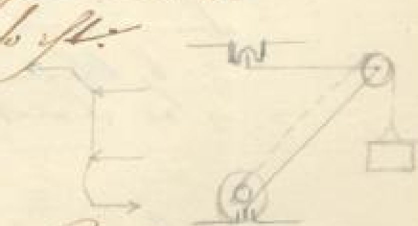
$$u.\quad P = Q\frac{q}{H} + G\frac{g}{H}$$

wenn wir unter P die Zugkraft verstehen die wir am Zapfen anbringen müssen damit der Krahn nicht umfällt, wenn wir die Befestigung bei A wegnehmen.
Man sieht hieraus daß P groß werden muß wenn Q u. q groß ist, d.h. wenn die Ausladung im Verh. zur Höhe groß ist, das Gewicht dieser Befestig. ist verschwindend klein. Es ist also ein hoher Krahn mit schwacher Ausladung vortheilhaft. Der Zapfen bei D ist ebenfalls in Anspruch genommen u. zwar will derselbe ausdrücken, wir bringen daher eine Kraft P^2 an die ihn daran zurückhält, so ist dann

$$P^2 H = G g + Q q$$

$$od.\quad P^2 = \frac{Qq}{H} + G\frac{g}{H}$$

d.h. der untere u. obere Zapfen sind gleichviel in Anspruch genommen.
Bei Krahn ist die Zugstange BE in Anspruch genommen; wenn wir uns BE entzwei geschnitten denken u. dann eine Zugkraft P^3 anbringen die das drehen des Stabes CE um C verhindert so ist:



$$P^3 H' + Q q' = Q q$$

$$od.\quad P^3 = \frac{Qq - Qq'}{H'} = Q\,\frac{q-q'}{H'}$$

also ist auch in dieser Beziehung ein hoher Krahn mit geringer Ausladung vortheilhaft.
Die Art u. Weise wie die Säule ABCD in Anspruch genommen ist geht aus beistehender Fig. hervor.

man sieht hieraus daß die Säule schwach ausfällt wenn den oben angeführten Bedingungen entsprochen wird, so wie auch wenn h & h' klein sind. sind $h = h' = 0$ so braucht es gar keine Säule.

Freistehende Rahmen (Schaftrahmen).

Wir wollen untersuchen wie stark die einzelnen Theile eines solchen Rahmens wie in Fig. 2 dargestellt in Anspruch genommen sind.

Die Druckfl. des Zapfens c hat den Druck des ganzen Ger. u. der ganzen Last zu tragen.

Die Anfangsfläche einen Druck x' welcher in der entgegengesetzten Richtg. anzubringen wäre, um einen Kraft den Zapfen in der normalen Lage erhalten müßte.

so ist: $x' = Qb + Gc$

$$d.\ x = Q\frac{b}{a} + G\frac{c}{a}$$

das Glied welches sich auf die Scheere bezieht kann wieder unberücksichtigt bleiben u. man sieht dann aus der Gl. daß es von Vortheil ist a gross u. b klein zu machen.

Der Druck x'' muß betragen:

$$x_2 a = Qb + Gc$$

$$x_2 = x_1$$

das Moment welches die Säule bei Betriebs[illegible] erhält ist:

$$x = Qb + Gc$$

also unabhängig von d. Tiefe des Schachtes richtet sich aber nach der Ausladung u. der Last.

Wenn wir auch AD unterbrechen u. x_3 statt dessen eintretend denken wobei die Normallage erhält so können wir das Ganze als ein Gabelsystem betrachten dessen Stützpunkt in B liegt. Fällen wir von B ein Perpendikel c auf AD u. dessen Verlängerung so ist:

$$(x_3 + \mathfrak{A})c = \mathfrak{A}b + f G_1$$

wobei f d. Schwerp. v. BD u. G_1 dessen Gew. bez.

u. somit $x_3 = \mathfrak{A}\frac{b}{c} + \frac{f}{c}G_1 - \mathfrak{A}$

u. es ist hieraus gut c groß zu machen, d. h. mit A hoch hinauf zu gehen u. Δ BAD nicht zu stumpf zu machen.

Um nun zu finden von was die Dimensionen der Strebe abhängen nimmt m. die Kraft welche darin wirken muß wenn sie unterbrochen ist u. das Gleichgew. erhalten werden soll x_4 betrachtet das Ganze als einen sich um A drehenden Hebel u. nimmt $\mathfrak{A}$ mit x_3 zusammenfallend an, so erh. m. hierfür ein Moment in Bezug auf A u. es wird sein:

$$x_4 d = f G_1 + \mathfrak{A} b$$

$$x_4 = \mathfrak{A}\frac{b}{c} + \frac{f}{c}G_1$$

woraus wieder folgt daß es gut ist die Ausladung klein zu machen.

Es gilt hierbei das Gleiche was im vorhergehenden bemerkt wurde u. ist daher:

$$x_1 a = \mathfrak{A}b + Gc$$

$$x_1 = \mathfrak{A}\frac{b}{a} + G\frac{c}{a}$$

$$x_2 a = \mathfrak{A}b + Gc$$

$$x_2 = \mathfrak{A}\frac{b}{a} + G\frac{c}{a}$$

Der Zapfen fällt daher groß aus wenn m. die Säule klein macht u. umgekehrt.

Weil der seitliche Druck am unteren Zapfen sehr beträchtlich ist so thut man wohl excentrische Kappen anzubringen oder die Säule in einem längern spitzen Stiel auslaufen zu lassen.
Sind die Lasten sehr bedeutend so ist es gut Flaschenzüge mit dem Krahnen in Verbindung zu bringen wie es z. B. bei den Gießereikrahnen der Fall ist. Die selbst
Man kann dann untenstehende
Anordnung gut verwenden.
Ein vierrädriger Wagen c c
trägt ein Blechschild das die festen
Rollen B A B, hält die einer-
seits die Flasche A, wogegen
an der die Last hängt. Bei
A u. A' Flaschen von 3 Rollen
so ist nur 1/6 des Gewichts aufzu-
ziehen nöthig, daß kann ein Mann
etwa einen 6fachen Kraftüberschuß
in Anschlag bringen.
Für Krahnen die in geschlossenen Räumen aufgestellt sind ist Holz das beste Material wegen seinen physikal. Eigenschaften, solche aber die im Freien aufgestellt werden müssen aus Eisen angefertigt werden.

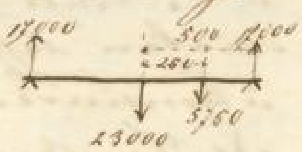
Laufkrahnen.

Ein Laufkr. ist ein Wagen von großer Ausdehnung auf welchem ein Krahnen steht; ersterer läuft auf einer Schienenbahn u. der ganze Apparat wieder auf einer Achse so daß man damit eine sehr große Fläche beherrschen kann. Hierauß erklären sich seine mannigfachen Vortheile die mit seiner Anwendung im Eisen- u. Wasserbau verbunden sind.

Nehmen wir die Berechnung eines Laufkrahnes für den Fall vor, daß er für 4 Arbeiter bestimmt sei, deren jeder eine Arbeitsleistg. von 16 Klgr. hervorbringen, so wird dann möglicherweise eine Last: $Q = 16 \cdot 4 \cdot 6.5 \cdot 3 = 23000$ Kg. zu heben.
So ist dann die Zugkr. an dem sich abwickelnden Seil 5.50 Kg. wobei ein Flaschenzug v. 3 Rollen angewendet wird.
Die Dimensionen ergeben sich hieraus wie folgt:

		cm.
Durchmesser des Ketteneisens (f. R.)		= 2
Durchmesser des Bolzens des Flschz.	$0{,}12\sqrt{\frac{2300}{2}}$	= 13 "
Durchmesser d. Rollen des Flschz.	6.13	= 78 "
Länge eines Laufträgers.	13.100	= 1300 "
Höhe " " "	$\frac{1}{15}$ 100	= 66 "
Widerstand. Gew. d. Laufkatze.	$\frac{2000}{2}$	= 1000 Kg.

Moment das der Balken abzubrechen strebt $= 17000 \cdot 50 - 5500 \cdot 250$



also das Bruchmoment der beiden Träger 7125000 Kg.cm.

Nehmen wir $M = S\frac{1}{6}bh^2$

so ist $b = \frac{6M}{Sh^2} = \frac{6 \cdot 7125000}{1000 \cdot 66^2} = 10^{cm}$

$M = 7125000$ wenn $h = 66$, $S = \frac{5000}{5} = 1000$

Da die Dicke von 10cm. für einen Träger zu groß ist, so nehmen wir diese kleiner u. machen die Höhe desselben größer. Wählen wir das letztere, setzen also die Höhe d. Laufträger $h = \frac{1}{10}1000$ so brauchen wir nicht mehr als ein Träger zu nehmen, was sehr wünschenswerth ist; nehmen wir also an Trägerhöhe $= \frac{1}{10}1000 = 100^{cm}$ u. legen noch nach Schätzg. einige Platten auf

setzt $\frac{S}{6h}\left(b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)\right) = \frac{M}{2}$

$(b_1 - b)(h_1^3 + bh^3) = \frac{6hM}{2S} = \frac{3hM}{S}$

für $b = 20$ cm, $b_1 = 2$ cm, $h_1 = 100$ cm

wird $h = 100$ cm folg. $h = h_1$

u. es geht hieraus also hervor daß eine Verstärkung durch Platten unnöthig ist.

der Gesammtdruck auf die 4 Zapfen des Wagens ist 34500, folg. ist

der Druck auf einen Zapfen $\frac{34500}{8} = 4312$

folg. der Durchm. des Zapfens $= 0,12\sqrt[8]{4250} = 7,8$ cm.

Durchmesser eines Rades $= 8 \cdot 7,8 = 62,4$

so ist nun $4000 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{7}{8} \cdot 8$

die Kraft die m. an dem Umfang d. 4 Räder wirken lassen muß um die Zapfenreibung zu überwinden u. das Torsionsmoment in Klgcm. der Triebwellenlager des Wagens ist:

$$4000 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot 8 \cdot \frac{63}{2} = 16000 \text{ Klgcm.}$$

u. es wird daher der Durchmesser der Triebachse des Wagens $= 7,48$ cm.

so sei ein Krahn für 600 Ctr. = 30000 Klg. Last zu construiren. nimmt m. zunächst das wahrscheinl. Gewicht des Krahnes und Last construirt = 40% d. Last = 12000 Kg.

die Höhe der Rollen über den Boden = 600 cm

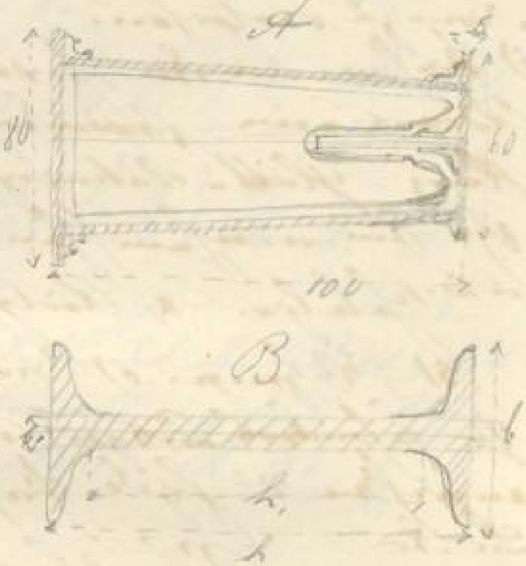
die Ausladung = 600 cm.

Das Ganze wird so gebaut construirt weil es aus Guß zu schwer sein würde.

Man zeichnet schließlich eine graphische Darstellung,

[illegible]

aber auch gefällige Form aufzuweisen u. für die
Ansehen wünscht u. nimmt die
Verhältnisse von dieser Skizze,
welche sich auch auf ausgeführte
Constructionen d. verschiedenen
Zeichnungen stützen kann, ab.
Nimmt man 300 cm als die
Höhe an, so findet man gemäß
nach der Skizze die Länge des
Trägers = 100 cm
Geben wir dem mittleren
Querschnitt die Form A
die in Bezug auf die rück-
wirkende Festigkeit gleich
anzunehmen ist, so hat man
für dieselbe, wenn man die
in der Skizze bez. Werthe
in die Gleichung einsetzt:



$$M = \frac{T}{6h}\left(b h_1^3 + b\left(h_2^3 - h_1^3\right)\right) = Qa$$

Nehmen wir $T = \frac{5000}{5} = 1000$
$h = 100$, $h_1 = 100 - 2\delta$, $b_1 = 2\delta$
$a = 600$, $b = 80$, $Q = 30000$
so kann man δ bestimmen u.
zwar wird man rascher zum Ziele gelangen, wenn
man einige Annahmen zwischen 1 u. 2 cm macht
statt dass man die Gleichung des dritten Grades auflöst,
u. man würde so finden:

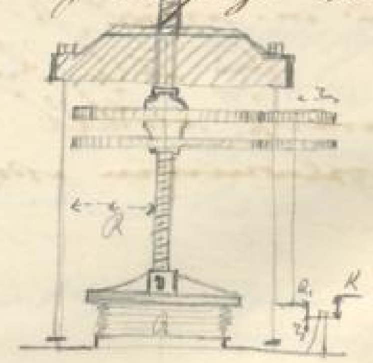
Die Blechdicke δ = 17 cm.
welche überall bei der ganzen Construktion so an-
genommen werden kann.

Von den Pressen.

Man kann die Pressen eintheilen entweder nach dem Zweck dem sie dienen, od. nach dem Organe durch welches der Druck hervorgebracht ist. Bei der ersten Eintheilg. unterscheidet m.
1) solche welche eine Volumenverminderg. zu bewirken haben (Heu, Hopfen, Wergpressen z. B.)
2) Pressen zum Verdichten d. Stoffe, von weichen Körper..
3) Saftpressen Wein, Most, Oel, Zucker-pressen.
4) Formpressen die dazu dienen einem Körper eine gew. Form zu verleihen.
5) Pressen die den Zweck haben auf der Oberfl. des Körpers eine Veränderg. hervorzubringen, Appretur- Glanz- Glätt- Satinirpresse.
Von dem mechanischen Standpunkt aus theilt m. sie ein: 1) Hebelpr. 2) Keilpr. 3) Kniepr. 4) Walzenpr. 5) Rollenpr. 6) Schraubenpr. 7) hydraul. Pressen.
Von besonders ausgedehnter Anwendg. sind die Schraubenpressen u. hydr. Pressen.
Bei der

Schraubenpresse

kann die Mutter selbst die Spindel eine fortschreitende Bewegung machen soll durch Hebel od. durch ein Schaltwerk in Drehung versetzt werden.



Nehmen wir eine Presse an, deren Wirkungsw. ... berechnet. Also der wesentlichsten soll z. nehmen der Durchmesser der Spindel = 12 cm so wird der Querschnitt derselben 113 qcm z. wenn der Druck pr. 1 qcm 300 Klg.

wäre der Gesammtdruck $Q = 113 \cdot 300 = 34000$ Kilg
Aus diesem Druck lassen sich nun die Durchmesser der Säulen leicht berechnen. Man wird hier bei der Anwendung massiver Säulen zu schwächtige Dimensionen erhalten u. besser thun statt deren Röhren mit säulenartiger Dekoration anzuwenden.
Die Kraft die am Umfang der Mutter wirken müßte um die Reibg. der vorgeschr. Flächen zu überwinden wäre nach S. 99 d. Ref.

$$Q \frac{tg\alpha + f}{1 - f\,tg\alpha} + \frac{2}{3}\,\frac{d_1^3 - d_0^3}{d_1^2 - d_0^2}\, f_1 \,\frac{Q}{D}$$

u. daher die Kraft P die am Umfang der Kurbel nothwendig wäre u. die wir P nennen wollen:

$$P = \left\{ Q \frac{tg\alpha + f}{1 - f\,tg\alpha} + \frac{2}{3}\,\frac{d_1^3 - d_0^3}{d_1^2 - d_0^2}\, f_1 \,\frac{Q}{D} \right\} \frac{\frac{D}{2}}{R} \cdot \frac{r}{R_1} \cdot \frac{r_1}{R}$$

wobei auch die Zapfenreibg. u. das Gew. der Räder vernachlässigt ist, was unbeschadet der Richtigkeit u. Güte der Construction immerhin geschehen kann. Nimmt man $tg\alpha = \frac{1}{10}$, $f = \frac{1}{10}$, $D = 12$, $R = 36$, $\frac{r}{R_1} = \frac{1}{6}$, $\frac{r_1}{R} = \frac{1}{3}$, $d_1 = 16$, $d_0 = 14$
so erh. man $P = 100$ Kg.

Zur Hervorbringung v. bedeutendem Druck bedient man sich mit großem Vortheil u. allgemein der

hydraulischen Presse.

Das Prinzip derselben gründet sich auf die physikal. Gesetze über die Fortpflanzg. eines auf Wasser ausgeübten Druckes nach welchem ein Druck P der auf einen Kolben von dem Querschnitt a ausgeübt wird

durch die Flüssigkeit auf einen andern d. d. Quer-
schnitt A einen solchen Druck Q ausübt daß
immer sein muß

$$\frac{P}{a} = \frac{Q}{A}$$

u. somit $Q = \frac{A}{a} P$.

Wenn das Verh. v. A : a groß ist, so kann man somit
durch geringe Kraft einen gr. Druck ausüben. Ist
die Bewegung des Kolbens A = S u. die v. a = s
so ist $as = AS$
da das von a verdrängte Wasser sich unter A be-
finden muß, folgt und da

$$S = \frac{a}{A} s$$

der Weg des Kolbens A in demselb. Verh. kleiner
als der Druck zunimmt.
Die Haupttheile einer hydr. Presse sind nun:
Eine kleine Druckpumpe, mit dieser kommunizierend
ein großer Cylinder mit Kolben und Querstücken, an
letzterem ein Stempel der den zu pressenden Gegen-
stand gegen ein eigenes hergestelltes Gerüst, zwischen
Säulen, presst.
Bei allen Pressungen ist durchgehends der Widerstand
des Körpers anfangs geringer u. wird in dem Maße
daß sie zusammengepreßt werden größer; um
aber dennoch mit gleichmäßiger Kraft arbeiten zu
können bringt man am besten eine gr. u. eine kl.
Pumpe an, braucht anfangs nur die große, dann
beide u. zuletzt nur die kleine.