

# **Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

## **Theoretische Maschinenlehre**

in 4 Bänden

Theorie der Getriebe und der mechanischen Messinstrumente

**Grashof, Franz**

**Leipzig, 1883**

Zweiter Abschnitt. Theorie der mechanischen Messinstrumente

[urn:nbn:de:bsz:31-282938](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-282938)

## ZWEITER ABSCHNITT.

## Theorie der mechanischen Messinstrumente.

## §. 129. Einleitung.

Die Fortschritte exacter Wissenschaften beruhen grossentheils auf planmässig messender Beobachtung. Indem deshalb dieser Abschnitt von der principiellen Einrichtung, Gebrauchs- und Wirkungsweise der Instrumente handelt, die zur Messung der verschiedenen Grössen dienen, mit welchen sich die Mechanik und somit auch die Maschinenlehre als angewandte Mechanik beschäftigt, ist es nöthig, zunächst diese Grössen und die ihrer Messung zu Grunde liegenden Einheiten näher zu bezeichnen. Sie sind theils solche, die der Mechanik mit der Geometrie gemeinsam, theils solche, die ihr eigenthümlich sind.

Geometrische Grössen sind: Längen, Winkel, Flächen und Räume (Volumina). Während die Einheit der Winkel ein Verhältniss zweier Längen, nämlich das Verhältniss eines Kreisbogens zum Radius des Kreises ist, wobei es nur darauf ankommt, dass beide mit derselben übrigens willkürlichen Längeneinheit gemessen werden, sind die Flächen- und Raumeinheiten von der Längeneinheit als somit einziger fundamentaler geometrischen Einheit abgeleitet. Letztere ist in allen Culturstaaten gesetzlich festgestellt als die Länge eines gewissen unter Staatscontrole hergestellten und aufbewahrten materiellen Stabes bei einer gewissen Temperatur, insbesondere z. B. das Meter als die Länge eines im französischen Staatsarchiv aufbewahrten Platinstabes bei der Temperatur des schmelzenden Eises, mit welchem der als Längen-Urmaass für das deutsche Reich gesetzlich geltende Platinstab durch eine gemischte Commission verglichen und bei der Temperatur des schmelzenden Eises  $= 1,000003$  jenes Mètre des Archives gefunden worden ist.



Ausser Instrumenten zur Messung des von einem bewegten Körper zurückgelegten Weges fallen mechanische Vorrichtungen zur Längen- und Winkelmessung theils in das Gebiet der praktischen Geometrie, theils pflegen sie, wie z. B. Vorrichtungen zur Längenmessung von Gespinnsten und Geweben, so speciellen technischen Zwecken zu dienen, dass ihre Besprechung angemessener Weise der Technologie zu überlassen ist. Ebenso wenig kann es sich hier um die von der Geometrie gelehrteten rechnerischen Methoden zur Ausmessung von Flächen und Räumen handeln. Von vielseitigem Interesse für die messende Beobachtung auch im Gebiete des Maschinenwesens sind aber sogenannte Planimeter, nämlich Instrumente zur Inhaltsbestimmung ebener Flächen, wie sie namentlich von den Zeichenstiften gewisser anderer mechanischer Messinstrumente als graphische unmittelbare Beobachtungsergebnisse geliefert werden behufs ihrer namentlich auf Inhaltsbestimmung beruhenden Verwerthung zu weiteren Folgerungen. Instrumente zur Messung von Räumen endlich sind von Wichtigkeit behufs der Volumenbestimmung von Flüssigkeiten, die nicht in Gefässen von geometrisch einfacher Form enthalten sind, insbesondere derjenigen zweierlei besonderen Flüssigkeiten, des Wassers und des Leuchtgases, die zu häuslichen, gewerblichen und öffentlichen Zwecken in grossen Quantitäten vom Gewinnungsorte aus durch Röhren an verschiedene Verbrauchsstellen geleitet zu werden pflegen, sofern es sich darum handelt, die an diesen Stellen in gewissen Zeiten verbrauchten Quantitäten zu registriren. Von Instrumenten zur Messung geometrischer Grössen sollen hiernach nur Wegmesser, Planimeter, Wasser- und Gasmesser im Folgenden besprochen werden. —

Die der Mechanik eigenthümlichen Grössen sind: Zeiten, Massen und solche, die davon durch Combination mit geometrischen Grössen abgeleitet sind.

Die Zeiteinheit wird von den scheinbaren Bewegungen der Himmelskörper abgeleitet, und zwar ist die in der Mechanik ebenso wie im bürgerlichen Leben angenommene Zeiteinheit der mittlere Sonnentag, d. h. die mittlere Zeitdauer zwischen zwei auf einander folgenden Durchgängen des Sonnenmittelpunktes durch den Meridian eines Beobachtungsortes auf der Erde; er wird in 24 Stunden oder  $24 \cdot 60 = 1440$  Minuten oder  $24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400$  Secunden eingetheilt. Instrumente zur Zeitmessung heissen Uhren. —

Die Vergleichung einer Länge mit der Zeit, während welcher sie als Weglänge von einem beweglichen Punkte durchlaufen wird, führt zu den Begriffen der Geschwindigkeit und der Beschleunigung als abge-



leiteter Grössen. Die Geschwindigkeit eines Punktes in einem gewissen Augenblicke ist  $= \frac{ds}{dt}$ , wenn im nächstfolgenden unendlich kleinen Zeitelement  $dt$  das Wegelement  $ds$  von ihm durchlaufen wird. Ist  $dx$  die Projection von  $ds$  auf eine gewisse Richtung  $OX$ , also das nach dieser Richtung vom Punkte während  $dt$  durchlaufene Wegelement, so heisst  $v = \frac{dx}{dt}$  die augenblickliche Geschwindigkeit des Punktes nach der Richtung  $OX$ . Seine Beschleunigung nach dieser Richtung ist  $= \frac{dv}{dt}$ , wenn  $dv$  die Aenderung von  $v$  im Zeitelemente  $dt$  bedeutet. — Ebenso wie die Vergleichung der Bahnlänge eines Punktes mit der entsprechenden Zeit zum Begriffe der Geschwindigkeit (Längen- oder Bahngeschwindigkeit) führt, ergeben sich durch Vergleichung der Fläche, die von einer beweglichen Linie, oder des Raumes, der von einer beweglichen Fläche in einer gewissen Zeit durchlaufen wird, mit letzterer die Begriffe der Flächengeschwindigkeit und Raumgeschwindigkeit. Wichtiger ist indessen der Begriff der Winkelgeschwindigkeit und der daraus abgeleitete der Winkelbeschleunigung. Für eine gewisse Axe ist erstere:  $\omega = \frac{d\psi}{dt}$ , wenn  $d\psi$  der Drehungswinkel um diese Axe im Zeitelemente  $dt$  ist; ändert sich während desselben  $\omega$  um  $d\omega$ , so ist  $\frac{d\omega}{dt}$  die betreffende Winkelbeschleunigung.

Die Einheiten zur Messung von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen aller Art ergeben sich ihren Definitionen gemäss aus der Längen- und Zeiteinheit. Instrumente sind nur gebräuchlich zum Messen von schlechtweg sogenannten Geschwindigkeiten (Längen- oder Bahngeschwindigkeiten) und von Winkelgeschwindigkeiten; sie heissen Tachometer. —

Die Masseneinheit wird defnirt entweder als die Masse eines individuell bestimmten Körpers oder als die Masse eines bestimmten Volumens einer gewissen Substanz, in letzterem Sinne namentlich das Kilogramm als die Masse eines Cubikdecimeters destillirten Wassers bei der Temperatur von  $4^{\circ}$  C. Wenn indessen nach dieser letzteren Definition verschiedene Körper direct als Urkilogramme hergestellt würden, so liessen die damit verbundenen wahrscheinlichen Fehler bei nachträglicher Vergleichung solche Unterschiede erwarten, die sehr viel grösser, als die Fehler wären, welche bei der üblichen Methode der Massenvergleichung individuell bestimmter Körper, z. B. des Urkilogramms und einer Copie desselben, zu befürchten sind. Ebenso wie das Meter, obschon es der



ursprünglichen Absicht und Definition gemäss = 0,0000001 der Länge eines Meridianquadranten der Erde sein sollte, doch thatsächlich durch einen materiell hergestellten Stab fixirt werden musste, dessen Abweichung von jener Definition sich in der Folge als sehr merklich herausstellte, ist deshalb auch die Masseneinheit in allen Culturstaaten thatsächlich als die Masse eines unter Staatscontrole individuell hergestellten und aufbewahrten Körpers gesetzlich festgestellt, insbesondere z. B. das Kilogramm als ein im französischen Staatsarchiv aufbewahrter Körper aus Platin. Der für das deutsche Reich als Urkilogramm gesetzlich geltende Platinkörper ist mit jenem Kilogramme prototype durch eine gemischte Commission verglichen und um 0,16 Milligramm leichter gefunden worden.

Die zur Messung und Vergleichung von Massen dienenden Instrumente, die Waagen, beruhen darauf, dass zwei Massen gleich gross sind (durch Definition gleich gross genannt werden), wenn sie gleich schwer sind, d. h. an demselben Orte gleich stark von der Erde angezogen werden. Indem somit durch die Waage unmittelbar die Schwerkraft zweier Körper oder Körperaggregate verglichen werden, um aus ihrer Grössengleichheit auf diejenige ihrer Massen zu schliessen, heisst die Grösse der Schwerkraft eines Körpers sein Gewicht. Bei unveränderlicher Masse ist also das Gewicht eines Körpers veränderlich mit seinem relativen Orte gegen die Erde, mit der geographischen Breite dieses Ortes und seiner Höhe über dem Meere. Im uneigentlichen Sinne wird das Wort „Gewicht“ auch wohl als gleichbedeutend mit Masse gebraucht, nämlich zur Bezeichnung der substantiellen Quantität eines Dinges, insofern sie durch die Operation des Wägens bestimmt wird; die Körper, deren Massen = gewissen Vielfachen oder aliquoten Theilen der Masseneinheit gemacht worden sind (nach den Grössen dieser Massen z. B. als Centner, Kilogramme, Gramme, Milligramme etc. bezeichnet) und deren man sich bedient, um vermittels der Waage durch Vergleichung ihrer Gewichte mit dem Gewichte eines anderen Körpers oder Körperaggregats die Masse des letzteren zu bestimmen, heissen auch wohl selbst Gewichte (Normalgewichte) anstatt besser Gewichtstücke. Die mechanisch-wissenschaftliche Bedeutung des Wortes „Gewicht“ bleibt indessen stets die von Schwere oder Grösse einer Schwerkraft, sofern letztere ausser in Bezug auf ihre Grösse auch wie jede andere Kraft in Bezug auf Richtung und Angriffspunkt in Betracht kommt. Dass dieses eigentliche Gewicht eines zur Wägung benutzten sogenannten Gewichtsatzes (Sortiments von Gewichtstücken) an verschiedenen Orten verschieden ist, beeinträchtigt nicht die Correctheit solcher Benutzung, weil in demselben Verhältnisse, in welchem die Schwere eines Gewichtstückes



sich ändert, auch die Schwere aller anderen Körper für denselben Ortswechsel veränderlich ist und deshalb doch thatsächlich die mit Hilfe der Waage ausgeführte Vergleichung von Schwerkraften (Gewichten) auf eine correcte Vergleichung von Massen hinausläuft. —

Aus dem fundamentalen Begriffe einer Masse entspringen durch Verbindung mit den Begriffen von Volumen, Geschwindigkeit und Beschleunigung gewisse abgeleitete mechanische Grössenbegriffe.

Die Masse, welche bei einem gewissen inneren Zustande einer Substanz in der Volumeneinheit derselben enthalten ist, heisst ihre specifische Masse für diesen Zustand. Ihre betreffende Dichtigkeit ist das Verhältniss jener specifischen Masse zu derjenigen einer gewissen anderen conventionell zur Vergleichung gewählten Substanz, als welche zum Ausdrucke der Dichtigkeit eines festen oder flüssigen Körpers Wasser bei der Temperatur von  $4^{\circ}$  C., eines luftförmigen Körpers atmosphärische Luft bei gleicher Temperatur und Pressung mit dem betreffenden Körper benutzt zu werden pflegt. Die Dichtigkeit ist also keine Grösse, sondern ein Grössenverhältniss; ihre experimentelle Bestimmung und die dazu dienenden besonderen Arten von Waagen und sonstigen Hilfsmittel sind als dem Gebiete der Physik angehörig zu betrachten. Auch in Betreff dieses Begriffes ist übrigens der Mangel eines festen, allgemein anerkannten Sprachgebrauchs zu beklagen, nach welchem vielmehr die specifische Masse vielfach als Dichtigkeit, diese als specifisches Gewicht bezeichnet wird. —

Aus den Begriffen von Masse und Geschwindigkeit entspringen die von Bewegungsgrösse und Bewegungsenergie. Die Bewegungsgrösse eines materiellen Punktes oder Massenelementes ist das Product aus seiner Masse und Geschwindigkeit, die Bewegungsgrösse nach einer gewissen Richtung das Product aus Masse und Geschwindigkeit nach dieser Richtung. Durch Summation ergibt sich daraus die Bewegungsgrösse bezw. die auf eine gewisse Richtung bezogene Bewegungsgrösse eines Körpers oder Massensystems. Die Bewegungsenergie (freies Arbeitsvermögen, lebendige Kraft) eines materiellen Punktes oder Massenelementes ist das halbe Product aus seiner Masse und dem Quadrat seiner Geschwindigkeit, die Bewegungsenergie eines Körpers oder Massensystems ist die halbe Summe dieser Producte für alle seine Massenelemente zusammen. Zu besonderen Messungsinstrumenten dieser Grössen geben die Bedürfnisse des Maschinenwesens keinen Anlass. —

Die Aenderungen der Bewegungszustände von Körpern werden Kräften als ihren Ursachen zugeschrieben. Wenn insbesondere  $m$  die



Masse eines materiellen Punktes und  $v$  seine augenblickliche Geschwindigkeit nach einer gewissen Richtung  $OX$  ist, so wird die Aenderung  $dv$ , welche  $v$  im Zeitelement  $dt$  erfährt, einer Kraft zugeschrieben, die auf den materiellen Punkt nach der Richtung  $OX$  und zwar mit der augenblicklichen Intensität oder Grösse  $m \frac{dv}{dt}$  wirkt; dasselbe gilt für den Fall eines ausgedehnten Körpers von der Masse  $m$ , wenn die Bewegungen aller Körperpunkte gleich sind. Indem

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt}$$

ist, kann man sagen, es werde die Grösse einer Kraft gemessen durch das Product aus einer Masse und der ihr im Sinne der Kraft ertheilten Beschleunigung, oder auch sie sei = dem Zuwachs an Bewegungsgrösse, den sie nach ihrer Richtung in der Zeiteinheit verursacht. Dieser Kraftmessung entspricht die obige, dem Gebrauch einer Waage zu Grunde liegende Definition der Gleichheit zweier Massen als solcher, die an demselben Orte gleich schwer sind, insofern als an demselben Orte die Beschleunigung des (durch die Schwerkraft verursachten) freien Falles für alle Körper gleich ist; das Gewicht oder die Grösse der Schwerkraft eines Körpers von der Masse  $m$  ist =  $mg$  an einem Orte, wo die Beschleunigung des freien Falles =  $g$  ist.

Die Krafteinheit ist somit bestimmt durch die Massen-, Längen- und Zeiteinheit. Bei der grossen Bedeutung indessen, welche Schwerkraften sowohl an und für sich wie zur Vergleichung mit anderen Kräften haben, ist es ausserdem üblich geworden, das Gewicht der Masseneinheit nicht nur als Gewichtseinheit der Messung von Schwerkraften, sondern überhaupt als Krafteinheit der Messung von beliebigen Kräften zu Grunde zu legen, also z. B. die Grösse der Schwerkraft einer Masse  $m$ , die nach absolutem Maass =  $mg$  ist, nach diesem relativen oder Gravitationsmaass =  $m$  zu setzen, obschon dann die betreffende relative Krafteinheit einen veränderlichen, der Beschleunigung  $g$  proportionalen Werth hat. Indem dabei ferner ein einzelnes Wort zu möglichst kurzer Bezeichnung dieser relativen Krafteinheit erwünscht ist, bezeichnet man sie (nicht zum Vortheil der Deutlichkeit) mit demselben Worte wie die Masseneinheit, deren Gewicht sie thatsächlich ist, so dass z. B. die Pressung einer Flüssigkeit =  $p$  Kgr. pro Quadratmeter gesetzt wird, um auszudrücken, dass ihr Druck pro Quadratmeter ebenso gross ist wie das Gewicht einer Masse von  $p$  Kgr. an dem betreffenden Orte, bzw. gemäss der an diesem Orte stattfindenden Grösse der Beschleunigung des freien Falles. Bei technischen Unter-



suchungen kann von der Veränderlichkeit dieser Beschleunigung im Allgemeinen abgesehen, somit die relative Kräfteinheit = dem  $g$ fachen der absoluten Kräfteinheit, oder die Grösse einer gewissen Kraft in absolutem Maasse = dem  $g$ fachen ihrer Grösse in relativem Kraftmaasse (Gravitationsmaass) gesetzt werden, unter  $g$  eine Constante verstanden, etwa = 9,81 bei Voraussetzung des Meters als Längeneinheit und der Secunde als Zeiteinheit.

Mit Bezug auf die besprochene Gravitationsmessung von Kräften ist es übrigens wesentlich zu bemerken, dass sie natürlich auch eine entsprechend veränderte Wahl der Masseneinheit erfordert, damit die durch Definition festgestellte Beziehung zwischen Kräften, Massen und Beschleunigungen nicht dadurch beeinträchtigt werde, damit also, wenn allgemein  $P$  eine Kraft bedeutet, die nach ihrer Richtung der Masse  $m$  die Beschleunigung  $\varphi$  ertheilt, insbesondere z. B.  $G$  das Gewicht eines Körpers für die Beschleunigung  $g$  des freien Falles, nach wie vor die Gleichungen bestehen:

$$P = m\varphi, \quad G = mg;$$

denn indem jetzt als Einheit des Gewichtes  $G$  dasjenige eines gewissen Körpers, z. B. eines sogenannten Kilogrammstückes gewählt wird, muss die Masse dieses Gewichtstückes nicht mehr = 1, sondern =  $\frac{1}{g}$  gesetzt werden, entsprechend einer in gleichem Verhältnisse mit der Kräfteinheit vergrösserten, nämlich  $g$ mal so grossen Masseneinheit.

Instrumente zur Messung von Kräften heissen im Allgemeinen Dynamometer, insbesondere auch Manometer, wenn sie zur Messung des Druckes von Flüssigkeiten dienen. Besondere Arten von Manometern sind die zur Messung des Luftdruckes dienenden Barometer, deren Einrichtungen und Gebrauch indessen als in das Lehrgebiet der Physik gehörig zu betrachten und hier als bekannt vorauszusetzen sind. —

Der Begriff einer Kraft führt zu weiter zusammengesetzten mechanischen Grössenbegriffen, insbesondere zum Begriffe einer mechanischen Arbeit = dem Product aus der Grösse einer Kraft und dem nach ihrer Richtung genommenen (auf ihre Richtung projecirten) Wege ihres Angriffspunktes. Der im metrischen System üblichen Arbeitseinheit, dem Meterkilogramm, liegt die Gravitationsmessung der Kräfte zum Grunde, so dass aus der in Meterkilogrammen ausgedrückten Grösse einer Arbeit sich ihre Grösse in absolutem Maasse durch Multiplication mit  $g$  ergibt. Nach mechanischen Principien kann übrigens die Arbeit einer Kraft auch gemessen werden durch die ihr gleiche, von dieser Kraft während ihrer betreffenden Arbeitsleistung verursachte Aenderung einer Bewegungsenergie



oder sogenannten lebendigen Kraft. Die zur Messung mechanischer Arbeiten dienenden verschiedenartigen Instrumente pflegen je nach ihrer Art und besonderen Bestimmung mit verschiedenen Specialnamen bezeichnet zu werden (Prony'scher Zaun, Indikator u. s. w.).

Die Vergleichung einer Arbeit mit der Zeit, in welcher sie geleistet wird, führt zum Begriffe der Arbeitstärke = der in der Zeiteinheit geleisteten Arbeit, oder auch = einem in der Zeiteinheit dadurch verursachten Zuwachs an Bewegungsenergie. Ihre gewöhnliche Einheit ist das Secundenmeterkilogramm oder Meterkilogramm pro Secunde. Zur Vermeidung unbequem grosser Maasszahlen ist jedoch auch die Pferdestärke als eine 75 mal so grosse Einheit in Gebrauch. Die Messung einer Arbeitstärke ist das Ergebniss gleichzeitiger Arbeits- und Zeitmessung durch die dazu dienenden Instrumente. —

Die Benutzung der nach vorstehenden Bemerkungen im Folgenden zu besprechenden Instrumente zur Messung von geometrischen Grössen, Zeiten, Geschwindigkeiten, Massen, Kräften und mechanischen Arbeiten erfordert vielfach die Zählung und Registrirung der Umdrehungen einer Welle, Schwingungen oder Hübe eines hin- und hergehenden Körpers u. s. w. in einer gewissen Zeit, und ist es deshalb angemessen, die dazu dienenden Zählwerke vorab im Zusammenhange kurz zu besprechen. Instrumente zum Rechnen schliessen sich daran naturgemäss an, sofern das Rechnen als ein gesetzmässig combinirtes Zählen betrachtet werden kann, die betreffenden Instrumente aber in neuerer Zeit erhöhte Ausbildung und Verwendung gefunden haben und besonders dann von Nutzen sein können, wenn es sich um vielfach nach derselben Regel zu wiederholende Rechnungen handelt, wie sie u. A. durch die Verwerthung von Messungsergebnissen zu daraus abzuleitenden Mittelwerthen, Gesetzen und sonstigen Resultaten veranlasst werden können.

## A. Instrumente zum Zählen und Rechnen.

### §. 130. Zählwerke.

Durch diese Instrumente wird bezweckt, die Zahl von Umdrehungen, Schwingungen oder Schüben, welche ein rotirendes, bzw. schwingendes oder hin- und hergehendes Glied einer Maschine in einer gewissen Zeit macht, auf einfache und leicht übersichtliche Weise, nämlich im Allgemeinen so zu registriren, dass jene Zahl aus den Stellungen von Zeigern auf ent-



sprechenden Kreistheilungen oder aus den unter Schaulöchern sichtbar gewordenen Zahlen von Zifferscheiben unmittelbar abgelesen werden kann. Die dazu dienenden Getriebe sind meistens Zahnradgetriebe, Schneckengetriebe, Schaltgetriebe oder durch Combination aus solchen gebildet.

Handelt es sich z. B. um die Umdrehungszahl einer Welle  $A$ , so ist es nahe liegend und sehr gebräuchlich, parallel mit der Welle die festen Axen  $A_1, A_2, A_3 \dots$ , um welche je ein grösseres und ein kleineres Zahnrad unter sich fest verbunden drehbar ist, etwa  $R_1$  mit  $r_1$  um  $A_1$ ,  $R_2$  mit  $r_2$  um  $A_2$  u. s. f., so anzuordnen, dass ein auf  $A$  fest sitzendes kleineres Rad  $r$  mit  $R_1$ ,  $r_1$  mit  $R_2$ ,  $r_2$  mit  $R_3$  u. s. f. in Eingriff ist, ferner die Räder  $R_1, R_2, R_3 \dots$  auf ihren nach derselben Seite (gegen den Beobachter hin) gekehrten Flächen mit Kreistheilungen zu versehen, auf welche Zeiger  $Z_1, Z_2, Z_3 \dots$  weisen, die mit den betreffenden festen Axen  $A_1, A_2, A_3 \dots$  fest verbunden sind ( $Z_1$  mit  $A_1$ ,  $Z_2$  mit  $A_2$  u. s. f.). Ist dann etwa  $n$  die Zahnzahl jedes der Räder  $r, r_1, r_2 \dots$ ,  $10n$  die eines jeden der Räder  $R_1, R_2, R_3 \dots$  und wird jede Kreistheilung aus 10 in gleichen Entfernungen befindlichen, der Reihe nach mit den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 bezeichneten Theilstrichen gebildet, so zeigt der Zeiger  $Z_1$  auf der Theilung von  $R_1$  die einzelnen Umdrehungen der Welle  $A$ ,  $Z_2$  auf der Theilung von  $R_2$  die Zehner,  $Z_3$  auf der Theilung von  $R_3$  die Hunderter u. s. f. dieser Umdrehungen, indem dieselben den Ziffern der zuletzt an den betreffenden Zeigern vorbei gegangenen Theilstriche gleich sind. Steht z. B.  $Z_1$  zwischen den mit 6 und 7,  $Z_2$  zwischen den mit 0 und 1,  $Z_3$  zwischen den mit 4 und 5 bezeichneten Theilstrichen bezw. auf den Rädern  $R_1, R_2, R_3$ , während die etwa folgenden Zeiger noch sämmtlich auf Null stehen, so ist die betreffende Umdrehungszahl der Welle  $A = 406$ , abgesehen von einem nach der Stellung des Zeigers  $Z_1$  zu schätzenden Bruch. Dabei ist vorausgesetzt, dass vorher alle Zeiger auf Null standen, widrigenfalls sich die gesuchte Umdrehungszahl als Differenz von zwei Zahlen ergeben würde, die der anfänglichen und der schliesslichen Zeigerstellung zu entnehmen sind.

Sollen durch die beschriebene Vorrichtung nicht die Rotationen einer Welle, sondern die Schwingungen eines um eine Axe schwingenden oder die Schübe eines in einer Führung hin- und hergehenden Maschinengliedes  $S$  gezählt werden, so kann statt des Rades  $R_1$  mit dem um  $A_1$  drehbaren Rädchen  $r_1$  ein zehnzähniges Schaltrad (§. 58) fest verbunden werden, in welches eine Klinke  $K$  eingreift, die von dem Maschinentheile  $S$  aus so hin- und herbewegt wird, dass sie bei jeder Bewegung im einen Sinne auf einem Zahne  $z_1$  des Schaltrades ganz, auf dem folgenden  $z_2$  nur zum Theil



gleitet und somit bei der darauf folgenden Bewegung im umgekehrten Sinne zuerst auf  $z_2$  zurückgleitet, dann aber vermittels des Zahnes  $z_1$  dem Schalt- rade mit dem Rädchen  $r_1$  eine Zehnteldrehung erteilt. Indem hier bei den Schwingungen von  $S$  und  $K$  im ersteren Sinne das Schaltrad ruht (zu grösserer Sicherheit durch eine Sperrung festgehalten wird), sind es nicht einfache, sondern nur Doppelschwingungen, die auf solche Weise gezählt werden. Die Verbindung der Schaltklinke  $K$  mit dem Maschinentheile  $S$  geschieht hier und in ähnlichen Fällen passend durch eine Schnur, nämlich so, dass durch einen von  $S$  ausgehenden Zug an derselben die Schaltbe- wegung (Drehung des Schaltrades) unter gleichzeitiger Anspannung einer Feder, dann aber durch letztere die rückläufige Bewegung von  $K$  auf dem gesperrten Schaltrade vermittelt wird in dem Maasse, wie es die dabei ge- spannt bleibende Schnur zulässt.

Wenn die zu registrirende Umdrehungszahl einer Welle nicht sehr gross, nur etwa so gross oder doppelt so gross ist wie die Zahl der Theil- striche, die auf einer Kreistheilung von üblichem Durchmesser leicht unter- scheidbar angebracht werden können, so lässt sich einem solchen Zählwerke mit Zahnradgerichte eine compendiösere Form geben, die darauf beruht, dass wegen des Spielraumes der Zähne eines jeden von zwei in Eingriff befindlichen Rädern in den Zahnlücken des anderen Rades, d. h. wegen des kleinen Ueberschusses der Lückenweite über die betreffende Zahndicke (beide in den zugehörigen Theilkreisen gemessen) die Theilungen der beiden Theilkreise nicht genau gleich gross, die Zahnzahlen also nicht genau den Theilrisshalbmessern proportional zu sein brauchen, dass vielmehr mit dem- selben Rade ohne Schwierigkeit zwei andere Räder in Eingriff gebracht werden können, deren Zahnzahlen um 1 verschieden, wenn nur beide ziem- lich gross sind. Sitzt also fest auf der Welle  $A$ , deren Umdrehungszahl bestimmt werden soll, ein Rad  $B$  mit  $z$  Zähnen und von genügender Breite, um zugleich in zwei Räder  $R_1$ ,  $R_2$  von gleichen Durchmessern eingreifen zu können, von welchen  $R_1$  mit  $z_1$  Zähnen auf einer mit  $A$  parallelen Axe  $A_1$  fest sitzt, während  $R_2$  mit  $z_2$  Zähnen lose um  $A_1$  drehbar ist, so kann  $z_2 = z_1 + 1$  gemacht werden und ist dann bei einer Umdrehung von  $A$

$$\text{die Umdrehungszahl von } R_1 \text{ mit } A_1 = \frac{z}{z_1},$$

$$\text{„ „ „ „ } R_2 = \frac{z}{z_1 + 1},$$

also die relative Drehung von  $A_1$  gegen  $R_2$

$$= \frac{z}{z_1} - \frac{z}{z_1 + 1} = \frac{z}{z_1(z_1 + 1)} \text{ Umdrehungen,}$$



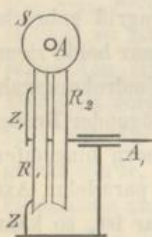
messbar durch einen Zeiger  $Z_1$ , welcher, mit  $A_1$  fest verbunden, auf eine Kreistheilung des Rades  $R_2$  zeigt. Der Zeiger durchläuft also einmal die ganze Kreistheilung auf  $R_2$  nach

$$\frac{z_1(z_1 + 1)}{z} \text{ Umdrehungen von } A,$$

z. B. mit  $z = 18$  und  $z_1 = 80$  nach 360 Umdrehungen, so dass bei gleichfalls 360 Theilstrichen und vorbehaltlich einer Schätzung halber Skalentheile bis zu 720 Umdrehungen der Welle  $A$  auf solche Weise gezählt werden können, bevor der anfängliche Zeigerstand auf der Kreistheilung wiederkehrt. Wenn zur Registrirung der Doppelschübe eines hin- und hergehenden Maschinentheiles  $S$  auf der Welle  $A$  noch ein Schaltrad mit 10 Zähnen befestigt und zugleich mit dieser Welle eine kleinere 10theilige Kreisskala verbunden würde, die sich an einem festen Zeiger  $Z$  vorbei dreht, oder umgekehrt ein Zeiger  $Z$  mit ihr verbunden würde, der auf die am Maschinengestelle feste Kreisskala zeigt, so könnten auf letzterer die Einer, auf der Kreistheilung von  $R_2$  die Zehner der betreffenden Zahl von Doppelschüben abgelesen werden, und liesse sich z. B. mit  $z = 18$  und  $z_1 = 80$  im Ganzen bis 3600 zählen, indem die blossе Schätzung einer Zwischenlage des Zeigers  $Z_1$  zwischen zwei Theilstrichen auf  $R_2$  jetzt durch Ablesung der Angabe des Zeigers  $Z$  ersetzt wird.

Durch den besprochenen Eingriff eines Zahnrades mit zwei anderen, deren Zahnzahlen bei gleichen Durchmessern nicht ganz gleich sind, wurde eine beträchtliche Uebersetzung der rotirenden Bewegung ins Langsame ermöglicht. Derselbe Zweck kann auch durch den Eingriff einer Schnecke (Schraube ohne Ende) mit einem vielzahnigen Schneckenrade, in noch höherem Grade folglich durch ihren Eingriff mit zwei Schneckenrädern, deren Zahnzahlen nicht ganz gleich sind, erreicht werden. So ergiebt sich das in Fig. 130 seinem Wesen nach skizzirte sehr compendiöse und doch die Registrirung einer grossen Zahl von Rotationen gestattende Zählwerk.

Fig. 130.



Die um die Axe  $A$  drehbare Schnecke  $S$  greift zugleich in die Schneckenräder  $R_1$  und  $R_2$ , von welchen  $R_1$  mit 100 Zähnen um die rechtwinklig gegen  $A$  gerichtete Welle  $A_1$  lose drehbar ist, während  $R_2$  mit 101 Zähnen fest auf ihr sitzt. Das lose Rad  $R_1$  hat zwei concentrische Kreistheilungen: eine äussere von 100 Theilen, auf welche der am Gestell feste Zeiger  $Z$  weist, und eine innere von 101 Theilen, entsprechend der Spitze des mit  $A_1$  fest verbundenen Zeigers  $Z_1$ . Unter



diesen Umständen markirt  $Z$  die einzelnen Umdrehungen von  $S$  bis 100,  $Z_1$  dagegen die Hunderter bis  $101 \cdot 100$ ; denn bei einer Umdrehung von  $S$  ist die relative Drehung des Zeigers  $Z$  auf seiner Theilung  $= \frac{1}{100}$  und somit die des Zeigers  $Z_1$  auf der seinigen

$$= \frac{1}{100} - \frac{1}{101} = \frac{1}{10100} \text{ Umdrehung,}$$

folglich  $\frac{1}{101}$  Umdrehung bei 100 Rotationen von  $S$ . Erst nach 10100 Rotationen von  $S$  kehren beide Zeiger zugleich in die anfänglichen Stellungen gegen ihre Skalen zurück. Wie das Instrument zum Zählen von Schwingungen eingerichtet werden kann, bedarf nach Obigem keiner weiteren Ausführung.

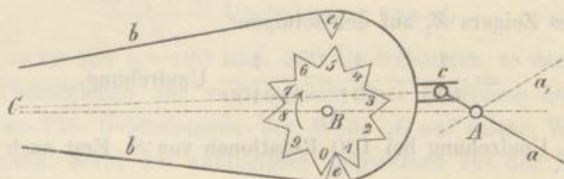
Die Bewegungsübertragung durch Zahnräder- oder Schneckengetriebe hat bei den bisher besprochenen Zählwerken eine Art von schleichender Bewegung der die Zehner, Hunderter etc. angegebenden Zeiger zur Folge, so dass, wenn auch im Falle eines Hubzählers dem durch ein Schaltgetriebe bewegten Einer-Zeiger eine springende Bewegung von je einem zum folgenden Theilstriche der betreffenden Skala ertheilt wird, doch die übrigen Zeiger bei der Ablesung im Allgemeinen zwischen zwei Theilstrichen sich befinden. Ist dann z. B. der die Hunderter angegebende Zeiger nur sehr wenig von einem Theilstriche entfernt, so dass es mit Rücksicht auf die Unvollkommenheit der Ausführung zweifelhaft sein kann, ob thatsächlich der Zeiger noch als vor oder schon als hinter demselben befindlich zu gelten hat, so ist zwar ein solcher Zweifel alsbald durch die Stellung des Zehner-Zeigers zu entscheiden, allein es ist doch das Bedürfniss solcher Ueberlegung überhaupt einer schnellen und sicheren Ablesung nicht förderlich. Besser in dieser Hinsicht ist die durch Schaltgetriebe vermittelte springende Bewegung um die betreffenden Axen, wobei dann auch die Ablesung dadurch noch mehr erleichtert werden kann, dass Zeiger und Kreistheilungen durch Zifferscheiben ersetzt werden, deren ringsum stehende Ziffern der Reihe nach hinter entsprechende Schaulöcher einer Deckplatte vorspringen. Von solcher Art ist z. B. der folgende sehr gebräuchliche Hubzähler.

Das um die Axe  $A$ , Fig. 131, drehbare Stäbchen  $a$  wird durch geeignete Verbindung mit dem hin- und hergehenden Maschinentheile, dessen Hübe gezählt werden sollen, in schwingende Bewegung versetzt, und indem es mit dem Zapfen  $c$  in einen Schlitz am Ende des Bügels  $bb$  eingreift, wird dadurch auch letzterer zu entsprechenden Schwingungen um



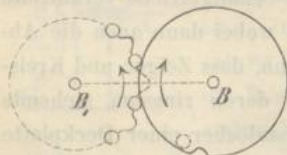
eine mit  $A$  parallele Axe  $C$  veranlasst. An dem Bügel sitzen die Stahlkeile  $e$  und  $e_1$ , die bei jeder einfachen Schwingung dem mit 10 keilförmigen Zähnen

Fig. 131.



versehenen Rädchen  $B$  eine Drehung um eine halbe Theilung, d. h.  $\frac{1}{20}$  einer vollen Umdrehung um seine in der Ebene  $AC$  liegende, mit  $A$  und  $C$  parallele Axe  $B$  ertheilen. Schwingt nämlich das Stäbchen  $a$  in die Lage  $a_1$ , so drückt der Keil  $e_1$  auf die schräge Fläche des Zahnes 5 und gelangt dadurch der andere Keil  $e$  in dieselbe Lage gegen den Zahn 1, etwas gegen 2 hin, in welcher sich in der Figur der Keil  $e_1$  gegen den Zahn 5, etwas gegen 6 hin, befindet. Schwingt also dann das Stäbchen in seine Lage  $a$  zurück, so drückt der Keil  $e$  auf die schräge Fläche des Zahnes 1 und kommt am Ende dieser Schwingung in dieselbe Lage zwischen den Zähnen 1 und 2, in welcher er sich in der Figur zwischen 0 und 1 befindet. Jeder Doppelschwingung des Stäbchens  $a$  entspricht sonach  $\frac{1}{10}$  Umdrehung des Rädchen  $B$ . Zur Angabe der Zehner, Hunderter etc. einer abzulesenden Schwingungszahl sind nun zwischen  $B$  und  $C$  noch weitere Wellen  $B_1, B_2 \dots$  parallel mit  $B$  angeordnet. Auf der Welle  $B_1$ , welche  $\frac{1}{10}$  Umdrehung machen soll nach jeder vollen Umdrehung von  $B$ , sitzt ein 10zähniiges Zahnradchen, von dessen einer Seitenfläche in den verhältnissmässig weiten

Fig. 132.



Zahlrücken runde Stifte (Triebstöcke) hervorragen (Fig. 132); entsprechend sitzt auf der Welle  $B$  eine dünne runde Scheibe an solcher Stelle, dass sie dicht über den Zähnen von  $B_1$  auf der Seite jener Stifte hinweg streift. Die Axen  $B$  und  $B_1$  befinden sich dabei in solcher Entfernung, dass die Scheibe  $B$  gerade zwei Stifte von  $B_1$  berührt, wenn dieselben symmetrisch gegen die Centrale  $BB_1$  liegen; auf diese Weise wirkt das Getriebe als eine die willkürliche Drehung der Welle  $B_1$  hindernde Sperrung. Indem aber ausserdem die Scheibe  $B$  dicht an ihrem Rande auf der Seite, auf welcher die Zähne des Rädchen  $B_1$  sich befinden, einen cylindrischen Stift (Triebstock) trägt und dicht daneben mit einem Ausschnitte versehen ist, wird dadurch



zugleich die Wirkung des Getriebes als Schaltung vermittelt. Beginnt nämlich das Stäbchen  $a$  seine 10te Doppelschwingung, so stösst zunächst, nämlich bei der 19ten einfachen Schwingung der Stift von  $B$  gegen den in der Centrale  $BB_1$  befindlichen Zahn von  $B_1$  und bringt dadurch einen Stift von  $B_1$  in diese Centrale, in welche jetzt auch der Einschnitt von  $B$  eingetreten ist; bei der 20ten einfachen Schwingung des Stäbchens  $a$  wird dann auch dieser Stift von  $B_1$  fortgeschoben und sind es jetzt also die beiden folgenden Stifte von  $B_1$ , durch welche vermittels der sie berührenden Scheibe die Welle  $B_1$ , nachdem sie  $\frac{1}{10}$  Umdrehung gemacht hat, bis nach Vollendung der folgenden Umdrehung von  $B$  gehemmt wird. Ebenso wie von der Einerwelle  $B$  auf die Zehnerwelle  $B_1$  wird von dieser die Bewegung auf die Hunderterwelle  $B_2$  u. s. f. übertragen. Alle diese Wellen tragen Scheiben mit den im Umkreise darauf verzeichneten Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, die in dieser Reihenfolge nach je  $\frac{1}{10}$  Umdrehung der betreffenden Scheiben unter entsprechende runde Ausschnitte der Deckplatte des Instrumentes vorspringen.

Um einen solchen Hubzähler als Rotationszähler zu benutzen, kann die betreffende rotirende Welle mit einem Anschlagdaumen ausgerüstet werden, der bei jeder Umdrehung ein mal durch sein Zusammentreffen mit dem Stäbchen  $a$  des Instrumentes dasselbe in entsprechendem Sinne dreht entgegen der Wirkung einer Feder, durch welche demnächst das Stäbchen in seine vorige Lage zurückgeschnellt wird bis zum folgenden Anschlage des Daumens u. s. f.

Dergleichen Hub- und Rotationszähler werden übrigens in mehrfach modificirten Anordnungen, insbesondere z. B. von Schäffer und Budenberg verfertigt. Unter Anderem ist dabei wohl eine sogenannte Nullstellung, d. h. ein Mechanismus hinzugefügt, wodurch eine schnelle Zurückführung aller Zifferscheiben in die Stellung ermöglicht wird, bei welcher hinter jedem Schauloche der Deckplatte die Ziffer 0 steht. Weitere Abänderungen des oben beschriebenen Instrumentes bestehen darin, dass die Sperrung durch Federn bewirkt wird und dass die Drehung der Einerscheibe stets nur bei der 2ten, 4ten, 6ten... einfachen Schwingung des Stäbchens und zwar um je  $\frac{1}{10}$  Umdrehung geschieht. Indessen ist solche Nullstellung eine ziemlich überflüssige Complication, wodurch nur die Subtraction zweier Zahlen, dem Anfang und Ende der Beobachtung entsprechend, erspart wird; gegen die Verwendung von Federn ist einzuwenden, dass sie bei schneller Bewegung in Schwingungen gerathen und dadurch die Sicherheit der Sperrung, somit die Zuverlässigkeit der Zählung beeinträchtigen können.



Nach dem Vorgange von Evrard in Paris werden solche Zählwerke auch in sogenannter cylindrischer Anordnung ausgeführt, wobei 3 runde Scheiben unabhängig von einander um dieselbe Axe drehbar über einander liegen und an ihren Mantelflächen mit Theilungen (hier den Zahlen 0 bis 99 entsprechend) versehen sind. Jede Scheibe ist mit einem Klinkrade verbunden, in dessen Zahnücken je eine Schaltklinke und eine Sperrklinke eingreift. Die erste Scheibe wird vermittle ihrer Schaltklinke durch einen mit dem betreffenden Maschinentheile verbundenen schwingenden Hebel in ruckweise Bewegung um je 0,01 Umdrehung für jede Doppelschwingung versetzt, während die Schaltklinke der zweiten Scheibe nur nach je einer vollen Umdrehung der ersten, die der dritten nach je einer vollen Umdrehung der zweiten vermittle eines Anschlagstiftes zur Wirkung kommt und dadurch der betreffenden Scheibe 0,01 Umdrehung ertheilt.

Hinsichtlich dieser und anderer Modificationen, die weniger das Princip, als die constructive Anordnung oder den speciellen Verwendungszweck betreffen, sei auf das bezügliche Capitel von Rühlmann's allgemeiner Maschinenlehre, Bd. I, verwiesen. Nur in Betreff der Verbindungsart des Zählwerkes mit dem Körper  $K$ , dessen Rotationen oder Schwingungen dadurch gezählt werden sollen, mag noch eine Bemerkung hier Platz finden. Bisher war das Gestell oder Gehäuse des Instrumentes als fest verbunden mit dem Maschinengestelle, somit als festgestellt in dem Raume vorausgesetzt, bezüglich auf welchen die Bewegung von  $K$  als relative Bewegung in Betracht kommt; unter Umständen jedoch ist das entweder gar nicht thunlich oder wenigstens ein anderes Verfahren vorzuziehen. Wenn insbesondere  $K$  um eine horizontale Axe  $A$  rotirt, so kann das Instrument wie ein Pendel an derselben Axe aufgehängt werden, so dass es, obschon nicht befestigt, doch durch die Wirkung seiner Schwere in unveränderlicher Lage gegen eine durch  $A$  gehende verticale Ebene  $V$  bleibt, worauf es allein ankommt, um die Rotationen des Körpers  $K$  gegen dieselbe Ebene  $V$  zu zählen; eine solche Anordnung des Instrumentes kann namentlich dann am Platze sein, wenn die Rotationsaxe  $A$  ihren Ort beständig ändert, z. B. als Axe eines rollenden Rades  $K$ , dessen Umdrehungen gezählt werden sollen. Ebenso kann verfahren werden, wenn der Körper  $K$  um eine horizontale Axe  $A$  nicht rotirt, sondern zwischen Grenzlagen schwingt. Weil es übrigens in beiden Fällen nur auf die relative Bewegung einer durch die Gerade  $A$  gehenden Ebene von  $K$  gegen die durch  $A$  gehende verticale Ebene  $V$  ankommt, kann ebenso gut auch umgekehrt das Gehäuse des Zählwerkes fest mit  $K$  verbunden und an seiner Axe ein besonderes Pendel relativ drehbar um  $A$  aufgehängt werden, dessen Schwere in



Verbindung mit hinlänglich grosser Entfernung seines Schwerpunktes von der Geraden  $A$  ihm eine fast unveränderliche Lage gegen die Ebene  $V$  sichert.

Handelt es sich um solche schwingende Bewegungen eines Körpers  $K$ , bei welchen die Geschwindigkeit gegen eine Grenzlage hin nicht allmählig bis Null abnimmt, sondern stossweise plötzlich verloren geht, so kann statt der Schwerkraft die Trägheitskraft eines hinlänglich massenhaften um eine bezüglich auf  $K$  feste Axe  $A'$  drehbaren Hebels  $H$  benutzt werden, um ihn nach jeder Doppelschwingung des Körpers  $K$  gegen das fest mit letzterem verbundene Zählwerk in entsprechende relative Bewegung zu versetzen, falls nur der Axe  $A'$  und dem Massenmittelpunkte  $M$  des Hebels  $H$  solche Lagen gegeben werden, dass die durch  $A'$  und  $M$  gehende Ebene möglichst rechtwinklig gegen die am Ende der Schwingung stattfindende und plötzlich verloren gehende Geschwindigkeit des Körpers  $K$  gerichtet ist. Ist dann nämlich der Drehungswinkel von  $H$  um  $A'$  durch zwei Anschläge  $a_1$  und  $a_2$  passend begrenzt (entsprechend der Forderung, dass jeweils durch solche Drehung eine mit dem Hebel verbundene Schaltklinke nur über einen Zahn des betreffenden Klinkrades hinweg bewegt werden soll), und wird der Hebel  $H$  durch eine Feder gegen einen dieser Anschläge, etwa gegen  $a_1$  für gewöhnlich angedrückt, so wird stets am Ende der im Sinne  $a_1 a_2$  stattfindenden einfachen Schwingung von  $K$  der Hebel sich durch sein Beharrungsvermögen (durch seine lebendige Kraft im Moment der Bewegungsumkehr von  $K$ ) von  $a_1$  gegen  $a_2$  hin entfernen, um dann durch die Feder gegen  $a_1$  hin zurückgeschnellt zu werden und so durch entsprechende Wirkung eines Schaltgetriebes die betreffende Doppelschwingung des Körpers  $K$  zu registriren. Anwendung hat dieses Princip besonders bei dem wie eine Uhr in der Westentasche zu tragenden, mehrfach nachgebildeten Schrittzähler des Engländers Payne gefunden, wobei der schwingende Körper  $K$  der menschliche Körper, dessen Schwerpunkt nämlich in auf- und niedergehender Bewegung begriffen ist und jeweils zu Ende eines Schrittes durch das Aufsetzen des Fusses ein Stoss in verticaler Richtung stattfindet; das Instrument ist deshalb so zu tragen, dass die Ebene  $A'M$  horizontal ist und der Anschlag  $a_1$  über,  $a_2$  unter dem Hebel  $H$  liegt, der durch eine Feder von unten her gegen  $a_1$  gedrückt wird. Auch über die Einrichtung dieses Schrittzählers giebt Rühlmann's allgemeine Maschinenlehre a. a. O. weitere Auskunft.



## §. 131. Instrumente zur Ausführung der arithmetischen Grundoperationen.

Von den sogenannten vier Species, den Operationen des Addirens, Subtrahirens, Multiplicirens und Dividirens, werden die zwei letzteren rechnermässig mit Hilfe der Logarithmen auf die zwei ersteren zurückgeführt gemäss den Gleichungen:

$$\lg(ab) = \lg a + \lg b, \quad \lg \frac{a}{b} = \lg a - \lg b.$$

Es lag nahe und ist in der That fast gleichzeitig mit dem Gebrauch der Logarithmen überhaupt in Anwendung gekommen, jene mit Hilfe logarithmischer Tabellen auszuführenden Rechnungsoperationen durch graphische Operationen mit Hilfe logarithmisch getheilte Maassstäbe zu ersetzen. Werden auf einem solchen die Logarithmen von  $a$  und  $b$  als ihnen proportionale Strecken mit dem Zirkel abgegriffen, so ergeben sich durch additive oder subtractive Zusammensetzung dieser Strecken solche, die den Logarithmen von  $ab$  bzw. von  $\frac{a}{b}$  nach demselben Verhältnisse proportional sind und somit nur wieder auf dem betreffenden logarithmischen Maassstabe mit dem Zirkel abgegriffen zu werden brauchen, um  $ab$  bzw.  $\frac{a}{b}$  selbst zu finden.

Erleichtert und verbessert wurde dieses Verfahren durch den bekannten und vielfach in Gebrauch gekommenen Rechenschieber, welchem als einer durch prismatische Paarung hergestellten Verbindung von zwei gleich getheilten logarithmischen Maassstäben erst eigentlich die Bezeichnung als Recheninstrument zukommt; die relative Verschiebung dieser Maassstäbe gestattet die Bildung von  $\lg a + \lg b$  oder  $\lg a - \lg b$ , sowie die Ablesung der Werthe von  $ab$  oder  $\frac{a}{b}$  ohne Hilfe eines Zirkels.

Indem die Genauigkeit der Theilung und Ablesung natürlich mit der Länge der Skala wächst, die Länge eines Rechenschiebers aber ohne Beeinträchtigung seiner Handlichkeit, sowie aus praktischen Gründen eine gewisse mässige Grösse nicht wohl überschreiten darf, ist später der Vorschlag gemacht und ausgeführt worden, die geraden durch kreisförmige Skalen, somit das Lineal des Rechenschiebers durch eine Kreisscheibe, den Schieber durch einen die Scheibe umgebenden und um ihn drehbaren Ring zu ersetzen, während beide an ihren einander zugekehrten Umfängen mit gleichen logarithmischen Skalen versehen sind. Weil indessen diese Anordnung mit dem gewöhnlichen Rechenschieber die Uebelstände gemein



hat, die darauf beruhen, dass die als Träger der beiden Skalen gepaarten zwei Bestandtheile des Instrumentes den Einflüssen der Luft-Temperatur und Feuchtigkeit und zwar im Allgemeinen beide auf verschiedene Weise und in verschiedenem Grade unterworfen sind, und weil zudem bei der Rechenscheibe mit Ringschieber selbst die Vortheile nicht auf einfache Weise erreichbar sind, die der gerade Rechenschieber durch verschiedene Skalen auf den entgegengesetzten Seiten des Schiebers behufs gewisser anderer oft vorkommender Rechnungsoperationen (insbesondere z. B. zum Wurzelausziehen) darbietet, hat Prof. Herrmann der Rechenscheibe eine solche Einrichtung gegeben, dass dabei die Rechnung mit nur einer Skala nach dem oben angeführten ursprünglichen Princip des Zirkelrechnens vorgenommen wird. Nur ist hier die Skala kreisförmig und der Zirkel mit ihr zu einem Instrumente verbunden, indem er durch zwei radiale Nadeln (Zeiger) ersetzt wird, die unabhängig von einander relativ gegen die Scheibe um ihre Axe drehbar sind.

Spezieller hat dieser sogenannte Rechenknecht von Herrmann folgende Einrichtung.\* Die aus Metall gefertigte Kreisscheibe ist um einen centralen verticalen Zapfen drehbar, der von einem Stativ getragen wird, während von den zwei vorgenannten radialen Nadeln die eine, der sogenannte Steg  $S$ , mit dem Zapfen und folglich mit dem Stativ fest verbunden ist. Die andere Nadel, der sogenannte Läufer  $L$ , ist unabhängig von der Scheibe um die verticale Zapfenaxe drehbar. An ihrer oberen Fläche und nahe dem Rande ist auf der Scheibe die kreisförmige Hauptskala von 145 Millim. Durchmesser, also etwa 455 Millim. Umfang angebracht, enthaltend als proportionale Bogenlängen die Logarithmen der Zahlen 1 bis 10, nämlich der um je

0,01            0,02            0,05  
wachsenden Zahlen 1 bis 3,    3 bis 6,    6 bis 10.

Die Anzahl der wirklich angebrachten Skalentheile ist hiernach

$$= 2 \cdot 100 + 3 \cdot 50 + 4 \cdot 20 = 430,$$

ein Skalenteil folglich im Mittel

$$= \frac{455}{430} = 1,058 \text{ Millimeter.}$$

Was die hiernach erreichbare Genauigkeit der Ablesung einer Zahl  $z$  betrifft, so ist anzunehmen, dass im Mittel etwa  $\frac{1}{5}$  Skalenteil (stark  $\frac{1}{5}$  Millim.) noch mit Sicherheit geschätzt werden kann, entsprechend

$$\frac{1}{5 \cdot 430} = \frac{1}{2150} = 0,000465$$

\* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1877, S. 456 mit Tafel XXIII.



der ganzen Skalenlänge  $= \lg 10 = 1$ . Ebenso gross  $= 0,000465$  ist also höchstens die Genauigkeit der Ablesung eines Logarithmus auf der Skala, und indem ein solcher additiver oder subtractiver Fehler  $\lambda$  von  $\lg z$  einer fehlerhaften Multiplication der Zahl  $z$  mit  $1 + \zeta$  entspricht, so dass

$$\lg [z(1 + \zeta)] = \lg z + \lg (1 + \zeta) = \lg z + \lambda,$$

folglich

$$\lambda = \lg (1 + \zeta)$$

ist, muss auf einen Fehler der Zahl  $z$  selbst von wenigstens

$$\begin{aligned} \zeta z &= (\text{num } \lg \lambda - 1) z \\ &= (\text{num } \lg 0,000465 - 1) z = 0,001 z \end{aligned}$$

gerechnet werden.

Die Art, wie mit Hilfe dieses Instrumentes multiplicirt oder dividirt werden kann, ergibt sich daraus, wie mit seiner Hilfe der Werth des Ausdruckes  $\frac{ab}{c}$  zu ermitteln ist, in welchem nur  $c = 1$  oder  $b = 1$  gesetzt zu werden braucht, um ihn in das Product  $ab$  oder in den Quotient  $\frac{a}{c}$  übergehen zu lassen. Jener Ausdruck wird aber berechnet, indem durch Drehung der Scheibe der Steg  $S$  auf  $\lg a$  (auf der Skala mit  $a$  bezeichnet) eingestellt wird, dann der Läufer  $L$  zuerst durch seine eigene Drehung auf  $\lg c$  und schliesslich durch Drehung der Scheibe auf  $\lg b$  eingestellt wird; der Steg steht dann auf  $\lg \frac{ab}{c}$  und lässt somit  $\frac{ab}{c}$  ablesen. In der That erhält man nach der Einstellung von  $S$  auf  $\lg a$  und von  $L$  auf  $\lg c$  zwischen  $S$  und  $L$  einen Bogen der Skala  $= \lg a - \lg c = \lg \frac{a}{c}$ , so dass, wenn jetzt ohne Aenderung dieses Winkels zwischen  $S$  und  $L$  durch Drehung der Scheibe der Läufer  $L$  auf  $\lg b$  eingestellt wird, zwischen  $S$  und dem mit 1 bezeichneten Anfange der Skalenthailung ( $\lg 1 = 0$ ) sich ein Bogen

$$= \lg b + \lg \frac{a}{c} = \lg \frac{ab}{c}$$

befindet. Dabei ist vorausgesetzt, dass  $a$ ,  $b$  und  $c$  zwischen 1 und 10 enthalten sind, was durch Absonderung ganzer positiver oder negativer Potenzen von 10 herbeizuführen und mit Rücksicht worauf schliesslich im Resultat nur das Komma entsprechend zu versetzen ist.

Innerhalb der besprochenen ersten oder Hauptskala, die nach den Logarithmen der Zahlen 1 bis 10 getheilt und mit diesen Zahlen selbst bezeichnet ist, enthält die Scheibe von Herrmann's Rechenknecht noch 9 andere, nach ihrer Wichtigkeit für den technischen Gebrauch successive



kleiner werdende, zu jener concentrische Kreisskalen, zunächst von aussen nach innen gerechnet eine zweite mit den Quadraten und eine dritte mit den Cuben der Zahlen 1 bis 10 der Art, dass jeder Zahl  $n$  der ersten (äussersten) Skala auf demselben Radius (zu markiren durch eine der Nadeln  $S, L$ ) der Zahlenwerth von  $n^2$  in der zweiten, sowie von  $n^3$  in der dritten Skala entspricht. Umgekehrt erhält man dann natürlich  $n^{\frac{1}{2}}$  bzw.  $n^{\frac{1}{3}}$  aus der ersten Skala durch Einstellen einer Nadel auf die Zahl  $n$  in der zweiten bzw. dritten Skala. Auch entspricht der Zahl  $n$  in der zweiten Skala  $n^{\frac{3}{2}}$  in der dritten, der Zahl  $n$  in der dritten  $n^{\frac{2}{3}}$  in der zweiten.

Aus dem Umstande, dass die Logarithmen von  $n^2$  und  $n^3$  den Logarithmen von  $n$  proportional, dass also auch die zweite und dritte Skala logarithmisch getheilt sind wie die erste, ergibt sich leicht, wie diese drei Skalen dazu dienen können, Ausdrücke von der Form

$$\frac{a^\alpha b^\beta}{c^\gamma}$$

durch dasselbe Verfahren direct, d. h. ohne vorherige Ermittlung von  $a^\alpha, b^\beta$  und  $c^\gamma$  zu berechnen, nach welchem  $\frac{ab}{c}$  mit Hülfe der ersten Skala allein berechnet wird, sofern nur die Exponenten  $\alpha, \beta, \gamma$  die Werthe 1, 2, 3,  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}$  haben und dabei so beschaffen sind, dass sie als Brüche geschrieben werden können, deren Zähler und Nenner = 1, 2 oder 3, die Zähler aber ausserdem einander gleich sind. Indem dann nämlich, unter  $p, q, r, z$  je eine der Zahlen 1, 2, 3 verstanden, jener Ausdruck

$$\frac{a^\alpha b^\beta}{c^\gamma} = \frac{a^{\frac{z}{p}} b^{\frac{z}{q}}}{c^{\frac{z}{r}}} = \left( \frac{a^{\frac{1}{p}} b^{\frac{1}{q}}}{c^{\frac{1}{r}}} \right)^z$$

ist,  $a^{\frac{1}{p}}, b^{\frac{1}{q}}, c^{\frac{1}{r}}$  aber die Zahlen der ersten Skala sind, welche bzw. den Zahlen  $a, b, c$  in der  $p$ ten,  $q$ ten,  $r$ ten Skala entsprechen, desgleichen  $n^z$  aus der  $z$ ten Skala entsprechend der Zahl  $n$  in der ersten gefunden wird, ergibt sich die Regel, dass

$$\frac{a^{\frac{z}{p}} b^{\frac{z}{q}}}{c^{\frac{z}{r}}}$$

ebenso wie  $\frac{ab}{c}$  berechnet werden kann, indem nur jede der Zahlen  $a, b, c$  bei der Einstellung einer Nadel auf dieselbe in derjenigen Skala zu nehmen



ist, welche durch den Nenner ihres Exponenten angezeigt wird, wonach das Resultat in der durch den gemeinschaftlichen Zähler angezeigten Skala abzulesen ist.

Die einwärts weiter folgenden 7 Kreisskalen gestatten die unmittelbare Ablesung von  $\pi n$ ,  $\frac{\pi}{4} n^2$ ,  $\lg n$ ,  $\text{arc sin } \frac{n}{10}$ ,  $\text{arc sin } \frac{n}{100}$ ,  $\text{arc tg } n$  und  $\text{arc tg } \frac{n}{10}$  (diese 4 Winkel in Graden und Minuten ausgedrückt) entsprechend auf einerlei Radius den Werthen von  $n$  der Hauptskala; die Genauigkeit solcher Ablesung nimmt natürlich proportional dem Radius der betreffenden Skala ab. —

Von wesentlich anderer Art, als diese Rechenschieber und Rechenzirkel mit logarithmischen Theilungen, sind solche Recheninstrumente, welche als zusammengesetzte Zählwerke bezeichnet werden können, indem sie lediglich durch kinematische Hilfsmittel, durch Zahnräder und Schaltgetriebe, die auf dem Bildungsgesetze der Zahlen beruhenden hier in Rede stehenden 4 arithmetischen Grundoperationen auszuführen gestatten, von denen das Addiren unmittelbar als ein Zählen (Zusammenzählen), das Multipliciren als Addiren gleicher Summanden sich darstellt, das Subtrahiren und Dividiren als Umkehrung bezw. des Addirens und Multiplicirens. Das am meisten ausgebildete und in Gebrauch gekommene solche Recheninstrument ist das Arithmometer von Thomas, in Frankreich patentirt 1820, in Deutschland allgemeiner bekannt geworden erst seit Reuleaux's betreffender Schrift vom Jahre 1862.\*

Der Mechanismus dieses Instrumentes ist in einem handlichen parallelepipedischen Kasten enthalten, der nach Aufklappung des Deckels eine feste Deckplatte  $BBCC$ , Fig. 133, nebst einer beweglichen Platte  $AABB$  zeigt; letztere, das sogenannte Zifferlineal, kann durch Anfassen des Knopfes  $P$  um eine längs der Kante  $AA$  hin laufende Axe aufwärts gedreht und in diesem gehobenen Zustande längs der Axe rechts hin verschoben werden. In ihm sind in gleichen Entfernungen von einander die Axen  $\alpha$  der Zifferscheiben drehbar, deren Anzahl, hier beispielsweise = 10, doppelt so gross ist wie die Anzahl der Schlitze  $ss$ , die sich parallel neben einander in der festen Deckplatte  $BBCC$  befinden in denselben Entfernungen wie die Axen  $\alpha$  im Zifferlineal. Letztere endigen oben mit Knöpfen, vermittels welcher sie, wenn das Lineal gehoben ist, von Hand gedreht werden

\* Die Thomas'sche Rechenmaschine. Von F. Reuleaux. Separatabdruck aus dem „Civilingenieur“, Bd. VIII, Heft 3.







Drehung der betreffenden Zifferscheibe zur Folge, bei welcher ihre Ziffern in der Reihenfolge 1, 2, 3... unter dem zugehörigen Schauloche erscheinen, oder vermittels der Räder  $k_2, k$  eine Drehung im umgekehrten Sinne; wegen gleicher Grösse aller Rädchen  $k, k_1, k_2$  sind dabei in beiden Fällen die Drehungswinkel von  $\alpha$  und  $\sigma$  gleich gross.

In der Kastenabtheilung  $BBCC$  tragen die vierkantigen Wellen  $\sigma$  zehnzählige Rädchen  $r$ , die mit ihren innen entsprechend vierkantigen Naben längs diesen Wellen durch je ein Stäbchen verschoben werden können, welches, durch den betreffenden Schlitz  $ss$  hindurch abwärts reichend, unten in eine Halsnuth der betreffenden Nabe eingreift und oben mit einem Knopf zum Anfassen versehen ist; ein seitwärts von letzterem hervorragender kleiner Zeiger  $z$  kann so auf irgend eine der 10 Ziffern 0, 1, 2, 3... 9 eingestellt werden, die längs jedem Schlitze  $ss$  auf der Deckplatte verzeichnet sind. Etwas tiefer und zur Seite von jeder Axe  $\sigma$  ist ferner im Kasten  $BBCC$  eine theilweise verzahnte cylindrische Walze  $w$  drehbar so gelagert, dass mit ihrer Verzahnung das zu  $\sigma$  gehörige Rädchen  $r$  in Eingriff gebracht werden kann. Die 9 Zähne jeder solchen Schaltwalze  $w$  nehmen zusammen nur einen Theil des Walzenumfangs ein und sind von verschiedener Länge, indem sie sich von dem gegen  $BB$  hin gelegenen Walzenende aus der Reihe nach auf  $\frac{1}{10}, \frac{2}{10} \dots \frac{9}{10}$  der Walzenlänge erstrecken der Art, dass, wenn z. B. ein Zeiger  $z$  auf die Ziffer 3 eingestellt ist, nur die 3 längsten Zähne der Walze mit dem betreffenden Rädchen  $r$  in Eingriff kommen, dieses also 0,3 Umdrehung macht bei einer ganzen Umdrehung von  $w$ . Letztere wird vermittelt durch eine Kurbel  $K$  und eine längs der Kastenwand  $CC$  angebrachte horizontale Zwischenwelle  $hh$ , die durch gleiche Kegeiräder mit der verticalen Kurbelwelle  $v$  und mit allen Walzen  $w$  gepaart ist, so dass einer Umdrehung von  $K$ , die nur rechts herum geschehen kann, auch je eine Umdrehung jeder Walze  $w$  stets in einerlei Sinne entspricht. Bei der Benutzung des Instrumentes wird  $K$  mit der rechten, der Knopf  $P$  des Zifferlineals mit der linken Hand des Rechners angefasst, nachdem die Handhabe  $H$  je nach Bedürfniss auf Addition oder Subtraction gestellt wurde.

Beispielsweise sei  $H$  auf Addition und in den drei ersten Schlitzten des Schaltwerkes die Zahl 263 eingestellt, d. h. es sei (bei Numerirung gleichzeitiger Theile des Instrumentes immer von rechts nach links) der erste Zeiger auf 3, der zweite auf 6, der dritte auf 2 gestellt, während die übrigen auf 0 weisen, wie Fig. 133 andeutet. Aus der bisherigen Erklärung des Mechanismus folgt dann ohne Weiteres, dass, wie auch das Zifferlineal niedergelegt sein mag, eine Umdrehung der Kurbel  $K$  be-



ziehungsweise  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{6}{10}$  und  $\frac{2}{10}$  Umdrehung der Zifferscheiben zur Folge hat, deren Axen  $\alpha$  in den Verlängerungen des ersten, zweiten und dritten Schlitzes  $ss$  liegen, und zwar rechtläufig, so dass, wenn unter den betreffenden Schauöchern  $a$  vorher 0 stand, jetzt unter ihnen von rechts nach links gerechnet die Ziffern 3, 6, 2 sichtbar geworden sind, somit die im Schaltwerke eingestellte Zahl 263 zum Lineal hinauf gebracht worden ist. Eine abermalige Umdrehung von  $K$  bewirkt ebenso grosse Drehungen der betreffenden Zifferscheiben wie vorher; unter den Schauöchern erscheint also die Zahl 426. Dem Zwecke des Instrumentes gemäss soll aber bei der Stellung von  $H$  auf Addition jede Umdrehung von  $K$  die Addition der im Schaltwerke eingestellten Zahl zu der am Lineal schon befindlich gewesenen bewirken, letztere müsste also im vorliegenden Falle durch die zweite Kurbelumdrehung nicht in 426, sondern in 526 übergehen. Daraus ist ersichtlich, dass, um das Instrument zur Addition oder Subtraction beliebiger Zahlen geeignet zu machen, der Mechanismus noch durch eine Zehnerübertragung, d. h. durch eine Vorrichtung ergänzt werden musste, welche bewirkt, dass jeder Uebergang der Ziffer 9 in die Ziffer 0 unter einem Schauoche  $a$  eine rechtläufige Zehnteldrehung der links benachbarten Zifferscheibe zur Folge hat, also (bei der Stellung von  $H$  auf Subtraction) jeder Uebergang der Ziffer 0 in die Ziffer 9 eine umgekehrte Zehnteldrehung der links folgenden Zifferscheibe.

Zu diesem Zwecke sitzt auf jeder Axe  $\sigma$  (ausser der ersten) dicht bei der Scheidewand  $BB$  beider Kastenabtheilungen ein zehnzähniges Rädchen  $r'$  fest, das dem auf  $\sigma$  verschieblichen Rädchen  $r$  gleich ist und in welches ein einzelner Zahn  $z'$  (Zehnerschaltzahn) eingreifen kann, welcher mit der zur Axe  $\sigma$  gehörigen Schaltwalze  $w$  rotirt, im Allgemeinen aber an dem Rädchen  $r'$  vorbeigeht, ausser wenn eine auf der vierkantigen Welle von  $w$  verschiebliche Hülse, mit welcher  $z'$  durch einen Arm verbunden ist, entsprechend gegen die Wand  $BB$  hin verschoben wird. Die Verschiebung erfolgt, wenn (bei Stellung von  $H$  auf Addition) die rechts benachbarte Zifferscheibe von 9 zu 0 unter dem Schauoche übergeht, und zwar durch den Druck einer an betreffender Stelle (dem Zwischenraume zwischen den Ziffern 9 und 0 diametral gegenüber) von der Zifferscheibe nach unten vorstehenden Nase gegen einen Hebel; die dadurch einstweilen nur vorbereitete Zehnerübertragung, unmittelbar nach welcher die den Zahn  $z'$  tragende Hülse mit einer schrägen Ansatzfläche gegen einen an der Wand  $BB$  festen Stift stösst und dadurch in die frühere Stellung längs der Welle von  $w$  zurückgeschoben wird, erfolgt indessen thatsächlich nicht früher, als bis die sämtlichen Zähne der zu  $z'$  gehörigen Schaltwalze  $w$  ihre Eingriff-



stelle mit dem Rädchen  $r$  passirt haben, indem  $z'$  gegen diese Zähne, dem letzten derselben um eine Zahntheilung nachfolgend, versetzt ist, damit die Zehnerübertragung durch diejenige Drehung der betreffenden um  $\frac{1}{10}$  zu drehenden Zifferscheibe nicht gestört werde, welche ohne sie durch den Eingriff des zu ihr gehörigen Rädchens  $r$  in die Verzahnung der entsprechenden Schaltwalze  $w$  vermittelt wird. Aus demselben Grunde sind auch die Verzahnungen und die Zehnerschaltzähne  $z'$  der verschiedenen auf einander folgenden Schaltwalzen so um je eine Zahntheilung gegen einander versetzt, dass die Zehnerübertragung von der ersten zur zweiten Stelle vollendet ist, bevor sie von dieser zur dritten Stelle erfolgt, wonach dann erst eine etwa weitere von der dritten zur vierten Stelle zum Vollzug kommt u. s. f., was auch der Grund ist, weshalb die Verzahnung jeder Schaltwalze nur einen Theil ihres Umfanges einnehmen durfte. Um endlich auch von der  $n$ ten Stelle (dem linker Hand letzten Schlitze  $ss$  entsprechend) auf die  $(n+1)$ te, von dieser auf die  $(n+2)$ te Stelle die Zehnerübertragung zu ermöglichen, sind links neben den Schlitzen, wie in Fig. 133 angedeutet ist, noch zwei weitere Axen  $\sigma$  mit entsprechenden Walzen  $w$  und den übrigen zugehörigen Theilen angeordnet.

Hiernach ist klar, wie das Instrument zur Addition beliebig vieler höchstens  $n$ ziffriger Zahlen dienen kann, so lange ihre Summe nicht grösser ist, als die grösste  $(n+2)$ ziffrige, nämlich als die aus  $n+2$  Ziffern 9 bestehende Zahl  $= 10^{n+2} - 1$ ; es ist nur nöthig, nachdem vorher  $H$  auf Addition und alle Zifferscheiben auf 0 gestellt wurden, die Summanden nach und nach im Schaltwerke vermittle der Zeiger  $z$  einzustellen und einzeln durch Umdrehung von  $K$  nach dem Lineal hinauf zu schalten, um hier an dem unterdessen unverändert liegen bleibenden Lineal schliesslich die Summe abzulesen. Ebenso ergiebt sich nun leicht, wie behufs der Multiplication zu verfahren ist. So wird z. B. eine Zahl mit 835 multiplicirt, indem sie im Schaltwerke eingestellt wird und dann, während  $H$  auf Addition steht, analog dem gewöhnlichen Rechnungsverfahren auf dem Papier die Kurbel  $K$  zunächst 5mal, darauf nach Verlegung des Lineals um eine Stelle nach rechts 3mal und endlich nach abermaliger Verlegung des Lineals um eine Stelle nach rechts noch 8mal gedreht wird; das Product erscheint unter den Schaulöchern, falls sie vorher alle auf 0 gestellt waren. Welcher der beiden Factoren im Schaltwerke eingestellt wird, ist für das Resultat natürlich gleichgültig; um es möglichst schnell zu erhalten, ist aber natürlich die grössere oder auch diejenige Zahl einzustellen, deren Quersumme ( $=$  der Anzahl nöthiger Kurbelumdrehungen bei Einstellung der anderen Zahl) die grössere ist, abgesehen von gewissen Abkürzungen,



die bei einiger Uebung sich leicht darbieten. Sollte z. B. eine Zahl mit 998 multiplicirt werden, so könnte es bequemer sein, sie selbst, obschon sie kleiner als 998 oder ihre Quersumme kleiner als  $9 + 9 + 8 = 26$  sein mag, im Schaltwerke einzustellen, dann aber von vorn herein das Lineal um drei Stellen nach rechts zu verlegen, einmal die Kurbel umzudrehen, das Lineal um drei Stellen nach links, also in die ursprüngliche Lage zurück zu verlegen und nach Umstellung von *H* auf Subtraction die Kurbel *K* noch zweimal zu drehen; offenbar entspräche dieses Verfahren der Multiplication mit

$$1000 - 2 = 998,$$

erforderte aber bei derselben Zahl von Linealverlegungen nur 3 statt 26 Kurbelumdrehungen.

Die Vollziehung einer Subtraction bedarf nach dem Vorhergehenden keiner weiteren Erklärung. Die Division aber ist eine wiederholte Subtraction des Divisors vom Dividenten, an nach und nach erniedrigten Stellen des letzteren ausgeführt, wobei die Anzahlen der an den einzelnen Stellen möglichen höchstens 9 Subtractionen sich als auf einander folgende Ziffern des Quotienten ergeben. Das Verfahren der Division mit dem Arithmometer ist hiernach folgendes. Nachdem *H* zunächst auf Addition und die Zifferscheiben des Lineals auf 0 gestellt sind, wird letzteres so weit wie möglich nach rechts verlegt und der Divident im Schaltwerke möglichst weit links mit den Zeigern *z* eingestellt, um durch einmalige Drehung der Kurbel zum Lineal hinauf geschaltet zu werden; hat der Divident mehr als *n* Ziffern (bei *n* Schlitten *ss*), so ist er entweder in zwei Theilen (Ziffergruppen), der zweite Theil nach entsprechender Verlegung des Lineals, hinauf zu schalten oder es können auch die überschüssigen Ziffern in dem aufgehobenen Lineal von Hand vermittle der Knöpfchen *a* eingestellt werden. Ist so der Divident vollständig in dem ganz nach rechts verlegten Lineal enthalten, so wird *H* auf Subtraction und der Divisor im Schaltwerke möglichst weit links, jedoch so eingestellt, dass er die darüber stehenden höchsten Ziffern des Dividenten nicht übertrifft, was nöthigen Falles, wenn der Divisor *n*ziffrig ist, durch Verlegung des Lineals um eine Stelle nach links herbeigeführt werden kann. Jetzt wird die Kurbel *K* und zwar so oft = *m*mal umgedreht, bis die über dem Divisor stehende restirende Zahl kleiner geworden ist, als jener, dann nach Verlegung des Lineals um eine Stelle nach links abermals so oft = *n*mal, bis wieder der Divisor nicht mehr abgezogen werden kann u. s. f. Die so sich ergebenden auf einander folgenden Ziffern *m*, *n*... des Quotienten werden durch ein besonderes Zählwerk registriert, dessen Zifferscheiben mit ihren



Axen  $\beta$  (Fig. 133) im Lineal drehbar sind und vermittels entsprechender Knöpfchen an ihren oberen Enden vorher so gestellt wurden, dass unter jedem zugehörigen Schauloche  $b$  die Ziffer 0 erschien. Von diesen Quotientenzifferscheiben wird stets nur die dem ersten Schlitze  $ss$  rechter Hand nächstliegende von der ersten Schaltwalze  $w$  aus bewegt und zwar um je  $\frac{1}{10}$  Umdrehung im Sinne der Ziffernfolge 0, 1, 2... unter dem betreffenden Schauloche  $b$  für jede Umdrehung von  $K$ .

Das Rechnen mit Decimalbrüchen unterscheidet sich bei Benutzung des Instrumentes ebenso wenig wie sonst vom Rechnen mit ganzen Zahlen, falls nur der durch das Komma angezeigte Stellenwerth der Ziffern gehörig beachtet wird. Zur Erleichterung in dieser Hinsicht dienen kleine Stöpsel, welche einem Decimalkomma entsprechend in kleine Löcher (in Fig. 133 durch Punkte angedeutet) eingesteckt werden können, die sich im Lineal neben den Schaulöchern  $a$  und  $b$  befinden.

In Betreff des Mechanismus ist noch der sogenannte Auslöscher bemerkenswerth, der dazu dient, alle  $2n$  Hauptzifferscheiben schnell und zusammen auf 0 zu stellen; es ist dazu nur nöthig, bei aufgehobenem Lineal den geränderten Knopf  $Q$  (Fig. 133) mit seiner im Lineal drehbaren Axe zwischen den Fingern rechts herum zu drehen entgegen dem Widerstande einer Spiralfeder, die ihn danach von selbst in die Anfangslage zurück dreht. Bei jener Rechtsdrehung des Knopfes  $Q$  wird nämlich durch den Eingriff eines auf seiner Axe sitzenden Zahnradchens in eine unter dem Zifferlineal entlang laufende Zahnstange letztere nach rechts und dadurch gleichzeitig vermittels entsprechender Schrägführung gegen die Axen  $\alpha$  der Zifferscheiben hin bewegt. Durch letztere Bewegung kommt die Zahnstange mit zehnzähligen Zahnradchen in Eingriff, die dicht über den Kegelradchen  $k$  auf den Axen  $\alpha$  fest sitzen, von denen aber jedes durch Weglassung des der Ziffer 0 der zugehörigen Zifferscheibe entsprechenden Zahnes an dieser Stelle eine verbreiterte Lücke hat. Nach hergestelltem Eingriffe werden diese Rädchen und somit die Zifferscheiben durch die Längsbewegung der Zahnstange umgedreht, bis derselben jene verbreiterten Zahnlücken zugekehrt sind und damit der Eingriff unterbrochen ist. Für die Quotientenzifferscheiben ist ein solcher Auslöscher weniger Bedürfniss.

Eine weitere, aber nicht überflüssige Complication des Mechanismus wird durch verschiedene Hemmungen verursacht, die dazu dienen, die Zifferscheiben, die Axen  $\sigma$  und die Zeiger  $z$  in bestimmten Lagen so lange sicher zu erhalten, bis sie dieselben gemäss der jeweils auszuführenden Operation zwangsläufig verlassen sollen. Bei den Zifferscheiben und den



Zeigern  $z$  dienen dazu leichte Federhemmungen, bei den Axen  $\sigma$  aber Sternradgesperre. Auf diesen Axen  $\sigma$  sitzen nämlich Sternräder mit je 10 kreisbogenförmigen Ausschnitten (nach Art des Rades  $a'$  in Fig. 74, §. 59, ohne die daselbst angegebenen Zahnücken), in welche mit den Walzen  $w$  rotirende entsprechende Sperrscheiben eingreifen, die jedoch den verzahnten Umfangstheilen dieser Walzen entsprechende Einziehungen (auf kleineren Radius) haben, so dass die betreffende Sperrung gerade so lange aufgehoben ist, als die Zähne der Walze  $w$  in das zugehörige Rädchen  $r$  eingreifen können, nämlich bei Stellung seines Zeigers  $z$  auf 9 thatsächlich eingreifen. Indem jene mit den Walzen  $w$  rotirenden Sperrscheiben mit den früher erwähnten Hülsen fest verbunden sind, welche an Armen die Zehnerschaltzähne  $z'$  tragen, muss ihre Dicke diejenige der Sternräder um den Betrag übertreffen, um welchen die Hülsen bei Vorbereitung der Zehnerübertragung längs den Axen der Walzen  $w$  verschoben werden, und ist zugleich an den Stellen, die dann den Sternrädern gegenüber liegen, ihre Einziehung noch längs einer Zahntheilung weiter ausgedehnt, um auch während der Zehnerübertragung die Sperrung aufgehoben zu erhalten. —

Schliesslich mag darauf hingewiesen werden, dass die volle Ausnutzung der Vortheile, welche das Thomas'sche Arithmometer zur Ausführung einer zusammengesetzten Rechnung darbietet, sehr wesentlich von einer geschickten Einrichtung der letzteren abhängt. Handelt es sich z. B. um die Berechnung des Werthes der ganzen algebraischen Function

$$y = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n$$

für einen gewissen Werth von  $x$ , etwa in der Absicht, um aus den Werthen von  $y$ , die verschiedenen Werthen von  $x$  entsprechen, durch arithmetische oder graphische Interpolation auf eine reelle Wurzel der Gleichung  $n$ ten Grades:

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

zu schliessen, so würde es sich nicht empfehlen, die einzelnen Potenzen von  $x$  durch wiederholte Multiplication von  $x$  mit  $x$ ,  $x^2$  mit  $x$  u. s. f. zu berechnen, indem dann zur Berechnung von  $y$  ausser  $n$  Additionen nicht weniger als  $2n-1$  Multiplicationen erforderlich wären. Mit Hülfe von Tafeln, denen die Werthe von  $x^2, x^3, \dots, x^n$  entnommen werden können, würden zwar ausser den  $n$  Additionen nur noch  $n$  Multiplicationen auszuführen sein, allein das  $(n-1)$ malige Aufschlagen der Tafeln wäre mit nicht unerheblichem Zeitverlust verbunden, abgesehen davon, dass auch nur solche Tafeln von genügender Ausdehnung zur Verfügung zu sein pflegen,



welchen die Werthe von  $x^2$  und  $x^3$  unmittelbar entnommen werden können. Geschickter ist es,

$$y = \left\{ \dots [(a_0x + a_1)x + a_2]x + \dots + a_{n-1} \right\} x + a_n$$

zu setzen und dann der Reihe nach

$$\begin{aligned} a_0x + a_1 &= b_1 \\ b_1x + a_2 &= b_2 \\ &\vdots \\ b_{n-1}x + a_n &= b_n = y \end{aligned}$$

zu berechnen, wozu auch nur  $n$  Additionen und  $n$  Multiplicationen, aber ohne Hülftafeln erfordert werden.

### §. 132. Instrumente zur Berechnung von Functionen und zur Auflösung von Gleichungen.

Die mechanische Berechnung einer Function  $f(x)$  kann von Interesse sein entweder zur Berechnung einer Tabelle, in welcher für eine grosse Anzahl geordneter Werthe von  $x$  die entsprechenden Werthe von  $f(x)$  zusammengestellt sind, oder zu möglichst schneller Bestimmung eines Werthes von  $x$ , für welchen  $f(x)$  einen gegebenen Werth hat, z. B. = Null ist gemäss der Gleichung

$$f(x) = 0.$$

Ersteren Zweck erfüllen namentlich die berühmten Recheninstrumente von Babbage und von Scheutz. Sie beruhen auf der bekannten Berechnungsweise einer gesetzmässigen Zahlenreihe mit Hülfe der ersten Zahlen ihrer auf einander folgenden Differenzenreihen. Besonders das Instrument von Scheutz ist ein mechanisches Meisterwerk, das aber für technische Zwecke schon seiner erheblichen Kosten wegen nicht in Betracht kommen kann; auch sind zu tabellarischen Rechnungen von technischem Interesse stets die im vorigen Paragraph besprochenen Instrumente, insbesondere das Arithmometer von Thomas, völlig ausreichend in Verbindung mit Hülftabellen, die, mögen sie selbst vermittels eines umfangreicheren Instrumentes, wie das von Scheutz, oder auf irgend eine andere Art berechnet sein, hier als gegebene Hilfsmittel zu betrachten sind.

Instrumente zur Auflösung von Gleichungen  $f(x) = 0$  sind bisher nicht ausgeführt worden, obschon das Problem ihrer Herstellung wiederholt erörtert worden ist, insbesondere z. B. von E. Stamm\* und von H. Wehage.\*\*

\* Essais sur l'automatique pure, eingehend besprochen in Laboulaye's *Traité de Cinématique*, 3. édition, p. 496.

\*\* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1877, S. 106.



Ihre praktische Ausführung wäre indessen nicht ohne Nutzen, wenigstens zur Auflösung von häufiger vorkommenden algebraischen Gleichungen:

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0,$$

unter  $n$  eine positive ganze Zahl verstanden; von den dazu gemachten Vorschlägen dürfte der von Wehage am meisten Beachtung verdienen. Er beruht auf der zu Ende des vorigen Paragraph erwähnten Berechnungsart der Function

$$\begin{aligned} y &= a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n \\ &= \left\{ \dots [(a_0 x + a_1) x + a_2] x + \dots + a_{n-1} \right\} x + a_n, \end{aligned}$$

derzufolge für das betreffende Argument  $x$  nach einander

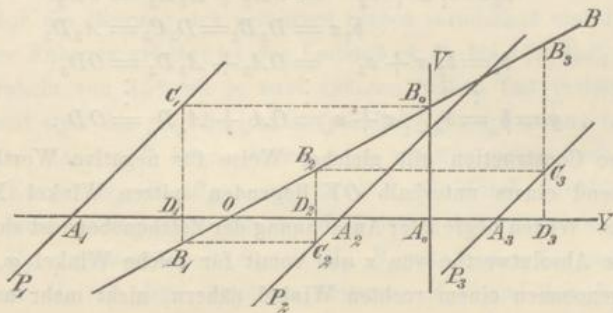
$$b_1 = a_0 x + a_1; \quad b_2 = b_1 x + a_2 \dots$$

zu berechnen sind, um so schliesslich

$$y = b_n = b_{n-1} x + a_n$$

zu erhalten, sowie ferner darauf, dass diese Berechnungsweise leicht in ein

Fig. 134.



graphisches Verfahren zur Construction des Functionswerthes  $y$  umgewandelt werden kann. Werden nämlich (Fig. 134) auf der Geraden  $OY$  vom Punkte  $O$  aus nach irgend einem, nur für alle Fälle gleichen Maassstabe die Strecken

$$OA_0 = a_0, \quad OA_1 = a_1, \quad OA_2 = a_2, \quad OA_3 = a_3 \dots$$

abgetragen, im Sinne  $OY$  positiv verstanden, so dass z. B.  $OA_1$  in Fig. 134 einem negativen Werthe von  $a_1$  entspricht, werden ferner die Gerade  $A_0V$  senkrecht zu  $OY$ , die Geraden

$$A_1P_1, \quad A_2P_2, \quad A_3P_3 \dots$$

aber parallel und unter  $45^\circ$  gegen  $OY$  geneigt gezogen, endlich die Gerade  $OB$  unter einem solchen spitzen Winkel  $\varphi$  gegen  $OY$  geneigt, dass  $tg \varphi$



= dem Zahlenwerthe von  $x$  ist, so kann der diesem  $x$  entsprechende Werth von  $y$  wie folgt gefunden werden. Es werde, indem eine mit  $OY$  parallele Gerade horizontal und eine in der Zeichenebene dazu senkrechte Gerade vertical genannt wird,  $B_0C_1$  horizontal,  $C_1D_1B_1$  vertical,  $B_1C_2$  horizontal,  $C_2D_2B_2$  vertical,  $B_2C_3$  horizontal,  $C_3D_3B_3$  vertical gezogen u. s. f., unter

$$\begin{array}{l} B_0, B_1, B_2 \dots \text{ Punkte in } OB, \\ C_1, C_2 \dots \quad \text{ „ } \quad \text{ bzw. in } A_1P_1, A_2P_2 \dots \\ D_1, D_2 \dots \quad \text{ „ } \quad \text{ in } OY \end{array}$$

verstanden; dann ist  $y = OD_n$  nach dem Maassstabe, nach welchem die Coefficienten  $a_0, a_1, a_2 \dots$  den Strecken  $OA_0, OA_1, OA_2 \dots$  gleich sind. Nach der Construction ist nämlich, falls der oberhalb  $OY$  liegende spitze Winkel  $YOB$  einem positiven  $x$  entspricht und eine aufwärts gerichtete verticale Strecke positiv, also eine abwärts gerichtete negativ gesetzt wird,

$$\begin{aligned} a_0x &= A_0B_0 = D_1C_1 = A_1D_1 \\ b_1 &= a_0x + a_1 = OA_1 + A_1D_1 = OD_1 \\ b_1x &= D_1B_1 = D_2C_2 = A_2D_2 \\ b_2 &= b_1x + a_2 = OA_2 + A_2D_2 = OD_2 \\ b_2x &= D_2B_2 = D_3C_3 = A_3D_3 \\ b_3 &= b_2x + a_3 = OA_3 + A_3D_3 = OD_3 \\ &\vdots \\ y &= b_n = b_{n-1}x + a_n = OA_n + A_nD_n = OD_n. \end{aligned}$$

Diese Construction gilt gleicher Weise für negative Werthe von  $x$ , entsprechend einem unterhalb  $OY$  liegenden spitzen Winkel  $YOB = \varphi = \arctg x$ . Wegen begrenzter Ausdehnung der Zeichenebene ist sie indessen für grosse Absolutwerthe von  $x$  und somit für solche Winkel  $\varphi$ , die sich absolut genommen einem rechten Winkel nähern, nicht mehr ausführbar, weshalb es zweckmässig ist, diesen Winkel überhaupt nur zwischen den Grenzen  $-\frac{\pi}{4}$  und  $+\frac{\pi}{4}$  anzunehmen, entsprechend den Grenzen  $-1$  und  $+1$  von  $x$ , für grössere Absolutwerthe von  $x$  aber zu setzen:

$$x = \frac{1}{z}; \quad yz^n = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0$$

und die Werthe der Function

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0$$

für die zwischen 0 und 1 liegenden Absolutwerthe von  $z$  nach dem obigen Verfahren zu construiren. Die zwischen  $-1$  und  $+1$  liegenden Wurzeln der Gleichung

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0 = 0$$



sind dann die reciproken Werthe der zwischen  $-\infty$  und  $-1$ ,  $+1$  und  $+\infty$  liegenden Wurzeln der Gleichung:

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0.$$

Um nun einen Mechanismus zu erhalten, welcher, die erklärte Construction bei seinen Configurationsänderungen beständig nachahmend, durch willkürliche Bewegung eines Gliedes die Functionswerthe  $y = f(x)$  für stetig sich ändernde Werthe des Argumentes  $x$  auf einer Skala abzulesen gestattet, kann man sich die Constructionslinien von Fig. 134 etwa in folgender Weise als prismatische Stäbe ausgeführt und gepaart denken.  $OY$  sei ein fest liegender Maassstab, gegen welchen der Hebel  $OB$  um eine Axe  $O$  drehbar ist; die Neigungswinkel  $YOB = \varphi$  oder besser die Werthe von  $\operatorname{tg} \varphi = x$  können an einer Kreistheilung mit dem Mittelpunkte  $O$  abgelesen werden.  $A_0V$ ,  $A_1P_1$ ,  $A_2P_2 \dots$  seien Leitstäbe, die in Rahmen so prismatisch geführt sind, dass der Maassstab  $OY$  vom ersten  $A_0V$  rechtwinklig, von den übrigen unter Winkeln von  $45^\circ$  gekreuzt wird, während die Führungsrahmen selbst längs dem Maassstabe verschieblich sind. Zwischen seinen zwei Führungen in dem betreffenden Rahmen (kinematisch nur einem Prismenpaare entsprechend, dessen Zerlegung in zwei getrennte Theile aber die Biegung des geführten Stabes vermindert und die Sicherheit seiner Führung erhöht) ist der Leitstab  $A_1P_1$  bei  $C_1$ ,  $A_2P_2$  bei  $C_2 \dots$  unter Winkeln von  $45^\circ$  mit je zwei anderen Stäben fest verbunden, von denen somit stets der eine horizontal (parallel  $OY$ ), der andere vertical ist. Längs dem Hebel  $OB$  seien Hülsen oder sonstige prismatisch mit ihm gepaarte Körper  $B_0, B_1, B_2 \dots$  verschieblich, die durch Drehkörperpaare (Zapfen, deren Axen parallel mit der Hebelaxe  $O$  sind) mit anderen Hülsen  $H_0, H_1, H_2 \dots$  gepaart seien ( $B_0$  mit  $H_0$ ,  $B_1$  mit  $H_1$  u. s. f.); von letzteren endlich sei  $H_0$  mit dem verticalen Leitstabe  $A_0V$  und dem bei  $C_1$  mit  $A_1P_1$  fest verbundenen Horizontalstabe prismatisch gepaart,  $H_1$  mit dem Verticalstabe  $C_1B_1$  und dem bei  $C_2$  mit  $A_2P_2$  fest verbundenen Horizontalstabe u. s. f. Dabei sind die erwähnten Rahmen, Stäbe und Hülsen so in verschiedenen Ebenen liegend zu denken, dass sie sich über einander weg bewegen können. Werden nun die Rahmen (etwa mit Hilfe drehbarer Schraubenspindeln) so eingestellt, dass von den in ihnen geführten Leitstäben  $A_0V$ ,  $A_1P_1$ ,  $A_2P_2 \dots$  der Maassstab bezw. bei den Theilstrichen  $A_0, A_1, A_2 \dots$  gekreuzt wird, welche den Coefficienten  $a_0 = OA_0$ ,  $a_1 = OA_1$ ,  $a_2 = OA_2 \dots$  der Function

$$y = f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$$

entsprechen, und wird der Hebel  $OB$  auf einen gewissen Werth von  $x$



eingestellt, so kreuzt der Verticalstab  $C_n B_n$  den Maassstab  $OY$  bei einem Theilstriche  $D_n$ , dessen Abstand  $OD_n$  vom Nullpunkte  $O = f(x)$  ist. Eine stetige Drehung des Hebels um seine Axe  $O$  hat eine zwangsläufige Configurationsänderung des Mechanismus zur Folge, wobei der Kreuzungspunkt  $D_n$  sich längs dem Maassstabe hin bewegt und mit dem Nullpunkte  $O$  desselben zusammenfällt, so oft  $tg \varphi = x =$  einer Wurzel der Gleichung  $f(x) = 0$  wird, die somit auf der Kreistheilung unmittelbar abgelesen werden kann.

## B. Messinstrumente.

### I. Instrumente zur Messung von Raumgrössen.

#### §. 133. Wegmesser.

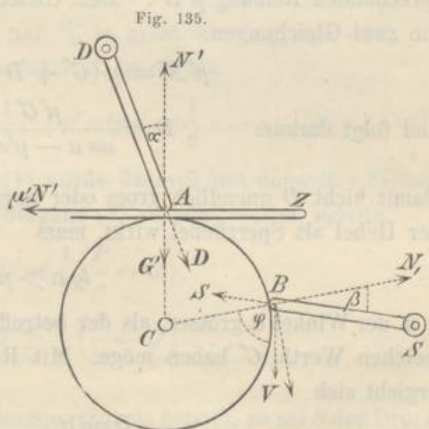
Dergleichen Instrumente, insoweit sie nicht in das Gebiet der praktischen Geometrie fallen, beruhen auf so nahe liegender Anwendung der im §. 130 besprochenen Zählwerke, dass sie hier nur flüchtig erwähnt zu werden brauchen. Die Messung des Winkelweges eines beständig in einerlei Sinn um eine Axe rotirenden Körpers ist ohne Weiteres einerlei mit dem Zählen der betreffenden Rotationen; doch kann auch die Messung des bei einer Progressivbewegung in einer gewissen Zeit zurückgelegten Weges auf dasselbe Princip zurückgeführt werden durch Anordnung eines längs diesem Wege sich abwälzenden Rades von bekanntem Umfange, falls ein solches nicht schon wie bei Fuhrwerken vorhanden ist: der Weg ergiebt sich — dem Product aus dem Umfange und der Umdrehungszahl dieses Rades mit der Annäherung, mit welcher die thatsächliche Wälzungstrecke der geometrischen gleich gesetzt werden kann, von der sie (§. 81) streng genommen selbst bei scheinbar rein rollender Relativbewegung in Folge des Einflusses von Deformationen mehr oder weniger verschieden zu sein pflegt.

Wenn ferner ein hin und her gehender Maschinentheil wie gewöhnlich der Art zwangsläufig ist, dass nicht nur seine Bahn, sondern auch die im einen und anderen Sinne wiederholt zu durchlaufende Strecke dieser Bahn unabänderlich gegeben ist, so kommt wieder die Messung des in einer gewissen Zeit von ihm durchlaufenen Weges einfach auf eine Schubzählung hinaus. Indessen kann es auch der Fall sein, dass nur die Bahn gegeben, die Schublänge aber veränderlich ist, z. B. in Betreff der hin und her gehenden



Bewegung des Dampfkolbens einer rotationslosen Wasserhaltungsmaschine, eines Dampfhammers u. s. f., während es doch von Interesse sein kann, die in einer gewissen längeren Zeit durchlaufene Weglänge zu kennen, z. B. behufs der Bestimmung von Prämien für Heizer und Maschinist nach Maassgabe des Kohlenverbrauches für eine gewisse nach der Weglänge des Kolbens zu beurtheilende Leistung einer Wasserhaltungsmaschine\*. In solchen Fällen ist nur nöthig, die bei einem Hubzähler übliche Schaltung um je einen Zahn des mit dem Zählwerke verbundenen Schaltrades durch eine solche zu ersetzen, die jeweils um mehrere der hier möglichst klein und zahlreich zu machenden Zähne des Schaltrades stattfindet, entsprechend der betreffenden Schublänge, oder besser die Schaltklinke durch eine Schiene, das Schaltrad durch ein Frictionsrad zu ersetzen, welches von der Schiene bei ihrer Bewegung nach einer Richtung durch Reibung mitgenommen wird, während bei der umgekehrten Bewegungsrichtung die Schiene auf dem Frictionsrade gleitet, indem dessen rückläufige Drehung durch Frictionsperrung verhindert wird.

Durch Fig. 135 ist eine solche Anordnung im Princip angedeutet gemäss dem in der Anmerkung erwähnten Hubmesser für Wasserhaltungsmaschinen von Büttner. Auf dem um die horizontale Axe  $C$  drehbaren Frictionsrade liegt die horizontal hin und her bewegte Zugschiene  $Z$ , ange drückt bei  $A$  durch den um die Axe  $D$  drehbaren Druckhebel  $DA$ ;  $G$  sei der verticale Druck, den die Zugschiene nur durch ihr Eigengewicht auf das Rad ausübt,  $G'$  aber derjenige, den sie selbst durch die Schwere des Druckhebels emp fängt,  $\alpha$  der Winkel zwischen



den Richtungen  $CA$  und  $AD$ . Ferner ist  $SB$  der um die horizontale Axe  $S$  drehbare Sperrhebel,  $\beta$  der Winkel zwischen den Richtungen  $CB$  und  $BS$ . Anstatt durch den Druckhebel könnte der Eigengewichtsdruck  $G$  der Zugschiene auf das Frictionsrad auch durch irgend eine andere von oben her

\* Ein dazu dienender Kolbenwegmesser ist von A. Büttner mitgetheilt in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1872, S. 123.



wirkende Kraft unterstützt werden, doch bietet der Hebel auf einfache Weise den Vortheil dar, dass der Gesamtdruck  $N'$  zwischen ihm und der Zugschiene, somit auch der Druck  $N$  zwischen dieser und dem Frictionsrade bei der rückläufigen Bewegung (von links nach rechts in Fig. 135), wobei die Schiene auf dem gesperrten Rade gleitet, in beliebigem Verhältnisse kleiner erhalten werden kann, als bei der Schaltbewegung, wobei das Rad von der Schiene ohne relative Gleitung durch Reibung mitgenommen werden soll. Die entsprechende Anordnung des Druckhebels beruht auf folgender Ueberlegung, wobei der Coefficient der Reibung zwischen dem Rade und der Schiene mit  $\mu$ , zwischen dieser und dem Druckhebel mit  $\mu'$  bezeichnet ist; letzterer kann besonders dann wesentlich verschieden von  $\mu$  sein, wenn etwa der Druckhebel bei  $A$  mit einer Frictionsrolle aufliegt, in welchem Falle  $\mu' =$  dem im Verhältnisse des Zapfendurchmessers zum Rollendurchmesser verkleinerten Zapfenreibungcoefficient wäre.

Bei der Schaltbewegung (von rechts nach links, Fig. 135) der Schiene  $Z$  sei  $D$  die Kraft, mit welcher der Druckhebel im Sinne  $DA$  auf die Schiene wirkt ausser dem verticalen Gewichtsdrucke  $G'$ , während die Schiene auf den Hebel zurückwirkt mit der Normalkraft  $N'$  und der entsprechenden Reibung  $\mu'N'$ . Dem Gleichgewicht dieser Kräfte entsprechen die zwei Gleichungen:

$$\mu'N' = \mu'(G' + D \cos \alpha) = D \sin \alpha$$

und folgt daraus: 
$$D = \frac{\mu'G'}{\sin \alpha - \mu' \cos \alpha}.$$

Damit nicht  $D$  unendlich gross oder negativ werde als Zeichen dafür, dass der Hebel als Sperrhebel wirkt, muss

$$\operatorname{tg} \alpha > \mu' \dots \dots \dots (1),$$

d. h. der Winkel  $\alpha$  grösser, als der betreffende Reibungswinkel sein, einerlei welchen Werth  $G'$  haben möge. Mit Rücksicht auf den Ausdruck von  $D$  ergibt sich

$$N' = \frac{D \sin \alpha}{\mu'} = \frac{G'}{1 - \mu' \operatorname{cotg} \alpha} \dots \dots \dots (2).$$

Ist ferner  $P$  die Kraft, die tangential am Umfange des Frictionsrades wirken muss, um seine Drehung entgegen den Widerständen des Zählwerkes zu bewirken, so muss zur Verhinderung des relativen Gleitens zwischen ihm und der Schiene

$$\mu N = \mu(G + N') > P, \text{ also } N' > \frac{P}{\mu} - G$$



sein und somit nach Gl. (2):

$$1 - \mu' \cotg \alpha = \frac{G'}{N'} < \frac{G'}{\frac{P}{\mu} - G}$$

$$\mu' \cotg \alpha > \frac{\frac{P}{\mu} - G - G'}{\frac{P}{\mu} - G}; \quad \text{tg } \alpha < \mu' \frac{\frac{P}{\mu} - G}{\frac{P}{\mu} - G - G'} \dots \dots (3).$$

Um den Winkel  $\alpha$  zwischen den Grenzwerten (1) und (3) mit einem gewissen durch die Unsicherheit der Reibungscoefficienten gebotenen Spielraume passend annehmen zu können, darf  $G'$ , also das Gewicht des Druckhebels nicht beliebig klein sein.

Für die rückläufige Bewegung der Schiene  $Z$  sind die Kräfte  $D$  und  $\mu' N'$  entgegengesetzt wie in Fig. 135 gerichtet; ihrem Gleichgewicht mit den Kräften  $N'$  und  $G'$  entsprechen dann die Gleichungen:

$$\mu' N' = \mu' (G' - D \cos \alpha) = D \sin \alpha$$

und folgt daraus:

$$D = \frac{\mu' G'}{\sin \alpha + \mu' \cos \alpha}; \quad N' = \frac{G'}{1 + \mu' \cotg \alpha} \dots \dots (4).$$

Sollte nun z. B. dieser Druck  $N'$  nur  $\frac{1}{3}$  so gross wie derjenige sein, der nach Gl. (2) der Schaltbewegung entspricht, so müsste

$$\frac{1 - \mu' \cotg \alpha}{1 + \mu' \cotg \alpha} = \frac{1}{3}; \quad \mu' \cotg \alpha = \frac{1}{2} \dots \dots (5)$$

gemacht werden. Der Bedingung (1) würde dadurch mit doppelter Sicherheit genügt; um aber auch der Bedingung (3) zu entsprechen, müsste

$$\frac{P}{\mu} - G - G' < \frac{1}{2} \left( \frac{P}{\mu} - G \right),$$

also 
$$G' > \frac{1}{2} \left( \frac{P}{\mu} - G \right) \dots \dots (6)$$

gemacht werden.

Was endlich die Anordnung des Sperrhebels betrifft, so sei  $S$  der Druck, den er, wenn die rückläufige Schiene  $Z$  eine entsprechende Rechtsdrehung des Frictionsrades zu bewirken strebt, im Sinne  $SB$  auf letzteres ausübt ausser dem von der Schwere dieses Hebels herrührenden Verticaldrucke  $V$ , entsprechend dem Winkel  $VBC = \varphi$  (Fig. 135). Den Kräften  $S$  und  $V$  wirkt das Frictionsrad entgegen mit dem Normaldrucke  $N_1$  im Sinne  $CB$  und mit der an den Stützpunkt  $B$  versetzten, auf Drehung des Rades abzielenden Tangentialkraft  $Q$ , die mit Rücksicht auf Gl. (4) die Grösse





$$Q = \mu \left( G + \frac{G'}{1 + \mu' \cot \alpha} \right)$$

hat, insbesondere mit  $\mu' \cot \alpha = \frac{1}{2}$ :

$$Q = \mu \left( G + \frac{2}{3} G' \right).$$

Würde diese Drehung thatsächlich erzielt, so wäre, unter  $\mu_1$  den betreffenden Reibungscoefficient verstanden, der Bestandtheil  $\mu_1 N_1$  von  $Q$  mit den Kräften  $N_1$ ,  $S$  und  $V$  im Gleichgewicht; die Drehung wäre also unmöglich, wenn  $Q$  kleiner, als die Summe des jenem Gleichgewicht entsprechenden Werthes von  $\mu_1 N_1$  und derjenigen Kraft wäre, welche, tangential am Frictionsrade wirkend, die rückläufige Drehung desselben ohne den Einfluss des Hebels  $SB$  bewirken kann. Soll aber, was vorzuziehen ist, bei jeder Grösse von  $Q$  die Sperrung des Rades durch den Hebel  $SB$  vermittelt werden, so ist nur nöthig, letzteren so anzuordnen, dass aus der Bedingung des Gleichgewichtes der Kräfte  $\mu_1 N_1$ ,  $N_1$ ,  $S$  und  $V$ , nämlich aus den Gleichungen:

$$\mu_1 N_1 = \mu_1 (V \cos \varphi + S \cos \beta) = S \sin \beta - V \sin \varphi$$

sich für

$$S = \frac{\sin \varphi + \mu_1 \cos \varphi}{\sin \beta - \mu_1 \cos \beta} V$$

ein unmöglicher negativer Werth ergebe, was unabhängig von  $V$  und  $\varphi$  erfordert, dass

$$\operatorname{tg} \beta < \mu_1 \dots \dots \dots (7),$$

also  $\beta$  kleiner, als der betreffende Reibungswinkel ist.

#### §. 134. Linearplanimeter.

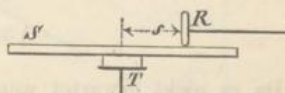
Die seither vorzugsweise in Gebrauch gekommenen und hier allein zu betrachtenden Planimeter sind Instrumente, welche den Inhalt einer gezeichneten ebenen Fläche durch blosses Umfahren ihres Umfanges mit einem Stift oder einer sonstigen Marke und durch Ablesung der dadurch entsprechend veränderten Stellung eines Zeiger- oder Zählwerkes zu bestimmen gestatten. Jenachdem das Instrument auf einer Registrirung der mit dem Umfahren der Fläche verbundenen Aenderungen von Linear- oder Polarcoordinaten der Umfangspunkte beruht, kann man Linear- und Polarplanimeter unterscheiden. Erstere wurden (nach Bauernfeind) von dem bayerischen Trigonometer J. M. Hermann schon 1814 erfunden und 1817 angewendet, jedoch wenig bekannt und beachtet; unabhängig davon



wurden solche Instrumente 1825 von dem Italiener Gonella (nach Laboulaye, traité de cinématique), 1827 von dem schweizerischen Ingenieur Oppikofer construiert, später von Ernst in Paris, von Wetli in Zürich und von Hansen in Gotha verbessert. Der folgenden Besprechung liegen hauptsächlich die Linearplanimeter von Wetli und von Hansen zum Grunde.

Bei denselben befindet sich der Fahrstift am Ende eines Lineals, während ein Schlitten einerseits mit diesem Lineal, andererseits mit dem Gestell des Instrumentes prismatisch gepaart ist, so dass die Schubrichtungen beider Prismenpaare rechtwinklig gegen einander und parallel mit der horizontalen Ebene der mit dem Stift zu umfahrenden Figur gerichtet sind. Der Schlitten trägt die um eine verticale Axe drehbare horizontale Kreisscheibe  $S$  (Fig. 136), mit welcher unter geeignetem (relatives Gleiten ausschliessendem) Drucke die Rolle  $R$  so in Berührung ist, dass die horizontale Axe ihrer in festen Lagern des Gestelles drehbaren Welle

Fig. 136.



mit der Schubrichtung des Schlittens parallel ist und die Axe der Scheibe  $S$  rechtwinklig schneidet. Die mit dieser Scheibe coaxial fest verbundene Trommel  $T$  wird von einem feinen Silberdrahte umschlungen, der längs dem Lineal, an beiden Enden desselben befestigt, ausgespannt ist. Eine relative Verschiebung des Lineals gegen den Schlitten bewirkt somit eine entsprechende Drehung von  $T$  mit  $S$  und dadurch auch eine Drehung von  $R$ , abhängig zugleich vom Abstände des Berührungspunktes zwischen  $S$  und  $R$  vom Mittelpunkte der Scheibe, folglich von der Lage des Schlittens. Der Drehungswinkel  $\varphi$  von  $R$ , durch ein Zählwerk registriert, ist dem Flächeninhalte  $F$  der vom Stift umfahrenen Figur proportional.

Wird nämlich letztere auf rechtwinklige Coordinaten  $x, y$  in ihrer Ebene bezogen, so dass die  $x$ -Axe parallel mit der Schubrichtung des Lineals gegen den Schlitten, die  $y$ -Axe parallel mit der Schubrichtung des Schlittens selbst ist, und sind  $r, t$  die Radien bzw. der Rolle  $R$  und der Trommel  $T$ , während  $s$  die augenblickliche Entfernung des Mittelpunktes der Scheibe  $S$  von ihrem Berührungspunkte mit der Rolle  $R$  bedeutet, so hat die Verschiebung des Fahrstiftes längs einem Bogenelement des Umfanges von  $F$ , entsprechend den elementaren Verschiebungen  $dx$  und  $dy$  im Sinne der Axen, eine unendlich kleine Drehung der Scheibe  $= \frac{dx}{t}$ , also die Drehung

$$d\varphi = \frac{s}{r} \frac{dx}{t}$$



der Rolle  $R$  zur Folge; zugleich ändert sich  $s$  um  $ds = dy$  in Folge der Verschiebung des Schlittens, so dass sich  $s$  und  $y$  nur durch eine Constante  $s_0$  unterscheiden und deshalb mit  $s = y - s_0$  aus obiger Gleichung durch Integration hervorgeht:

$$rt\varphi = \int y dx - s_0 \int dx.$$

Ist aber der Fahrstift zu seiner Anfangslage zurückgekehrt, so ist

$$\int dx = 0 \quad \text{und} \quad \int y dx = F$$

geworden, also

$$F = rt\varphi.$$

Wenn etwa der  $n$ te Theil einer Umdrehung von  $R$  einer Flächeneinheit, z. B. einem Quadratmillimeter entsprechen soll, so müssen  $r$  und  $t$  in Millimetern ausgedrückt der Gleichung entsprechen:

$$1 = rt \frac{2\pi}{n}, \quad \text{also} \quad rt = \frac{n}{2\pi}.$$

Da es nicht erwartet werden kann, dass die Radien  $r$  und  $t$ , von denen letzterer bis zur Mittellinie des die Trommel  $T$  umschlingenden Silberdrahtes zu rechnen ist, von vorn herein ganz richtig getroffen werden, so empfiehlt es sich, die Rolle  $R$  zunächst ein wenig zu gross zu machen und vorsichtig so lange zu verkleinern, bis der Inhalt einer Figur  $F$  von bekannter Grösse, z. B. eines Kreises von möglichst grossem Durchmesser im Mittel aus vielen Umfahrungen mit einem zu vernachlässigenden Fehler richtig gefunden wird. Wäre die Rolle  $R$  etwas zu klein geworden, so könnte durch Anwendung eines etwas dickeren Silberdrahtes geholfen werden.

Die Genauigkeit der Flächeninhaltsbestimmung mit Hilfe eines solchen Linearplanimeters beträgt nach Bauernfeind etwa  $0,001 F$  für  $F = 1200$  bis  $1500$  Quadratmillimeter; bei kleineren Flächen ist der verhältnissmässige Fehler grösser, bei grösseren kleiner.

#### §. 135. Polarplanimeter.

Einfacher und entsprechend billiger bei kaum geringerer Genauigkeit, als die im vorigen Paragraph besprochenen Linearplanimeter, und deshalb in viel allgemeineren Gebrauch gekommen ist das von J. Amsler-Laffon im Jahre 1854 erfundene Polarplanimeter. Es besteht im Wesentlichen aus zwei Stäben  $OA$  und  $BAS$  (Fig. 137), bei  $A$  durch ein Gelenk verbunden, dessen Axe zur Ebene der Figur senkrecht zu denken ist. Am Ende des Stabes  $OA$  ist bei  $O$  eine Nadel eingesetzt, deren Spitze nur







Winkel  $\varphi$ , der aus den Ablesungen der betreffenden Skalen zu Anfang und zu Ende der fraglichen Bewegung als ein Vielfaches des Drehungswinkels  $= \frac{2\pi}{1000}$  gefunden wird. Wenn insbesondere mit dem Stifte  $S$  eine Figur rechtläufig (im Sinne der Drehung eines Uhrzeigers) gerade ein mal umfahren wird, so dass der Stift an seinen Ausgangspunkt zurückkehrt, so ist, wie sich zeigen lässt, der Inhalt  $F$  jener Figur = dem Product des Drehungswinkels  $\varphi$  mit einem constanten Factor  $C$ , der durch die Abmessungen des Instrumentes bestimmt ist. Wenn aber, wie es bei grösseren Flächen der Fall sein kann, die Nadel  $O$  im Inneren derselben aufgesetzt werden muss, um ihren Umfang mit dem Stifte  $S$  umfahren zu können, so ist zu jenem Producte  $C\varphi$  (stets bei rechtläufiger Umfahrung) noch eine gleichfalls durch die Abmessungen des Instrumentes bestimmte Constante  $C'$  hinzuzufügen, um

$$F = C\varphi + C'$$

zu finden. Die Richtigkeit dieses Verfahrens und die Ausdrücke von  $C$  und  $C'$  ergeben sich durch die folgende Entwicklung.

Mit Bezug auf Fig. 137 sei

$$OA = a, \quad AS = s, \quad AB = b,$$

unter  $B$  den Berührungspunkt der Rolle mit der Zeichenfläche verstanden, während die Bedeutungen der Winkel  $\alpha, \beta, \gamma, \sigma, \omega$  ohne Weiteres aus der Figur hervorgehen, in welcher  $OX$  und  $OY$  zwei übrigens beliebig von  $O$  aus in der Zeichenfläche gezogene rechtwinklige Coordinatenaxen sind. Für dieselben sind die Coordinaten des Punktes  $B$ :

$$x = a \cos \alpha + b \cos \beta$$

$$y = a \sin \alpha - b \sin \beta.$$

Ist dann  $SS'$  ein unendlich kleines Umfangselement der zu messenden Fläche, also auch  $NB'$  unendlich klein  $= r d\varphi$ , unter  $d\varphi$  den entsprechenden elementaren Drehungswinkel der Laufrolle und unter  $r$  ihren Radius (den Radius ihres die Zeichenfläche berührenden Umfangskreises) verstanden, ist ferner

$$BH = -dx \text{ parallel } OX,$$

$$HB' = dy \text{ parallel } OY,$$

so ist

$$r d\varphi = HB' \cdot \cos \beta - BH \cdot \sin \beta$$

$$= dy \cdot \cos \beta + dx \cdot \sin \beta.$$

Dabei ist  $d\varphi$  positiv, also  $\varphi$  wachsend vorausgesetzt bei einer Drehung der Laufrolle in solchem Sinne, dass sie einem in  $S$  befindlichen Auge rechtläufig erscheint. Wird aber, wie es hier geschehen soll, umgekehrt  $\varphi$



wachsend angenommen bei einer für den Anblick im Sinne  $BS$  rechtläufigen Drehung, so ist

$$\begin{aligned} -rd\varphi &= dy \cdot \cos \beta + dx \cdot \sin \beta \\ &= (a \cos \alpha d\alpha - b \cos \beta d\beta) \cos \beta - (a \sin \alpha d\alpha + b \sin \beta d\beta) \sin \beta \\ &= a \cos(\alpha + \beta) d\alpha - b d\beta. \end{aligned}$$

Wegen  $\alpha + \beta = \gamma$  folgt daraus:

$$rsd\varphi = -as \cos \gamma d\alpha + bs d\beta$$

oder mit  $OS = \rho$  wegen

$$\rho^2 = a^2 + s^2 - 2as \cos \gamma,$$

$$\alpha = \omega - \sigma \quad \text{und} \quad \beta = \gamma - \alpha = \gamma - \omega + \sigma$$

$$rsd\varphi = \frac{1}{2}(\rho^2 - a^2 - s^2)d(\omega - \sigma) + bs d(\gamma - \omega + \sigma)$$

und somit für eine Bewegung des Fahrstiftes von endlicher Grösse:

$$rs\varphi = \frac{1}{2} \int \rho^2 d\omega - \frac{1}{2} \int \rho^2 d\sigma - \frac{1}{2}(a^2 + s^2 + 2bs)(f d\omega - f d\sigma) + bs f d\gamma.$$

Wenn insbesondere der Stift die Fläche  $F$  rings umfahren hat, so ist

$$\frac{1}{2} \int \rho^2 d\omega = F$$

geworden. Ebenso ist  $\frac{1}{2} \int \rho^2 d\sigma$  der Inhalt der Fläche, welche von der relativen Bahn des Punktes  $S$  gegen den Stab  $OA$  umgrenzt wird; indem aber diese relative Bahn ein Kreisbogen aus  $A$  als Mittelpunkt mit  $AS = s$  als Radius ist, in welchem der Punkt  $S$  seinen anfänglichen Ort wieder einnimmt, wenn er den Umfang von  $F$  umfahren hat und damit das ganze Instrument in seine anfängliche Lage und Configuration zurückgekehrt ist, ergibt sich:

$$\frac{1}{2} \int \rho^2 d\sigma = 0.$$

Ebenso ist auch  $f d\sigma = 0$  und  $f d\gamma = 0$ , folglich:

$$F = rs\varphi + \frac{1}{2}(a^2 + s^2 + 2bs)f d\omega.$$

Was  $f d\omega$  betrifft, so sind zwei Fälle zu unterscheiden, jenachdem  $O$  ausserhalb oder innerhalb der Fläche  $F$  liegt. Im ersten Falle ist  $f d\omega = 0$ , also

$$F = rs\varphi,$$

im zweiten dagegen ist  $f d\omega = 2\pi$ , also

$$F = rs\varphi + \pi(a^2 + s^2 + 2bs).$$



In diesen Ausdrücken sind  $r$ ,  $a$ ,  $s$  absolute Grössen, während  $b$  negativ wird, wenn die Laufrolle auf der anderen Seite von  $A$  (zwischen  $A$  und  $S$ ) liegt. Der Winkel  $\varphi$  wird, wie schon bemerkt, in Tausendtheilen einer Umdrehung der Laufrolle abgelesen, so dass, wenn  $z_1$  und  $z_2$  die bezw. zu Anfang und zu Ende der Operation abgelesenen Zahlen sind,

$$\varphi = \frac{2\pi}{1000}(z_2 - z_1)$$

ist und somit  $F = \frac{\pi r s}{500}(z_2 - z_1)$

bezw.  $F = \frac{\pi r s}{500} \left( z_2 - z_1 + 500 \frac{a^2 + s^2 + 2bs}{rs} \right)$ .

Zur Erleichterung des Gebrauches werden  $r$  und  $s$  so gewählt, dass  $\frac{\pi r s}{500}$  einem runden Vielfachen der Flächeneinheit oder überhaupt einer bestimmten Fläche  $f$  gleich ist, z. B. = 10 Quadratmillimeter, entsprechend

$$s = \frac{5000}{\pi r} \text{ Millimeter,}$$

falls auch  $r$  in Millimetern ausgedrückt ist. Meistens sind zudem die Instrumente so eingerichtet, dass durch Verstellung des Stabes  $AS$  gegen die Hülse der Abstand  $s$  geändert werden kann und damit auch die Fläche

$$f = \frac{\pi r s}{500},$$

welche der Einheit der Ablesungsdifferenz  $= z_2 - z_1$  entspricht. Mit  $s$  ändert sich auch der Summand

$$S = 500 \frac{a^2 + s^2 + 2bs}{rs},$$

mit welchem, wenn  $O$  im Inneren der Fläche, liegt,

$$F = f(z_2 - z_1 + S)$$

gefunden wird, und sind deshalb die zusammengehörigen Werthe von  $f$  und  $S$  auf dem Stabe  $AS$  verzeichnet neben den Marken, die zu seiner Einstellung auf die betreffenden Werthe von  $f$  dienen.

Es versteht sich von selbst, dass jedes Planimeter allgemein als Integrator, d. h. zur mechanischen Bestimmung eines bestimmten Integrals dienen kann, indem ein solches stets als Inhalt einer ebenen Fläche aufzufassen oder dazu in einfache Beziehung zu setzen ist. Besonders einfach gestaltet sich das Verfahren zur Bestimmung des Momentes ersten oder zweiten Grades (statischen oder Trägheitsmomentes) einer gegebenen ebenen Fläche  $F$  für eine in ihrer Ebene liegende Axe  $A$ . Ist nämlich  $y$  eine



Sehne von  $F$  in der Entfernung  $x$  von  $A$ , so ist das statische Moment:

$$M = \int xy dx = a \int \frac{x}{a} y dx = a \int y_1 dx$$

=  $a$  mal dem Inhalte einer Fläche  $F_1$ , die aus der Fläche  $F$  dadurch erhalten wird, dass ihre sämtlichen mit  $A$  parallelen Sehnen  $y$  ohne Aenderung ihrer Entfernungen  $x$  von  $A$  in den Verhältnissen  $\frac{x}{a}$  verkleinert werden, was constructiv leicht vermittels einer im Abstände  $a$  parallel mit  $A$  gezogenen Geraden geschehen kann. Das Trägheitsmoment von  $F$  für die Axe  $A$  ist ebenso

$$J = \int x^2 y dx = a^2 \int \frac{x}{a} y_1 dx = a^2 \int y_2 dx$$

=  $a^2$  mal dem Inhalte einer Fläche  $F_2$ , die aus  $F_1$  ebenso hervorgeht wie  $F_1$  aus  $F$ .\*

#### §. 136. Gasmesser.

Bei der Abgabe des Leuchtgases von einer Gasfabrik an die einzelnen Consumenten ist am frühesten das Bedürfniss hervorgetreten, den Gasverbrauch der letzteren durch automatisch wirkende, nämlich durch Instrumente zu messen, die ohne weiteres Dazuthun, nur in Folge einer kleinen Druckdifferenz des zu- und abströmenden Gases, die Quantität desselben anzeigen. Die dazu vorgeschlagenen und benutzten Instrumente sind zwar im Einzelnen von vielfach verschiedener Einrichtung, kommen aber im Allgemeinen darauf hinaus, dass ein bestimmter Raum wiederholt mit dem Gase angefüllt und wieder entleert und die Anzahl dieser Wiederholungen durch ein Zählwerk registriert wird; jenachdem dabei Wasser oder überhaupt eine tropfbare Flüssigkeit zur Abgrenzung jenes Maassraumes benutzt wird oder nicht, unterscheidet man nasse und trockene Gasmesser.

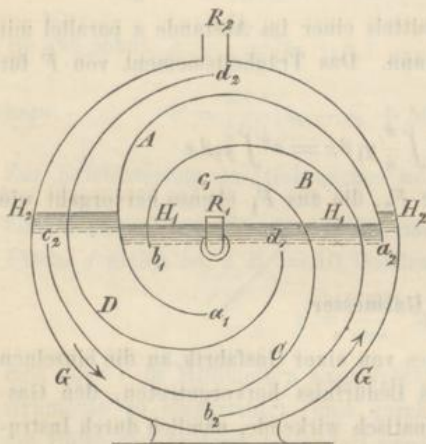
Die nassen Gasmesser als die ältesten und auch heute noch am häufigsten benutzten haben im Princip die durch Fig. 138 angedeutete

\* Auf ähnlichen Principien beruhend, wie das besprochene einfache Polarplanimeter, hat Amsler auch zusammengesetztere Instrumente construirt, die dazu dienen, ausser dem Inhalte einer ebenen Fläche unmittelbar ihre Momente ersten und zweiten Grades für beliebige Gerade in ihrer Ebene zu bestimmen. Einrichtung, Theorie und Gebrauch derselben sind erläutert in den Schriften Amsler's: „Ueber die mechanische Bestimmung des Flächeninhaltes, der statischen Momente und der Trägheitsmomente ebener Figuren, Schaffhausen 1856“ und „Anwendung des Integrators zur Berechnung des Auf- und Abtrages bei Anlage von Eisenbahnen, Strassen und Canälen, Zürich 1875“.



Einrichtung. Ein mit horizontaler Axe aufgestelltes cylindrisches Gehäuse  $G$  ist etwas mehr als zur Hälfte mit Wasser erfüllt. In ihm befindet sich eine um die Gehäuseaxe drehbare Trommel, bestehend aus zwei zur Axe senkrechten kreisförmigen Platten und aus  $n$  in gleichen Abständen dazwischen eingefügten Wänden, die hier vorläufig als spiralförmig gekrümmte

Fig. 138.



cylindrische materielle Flächen vorgestellt werden mögen, deren erzeugende Geraden parallel mit der Axe sind. Jede dieser Zwischenwände erstrecke sich vom Abstände  $r_1$  bis zum grösseren Abstände  $r_2$  von der Axe, so dass durch sie der zwischen den concentrischen Cylinderflächen mit den Radien  $r_1$  und  $r_2$  befindliche Trommelraum in  $n$  gleiche Kammern getheilt wird, die nach innen und aussen offen sind. Das im Gehäuse enthaltene Wasser steht unter diesen Umständen inner-

halb und ausserhalb der Trommel gleich hoch, abgesehen von solchen kleinen Niveaudifferenzen, die von Druckunterschieden des zu- und abströmenden Gases herrühren. Der gesammte Windungswinkel jeder der  $n$  Zwischenwände ist ungefähr

$$= \pi + \frac{2\pi}{n} = \left(1 + \frac{2}{n}\right)\pi,$$

so dass, wenn entsprechend dem durch die Pfeile in Fig. 138 angezeigten Drehungsinne der Trommel eine solche Wand  $A$  mit ihrem äusseren Rande  $a_2$  eben noch in das Wasser eingetaucht ist, die folgende  $B$  eben angefangen hat, mit ihrem inneren Rande  $b_1$  auf der anderen Seite der Axe einzutauchen. In der Figur ist  $n = 4$  angenommen, der Windungswinkel der spiralförmigen Wände  $A, B, C, D$  also nahe  $= \frac{3}{2}\pi$ . Die Zuleitung des Gases erfolgt durch ein Rohr  $R_1$ , welches eine Seitenwand des Gehäuses dicht schliessend in der Mitte durchdringt, durch die nächstliegende Seitenwand der Trommel mit beliebigem, wenn nur ganz unter Wasser liegendem Spielraume hindurch geht und dann aufwärts gebogen im Inneren der Trommel etwas über oder in der Wasseroberfläche selbst

münde  
Stelle

Trom  
 $V_1, V_2$   
Zustr  
währe  
nicire  
Lage  
und d  
oberfl  
mit C  
Raum  
Raum

wenn  
und  $\gamma$   
beden  
sperrt  
abhän  
fläche  
Ebene  
Fläch  
Wand  
zwei  
raum  
zwich  
gestel  
in de  
Wass  
etwas  
 $H_1 H_2$   
auch  
komm  
Instru  
somit  
jenes  
der R



mündet; die Gasableitung kann an irgend einer über Wasser liegenden Stelle der Gehäusewand, etwa durch das Rohr  $R_2$  stattfinden.

Unter den erklärten Umständen können nun bei jeder Lage der Trommel zweierlei oder dreierlei mit Gas erfüllte Theile  $V_1, V_2$  bzw.  $V_1, V, V_2$  des Gehäuseraumes unterschieden werden, so dass  $V_1$  mit dem Zuströmungsrohr  $R_1, V_2$  mit dem Abströmungsrohr  $R_2$  communicirt, während zwischen beiden zeitweilig ein weder mit  $R_1$  noch mit  $R_2$  communicirender ganz abgesperrter Raum  $V$  liegt. Bei der in Fig. 138 dargestellten Lage der Trommel ist Letzteres der Fall, nämlich  $V_1$  der von der Wand  $B$  und der Wasseroberfläche,  $V$  der von den Wänden  $A, B$  und der Wasseroberfläche begrenzte Theil des Trommelraumes,  $V_2$  endlich der übrige mit Gas erfüllte Theil des ganzen Gehäuseraumes. Dabei liegt die den Raum  $V_1$  begrenzende Wasseroberfläche  $H_1H_1$  etwas tiefer, als die den Raum  $V_2$  begrenzende Wasseroberfläche  $H_2H_2$ , nämlich um

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\gamma},$$

wenn  $p_1$  den Druck des zuströmenden,  $p_2$  den des abströmenden Gases und  $\gamma$  das spezifische Gewicht des Wassers, überhaupt der Sperrflüssigkeit bedeutet. Die Höhenlage der Wasseroberfläche, welche den ganz abgesperrten Gasraum zwischen  $A$  und  $B$  begrenzt, ist von den Umständen abhängig. Denkt man sich nämlich um die Trommelaxe eine Kreiscylinderfläche  $K$  beschrieben mit dem Radius  $h_1 =$  der Höhe der horizontalen Ebene  $H_1H_1$  über jener Axe und nun eine Berührungsebene  $E$  dieser Fläche  $K$  aus der Lage, in welcher sie durch den inneren Rand  $b_1$  der Wand  $B$  hindurch geht, in die Lage  $H_1H_1$  gedreht, so können dabei ihre zwei Durchschnittsflächen mit dem zwischen  $A$  und  $B$  befindlichen Trommelraum im Allgemeinen verschiedene Volumina durchlaufen, so dass das zwischen  $A$  und  $B$  abgesperrte Gasvolumen bei der durch Fig. 138 dargestellten Lage der Trommel nicht genau demjenigen gleich ist, welches in dem Augenblicke abgesperrt wurde, als der Rand  $b_1$  der Wand  $B$  die Wasseroberfläche erreichte, somit auch der Druck dieses Gases von  $p_1$  etwas verschieden und also die Wasseroberfläche zwischen  $A$  und  $B$  von  $H_1H_1$  etwas verschieden ist. Indessen ist solche Verschiedenheit, die ja auch nur zeitweilig während der Absperrung eines Gasvolumens  $V$  vorkommen kann, nicht von wesentlicher Bedeutung für die Wirksamkeit des Instrumentes, und mag hier angenommen werden, dass das Volumen und somit der Druck des zwischen  $A$  und  $B$  befindlichen Gases unverändert, jenes  $= V$ , dieser  $= p_1$  bleiben, so lange die Absperrung dauert, also bis der Rand  $a_2$  sich aus dem Wasser erhebt, dass somit die Wasseroberfläche  $H_1H_1$



in Fig. 138 sich beiderseits nicht nur bis zur Wand  $B$ , sondern bis zur Wand  $A$  erstreckt. In diesem Falle findet an dem über Wasser befindlichen Theile der Wand  $A$  auf der concaven Seite der spezifische Druck  $p_1$ , auf der convexen Seite der Druck  $p_2$  statt, während im Uebrigen alle diese Wände an allen Stellen von beiden Seiten gleich stark gedrückt werden. Der spezifische Ueberdruck  $p = p_1 - p_2$  auf den über Wasser befindlichen Theil der Wand  $A$  veranlasst somit die Drehung der Trommel im Sinne der beigezeichneten Pfeile mit einem leicht zu berechnenden Kraftmomente  $M$ . Ist nämlich  $a$  die axiale Dimension der Trommel im Lichten und  $ds$  ein Bogenelement der spiralförmigen Querschnittcurve einer Zwischenwand,  $\rho$  seine Entfernung von der Axe, so ist der Ueberdruck auf das entsprechende Flächenelement  $ads$  der Wand  $= pad s$ , seine zu  $\rho$  normale Componente  $= pad \rho$  und sein Moment in Bezug auf die Axe:

$$dM = pa \rho d\rho,$$

folglich das ganze auf Drehung der Trommel abzielende Kraftmoment:

$$M = pa \int \rho d\rho = pa \frac{\rho_2^2 - \rho_1^2}{2},$$

unter  $\rho_1$  und  $\rho_2$  die Entfernungen der Axe von den zwei Durchschnitten der Wand  $A$  mit der Ebene  $H_1 H_1$  verstanden. Wenn sich in Folge dieser Drehung die Wand  $A$  mit ihrem äusseren Rande  $a_2$  aus dem Wasser erhoben hat, so fällt der Gasdruck in dem bis dahin abgesperrten Raume zwischen  $A$  und  $B$  auf  $p_2$  und steigt die ihn begrenzende Wasseroberfläche bis zur Ebene  $H_2 H_2$ ; die weitere Drehung der Trommel wird dann übernommen von dem Ueberdrucke auf den über Wasser befindlichen Theil der folgenden Wand  $B$  mit einem Momente  $M$ , welches den stetig variablen Werthen von  $\rho_1$  und  $\rho_2$  entsprechend im Allgemeinen etwas variabel ist. Indessen ist solche Veränderlichkeit nur von untergeordneter Grösse und Bedeutung, indem ihr bei constanter Grösse des Widerstandsmomentes gegen die Drehung der Trommel eine periodisch nur sehr wenig veränderliche Höhendifferenz  $h = \frac{p}{\gamma}$  der Wasseroberflächen  $H_1 H_1$  und  $H_2 H_2$  entspricht. Dieselbe ist um so weniger veränderlich, je kleiner sie überhaupt ist, je langsamer also die Trommel sich dreht, da mit ihrer Winkelgeschwindigkeit auch ihr Widerstandsmoment (wenigstens insoweit es von der Reibung zwischen den Trommelwänden und dem Wasser herrührt) und somit  $p = p_1 - p_2$  abnimmt. In der That pflegen deshalb die Dimensionen der Trommel für einen gewissen Zweck so bemessen zu werden, dass sie



stündlich höchstens etwa 120 Umdrehungen macht, entsprechend einer Umdrehungszeit von 30 Secunden.

Bei  $n$  Zwischenwänden der Trommel zeigt jede Umdrehung derselben eine hindurch gegangene Gasmasse an, deren Volumen beim Drucke  $p_1 = nV$  ist, unter  $V$  das Volumen verstanden, welches die Ebene  $H_1 H_1$  von einer Kammer zwischen zwei benachbarten Wänden  $A, B$  der Trommel dann abschneidet, wenn die hintere  $B$  derselben mit ihrem vorausgehenden Rande  $b_1$  gerade in die Sperrflüssigkeit eintaucht und damit die Gasabsperrung in der Kammer beginnt. Diese Gasmasse ist bei gegebener Trommel um so grösser, je weniger Sperrflüssigkeit im Gehäuse enthalten und je grösser  $h$ , ferner je grösser  $p_1$  und je niedriger die Temperatur des Gases ist.

Ohne wesentliche Aenderung der Wirksamkeit eines solchen Gasmessers ist besonders die Einrichtung der Trommel einer grossen Mannigfaltigkeit fähig, wenn nur stets die Zwischenwände so angeordnet werden, dass die dadurch gebildeten gleichen Kammern durch ihre Mündungen auf der einen Seite, falls sie über Wasser liegen, mit dem Gaszuströmungsraum, durch ihre über Wasser liegenden Mündungen auf der anderen Seite mit dem Gasabströmungsraum communiciren, dass aber zeitweilig beide Mündungen derselben Kammer unter Wasser liegen, um das zu messende Gasvolumen abzusperren. Während zu diesen letzterwähnten Zeiten beide den Maassraum begrenzende Zwischenwände von entgegengesetzten Seiten verschieden stark gedrückt sein und so zusammen die Drehung der Trommel vermitteln können, ist es während der übrigen Perioden nur eine Zwischenwand, welche, indem sie an ihrem über Wasser liegenden Theil einerseits dem Drucke  $p_1$ , andererseits dem kleineren Drucke  $p_2$  auf die Flächeneinheit ausgesetzt ist, dadurch als Angriffsfläche des die Trommel drehenden Ueberdruckes dient. Insbesondere bei dem am meisten verbreiteten Crosley'schen Gasmesser liegen die Kammermündungen nicht, wie in Fig. 138 angenommen, in zwei concentrischen Cylinderflächen, sondern die Einflussmündungen in der einen, die Ausflussmündungen in der anderen Seitenfläche der Trommel, so dass das Gas nicht von innen nach aussen, sondern seitlich durch die Trommel hindurch geht, die dabei aussen durch eine cylindrische Wand abgeschlossen und auf der Einströmungsseite mit einem gewölbten Boden versehen ist zur Begrenzung des Raumes, in welchem das aufwärts gekrümmte Gasrohr  $R_1$  mündet (Fig. 139). Die besondere zweifach geknickte Gestalt der die Kammern bildenden Blechwände des Crosley'schen Gasmessers hat eine beträchtliche Verengung dieser Kammern gegen ihre Mündungen hin zur Folge, ist aber im Uebrigen



mehr von constructiver, als von principieller Bedeutung, und mag davon hier ebenso wie von der besonderen Einrichtung des Zählwerkes zur Registrirung der Trommelumdrehungen abgesehen werden.

Unter der Voraussetzung, dass ein Gasmesser so construirt und mindestens in solchem Betrage mit Wasser gefüllt ist, dass das Zufluss- und das Abflussrohr des Gases niemals communiciren, dass also kein Gas ungemessen, d. h. ohne zeitweilig in einer Maasskammer der Trommel nach beiden Seiten abgesperrt gewesen zu sein, den Gasmesser passiren kann, hängt die einer Umdrehung entsprechende Gasmasse nach Obigem ab vom Wassergehalt, von der Niveaudifferenz  $h$  der bezw. unter den Pressungen  $p_1$  und  $p_2$  befindlichen Wasseroberflächen  $H_1 H_1$  und  $H_2 H_2$ , sowie vom Zustande des Gases selbst, d. h. von seinem Drucke  $p_1$  und seiner Temperatur. Die Messung ist um so zuverlässiger, je mehr diese Umstände constant und denjenigen gleich bleiben, bei welchen die Aichung, d. h. die Controle der Angaben des Zählwerkes bei anderweitiger Bestimmung des hindurch gegangenen Gasquantums stattfand. Auf eine grosse Genauigkeit ist dabei nicht zu rechnen, und pflegen auch die amtlichen Aichungsordnungen einen Fehler von 2% zu gestatten.

Was den Zustand des Gases betrifft, so ist die Veränderlichkeit des Druckes  $p_1$  nur von untergeordneter Bedeutung; denn wenn auch Druckdifferenzen bis zu 30 Millimeter Wassersäule in der Hauptleitung vorkommen, so entsprechen dieselben doch nur einer verhältnissmässigen Differenz der specifischen Masse des Gases von 0,3%. Viel grösser ist der Einfluss der Temperatur, indem eine Aenderung der specifischen Masse von 2% schon durch eine Temperaturänderung von etwa  $5\frac{1}{2}$  Grad C. bewirkt wird. Die Aufstellung des Gasmessers an einem Orte von möglichst constanter Temperatur ist deshalb wesentlich zu fordern.

Die Niveaudifferenz  $h$  ist proportional dem Widerstandsmoment gegen die Drehung der Trommel, welches zum Theil, besonders sofern es von der Reibung zwischen den Trommelwänden und dem Wasser herrührt, mit der Drehungsgeschwindigkeit wächst; doch ist auch im Uebrigen der Widerstand, namentlich der durch das Zählwerk verursachte, in hohem Grade veränderlich. Bei 120 Umdrehungen in der Stunde ist  $h$  im Mittel etwa = 4 Millimeter, und sind bei verschiedenen Geschwindigkeiten auf Höhenunterschiede der Horizontalebene  $H_1 H_1$  von etwa 2 Millimeter zu rechnen. Die Genauigkeit der Messung wird dadurch um so weniger beeinträchtigt, je kleiner die zwei Querschnitte sind, in welchen die Ebene  $H_1 H_1$  eine Maasskammer zur Zeit der Gasabspernung in ihr schneidet, je mehr also diese Kammern gegen ihre Mündungen hin verengt sind, wie es bei den

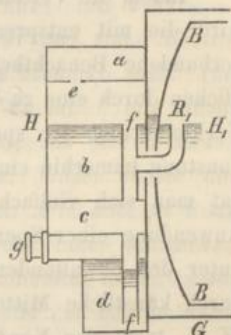


üblichen Gasmessern in Folge besonderer Gestaltung der Zwischenwände befriedigend der Fall ist.

Am wichtigsten ist die Erhaltung einer bestimmten Wasserfüllung, also einer bestimmten Höhenlage der Ebene  $H_1H_1$  bei gegebener Niveaudifferenz  $h$ . Zu dem Ende hat das Gehäuse  $G$  der üblichen nassen Gasmesser an der Eintrittsseite des Gases einen kastenförmigen Vorbau, der, soweit er hier in Betracht kommt, aus 4 Kammern

$a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  (Fig. 139) besteht. Die erste Kammer  $a$ , in welche das Gas zunächst eintritt, communicirt mit der zweiten  $b$  durch eine Ventilöffnung  $e$ , die Kammer  $b$  mit  $c$  und  $d$  durch ein Rohr  $ff$ , welches innerhalb  $b$  in der Ebene  $H_1H_1$ , innerhalb  $d$  dagegen nahe dem Boden unter Wasser mündet. Unterhalb  $H_1H_1$  communicirt ausserdem die Kammer  $b$  mit dem Wasserraum des Gehäuses  $G$  und der Trommel, und ist durch die betreffenden Oeffnungen hindurch das Gasrohr  $R_1$  vom Rohre  $ff$  abgezweigt, um innerhalb des durch den gewölbten

Fig. 139.



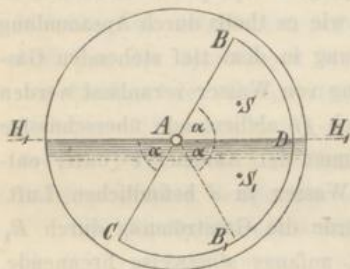
Boden  $BB$  begrenzten Trommelraumes in der Ebene  $H_1H_1$  zu münden. Das Gas gelangt somit auf dem Wege  $aefR_1$  in die Trommel. Unter diesen Umständen ist ein Steigen des Wasserspiegels  $H_1H_1$  über die oberen Mündungen der Röhren  $ff$  und  $R_1$  hinaus, wie es theils durch Ansammlung von Condensationswasser aus der Rohrleitung in dem tief stehenden Gasmesser, theils durch absichtliche Nachfüllung von Wasser veranlasst werden könnte, so lange unmöglich, als das durch  $ff$  abfließende überschüssige Wasser noch nicht diese ganze Röhre sammt der Kammer  $e$  (unter entsprechender Compression der über dem Wasser in  $d$  befindlichen Luft) ausfüllt. Wäre Letzteres der Fall, so würde die Gasströmung durch  $R_1$  unterbrochen und der Consument durch anfangs stossweise brennende, demnächst ganz verlöschende Flammen darauf aufmerksam gemacht. Durch Oeffnen der Schraube  $g$ , die den Luftraum der untersten Kammer  $d$  für gewöhnlich schliesst, kann dann das angesammelte Wasser hier abgelassen werden, was namentlich stets bei der Nachfüllung von Wasser zu geschehen hat. Ist nun auf solche Weise dem Steigen der Wasseroberfläche  $H_1H_1$  über eine gewisse Grenze hinaus (im Interesse des Consumenten) sicher vorgebeugt, so ist dagegen das Sinken derselben unter diese Grenze, herbeigeführt durch überwiegende Verdunstung des Wassers, nicht gehindert; zwar wird die Oeffnung  $e$  durch ein Ventil geschlossen, wenn der dasselbe vermittels einer Ventilstange tragende (in Fig. 139 nicht gezeichnete)



Schwimmer mit dem Wasserstande in der Kammer  $b$  unter eine gewisse Grenze sinkt, doch muss diese hinlänglich tief gelegt werden, um ein lästiges Verlöschen der Flammen nur in Ausnahmefällen eintreten zu lassen, so dass unterdessen schon längst eine erheblich fehlerhafte Messung (zum Nachtheile des Producenten) stattgefunden haben kann, wogegen die Gasfabriken durch periodisches Nachfüllen von Wasser in längeren Fristen sich einigermaassen zu schützen pflegen.

Indem die Verdunstung des Wassers mit seiner Temperatur zunimmt, wird die mit entsprechender Erniedrigung der Wasseroberfläche  $H_1 H_1$  verbundene Benachtheiligung des Gasproducenten zwar theilweise ausgeglichen durch eine zu Ungunsten des Consumenten gleichzeitig stattfindende Verkleinerung der specifischen Masse des Gases, doch bleibt diese Verdunstung immerhin eine Quelle erheblicher Unsicherheit der Messung, und hat man sich vielfach bemüht, dem Uebelstande abzuhelpfen theils durch Anwendung einer Sperrflüssigkeit, welche, wie Glycerin, der Verdunstung unter den obwaltenden Umständen nur sehr wenig unterworfen ist, theils durch künstliche Mittel zur Erhaltung einer constanten Wasseroberfläche  $H_1 H_1$  trotz der Verdunstung. Sehr einfach wird dieser letztere Zweck erreicht durch den von Elster angegebenen und bei seinen Gasmessern

Fig. 140.



seit langer Zeit mit gutem Erfolge\* benutzten Schwimmer: Fig. 140. Diese Figur stelle einen dem Gasmessergehäuse vorgebauten cylindrischen Kasten dar, in welchen oben das Gas eintritt, während das unten in ihm enthaltene Wasser mit dem Wasser im Gehäuse und in der Trommel communicirt. In diesem Kasten befinde sich ein Schwimmer von halbcylindrischer Form, nämlich mit halbkreisförmigen Endflächen  $ABB_1C$ , bestehend (wie wenigstens zunächst angenommen werde) als massiver Körper aus einer homogenen Substanz, die nur halb so schwer ist wie Wasser; er sei leicht drehbar um die horizontale Axe  $A$  des Kastens, die zugleich die geometrische Axe des Kreiscylinders ist, von welchem der Schwimmer die Hälfte darstellt. Unter diesen Umständen ist leicht einzusehen, dass der Schwimmer nur dann, in diesem Falle aber bei jeder Neigung  $\alpha = H_1AC = DAB = DAB_1$  gegen  $H_1H_1$  im Gleichgewichte sein kann, wenn  $H_1H_1$  durch die Axe  $A$  hindurch geht. Ist das nämlich bei irgend einem Neigungswinkel  $\alpha$  der Fall, so haben für den Sector  $CAB_1$  des



Schwimmers die eigene Schwere und der Auftrieb des Wassers eine die Axe  $A$  schneidende, somit nicht auf Drehung abzielende Resultante, während der andere Sector  $BAB_1$  durch  $H_1H_1$  in zwei Hälften getheilt wird, deren Schwerpunkte  $S$  und  $S_1$  vertical über einander liegen, so dass der in  $S_1$  angreifende Auftrieb des Wassers mit der Resultanten = der Summe der in  $S$  und  $S_1$  angreifenden Schwerkkräfte der Sektoren  $DAB$  und  $DAB_1$  im Gleichgewichte ist. Wenn aber die Wasseroberfläche sinkt, so wird das Gleichgewicht gestört, bis durch die im Sinne einer Verkleinerung von  $\alpha$  erfolgende Drehung des Schwimmers so viel mehr Wasser verdrängt ist, dass  $H_1H_1$  wieder durch die Axe  $A$  hindurch geht. Die Veränderlichkeit von  $\alpha$  ist zwischen einem spitzen Winkel  $\alpha_1$  und einem stumpfen Winkel  $\alpha_2$  begrenzt, und wenn das Instrument bis zu dieser letzteren Grenze  $\alpha = \alpha_2$  mit Wasser angefüllt ist (wobei wieder ein etwaiger Ueberschuss durch ein oben in der Höhe von  $A$  mündendes Rohr abläuft), so dauert es lange, bis durch Verdunstung von Wasser die untere Grenze  $\alpha = \alpha_1$  erreicht ist, bei welcher man die Gaszuleitung durch diesen Regulirungsschwimmer kann schliessen lassen an Stelle des gewöhnlichen im Anschlusse an Fig. 139 besprochenen Ventilschwimmers. Zu bemerken ist schliesslich, dass der hier besprochene Schwimmer thatsächlich nicht als massiver Körper, sondern als ein hohler Halbcylinder aus Blech angefertigt zu werden pflegt, dessen Gewicht ohne die stets für sich im Gleichgewicht um die Axe  $A$  befindliche ebene Blechplatte  $BAC$  halb so gross sein soll wie das Gewicht eines gleich grossen Wasservolumens. Ein solcher Schwimmer entspricht zwar der erklärten Wirkungsweise nicht vollkommen, jedoch mit um so grösserer Annäherung, je mehr sein Gewicht in die zwei halbkreisförmigen ebenen Blechplatten verlegt, aus je dünnerem Blech also die halbcylindrisch gebogene Wand hergestellt wird. —

Die Schwierigkeit der Sicherung eines unveränderlichen Wasserstandes, sowie auch die Störungen, denen nasse Gasmesser bei Frost und bei beträchtlichen Druckdifferenzen unterworfen sind, haben Veranlassung zur Construction von trockenen Gasmessern gegeben, die seit 1844 besonders durch A. Croll und W. Richards eine praktisch bewährte Form erhielten. Die Einrichtung ist in der Hauptsache folgende. In einem Kasten  $K$  ist eine mit einer ebenen Wand desselben parallele runde Scheibe  $S$  normal zu jener Wand und somit zu sich selbst beweglich, während sie am Rande mit einem entsprechenden auf der Kastenwand befestigten Ringe durch einen eigens präparirten ringförmigen Leder Schlauch verbunden ist; derselbe bildet einen ringsum laufenden Wulst, der sich um so mehr abflacht (einem Hohlcyliner nähert), je mehr sich



die Scheibe  $S$  von der Kastenwand entfernt. Indessen ist diese Entfernung dadurch in bestimmte Grenzen eingeschlossen, dass die Scheibe durch einen geeigneten Mechanismus (Schwingkurbelmechanismus, dessen Schwinde von  $S$  hin und her gedreht wird) mit einer rotirenden Welle  $W$  zwangsläufig zusammenhängt, von welcher aus zugleich ein Muschelschieber in einem Schieberkasten bewegt wird behufs einer solchen Vertheilung des in diesen Kasten mit dem Drucke  $p_1$  einströmenden Gases, dass es abwechselungsweise in die erste und zweite der beiden Abtheilungen einströmt, in welche der Kasten  $K$  durch die Scheibe  $S$  nebst Lederschlauch getheilt wird, während gleichzeitig aus der anderen Abtheilung das beim vorigen Spiel eingeströmte Gas durch die Höhlung des Schiebers hindurch in das Gasabflussrohr  $R_2$  mit dem kleineren Drucke  $p_2$  entweicht. Der ganze Mechanismus ist demjenigen einer ohne Expansion doppelt wirkenden Dampfmaschine entsprechend, deren Dampfzylinder durch den Kasten  $K$  und deren Kolben durch die mit dem Lederschlauch verbundene Scheibe  $S$  ersetzt ist, die ebenso wie der Kolben, aber ohne Reibung und doch mit dichtem Abschlusse abwechselungsweise im einen und anderen Sinne ein stets gleiches Volumen  $V$  als Einheit des zu messenden Gasvolumens durchläuft. Die Bewegung wird unterhalten durch die Druckdifferenz  $= p_1 - p_2$  des ein- und ausströmenden, also des einer- und andererseits von der Scheibe  $S$  befindlichen Gases, die sich dem Widerstande entsprechend von selbst regulirt. Die Gleichförmigkeit des Gasstromes und des Druckes  $p_2$  im Abflussrohr  $R_2$  wird dadurch erhöht, dass zwei gleiche solche Apparate mit derselben rotirenden Welle  $W$  so verbunden werden, dass von den zwei Scheiben  $S$  sich stets die eine in einer mittleren Lage befindet, wenn die andere am Ende ihres Weges angekommen ist.

Die Abhängigkeit der gemessenen Gasmasse vom Zustande (Druck und Temperatur) des Gases ist natürlich bei trockenen Gasmessern dieselbe wie bei nassen, kann aber nöthigenfalls in Rechnung gestellt werden. Im Uebrigen sind auch die trockenen Gasmesser mit Mängeln behaftet, die besonders in beschränkter Geschmeidigkeit und Haltbarkeit des Leders und in der Mangelhaftigkeit des dichten Schieberabschlusses ihren Grund haben; auch können merkliche Aenderungen des Messungsergebnisses durch kleine Aenderungen der Gasvertheilung, nämlich dadurch verursacht werden, dass Oeffnung und Schliessung der Gaswege durch den Vertheilungsschieber nicht immer genau denselben Lagen der beweglichen Scheibe  $S$  entsprechen. Indessen sind diese Fehler von solcher Art, dass sie durch sorgfältige Ausführung erheblich vermindert werden können. Ob sie dann kleiner zu erhalten sind, als diejenigen von nassen Gasmessern, ist lediglich Sache



der Erfahrung, welche vielfach, besonders in England, auch in manchen Städten Deutschlands, zum Ersatze der nassen Gasmesser durch trockene Veranlassung gegeben hat.

§. 137. Wassermesser.

Instrumente zur Messung von Wasser, überhaupt von wässerigen Flüssigkeiten, die im Allgemeinen je nach den Umständen und Anforderungen besonderer Zwecke von sehr mannigfach verschiedener Art sein können, sollen hier nur unter der Voraussetzung besprochen werden, dass sie ähnlich wie die im vorigen Paragraph betrachteten Gasmesser nicht nur ganz automatisch wirken, sondern auch an beliebiger Stelle in eine Rohrleitung eingeschaltet werden können, ohne einen grösseren, als zur Ueberwindung von Widerständen unvermeidlichen Druckverlust zur Folge zu haben, so dass also z. B. das in einer städtischen Wasserleitung zugeführte Wasser auch nach seiner Messung noch bis zum Dache des betreffenden Gebäudes aufzusteigen, das Speisewasser eines Dampfkessels in diesen einzuströmen im Stande ist u. s. f. Wassermesser von solcher Art beruhen entweder auf demselben Princip wie die erwähnten Gasmesser, nämlich darauf, dass ein bestimmter Raum wiederholt mit dem Wasser abwechselungsweise angefüllt und entleert und die Anzahl dieser Wiederholungen durch ein Zählwerk registriert wird, oder auf indirecter Messung des relativen Weges, längs welchem das Wasser durch einen bestimmten Querschnitt fliesst, durch Registrirung der Umdrehungen eines rotirenden festen Körpers, dessen Winkelgeschwindigkeit in bestimmter Weise von jener relativen Geschwindigkeit abhängt, mit welcher das Wasser den fraglichen Querschnitt durchströmt. Mit Rücksicht auf diese zweierlei Wirkungsweisen von Wassermessern können sie als stereometrische und tachometrische unterschieden werden.

Bei den stereometrischen Wassermessern wird der Schluss (die Begrenzung) des periodisch mit Wasser anzufüllenden und zu entleerenden, übrigens von einer starrwandigen Kammer gebildeten Maassraumes durch einen relativ gegen die Kammerwand beweglichen Körper vermittelt, der ein gleichfalls starrer Körper (ein Kolben) oder ein zwar fester, aber ganz oder theilweise biegsamer Körper (eine Membran) oder eine Flüssigkeit sein kann, so dass danach diese Wassermesser als solche mit Kolbenschluss, Membranschluss oder Flüssigkeitsschluss zu unterscheiden sind.

Die Ausführungsform eines stereometrischen Wassermessers mit Kolbenschluss, bei welchem die relative Bewegung des den Maass-



raum durchlaufenden Kolbens durch eine gewisse Druckdifferenz des auf beiden Seiten desselben befindlichen Wassers bewirkt wird, kann ebenso mannigfach verschieden sein, wie diejenige einer analogen Kraftmaschine, bei welcher nur der Unterschied stattfindet, dass der entsprechend grössere Ueberdruck auf den Kolben ausser der Ueberwindung von Bewegungswiderständen der Maschine selbst noch eine anderweitige Arbeit zu leisten hat. Vor Allem kann hier wie dort der Kolben entweder eine hin- und hergehende und dann am besten geradlinige oder eine stetig in einerlei Sinn rotirende Bewegung haben.

Der erste Fall empfiehlt sich dadurch, dass ein geradlinig in entsprechendem Hohlcylinder beweglicher Kolben viel besser dicht schliessend zu erhalten ist, als ein rotirender, und haben deshalb solche Wassermesser zu technischen Zwecken, z. B. zur Messung des Speisewassers von Dampfkesseln, mehrfach nützliche Anwendung gefunden. Durch den Umstand aber, dass sie einer besonderen Steuerung bedürfen, um das zu messende Wasser abwechselungsweise auf die eine und andere Seite des Kolbens zu leiten, wird für die gewöhnliche Verwendung zum Zwecke der Zumessung des Wassers aus einer städtischen Leitung an die einzelnen Consumenten ihre Einrichtung zu complicirt und ihr Preis zu hoch, während es andererseits bei dem geringen Preise des Wassers an sich hier zulässig erscheint, möglichste Einfachheit, Dauerhaftigkeit und Billigkeit bis zu gewissem Grade durch Verminderung der Messungsgenauigkeit zu erkaufen. Wenn für einen Pfennig als kleinste Wertheinheit 0,1 Cubikmeter Wasser geliefert wird, so kann es auf Messungsfehler von solcher Grösse beim Wasserverkauf nicht ankommen, während sie für technische Messungszwecke sehr erheblich sein mögen.

Wassermesser mit rotirender Kolbenbewegung sind im Allgemeinen so eingerichtet, dass in die Rohrleitung ein Gehäuse von der Form eines hohlen Umdrehungskörpers eingeschaltet ist, in welchem durch den Ueberschuss des Druckes im Zuflussrohr über denjenigen im Abflussrohr ein drehbarer Kolben (von sehr mannigfacher Form) bezw. ein System von Kolben in Rotation versetzt wird, während diese so angeordnet sind, dass die von ihnen begrenzten Maasskammern bei der Rotation abwechselungsweise sich vergrössernd mit dem Zuflussrohre, sich verkleinernd mit dem Abflussrohre communiciren, dazwischen aber möglichst ohne Grössenänderung nach beiden Seiten abgesperrt sind.

Stereometrische Wassermesser mit Membranschluss, z. B. nach Art der im vorigen Paragraph besprochenen trockenen Gasmesser, erfüllen zwar insofern, als sie bei fehlerfreier Beschaffenheit der Membran



einen dichten Abschluss ohne Reibung gestatten, den Messungszweck bei leichtem Gange so vollkommen wie möglich; abgesehen davon aber, dass sie analog den Kolbenapparaten mit hin- und hergehender Kolbenbewegung einer besonderen Steuerung bedürfen, um das Wasser abwechselungsweise auf die eine und die andere Seite der mit ihrem Rande an der Gehäusewand befestigten Membran zu leiten, ist ihrer allgemeineren Benutzung die allzu beschränkte Widerstandsfähigkeit der aus welcher Substanz immer bestehenden Membran gegen den Einfluss ihrer oft wiederholten Deformation unter grösserem Druck und gegen die Einwirkung des Wassers im Wege, besonders wenn dieses, wie z. B. zur Dampfkesselspeisung, von höherer Temperatur ist. Bei Gasmessern macht sich dieser Uebelstand weniger geltend, weil höhere Temperaturen dabei nicht vorkommen und auch die Druckdifferenzen stets sehr klein sind.

Ein stereometrischer Wassermesser mit Flüssigkeitsschluss und rotirender Bewegung würde aus dem nassen Gasmesser (Fig. 138, §. 136) dadurch hervorgehen, dass als Sperrflüssigkeit eine solche verwendet würde, die schwerer als Wasser, und nicht mischbar mit ihm ist, wie namentlich Quecksilber, wenn es sich nicht aus leicht begreiflichen Gründen verböte. Auch könnte dieser Gasmesser in umgekehrter Stellung als Wassermesser dienen, entsprechend einer Drehung von Fig. 138 um  $180^\circ$ , so dass die Röhren  $R_1$  und  $R_2$  nach unten mündeten und der dort mit Gas erfüllte Raum Wasser, der Wasserraum Luft als Sperrflüssigkeit enthielte; in dem mit der Zufussröhre  $R_1$  communicirenden Trommelraume stände das Wasser höher, als in dem mit  $R_2$  communicirenden übrigen Trommel- und Gehäuseräume. Bei der durch die umgekehrte Figur 138 dargestellten Lage wäre die Kammer  $BC$  in der Füllung mit Wasser begriffen, in der Kammer  $AB$  das zu messende Wasser abgesperrt, die Kammer  $DA$  in der Entleerung begriffen und  $CD$  ganz mit Luft erfüllt, aber eben im Begriff, mit ihrer vorderen Mündung in das Wasser einzutauchen; die Scheidewand  $A$  wäre diejenige, auf deren unter Wasser befindlichen Theil augenblicklich der die Trommel drehende Ueberdruck wirkt, um aber alsbald, nachdem ihr äusserer Rand  $a_2$  in das Wasser eingetaucht ist, diese Function an die folgende Wand  $B$  abzutreten. Für eine unter atmosphärischem Drucke stattfindende Messung wäre eine solche Einrichtung nicht unbrauchbar, aber bei Einschaltung in eine ununterbrochene Rohrleitung würde die Erhaltung der comprimirtten Luft im oberen Theile des Gehäuses noch viel grössere Schwierigkeit machen, als die des Wassers in einem nassen Gasmesser.

Wenn somit die nach Art von Fig. 138 eingerichteten Wassermesser



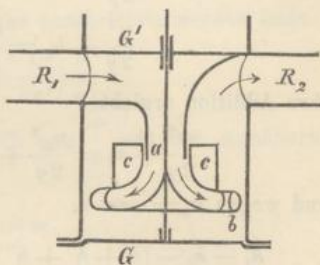
sich zu stereometrischer Functionirung kaum eignen, so empfehlen sie sich doch durch compendiöse Form, Einfachheit und Dauerhaftigkeit, indem sie abgesehen vom Zählwerke nur einen einzigen beweglichen und zwar um eine Axe rotirenden starren Körper enthalten, der nur durch die Lagerung dieser Axe Veranlassung zu Abnutzung giebt. Ihre allgemeine Form liegt deshalb auch den tachometrischen Wassermessern zum Grunde, die z. Z. fast ausschliesslich bei städtischen Wasserleitungen zur Registrirung des Wasserverbrauches der Consumenten benutzt werden. Die Ausführung derselben ist namentlich durch Siemens seit 1856, von welchem Jahre das erste bezügliche englische Patent datirt, zu einem höheren Grade von Vollkommenheit gebracht worden, indem dabei der rotirende Körper ursprünglich als ein Reactionsrad mit je nach der Grösse variirender Zahl von gekrümmten Canälen, später auch besonders für kleinere Dimensionen noch einfacher als ein Stossrad mit ebenen radial gestellten Flügeln (Schaufeln) ausgeführt wurde. Trotzdem hier zwischen dem Zufluss- und dem Abflussrohre des Wassers eine beständige Communication stattfindet, so dass bei sehr kleiner Durchflussgeschwindigkeit des Wassers ihr Verhältniss zur Drehungsgeschwindigkeit des Rades allerdings sehr schwankend sein, ja das Rad ganz in Ruhe bleiben, das Wasser ganz ungemessen das Instrument durchfliessen kann, lehrt doch die Erfahrung, dass im Durchschnitt diese Wassermesser ohne Reparaturbedürftigkeit während etwa dreijährigem Dienste eine Messungsgenauigkeit von 3<sup>o</sup>/<sub>10</sub> gestatten und damit dem Bedürfnisse des Wasserverkaufs (im Gegensatze zu den Anforderungen technisch-wissenschaftlicher Zwecke, die nach wie vor eine stereometrische Messungsmethode vorziehen lassen) genügend entsprechen.

Die Trommel des im Princip durch Fig. 138 dargestellten Gasmessers würde sich als ein Wasser messendes Reactionsrad verhalten, wenn der ganze Trommel- und Gehäuseraum mit Wasser erfüllt, das Zuflussrohr  $R_1$  aber wasserdicht durch die betreffende Seitenwand der Trommel hindurchgeführt wäre, um das Wasser zu hindern, auf anderem Wege zum Abflussrohr  $R_2$  zu gelangen, als dadurch, dass es die gekrümmten Canäle zwischen den Wänden  $A, B, C, D$  durchströmend und aussen bei  $a_2, b_2, c_2, d_2$  ausfliessend die Trommel durch den Reactionsdruck in Drehung versetzt. Bei dem Siemens'schen Wassermesser mit Reactionsrad sind die Mittellinien der Canäle des letzteren doppelt gekrümmte Curven; seine Einrichtung und Anordnung ist durch Fig. 141 angedeutet. Das aus dem Rohr  $R_1$  kommende Wasser fliesst in das Reactionsrad im Sinne seiner Axe bei  $a$  ein vermittels eines Mundstückes, welches wasserdicht in das darum rotirende Rad hineinreicht. Am Umfange des letzteren, u. A. bei  $b$



in Fig. 141, fließt das Wasser horizontal in tangentialer Richtung aus, um demnächst im Gehäuse  $G$  aufwärts und durch  $R_2$  weiter zu fließen. Die bei  $c, c$  angedeuteten radialen Flügel sollen ähnlich wie die Windfänge gewisser Uhrwerke eine regulirende Wirkung auf die Drehung des Rades ausüben, dessen Welle wasserdicht in ein Gehäuse  $G'$  hineinreicht, um das darin befindliche Zählwerk in Bewegung zu setzen.

Fig. 141.



Zu näherer Untersuchung des Wirkungsgesetzes dieses Gasmessers werde angenommen, dass die Axe des Reactionsrades vertical ist und dass die Mittellinien der Röhren  $R_1, R_2$  in einer horizontalen Geraden liegen;

$a$  sei die Höhe dieser Geraden über der Einflussmündung  $a$  in das Rad,  
 $b$  die Höhe der letzteren über den Mittelpunkten der Ausflussmündungen  $b$ ,  
 $F$  die Summe der Flächeninhalte dieser Ausflussmündungen,

$r$  ihr Mittelpunktsabstand von der Axe,

$u$  die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Wassers in den gleich weiten Röhren  $R_1$  und  $R_2$ ,

$h_1$  seine Druckhöhe in  $R_1$ ,

$h_2$  seine Druckhöhe in  $R_2$ ,

$u_1$  die Geschwindigkeit in der Mündung  $a$  (zugleich absolute Ausflussgeschwindigkeit aus  $R_1$  und relative Einflussgeschwindigkeit in das Rad),

$H_1$  die Druckhöhe daselbst,

$w$  die relative,  $u_2$  die absolute Ausflussgeschwindigkeit aus der Mündung  $b$ ,

$H_2$  die Druckhöhe daselbst,

$\omega$  die Winkelgeschwindigkeit,  $v = r\omega$  die Peripheriegeschwindigkeit des Rades.

Mit Rücksicht darauf, dass die Arbeit der Centrifugalkraft pro 1 Kgr. Wasser auf dem Wege von  $a$  bis  $b$ :

$$k = \frac{\omega^2}{g} \int_0^r x dx = \frac{\omega^2 r^2}{g \cdot 2} = \frac{v^2}{2g}$$

ist, gelten dann im Beharrungszustande für die absolute Bewegung von  $R_1$  bis  $a$ , für die relative Bewegung von  $a$  bis  $b$  und für die absolute Bewegung von  $b$  bis  $R_2$ , für welche die Widerstandshöhen bezw.  $= k', k'', k'''$  seien, die folgenden Gleichungen der lebendigen Kraft (siehe Bd. I, §. 78, Gl. 3):



$$\begin{aligned} \frac{u_1^2}{2g} + H_1 &= \frac{u^2}{2g} + h_1 + a - h' \\ \frac{w^2}{2g} + H_2 &= \frac{u_1^2}{2g} + H_1 + b + \frac{v^2}{2g} - h'' \\ \frac{u^2}{2g} + h_2 &= \frac{u_2^2}{2g} + H_2 - a - b - h''' \end{aligned}$$

Ihre Addition ergibt:

$$\frac{w^2}{2g} + h_2 = \frac{u_2^2}{2g} + h_1 + \frac{v^2}{2g} - (h' + h'' + h''')$$

und wegen  $u_2 = w - v$ :

$$h_1 - h_2 - (h' + h'' + h''') = \frac{w^2 - v^2 - (w - v)^2}{2g} = \frac{(w - v)v}{g}.$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist der Theil des ganzen Verlustes  $= h_1 - h_2$  an Druckhöhe, welcher durch den Drehungswiderstand des Rades verursacht wird, nämlich  $=$  der Arbeit dieses Widerstandes pro 1 Kgr. hindurch fließenden Wassers. Ist also  $Rr$  das betreffende Widerstandsmoment oder  $R$  die auf den Abstand  $r$  von der Axe reducirte Grösse des Widerstandes, ferner  $Q_1$  das Volumen,  $\gamma Q_1$  das Gewicht des pro Secunde hindurch fließenden Wassers, so folgt

$$h_1 - h_2 - (h' + h'' + h''') = \frac{Rv}{\gamma Q_1} = \frac{(w - v)v}{g}$$

und mit  $Q_1 = Fw$ :

$$w - v = \frac{gR}{\gamma Fw} \dots \dots \dots (1).$$

Der Widerstand  $R$  besteht aus zwei Theilen, von denen der eine, herührend vom Widerstande des Zählwerkes und von der Reibung der Radwelle in ihren Lagern, als unabhängig von  $v$  zu betrachten ist, der andere aber, entsprechend der Bewegung des Rades im Wasser des Gehäuses  $G$ , proportional  $v^2$  gesetzt werden kann. Mit  $R = C + cv^2$ , unter  $C$  und  $c$  Constante verstanden, ergibt sich dann:

$$w - v = \frac{g}{\gamma F} \frac{C + cv^2}{w} \dots \dots \dots (2).$$

Ist nun  $Q$  das in irgend einer Zeit  $= t$  durch das Instrument hindurch fließende Wasservolumen, welches durch die gleichzeitige Umdrehungszahl  $= z$  des Rades gemessen werden soll, so ist

$$\left. \begin{aligned} Q &= Fwt \\ z &= \frac{vt}{2\pi r} \end{aligned} \right\} \text{ also } \frac{Q}{z} = 2\pi r F \frac{w}{v} \dots \dots \dots (3).$$



Die solcher Messung zu Grunde liegende Voraussetzung, dass  $Q$  und  $z$  einander proportional sind, ist also, da  $2\pi rF$  ein constanter Factor ist, um so zutreffender, mit je grösserer Annäherung  $w$  und  $v$  einander proportional gesetzt werden können. Das Verhältniss dieser Geschwindigkeiten ist durch die Gleichung (2) bestimmt, welche geschrieben werden kann:

$$\frac{w}{v} - 1 = \frac{gc}{\gamma F} \left(1 + \frac{C}{cv^2}\right) \frac{v}{w}$$

Derselben entspricht ein constanter Werth von  $\frac{w}{v}$  mit der Annäherung, mit welcher

$$\frac{gc}{\gamma F} \left(1 + \frac{C}{cv^2}\right) = m \dots \dots \dots (4)$$

= einer Constanten gesetzt werden kann, nämlich

$$\left(\frac{w}{v}\right)^2 - \frac{w}{v} = m; \quad \frac{w}{v} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + m} \dots \dots \dots (5)$$

Jene mit  $m$  bezeichnete Grösse ist aber um so weniger veränderlich, je kleiner  $C$  im Vergleich mit  $cv^2$ , d. h. je kleiner die Reibung des Zählwerkes und der Radwelle im Vergleich mit den Widerständen des Rades im Wasser ist; dadurch sind die Flügel  $c, c$ , Fig. 141, als nützlich für die Genauigkeit der Messung begründet. Die Vergrösserung von  $cv^2$  durch Vergrösserung von  $v$  zu erzielen, ist beschränkt dadurch, dass entsprechend auch  $w$  durch Verkleinerung von  $F$  vergrössert werden müsste, womit die Widerstandshöhe  $h''$  und somit der ganze Verlust an Druckhöhe =  $h_1 - h_2$  vergrössert würde.

Von der Genauigkeit der Messung, bedingt durch einen möglichst constanten Werth von  $\frac{Q}{z}$ , also  $\frac{w}{v}$ , also von  $m$ , ist ihre Empfindlichkeit zu unterscheiden, bedingt durch einen möglichst kleinen Werth der Wassermenge  $Q_1$ , welche pro Secunde ganz ungemessen, d. h. ohne Bewegung des Reactionsrades dasselbe durchfliessen könnte. Dieselbe ist =  $Fw$ , wenn  $w$  die relative Ausflussgeschwindigkeit aus den Mündungen  $b$  bedeutet, welche  $v=0$  entspricht, nach Gl. (12) also

$$w = \sqrt{\frac{gC}{\gamma F}}; \quad Q_1 = \sqrt{\frac{gCF}{\gamma}} \dots \dots \dots (6)$$

Die Empfindlichkeit wird somit gesteigert durch Verkleinerung von  $C$  und von  $F$ ; doch ist die Verkleinerung von  $F$  auch hier beschränkt, weil die ihr entsprechende Vergrösserung von  $w$  und von  $v$  eine durch das Zählwerk zu bewirkende stärkere Uebersetzung ins Langsame, somit ein mit grösserer Reibung verbundenes complicirteres Zählwerk erfordern würde.

lustes  
l des  
s pro  
Wider-  
grösse  
eunde

(1).

her-  
Rad-  
ndere  
ses  $G$ ,  
und  $c$

(2).

durch  
gszahl

(3).



Der bei diesen Entwicklungen vorausgesetzte Beharrungszustand findet nicht statt zu Anfang und zu Ende der Wasserströmung durch das Instrument hindurch, und kann in der That durch häufige Unterbrechung derselben die Genauigkeit der Messung beeinträchtigt werden. Zwar gleichen sich die Einflüsse der zu beschleunigenden und zu verzögernden Masse insofern aus, als dadurch der Eintritt des Beharrungszustandes bei Beginn der Wasserströmung ebenso verlangsamt wird wie später der Eintritt der Ruhe des Rades; dagegen hat der Bewegungswiderstand, haben also insbesondere die Flügel  $c$ ,  $c$  in dieser Hinsicht eine nachtheilige Wirkung, indem dadurch zwar auch der Eintritt des Beharrungszustandes verzögert, später aber der Eintritt der Ruhe beschleunigt wird. Bei häufiger Unterbrechung der Wasserströmung zeigt also das Instrument eine etwas zu kleine Durchflussmenge an, ebenso wie bei dauernder Wasserströmung mit sehr kleiner Geschwindigkeit, entsprechend nach Gl. (3)—(5) etwas grösseren Werthen von  $m$ ,  $\frac{w}{v}$  und  $\frac{Q}{z}$ .

Uebrigens ist wegen unsicherer Kenntniss mehrerer der in den Gleichungen (3)—(5) vorkommender Buchstabengrössen in allen Fällen der Werth von  $\frac{Q}{z}$ , welcher mittleren Werthen von  $Q_1$  entspricht und der Skala des Zählwerkes behufs unmittelbarer Ablesung von  $Q$  zu Grunde liegt, durch Versuche zu bestimmen.

In noch höherem Grade ist das nöthig bei dem Siemens'schen Wassermesser mit Stossrad. Bei demselben strömt das Wasser in mehreren, gewöhnlich 4 Strahlen in nahezu tangentialer Richtung in ein Gehäuse ein, das in die Rohrleitung eingeschaltet ist und in welchem dadurch das Wasser in eine wirbelnde Bewegung versetzt wird, bevor es, durch Stauschaufeln beruhigt, weiterfliesst. Das in diesem Gehäuse coaxial mit ihm gelagerte Stossrad wird dadurch in Drehung versetzt mit einer Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , die derjenigen  $\omega_1$  jenes Wasserwirbels um so näher kommt, je kleiner die Reibungswiderstände sind, die sich der Drehung des Rades entgegensetzen und je vollständiger der Axialschnitt des Gehäuses von den Flügeln des Stossrades ausgefüllt wird. Indem aber  $\omega_1$  nach einem von den Dimensionen des Gehäuses abhängigen Verhältnisse dem pro Secunde hindurch strömenden Wasservolumen  $Q_1$  proportional ist, ergibt sich auch  $\omega$  nahe proportional  $Q_1$  oder für irgend eine Zeit  $t$  die Umdrehungszahl  $z = \frac{\omega t}{2\pi}$  des Rades proportional der Wassermenge  $Q = Q_1 t$ .



## II. Uhren. (Chronometer.)

### §. 138. Einleitung.

Die Zeit kann gemessen werden durch gleichförmige Bewegungen oder durch Bewegungen von constanter Gesamtdauer, insbesondere durch Schwingungen. Im ersten Falle ist sie einem gewissen Wege proportional und deshalb die Messbarkeit beliebig kleiner Zeitintervalle nur durch diejenige der entsprechenden Wege beschränkt. Im zweiten Falle ist die Dauer der betreffenden Schwingung oder sonstigen Bewegung das kleinste unmittelbar messbare Zeitintervall, abgesehen von blosser Schätzung aliquoter Theile desselben sowie von Methoden zu mittelbarer Messung kleinerer Zeitintervalle, z. B. vermittels zweier gleichzeitig beobachteter Schwingungen von verschiedener Dauer.

Gleichförmige zur Zeitmessung geeignete Bewegungen sind u. A. die Drehung der Erde um ihre Axe, der permanente Ausfluss des Wassers aus der Oeffnung eines Gefässes, in welchem ein constanter Wasserstand erhalten wird, die Bewegung eines niedersinkenden und dabei einen Windfang in Umdrehung setzenden schweren Körpers nach Eintritt des Beharrungszustandes, die Bewegung eines conischen Pendels. Bewegungen von constanter Dauer sind u. A. der Ausfluss einer bestimmten Menge Wasser oder Sand aus einer Oeffnung unter bestimmten Umständen, sowie Schwingungen eines ebenen Pendels oder einer Spiralfeder bei gleich bleibenden Umständen.

Die Zeit einer Umdrehung der Erde um ihre Axe, ein sogenannter Sterntag, d. i. die Zeitdauer zwischen zwei aufeinander folgenden Culminationen eines Fixsternes, ist mit ihren aliquoten Theilen die eigentliche definitorisch als solche festgesetzte Zeiteinheit, durch Vergleichung mit welcher sich andere Bewegungen als gleichförmig oder von constanter Dauer und somit andere Hilfsmittel als brauchbar zur Zeitmessung erst mehr oder weniger mittelbar ergeben. Selbst der gewöhnlich als Zeiteinheit festgesetzte mittlere Sonnentag, d. i. die mittlere Zeitdauer zwischen zwei aufeinander folgenden Culminationen der Sonne, = 86400 Secunden mittlerer Sonnenzeit ist im Grunde durch den Sterntag dadurch bestimmt, dass er im Verhältnisse 86400 : 86164,09 länger als dieser ist.

Die der scheinbaren Bewegung der Sonne entsprechende, im Gegensatze zur mittleren sogenannte wahre Sonnenzeit kann bei Tage in freilich sehr unvollkommener Weise durch die Länge und Richtung des von einem



Körper geworfenen Schattens gemessen werden. Die dazu dienenden sogenannten Sonnenuhren sind ohne Zweifel die ältesten Vorrichtungen zur Zeitmessung; ihre Erfindung wird dem chaldäischen Astronom Brosius (um 640 v. Chr.) zugeschrieben. Durch das Bedürfniss der Zeitmessung auch bei bedecktem Himmel und bei Nacht veranlasst, wurden später etwa 400 Jahre v. Chr. (angeblich von Platon) die Wasser- und Sanduhren erfunden. Letztere haben sich zur Beobachtung bestimmter Zeitabschnitte bis auf den heutigen Tag erhalten, abgesehen von häuslichen Zwecken insbesondere zur Beobachtung eines Zeitraumes von 15 oder 30 Secunden beim Loggen behufs der Geschwindigkeitsmessung von Seeschiffen.

Die Erfindung der Uhren mit Räderwerk, durch ein Gewicht getrieben und durch einen Windfang regulirt, wird von Einigen einem gewissen Pacificus in Verona (850 n. Chr.) zugeschrieben, während nach Anderen die Kreuzfahrer dieselben als eine Erfindung der Sarazenen nach Europa gebracht haben sollen. Sichere Nachrichten über dergleichen Thurmuhren (in Padua, Bologna, Paris, Augsburg, Breslau, Strassburg, Speyer) finden sich aus den Jahren 1340—1400 vor.

Die heutzutage gebräuchlichen Uhren benutzen fast nur Schwingungen von gleicher Dauer als Zeitmaass, und zwar Schwingungen entweder eines Pendels oder einer Spiralfeder mit Schwungrad (Unruhe), erstere besonders zu Thurm- und Hausuhren, letztere zu Taschenuhren. Das Pendel wurde zuerst von Huyghens als Regulator von Uhren benutzt (1656), nachdem Galilei (1595) seine Schwingungsgesetze entdeckt hatte. Die Taschenuhren sollen im 16. Jahrhundert von Peter Hele in Nürnberg erfunden, nach anderen Quellen (Beckmann's Beiträge zur Geschichte der Erfindungen) jedoch schon im 15. Jahrhundert zu finden gewesen sein. Diese ältesten Taschenuhren waren übrigens noch ohne regulirende Spiralfeder (Unruhe), indem vielmehr eine freilich unvollkommene Regulirung des bewegenden Effects der Triebkraft vermittels des sogenannten Spindelganges (siehe später) durch den Rückfall in der Hemmung bewirkt wurde; ihr Fortschritt von Curiositäten zu Instrumenten von wissenschaftlicher Bedeutung ist der von Dr. Hooke im Jahre 1660 erfundenen Spiralfeder-Unruhe zu verdanken.

Das Pendel oder die Unruhe würde ohne weitere Hülfeinrichtungen als Zeitmesser benutzt werden können, wenn es sich nur um die Messung kürzerer Zeitabschnitte handelte, innerhalb welcher durch die Bewegungswiderstände (Reibung und Luftwiderstand) der Schwingungswinkel nicht unmerklich klein wird. Allein abgesehen davon, dass die Grösse dieses Winkels, wenn schon einen untergeordneten, so doch für feinere Messungen



und für eine grosse Zahl von Wiederholungen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Schwingungsdauer ausübt, wird auch meistens eine für lange Zeit andauernde Wirksamkeit des Instrumentes verlangt, die ohne Weiteres um so weniger stattfindet, als ausserdem ein Zählwerk die Zahl der Schwingungen registriren muss, wodurch neue Widerstände verursacht werden von meistens noch viel bedeutenderer Grösse, als diejenigen des Pendels oder der Unruhe für sich. Es muss deshalb vor Allem ein Motor, nämlich eine Betriebskraft mit entsprechendem Mechanismus vorhanden sein, wodurch bei dem verlangten Beharrungszustande gerade das an äusserem Arbeitsvermögen ersetzt wird, was durch die Widerstände in derselben Zeit verloren geht, nämlich in inneres Arbeitsvermögen umgesetzt wird. Mit Rücksicht auf diesen Motor, welcher für sich eine beschleunigte Bewegung hervorzubringen strebt, erhält das Pendel bezw. die Unruhe, wodurch solche Beschleunigung verhindert, vielmehr ein Beharrungszustand von bestimmter Art erhalten wird, den Namen: Regulator.

Eine ganz bestimmte Grösse der bewegendenden Kraft ist zum Betriebe eines gegebenen Uhrwerkes nicht nöthig; wesentlich ist nur, dass sie constant sei. Ist sie nämlich grösser oder kleiner, so findet der Beharrungszustand, der unter allen Umständen eintritt, bei einem grösseren oder kleineren Ausschlagwinkel  $\alpha$  des Regulators statt, welchem entsprechend die Länge  $l$  desselben (des Pendels oder der Spiralfeder) so regulirt werden kann, dass trotz dieses grösseren oder kleineren Winkels  $\alpha$  doch die Schwingungsdauer  $\tau$ , die vorwiegend von  $l$  und nur nebensächlich von  $\alpha$  abhängt, eine gegebene Grösse hat. Ist aber der Grösse der vorhandenen Betriebskraft entsprechend die Regulirung von  $l$  einmal ausgeführt, so ist es allerdings wesentlich, dass jene Kraft constant bleibe, und sofern das nicht vollkommen zu erreichen ist, insbesondere dann nicht, wenn die Betriebskraft in der Elasticität einer sich allmählig aufdrehenden Spiralfeder besteht, und selbst wenn es zu erreichen wäre, wie bei einem Gewichte als Betriebskraft, doch die Reibungswiderstände des Uhrwerkes mancherlei Aenderungen unterworfen sein können, wodurch dann auch die überschüssige auf den Regulator wirkende Betriebskraft, um die es sich eben handelt, dennoch sich ändert, so bleibt noch übrig, solche Vorkehrungen zu treffen, dass eine gewisse Aenderung der nach Abzug der Widerstände des Uhrwerkes (Räderwerkes) verbleibenden nutzbaren Ersatzkraft für die Widerstände des Regulators eine möglichst kleine Aenderung von  $\tau$  zur Folge habe. Das ist der Fall, wenn

- 1) eine selbst beträchtliche Aenderung jener nutzbaren Ersatzkraft eine nur kleine Aenderung von  $\alpha$  bewirkt, und



2) eine gewisse Aenderung von  $\alpha$  eine möglichst kleine Aenderung von  $\tau$  bedingt.

Während Letzteres von der Beschaffenheit des Regulators und seiner Schwingungen abhängt, ist zu ersterem Zwecke die Art und Weise von Wichtigkeit, wie der Motor mit dem Regulator verbunden wird, um ihm den Arbeitsverlust bei jeder Schwingung zu ersetzen; der dazu dienende Mechanismus heisst die Hemmung. Er kommt indessen nur bei solchen Uhren vor, bei denen der Regulator eine periodisch schwingende Bewegung hat; er fehlt bei Uhren mit conischem Pendel, die deshalb auch nur dann einen ebenso gleichförmigen Gang erhalten können, wenn mit besonderer Sorgfalt die Betriebskraft und die Widerstände des Uhrwerkes constant erhalten werden.

Als Bestandtheile einer Uhr sind hiernach im Folgenden näher zu betrachten:

a. der Regulator,

b. der Motor,

c. die Hemmung,

d. das Uhrwerk im engeren Sinne, nämlich der Mechanismus, durch welchen die vorgenannten Theile verbunden sind und die jeweilige Zeit beständig für das Auge (durch auf Zifferblättern rotirende Zeiger) oder event. in gewissen Augenblicken für das Ohr (durch ein Schlagwerk) kenntlich gemacht wird. Zu besonderen Zwecken kann das Uhrwerk ausserdem solche Einrichtungen enthalten, die dazu dienen, die Zeiten des Stattfindens gewisser Ereignisse dauernd behufs beliebig späterer Ablesung zu registriren.

#### a. Der Regulator.

#### §. 139. Das ebene Pendel.

Ist  $l$  die Länge des Pendels = dem Quotient aus dem Trägheitsmoment für die horizontale Aufhängungsaxe durch das Product aus Masse und Schwerpunktsabstand von dieser Axe, ferner  $\alpha$  der Ausschlagwinkel = dem Winkel, um welchen die durch die Aufhängungsaxe und durch den Schwerpunkt des Pendels gehende Ebene auf beiden Seiten gegen die durch die Aufhängungsaxe gehende Verticalebene ausschlägt, so ist, wie die Mechanik lehrt, die Zeit einer einfachen Schwingung (abgesehen von Widerständen):



$$\tau = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \dots \right]$$

oder näherungsweise, wenn  $\alpha$  in Bogenmaass ausgedrückt ist:

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left( 1 + \frac{\alpha^2}{16} \right)$$

oder wenn  $\alpha$  in Graden gegeben ist:

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \pi \sqrt{\frac{l}{g}} (1 + n\alpha^2) \\ \text{mit } n &= \frac{1}{16} \left( \frac{\pi}{180} \right)^2 = 0,00001904 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1).$$

Ist  $\alpha$  verschwindend klein, so ist  $\tau = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ , und damit ein solches Pendel Secunden schwingt, also  $\tau = 1$  sei, müsste

$$l = l_1 = \frac{g}{\pi^2}$$

und insbesondere z. B. an einem Orte, wo  $g = 9,81$  Mtr. pro Sec. ist,

$$l_1 = \frac{9,81}{\pi^2} = 0,9940$$

sein. Mit Rücksicht auf die endliche Grösse von  $\alpha$  ist aber die Länge des Secundenpendels etwas kleiner, nämlich nach Gl. (1) für  $g = 9,81$ :

$$l_1 = \frac{0,994}{(1 + n\alpha^2)^2} \text{ sehr nahe } = 0,994 (1 - 2n\alpha^2),$$

z. B. für  $\alpha = 0 \quad 2 \quad 4 \quad 6$  Grad

$$l_1 = 0,9940 \quad 0,9938 \quad 0,9934 \quad 0,9926 \text{ Mtr.}$$

Wegen des Luftwiderstandes ist  $l_1$  noch etwas kleiner.

Gemäss der Bedingung unter 2) im vorigen Paragraph ist das Pendel ein um so vollkommenerer Zeitmesser bezw. Regulator einer Uhr, je geringeren Einfluss eine Aenderung von  $\alpha$  auf die Schwingungsdauer  $\tau$  ausübt, je kleiner also nach Gl. (1)

$$\frac{d\tau}{d\alpha} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot 2n\alpha,$$

d. h. je kleiner  $\alpha$  ist. Bei Thurmuhren und ordinären Pendeluhren, bei denen  $\alpha$  grösser ist, hat eine geringe Aenderung von  $\alpha$  schon wesentlichen Einfluss auf den Gang der Uhr. Wenn z. B. ein solches Pendel bei dem Ausschlagwinkel  $\alpha$  Secunden schwingt, also

$$1 = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} (1 + n\alpha^2)$$



ist, und wenn dann  $\alpha$  in  $\beta$  sich ändert, so dass

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} (1 + n\beta^2)$$

wird, so macht das Pendel in einer Secunde jetzt

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1 + n\alpha^2}{1 + n\beta^2} \text{ nahe } = 1 + n(\alpha^2 - \beta^2)$$

einfache Schwingungen, in einem Tage also

$$86400 n (\alpha^2 - \beta^2)$$

Schwingungen zu viel. Wäre z. B.  $\alpha = 9^\circ$ ,  $\beta = 8^\circ$ , so machte das Pendel täglich

$$86400 \cdot 0,00001904 (81 - 64) = 28$$

Schwingungen zu viel, d. h. die betreffende Uhr ginge täglich 28 Secunden vor. —

Um die Schwingungsdauer des Pendels auch bei nicht sehr kleinem Ausschlagwinkel von diesem unabhängig zu machen, kann die von Huyghens entdeckte Eigenschaft des Tautochronismus der Cycloide benutzt werden, derzufolge ein schwerer materieller Punkt zu beliebig grossen Schwingungen in einer verticalen Cycloide gleiche Zeiten gebraucht. Gemäss der weiteren Eigenschaft der Cycloide, dass ihre Evolute eine ihr selbst congruente Cycloide ist, deren Scheitelpunkte in den Spitzen der anderen liegen, hat Huyghens ein solches einfaches Pendel von constanter Schwingungsdauer dadurch angenähert hergestellt, dass er eine kleine Kugel, in deren Mittelpunkte ihre Masse als in einem materiellen Punkte concentrirt zu denken ist, an einem Faden aufhing, welcher, in der Spitze einer verticalen und mit horizontaler Basis nach unten convexen Cycloide befestigt, bei den Schwingungen längs dieser sich auf- und abwickeln musste; die bis zum Kugelmittelpunkte gerechnete Fadenlänge war dabei doppelt so gross zu machen wie der Durchmesser des Kreises, von welchem ein Punkt der Peripherie durch Wälzung auf jener Basis die Cycloide beschreibt. Um als Regulator einer Uhr dienen und dazu mit der Hemmung in passende Verbindung gebracht werden zu können, wäre dieses angenähert einfache Huyghens'sche Pendel natürlich nicht geeignet, müsste vielmehr einem sogenannten zusammengesetzten Pendel seine starre Beschaffenheit soweit wie möglich erhalten werden durch Aufhängung der üblichen Pendelstange vermittelst eines nur so langen Bandes, als zu dessen Auf- und Abwicklung längs der cycloidischen Evolutenfläche nöthig ist. In der cycloidischen Bahn wäre dann aber streng genommen nicht der Massenmittelpunkt (Schwerpunkt), sondern der Schwingungsmittelpunkt zu führen, der nur in



einem ganz starren Pendel von fester Lage, hier aber durch möglichste Annäherung an den Massenmittelpunkt zu hinlänglich unveränderlicher Lage zu bringen ist. Ist nämlich  $m$  die Masse eines starren Pendels  $a$  die Entfernung seines Massenmittelpunktes  $M$  von der Aufhängungsaxe  $A$ ,  $mk^2$  sein Trägheitsmoment für die mit  $A$  parallele Schwerpunktsaxe, so ist der Schwingungsmittelpunkt  $S$  derjenige Punkt, welcher in dem von  $M$  auf  $A$  gefällten Perpendikel ausserhalb  $M$  so liegt, dass seine Entfernung von  $A =$  der Länge des mit dem zusammengesetzten isochron schwingenden einfachen Pendels:

$$l = \frac{m(a^2 + k^2)}{ma} = a + \frac{k^2}{a} \dots \dots \dots (2)$$

ist. Seine Entfernung  $SM = l - a = \frac{k^2}{a}$  vom Massenmittelpunkte ist nur

bei constanter Grösse von  $a$ , also bei starrer Beschaffenheit des um eine feste Aufhängungsaxe schwingenden Pendels unveränderlich, jedoch um so kleiner, je kleiner  $k$ , je mehr also die Pendelmasse um die zur Schwingungsebene senkrechte Schwerpunktsaxe herum (durch Verkleinerung des Durchmessers bei vergrösserter Dicke der üblichen linsenförmigen Hauptmasse) zusammengedrängt ist. Ein zusammengesetztes Cycloidalpendel von solcher Art hatte Prof. Stampfer in Wien für die Rathhausthurmuhren in Lemberg ausgeführt, die im Jahre 1848 zerstört wurde, bis dahin aber mit grosser Genauigkeit gegangen sein soll.

Wegen der Schwierigkeit solcher Ausführungen wird es allgemein vorgezogen, den Zweck isochroner Schwingungen durch kleine Ausschlagwinkel  $\alpha$  von gewöhnlichen Kreispendeln zu erstreben in Verbindung mit geeigneten Hemmungen zu möglichster Verhütung von Aenderungen dieses Winkels  $\alpha$  gemäss der Bedingung unter 1) im vorigen Paragraph. Nur ist statt der Aufhängung eines solchen Pendels vermittle einer Keilschneide bei besseren Uhren die Federaufhängung üblich, nämlich die Aufhängung mittels zweier leicht biegsamer Stahlblätter, welche, oben und unten zwischen je zwei Metallschienen befestigt, vermittle dieser oben am Uhrgestelle so aufgehängt sind und unten die Pendelstange so tragen, dass sie oben stets vertical, unten im Sinne der Pendelstange gerichtet bleiben und somit periodisch im einen und anderen Sinne je um einen Winkel  $=$  dem Ausschlagwinkel  $\alpha$  gebogen werden. Fig. 142 stellt eine solche Aufhängung dar, projicirt in der Ansicht links auf die Schwingungsebene, rechts auf eine dazu senkrechte Verticalebene. Ausserdem dass dadurch die Rei-

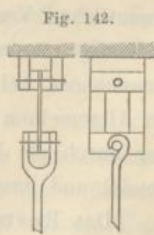


Fig. 142.



bung und überhaupt die Uebelstände eines oxydirbaren Stahlkeiles vermieden werden, kann die Aufhängungsfeder auch einen gewissen Einfluss auf das Schwingungsgesetz ausüben und zwar

1) dadurch, dass durch ihre Krümmung eine mit dem Ausschlagwinkel wachsende kleine Erhebung des Schwingungsmittelpunktes  $S$  über den aus dem Aufhängungspunkte (dem oberen Endpunkte des biegsamen Theiles der Feder) mit seinem Abstände von der tiefsten Lage des Punktes  $S$  als Radius beschriebenen Kreis, also eine Annäherung der Bahn von  $S$  an die dem Isochronismus grosser und kleiner Schwingungen entsprechende Cycloide bewirkt wird,

2) dadurch, dass die Biegearbeit der Feder bei der Entfernung des Pendels aus seiner verticalen Mittellage eine Zunahme seiner Verzögerung, bei der Annäherung an dieselbe eine Zunahme seiner Beschleunigung, aus beiden Gründen folglich eine Verkürzung der Schwingungsdauer  $\tau$ , vielleicht auch zugleich eine Verminderung ihrer Abhängigkeit vom Ausschlagwinkel zur Folge hat, wenn nämlich  $\tau$  bei grossen Schwingungen verhältnissmässig mehr, als bei kleinen, durch jenen Krümmungswiderstand verkleinert wird.

Ob diese vortheilhafte Wirkung der Federaufhängung, wie behauptet wird,\* wirklich in solcher Weise stattfindet, dass es nur darauf ankäme, die Dimensionen der Feder zur Länge und Masse des Pendels in ein passendes Verhältniss zu setzen, um seine Schwingungen ganz isochron zu machen, bedarf näherer Prüfung; doch führt die mathematische Untersuchung bei Berücksichtigung aller Umstände zu weitläufigen Entwicklungen, auf welche hier um so mehr verzichtet werden mag, als sie jene Annahme nicht zu bestätigen scheinen. —

Ein anderer Feind der constanten Schwingungsdauer eines Pendels ist der Einfluss der Temperatur auf die Pendellänge. Bei gewöhnlichen Pendeluhren begnügt man sich in dieser Hinsicht mit gelegentlicher Verstellung der Linse durch eine Stellschraube, bei besseren verfertigt man die Pendelstange aus gut getrocknetem und ausgelangtem Tannenholz, bei den besten sind besondere Compensationen üblich, die im Allgemeinen auf der verschiedenen Ausdehnbarkeit verschiedener Körper durch die Wärme beruhen. Die bemerkenswerthesten sind das Rostpendel und das Quecksilberpendel.

Das Rostpendel, beruhend auf der grösseren Ausdehnbarkeit des

\* Siehe u. A. Moritz Immisch in seiner „Londoner Preisschrift über den Isochronismus der Spiralfeder“, S. 18, und Laboulaye, *Traité de Cinématique*, 3. ed., p. 618.



Zinks im Vergleich mit Eisen oder Stahl, kann in Einzelheiten sehr mannigfach construirt werden; Fig. 143 diene als Beispiel. Die Pendelstange ist dabei in ihrem obersten Theile eine einfache Rundeisenstange, die sich vermittels des Querstückes 1 in zwei dergleichen Rundeisenstangen fortsetzt. Letztere tragen zwischen sich vermittels des Querstückes 2 eine aufwärts reichende Zinkröhre, in welcher eine von oben her hineinreichende Eisenstange an etwas verschiedenen Stellen (an den Stellen der im oberen Theile dieser Röhre in Fig. 143 angedeuteten Löcher) festgeklemmt oder anderweitig befestigt werden kann. Diese letztere Eisenstange trägt endlich mit Hülfe des Querstückes 3, durch welches die von 1 hinabreichenden Stangen ungehindert hindurchgehen, zwei äussere Rundeisenstangen, die das Querstück 2 unbehindert durchdringen und mit ihren unteren Enden in der Linse befestigt sind. Sie sind fest mit dem Querstücke 4 verbunden, das dazu dient, vermittels einer mit feinem Schraubengewinde versehenen Tragstange eine Masse  $L$  in einer Höhlung der Linse etwas zu heben oder zu senken, um die für die Schwingungsdauer maassgebende Länge  $l$  zu corrigiren. Da die zur Compensation wirksame Länge der Zinkröhre sich nur vom unteren Ende bis zu der Stelle erstreckt, wo sie mit der oben hineinreichenden Eisenstange fest verbunden ist, kann durch Aenderung dieser Verbindungsstelle die Compensation als solche (unabhängig von der Länge  $l$  bei einer gewissen gegebenen Temperatur) corrigirt werden.

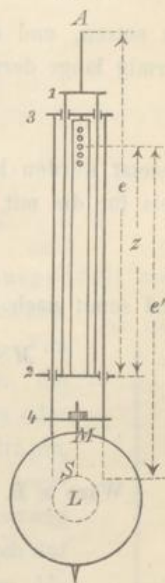
Um abgesehen von dieser nachträglichen Correction ein solches Rostpendel passend construiren zu können, muss die ungefähre Lage des Schwingungsmittelpunktes  $S$  bekannt sein. Zu seiner angenäherten Bestimmung sei, unter  $A$  den Aufhängungspunkt,  $M$  den Massenmittelpunkt,  $L$  den Mittelpunkt der Linse verstanden,

$$AM = a, \quad AS = l, \quad AL = L,$$

Radius der Linse  $= r$ , Masse derselben  $= m_1$ , Masse der Pendelstange  $= m_2$ . Mit Rücksicht darauf, dass das Trägheitsmoment eines flachen homogenen Kugelabschnitts von der Masse  $m$  und Höhe  $h$  für die Umdrehungsaxe

$$= \frac{2}{3} m R h$$

Fig. 143.





gesetzt werden kann, wenn  $R$  den Radius der Kugel bedeutet, ist hier das Trägheitsmoment der Linse von der Dicke  $2h$  für ihre durch  $L$  gehende Umdrehungsaxe nahe

$$= \frac{2}{3} m_1 R h = \frac{1}{3} m_1 r^2$$

zu setzen, und da ferner, falls die Masse der Pendelstange als gleichförmig längs derselben vertheilt in Rechnung gebracht wird,

$$ML = \frac{m_2 a}{m_1 2} \dots \dots \dots (3)$$

gesetzt werden kann, ergibt sich das Trägheitsmoment des ganzen Pendels für die mit der Aufhängungsaxe parallele Schwerpunktsaxe:

$$mk^2 = m_1 \left[ \frac{r^2}{3} + \left( \frac{m_2}{m_1} \right) \frac{a^2}{4} \right] + \frac{1}{3} m_2 a^2$$

und somit nach Gl. (2):

$$MS = \frac{k^2}{a} = \left\{ \frac{m_1}{m} \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{r}{a} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 \right] + \frac{1}{3} \frac{m_2}{m} \right\} a \dots \dots (4)$$

$$\frac{a}{L} = \frac{a}{a + ML}; \quad \frac{l}{L} = \frac{a + MS}{a + ML} \dots \dots \dots (5).$$

Wäre z. B.  $m_1 = \frac{3}{4} m$ ,  $m_2 = \frac{1}{4} m$ ,  $r = \frac{1}{6} a$ , so ergäbe sich:

$$\begin{aligned} ML &= \frac{1}{6} a, & MS &= \frac{1}{9} a \\ a &= \frac{6}{7} L, & l &= \frac{20}{21} L \\ r &= \frac{1}{7} L, & L - l &= \frac{1}{21} L = \frac{1}{3} r \end{aligned}$$

oder bei gegebener Grösse von  $l$ , entsprechend einer gegebenen Schwingungsdauer  $\tau$ :

$$L = \frac{21}{20} l \quad \text{und} \quad a = \frac{9}{10} l \quad \text{für} \quad r = \frac{3}{20} l.$$

Der Massenmittelpunkt dieses Pendels würde im höchsten Punkte der Linse, der Schwingungsmittelpunkt um  $\frac{1}{3}$  des Radius  $r$  über ihrem Mittelpunkte liegen.

Um nun die nöthige Länge der Zinkröhre zu bestimmen, werde dieselbe bis zum mittleren der vorbemerkten Löcher gerechnet  $= z$  gesetzt, so dass die Fehler der Rechnung nachträglich mit Hülfe entsprechender Beobachtungen nach beiden Seiten, sowohl durch Vergrößerung, als durch Verkleinerung von  $z$  corrigirt werden können. Unter der Voraussetzung, dass die äusseren Eisenstangen in einer Höhe  $= L - l$  über dem Mittel-



punkte der Linse in dieser befestigt werden, ist mit den aus Fig. 143 ersichtlichen Bedeutungen von  $e$  und  $e'$ :

$$l = e - z + e'$$

und ändert sich diese Länge, wenn der lineare Ausdehnungscoefficient des Eisens  $= \varepsilon$ , des Zinks  $= \zeta$  ist, für eine Temperaturänderung von  $1^\circ$  um

$$\Delta l = \varepsilon(e + e') - \zeta z = \varepsilon l - (\zeta - \varepsilon)z,$$

so dass, um  $\Delta l = 0$  zu machen,

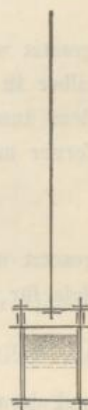
$$z = \frac{\varepsilon}{\zeta - \varepsilon} l \dots \dots \dots (6)$$

gemacht werden müsste, insbesondere mit

$$\varepsilon = 0,000012 \quad \text{und} \quad \zeta = 0,00003 : z = \frac{2}{3} l.$$

Die Einrichtung eines Quecksilbercompensationspendels zeigt Fig. 144. Die Pendelstange trägt ein Querstück, an welchem ihre Länge durch eine Schraube regulirt werden kann. Von den Enden des Querstücks reichen zwei Stangen herab, die mit der Hauptpendelstange aus demselben Material (Eisen oder Stahl) bestehen mögen und welche unten einen Teller tragen, worauf ein cylindrisches, mit Quecksilber beinahe ganz angefülltes Glasgefäß steht. Letzteres wird durch Einklemmung zwischen dem unteren und einem oberen Teller, der durch auf die beiden Tragstangen geschobene Hülsen in constantem Abstände vom Querstücke erhalten ist, festgeklemmt.

Fig. 144.



Ist nun  $e$  die Entfernung der Aufhängungsaxe vom unteren Teller, bzw. vom Boden des Glasgefäßes und  $x$  die Entfernung des letzteren vom Schwingungsmittelpunkte, also

$$l = e - x,$$

so ergibt sich, unter  $\varepsilon$  den linearen Ausdehnungscoefficienten des Eisens und unter  $\xi$  die verhältnissmässige Aenderung von  $x$  für eine Temperaturänderung von  $1^\circ$  verstanden, die entsprechende Aenderung von  $l$ :

$$\Delta l = \varepsilon e - \xi x.$$

Dabei ist, wenn  $\varphi$  den Volumenausdehnungscoefficienten des Quecksilbers und  $\gamma$  den linearen Ausdehnungscoefficienten des Glases bedeutet,  $\xi$  bestimmt durch die Gleichung:

$$1 + \varphi = (1 + \gamma)^2 (1 + \xi) \text{ nahe } = 1 + 2\gamma + \xi,$$

woraus  $\xi = \varphi - 2\gamma$  und

$$\Delta l = \varepsilon e - (\varphi - 2\gamma)x = \varepsilon l - (\varphi - 2\gamma - \varepsilon)x$$

folgt, somit  $\Delta l = 0$  für



$$x = \frac{\varepsilon}{\varphi - 2\gamma - \varepsilon} l \dots \dots \dots (7),$$

insbesondere mit  $\varphi = 0,00018$ ,  $\gamma = 0,000009$  und  $\varepsilon = 0,000012$ :

$$x = \frac{2}{25} l = \frac{2}{27} e.$$

Um bei gegebener Grösse von  $l$  und somit auch von  $e = l + x$  gemäss Gl. (7) die ganze Höhe  $= 2z$  der Quecksilbersäule im Gefässe näherungsweise zu bestimmen, sei  $y$  der Radius des Querschnittes dieser Quecksilbersäule,  $m_1$  ihre Masse incl. Glasgefäss, Teller und Tragstangen,  $m_2$  die Masse der Pendelstange nebst Querstück. Die Punkte  $A$ ,  $M$  und  $S$  mögen die früheren Bedeutungen haben,  $Q$  aber den Mittelpunkt der Quecksilbersäule bedeuten. Dann kann das Trägheitsmoment der Masse  $m_1$  für die durch  $Q$  gehende, zur Schwingungsebene senkrechte Axe nach bekannter Formel

$$= m_1 \left( \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{3} \right)$$

gesetzt werden, falls nur hier mit Rücksicht auf die ausser dem Quecksilber in  $m_1$  einbegriffenen Massen der Radius  $y$  etwas grösser, etwa  $=$  dem äusseren Radius des Glasgefässes angenommen wird. Indem dann ferner mit  $AM = a$  die Strecke  $MQ$  analog Gl. (3):

$$MQ = \frac{m_2 a}{m_1 2} \dots \dots \dots (8)$$

gesetzt werden mag, ergibt sich das Trägheitsmoment des ganzen Pendels für die mit der Aufhängungsaxe parallele Schwerpunktsaxe:

$$mk^2 = m_1 \left[ \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{3} + \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 \frac{a^2}{4} \right] + \frac{1}{3} m_2 a^2$$

und daraus die Strecke  $MS$ :

$$MS = \frac{k^2}{a} = \left\{ \frac{m_1}{m} \left[ \left( \frac{1}{4} \frac{y^2}{z^2} + \frac{1}{3} \right) \left( \frac{z}{a} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 \right] + \frac{1}{3} \frac{m_2}{m} \right\} a \dots (9).$$

Mit Rücksicht auf diese Ausdrücke von  $MQ$  und  $MS$  findet man für angenommene Werthe der Verhältnisse  $\frac{y}{z}$  und  $\frac{m_2}{m_1}$  die gesuchte Länge  $z$  aus den Gleichungen:

$$a + MQ + z = e \quad \text{und} \quad a + MS = l \dots \dots \dots (10)$$

durch Elimination von  $a$ . Oder es kann auch das Massenverhältniss  $\frac{m_2}{m_1}$  für angenommene Werthe von  $\frac{y}{z}$  und  $\frac{z}{x}$  berechnet werden. Wird etwa angenommen:



(7),

$$\frac{y}{z} = \frac{2}{3} \quad \text{und} \quad z = x,$$

so dass der Schwingungsmittelpunkt *S* mit dem Punkte *Q* zusammenfällt, so folgt aus der ersten der Gleichungen (10) mit Rücksicht auf Gl. (8):

$$a + MQ = e - x = l; \quad \frac{l}{a} = 1 + \frac{1}{2} \frac{m_2}{m_1} \dots \dots \dots (11),$$

und weil dann mit  $x = \frac{2}{25} l$ :

$$\frac{z}{a} = \frac{x}{a} = \frac{2}{25} \frac{l}{a} = 0,08 + 0,04 \frac{m_2}{m_1}$$

ist, ergibt sich aus der zweiten Gleichung (10) mit Rücksicht auf (9):

$$\frac{l}{a} = 1 + \frac{m_1}{m} \left[ \frac{4}{9} \left( 0,08 + 0,04 \frac{m_2}{m_1} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 \right] + \frac{1}{3} \frac{m_2}{m}.$$

Die Gleichsetzung dieses und des Ausdruckes von  $\frac{l}{a}$  nach (11) liefert mit den Bezeichnungen:

$$\frac{m_2}{m_1} = p, \quad \frac{m_1}{m} = \frac{1}{1+p}, \quad \frac{m_2}{m} = \frac{p}{1+p}$$

eine Gleichung, welche auf die Form gebracht werden kann:

$$p + 1,52 p^2 = 0,01736$$

und aus welcher sich ergibt:

$$p = \frac{m_2}{m_1} = 0,017.$$

Indem das Längenverhältniss der Pendelstange und der Quecksilbersäule nahe  $= \frac{25}{4}$ , das Dichtigkeitsverhältniss von Quecksilber und Eisen nahe  $= 1,8$  ist, entspricht jenes Massenverhältniss einem Verhältnisse  $= \delta$  der Durchmesser von Pendelstange und Quecksilbersäule, welches näherungsweise durch die Gleichung

$$p = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{1,8} \frac{25}{4} \delta^2$$

bestimmt ist und  $= 0,07$  gefunden wird für  $p = 0,017$ .

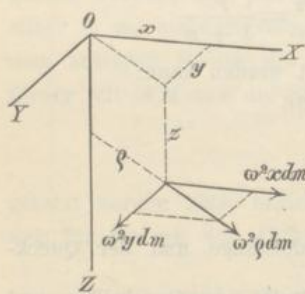
Die Fehler, welche dem hiernach construirten Pendel hinsichtlich seiner Schwingungsdauer  $\tau$  bei gegebener Temperatur und des etwa noch verbliebenen Einflusses der letzteren auf die Schwingungsdauer anhaften, sind schliesslich mit Hilfe von Schwingungsbeobachtungen vermittels der oben erwähnten Regulierungsschraube und durch nachträgliche kleine Aenderung der Quecksilberfüllung des Gefässes zu corrigiren.



§. 140. Das conische Pendel.

Von einem schweren Körper mit dem Schwerpunkte  $S$ , der Masse  $m$ , also dem Gewichte  $mg$  sei ein Punkt  $O$  fest, und es bewege sich um ihn der Körper so, dass die Gerade  $OS=r$  mit der Lothrechten  $OZ$  durch  $O$  einen unveränderlichen Winkel  $SOZ=\alpha$  bildet und dass die Ebene  $SOZ$ , von welcher zunächst vorausgesetzt wird, dass sie eine feste Lage im Körper hat, mit constanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um  $OZ$  rotirt. Damit das der Fall sei, während keine anderen Kräfte auf den Körper wirken, als die Schwerkäfte und Centrifugalkräfte seiner Massenelemente, muss nicht nur  $\omega$  von bestimmter Grösse, sondern auch die Massenvertheilung des Körpers von gewisser Art sein. Indem nämlich, wenn im Körper die Axe  $OY$  senkrecht zur Ebene  $SOZ$  und in dieser  $OX$  senkrecht zu  $OZ$  angenommen wird, die in  $S$  angreifende resultirende Schwerkraft des Körpers mit dem Momente  $mgr \sin \alpha$  um  $OY$  im Sinne einer Verkleinerung des Winkels  $\alpha$  zu drehen strebt, müssen die Centrifugalkräfte, an den Punkt  $O$  versetzt, ein resultirendes Paar mit der Ebene  $XOZ$  liefern, welches mit einem Momente  $=mgr \sin \alpha$  den Winkel  $\alpha$  zu vergrössern strebt. Wie aus Fig. 145 ersichtlich ist, geben aber die Centrifugalkräfte  $\omega^2 \rho dm$  der Massenelemente  $dm$  bei ihrer Versetzung an den Punkt  $O$  ein Kräftepaar,

Fig. 145.



das sich im Allgemeinen in zwei Componentenpaare in den Ebenen  $ZY$  und  $ZX$  bezw. mit den Momenten

$$M_x = \omega^2 \int yz dm \text{ und } M_y = \omega^2 \int xz dm$$

zerlegen lässt, so dass die obigen Voraussetzungen an die Bedingungen geknüpft sind:

$$\int yz dm = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\omega^2 \int xz dm = mgr \sin \alpha \dots \dots \dots (2).$$

Die erste ist erfüllt, wenn, wie angenommen werde, die Körpermasse in Bezug auf die Ebene  $SOZ$  symmetrisch vertheilt ist.

In Gl. (2) werde das Integral  $\int xz dm$  auf eine andere Form gebracht vermittels einer Coordinatentransformation, entsprechend dem Ersatze der Axen  $OZ$  und  $OX$  durch die Axen  $OU$  und  $OV$ , Fig. 146,



von denen erstere in  $OS$  liegt, letztere in der Ebene  $SOZ$  normal zu  $OS$  ist. Sind dann  $u, v$  die betreffenden Coordinaten eines Massenelementes, die bei unveränderter Coordinate  $y$  an die Stelle von  $z, x$  treten, so ist

$$x = u \sin \alpha + v \cos \alpha$$

$$z = u \cos \alpha - v \sin \alpha$$

$$\int xz dm =$$

$$\sin \alpha \cos \alpha \int (u^2 - v^2) dm + (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \int uv dm.$$

Ist aber, wie weiter angenommen werde, die Körpermasse auch in Bezug auf die Ebene  $SOY$  symmetrisch vertheilt, so ist

$$\int uv dm = 0 \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{und } \int xz dm = \sin \alpha \cos \alpha (\int (u^2 + v^2) dm - 2 \int v^2 dm) = (Q - q) \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\text{mit } Q = \int (u^2 + v^2) dm \text{ und } q = 2 \int v^2 dm \dots \dots \dots (4).$$

$Q$  ist das Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf die Axe  $OY$ ,  $q$  das Doppelte seines Trägheitsmomentes in Bezug auf die Ebene  $SOY$ . Die Gleichung (2) erhält jetzt die Form

$$\omega^2 (Q - q) \cos \alpha = mgr$$

und folgt daraus

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}} \text{ mit } l = \frac{Q - q}{mr} \dots \dots \dots (5)$$

und die Zeit einer Umdrehung:

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}} \dots \dots \dots (6).$$

Reducirte sich der Körper auf einen materiellen Punkt  $S$  mit der Masse  $m$ , so wäre  $q = 0$ ,  $Q = mr^2$ , also  $l = r$ . —

Vorstehenden Entwicklungen lag die Voraussetzung zu Grunde, dass die Ebene  $SQZ$  von fester Lage im Körper ist, wie es dann der Fall sein würde, wenn letzterer um  $OY$  als um eine Charnieraxe drehbar wäre, die um die Verticale  $OZ$  mit der durch Gl. (5) bestimmten constanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotirt. In der That aber pflegt das als Regulator einer Uhr dienende conische Pendel in der durch Fig. 147 angedeuteten Weise aufgehängt zu werden vermittels einer Art von elastischem Universalgelenk, gebildet durch zwei Paar Federn (analog der Federaufhängung des ebenen Pendels, Fig. 142), deren bei verticaler Lage des Pendels selbst verticale Ebenen sich rechtwinklig in  $OZ$  schneiden. Die Bewegung des Pendels ist dann zusammen-

Fig. 146.

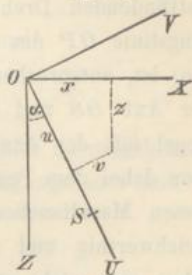
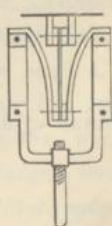


Fig. 147.





gesetzt aus der Drehung mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um  $OZ$  und einer im umgekehrten Sinne mit ebenso grosser Winkelgeschwindigkeit stattfindenden Drehung um  $OS$ , so dass nicht  $OZ$ , sondern die Halbierungslinie  $OP$  des Winkels  $SOZ$  die Polaxe (augenblickliche Drehungsaxe) ist, entsprechend der Abwälzung eines im Pendel festen Kegels mit der Axe  $OS$  und dem halben Oeffnungswinkel  $SOP$  auf einem festen Kegel mit der Axe  $OZ$  und dem halben Oeffnungswinkel  $ZOP$ . Indem aber dabei dem Pendel die Form eines Umdrehungskörpers gegeben wird, dessen Meridianebenen auch in Betreff der Massenvertheilung einander gleichwerthig und in Bezug auf die Umdrehungsaxe symmetrisch sind, heben sich nicht nur die aus der Drehung um  $OS$  entspringenden Centrifugalkräfte der Massenelemente paarweise auf, sondern bleibt auch die Körpermasse beständig in Bezug auf die Ebenen  $SOZ$  und  $SOY$  symmetrisch vertheilt, so dass die Gleichungen (5) und (6) ihre Gültigkeit behalten. Zugleich erhält  $q$  die Bedeutung des Trägheitsmomentes für die Axe  $OS$ , da dieses stets = der Summe der Trägheitsmomente für zwei zu einander senkrechte durch  $OS$  gehende Ebenen ist, letztere aber hier gleichwerthig sind.

Besteht das Pendel aus einer dünnen cylindrischen homogenen Stange vom Gewichte  $A$  und von der Länge  $a$  nebst einer homogenen Kugel vom Gewichte  $B$ , deren in der Mittellinie der Stange gelegener Mittelpunkt die Entfernung  $b$  vom Aufhängungspunkte hat, und werden die auf beide entfallenden Antheile von  $Q$  und  $q$  beziehungsweise mit  $Q_1$ ,  $Q_2$  und  $q_1$ ,  $q_2$  bezeichnet, so ist  $q_1 = 0$  zu setzen und

$$Q_1 = \frac{1}{3} \frac{A}{g} a^2, \quad Q_2 = \frac{B}{g} b^2 + q_2,$$

somit nach Gl. (5):

$$l = \frac{\frac{1}{3} A a^2 + B b^2}{\frac{1}{2} A a + B b} = b \frac{1 + \frac{1}{3} \frac{A a^2}{B b^2}}{1 + \frac{1}{2} \frac{A a}{B b}} \dots \dots \dots (7)$$

etwas  $< b$ , da  $\frac{1}{3} \frac{a}{b} < \frac{1}{2}$  oder  $b > \frac{2}{3} a$  ist. Uebrigens ist nach Gl. (6):

$$\frac{d\tau}{d\alpha} = -\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\cos \alpha}}$$

um so kleiner, je kleiner  $\alpha$ , ebenso wie beim ebenen Pendel. Während bei diesem aber unter  $\alpha$  einen kleinen Winkel verstanden, die Schwin-



gungsdauer  $\tau$  näherungsweise proportional

$$1 + \frac{\alpha^2}{16}$$

ist, ergibt sie sich beim conischen Pendel proportional:

$$\sqrt{\cos \alpha} = \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{2}} = 1 - \frac{\alpha^2}{4}.$$

Eine Aenderung des kleinen Winkels  $\alpha$  übt folglich hier im umgekehrten Sinne einen 4 mal so grossen Einfluss auf die Schwingungsdauer aus, als beim ebenen Pendel.

#### §. 141. Die Unruhe.

Die Unruhe besteht aus einem kleinen Schwungrade, dessen Axe in festen Lagern drehbar ist, und einer Spiralfeder, welche, indem sie mit 8 bis 12 Windungen die Axe des Rades umgibt, mit ihrem einen Ende an diesem, mit dem anderen am Lagergestell befestigt ist. Wird die Unruhe durch Anstoss aus ihrer Gleichgewichtslage entfernt, so wird sie durch die Elasticität der sich abwechselungsweise zusammendrehenden und aufdrehenden Spiralfeder in Schwingungen erhalten, so lange die durch den Anstoss mitgetheilte lebendige Kraft nicht durch Bewegungswiderstände verbraucht ist oder sofern der betreffende Verlust durch periodische Wiederholung des Anstosses ersetzt wird. Die aus Stahldraht von meistens rechteckigem Querschnitte verfertigte Feder ist flach oder cylindrisch, d. h. ihre Mittellinie eine ebene oder cylindrische Spirale (Schraubenlinie). Letztere Form wurde erst später von Arnold eingeführt, findet aber jetzt zu den vollkommensten Unruhe-Uhren, sogenannten Chronometern, vorzugsweise, zu Schiffschronometern ausschliessliche Verwendung. Der wenig gebräuchlichen und kaum durch wesentliche Vorzüge ausgezeichneten sogenannten Tonnenfeder von Houriet sei nur nebenbei Erwähnung gethan; sie unterscheidet sich von der Cylinderfeder dadurch, dass die Durchmesser der Windungen von beiden Enden gegen die Mitte hin zunehmen. Wenn freilich die Mittellinie einer Cylinderfeder in der Gleichgewichtslage vollständig vom einen bis zum anderen Ende eine Schraubenlinie wäre, so müssten auch bei ihr, wenn sie in Schwingungen begriffen ist, die Durchmesser der Windungen nach der Mitte hin zu- oder abnehmen, jenachdem die Feder weiter aufgedreht oder zusammengedreht ist; doch wird solchem Verhalten dadurch entgegengewirkt, dass die Feder an den Enden einwärts gebogen wird, so dass die Mittellinien dieser Endigungen in der Projection auf eine zur



Axe senkrechte Ebene nach Art von Fig. 148 zwei symmetrisch liegende congruente Curven bilden, deren bezw. am Gestell und am Schwungrade feste Endpunkte  $A, A'$  um ungefähr die Hälfte des Windungshalbmessers

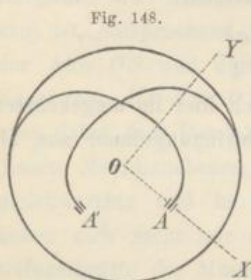


Fig. 148.

von der Axe entfernt sind. Wie im Folgenden näher nachgewiesen wird, bieten diese eigenthümlich gekrümmten Federendigungen das wirksamste Hilfsmittel dar, um die Schwingungen der Unruhe möglichst isochron, d. h. die Schwingungsdauer möglichst unabhängig vom Ausschlagwinkel zu machen, und ist deshalb später auch die flache Spiralfeder in ähnlicher Weise modificirt worden; bei dieser nach ihrem Erfinder benannten Breguet-Feder schliesst sich indessen die fragliche Endigung nur an die äussere Spiralwindung an, und wird dann auch der Isochronismus nicht so vollständig dadurch erreicht. Hierdurch und durch die grössere Leichtigkeit ihrer exacten Herstellung ist die Vorzüglichkeit der cylindrischen Feder hauptsächlich begründet, sofern nicht die dadurch bedingte grössere Dicke der Uhr als Unbequemlichkeit empfunden wird.

Wenn  $\varphi$  der Winkel ist, um welchen das Schwungrad der Unruhe durch ein Kräftepaar, das in einer zur Axe senkrechten Ebene wirkt, aus der ursprünglichen Gleichgewichtslage verdreht wird, so handelt es sich vor Allem um die zwischen  $\varphi$  und dem Moment  $= M$  des Kräftepaares im neuen Gleichgewichtszustande stattfindende Beziehung, von welcher das Schwingungsgesetz und somit die Schwingungsdauer  $\tau$  wesentlich abhängt. Zur Ableitung dieser Beziehung kann die cylindrische Spiralfeder wegen der stets sehr kleinen Steigung ihrer Windungen mit genügender Annäherung gerade so beurtheilt werden wie eine flache Feder von gleichem Material und gleichem Querschnitte, deren Mittellinie mit der Projection der wirklichen Mittellinie auf eine zur Axe senkrechte Ebene zusammenfällt, und wenn dann die somit ebene Mittellinie auf rechtwinklige Coordinatenachsen  $OX, OY$  bezogen wird, deren Ursprung  $O$  in der Drehungsaxe gelegen ist, und mit  $X, Y$  die bezw. nach  $OX$  und  $OY$  gerichteten Componenten der auf die Schwungradwelle wirkenden Lagerreaction bezeichnet werden, so ist für einen beliebigen Querschnitt der Feder, entsprechend dem Punkte  $x, y$  der Mittellinie, das auf Biegung wirkende Kraftmoment

$$= M + Xy - Yx.$$

Es ist positiv oder negativ, jenachdem es im Sinne einer Zunahme oder



Abnahme der ursprünglichen Krümmung wirkt, falls auch  $M$  in gleicher Weise algebraisch verstanden wird und die positiven Coordinatenaxen so gerichtet sind, dass ein positives Moment  $M$  dem Drehungssinne von  $OX$  gegen  $OY$  entspricht. In Fig. 148 ist das der Fall, wenn der in der positiven Axe  $OX$  liegende Endpunkt  $A$  der Federmittellinie ihr unbeweglicher (am Gestell fester) Endpunkt ist.

Nach bekannten Elasticitätsgesetzen\* ist aber jenes auf Verbiegung in Punkte  $x, y$  wirkende Kraftmoment auch

$$= EJ \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right),$$

wenn  $r$  und  $r_0$  die Krümmungsradien der Mittellinie für jenen Punkt bzw. im neuen und im ursprünglichen Gleichgewichtszustande bedeuten, während  $E$  der Elasticitätsmodul des Materials der Feder und  $J$  das Trägheitsmoment ihres Querschnittes für die Biegungsaxe ist. Aus der somit sich ergebenden Gleichung

$$EJ \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) = M + Xy - Yx \dots \dots \dots (1)$$

folgt bei Multiplication mit dem Bogenelemente  $ds$  und Integration längs der ganzen Mittellinie  $= l$ :

$$EJ \varphi = Ml + Xfyds - Yfxds \dots \dots \dots (2)$$

Dabei ist mit Rücksicht darauf, dass die Feder an beiden Enden  $A$  und  $A'$  eingeklemmt ist und dass somit die Normalen ihrer Mittellinie daselbst unter unveränderlichen Winkeln gegen die Radien  $OA$  und  $OA'$  geneigt sind,

$$\varphi = \int \frac{ds}{r} - \int \frac{ds}{r_0}$$

= dem Unterschiede der Windungswinkel der Spiralfeder im neuen und ursprünglichen Gleichgewichtszustande = ihrem Verdrehungswinkel (Drehungswinkel der Normalen im beweglichen Endpunkte  $A' =$  Drehungswinkel des Radius  $OA'$ ), positiv gesetzt im Sinne einer Krümmungszunahme oder Zusammendrehung der Spiralfeder. In demselben Sinne ist die Winkelbeschleunigung der Unruhe, unter  $Q$  ihr Trägheitsmoment für die Drehungsaxe verstanden:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = - \frac{M}{Q} \dots \dots \dots (3)$$

\* Siehe u. A. des Verfassers „Theorie der Elasticität und Festigkeit“, 2. Aufl., Nr. 168.



und nach (2) bei Vernachlässigung der Glieder mit  $X$  und  $Y$ :

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{EJ}{Ql}\varphi.$$

Das allgemeine Integral dieser Gleichung ist, unter  $A$  und  $B$  Constante verstanden:

$$\varphi = A \sin\left(t\sqrt{\frac{EJ}{Ql}}\right) + B \cos\left(t\sqrt{\frac{EJ}{Ql}}\right),$$

entsprechend einer periodischen Aenderung von  $\varphi$  je in den Zeiten:

$$2\pi\sqrt{\frac{Ql}{EJ}}.$$

Das ist die Dauer einer ganzen oder Doppelschwingung, die Dauer einer einfachen Schwingung also:

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{Ql}{EJ}} \dots \dots \dots (4)$$

= einer vom Ausschlagwinkel unabhängigen Constanten. Indessen wird diese Unveränderlichkeit von  $\tau$  gestört durch die Einflüsse der Lagerreaction, der Temperatur und des Bewegungswiderstandes, die deshalb im Folgenden einer näheren Prüfung unterzogen werden sollen nebst den Hilfsmitteln, durch welche sie möglichst unschädlich zu machen sind.

Sind auch diese Einflüsse an und für sich nur geringfügig, so wird ihre Wirkung doch erheblich durch vielmalige Summirung bei Uhren, welche, wie die zur Bestimmung der geographischen Länge auf See dienenden Chronometer, oft lange Zeit ohne Controle bleiben müssen. Bei einem solchen Schiffschronometer ist es zwar nicht nöthig, dass sein sogenannter täglicher Gang, d. h. sein tägliches Voreilen oder Zurückbleiben = Null sei, dagegen ist es wichtig, dass derselbe möglichst constant, also von zufälligen Aenderungen des Ausschlagwinkels, der Temperatur und des Widerstandes unabhängig sei. Ist dann dieser tägliche Gang durch Beobachtung bekannt und ausserdem der sogenannte Stand der Uhr, d. h. die Differenz zwischen ihrer Angabe und der richtigen mittleren Zeit eines gewissen Meridians  $M_0$  an einem bestimmten Tage, so kann man daraus für irgend einen späteren Tag durch Ablesung des Chronometers in einem gewissen Augenblicke die richtige mittlere Zeit jenes Meridians  $M_0$  für denselben Augenblick durch Anbringung der betreffenden Correction erhalten. Indem also durch astronomische Beobachtung die mittlere Zeit eines anderen Meridians  $M$  bestimmt wird, auf welchem das Schiff sich eben befindet, erhält man die



geographische Länge durch Umsetzung des gefundenen Zeitunterschiedes beider Meridiane in Längenunterschied mit Rücksicht darauf, dass 4 Zeitminuten einem Längengrade entsprechen.

Vollkommene Unveränderlichkeit des täglichen Ganges ist natürlich nicht zu erreichen und ist vielmehr ein Chronometer schon recht gut, wenn die grösste vorkommende Verschiedenheit der Umstände eine Abweichung des täglichen Ganges vom Monatsmittel desselben höchstens bis zu 2 Secunden zur Folge hat und dieses Monatsmittel sich während eines Jahres um nicht mehr als eine Secunde ändert. Harrison war der Erste, welcher um 1760 dergleichen zur geographischen Längenbestimmung geeignete Chronometer in solcher Vollkommenheit verfertigte, dass er damit einen vom englischen Parlamente ausgesetzten hohen Preis (20000 Pfd. St.) gewann. Die Herstellung eines solchen Chronometers erfordert vor Allem eine Unruhe von solcher Einrichtung, dass dadurch jene störenden Einflüsse fast vollständig compensirt werden gemäss den in den folgenden Paragraphen zu besprechenden Regeln.

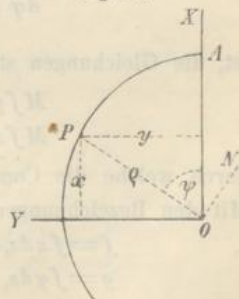
§. 142. Einfluss der Lagerreaction auf das Schwingungsgesetz der Unruhe.

Um zunächst die Beziehung zwischen der Grösse  $M$  eines die Unruhe verdrehenden Kraftmomentes (positiv gesetzt für den Fall einer Krümmungszunahme der Spiralfeder) und dem entsprechenden Verdrehungswinkel  $\varphi$  mit Rücksicht auf die Lagerreaction zu finden, handelt es sich um die Entwicklung des Ausdruckes:

$$X \int y ds - Y \int x ds$$

in Gl. (2) des vorigen §., der dort einstweilen = Null gesetzt bzw. vernachlässigt wurde. Zu dem Ende werde ausgegangen von dem Falle einer flachen Spiralfeder ohne Breguet'sche Endigung und deren Mittellinie  $AA'$ , unter  $A$  wieder den unbeweglichen (hier äusseren), unter  $A'$  den beweglichen (inneren, am Schwungrade festen) Endpunkt verstanden, näherungsweise für jeden Werth von  $\varphi$  als eine Archimedische Spirale angenommen. Sind dann  $x, y$  die rechtwinkligen Linearcoordinaten,  $\varrho, \psi$  die Polarcoordinaten eines Punktes  $P$  dieser Curve (Fig. 149), und ist  $e$  die constante Entfernung zweier aufeinander folgender Windungen, ferner  $OA = a, OA' = a'$ , so ist:

Fig. 149.





$$x = \rho \cos \psi, \quad y = \rho \sin \psi, \quad \rho = a - \frac{e}{2\pi} \psi \dots \dots \dots (1).$$

Der Windungswinkel, d. i. der Werth von  $\psi$  für den Endpunkt  $A'$ , entsprechend  $\rho = a'$ , sei

$$= 2i\pi + \varepsilon_0 \text{ im ursprünglichen}$$

$$\text{bzw. } = 2i\pi + \varepsilon \text{ im neuen Gleichgewichtszustande,}$$

unter  $i$  eine ganze Zahl verstanden. Die Bogenlänge  $AP = s$  und insbesondere auch die ganze Curvenlänge  $AA' = l$  können als unveränderlich gelten. Der Krümmungsradius für einen Punkt  $P$  der Mittellinie gehe aber durch die Verdrehung  $\varphi$  von  $r_0$  in  $r$  über; dann entspricht dieser Krümmungsänderung eine Zunahme des Contingenzwinkels des Bogenelementes  $ds$  bei  $P$  um

$$\frac{ds}{r} - \frac{ds}{r_0} = d\varphi,$$

wodurch die Unruhaxe, wenn sie frei wäre, normal zu  $OP$  um die Strecke

$$ON = \rho d\varphi$$

verrückt werden würde, also im Sinne

$$\text{von } OX \text{ um } \rho d\varphi \sin \psi = y d\varphi,$$

$$\text{von } OY \text{ um } -\rho d\varphi \cos \psi = -x d\varphi.$$

Im Ganzen würde also die Axe  $O$  bzw. nach den Richtungen  $OX$  und  $OY$  um

$$f y d\varphi \quad \text{und} \quad -f x d\varphi$$

verrückt werden, die Integrale auf die ganze Länge  $s = l$  bezogen; weil sie aber durch ihre Lagerung daran verhindert ist, müssen diese Integrale = Null sein, müssen also, da nach Gl. (1) im vorigen §.

$$d\varphi = \frac{ds}{r} - \frac{ds}{r_0} = \frac{M + Xy - Yx}{EJ} ds$$

ist, die Gleichungen stattfinden:

$$M f y ds + X f y^2 ds - Y f x y ds = 0,$$

$$* M f x ds + X f x y ds - Y f x^2 ds = 0,$$

durch welche die Componenten  $X, Y$  der Lagerreaction bestimmt sind.

Mit den Bezeichnungen:

$$\begin{aligned} f &= f x ds, & F &= f x^2 ds, & H &= f x y ds \dots \dots (2) \\ g &= f y ds, & G &= f y^2 ds, \end{aligned}$$

gehen jene Gleichungen über in:

$$GX - HY = -gM$$

$$HX - FY = -fM$$



und folgt daraus:

$$X = \frac{-Fg + Hf}{FG - H^2} M; \quad Y = \frac{Gf - Hg}{FG - H^2} M \dots \dots \dots (3).$$

Die vollständige Entwicklung der Ausdrücke  $f, g, F, G, H$  würde selbst unter jener vereinfachenden Voraussetzung, dass die Mittellinie der Feder nach wie vor eine Archimedische Spirale bleibt, zu übermässig weitläufigen Ausdrücken von  $X$  und  $Y$  führen. Indem aber die Windungen sehr dicht aufeinander folgen und folglich sehr nahe kreisförmig sind, werde

$$ds = \sqrt{\rho^2 d\psi^2 + d\rho^2} = \rho d\psi$$

gesetzt, entsprechend der Vernachlässigung von

$$\left(\frac{d\rho}{\rho d\psi}\right)^2 = \left(\frac{e}{2\pi\rho}\right)^2$$

gegen 1. Wird dann zur Abkürzung

$$p = \frac{e}{\pi a} \quad \text{und} \quad q = \frac{a'}{a} \dots \dots \dots (4)$$

gesetzt, so ist entsprechend auch  $p^2$  gegen 1 zu vernachlässigen. Das Verhältniss  $q$  ist zwar gleichfalls ein kleiner Bruch, kann aber wesentlich  $> p$  sein, und mag etwa erst  $q^6$ , somit auch  $pq^3$  gegen 1 vernachlässigt werden. Auf solche Weise ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} f &= a^2(p + q^2 \sin \varepsilon - pq \cos \varepsilon) \\ g &= a^2(1 - pq \sin \varepsilon - q^2 \cos \varepsilon) \\ F &= G = \frac{\pi a^4}{4e}(1 - q^4); \quad H = \frac{\pi a^4}{4e} p \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5).$$

Was z. B.  $g$  betrifft, so findet man gemäss den Gleichungen (1) zunächst das unbestimmte Integral

$$\begin{aligned} \int y ds &= \int \rho^2 \sin \psi d\psi = - \int \rho^2 d \cos \psi \\ &= - \rho^2 \cos \psi + \int 2\rho \left(-\frac{e}{2\pi} d\psi\right) \cos \psi \\ &= - \rho^2 \cos \psi - \frac{e}{\pi} \int \rho d \sin \psi \\ &= - \rho^2 \cos \psi - \frac{e}{\pi} \left[ \rho \sin \psi - \int \left(-\frac{e}{2\pi} d\psi\right) \sin \psi \right] \\ &= - \rho^2 \cos \psi - \frac{e\rho}{\pi} \sin \psi + \frac{e^2}{2\pi^2} \cos \psi \end{aligned}$$

und dann zwischen den Grenzen  $\rho = a, \psi = 0$  und  $\rho = a', \psi = 2i\pi + \varepsilon$  genommen:





$$\begin{aligned}
 g &= -a'^2 \cos \varepsilon - \frac{ea'}{\pi} \sin \varepsilon + \frac{e^2}{2\pi^2} \cos \varepsilon + a^2 - \frac{e^2}{2\pi^2} \\
 &= a^2 \left[ 1 - \frac{p^2}{2} - pq \sin \varepsilon - \left( q^2 - \frac{p^2}{2} \right) \cos \varepsilon \right] \\
 &= a^2 (1 - pq \sin \varepsilon - q^2 \cos \varepsilon)
 \end{aligned}$$

bei Vernachlässigung der Glieder mit  $p^2$ . Aehnlich werden die übrigen oben angeführten Ausdrücke gefunden. Man kann bemerken, dass

$$f = lx_1 \quad \text{und} \quad g = ly_1$$

ist, unter  $x_1$  und  $y_1$  die Schwerpunktskoordinaten der Curve  $AA'$  verstanden, während  $F$  und  $G$  ihre Trägheitsmomente beziehungsweise für die Axen  $OY$  und  $OX$  bedeuten. Nach den Gleichungen (5) ist aber  $f$  sehr klein gegen  $g$  und  $H$  sehr klein gegen  $F = G$ ; der Schwerpunkt der Curve liegt also sehr nahe in  $OY$ , und die Coordinatenaxen sind sehr nahe gleichwerthige Hauptaxen für den Punkt  $O$ .

Aus (3) und (5) ergeben sich jetzt die Componenten der Lagerreaction, immer bei Vernachlässigung von  $p^2$ ,  $p q^3$  und  $q^6$  gegen 1:

$$\left. \begin{aligned}
 X &= -\frac{4e}{\pi a^2} \left[ 1 + q^4 - pq(1+q) \sin \varepsilon - q^2 \cos \varepsilon \right] M \\
 Y &= \frac{4e}{\pi a^2} \left[ q^2 \sin \varepsilon - pq(1-q) \cos \varepsilon \right] M
 \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

$X$  ist von entgegengesetztem Zeichen wie  $M$ ;  $Y$  hat einen ausserdem von  $\varepsilon$  abhängigen Sinn, ist aber von geringerer Grössenordnung als  $X$ . Die resultirende Lagerreaction hat also sehr nahe die Richtung der  $x$ -Axe; sie ist um so kleiner, je kleiner  $e$  im Vergleich mit  $a$  ist. Endlich folgt aus (5) und (6):

$$Xg - Yf = (-\lambda + \mu \cos \varepsilon + \nu \sin \varepsilon) M \dots \dots \dots (7)$$

mit den Bezeichnungen:

$$\lambda = \frac{4e}{\pi} (1 + 2q^4); \quad \mu = \frac{8e}{\pi} q^2; \quad \nu = \frac{8e}{\pi} pq \dots \dots (8)$$

Diese Grössen  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$  sind Längen, von denen  $\lambda$  sehr klein im Vergleich mit  $a$ , um so mehr sehr klein gegen  $l$  ist, während  $\mu$  und  $\nu$  schon im Vergleich mit  $\lambda$  sehr klein und um so mehr gegen  $a$  und  $l$  äusserst klein sind.

Die Substitution des Ausdrucks (7) in Gl. (2) des vorigen §. giebt:

$$M = \frac{EJ\varphi}{l - \lambda + \mu \cos \varepsilon + \nu \sin \varepsilon} \dots \dots \dots (9)$$

und einen ähnlichen Ausdruck, nur mit anderen Bedeutungen von  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$  erhält man auch für die cylindrische Spiralfeder. Die Entwicklung ist



aber ohne näher liegendes Interesse, weil es hier nur auf die allgemeine Form des Ausdruckes ankommt, dessen Elemente  $\lambda, \mu, \nu$  auch für die flache Spiralfeder gemäss den Gleichungen (8) und (4) nicht ganz zutreffend gefunden wurden, weil mit der vereinfachenden Annahme, die Feder bilde beständig eine Archimedische Spirale, die besondere Art ihrer Befestigung an den Enden durch Einklemmung unberücksichtigt geblieben ist. Noch mehr werden diese Grössen  $\lambda, \mu, \nu$  durch jene eigenthümlich gestalteten Federendigungen modificirt, die bei der Cylinderfeder und bei der flachen Breguet-Feder den Zweck haben, diese Grössen  $\lambda, \mu, \nu$  möglichst zu verkleinern. Die Form der Gleichung (9) kann aber als allgemein gültig betrachtet werden, unter  $\lambda, \mu, \nu$  gewisse Längen verstanden, die im Vergleich mit  $l$  sehr klein sind.

Wegen  $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varphi$  ist übrigens:

$$\begin{aligned} \mu \cos \varepsilon &= \mu (\cos \varepsilon_0 \cos \varphi - \sin \varepsilon_0 \sin \varphi) \\ \nu \sin \varepsilon &= \nu (\sin \varepsilon_0 \cos \varphi + \cos \varepsilon_0 \sin \varphi) \end{aligned}$$

und deshalb auch, wenn  $l' = l - \lambda$

$$\left. \begin{aligned} m &= \mu \cos \varepsilon_0 + \nu \sin \varepsilon_0 \\ n &= -\mu \sin \varepsilon_0 + \nu \cos \varepsilon_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

gesetzt wird:

$$M = \frac{EJ\varphi}{l' + m \cos \varphi + n \sin \varphi} \dots \dots \dots (11).$$

Darin sind  $m$  und  $n$  ebenso wie  $\mu$  und  $\nu$  sehr klein gegen  $l'$ , und ist  $l - l'$  klein gegen  $l$ , beides um so mehr, je vollkommener der Isochronismus grosser und kleiner Schwingungen durch passend gestaltete Federendigungen (siehe den folgenden Paragraph) erzielt ist.

Um nun gemäss dieser Gleichung das Schwingungsgesetz der Unruhe herzuleiten, werde die Zeit  $t$  gerechnet von einem Augenblicke grössten Ausschlages  $= \alpha$  aus der Gleichgewichtslage, und werde für die Bewegung von dieser Anfangslage bis zur entgegengesetzten Lage grössten Ausschlages die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  positiv gesetzt;  $\varphi$  sei in irgend einem Augenblicke der Winkelabstand von der Gleichgewichtslage, positiv im Sinne gegen die Anfangslage hin. Dann ist, unter  $Q$  wieder das Trägheitsmoment der Unruhe für die Drehungsaxe verstanden, die Winkelbeschleunigung:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M}{Q} = \frac{1}{Q} \frac{EJ\varphi}{l' + m \cos \varphi + n \sin \varphi}.$$

Vor dem letzten Gliede des Nenners gilt hier das Zeichen  $+$  oder  $-$ , jenachdem die Anfangslage die Lage grösster Zusammendrehung (stärkster



Krümmung) oder grösster Aufdrehung (schwächster Krümmung) der Spiralfeder ist. Mit den Bezeichnungen:

$$k^2 = \frac{EJ}{Ql'}, \quad b = \frac{m}{l'}, \quad c = \frac{n}{l'} \dots \dots \dots (12)$$

und mit Rücksicht darauf, dass  $b$  und  $c$  sehr kleine Brüche sind, kann, wenn zu weiterer Abkürzung

$$w = k^2 \varphi (b \cos \varphi + c \sin \varphi) \dots \dots \dots (13)$$

gesetzt wird, jene Gleichung geschrieben werden:

$$\frac{d\omega}{dt} = k^2 \varphi - w.$$

Sie werde mit der Gleichung

$$\frac{d(a - \varphi)}{dt} = -\frac{d\varphi}{dt} = \omega$$

dadurch verbunden, dass letztere mit dem vorläufig unbestimmten Coefficienten  $z$  multiplicirt und von jener subtrahirt wird; das giebt:

$$\frac{d(\omega + z\varphi)}{dt} = -z\omega + k^2 \varphi - w = -z \left( \omega - \frac{k^2}{z} \varphi \right) - w$$

und indem jetzt  $z$  so bestimmt wird, dass

$$-\frac{k^2}{z} = z \text{ ist, also } z = k\sqrt{-1} = ki \dots \dots \dots (14)$$

gesetzt wird, unter  $i$  hier den imaginären Factor  $\sqrt{-1}$  verstanden, folgt:

$$d(\omega + z\varphi) + (\omega + z\varphi)zdt = -w dt.$$

Die linke Seite dieser Gleichung wird zu einem vollständigen Differential, nämlich zum Differential des Productes  $u(\omega + z\varphi)$  durch Multiplication mit einem so beschaffenen Factor  $u$ , dass

$$uzdt = du$$

ist, woraus folgt:

$$\frac{du}{u} = z dt, \quad \ln u = zt, \quad u = e^{zt},$$

also

$$d[(\omega + z\varphi)e^{zt}] = -we^{zt} dt.$$

Durch Integration dieser Gleichung ergibt sich mit Rücksicht auf die zusammengehörigen Anfangswerthe  $t=0$ ,  $\omega=0$ ,  $\varphi=a$ :

$$\begin{aligned} (\omega + z\varphi)e^{zt} - za &= -\int_0^t we^{zt} dt \\ \omega + z\varphi &= e^{-zt} \left( za - \int_0^t we^{zt} dt \right) \end{aligned}$$



oder mit  $x = ki$  nach Gl. (14) und bei Benutzung der bekannten Gleichung:

$$e^{\pm xi} = \cos x \pm i \sin x$$

$$\omega + k\varphi i = [\cos(kt) - i \sin(kt)] \left\{ k\alpha i - \int_0^t w [\cos(kt) + i \sin(kt)] dt \right\}.$$

Durch Trennung der reellen und imaginären Bestandtheile zerfällt diese Gleichung in die folgenden:

$$\begin{aligned} \omega &= k\alpha \sin(kt) - \sin(kt) \int_0^t w \sin(kt) dt \\ &\quad - \cos(kt) \int_0^t w \cos(kt) dt \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \alpha \cos(kt) - \frac{\cos(kt)}{k} \int_0^t w \sin(kt) dt \\ &\quad + \frac{\sin(kt)}{k} \int_0^t w \cos(kt) dt \dots \dots \dots (16). \end{aligned}$$

Wäre  $b = c = 0$ , also  $w = 0$ , so wäre hiernach:

$$\omega = k\alpha \sin(kt) \quad \text{und} \quad \varphi = \alpha \cos(kt)$$

und indem die Schwingungsdauer  $\tau =$  der Zeit  $t$  ist, nach welcher zuerst wieder  $\omega = 0$  wird, ergibt sich:

$$\tau = \frac{\pi}{k} = \pi \sqrt{\frac{Ql'}{EJ}} \dots \dots \dots (17)$$

in Uebereinstimmung mit Gl. (4) im vorigen §., abgesehen von der kleinen Differenz zwischen  $l'$  und  $l$ . Wird der Ausschlagwinkel auf der anderen Seite von der Gleichgewichtslage mit  $\alpha_1$  bezeichnet, so ist  $\alpha_1$  der Werth von  $-\varphi$  für  $t = \frac{\pi}{k}$ , also

$$\alpha_1 = -\alpha \cos \pi = \alpha.$$

Die Unruhe schwingt also mit gleichen Ausschlagwinkeln  $\alpha$  beiderseits von der Gleichgewichtslage so, dass die Schwingungsdauer unabhängig von  $\alpha$  ist.

Sind aber  $b$  und  $c$  nicht = Null, so ist die Schwingungsdauer  $\tau$  grösser oder kleiner als  $\frac{\pi}{k}$ , jenachdem die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , welche  $t = \frac{\pi}{k}$  entspricht und mit  $\omega_1$  bezeichnet sei, noch positiv oder schon negativ geworden ist. Sie ergibt sich aus Gl. (15):



$$\omega_1 = \int_0^{\frac{\pi}{k}} w \cos(kt) dt$$

oder mit  $x = kt$  und mit Rücksicht auf den Ausdruck (13) von  $w$ :

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1}{k} \int_0^{\pi} w \cos x dx = \frac{1}{k} \int_0^{\pi} w d \sin x \\ &= k \int_0^{\pi} \varphi (b \cos \varphi \pm c \sin \varphi) d \sin x \end{aligned}$$

und mit dem Näherungswerthe  $\varphi = \alpha \cos(kt) = \alpha \cos x$ :

$$\omega_1 = k \int_0^{\pi} \alpha \cos x [b \cos(\alpha \cos x) \pm c \sin(\alpha \cos x)] d \sin x \dots (18).$$

Wenn man das Integral dieses Ausdruckes gemäss der symbolischen Gleichung

$$\int_0^{\pi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

zerlegt und berücksichtigt, dass von  $x = 0$  bis  $x = \frac{\pi}{2}$  und von  $x = \pi$  bis  $x = \frac{\pi}{2}$

$\sin x$  gleiche,  $\cos x$  oder  $\alpha \cos x$  entgegengesetzte,

also auch  $\cos(\alpha \cos x)$  gleiche,  $\sin(\alpha \cos x)$  entgegengesetzte

Werthe durchläuft, so folgt:

$$\int_0^{\pi} \alpha \cos x \sin(\alpha \cos x) d \sin x = 0$$

und

$$\int_0^{\pi} \alpha \cos x \cos(\alpha \cos x) d \sin x$$

= dem Doppelten des zwischen 0 und  $\frac{\pi}{2}$  genommenen Integrals, somit nach (18) einfacher:

$$\omega_1 = 2kb \int_0^{\frac{\pi}{2}} \alpha \cos x \cos(\alpha \cos x) d \sin x \dots \dots \dots (19).$$

Nun ist für das kleine Zeitintervall

$$= \tau - \frac{\pi}{k}, \text{ wenn } \omega_1 \text{ positiv,}$$

bezw.

$$= \frac{\pi}{k} - \tau, \text{ wenn } \omega_1 \text{ negativ}$$

ist, die Winkelbeschleunigung als constant zu betrachten und zwar absolut genommen  $= k^2 \alpha$  zu setzen bei Vernachlässigung von  $w$  in der



allgemeinen Gleichung:

$$\frac{d\omega}{dt} = k^2 \varphi - w.$$

Dadurch wird

$$\tau - \frac{\pi}{k} = \frac{\omega_1}{k^2 \alpha}$$

und bei Einsetzung des Ausdruckes (19) von  $\omega_1$ :

$$\tau = \frac{1}{k} \left[ \pi + 2b \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cos(\alpha \cos x) dx \right] \dots \dots \dots (20).$$

Das hier vorkommende Integral und somit die Schwingungsdauer  $\tau$  ist eine Function des Ausschlagwinkels  $\alpha$ ; insbesondere giebt es einen gewissen Werth von  $\alpha$ , für welchen das Integral = 0 und deshalb wieder  $\tau = \frac{\pi}{k}$  wird. Weil es aber nicht möglich ist, eine ganz bestimmte Grösse des Ausschlagwinkels dauernd zu erhalten, so ist von grösserem Interesse die Kenntniss desjenigen Ausschlagwinkels  $\alpha$ , dessen kleine Veränderung die kleinstmögliche Aenderung der Schwingungsdauer  $\tau$  zur Folge hat, für welche also wo möglich

$$\frac{d\tau}{d\alpha} = -\frac{2b}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \sin(\alpha \cos x) dx = 0 \dots \dots \dots (21)$$

ist. Jedenfalls ist der dieser Gleichung entsprechende vortheilhafteste Ausschlagwinkel  $> \pi$ , weil bei dem Wachsthum der Variablen  $x$  von 0 bis  $\frac{\pi}{2}$  beständig  $\cos x$  positiv und deshalb auch  $\sin(\alpha \cos x)$  beständig positiv ist, falls  $\alpha < \pi$  ist. Wenn die Simpson'sche Regel zur angenäherten Berechnung des Integrals benutzt und dazu der Unterschied seiner Grenzen in 10 gleiche Theile getheilt wird, so ergibt sich mit der Bezeichnung

$$f(x) = \cos^3 x \sin(\alpha \cos x),$$

wo  $\alpha$  natürlich in Bogenmaass ausgedrückt werden muss, der jener Forderung (21) entsprechende Ausschlagwinkel  $\alpha$  als Wurzel der Gleichung:

$$f(0) + 4f(9^\circ) + 2f(18^\circ) + \dots + 4f(81^\circ) + f(90^\circ) = 0.$$

Man findet  $\alpha$  nahe =  $202^\circ$ .

Dass eine Aenderung von  $\alpha$  die Schwingungsdauer  $\tau$  einer Unruhe weniger beeinflusst, wenn  $\alpha$  gross, als wenn  $\alpha$  klein ist (entgegengesetzt dem Verhalten eines Pendels), ist eine bekannte Erfahrung, und macht



man deshalb  $\alpha$  selten  $< 90^\circ$ , bei Chronometern aber meistens  $> 180^\circ$ , nahe = jenem theoretisch vortheilhaftesten Werthe. Dazu kommt, dass Erschütterungen, denen namentlich Taschenuhren ausgesetzt sind, bei grossem Ausschlagwinkel weniger störend wirken als bei kleinem. Aus demselben Grunde lässt man auch die Unruhen schneller schwingen, als Pendel, und zwar so schnell, dass sie wenigstens 4, bei Taschenuhren sogar bis zu 6 Schwingungen in der Secunde machen. Damit denselben eine hinlänglich grosse lebendige Kraft  $= \frac{1}{2} Q\omega^2$  des Schwungrades entspreche, worauf es behufs Vergrösserung von  $\omega$  durch Verkleinerung von  $\tau$  bei grossem  $\alpha$  eben ankommt, muss ausserdem  $Q$  hinlänglich gross, und damit dies ohne übermässig grosses Gewicht des Schwungrades erreicht werde, sein Durchmesser möglichst gross sein.

Nach Gl. (20) oder (21) würde übrigens die Schwingungsdauer  $\tau$  vollkommen unabhängig von  $\alpha$  sein, wenn  $b=0$ , nach (12) also  $m=0$  oder nach (10):

$$tg \varepsilon_0 = -\frac{\mu}{\nu} \dots \dots \dots (22)$$

wäre, d. h. wenn der Windungswinkel der Spiralfeder in ihrem ursprünglichen Gleichgewichtszustande um einen bestimmten, von ihren Dimensionsverhältnissen abhängigen Winkel grösser wäre, als irgend ein Vielfaches von  $2\pi$ . Hierauf beruht das von Leroy angegebene Verfahren, den Isochronismus einer Spiralfeder durch Probiren zu erreichen, indem man sie etwas länger als nöthig macht und dann ihre Länge allmählig so lange verändert, bis  $\tau$  bei sehr verschiedenen Werthen von  $\alpha$  gleich gross wird. Die erforderliche Grösse dieser constanten Schwingungsdauer kann schliesslich nach (17) durch Regulirung von  $Q$  erzielt werden, z. B. durch Regulirungsschrauben von radialer Beweglichkeit im Schwungringe. Die Combination dieses Verfahrens mit einem solchen Ausschlagwinkel  $\alpha$  nahe  $= 202^\circ$ , durch welchen zugleich das in (21) als Factor von  $b$  vorkommende Integral möglichst klein wird, lässt den Zweck natürlich um so sicherer erreichen.

#### §. 143. Beseitigung des Einflusses

der Lagerreaction durch entsprechende Gestaltung der Spiralfeder.

Im §. 141 wurde schon darauf hingewiesen, dass der Isochronismus einer Unruhe besonders für den Fall einer cylindrischen Spiralfeder durch passend gestaltete Federendigungen (nach Art von Fig. 148) her-



beigeführt werden kann. Eine eingehende theoretische Untersuchung in dieser Hinsicht, controlirt durch die Erfahrung und durch besondere Versuche, verdankt man dem französischen Ingenieur Phillips, dessen Arbeit\* der folgenden Darstellung zu Grunde liegt.

Mit Rücksicht auf Fig. 148, in welcher  $A$  den unbeweglichen Endpunkt der Federmittellinie bedeutet und übrigens auch die Coordinatenachsen beliebig um  $O$  gedreht werden können, ferner mit Rücksicht auf die in §. 141 erklärten Buchstabenbedeutungen ist nach den Gleichungen (1) und (2) daselbst, wenn ausserdem mit  $x_1$  und  $y_1$  die Schwerpunktscoordinaten der Federmittellinie bezeichnet werden:

$$EJ\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right) = M + Xy - Yx \dots \dots \dots (1)$$

$$EJ\varphi = Ml + (Xy_1 - Yx_1)l \dots \dots \dots (2).$$

Wären die Componenten  $X, Y$  der Lagerreaction  $= 0$ , so wäre hiernach

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} = \frac{M}{EJ} = \frac{\varphi}{l} \dots \dots \dots (3)$$

und wäre nach §. 141, Gl. (4) die Schwingungsdauer:

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{Ql}{EJ}} \dots \dots \dots (4)$$

unabhängig vom Ausschlagwinkel  $\alpha$ . Umgekehrt wenn die Spiralfeder so gestaltet wäre, dass bei ihrer Deformation durch das Kraftmoment  $M$  die Differenz  $\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}$  für alle Punkte der Mittellinie denselben Werth  $= \frac{\varphi}{l}$  hat, so müsste, weil dies nach Gl. (1) und (2) nur im Falle  $X=0, Y=0$  möglich wäre, nothwendig auch  $\tau$  den durch Gl. (4) bestimmten Werth haben. In diesem Falle  $X=0, Y=0$  übt die Lagerung der Unruhaxe keinerlei Zwang auf sie aus, kann also diese Axe frei schwebend gedacht werden, und da die cylindrischen Windungen der Spiralfeder dem Deformationsgesetze (3) entsprechen, wenn die Projectionen ihrer Mittellinien nach wie vor zusammenfallende Kreise bleiben, deren Radius nur von  $r_0$  in  $r$  übergegangen ist, so kommt es lediglich darauf an, die symmetrisch gleichen Federendigungen so zu gestalten, dass, wenn auch sie bei frei schwebender Unruhaxe gemäss dem Gesetze (3) deformirt werden, unter  $\varphi$  einen beliebigen Verdrehungswinkel verstanden, jener gemeinsame Mittelpunkt der kreisförmigen Windungen eine unveränderliche Lage behält.

\* Mémoire sur le spiral réglant des chronomètres et des montres. Par M. Phillips, Ingénieur des mines. Annales des Mines, 1861, tome XX, p. 1—107.



Um die Bedingungen hierfür auszudrücken, sei  $ABC$  in Fig. 150 die vom unbeweglichen Endpunkte  $A$  ausgehende, bei  $C$  mit gemeinsamer Tangente in die kreisförmigen Windungen übergehende Endcurve,  $O$  der ursprüngliche Mittelpunkt der Windungen. Durch letzteren sind die rechtwinkligen Coordinatenachsen  $OX, OY$  hier so gezogen, dass sie einer rechtwinkligen Drehung des Axensystems von Fig. 148 im Sinne  $XY$  entsprechen und dass somit  $A$  in der negativen  $y$ -Axe  $OY_1$  liegt im Abstände  $OA = a$  von  $O$ . Während mit  $r_0$  und  $r$  bezw. der ursprüngliche und der dem Verdrehungswinkel  $\varphi$  entsprechend geänderte Radius der Kreiswindungen bezeichnet wird, seien  $\rho_0$  und  $\rho$  der ursprüngliche und der veränderte Krümmungsradius irgend eines Punktes  $B$  der Endcurve  $ABC$ , deren Länge mit  $\lambda$  bezeichnet sei im Gegensatze zur Länge  $=l$  der ganzen Feder; ferner seien  $\xi$  und  $\eta$  die Coordinaten des Krümmungsmittelpunktes  $J$  für den Punkt  $B$  im Zustande der Deformation. Ist dann bei demselben Deformationszustande  $BK = \rho + d\rho$  der Krümmungsradius für einen dem Punkte  $B$  im Sinne gegen  $C$  hin unendlich nahe benachbarten Punkt, so ist, wenn  $JN$  parallel  $OX, KN$  parallel  $OY$ ,

$$JK = d\rho, \quad JN = -d\xi, \quad KN = d\eta \dots \dots (5).$$

Das angenommene Deformationsgesetz (3) erhält für die Endcurve die Form:

$$\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = \frac{\varphi}{l} \quad \text{oder} \quad \rho = \frac{\rho_0}{1 + \frac{\varphi}{l} \rho_0} \dots \dots \dots (6)$$

und wenn mit  $\vartheta$  der Winkel  $JKN$  bezeichnet wird, unter welchem  $JB$  gegen  $OY_1$  oder  $BJ$  gegen  $OY$  geneigt ist, ferner mit  $\vartheta_0$  der ursprüngliche Werth dieses Winkels und mit  $s$  die Bogenlänge  $AB$ , so ergibt sich mit Rücksicht darauf, dass die Normale in  $A$  von unveränderlicher Richtung ist:

$$\vartheta - \vartheta_0 = \int \frac{ds}{\rho} - \int \frac{ds}{\rho_0} = \frac{\varphi}{l} s \dots \dots \dots (7).$$

Gemäss diesen Gleichungen (5) — (7) folgt aus dem Dreiecke  $JKN$ :

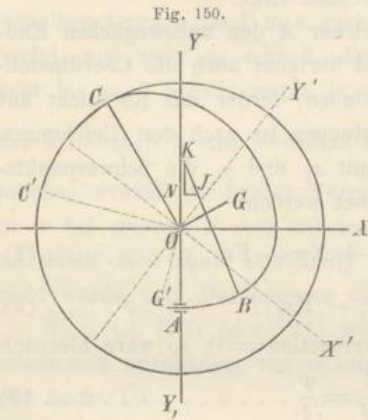


Fig. 150.  
 $Y$   
 $C$   
 $Y'$   
 $K$   
 $J$   
 $G$   
 $A$   
 $O$   
 $X$   
 $X'$   
 $Y_1$   
 $B$   
 $A$   
 $G'$

und we  
 $(\varphi = C$   
 bezeich  
 diejeni  
 ist  $\vartheta'$   
 den A

Damit  
 ganzen  
 Endpur

§

W

W  
 Kreisw  
 haben,  
 ihre K  
 samen  
 mungs  
 den C  
 gen be  
 der Pu



$$\left. \begin{aligned} d\xi &= -\sin \vartheta d\varrho = -\sin\left(\vartheta_0 + \frac{\varphi}{l}s\right) d\frac{\varrho_0}{1 + \frac{\varphi}{l}\varrho_0} \\ d\eta &= \cos \vartheta d\varrho = \cos\left(\vartheta_0 + \frac{\varphi}{l}s\right) d\frac{\varrho_0}{1 + \frac{\varphi}{l}\varrho_0} \end{aligned} \right\} \dots \dots (8)$$

und wenn dann, während der Index 0 nach wie vor dem Anfangszustande ( $\varphi=0$ ) entsprechend gebraucht wird, mit einem Accent die Grössen bezeichnet werden, die sich auf den Anfangspunkt  $A$ , mit zwei Accenten diejenigen, die sich auf den Endpunkt  $C$  der Curve  $ABC$  beziehen, so ist  $\vartheta' = \vartheta'_0$  und sind die Coordinaten des Krümmungsmittelpunktes für den Anfangspunkt  $A$  der deformirten Curve  $ABC$ :

$$\xi' = -\varrho' \sin \vartheta'_0 = -\frac{\varrho'_0}{1 + \frac{\varphi}{l}\varrho'_0} \sin \vartheta'_0$$

$$\eta' = -a + \varrho' \cos \vartheta'_0 = -a + \frac{\varrho'_0}{1 + \frac{\varphi}{l}\varrho'_0} \cos \vartheta'_0$$

Damit ergeben sich durch Integration der Gleichungen (8) längs der ganzen Curve  $ABC$  die Coordinaten des Krümmungsmittelpunktes für den Endpunkt  $C$  im Zustande der Deformation:

$$\left. \begin{aligned} \xi'' &= -\frac{\varrho'_0}{1 + \frac{\varphi}{l}\varrho'_0} \sin \vartheta'_0 - \int_0^z \sin\left(\vartheta_0 + \frac{\varphi}{l}s\right) d\frac{\varrho_0}{1 + \frac{\varphi}{l}\varrho_0} \\ \eta'' &= -a + \frac{\varrho'_0}{1 + \frac{\varphi}{l}\varrho'_0} \cos \vartheta'_0 + \int_0^z \cos\left(\vartheta_0 + \frac{\varphi}{l}s\right) d\frac{\varrho_0}{1 + \frac{\varphi}{l}\varrho_0} \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

Wenn auch die Curve  $ABC$  und die bei  $C$  sich anschliessenden Kreiswindungen in diesem Uebergangspunkte eine gemeinsame Tangente haben, so können doch ihre Krümmungsradien daselbst verschieden sein, ihre Krümmungsmittelpunkte folglich verschiedene Lagen in der gemeinsamen Normale haben. Zwischen den Coordinaten  $\xi''$ ,  $\eta''$  des Krümmungsmittelpunktes der deformirten Curve  $ABC$  für den Punkt  $C$  und den Coordinaten  $\xi'''$ ,  $\eta'''$  des Mittelpunktes der deformirten Kreiswindungen bestehen deshalb ähnliche Beziehungen wie zwischen den Coordinaten der Punkte  $J$  und  $K$ , Fig. 150, wenn  $BJ = \varrho''$ ,  $BK = r$  und Winkel



$JKN = \vartheta''$  gesetzt wird, nämlich:

$$\left. \begin{aligned} \xi''' &= \xi'' - (r - \rho'') \sin \vartheta'' \\ \eta''' &= \eta'' + (r - \rho'') \cos \vartheta'' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10).$$

Es genügt die weitere Entwicklung des Ausdruckes von  $\xi'''$ , aus welchem derjenige von  $\eta'''$  durch entsprechende Vertauschungen hervorgeht. Indem aber nach (3), (6) und (7):

$$r = \frac{r_0}{1 + \frac{\varphi}{l} r_0}, \quad \rho = \frac{\rho_0}{1 + \frac{\varphi}{l} \rho_0}, \quad \vartheta = \vartheta_0 + \frac{\varphi}{l} s$$

ist, ergibt sich bei Substitution des Ausdruckes (9) von  $\xi''$ :

$$\begin{aligned} \xi''' &= - \frac{\rho_0'}{1 + \frac{\varphi}{l} \rho_0'} \sin \vartheta_0' + \frac{\rho_0''}{1 + \frac{\varphi}{l} \rho_0''} \sin \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi}{l} \lambda \right) \\ &\quad - \frac{r_0}{1 + \frac{\varphi}{l} r_0} \sin \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi}{l} \lambda \right) - \int_0^\lambda \sin \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi}{l} s \right) d \frac{\rho_0}{1 + \frac{\varphi}{l} \rho_0} \end{aligned}$$

oder, wenn das Integral nach der Formel

$$\int_0^\lambda u dv = (uv)_\lambda - (uv)_0 - \int_0^\lambda v du$$

entwickelt wird:

$$\xi''' + \frac{r_0}{1 + \frac{\varphi}{l} r_0} \sin \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi}{l} \lambda \right) + \int_0^\lambda \frac{\rho_0}{1 + \frac{\varphi}{l} \rho_0} d \sin \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi}{l} s \right) \dots \dots (11)$$

oder wegen  $\frac{\rho_0}{1 + \frac{\varphi}{l} \rho_0} d \sin \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi}{l} s \right) =$

$$= \frac{\rho_0}{1 + \frac{\varphi}{l} \rho_0} \cos \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi}{l} s \right) \left( \frac{d \vartheta_0}{ds} + \frac{\varphi}{l} \right) ds = \cos \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi}{l} s \right) ds$$

$$\xi''' = - \frac{r_0}{1 + \frac{\varphi}{l} r_0} \sin \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi}{l} \lambda \right) + \int_0^\lambda \cos \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi}{l} s \right) ds \dots \dots \dots (12).$$

Was  $\eta'''$  betrifft, so kann man bemerken, dass die zweite Gleichung (10) aus der ersten durch Vertauschung von  $\sin$  mit  $-\cos$  und von  $\xi$  mit  $\eta$  hervorgeht, dass aber nach den Gleichungen (9) auch  $\eta''$  aus  $\xi''$  durch dieselbe Vertauschung von  $\sin$  mit  $-\cos$  erhalten wird, abgesehen von

dem h  
tirende  
- a

zu erha

$\eta''$

G

Lage r

von  $\varphi$ .

wenn d

Potenze

= Null

tenzen

$\frac{\lambda}{l}$  und

$\frac{\lambda}{l}$

$\varphi$  nach

etwa =

Sinus =

können

Werthe

und so

zu setz

$\frac{1}{3} \frac{\rho_0}{l}$

$\xi''' = 0$

$\int_0^\lambda$

$\int_0^\lambda$



dem hinzukommenden Summanden  $-a$ . Somit muss auch der resultierende Ausdruck von  $\eta'''$  aus (11) oder (12) durch Hinzufügung von  $-a$  nebst Vertauschung von  $\sin$  mit  $-\cos$ , also von

$$d \sin = \cos \text{ mit } -d \cos = \sin$$

zu erhalten sein, so dass analog Gl. (12) sich ergibt:

$$\eta''' = -a + \frac{r_0}{1 + \frac{\varphi}{l} r_0} \cos \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi}{l} \lambda \right) + \int_0^\lambda \sin \left( \vartheta_0 + \frac{\varphi}{l} s \right) ds \quad \dots (13).$$

Gemäss obiger Forderung, dass der Mittelpunkt der Windungen seine Lage nicht ändern soll, müssen  $\xi'''$  und  $\eta''' = \text{Null}$  sein unabhängig von  $\varphi$ . Daraus ergeben sich Bedingungsgleichungen für die Endcurven, wenn die Ausdrücke (12) und (13) von  $\xi'''$  und  $\eta'''$  nach wachsenden Potenzen von  $\varphi$  entwickelt werden, deren Coefficienten dann einzeln  $= \text{Null}$  sein müssen; doch sind dabei die Glieder mit den höheren Potenzen von  $\varphi$  ohne wesentlichen Fehler zu vernachlässigen. Indem nämlich  $\frac{\lambda}{l}$  und  $\frac{s}{l}$  kleine Brüche sind, höchstens etwa  $= \frac{1}{20}$ , so sind, wenn auch

$\varphi$  nach §. 142 bis zu  $200^\circ$  betragen sollte, doch  $\frac{\varphi}{l} \lambda$  und  $\frac{\varphi}{l} s$  höchstens etwa  $= 10^\circ$ , also so kleine Brüche, dass ihre Cosinus  $= 1$  und ihre Sinus  $=$  den in Bogenmaass ausgedrückten Winkeln selbst gesetzt werden können mit Fehlern, die höchstens  $1\frac{1}{2}\%$  bzw.  $\frac{1}{2}\%$  des wahren Werthes betragen. Auch ist dann wegen  $r_0$  nahe  $= \frac{1}{3} \lambda$ :

$$\frac{\varphi}{l} r_0 < 0,06$$

und somit

$$\frac{1}{1 + \frac{\varphi}{l} r_0} = 1 - \frac{\varphi}{l} r_0$$

zu setzen mit einem verhältnissmässigen Fehler, der nur wenig mehr, als  $\frac{1}{3}\%$  betragen kann. Mit solcher Annäherung ergibt die Forderung  $\xi''' = 0, \eta''' = 0$  nach (12) und (13) die Gleichungen:

$$\int_0^\lambda \left( \cos \vartheta_0 - \frac{\varphi s}{l} \sin \vartheta_0 \right) ds = r_0 \left( 1 - \frac{\varphi r_0}{l} \right) \left( \sin \vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l} \cos \vartheta_0'' \right)$$

$$\int_0^\lambda \left( \sin \vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l} \cos \vartheta_0 \right) ds = a - r_0 \left( 1 - \frac{\varphi r_0}{l} \right) \left( \cos \vartheta_0'' - \frac{\varphi \lambda}{l} \sin \vartheta_0'' \right)$$



und da sie unabhängig von  $\varphi$  erfüllt werden müssen, zerfallen sie bei Abstraction von den Gliedern mit  $\varphi^2$ , welche kleine Grössen zweiter Ordnung sind, in je zwei Gleichungen, entsprechend ihren Gliedern ohne  $\varphi$  und mit  $\varphi$ , nämlich in die Gleichungen:

$$\int_0^\lambda \cos \vartheta_0 ds = r_0 \sin \vartheta_0''; \quad \int_0^\lambda \sin \vartheta_0 ds = a - r_0 \cos \vartheta_0'' \dots (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\lambda s \sin \vartheta_0 ds &= r_0 (r_0 \sin \vartheta_0'' - \lambda \cos \vartheta_0'') \\ \int_0^\lambda s \cos \vartheta_0 ds &= r_0 (r_0 \cos \vartheta_0'' + \lambda \sin \vartheta_0'') \end{aligned} \right\} \dots (15).$$

Die Gleichungen (14) tragen zur Bestimmung der Endcurve nicht bei; sie entsprechen lediglich der Voraussetzung, dass in der Ruhelage der Feder, d. i. für  $\varphi = 0$  der Mittelpunkt der Kreiswindungen im Ursprunge  $O$  der Coordinaten (Fig. 150) liegt, wie man leicht daraus erkennt, dass, unter  $x$  und  $y$  die Coordinaten irgend eines Punktes der Curve  $ABC$  in diesem ursprünglichen Gleichgewichtszustande verstanden,

$$ds \cos \vartheta_0 = dx \quad \text{und} \quad ds \sin \vartheta_0 = dy \dots (16)$$

ist. Was aber die Gleichungen (15) betrifft, so kann man bemerken, dass mit Rücksicht auf (16)

$$\begin{aligned} \int s \sin \vartheta_0 ds &= \int s dy = sy - \int y ds \\ \int s \cos \vartheta_0 ds &= \int s dx = sx - \int x ds \end{aligned}$$

ist und folglich, zwischen den Grenzen  $s = 0$  und  $s = \lambda$  genommen, sowie mit Rücksicht darauf, dass die ursprünglichen Coordinaten des Punktes  $C$ :

$$y = -r_0 \cos \vartheta_0'', \quad x = r_0 \sin \vartheta_0''$$

sind, und wenn hier mit  $x_1, y_1$  die Schwerpunktscoordinaten der ursprünglichen (nicht deformirten) Curve  $ABC$  bezeichnet werden:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\lambda s \sin \vartheta_0 ds &= -\lambda r_0 \cos \vartheta_0'' - \lambda y_1 \\ \int_0^\lambda s \cos \vartheta_0 ds &= \lambda r_0 \sin \vartheta_0'' - \lambda x_1 \end{aligned} \right\} \dots (17).$$

Die Combination dieser mit den Gleichungen (15) giebt:

$$\lambda y_1 = -r_0^2 \sin \vartheta_0''; \quad \lambda x_1 = -r_0^2 \cos \vartheta_0''.$$

Hiernach ist, wenn mit  $G$  (Fig. 150) der Schwerpunkt der Curve  $ABC$  bezeichnet wird,

$$\operatorname{tg} GOX = \frac{y_1}{x_1} = \operatorname{tg} \vartheta_0'' = \operatorname{tg} (180^\circ + COY) = \operatorname{tg} COY,$$



also Winkel  $GOX = COY$ , oder Winkel  $COG = YOX = 90^\circ$ . Ferner ergibt sich die Strecke

$$OG = \sqrt{y_1^2 + x_1^2} = \frac{r_0^2}{\lambda} \dots \dots \dots (18).$$

Die Endcurve  $ABC$  hat also folgenden zwei Bedingungen Genüge zu leisten:

1. Ihr Schwerpunkt  $G$  muss in der Geraden liegen, welche im Mittelpunkte  $O$  der Windungen normal zum Radius für den Punkt  $C$  gezogen wird, in welchem die Endcurve in die Kreiswindungen übergeht.

2. Dieser Schwerpunkt muss vom Mittelpunkte der Windungen eine solche Entfernung haben, dass der Radius  $r_0$  der letzteren mittlere Proportionale zu ihr und zur Länge  $\lambda$  der Endcurve ist.

Offenbar kann diesen Bedingungen durch unendlich mannigfach verschiedene Formen der Curve genügt werden, die am einfachsten graphisch zu bestimmen sind. Werden nämlich bei Voraussetzung eines grossen Maassstabes der Zeichnung (etwa der 20 fachen natürlichen Grösse entsprechend) zunächst die Punkte  $A$  und  $C$ , Fig. 150, willkürlich angenommen, erfahrungsmässig passend so, dass  $OA$  ungefähr  $= \frac{1}{2} OC$  und der Polarwinkel  $AO C$  der Curve  $ABC = 180^\circ$  bis  $270^\circ$  ist, und wird dann letztere so, dass  $OC$  ihre Normale im Punkte  $C$  ist, übrigens zunächst nach Schätzung gezeichnet, so kann, unter  $OG$  eine Gerade normal zu  $OC$  verstanden, jene Curve allmählig zuerst so verändert werden, dass ihr Schwerpunkt in  $OG$  liegt, dann so, dass dessen Entfernung von  $O$  der Gleichung (18) entsprechend wird. Wenn man zu dem Ende die jeweils vorliegende Curve in so kleine gleiche Bögen theilt, dass dieselben als gerade Linien und somit ihre Mittelpunkte als ihre Schwerpunkte zu betrachten sind, so erfordert die erste Bedingung, dass die algebraische Summe der Entfernungen dieser Einzelschwerpunkte von der Geraden  $OG = \text{Null}$  sei und die zweite Bedingung, dass die algebraische Summe ihrer Entfernungen von  $OC$  durch Multiplication mit der gemeinsamen Länge der Elementarbögen ein Produkt  $=$  dem Quadrat von  $OC$  ergebe. Da die Eintheilung der Bogenlänge  $ABC = \lambda$  in genau gleiche Theile lästig wäre, kann auch der letzte dieser Theile stets etwas kleiner bleiben, als die übrigen, falls dann nur seine Schwerpunktsabstände von  $OG$  und  $OC$  in denselben Verhältnisse verkleinert bei obigem Verfahren benutzt werden.

ie bei  
weiter  
ohne

(14)

(15)

nicht  
belage  
m Ur-  
daraus  
es der  
anden,  
(16)  
erken,

sowie  
tes C:

präng-

(17)

ABC



Die Eigenschaft des Isochronismus grosser und kleiner Schwingungen verdankt die mit solchen Federendigungen versehene Unruhe dem Umstande, dass dadurch die Componenten  $X, Y$  der Lagerreaction = Null werden und somit in Gl. (2) das zweite Glied auf der rechten Seite verschwindet. Weil aber sowohl diese theoretische Formbestimmung der Endcurven auf gewissen Vernachlässigungen beruht, als auch die so theoretisch bestimmte Form nur angenähert realisiert werden kann, wird auch in Wirklichkeit die Lagerreaction nicht vollkommen = Null werden. Unter diesen Umständen würde das Verschwinden jenes Gliedes  $(Xy_1 - Yx_1)l$  in Gl. (2) dadurch unterstützt werden, dass gleichzeitig die Schwerpunkts-coordinaten  $x_1, y_1$  der Spiralfedercurve verschwindend klein wären, und ist es deshalb von Interesse zu bemerken, dass dieselben Endcurven, welche gemäss der Forderung einer verschwindend kleinen Lagerreaction bestimmt wurden, ohne Weiteres zugleich bewirken, dass der Schwerpunkt der ganzen Spiralfeder bezw. ihrer Mittellinie in die Unruheaxe fällt.

Um das zunächst für den Ruhezustand ( $g=0$ ) nachzuweisen, werde in Fig. 150 ausser der Curve  $ABC$  noch die ihr gleiche am andern Ende der Feder hinzugedacht; sie gehe bei  $C'$  in die Kreiswindungen über und liege folglich in Bezug auf die Halbirungslinie  $OX'$  des Winkels  $CO C' = 2\beta_0$  als Symmetrieaxe der Curve  $ABC$  gegenüber. Ist  $G'$  ihr Schwerpunkt und  $OY'$  senkrecht zu  $OX'$ , so ist nach Obigem

$$C'OG' = COG = 90^\circ, \quad OG' = OG = \frac{r_0^2}{\lambda}, \quad GOY' = \beta_0.$$

Nun besteht die ganze Federmittellinie aus den zwei symmetrisch gleichen Endcurven, dem Kreisbogen  $CC'$  und aus einer gewissen Zahl von (in der Projection) zusammenfallenden vollen Kreislinien. Der Schwerpunkt dieser letzteren liegt in ihrem gemeinsamen Mittelpunkte  $O$ , und bleibt also nur zu zeigen, dass auch der Schwerpunkt der als Ganzes betrachteten übrigen Bestandtheile in  $O$  liegt oder, da für diese Bestandtheile die Gerade  $OX'$  Symmetrieaxe ist, braucht nur gezeigt zu werden, dass für die Gerade  $OY'$ , bezüglich auf welche die Punkte  $G, G'$  auf der entgegengesetzten Seite wie der Schwerpunkt von  $CC'$  liegen, das Moment der zwei Endcurven dem Moment des Kreisbogens  $CC'$  gleich ist. In der That aber ist das erstere Moment

$$= 2\lambda \cdot OG \sin \beta_0 = 2r_0^2 \sin \beta_0$$

= dem andern, nämlich =  $r_0$  mal Sehne  $CC'$ .

Wenn nun ferner die schwingende Unruhe augenblicklich um den beliebigen Winkel  $g$  gegen ihre Ruhelage verdreht und die Feder ent-



sprechend deformirt ist, so bleibt doch der Schwerpunkt ihrer Mittel-  
linie nach wie vor im Punkte  $O$ . Zunächst nämlich gilt das von den  
vollen Kreiswindungen, deren Radius nur von  $r_0$  in  $r$  übergegangen ist,  
und wenn jetzt die Figur 150 auf den Zustand der Deformation bezogen  
und der geänderte Winkel  $COC'$  mit  $2\beta$  bezeichnet wird, so ist die  
Halbirungslinie  $OX'$  des letzteren nach wie vor Symmetrieaxe, so dass  
nur wieder die Gleichheit der Momente des Systems der zwei Endcurven  
und des Kreisbogens  $CC'$  für die Gerade  $OY'$  nachgewiesen zu werden  
braucht. Analog dem Obigen ist letzteres Moment  $= 2r^2 \sin \beta$  und bleibt  
also nur zu zeigen, dass das Moment  $= M$  der deformirten Curve  $ABC$   
für die Gerade  $OY' = r^2 \sin \beta$  ist. Werden zu dem Ende mit  $x', y'$  die  
Coordinaten ihres beliebigen Punktes  $B$  für  $OX', OY'$  als Axen be-  
zeichnet, so ist

$$M = \int_0^\lambda x' ds = (x's) \Big|_0^\lambda - \int_0^\lambda s dx'$$

oder, da  $x'$  für den Punkt  $C = -r \cos \beta$  und analog Gl. (16), unter  $\vartheta'$   
den Neigungswinkel der Normale  $BJ$  gegen  $OY'$  verstanden,  $dx' = ds \cos \vartheta'$  ist:

$$M = -r\lambda \cos \beta - \int_0^\lambda s \cos \vartheta' ds \dots \dots \dots (19).$$

Mit Rücksicht auf (7) ist aber:

$$\vartheta' = \vartheta + YOY' = \vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l} + \left(\frac{\pi}{2} - YOC - \beta\right)$$

oder wegen  $YOC = \vartheta'' - \pi = \vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l} - \pi$ :

$$\vartheta' = \frac{3}{2}\pi + \vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l} - \vartheta_0'' - \frac{\varphi \lambda}{l} - \beta$$

$$\cos \vartheta' = \sin \left( \vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l} - \vartheta_0'' - \frac{\varphi \lambda}{l} - \beta \right)$$

$$= \sin \left( \vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l} \right) \cos \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l} + \beta \right) - \cos \left( \vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l} \right) \sin \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l} + \beta \right).$$

Gleichung (19) erhält dadurch die Form:

$$M = -r\lambda \cos \beta - \cos \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l} + \beta \right) \int_0^\lambda s \sin \left( \vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l} \right) ds$$

$$+ \sin \left( \vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l} + \beta \right) \int_0^\lambda s \cos \left( \vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l} \right) ds \dots (20).$$

Indem aber ferner die durch (12) und (13) ausgedrückten Mittelpunkts-  
coordinaten  $\xi''', \eta'''$  der Kreiswindungen unabhängig vom Winkel  $\varphi = \text{Null}$



bleiben, sind auch ihre nach  $\varphi$  genommenen Differentiale = Null, ist also

$$0 = -\frac{r_0}{1 + \frac{\varphi r_0}{l}} \frac{\lambda}{l} \cos\left(\vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l}\right) + \frac{r_0}{\left(1 + \frac{\varphi r_0}{l}\right)^2} \frac{r_0}{l} \sin\left(\vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l}\right) - \frac{1}{l} \int_0^\lambda s \sin\left(\vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l}\right) ds$$

$$0 = -\frac{r_0}{1 + \frac{\varphi r_0}{l}} \frac{\lambda}{l} \sin\left(\vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l}\right) - \frac{r_0}{\left(1 + \frac{\varphi r_0}{l}\right)^2} \frac{r_0}{l} \cos\left(\vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l}\right) + \frac{1}{l} \int_0^\lambda s \cos\left(\vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l}\right) ds.$$

Daraus folgt mit  $r = \frac{r_0}{1 + \frac{\varphi r_0}{l}}$ :

$$\int_0^\lambda s \sin\left(\vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l}\right) ds = -r \lambda \cos\left(\vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l}\right) + r^2 \sin\left(\vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l}\right)$$

$$\int_0^\lambda s \cos\left(\vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l}\right) ds = r \lambda \sin\left(\vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l}\right) + r^2 \cos\left(\vartheta_0'' + \frac{\varphi \lambda}{l}\right)$$

und durch Substitution dieser Ausdrücke in Gl. (20) die zu beweisende Gleichung:

$$M = -r \lambda \cos \beta + r \lambda \cos \beta + r^2 \sin \beta = r^2 \sin \beta.$$

Die vorhergehende Untersuchung bezog sich auf den Fall einer cylindrischen Spiralfeder, wie sie bei Chronometern gebräuchlich ist. Bei einer flachen Feder handelt es sich darum, dieselbe an ihrem äusseren, unbeweglich befestigten Ende möglichst so zu gestalten, dass die Lagerreaction verschwindend klein ist; denn am inneren Ende ist die übrigens nahe als Archimedische Spirale in stetig sich verengernden Windungen um die Unruhaxe herumlaufende Feder unmittelbar am Schwungrade befestigt, etwa im Abstände  $r_1$  von der Axe und zwar gewöhnlich so, dass die Normale der Mittellinie für diesen inneren Endpunkt eine radiale (die Axe schneidende) Richtung hat. Unter der Voraussetzung, dass Letzteres der Fall ist, und dass dann wieder die ganze Feder bei frei schwebender Unruhaxe gemäss dem Gesetze (3) deformirt wird, können die Coordinaten  $\xi'''$ ,  $\eta'''$  des Punktes, welcher in jener



Normale für den inneren Endpunkt der Federmittellinie von diesem Punkte den Abstand  $r_1$  hat, also die Coordinaten des ursprünglich in  $O$  gelegenen Punktes der Axe durch eine ganz ähnliche Entwicklung wie vorhin die Mittelpunktscordinaten der Kreiswindungen ausgedrückt werden. In den obigen Ausdrücken (12) und (13) ist jetzt nur

$$r_1 \text{ für } \frac{r_0}{1 + \frac{\varphi}{l} r_0} \text{ und } l \text{ für } \lambda$$

zu setzen, indem sich hier die Untersuchung auf die ganze Feder zu erstrecken hat, an die Stelle des Punktes  $C$  (Fig. 150) also der am Schwungrade feste innere Endpunkt tritt und dessen unveränderlicher Abstand  $r_1$  von der Schwungradaxe an die Stelle des veränderlichen Halbmessers  $r$  der Kreiswindungen. Somit ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} \xi''' &= -r_1 \sin(\vartheta_0'' + \varphi) + \int_0^l \cos\left(\vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l}\right) ds \\ \eta''' &= -a + r_1 \cos(\vartheta_0'' + \varphi) + \int_0^l \sin\left(\vartheta_0 + \frac{\varphi s}{l}\right) ds \end{aligned} \right\} \dots (21).$$

Um nun aber diese Ausdrücke wieder als lineare Functionen von  $\varphi$  darzustellen, ist es nöthig, hier den Winkel  $\varphi$  selbst als hinlänglich klein anzunehmen, um seinen Cosinus = 1 und seinen Sinus = dem in Bogenmaass ausgedrückten Winkel setzen zu können. Dadurch ergeben die auch hier wieder zu erfüllenden Bedingungen  $\xi''' = 0$ ,  $\eta''' = 0$  die folgenden Gleichungen:

$$\int_0^l \cos \vartheta_0 ds - \frac{\varphi}{l} \int_0^l s \sin \vartheta_0 ds = r_1 \sin \vartheta_0'' + \varphi r_1 \cos \vartheta_0''$$

$$\int_0^l \sin \vartheta_0 ds + \frac{\varphi}{l} \int_0^l s \cos \vartheta_0 ds = a - r_1 \cos \vartheta_0'' + \varphi r_1 \sin \vartheta_0''$$

und da sie unabhängig von  $\varphi$  erfüllt werden müssen, zerfallen sie in:

$$\int_0^l \cos \vartheta_0 ds = r_1 \sin \vartheta_0''; \quad \int_0^l \sin \vartheta_0 ds = a - r_1 \cos \vartheta_0'' \dots (22)$$

$$\int_0^l s \sin \vartheta_0 ds = -l r_1 \cos \vartheta_0''; \quad \int_0^l s \cos \vartheta_0 ds = l r_1 \sin \vartheta_0'' \dots (23)$$

Die Gleichungen (22) drücken analog den obigen Gleichungen (14) nur die Voraussetzung aus, dass in der Ruhelage die Axe der Unruhe durch den Ursprung  $O$  der Coordinaten geht. Aus (23) aber folgt, da



analog den Gleichungen (17) hier

$$\int_0^l s \sin \vartheta_0 ds = -lr_1 \cos \vartheta_0'' - ly_1$$

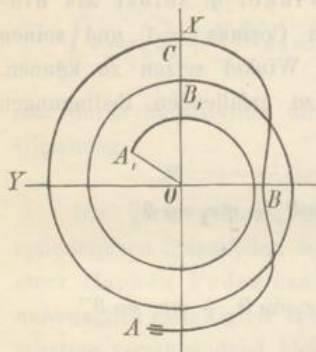
$$\int_0^l s \cos \vartheta_0 ds = lr_1 \sin \vartheta_0 - lx_1$$

ist, unter  $x_1, y_1$  die Schwerpunktskoordinaten der nicht deformirten Federmittellinie verstanden, einfach

$$x_1 = y_1 = 0 \dots \dots \dots (24).$$

Die flache Feder muss also auch, um möglichst isochrone Schwingungen zu gestatten, so gestaltet werden, dass der Schwerpunkt ihrer Mittellinie in der Axe liegt. Phillips zeigte a. a. O., dass sich dasselbe Resultat auch dann ergibt, wenn die Normale der Curve für ihren inneren Endpunkt unter einem beliebigen unveränderlichen Winkel gegen den Radius des Schwungrades geneigt ist. Um sie dieser Bedingung gemäss zu zeichnen, was wieder auf unendlich mannigfach verschiedene Weisen möglich ist, kann das oben für die Endcurven der cylindrischen Spirale angegebene graphische Verfahren durch die Rechnungsergebnisse des vorigen §. unterstützt werden.

Fig. 151.



Es sei nämlich  $ABCB_1A_1$  (Fig. 151) die der Ruhelage entsprechende Form einer solchen flachen Spiralfeder, von  $C$  bis  $A_1$  als Archimedische Spirale angenommen, welche thatsächlich mehr Windungen hat, als hier der Einfachheit wegen gezeichnet sind. Die Länge der Curve  $CB_1A_1$  sei  $=l_1$ , der Fahrstrahl  $OC=r_0$ ,  $OA_1=r_1$ , die radiale Entfernung von je zwei auf einander folgenden Windungen  $CB_1=e$ , der Winkel  $COA_1=\epsilon_0$ . Unter  $x_1$  und  $y_1$  hier die Schwerpunktskoordinaten des a priori angenommenen Curvenstückes

$CB_1A_1=l_1$  für die aus Fig. 151 ersichtlichen Coordinatenachsen verstanden, ist dann nach (5) im vorigen §:

$$f = l_1 x_1 = r_0^2 (p + q^2 \sin \epsilon_0 - pq \cos \epsilon_0)$$

$$g = l_1 y_1 = r_0^2 (1 - pq \sin \epsilon_0 - q^2 \cos \epsilon_0)$$

mit  $p = \frac{e}{\pi r_0}$  und  $q = \frac{r_1}{r_0}$ . Indem hiernach  $x_1$  von geringerer Grössenordnung als  $y_1$ , auch  $y_1$  jedenfalls positiv ist, ist die Endcurve  $ABC$



$= \lambda = l - l_1$  so anzunehmen, dass sie von der  $x$ -Axe aus hauptsächlich auf der Seite der negativen  $y$ -Axe liegt und von dieser beinahe halbirt wird, und kann sie dann allmählig so lange verändert werden bis, unter  $\xi_1$  und  $\eta_1$  ihre Schwerpunktskoordinaten für dieselben Axen  $OX, OY$  verstanden, mit genügender Annäherung

$$\lambda \xi_1 = -l_1 x_1 \quad \text{und} \quad \lambda \eta_1 = -l_1 y_1$$

geworden ist. —

Durch eine grössere Zahl sorgfältiger Versuche, die sich in dem hier benutzten Mémoire ausführlich beschrieben finden, ist von Phillips sowohl die Formel (4) für die Schwingungsdauer, als auch der Einfluss verschiedener Federendigungen auf die Deformation und den Isochronismus der Spiralfeder geprüft und mit der Theorie in Einklang gefunden worden. Auch werden mehrere Fälle angeführt, in denen die theoretisch bestimmten Curven fast genau mit denjenigen übereinstimmten, zu welchen praktische Chronometermacher empirisch durch lange Erfahrung und viele Proben gelangt waren.

#### §. 144. Einfluss der Temperatur auf die Schwingungsdauer der Unruhe.

Wenn auch durch Anwendung der in den zwei vorigen Paragraphen entwickelten Regeln die Schwingungsdauer einer Unruhe möglichst angenähert der Gleichung

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{Ql}{EJ}}$$

entsprechend gemacht ist, so bleibt sie doch vor Allem von der Temperatur abhängig, und zwar in gleichem Sinne mit derselben veränderlich in solchem Grade, dass eine mit solcher Unruhe als Regulator ausgerüstete Uhr für jeden Grad der Temperaturzunahme etwa 10 Secunden täglich nachgehen kann. In der That sind alle in obigem Ausdrucke vorkommenden Grössen  $Q, l, J, E$  mit der Temperatur veränderlich. Werden ihre Werthe für  $t=0$  bzw. mit  $Q_0, l_0, J_0, E_0$  bezeichnet und ist  $\mu$  der lineare Ausdehnungcoefficient des Materials des Schwungrades (in der Regel Messing),  $\sigma$  derselbe für die Stahlfeder, beide bezogen auf  $1^\circ \text{C.}$ , so ist bei der Temperatur  $t$  zu setzen:

$$Q = Q_0 (1 + \mu t)^2, \quad l = l_0 (1 + \sigma t), \quad J = J_0 (1 + \sigma t)^4.$$

Weniger zuverlässig bekannt (auch wohl mehr schwankend mit der materiellen Beschaffenheit) ist das Gesetz, nach welchem der Elasticitätsmodul  $E$  von der Temperatur abhängt. Während Wertheim denselben u. A.



insbesondere für Eisen und Stahl bei von  $0^{\circ}$  an wachsender Temperatur anfangs zunehmend und erst bei höheren Temperaturen abnehmend fand, ergab sich nach Kohlrausch für die von ihm untersuchten Metalle (Eisen, Kupfer und Messing) eine beständige Abnahme von  $E$  der Art, dass für solche Temperaturen, wie sie hier allein in Betracht kommen,

$$E = E_0 (1 - \varepsilon t)$$

gesetzt werden kann. Bei Voraussetzung dieses letzteren Abhängigkeitsgesetzes würde sich durch eine Temperaturzunahme  $= t$  die Schwingungsdauer ändern im Verhältnisse

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \sqrt{\frac{(1 + \mu t)^2}{(1 - \varepsilon t)(1 + \sigma t)^3}}$$

$$\text{nahe} = \sqrt{1 + (\varepsilon + 2\mu - 3\sigma)t} = 1 + \left(\frac{\varepsilon}{2} + \mu - \frac{3}{2}\sigma\right)t.$$

Da der Ausdehnungscoefficient des Messings ungefähr 1,5 mal so gross ist wie der des Stahls, so ergibt sich auch nahe

$$\frac{\tau}{\tau_0} = 1 + \frac{\varepsilon}{2}t.$$

Der Einfluss der Temperatur rührt also fast ausschliesslich von der Veränderlichkeit des Elasticitätscoefficienten her, und kann der Umstand, dass mit wachsender Temperatur in der That  $\tau$  zunimmt, die Schwingungszahl einer Unruhe nämlich abnimmt (die betreffende Uhr nachgeht), als Bestätigung der Gültigkeit des von Kohlrausch gefundenen Abhängigkeitsgesetzes von  $E$  für Federstahl gelten. Bei einer Temperaturzunahme von  $1^{\circ}$  C. würde entsprechend der Zunahme von  $\tau$  im Verhältnisse  $1 + \frac{\varepsilon}{2}$  die betreffende Uhr um täglich

$$86400 \cdot \frac{\varepsilon}{2} \text{ Sekunden}$$

nachgehen, und wenn dieses Nachgehen thatsächlich 10 Sekunden betrüge, könnte daraus

$$\varepsilon = \frac{1}{4320} = 0,00023$$

gefolgert werden, etwa  $=$  der Hälfte des Werthes, der von Kohlrausch für Eisen gefunden wurde.

Um dem Einflusse der Temperatur zu begegnen, begnügt man sich bei gewöhnlichen Taschenuhren mit gelegentlicher Verkleinerung oder Vergrösserung der wirksamen (an der Deformation Theil nehmenden)

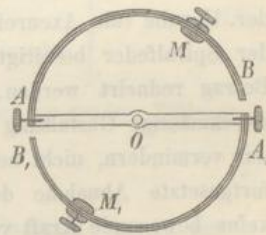


Länge der flachen Spiralfeder vermittels des sogenannten Rückers, eines ungleicharmigen Hebels, dessen Drehaxe mit der Unruhaxe zusammenfällt und dessen kürzerer Arm die Feder in der Nähe ihres am Gestell festen Endes so einklemmt, dass ein Gleiten der Klemme längs der Feder möglich ist, während der längere Arm zugleich als Griff und als Zeiger dient. Insoweit die Klemme längs der Feder beweglich sein soll, muss letztere möglichst genau kreisförmig gestaltet sein, damit die Handhabung des Rückers ohne Deformation der Feder und ohne Vergrößerung des Lagerdruckes der Unruhaxe geschehen könne.

Bei Chronometern sind besondere Compensationen nöthig, die ebenso wie beim Compensationspendel auf der verschiedenen Ausdehnbarkeit verschiedener Metalle beruhen. Bei der gewöhnlichen Anordnung (Fig. 152) besteht der Schwungring aus zwei getrennten Theilen  $AB$  und  $A_1B_1$ , jeder am einen Ende getragen von einem gemeinschaftlichen Stege  $AA_1$ , der in der Mitte  $O$  auf der Axe festsetzt und an betreffender Stelle (in der Entfernung  $a$  von  $O$ ) mit der cylindrischen Spiralfeder fest verbunden ist. Jede Ringhälfte ist aus einem äusseren Messingstreifen und einem inneren Stahlstreifen zusammengelöthet; wegen der grösseren Ausdehnbarkeit des Messings nimmt dann bei wachsender Temperatur die Krümmung der beiden Halbringe zu, so dass ihre Enden  $B$  und  $B_1$  sich der Axe nähern, somit das Trägheitsmoment  $Q$  verkleinert und bei passender Wahl der Verhältnisse die Verkleinerung des Elasticitätsmodul  $E$  unschädlich gemacht wird. Massen  $M$  und  $M_1$ , welche an verschiedenen Stellen festgeklemmt oder in Form von Schrauben an verschiedenen Stellen eingeschraubt werden können, dienen zur Regulirung der compensirenden Wirkung. Andere Massen, bei  $A$  und  $A_1$  vermittels feiner Schrauben radial beweglich, dienen zur Regulirung von  $Q$  und dadurch von  $\tau$ , abgesehen vom Einflusse der Temperatur.

Uebrigens kann auch bei vollkommener Ausführung dieser Compensation am Schwungrade ein gewisser Einfluss der Temperatur auf die Schwingungsdauer  $\tau$  dadurch übrig bleiben, dass mit der Längenänderung der Feder zugleich eine Formänderung derselben und somit eine vermehrte Lagerreaction verbunden ist. Um das zu verhindern, muss die Aehnlichkeit der allen Temperaturen entsprechenden Federmittellinien dadurch ermöglicht werden, dass die Abstände  $a$  ihrer Endpunkte von der

Fig. 152.





Axe in demselben Verhältnisse mit der Temperatur veränderlich gemacht werden wie die Länge der Feder. Das wäre der Fall, wenn der Theil des Uhrgestelles, an welchem das unbewegliche Federende befestigt ist, und wenn ebenso das Armsystem des Schwungrades, bezw. der Steg  $AA_1$  (Fig. 152) der Compensationsunruhe aus demselben Material wie die Spiralfeder, also aus Federstahl verfertigt würde; besser aber ist es durch die Wahl solcher Federendigungen zu erreichen, welche  $\alpha = 0$  oder wenigstens einem sehr kleinen Werthe von  $\alpha$  entsprechen.

§. 145. Einfluss der Bewegungswiderstände auf die Schwingungen des Pendels oder der Unruhe.

Als Widerstände kommen hier in Betracht die Reibung und der Luftwiderstand. Erstere kann beim Pendel durch Federaufhängung, bei der Unruhe (als Axenreibung in den Lagern) durch passende Gestaltung der Spiralfeder beseitigt oder wenigstens auf einen fast unmerklichen Betrag reducirt werden, der Luftwiderstand dagegen lässt sich durch zweckmässige Gestaltung des Pendels oder des Schwungrades der Unruhe nur vermindern, nicht beseitigen. Natürlich würde jeder Widerstand eine fortgesetzte Abnahme des Ausschlagwinkels  $\alpha$  zur Folge haben, wenn keine bewegende Kraft vorhanden wäre, die periodisch den Arbeitsverlust ersetzt. Hier, wo es sich nicht sowohl um den Ausschlagwinkel, als um die Schwingungsdauer handelt, soll von jenem zeitweiligen Antriebe abgesehen werden. Auch werden solche Verhältnisse vorausgesetzt (herbeigeführt beim Pendel durch genügend kleine Schwingungen, bei der Unruhe durch Anwendung der in §. 142 und §. 143 entwickelten Regeln), dass eine Aenderung von  $\alpha$  an und für sich keinen merklichen Einfluss auf die Schwingungsdauer ausübt, dass also diese beim Pendel

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{Q}{Gr}}$$

ist, unter  $G$  dessen Gewicht,  $Q$  sein Trägheitsmoment für die Aufhängungsaxe und  $r$  den Schwerpunktsabstand von dieser Axe verstanden, bei der Unruhe aber nach §. 141, Gl. (4):

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{Ql}{EJ}}$$

mit den dort erklärten Bedeutungen von  $Q, l, J, E$ . Wenn dann, wie im §. 142, die Zeit  $t$  von einem Augenblicke grössten Ausschlags  $= \alpha$  aus der Ruhelage gerechnet und für die Schwingung bis zur andern äussersten



Lage, während also  $\varphi$  ohne Widerstände von  $\alpha$  bis  $-\alpha$ , mit Rücksicht auf dieselben aber von  $\alpha$  bis  $-\alpha_1$  ( $\alpha_1$  etwas  $< \alpha$ ) abnimmt, die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  positiv gesetzt wird, so ist bei Abstraction von Widerständen für das Pendel:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{Gr \sin \varphi}{Q} \text{ sehr nahe } = \frac{Gr}{Q} \varphi$$

und für die Unruhe nach §. 142:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{EJ}{Ql} \varphi,$$

in beiden Fällen also

$$\frac{d\omega}{dt} = k^2 \varphi \quad \text{und} \quad \tau = \frac{\pi}{k}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{zu setzen mit } k^2 = \frac{Gr}{Q} \text{ für das Pendel} \\ \text{bzw. } k^2 = \frac{EJ}{Ql} \text{ für die Unruhe} \end{array} \right\} \dots \dots (1).$$

Mit Rücksicht auf die Widerstände kann also auch in beiden Fällen

$$\frac{d\omega}{dt} = k^2 \varphi - w \dots \dots \dots (2)$$

gesetzt werden, unter  $w$  im Allgemeinen eine Function von  $\omega$  und  $\varphi$  verstanden. Aus dieser Differentialgleichung folgen dann durch Integration ebenso wie im §. 142 (woselbst  $w$  eine Function nur von  $\varphi$  bedeutete), die dort mit (15) und (16) bezeichneten Gleichungen:

$$\omega = k\alpha \sin(kt) - \sin(kt) \int_0^t w \sin(kt) dt - \cos(kt) \int_0^t w \cos(kt) dt \dots \dots \dots (3)$$

$$\varphi = \alpha \cos(kt) - \frac{\cos(kt)}{k} \int_0^t w \sin(kt) dt + \frac{\sin(kt)}{k} \int_0^t w \cos(kt) dt \dots \dots \dots (4).$$

Wäre  $w$  eine Constante, so würde aus (3) folgen:

$$\begin{aligned} \omega &= k\alpha \sin(kt) - \frac{w}{k} \left\{ \sin(kt) [1 - \cos(kt)] + \cos(kt) \sin(kt) \right\} \\ &= \left( k\alpha - \frac{w}{k} \right) \sin(kt) \end{aligned}$$



und würde  $\omega = 0$  für  $t = \frac{\pi}{k}$  unabhängig von  $w$ . Durch ein Widerstandsmoment von constanter Grösse wird also zwar das Maximum der Winkelgeschwindigkeit bei gegebenem anfänglichem Ausschlagwinkel  $\alpha$  verkleinert, dagegen die Schwingungsdauer nicht verändert. Eine Verkleinerung des Geschwindigkeitsmaximums hat natürlich jeder Widerstand zur Folge; ob aber die Schwingungsdauer durch ihn in anderen Fällen vergrössert oder verkleinert wird, ist daraus zu schliessen, ob die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  für  $t = \frac{\pi}{k}$  noch positiv oder schon negativ ist. Wird diese Winkelgeschwindigkeit mit  $\omega_1$  bezeichnet, so folgt aus (3) mit  $x = kt$ :

$$\omega_1 = \int_0^{\frac{\pi}{k}} w \cos(kt) dt = \frac{1}{k} \int_0^{\pi} w \cos x dx = \frac{1}{k} \int_0^{\pi} w dx \sin x \dots (5).$$

Ist nun  $w = f(\omega)$  eine Function der Geschwindigkeit, wie es namentlich in Folge des Luftwiderstandes der Fall und wobei dann  $f(\omega)$  in gleichem Sinne wie  $\omega$  veränderlich ist, so folgt aus (5) mit dem Näherungswerthe

$$\omega = k\alpha \sin x \text{ nach (3):}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(k\alpha \sin x) d \sin x - \frac{1}{k} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(k\alpha \sin x) d \sin x,$$

also  $\omega_1 = 0$ , weil  $\sin x$  von  $x = 0$  bis  $x = \frac{\pi}{2}$  dieselben Werthe durchläuft wie von  $x = \pi$  bis  $x = \frac{\pi}{2}$ . Ist aber  $w = f(\pm \varphi)$  eine Function des Absolutwerthes von  $\varphi$ , so folgt aus (5) mit dem Näherungswerthe

$$\varphi = \alpha \cos x \text{ nach (4):}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\alpha \cos x) d \sin x - \frac{1}{k} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(-\alpha \cos x) d \sin x$$

auch  $= 0$ , weil  $\cos x$  von  $x = 0$  bis  $x = \frac{\pi}{2}$  dieselben Werthe wie  $-\cos x$  von  $x = \pi$  bis  $x = \frac{\pi}{2}$  durchläuft. Die verhältnissmässige Aenderung der Schwingungsdauer durch die Bewegungswiderstände ist also jedenfalls nur klein von höherer Ordnung.



Der Voraussetzung  $w = f(\varphi)$  entspricht das Widerstandsmoment, welches bei einer Unruhe von der durch die Lagerreaction verursachten Axreibung herrührt, sofern die Componenten  $X, Y$  dieser Lagerreaction dem Elasticitätsmoment  $M$  der Spiralfeder und somit sehr nahe dem Elongationswinkel  $\varphi$  — z. B. gemäss den Gleichungen (6) und (9) in §. 142 — proportional sind. Für diesen Fall lässt sich leicht erkennen, dass der Widerstand die Schwingungsdauer etwas vergrössert. In der That ist nach Gl. (2) mit  $w = \pm \alpha^2 \varphi$  für positive oder negative Werthe von  $\varphi$ :

$$\frac{d\omega}{dt} = (k^2 - \alpha^2) \varphi \quad \text{bezw.} \quad = (k^2 + \alpha^2) \varphi$$

und ist daraus auf eine Schwingungsdauer:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\pi}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{k^2 - \alpha^2}} + \frac{1}{\sqrt{k^2 + \alpha^2}} \right) \\ &= \frac{1}{2} \frac{\pi}{k} \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{k^2} + \frac{3}{8} \frac{\alpha^4}{k^4} + \dots \\ + 1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{k^2} + \frac{3}{8} \frac{\alpha^4}{k^4} - \dots \end{array} \right\} \\ &= \frac{\pi}{k} \left( 1 + \frac{3}{8} \frac{\alpha^4}{k^4} + \dots \right) \end{aligned}$$

zu schliessen, welche um eine kleine Grösse höherer Ordnung  $> \frac{\pi}{k}$  ist. —

Auf das Abhängigkeitsgesetz der durch den Bewegungswiderstand verursachten Winkelverzögerung  $w$  kann aus dem Gesetze geschlossen werden, nach welchem der Ausschlagwinkel  $\alpha$  eines Pendels oder einer Unruhe bei den ohne neuen Antrieb stattfindenden Schwingungen nach und nach abnimmt. Indem nämlich für  $t = \frac{\pi}{k}$  die oben mit  $\omega_1$  bezeichnete Winkelgeschwindigkeit und ebenso der Unterschied zwischen  $\frac{\pi}{k}$  und der Schwingungsdauer  $\tau$  sehr klein ist, ergibt sich die Aenderung des Elongationswinkels  $\varphi$  während der Zeit  $\tau - \frac{\pi}{k}$  oder  $\frac{\pi}{k} - \tau$  als eine sehr kleine Grösse höherer Ordnung, mit deren Vernachlässigung somit  $\alpha_1 =$  demjenigen Werthe von  $-\varphi$  gesetzt werden kann, welcher der Zeit  $t = \frac{\pi}{k}$  entspricht, d. i. nach (4):



$$\alpha_1 = \alpha - \frac{1}{k} \int_0^{\frac{\pi}{k}} w \sin(kt) dt = \alpha - \frac{1}{k^2} \int_0^{\pi} w \sin x dx \dots (6).$$

Ist nun etwa, unter  $a, b, c, e$  Constante und unter  $(\pm \varphi)$  den Absolutwerth von  $\varphi$  verstanden,

$$w = a + b\omega + c\omega^2 + e(\pm \varphi),$$

so ergibt sich mit den Näherungswerthen

$$\omega = k\alpha \sin x \quad \text{und} \quad \varphi = \alpha \cos x,$$

welche den Gleichungen (3) und (4) mit  $w = 0$  entsprechen:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha - \frac{a}{k^2} \int_0^{\pi} \sin x dx - \frac{b\alpha}{k} \int_0^{\pi} \sin^2 x dx - c\alpha^2 \int_0^{\pi} \sin^3 x dx \\ &\quad + \frac{e\alpha}{k^2} \int_0^{\pi} \cos x \sin x dx \\ &= \alpha - 2 \frac{a}{k^2} - \frac{\pi b\alpha}{2k} - \frac{4}{3} c\alpha^2 + \frac{e\alpha}{k^2} \int_0^{\pi} \sin x dx \sin x. \end{aligned}$$

Was das letzte Glied dieses Ausdruckes betrifft, so kann mit der hier beabsichtigten Annäherung das obere Vorzeichen von  $x = 0$  bis  $x = \frac{\pi}{2}$ , das untere von  $x = \frac{\pi}{2}$  bis  $x = \pi$  genommen und somit gesetzt werden:

$$\begin{aligned} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx \sin x &= - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx \sin x - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx \sin x \\ &= - \int_0^1 y dy - \int_0^1 y dy = -1. \end{aligned}$$

Hiernach ergibt sich:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha} = 1 - \frac{\pi b}{2k} - \frac{e}{k^2} - \frac{2a}{k^2} \frac{1}{\alpha} - \frac{4}{3} c\alpha \dots (7)$$

und ebenso, wenn mit  $\alpha_2, \alpha_3 \dots$  die Ausschlagwinkel zu Ende der zweiten, dritten ... Schwingung bezeichnet werden,

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = 1 - \frac{\pi b}{2k} - \frac{e}{k^2} - \frac{2a}{k^2} \frac{1}{\alpha_1} - \frac{4}{3} c\alpha_1 \text{ u. s. f.}$$

Insbesondere ist für  $a = c = 0$ :

$$\frac{\alpha_1}{\alpha} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \dots = 1 - \frac{\pi b}{2k} - \frac{e}{k^2}$$

= einer Constanten, d. h. der Ausschlagwinkel nimmt nach einer geometrischen Reihe ab, wenn das Widerstandsmoment theils

der W  
der R  
schwin  
für de  
vorzug  
widrige

entspre  
metris  
dels v  
besteht  
schwin  
Geschw  
Grösse

werden  
zu sol  
Oberflä  
keit p

D  
nieders  
hängt,  
samme  
im Ge  
sei un  
einerse  
Stift,  
Federh  
Tromm  
welche  
werk t  
H  
spreche



der Winkelgeschwindigkeit, theils der Winkelentfernung von der Ruhelage proportional ist. Dies ist das Gesetz, welches für schwingende Pendel die Beobachtung thatsächlich ergeben hat, wenigstens für den Fall, dass durch Federaufhängung oder auf sonstige Weise die vorzugsweise der Constanten  $a$  entsprechende Reibung eliminirt wurde, widrigenfalls nach (7) eine dem Gesetze:

$$\frac{\alpha_1}{a} > \frac{\alpha_2}{a_1} > \frac{\alpha_3}{a_2} \dots$$

entsprechende Winkelabnahme zu erwarten wäre. Jene Abnahme in geometrischer Reihe lässt aber erkennen, dass der Luftwiderstand des Pendels vorzugsweise in einer Reibung zwischen der Luft und der Linse besteht, welche tangential längs dieser gerichtet und ihrer relativen Geschwindigkeit gegen die Luft proportional ist. Bei einer Unruhe, deren Geschwindigkeit grösser ist, kann auch das Glied mit  $c$  von merklicher Grösse und somit nach (7):

$$\frac{\alpha_1}{a} < \frac{\alpha_2}{a_1} < \frac{\alpha_3}{a_2} \dots$$

werden, besonders wenn hervorstehende Theile des Schwungrades (Fig. 152) zu solchen Widerständen Veranlassung geben, welche normal gegen die Oberfläche gerichtet und dem Quadrate der relativen Normalgeschwindigkeit proportional zu setzen sind.

### b. Der Motor.

Die bewegende Kraft einer Uhr ist entweder ein Gewicht, welches niedersinkend vermittels einer Schnur, Darmsaite oder Kette, woran es hängt, eine Trommel in Umdrehung setzt, oder die Elasticität einer zusammengewundenen und in der Aufwindung begriffenen Spiralfeder, welche im Gegensatz zur Spiralfeder des Regulators als Triebfeder bezeichnet sei und im Inneren einer Trommel, dem hier sogenannten Federhause, einerseits mit der cylindrischen Trommelwand, andererseits mit einem Stift, dem Federstift, fest verbunden ist, um welchen als Welle das Federhaus sich drehen kann. In beiden Fällen wird die Drehung der Trommel durch ein damit verbundenes grösseres Zahnrad (Triebrad), welches in ein kleineres von wenig Zähnen eingreift, auf das übrige Uhrwerk übertragen.

Hierbei kommen verschiedene Rücksichten in Betracht, welche entsprechende Anordnungen des Motors bedingen, insbesondere



1. die Forderung möglichst constanter Grösse der Triebkraft während des Ganges einer aufgezogenen Uhr,
2. die Forderung, dass, wenn die Uhr aufgezogen, d. h. die abgelaufene Gewichtschnur auf die Trommel wieder aufgewunden bezw. die aufgedrehte Triebfeder wieder stärker zusammengedreht wird, dadurch weder das übrige Uhrwerk zu einer entgegengesetzten Bewegung oder zum Stillstande veranlasst, noch auch thunlichst eine zeitweilige Unterbrechung oder Störung der Wirksamkeit des Motors herbeigeführt werden soll.

#### §. 146. Wirksamkeit des Motors während des Ganges einer Uhr.

Indem es praktisch nicht möglich ist, die Schwingungsdauer eines Regulators von der Grösse seines Ausschlagwinkels vollkommen unabhängig zu machen, letzterer aber im periodischen Beharrungszustande dadurch bedingt ist, dass bei jeder Schwingung des Regulators der Arbeitsverlust in Folge seiner Bewegungswiderstände dem Ersatze an Arbeitsvermögen durch den Motor gleich ist, somit jede Aenderung dieses letzteren Arbeitsvermögens entsprechende Aenderungen der Widerstandsarbeit und folglich des Ausschlagwinkels zur Folge hat, so ist es von Wichtigkeit, für möglichste Unveränderlichkeit des dem Regulator periodisch mitgetheilten Arbeitsvermögens Sorge zu tragen. Indem dasselbe durch Vermittlung des Uhrwerkes vom Motor auf den Regulator übertragen wird, kommt es vor Allem darauf an, dass das Kraftmoment möglichst constant sei, mit welchem das Triebrad in Drehung erhalten wird.

Ist die Triebkraft ein niedersinkendes Gewicht, so ist diese Forderung ohne Weiteres und so vollkommen wie möglich erfüllt; eine kleine Unvollkommenheit wird nur durch die Schwere der mit veränderlicher wirksamer Länge das Gewicht tragenden Schnur verursacht, welcher Einfluss sich indessen leicht eliminiren liesse, wenn er überhaupt in Betracht käme. Da der mit der Triebkraft wachsende Ausschlagwinkel besonders bei einem Pendel die Schwingungsdauer beeinflusst, so ist es bei Pendeluhren nicht nur am einfachsten, sondern auch mit Rücksicht auf die Gleichförmigkeit des Ganges am besten, sie durch ein niedersinkendes Gewicht in Gang zu erhalten. Auch geht man von dieser Regel nur ab bei Stutz- und Tafeluhren, bei denen der Raum für ein niedersinkendes Gewicht zu sehr beschränkt ist und die Gleichförmigkeit des Ganges der äusseren Form untergeordnet wird.



Besteht aber die bewegende Kraft in der Elasticität einer zusammen-  
gewundenen Spiralfeder, so ist ihr Moment in Bezug auf die Axe des  
Federhauses bei Abstraction vom Einflusse des Lagerdruckes nach §. 141,  
Gl. (2):

$$M = \frac{EJ}{l} \varphi \dots \dots \dots (1),$$

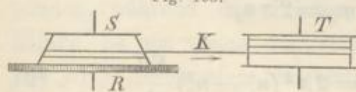
unter  $E$  den Elasticitätsmodul des Materials (gehärteter Stahl),  $J$  das  
Trägheitsmoment des Querschnittes für die Biegungsaxe und unter  $l$  die  
Länge der Feder verstanden. Es ist also  $M$  dem Verdrehungswinkel  $\varphi$   
proportional und mit diesem beim Ablaufen der Uhr zwischen zwei  
Grenzwerten  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  abnehmend veränderlich. Dasselbe gilt von  
der auf den Umfang des Federhauses (Radius =  $a$ ) reducirten Triebkraft

$$P = \frac{M}{a},$$

und um nun trotzdem das Moment =  $Pr$ , mit welchem diese

Kraft auf Umdrehung des Triebrades wirkt, constant zu erhalten, macht  
man den Hebelarm  $r$  zwischen zwei entsprechenden Grenzen  $r_1$  und  $r_2$   
so zunehmend veränderlich, dass  $\varphi_1 r_1 = \varphi_2 r_2$  und überhaupt  $\varphi r$  constant  
ist, indem nämlich (Fig. 153) das Federhaus  $T$  vermittels einer

Fig. 153.



Gliederkette  $K$  zunächst eine co-  
nische Trommel  $S$ , die sogenannte  
Schnecke in Umdrehung setzt, welche  
ihrerseits mit dem Triebrade  $R$  ver-  
bunden ist. Beim Ablaufen der Uhr

wickelt sich die Kette vom dünneren gegen den dickeren Theil der  
Schnecke hin von dieser ab und auf das Federhaus auf.

Der Einfluss des Ausschlagwinkels, mithin der bewegenden Kraft  
auf die Schwingungsdauer ist übrigens bei einer Unruhe im Allgemeinen  
geringer, als bei einem Pendel, wenigstens nicht grösser, als der Einfluss  
der Temperatur, für welche bei gewöhnlichen Taschenuhren eine Com-  
pensation ohnehin nicht vorhanden ist. Man zieht es deshalb heutzutage  
vor, die Schnecke mit Kette bei den gewöhnlichen Taschenuhren ganz  
wegzulassen unter Verminderung des betreffenden Fehlers durch möglichst  
grosse Länge der Triebfeder. Diese gestattet einen grösseren Windungs-  
winkel  $\varphi$ , mithin bei gegebenem Unterschiede der Grenzwerte  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$   
(etwa  $\varphi_1 - \varphi_2 = 4.2\pi$ ) eine grössere Annäherung des Verhältnisses  $\frac{\varphi_1}{\varphi_2}$   
an 1. Die Taschenuhren haben dadurch eine erhebliche Vereinfachung  
und Preisermässigung erfahren, und es ist mit der Kette eine Haupt-  
ursache von Beschädigungen fortgefallen. Bei Chronometern ist aber die



Schnecke ein wesentlicher Bestandtheil; zur Schonung der Kette wird hier eine besondere Vorrichtung angebracht, welche es verhindert, die Uhr so weit aufzuziehen oder ablaufen zu lassen, dass sich die Kette ganz vom Federhause bezw. von der Schnecke abwickelt.

Für Taschenuhren werden als Dimensionen der Triebfeder angegeben (Rühlmann, allgem. Maschinenlehre, I, S. 45):

$$\begin{aligned} l &= 400 \text{ bis } 700 \text{ Millimeter Länge,} \\ b &= 2 \quad \text{,,} \quad 5 \quad \quad \quad \text{Breite,} \\ d &= 0,15 \quad \text{,,} \quad 0,25 \quad \quad \quad \text{Dicke.} \end{aligned}$$

Bei 20 Windungen im aufgezogenen Zustande der Uhr, also  $\varphi_1 = 40\pi$ , ergibt sich dann mit  $E = 20000$  Kgr. pro Quadratmillimeter und mit

$$J = \frac{bd^3}{12} \text{ der Anfangswerth des Momentes } M:$$

$$M_1 = 40\pi \frac{EJ}{l}$$

$$= 3,5 \text{ Millimeterkgr. für } l = 400, b = 2, d = 0,15$$

$$\text{bezw. } = 23,4 \quad \quad \quad \text{,,} \quad \quad \quad \text{für } l = 700, b = 5, d = 0,25.$$

Entsprechend 4 Umdrehungen des Federhauses beim Ablaufen der Uhr nimmt dieses Moment bis  $M_2 = 0,8 M_1$  ab. Das dabei ausgegebene Arbeitsvermögen ist mit  $\varphi_1 = 2\pi n_1$  und  $\varphi_2 = 2\pi n_2$ :

$$A = \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} M d\varphi = \frac{EJ}{l} \frac{\varphi_1^2 - \varphi_2^2}{2} = 2\pi^2 (n_1^2 - n_2^2) \frac{EJ}{l} \dots (2),$$

insbesondere mit  $n_1 = 20$  und  $n_2 = 16$ :

$$A = 80 \text{ Millimeterkgr. für } l = 400, b = 2, d = 0,15$$

$$\text{bezw. } A = 529 \quad \quad \quad \text{,,} \quad \quad \quad \text{für } l = 700, b = 5, d = 0,25.$$

Uebrigens ist zu bemerken, dass, wenn auch durch die besprochenen Hilfsmittel vollkommene Unveränderlichkeit der ganzen Triebkraft einer Uhr zu erreichen wäre, damit doch wegen unvermeidlicher (z. B. durch Staub und Verdickung des Schmieröls bedingter) Veränderlichkeit der Widerstände des Uhrwerks nicht auch die Gleichförmigkeit der Grösse desjenigen Theils dieser Triebkraft gesichert wäre, welcher nach Abzug des Verlustes durch jene Widerstände zu periodischem Antriebe des Regulators übrig bleibt und worauf es eigentlich allein ankommt. Letzterer Zweck ist am vollkommensten dadurch zu erreichen, dass der Regulator mit einem besonderen schwächeren Hilfsmotor (Gewicht oder Feder) verbunden und dieser periodisch vom Hauptmotor durch Vermittlung des Uhrwerks stets in genau gleichem Maasse aufgezogen (das Hilfgewicht immer gleich hoch gehoben, bezw. die Hilfsfeder immer gleich stark



gespannt) wird, um so ganz unabhängig von den Aenderungen der Hauptbetriebskraft und der Widerstände des Uhrwerks periodisch immer dasselbe Arbeitsvermögen zum Antriebe des Regulators verfügbar zu machen. Indem aber solche Einrichtungen sich auf die Art der Verbindung des Motors mit dem Regulator beziehen, gehören sie ihrer Wirksamkeit nach zu den Hemmungen, bei deren Besprechung darauf als auf sogenannte „Hemmungen mit constanter Kraft“ zurückgekommen werden wird.

#### §. 147. Wirksamkeit des Motors beim Aufziehen der Uhr.

Das Aufziehen einer Uhr wird im Allgemeinen dadurch ermöglicht, dass das Triebrad mit dem Motor durch ein Gesperre verbunden ist, wodurch beim Aufziehen eine relative Bewegung beider Theile in entsprechendem Sinne möglich wird, während beim Ablaufen der aufgezogenen Uhr die dabei angestrebte entgegengesetzte relative Bewegung unmöglich ist.

Bei der durch ein Gewicht getriebenen Uhr ist die auf ihrer Welle festsitzende Trommel mit dem Klinkrade des Gesperres fest verbunden, während das Triebrad lose auf der Trommelwelle sitzt. Die Klinke ist um einen am Triebade seitlich befestigten Zapfen drehbar und wird durch eine gleichfalls an diesem Rade befestigte Feder gegen die Verzahnung des Klinkrades angedrückt; auch kann sie selbst zugleich als Feder wirken. Während des Ablaufens der Uhr zieht oder schiebt also das Klinkrad vermittelst der Klinke das Triebrad so fort, als ob beide zusammen ein Ganzes ausmachten; beim Aufziehen der Uhr aber, d. h. bei der durch eine äussere Kraft bewirkten entgegengesetzten Drehung der Trommel sammt ihrer Welle und dem Klinkrade bewegen sich die Zähne des letzteren gleitend an der der Reihe nach in die Zahn-lücken einfallenden Klinke vorbei.

Bei der durch eine Feder getriebenen Uhr mit Schnecke und Kette (Fig. 153) ist das lose auf der Schneckenwelle sitzende Triebrad *R* ebenso mit der Schnecke *S* durch ein Gesperre verbunden wie bei der Gewichtuhr mit der Schnurtrommel. Das Aufziehen geschieht durch Umdrehung der Schneckenwelle in solchem Sinne, dass die einerseits am Federhause *T*, andererseits am dickeren Theile der Schnecke befestigte Kette *K* sich auf letztere gegen den dünneren Theil hin aufwickelt und dadurch das Federhaus entgegen seinem Drehungssinne beim Ablaufen der Uhr so dreht, dass die mit ihrem inneren Ende am unbe-

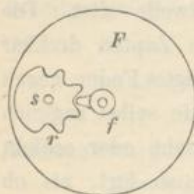


weglichen Federstift befestigte Triebfeder wieder stärker zusammengewunden wird.

Wenn aber bei der durch eine Feder getriebenen Uhr Schnecke und Kette fehlen, wie es bei den heutigen Taschenuhren der Fall zu sein pflegt, so ist das Triebrad mit dem Federhause fest verbunden, kann sich also dieses auch nicht beim Aufziehen in entgegengesetztem Sinne drehen, vielmehr wird das Aufziehen hier durch Drehung des Federstiftes bewerkstelligt. Damit er dann aber beim Ablauf der Uhr wieder feststehe, trägt er ein nur jene Drehung beim Aufziehen gestattendes Klinkrad, dessen zugehörige Klinke am Ende einer Feder sich befindet, die an der das betreffende Lager des Federstiftes enthaltenden Uhrplatte festgeschraubt ist. Diese Anordnung einer festen Verbindung des Federhauses mit dem Triebade heisst das Federhaus mit Zähnen oder das verzahnte Federhaus.

Zur Einschliessung des Windungswinkels  $\varphi$  der Triebfeder zwischen gewissen Grenzen  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  dient bei dem verzahnten Federhause die sogenannte Stellung. Der dem Triebade gegenüberliegende Boden des Federhauses  $F$ , Fig. 154, trägt nämlich einen Stift  $s$ , um welchen mit

Fig. 154.



einiger Reibung, die eine willkürliche Drehung verhindert, ein kleines nur an einem Theile des Umfanges verzahntes Rädchen  $r$  drehbar ist. An entsprechender Stelle trägt der Federstift  $f$  eine kleine Scheibe, von deren Umfange ein einzelner Zahn, in jene Verzahnung zeitweilig eingreifend, hervorragt. Die beim Ablauf und beim Aufziehen der Uhr entgegengesetzten relativen Drehungen des Federstiftes

und Federhauses gegen einander sind in Folge dessen nur so lange möglich, bis der einzelne Zahn gegen den unverzahnnten Theil des Rädchens  $r$  auf der einen oder anderen Seite anstösst; die Zahl der möglichen ganzen relativen Umdrehungen ist gleich der Anzahl von Zähnen des Rädchens  $r$ . Bei der Uhr mit Schnecke und Kette wird zwar schon durch die begrenzte Länge der letzteren auch die Aenderung des Windungswinkels der Triebfeder begrenzt; weil dann aber durch unvorsichtiges Aufziehen leicht das Reissen der Kette bewirkt wird, kann besser auch in diesem Falle durch eine jener Stellung, Fig. 154, ähnliche Vorrichtung der Zweck ohne Beihülfe der Kette erreicht werden.

Der Forderung, dass die Wirksamkeit der Triebkraft durch das Aufziehen der Uhr nicht unterbrochen werden soll, wird bei dem vorbesprochenen verzahnten Federhause ohne weitere Hilfsvor-



richtung von selbst entsprochen, und es liegt auch hierin ein Vortheil dieses Systems. In den übrigen Fällen ist aber eine weitere Complication nöthig, um jene Bedingung zu erfüllen, und zwar dient dazu im Allgemeinen Harrison's Gegengesperre. Es ist nämlich der federnde Sperrhaken  $H$ , welcher in das an der Schnurtrommel einer Gewichtuhr oder an der Schnecke einer Triebfederuhr festsitzende Klinkrad eingreift, nicht unmittelbar am Triebade, sondern an einem zwischen diesem und jenem Klinkrade  $K$  eingeschalteten zweiten Klinkrade  $K_1$  befestigt, dessen Zähne denen von  $K$  entgegengerichtet sind und welches ebenso wie das Triebad  $R$  lose auf der Trommelwelle bzw.

Schneckenwelle drehbar ist (Fig. 155, woselbst die Verzahnungen der verschiedenen Räder nur theilweise angedeutet sind). Die Axe der in die Verzahnung von  $K_1$  eingreifenden Klinke  $H_1$  ist am Uhrgestelle fest, und endlich ist  $K_1$  mit dem Triebade durch eine Hilfsfeder  $F$  oder durch mehrere solche symmetrisch vertheilte Federn verbunden, welche einerseits an  $K_1$  befestigt sind und andererseits gegen Arme oder Vorsprünge des Triebades sich stützen.

Bei dem Ablafen der Uhr wirkt nun  $K$ , im Sinne des Pfeils rotirend, durch  $H$  treibend auf  $K_1$ , weiter  $K_1$  durch  $F$  treibend auf  $R$ , während  $H_1$  auf den Zähnen von  $K_1$  relativ gleitet. Beim Aufziehen der Uhr, also bei umgekehrtem Drehungsinne von  $K$  gleitet umgekehrt  $H$  auf den Zähnen von  $K$  und wird  $K_1$  durch  $H_1$  festgehalten, während die Spannung der Hilfsfeder  $F$  unterdessen treibend wirkt mit genügend constanter Kraft, sofern eine nur kurze Zeit zum Aufziehen gebraucht wird.

Bei Gewichtuhren kann zu demselben Zwecke auch die von Huyghens angegebene Vorrichtung benutzt werden, welche in §. 102 als Beispiel eines Gewichtsaccumulators erwähnt und durch Fig. 108 im Princip dargestellt wurde. In dieser bedeutet  $A$  die mit dem Triebade fest verbundene, beständig im Sinne des beigetzten Pfeiles rotirende Schnurtrommel,  $B$  eine Leitrolle, welche im Sinne des Pfeils nur beim Aufziehen gedreht wird, indem sie an entgegengesetzter Drehung durch ein Gegengesperre gehindert ist; beim Aufziehen wie beim Ablafen der Uhr wirkt

Fig. 155.

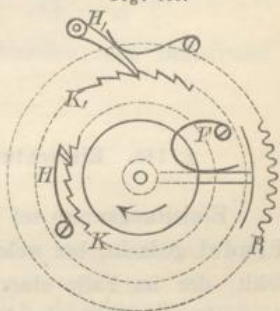
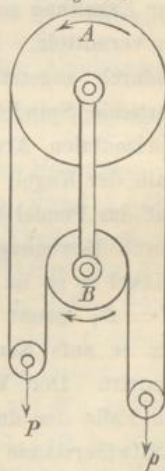


Fig. 108.





die Triebkraft mit unveränderter Intensität  $= \frac{1}{2}(P-p)$  am Umfange der Trommel. Letztere pflegt ebenso wie  $B$  als Schnurrolle gebildet zu werden mit zahnartig gekerbter Rinne, in welcher ein Rutschen der endlosen Schnur trotz nur halber Windung nicht zu befürchten ist, während sie anderen Falles bei mehrfacher Umschlingung einer glatten Trommel sich allmählig axial längs derselben bewegen und zeitweilig zurückrutschen würde. Freilich ist damit der Uebelstand verbunden, dass die Schnur bzw. Darmsaite allmählig aufgeraut wird, weshalb diese Einrichtung z. Z. nur noch weniger in Gebrauch ist.

### c. Die Hemmung.

#### §. 148. Einrichtung und Wirkungsweise im Allgemeinen.

Einleitungsweise sei hier zunächst kurz der Uhren mit conischem Pendel gedacht, bei welchen der als Hemmung bezeichnete Mechanismus fehlt, der im Falle einer Uhr mit hin- und herschwingendem Regulator dazu dient, theils durch Vermittlung des letzteren die Bewegung des übrigen Uhrwerkes periodisch zu unterbrechen, theils nach Wiederbeginn dieser Bewegung die antreibende Wirkung des Motors auf den Regulator zur Erhaltung seines periodischen Bewegungszustandes in geeigneter Weise zu vermitteln. Bei einer Uhr mit conischem Pendel wird dieses einfach dadurch angetrieben, dass der Motor vermittels des Räderwerkes eine verticale Spindel in Rotation erhält, welche durch einen geschlitzten horizontalen Arm die Spitze der Pendelstange (ihre Fortsetzung unterhalb der Kugel) continuirlich schiebt. Ist dabei für eine Umdrehung die auf das Pendel übertragene Arbeit  $= A$ , der Arbeitsverlust des letzteren durch Bewegungswiderstände  $= B$ , wachsend mit seinem Elongationswinkel  $\alpha$ , so ist der Beharrungszustand charakterisirt durch die Gleichung  $A=B$ ; nimmt  $A$  zu oder ab, so wird der Beharrungszustand gestört bis er aufs Neue bei einem grösseren bzw. kleineren Werthe von  $\alpha$  eintritt. Der Widerstand des Pendels besteht vorzugsweise, besonders im Falle der durch Fig. 147 (§. 140) dargestellten Federaufhängung, im Luftwiderstande der Kugel, wächst also mit ihrer Grösse und mit der Geschwindigkeit  $v$  ihres Mittelpunktes. Letztere ist, wenn

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}} \text{ nach §. 140, Gl. (6)}$$



die Umdrehungszeit und  $b$  die Entfernung des Kugelmittelpunktes vom Aufhängungspunkte bedeutet,

$$v = \frac{2\pi b \sin \alpha}{\tau} = b \sin \alpha \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}} \text{ nahe proportional } \alpha \sqrt{b},$$

so dass, wenn der Luftwiderstand  $W$  der Kugel (Radius  $= r$ ) proportional  $r^2 v^m$  gesetzt wird ( $m$  nahe  $= 2$ ), auch  $W$  proportional  $r^2 b^{\frac{m}{2}} \alpha^m$  und die Arbeit dieses Widerstandes für eine Umdrehung:

$$B = W \cdot 2\pi b \sin \alpha \text{ nahe proportional } r^2 b^{\frac{m}{2}+1} \alpha^{m+1}$$

ist. Somit kann, unter  $C$  eine Constante verstanden, der Beharrungszustand durch die Gleichung:

$$A = B = C r^2 b^{\frac{m}{2}+1} \alpha^{m+1}$$

charakterisirt werden, aus welcher folgt:

$$\frac{dA}{d\alpha} = (m+1) C r^2 b^{\frac{m}{2}+1} \alpha^m \dots \dots \dots (1).$$

Dieses Verhältniss ist um so grösser, also die Aenderung von  $\alpha$ , welche einer gewissen Aenderung von  $A$  entspricht, um so kleiner, je länger das Pendel und je grösser die Kugel ist; durch Vergrösserung von  $\alpha$  darf die Vergrösserung von  $\frac{dA}{d\alpha}$  natürlich nicht erstrebt werden, weil damit nach §. 140 auch der Absolutwerth von  $\frac{d\tau}{d\alpha}$  wachsen würde. Der Luftwiderstand der Kugel bietet hier einen gewissen Ersatz für den fehlenden günstigen Einfluss einer Hemmung. —

In dem gewöhnlichen Falle einer Uhr mit ebenem Pendel oder mit Unruhe als Regulator sind im Allgemeinen drei Theile  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  der Schwingungsdauer  $\tau$  desselben zu unterscheiden. Während der Zeit  $\tau_1$  ist die Wirkung des Motors gehemmt, das Uhrwerk in Ruhe, wobei es von der Art der Hemmung abhängt, ob sie während eines grösseren oder kleineren Theiles von  $\tau_1$  mit dem seine Schwingung fortsetzenden Regulator in Berührung ist; jedenfalls fällt  $\tau_1$  zum Theil auf den Anfang, zum Theil auf das Ende der Schwingung. Während der Zeit  $\tau_2$  wirkt der Motor treibend auf das Uhrwerk und durch Vermittlung der Hemmung zugleich auf den damit in Berührung befindlichen Regulator. Während der Zeit  $\tau_3$  endlich, welche unmittelbar auf  $\tau_2$  folgt, wird nur das Uhrwerk vom Motor angetrieben, indem der Regulator unterdessen



unabhängig davon, nämlich ausser Berührung mit der Hemmung seine Schwingung fortsetzt. Im Allgemeinen ist  $\tau_1 > \tau_2 > \tau_3$ , letztere Zeit  $\tau_3$  oft verschwindend klein.

Ist jetzt  $A$  der Ueberschuss der Arbeit des Motors über die Arbeit der Widerstände des Uhrwerkes während der Zeit  $\tau_2$ ,  $B$  dagegen die Widerstandsarbeit des Regulators für dessen ganze Schwingungsdauer  $\tau$ , so wird nicht das ganze  $A$  als Ersatz für  $B$  verwendet, sondern, da zu Anfang der Zeit  $\tau_2$  das Uhrwerk in Ruhe war, nur der Theil  $A - \frac{1}{2} M v_2^2$ , unter  $M$  die auf den Angriffspunkt  $P$  der Hemmung am Regulator reducirte Masse des Uhrwerkes und unter  $v_2$  die Geschwindigkeit jenes Punktes der Hemmung zu Ende der Zeit  $\tau_2$  verstanden. Indem ferner  $B$  aus zwei Theilen besteht, nämlich aus der Arbeit  $= W$  des Widerstandes, insbesondere Luftwiderstandes, welcher dem Regulator unabhängig von seiner zeitweiligen Berührung mit der Hemmung eigenthümlich ist, und aus der Reibungsarbeit  $= R$ , welche während der Zeit  $\tau_2$  und event. eines Theiles von  $\tau_1$  durch die relativ gleitende Bewegung des Regulators längs der ihn berührenden Hemmung veranlasst wird, so gilt die Gleichung:

$$A = \frac{1}{2} M v_2^2 + R + W \dots \dots \dots (2).$$

Bezeichnet  $w_2$  die der Geschwindigkeit  $v_2$  des Punktes  $P$  der Hemmung entsprechende Geschwindigkeit des damit zusammenfallenden Regulatorpunktes,  $w'$  das Maximum der Geschwindigkeit  $w$  dieses letzteren Punktes, also die Geschwindigkeit desselben im Mittelpunkte seines Schwingungsbogens, so kann mit Rücksicht auf die fast vollständige Unveränderlichkeit des Aenderungsgesetzes von  $w$  sowie der Schwingungsdauer  $\tau$ , selbst bei erheblicher Aenderung des Ausschlagwinkels  $\alpha$ , die Geschwindigkeit  $w'$  proportional  $\alpha$  gesetzt werden, etwa  $w' = n\alpha$ , somit

$$\frac{1}{2} M v_2^2 = \frac{1}{2} M \left( \frac{v_2 w_2}{w_2 w'} n \right)^2 \alpha^2 \dots \dots \dots (3),$$

unter  $n$  eine Constante verstanden. Die Reibungsarbeit  $R$  kann, insoweit sie sich auf den Antrieb des Regulators in der Zeit  $\tau_2$  bezieht, als unabhängig von  $\alpha$  betrachtet werden; insoweit sie aber von relativ gleitender Bewegung des Regulators längs der ihn berührenden Hemmung während der Zeit  $\tau_1$  herrührt, ist sie dem betreffenden Wege und somit nahezu dem Winkel  $\alpha$  proportional. Im Allgemeinen sei, unter  $a$  und  $b$  Constante verstanden,

$$R = a + b\alpha \dots \dots \dots (4).$$



Was endlich die Widerstandsarbeit  $W$  betrifft, so kann der sie vorzugsweise bedingende Luftwiderstand bezw. sein Moment für die Schwingungsaxe des Regulators proportional  $w^m$  gesetzt werden, etwa

$$= Cw^m = C\left(\frac{w}{w'}\right)^m (n\alpha)^m$$

und somit 
$$W = 2 \int_0^\alpha Cw^m d\varphi = 2 C(n\alpha)^m \int_0^\alpha \left(\frac{w}{w'}\right)^m d\varphi.$$

Das in diesem Ausdrucke vorkommende Integral ist = dem Product aus  $\alpha$  und einem durch das Schwingungsgesetz bestimmten Mittelwerthe von  $\left(\frac{w}{w'}\right)^m$ , so dass, wenn dieser und ebenso  $2n^m$  als Factoren in die neue Constante  $c$  eingeschlossen werden, damit

$$W = c\alpha^{m+1} \dots \dots \dots (5)$$

wird, unter  $m$  eine Zahl verstanden, die zwischen 1 und 2 liegt und zwar um so näher bei 1, je mehr der Luftwiderstand vorzugsweise als Reibung zwischen dem schwingenden Regulator und der Luft sich geltend macht.

Die Einsetzung der Ausdrücke (3) — (5) in Gl. (2) giebt:

$$A = \frac{1}{2} M \left(\frac{v_2}{w_2} \frac{w_2}{w'} n\right)^2 \alpha^2 + a + b\alpha + c\alpha^{m+1} \dots \dots \dots (6)$$

und folgt daraus:

$$\frac{dA}{d\alpha} = M \left(\frac{v_2}{w_2} \frac{w_2}{w'} n\right)^2 \alpha + b + (m+1)c\alpha^m \dots \dots \dots (7).$$

Um die Aenderungen von  $\alpha$  möglichst klein zu erhalten, sind die Ursachen der Aenderung von  $A$  thunlichst fern zu halten und ausserdem die Verhältnisse so zu wählen, dass  $\frac{dA}{d\alpha}$  möglichst gross wird ohne diesen Vortheil durch ebenso grosse anderweitige Nachtheile zu erkaufen. In dem Ausdrucke (7) sind aber  $m, n, c$  als durch die Umstände gegebene Grössen zu betrachten, so dass die Vergrößerung von  $\frac{dA}{d\alpha}$  durch eine solche von  $b, M, \alpha, \frac{v_2}{w_2}$  und  $\frac{w_2}{w'}$  herbeigeführt werden könnte. Indessen würde die Vergrößerung von  $b$  eine Vermehrung der bei ruhendem Uhrwerke (in der Zeit  $\tau_1$ ) zwischen dem Regulator und der Hemmung stattfindenden Reibung bedeuten, die wie jede Reibung hier möglichst vermieden werden muss theils wegen der damit wachsenden Grösse der



nöthigen Betriebskraft und der Abnutzung an den betreffenden Reibungsflächen, theils wegen schwankender Grösse dieser Reibung und dadurch bedingter Veränderlichkeit von  $\mathcal{A}$ . Aehnliche Gründe sprechen gegen Vergrößerung der Masse des Uhrwerkes, also von  $M$ , weil damit gleichfalls die Reibung und der Bedarf an Betriebskraft zunehmen. Indem auch der Ausschlagwinkel  $\alpha$  durch anderweitige Rücksichten auf die Eigenschaften des Regulators dem Früheren zufolge bedingt ist, bleibt in der Hauptsache nur übrig, die Verhältnisse  $\frac{v_2}{w_2}$  und  $\frac{w_2}{w'}$  möglichst gross zu machen. Das erstere derselben ist von den Eigenthümlichkeiten der einzelnen Hemmungsarten abhängig und bei diesen zu besprechen; das Verhältniss  $\frac{w_2}{w'}$  aber kann allgemein durch eine derartige Anordnung möglichst gross, nämlich möglichst = 1 gemacht werden, bei welcher der Regulator stets während einer solchen (im Verhältnisse zur Schwingungsdauer  $\tau$  meistens kleinen) Zeit  $\tau_2$  angetrieben wird, dass er zu Ende derselben mit seiner Maximalgeschwindigkeit die Ruhelage passirt. Die unterschiedenen Bestandtheile der Schwingungsdauer folgen sich dann nahezu in der Ordnung:

$$\tau = \frac{1}{2} \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \frac{1}{2} \tau_1 \dots \dots \dots (8).$$

Der Haupttheil der Hemmung ist ein je nach den Umständen mit sehr verschiedenartig gestalteten Zähnen versehenes Rad, das Hemmungsrade oder Steigrade, welches durch die bewegende Kraft der Uhr eine beständige Tendenz zur Drehung in gewissem Sinne besitzt, derselben aber nur während der kleinen Zeit  $\tau_3$  bei jedem Schwunge des Regulators ungehindert durch letzteren folgen kann, wogegen es während  $\tau_1$  vermittels seiner Zähne gehemmt wird, während  $\tau_2$  aber durch diese Zähne treibend auf den schwingenden Regulator wirkt. Es befindet sich dabei während  $\tau_1$  und  $\tau_2$  entweder in unmittelbarer Berührung mit dem Regulator oder mittelbar vermittels eines zwischen beide Theile eingeschalteten Hilfsmechanismus, wonach man unmittelbar oder direct wirkende und mittelbar oder indirect wirkende Hemmungen unterscheiden kann. Letztere Anordnung ist die vollkommenere und hat den Zweck, den Regulator während des grösseren Theiles der Hemmungsdauer  $\tau_1$  ganz frei, d. h. unabhängig von der Hemmung schwingen zu lassen, mithin die Reibungsarbeit  $R$  des an der Hemmung entlang gleitenden Regulators möglichst zu verkleinern.



## 1. Direct wirkende Hemmungen.

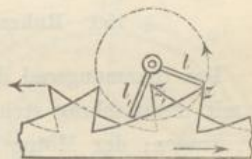
Dieselben werden als zurückspringende und ruhende Hemmungen unterschieden, jenachdem das Hemmungsrad während der Zeiten  $\tau_1$  kleinen rückläufigen Bewegungen unterworfen ist oder vollkommen ruht und niemals eine rückläufige Bewegung erhält.

## §. 149. Zurückspringende Hemmungen.

Hierzu gehören: die Spindelhemmung oder der sogenannte Spindelgang für Taschenuhren und die zurückspringende Ankerhemmung oder Hakenhemmung für Pendeluhr.

Der Spindelgang ist in seiner ursprünglichen Form, nämlich in Verbindung mit einer Unruhe, die lediglich in einem oscillirenden Schwungradchen ohne regulirende Spiralfeder bestand, die älteste aller Hemmungen; auch in Verbindung mit der Spiralfederunruhe ist er lange Zeit die gewöhnlichste Hemmung für Taschenuhren geblieben, bis er durch die Cylinderhemmung und später durch indirect wirkende Hemmungen mehr und mehr verdrängt wurde. Seine Einrichtung und Wirkungsweise sind in der Hauptsache folgende. Das Hemmungsrad oder sogenannte Steigrad ist nach Art eines Kronrades mit seitwärts vorstehenden, sägenförmig gestalteten Zähnen versehen und erhält durch den Motor eine Drehung in solchem Sinne, dass die Zahnschneidungen vorausgehen. Die Spindel der Unruhe, deren Axe diejenige des Steigrades rechtwinklig schneidet, ist mit zwei radial gerichteten, nahe unter rechtem Winkel gegen einander geneigten Lappen  $l, l_1$  verbunden in einer Entfernung = dem Durchmesser des Steigrades; dieselben treffen an diametral gegenüberliegenden Stellen des Steigrades mit dessen Zähnen abwechselungsweise zusammen, indem sie in die Zahnspitzen hineingreifen: siehe Figur 156, in welcher bei verticaler Lage der Steigradaxe, also horizontaler Lage der Spindel der Lappen  $l$  und der Zahn  $z$  vorn,  $l_1$  und  $z_1$  hinten liegend zu denken sind. Stößt bei den Schwingungen der Unruhe ein Lappen  $l$  ihrer Spindel gegen eine Zahnschneidung  $z$ , so springt das Steigrad zunächst etwas zurück, bis die lebendige Kraft des Schwungrades vernichtet ist; dann erfolgt die umgekehrte Bewegung, wobei der Regulator durch den Motor getrieben wird, während  $z$  an  $l$  abgleitet. In dem (durch Fig. 156 dar-

Fig. 156.





gestellten) Augenblicke aber, in welchem  $z$  und  $l$  ausser Berührung kommen, stehen sich  $z_1$  und  $l_1$  schon nahe gegenüber, so dass nach der kleinen Zeit  $\tau_3$  ihr Zusammentreffen erfolgt und dann der beschriebene Vorgang in Beziehung auf eine zweite Schwingung der Unruhe sich wiederholt. Das Steigrad hat eine ungerade Anzahl Zähne, damit sich Zähne und Zahnücken diametral gegenüberliegend entsprechen; nach jeder Doppelschwingung der Unruhe rückt es um eine Zahntheilung bleibend vor.

Es unterscheidet sich diese Hemmung von anderen besonders dadurch, dass der Regulator während des grössten Theiles seiner Bewegung vom Motor getrieben wird und dadurch einen viel grösseren Ersatz an Arbeitsvermögen erhält, als der ihm eigenthümlichen Widerstände wegen nöthig wäre. Die ihm bei jeder Schwingung überschüssig mitgetheilte Arbeit bewirkt das Zurückspringen des Steigrades. Die Zeit  $\tau_1$  der Hemmung ist auf die kleine Dauer dieser rückgängigen Bewegung und der darauf folgenden gleich grossen rechtläufigen Bewegung des Steigrades, wodurch jene rückgängige wieder ausgeglichen wird, beschränkt. Die durch die Stösse verursachten Erschütterungen und Arbeitsverluste machen übrigens diesen Spindelgang zu einem wenig vollkommenen Mechanismus. —

Die Hakenhemmung oder zurückspringende Ankerhemmung für Pendeluhren, um das Jahr 1680 von dem Londoner Uhrmacher Clement erfunden, geht durch eine so einfache Modification in die vollkommnere ruhende Ankerhemmung über, dass es genügt, bei Besprechung der letzteren auf den Unterschied beider aufmerksam zu machen.

#### §. 150. Ruhende Ankerhemmung für Pendeluhren.

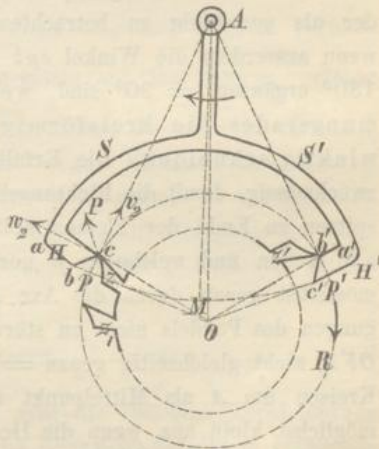
Das Hemmungsrad dieser von Graham 1715 erfundenen Hemmung ist mit etwas schräg stehenden Zähnen versehen, welche in der Radebene hervorragen; der Motor strebt es mit voraus gerichteten Zahnsitzen zu drehen. Der sogenannte Anker ist ein um eine horizontale Axe  $A$ , Fig. 157, parallel der Axe  $O$  des Hemmungsrades  $R$ , drehbarer Körper, dessen zwei Schenkel  $S, S'$  an den Enden zu Haken  $H, H'$  umgebogen sind. Die Ankerwelle ist durch einen Mitnehmer mit der Pendelstange verbunden, d. h. durch einen abwärts reichenden Arm, welcher unten vermittle einer sogenannten Gabel mit kleinem Spielraume die Pendelstange umfasst; damit hier keine relativ gleitende Bewegung stattfindet, muss die Schwingungsaxe des Ankers mit der Aufhängungsaxe des Pen-



dels zusammenfallen, in welchem Falle die Schwingungswinkel von Anker und Pendel gleich gross sind. Die Wirkung ist dann abgesehen von dem kleinen Spielraume der Pendelstange in der Gabel dieselbe, als ob erstere mit der Ankerwelle fest verbunden wäre, nur mit dem Unterschiede, dass bei der mittelbaren Verbindung durch den Mitnehmer eine möglichst reibungslose Aufhängung des Pendels, insbesondere vermittels einer dünnen und flachen Stahlfeder (Fig. 142) möglich wird. Bei den sonach gemeinschaftlichen Schwingungen des Pendels und des Ankers greifen die Haken  $H, H'$  wechselseitig in die Zahnücken des Hemmungsrades ein und lassen dasselbe bei jeder Doppelschwingung um eine Zahntheilung sich drehen.

Was diese Hemmung zu einer (während der Zeiten  $\tau_1$ , §. 148) ruhenden macht, ist der Umstand, dass die Haken  $H, H'$  durch Cylinderflächen begrenzt sind, deren gemeinsame Axe die Schwingungsaxe  $A$  des Ankers ist, und dass die Vorderflächen der Hemmungszähne so gegen die betreffenden Radien des Hemmungsrades geneigt sind, dass sie die äussere Cylinderfläche  $ab$  des einen Hakens  $H$  und die innere  $a'b'$  des andern  $H'$  stets nur mit ihren äussersten Kanten berühren. Dadurch, dass diese Bedingungen nicht erfüllt sind, unterscheidet sich die zurückspringende Ankerhemmung, §. 149, von dieser ruhenden. Der Antrieb des Ankers und somit des Pendels während der Zeiten  $\tau_2$  wird durch ebene Angriffsflächen  $bc$  und  $b'c'$  an den Enden der Haken  $H, H'$  vermittelt. Sind  $p$  und  $p'$  die Punkte, in welchen die Peripherie des Hemmungsrades von der äusseren Kreislinie der Ankerhaken geschnitten wird, so ergibt sich bei entsprechender Construction das folgende Spiel der Hemmung, gerechnet von einem Augenblicke, in welchem das Pendel seinen äussersten Ausschlag rechts hat und das Rad  $R$  durch Stützung eines Zahnes  $z$  gegen die Fläche  $ab$  des Hakens  $H$  gehemmt ist. Während der Zeit  $\frac{1}{2}\tau_1$  gleitet  $ab$  an der Spitze dieses Zahnes entlang bis zu ihrer Berührung mit der Kante  $b$ , worauf während der Zeit  $\tau_2$  diese Zahnschneide, längs der Angriffsfläche  $bc$  gleitend, das Pendel antreibt, indem sich dasselbe mit dem Anker

Fig. 157.





um den kleinen Winkel  $bAp$ , Fig. 157, das Hemmungsrad um den Winkel  $pOc$  dreht. In dem durch die Figur dargestellten Augenblicke, in welchem die Spitze des Zahnes  $z$  die Angriffsfläche  $bc$  bei  $c$  verlässt, ist die Kante  $b'$  des anderen Hakens  $H'$  gerade in die Peripherie von  $R$  gelangt und befindet sich die Spitze eines Zahnes  $z'$  dieser Kante dicht gegenüber, so dass es nur einer sehr kleinen Zeit  $\tau_3$  bedarf, um  $z'$  durch die Fläche  $b'a'$  des Hakens  $H'$  aufzufangen und dann während der Zeit  $\frac{1}{2}\tau_1$  das Rad  $R$  wieder zu hemmen, indem dabei  $b'a'$  längs  $z'$  gleitet bis das Pendel seinen grössten Ausschlag links erreicht hat. Bei der folgenden Schwingung gleitet zuerst der Haken  $H'$  längs dem durch ihn gestützten Zahn  $z'$  zurück bis gleichzeitig die Kanten  $b'$  und  $c$  durch die Peripherie des Hemmungsrades  $R$  hindurch gehen; dann gleitet die Spitze von  $z'$  längs  $b'e'$ , um dem Pendel einen neuen Impuls zu geben, während sich  $R$  um den Winkel  $b'Op' = pOc$  dreht. Indem dann in demselben Augenblicke, in welchem  $c'$  durch den Punkt  $p'$  hindurch geht, auch  $b$  den Punkt  $p$  erreicht haben soll, damit der Haken  $H$  mit seiner Fläche  $ab$  den dem Zahne  $z$  folgenden Zahn  $z_1$  von  $R$  dicht bei der Kante  $b$  auffange, muss  $bp = c'p'$ , müssen also auch die Drehungswinkel  $bAp$  und  $c'Ap'$  des Ankers während des Antriebes im einen und im anderen Sinne gleich gross sein. Schliesslich gleitet  $z_1$  längs  $ba$  bis zur Grenzlage des Pendels u. s. f.

Aus den Gleichungen  $pc = p'b'$  und  $pb = p'e'$  folgt die Congruenz der als geradlinig zu betrachtenden kleinen Dreiecke  $cpb$  und  $b'p'e'$ , wenn ausserdem die Winkel  $cpb$  und  $b'p'e'$ , die sich im Allgemeinen zu  $180^\circ$  ergänzen,  $= 90^\circ$  sind, wenn also die Peripherie des Hemmungsrades die kreisförmig gekrümmten Ankerhaken rechtwinklig schneidet. Die Erfüllung dieser Bedingung ist zu dem Ende zweckmässig, damit die Richtungslinien der Stösse, mit welchen die Zahnspitzen zu Ende der kleinen Zeiten  $\tau_3$  gegen die Hakenflächen  $ab$  und  $a'b'$  treffen und welche in  $p$  normal zu  $Op$ , in  $b'$  normal zu  $Ob'$  sind, möglichst genau durch die Axe  $A$  des Ankers gehen, um die Schwingungen des Pendels nicht zu stören. Zwar können die Winkel  $OpA$  und  $Ob'A$  nicht gleichzeitig genau  $= 90^\circ$  sein, wenn  $p$  und  $b'$  verschiedenen Kreisen um  $A$  als Mittelpunkt angehören, doch fällt die Abweichung möglichst klein aus, wenn die Hemmung so angeordnet wird, dass, unter  $m$  und  $m'$  die Mittelpunkte der kleinen Bögen  $pc$  und  $p'b'$  verstanden, die gleichen Winkel  $OmA$  und  $Om'A = 90^\circ$  sind. Diese Anordnung vorausgesetzt, können die Punkte  $A, c, p$  und ebenso die Punkte  $A, b', p'$



als in gerader Linie liegend betrachtet werden, so dass mit den Bezeichnungen:

$$Ab = Ac' = l, \quad \text{Winkel } bAc = c'Ab' = \lambda$$

$$pc = p'b' = e, \quad \text{Winkel } pcb = p'b'c' = \varepsilon$$

zwischen diesen Grössen die Beziehung stattfindet:

$$l\lambda = e \operatorname{tg} \varepsilon \dots \dots \dots (1).$$

Nach den allgemeinen Erörterungen im §. 148 soll ferner die Anordnung möglichst so getroffen werden, dass das Pendel zu Ende der Antriebszeit  $\tau_2$  seine Ruhelage passirt, und dass in diesen Augenblicken das Verhältniss  $\frac{v_2}{w_2}$  der Geschwindigkeit  $v_2$  der treibenden Zahnspitze und der Geschwindigkeit  $w_2$  des von ihr berührten Ankerpunktes möglichst gross ist. Erstere Forderung kann zwar nicht für die Schwingungen im einen und anderen Sinne zugleich vollkommen erfüllt werden, weil die Punkte  $c$  und  $c'$  (Fig. 157) des Ankers bei verschiedenen Lagen desselben durch die Peripherie des Hemmungsrades hindurchgehen; doch wird ihr mit möglichster Annäherung durch eine solche Disposition entsprochen, welche zur Folge hat, dass die Mittelpunkte  $n$  und  $n'$  der Angriffslinien  $bc$  und  $b'c'$  des Ankers bei dessen mittlerer Lage (der Gleichgewichtslage des Pendels entsprechend) mit den Punkten  $m$  und  $m'$  jener Peripherie zusammenfallen, wie es z. B. dann der Fall ist, wenn die Axe  $A$  vertical über der Axe  $O$  liegt und die Mittellinie  $AM$  des Mitnehmers den Winkel  $nAn'$  halbirt.

Was aber die andere Forderung eines möglichst grossen Verhältnisses  $\frac{v_2}{w_2}$  betrifft, so ist z. B. mit Rücksicht auf den Zahn  $z$ , welcher in Fig. 157 eben im Begriff ist, die Angriffslinie  $bc$  bei  $c$  zu verlassen,  $v_2$  normal zu  $Ac$  oder näherungsweise (wegen Kleinheit des Winkels  $pOc$ ) normal zu  $Ob$ , d. i. längs  $cA$ , dagegen  $w_2$  normal zu  $cA$  gerichtet, und da diese zwei Geschwindigkeiten, wenn sie in Componenten längs  $bc$  und normal zu  $bc$  zerlegt werden, nach letzterer Richtung gleiche Componenten ergeben müssen, so folgt:

$$w_2 \cos \varepsilon = v_2 \sin \varepsilon \quad \text{und somit} \quad \frac{v_2}{w_2} = \operatorname{cotg} \varepsilon \dots \dots \dots (2)$$

um so grösser, je kleiner  $\varepsilon$ . Indessen wird die zulässige Verkleinerung dieses Winkels  $\varepsilon$  begrenzt theils durch die Rücksicht auf die zu erfüllende Gleichung (1), worin  $\lambda = 0,04$  bis  $0,05$  gemacht zu werden pflegt, theils durch die Berücksichtigung der Reibung. Die Arbeit der letzteren  $= R$



für eine ganze Schwingung besteht aus den Theilen  $R_1$  und  $R_2$ , welche den Zeiten  $\tau_1$  und  $\tau_2$ , also den relativen Bewegungen der Hemmungszähne bezw. längs den cylindrischen Hemmungsflächen und längs den ebenen Antriebsflächen des Ankers entsprechen. Während erstere Reibung nach §. 148 wenigstens den Nutzen hat, dass sie in Gl. (7) daselbst den Summand  $b$  vergrössert und somit die einer gewissen Aenderung der disponiblen Arbeit  $A$  entsprechende Aenderung des Ausschlagwinkels  $\alpha$  verkleinert, ist die letztere Reibung unbedingt schädlich. Die Arbeit derselben während des Antriebes ist, wenn dabei der Zahn  $z$  den mittleren Normaldruck  $P$  auf die Angriffsfläche  $bc$ , Fig. 157, ausübt und wenn  $\mu$  den betreffenden Reibungscoefficienten bedeutet,

$$R_2 = \mu P \cdot \overline{bc} = \mu P \frac{e}{\cos \varepsilon}$$

und da die gleichzeitig auf den Anker übertragene Arbeit des Normaldruckes  $P$ :

$$A_2 = P e \sin \varepsilon$$

ist = dem Product aus  $P$  und dem Wege des Angriffspunktes im Sinne von  $P$ , ergibt sich der verhältnissmässige Arbeitsverlust durch diese Reibung:

$$\frac{R_2}{A_2} = \frac{\mu}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon} = \frac{2\mu}{\sin 2\varepsilon} \dots \dots \dots (3)$$

am kleinsten =  $2\mu$  für  $\varepsilon = 45^\circ$ . Hiernach ist es rathsam, den Winkel  $\varepsilon$  nur wenig  $< 45^\circ$  zu machen. Zur Verkleinerung des Reibungscoefficienten  $\mu$  und der Abnutzung an diesen Angriffsflächen werden dieselben wohl aus Achat oder anderen harten Steinen hergestellt. —

Der Umstand, dass bei der Graham'schen Ankerhemmung, Fig. 157, die Zähne des Hemmungsrades abwechselnd von der einen und andern Seite gegen den Anker stossen, ist mit dem Nachtheile verbunden, dass auch die Axen  $A$  und  $O$  abwechselnd nach verschiedenen Richtungen gegen die Lager gedrängt werden und so bei etwas Spielraum in denselben Veranlassung zu einem unsanften, schlotternden Gange gegeben werden kann. Auch die Zahnform des Hemmungsrades gemäss Fig. 157 und die zur Umfassung des letzteren weite Oeffnung des Ankers ist bei Ausführungen in grossen Dimensionen und bei entsprechend grosser Triebkraft, insbesondere bei Haus- und Thurmuhren, nicht zweckmässig und wird vielmehr in solchen Fällen die durch Fig. 158 dargestellte Modification der ruhenden Ankerhemmung vorgezogen. Die Zähne des Hemmungsrades sind dabei durch cylindrische Stifte von halbkreisförmigem

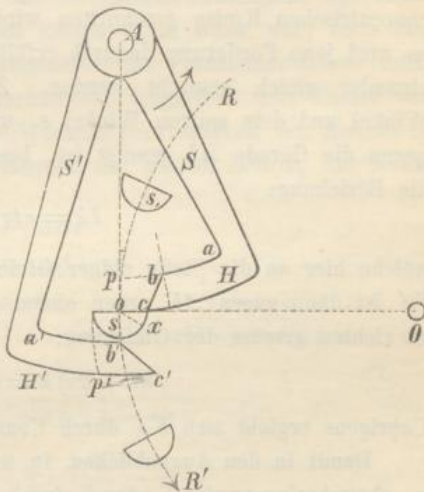


Querschnitte ersetzt, welche rechtwinklig zur Radebene einseitig hervorragen; der Radius  $s$  dieser Halbkreise ist etwas kleiner, als die Dicke  $e$  der Ankerhaken  $H, H'$ , die übrigens auch hier von coaxialen Kreiscylinderflächen mit der Schwingungsaxe  $A$  des Ankers als geometrischer Axe und an den Enden von schräg gerichteten ebenen Angriffsflächen  $bc, b'c'$  begrenzt sind. Die Schenkel  $S, S'$  bilden einen spitzen Winkel und sind von verschiedener Länge der Art, dass die Radien der inneren Cylinderflächen  $ab$  und  $a'b'$  der Ankerhaken, welche hier kleiner sein können, als der Radius  $r$  des Hemmungsrades, sich um die halbe Theilung des letzteren, gemessen in dem die Mittelpunkte  $o$  der Stifte enthaltenden Theilkreise  $RR'$ , unterscheiden. Nur an diesen inneren Cylinderflächen kommen die Haken  $H, H'$  während der Hemmungszeiten  $\tau_1$  mit den Stiften in Berührung, und zwar in der Weise, dass bei der durch den Pfeil angedeuteten Schwingung, in welcher der Anker gemäss Fig. 158 begriffen ist, zuerst der Stift  $s$  längs  $ab$  und später längs  $b'a'$  gleitet, bei der folgenden Schwingung aber zuerst derselbe Stift längs  $a'b'$  zurück und später der folgende Stift  $s_1$  längs  $ba$  gleitet u. s. f. Das Spiel der Hemmung bedarf keiner weiteren Erklärung, und auch die Constructionsregeln ergeben sich leicht nach Analogie der vorhergehenden Erörterungen.

Unter der Voraussetzung, dass die Ankerhaken  $H, H'$  gleiche Dicken  $= e$  erhalten und dass der Radius  $s$  der die Stifte begrenzenden Kreiscylinderflächen etwas  $< e$  ist, kann  $e = \frac{1}{4}$  der Theilung des Hemmungsrades gemacht werden, so dass der Radius  $l$  der Cylinderfläche, welche den Haken  $H$  von aussen begrenzt,  $=$  dem arithmetischen Mittel der Radien von  $ab$  und  $a'b'$  wird. Aus früher besprochenen Gründen ist es zweckmässig, dass der um  $A$  mit diesem Halbmesser  $l$  beschriebene Kreis den Theilkreis  $RR'$  rechtwinklig schneide.

In dem durch Fig. 158 dargestellten Augenblicke, in welchem ein Stift zu Ende der Antriebszeit  $\tau_2$  im Begriffe ist, die Angriffsfläche  $bc$

Fig. 155.





des Hakens  $H$  an der scharfen Kante  $c$  zu verlassen, soll die stumpfe Kante  $b'$  des Hakens  $H'$  gerade in den Theilkreis  $RR'$  eingetreten sein; ebenso soll sich bei der im umgekehrten Sinne stattfindenden folgenden Schwingung die Kante  $b$  von  $H$  im Theilkreise befinden, wenn derselbe Stift den Haken  $H'$  an der Kante  $c'$  verlässt. Ist  $p$  der Durchschnittspunkt von  $RR'$  mit dem verlängerten Kreisbogen  $ab$  und  $p'$  der Punkt, in welchem die äussere Kreislinie des Hakens  $H'$  von einem mit  $RR'$  concentrischen Kreise geschnitten wird, dessen Halbmesser  $= r + s$  ist, so wird jene Forderung dadurch erfüllt, dass die Winkel  $bAp$  und  $c'Ap'$  einander gleich gemacht werden. Zwischen der Grösse  $= \lambda$  dieser Winkel und dem spitzen Winkel  $\varepsilon$ , unter welchem die Angriffsfläche  $bc$  gegen die Gerade  $Ab$  geneigt ist, besteht mit der Bezeichnung  $Ac = l$  die Beziehung:

$$l\lambda = \text{ctg } \varepsilon + s \dots \dots \dots (4),$$

welche hier an die Stelle obiger Gleichung (1) tritt. Die Angriffsfläche  $b'c'$  ist dann gegen  $Ab'$  unter einem etwas grösseren Winkel  $\varepsilon'$  geneigt zu richten gemäss der Gleichung:

$$(l + 2e)\lambda = \text{ctg } \varepsilon' + s \dots \dots \dots (5).$$

Uebrigens ergibt sich  $b'c'$  durch Construction, wenn  $bc$  gegeben ist.

Damit in den Augenblicken, in welchen zu Ende der Antriebszeiten  $\tau_2$  abwechselungsweise  $b$  oder  $b'$  durch den Theilkreis  $RR'$  hindurch geht, das Pendel möglichst wenig, also in beiden Fällen gleich viel auf entgegengesetzten Seiten von seiner Ruhelage abweiche, ist der Mitnehmer so anzuordnen, dass das Pendel dann seine Ruhelage passirt, wenn die Gerade  $Ab$  des Ankers den Winkel  $bAp$  von Fig. 158 halbirt, also mit der Geraden  $Ao$ , welche den Theilkreis  $RR'$  bei  $o$  berührt, auf der Seite gegen den Schenkel  $S$  hin einen Winkel  $= \frac{\lambda}{2}$  bildet.

Uebrigens ist der Vorgang während des Antriebes hier weniger einfach, so dass auch die obigen Erwägungen in Betreff des vortheilhaftesten Winkels  $\varepsilon$  hier nur näherungsweise zutreffend sind. Ist nämlich  $o$  der Mittelpunkt,  $s$  der (in  $RR'$  liegende) Scheitelpunkt der den Stiftquerschnitt begrenzenden halben Kreislinie, deren Radius auch mit  $s$  bezeichnet wurde, und ist  $x$  der in dem Viertelkreise  $so$ , Fig. 158, so gelegene Punkt, dass der Winkel  $cox = \varepsilon$  ist, so zerfällt die Antriebszeit  $\tau_2$  in drei Theile so, dass im ersten der Bogen  $sx$  des Stiftes längs dem Punkte  $b$  des Ankers, im zweiten der Punkt  $x$  des Stiftes längs der Geraden  $bc$  des Ankers, im dritten der Bogen  $xc$  des Stiftes längs dem Punkte  $c$  des



Ankers gleitet. Während dieser drei Zeiten sind

die Drehungswinkel des Hemmungsrades =  $sOx, bOc, xOc$

„ „ des Ankers =  $sAx, bAc, xAc$

und ist die Richtung des vom Stifte auf den Anker ausgeübten Druckes in der ersten dieser drei Zeiten wechselnd von  $os$  bis  $ox$ , in der zweiten constant und normal zu  $bc$ , in der dritten wechselnd von  $ox$  bis  $oc$ . Dabei nimmt, wie es sein muss, die Winkelgeschwindigkeit des Hemmungsrades, welches zu Anfang der Zeiten  $\tau_2$  in Ruhe war, nach und nach zu. In der That ist näherungsweise das Verhältniss seiner mittleren Winkelgeschwindigkeiten während der fraglichen drei Theile von  $\tau_2$  mit Rücksicht darauf, dass die Winkelgeschwindigkeit des Ankers in der Nähe seiner Mittellage, also während der ganzen Zeit  $\tau_2$  nur wenig veränderlich ist,

$$\begin{aligned} &= \frac{sOx}{sAx} : \frac{bOc}{bAc} : \frac{xOc}{xAc} \\ &= \frac{s(1 - \sin \varepsilon) : r}{s \cos \varepsilon : l} : \frac{e : r}{e \operatorname{tg} \varepsilon : l} : \frac{s \sin \varepsilon : r}{s(1 - \cos \varepsilon) : l} \\ &= \frac{1 - \sin \varepsilon}{\cos \varepsilon} : \frac{\cos \varepsilon}{\sin \varepsilon} : \frac{\sin \varepsilon}{1 - \cos \varepsilon} \\ &= \frac{\sin \varepsilon}{1 + \sin \varepsilon} : 1 : \frac{1 + \cos \varepsilon}{\cos \varepsilon}. \end{aligned}$$

Um die Abnutzung der Angriffsflächen zu vermindern, sollten die Stifte ziemlich lang gemacht werden. Indem aber damit auch die Schwierigkeit wächst, sie stets längs einer Geraden mit den Angriffsflächen des Ankers in Berührung zu bringen, ist wohl die Einrichtung getroffen worden (z. B. bei der grossen Uhr zu Windsor), dass diese Flächen als besondere Platten um geeignete Axen etwas drehbar hergerichtet und mit Federn versehen wurden, welche sie stets in richtiger Lage mit den Stiften in Berührung erhalten.

#### §. 151. Cylinderhemmung für Unruhuhren.

Bei dieser für Taschenuhren sehr gebräuchlichen Hemmung, welche von Tompion (1695) erfunden, von Graham verbessert wurde, wird die Axe der Unruhe durch einen kurzen Hohlcyylinder gebildet, der an einer Stelle auf eine gewisse kleine Länge ausgeschnitten ist, und zwar an einem Theile dieser Länge ungefähr zur Hälfte des Umfanges, am anderen Theile etwas weiter, wie Fig. 159 andeutet. Das Hemmungsrad

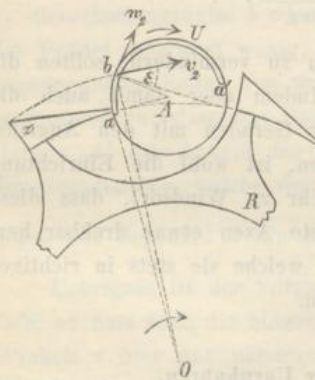


*R*, Fig. 160, trägt an entsprechenden Armen keilförmig gestaltete Zähne, welche vor der Radebene etwas hervorstehen, so dass sie selbst der weniger weit, die Arme der weiter ausgeschnittenen Stelle des Hohlzylinders entsprechen; der Motor treibt dieses Rad mit vorausgerichteten Zahnsitzen (im Sinne des Pfeiles bei *O*, Fig. 160) um. Während der Hemmungszeiten  $\tau_1$  stützen sich die Zähne abwechselnd gegen die äussere und innere Cylinderwand, je zu Anfang einer Schwingung gegen die eine, zu Ende gegen die andere; der Antrieb während der Zeiten  $\tau_2$  aber wird dadurch vermittelt, dass die schräg gegen die betreffenden Radien des Hemmungrades gerichteten äusseren Zahnflächen an den Lippen *a* und *a'*, Fig. 160, des Hohlzylinders, nämlich an den der Axe desselben parallel laufenden Schnittflächen seines weniger weiten Ausschnittes entlang gleiten.

Fig. 159.



Fig. 160.



Das Spiel der Hemmung ist hiernach folgendes. Zu Anfang einer Schwingung der Unruhe, die im Sinne des Pfeiles *U*, Fig. 160, erfolge, findet Hemmung statt, indem sich der Zahn *z* gegen die äussere Cylinderfläche stützt bis nach der Zeit  $\frac{1}{2} \tau_1$  in der durch Fig. 160 angedeuteten Stellung die schräge Fläche jenes Zahnes an der Lippe *a* des Hohlzylinders entlang zu gleiten und dadurch die Unruhe anzutreiben beginnt. Während dieses Antriebes in der Zeit  $\tau_2$  dreht sich die Unruhe um einen Winkel  $aAb = \lambda$ , dessen Grösse, wie in Fig. 160 angedeutet ist, von der Zahnhöhe (der radialen Dimension des Zahnes *z*) abhängt. Zu Ende der Zeit  $\tau_2$  ist der Zahn *z* ganz in das Innere des Hohlzylinders eingetreten, und bedarf es nur der sehr kurzen Zeit  $\tau_3$ , während welcher das Uhrwerk mit dem Hemmungrade *R* ohne die Unruhe vom Motor getrieben wird, bis die vordere Kante von *z* nahe bei der andern Lippe *a'* gegen die innere Cylinderfläche trifft und damit auf's Neue das Uhrwerk zum Stillstande bringt, indem die Unruhe noch während der Zeit  $\frac{1}{2} \tau_1$  ihre Schwingung fortsetzt; gegen das Ende derselben findet der den

§. 151.  
Zahn  
Theil  
ruh  
Schw  
a' ge  
mung  
zung  
wie  
des  
lato  
werd  
dort  
Ang  
geke  
Aus  
sind,  
derh  
Lipp  
die  
Unte  
Fig.  
letz  
halt  
dure  
der  
scha  
auss  
den  
gem  
Stös  
der  
Bew  
wer  
lere  
dab  
des  
Cyl



Zahn  $z$  tragende Arm in dem bei  $a'$  sich etwas weiter erstreckenden Theile des Cylinderausschnittes Platz, falls der Ausschlagwinkel der Unruhe eine gewisse Grösse überschreitet. Wie sich dann die umgekehrte Schwingung der Unruhe vollzieht, wobei sie vom Zahne  $z$  an der Lippe  $a'$  getrieben wird, bedarf keiner weiteren Erklärung.

Im Princip ist die Cylinderhemmung von der ruhenden Ankerhemmung, Fig. 157, nicht verschieden, indem dort die cylindrischen Begrenzungsflächen  $ab, a'b'$  der Ankerhaken  $H, H'$  dieselbe Function haben wie hier die äussere und innere Cylinderfläche; letztere Ausführungsform des gleichen Principes gestattet einen grösseren Ausschlagwinkel des Regulators, wie er für die Unruhe im Gegensatze zum Pendel gefordert werden muss. Auch ist es kein wesentlicher Unterschied, dass, während dort die Angriffsflächen für den Antrieb dem Anker, die entsprechenden Angriffskanten den Zähnen des Hemmungsrades angehören, hier das Umgekehrte der Fall ist. Dass es bei der durch Fig. 157 dargestellten Ausführungsform der ruhenden Ankerhemmung verschiedene Zähne  $z, z'$  sind, welche nach einander zur Wirkung kommen, während bei der Cylinderhemmung derselbe Zahn  $z$  nach einander gegen die eine und andere Lippe des Cylinderausschnittes treibend wirkt, bezw. durch Stützung gegen die eine und andere Cylinderfläche die Hemmung vermittelt, ist ein Unterschied, der auch schon zwischen den zwei Formen Fig. 157 und Fig. 158 der Ankerhemmung zu bemerken war. Auch die bei dieser letzteren Art von Ankerhemmung besprochene Complication des Verhaltens in Folge des Ersatzes von Angriffskanten am Hemmungsrade durch die cylindrischen Angriffsflächen der Stifte hat ihr Analogon bei der Cylinderhemmung, insofern dabei die Hemmungszähne nicht gegen scharfkantig abgeschrägte, sondern gegen abgerundete Lippen des Cylinderausschnittes zur Wirkung kommen.

Die Constructionsregeln der Cylinderhemmung sind hiernach auch denen der ruhenden Ankerhemmung besonders bei ihrer Ausführungsform gemäss Fig. 158 ganz entsprechend. Damit auch bei ersterer durch die Stösse, welche die vorderen Zahnkanten des Hemmungsrades zu Ende der Zeiten  $\tau_3$  gegen die äussere oder innere Cylinderfläche ausüben, die Bewegung des Regulators, also hier der Unruhe, möglichst wenig gestört werde, soll die durch jene Zahnkanten gehende Cylinderfläche die mittlere Cylinderfläche des Hohlcylinders rechtwinklig schneiden. Indem dabei letzterer zwischen einer vorderen Zahnkante und der Hinterfläche des vorausgehenden Nachbarzahnes, ein Zahn aber in der Höhlung des Cylinders Platz finden muss, ist es nöthig, dass der innere Durchmesser



des Hohlcylinders etwas grösser, als die (im Sinne der Peripherie verstandene) Zahnlänge  $e$ , der äussere Durchmesser etwas kleiner, als die um jene Zahnlänge verminderte Theilung des Hemmungsrades sei. Je kleiner die betreffenden Unterschiede gemacht werden, desto kleiner sind die Zeiten  $\tau_3$  und desto geringer die Stösse beim Anschlagen der Zahnkanten gegen den Cylinder zu Ende dieser Zeiten.

Für die Wahl des Winkels  $\varepsilon$ , unter welchem die Angriffsfläche eines Zahnes gegen die Peripherie des Hemmungsrades geneigt und dessen trigonometrische Tangente = dem Verhältnisse der Höhe und Länge eines Zahnes ist, sind hier ebenso wie bei der im vorigen Paragraph besprochenen ruhenden Ankerhemmung die zwei Rücksichten massgebend, dass das Geschwindigkeitsverhältniss  $\frac{v_2}{w_2}$  möglichst gross und das Arbeits-

verhältniss  $\frac{R_2}{A_2}$  möglichst klein sein soll. Die Geschwindigkeiten  $v_2$  und  $w_2$  beziehen sich auf das Ende der Zeiten  $\tau_2$ , also etwa auf die Lage  $b$ , Fig. 160, der Angriffskante  $a$  des Hohlcylinders, und ist dabei  $v_2$  die Geschwindigkeit des Punktes  $b$  des Hemmungsrades,  $w_2$  die Geschwindigkeit desselben Punktes des Hohlcylinders. Erstere ist normal zu  $Ob$  oder sehr nahe normal zu  $Oa$ , letztere normal zu  $Ab$ , folglich der Winkel zwischen den Richtungen von  $v_2$  und  $w_2$  nahe =  $90^\circ \mp$  Winkel  $aAb = 90^\circ \mp \lambda$ . Das obere Vorzeichen gilt für die Angriffskante  $a$ , das untere für  $a'$ . Indem nun die normal zur Angriffsfläche des Zahnes gerichteten Componenten von  $v_2$  und  $w_2$  einander gleich sind, folgt

$$v_2 \sin \varepsilon = w_2 \sin (\varepsilon + 90^\circ \mp \lambda) = w_2 \cos (\varepsilon \mp \lambda)$$

$$\frac{v_2}{w_2} = \cotg \varepsilon \cos \lambda \mp \sin \lambda \dots \dots \dots (1).$$

Ist aber  $r$  der Radius des Hohlcylinders, so ist

$$\sin \lambda = \frac{e \operatorname{tg} \varepsilon}{r}$$

und da auch nahe (mit um so kleinerem Fehler, mit je kleinerem Spielraume der Zahn im Hohlcylinder gerade Platz finden, je kleiner also die betreffende Zeit  $\tau_3$  sein soll)

$$e = r (1 + \cos \lambda)$$

gesetzt werden kann, so folgt

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\sin \lambda}{1 + \cos \lambda} = \operatorname{tg} \frac{\lambda}{2} \dots \dots \dots (2)$$



und somit nach Gl. (1):

$$\frac{v_2}{w_2} = \cotg \frac{\lambda}{2} \cos \lambda + \sin \lambda \dots \dots \dots (3).$$

Dieser Ausdruck ist für beide Vorzeichen des letzten Gliedes unendlich gross für  $\lambda = 0$ , also  $\varepsilon = 0$  nach Gl. (2), und ist folglich  $\varepsilon$  möglichst klein zu machen, um  $\frac{v_2}{w_2}$  möglichst gross zu erhalten.

Ist wieder  $P$  der mittlere zur Angriffsfläche des Hemmungszahnes normal gerichtete Druck zwischen ihm und der Angriffskante des Hohlcyllinders während der Zeit  $\tau_2$  und  $\mu$  der Reibungscoefficient, so ergibt sich die Reibungsarbeit

$$R_2 = \mu P \frac{e}{\cos \varepsilon},$$

während die unterdessen auf die Unruhe übertragene Arbeit nahe

$$A_2 = P \frac{e \operatorname{tg} \varepsilon}{\cos \varepsilon}$$

gesetzt werden kann. Daraus folgt

$$\frac{R_2}{A_2} = \mu \cotg \varepsilon \dots \dots \dots (4)$$

um so kleiner, je grösser  $\varepsilon$ .

Während im Falle der Ankerhemmung der Rücksicht auf einen möglichst kleinen Werth von  $\frac{R_2}{A_2}$  das Hauptgewicht beizulegen war, weil dort  $\tau_2$  ein erheblicher Theil der ganzen Schwingungsdauer und damit auch  $R_2$  ein erheblicher Theil der ganzen durch die Hemmung veranlassten Reibungsarbeit ist, verhält es sich hier anders in Folge des grossen Ausschlagwinkels einer Unruhe, und pflegt deshalb  $\varepsilon$  thatsächlich nur ein kleiner Winkel zu sein. Die Reibungsarbeit  $R_1$  während der Hemmungszeit  $\tau_1$  ist um so mehr  $> R_2$ , als auch der Druck  $P_1$ , welchen die Zahnspitze dabei auf den Hohlcyllinder ausübt, wesentlich grösser, als die Theilrisskraft  $P_2$  des Hemmungsrades während der Zeit  $\tau_2$  ist; letztere ist kleiner als  $P_1$  um die Summe der auf den Umfang des Hemmungsrades reducirten Reibung des Uhrwerkes und der ebenso verstandenen bewegenden Kraft zur Beschleunigung des Uhrwerkes. Auch ist die Reibungsarbeit  $R_2$  thatsächlich kleiner, als sie oben berechnet wurde, und zwar um so mehr kleiner, je kleiner der Winkel  $\varepsilon$  ist. Indem nämlich zu Anfang der Zeiten  $\tau_2$  die Unruhe nahe das Maximum ihrer Geschwindigkeit besitzt, während das Hemmungsrad mit



dem ganzen Uhrwerke erst allmählig in Bewegung versetzt wird, eilt erstere dem letzteren zunächst voraus, so dass beide ausser Berührung kommen und der Druck  $P$  nebst entsprechender Reibung  $\mu P$  in der That nur an einem gewissen gegen die äussere Zahnkante hin liegenden Theile der schrägen Zahnfläche zur Wirkung gelangen. Bei der Ankerhemmung kommt ein ähnliches Verhalten deshalb weniger in Betracht, weil der dem Winkel  $\varepsilon$  entsprechende Winkel grösser und die Geschwindigkeit des Pendels kleiner ist.

Die bedeutende Gesamtreibung und entsprechende Abnutzung der Cylinderhemmung sind Mängel derselben. Man hat deshalb wohl, während gewöhnlich Cylinder und Hemmungsrad aus gehärtetem Stahl verfertigt werden, ausnahmsweise Cylinder aus hartem Stein (Rubin) verfertigt angewendet. Allein solche Uhren werden sehr theuer, und pflegt man heutzutage indirect wirkende Ankerhemmungen bei den besseren Taschenuhren vorzuziehen.

## 2. Indirect wirkende Hemmungen.

Dieselben haben den Zweck, durch Einschaltung eines Hilfsmechanismus zwischen das Hemmungsrad und den Regulator die Schwingungen des letzteren während des grössten Theiles der Hemmungsdauer  $\tau_1$  ganz frei geschehen zu lassen und so die betreffende Reibungsarbeit auf ein Minimum zu reduciren, was besonders bei den grossen Ausschlagwinkeln der Unruhen von Wichtigkeit ist.

Solche indirect wirkende Hemmungen, bei denen dieser Zweck sehr vollkommen erreicht ist, pflegt man freie Hemmungen zu nennen.

Endlich unterscheidet man als die vollkommensten Einrichtungen dieser Art noch sogenannte freie Hemmungen mit constanter Kraft, bei denen man nicht sowohl die mehr oder weniger veränderliche Hauptbetriebskraft des Uhrwerkes, sondern eine davon abgeleitete constante Hilfskraft (Gewicht oder Feder) bei jedem Schwunge auf den Regulator wirken lässt, um ihm den nöthigen Ersatz an lebendiger Kraft zu leisten.

### §. 152. Indirect wirkende Ankerhemmung.

Die Einrichtung einer indirect wirkenden Ankerhemmung, wie sie bei Taschenuhren gebräuchlich ist, zeigt Fig. 161. Die Ankerwelle  $A$  ist mit einem Arme  $G$ , der Gabel, verbunden, welcher am Ende in

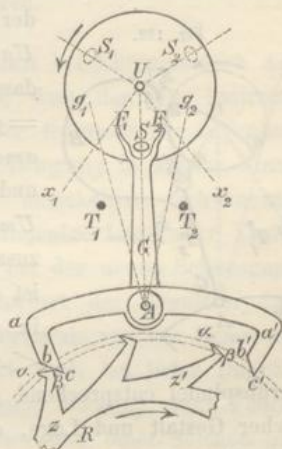


zwei Zinken oder Fangohren  $F_1$  und  $F_2$  ausläuft. Die Unruhspindel  $U$  trägt eine Scheibe oder einen Kurbelarm mit einem so weit hervorstehenden Treibstifte  $S$ , dem sogenannten Hebesteine, dass er von den Fangohren  $F_1, F_2$  gefasst werden kann. Durch Anschlagstifte  $T_1$  und  $T_2$  oder auf sonstige Weise ist der Winkel  $g_1 Ag_2$  begrenzt, innerhalb dessen die Gabel hin- und herschwingen soll.

Angenommen die Unruhe befinde sich in der äussersten Lage, in welcher  $S$  bei  $S_1$  liegt, und sie beginne ihre Schwingung im Sinne des beigezeichneten Pfeils.  $G$  ist in der Lage  $Ag_1$ ; die Kante  $\beta$  des Zahnes  $z$  des Hemmungsrades  $R$  stützt sich gegen die Fläche  $ab$  des linken Ankerhakens fast bei  $b$ , welche, damit die Gabel sanft gegen  $T_1$  angedrückt wird, eine solche Richtung haben muss, dass die Richtungslinie des Normaldruckes von  $\beta$  gegen  $ab$  etwas unter  $A$  vorbeigeht. Das Uhrwerk ist nun gehemmt und die Unruhe bewegt sich frei von der Hemmung etwa bis die Richtung  $US$  in  $Ux_1$  fällt; dann stösst der Hebestein

$S$  gegen das Fangohr  $F_2$  und entfernt die Gabel von  $T_1$ , die Zahnkante  $\beta$  gleitet von der Fläche  $ab$  auf die Endfläche  $bc$  des Ankers, darauf die Zahnfläche  $\alpha\beta$  längs der Ankerkante  $c$  und wird dabei treibend zunächst auf den Anker und dadurch, indem jetzt  $F_1$  gegen  $S$  stösst, auch treibend auf die Unruhe gewirkt. Die beiden Stösse von  $S$  gegen  $F_2$  und von  $F_1$  gegen  $S$  hört man bei solcher Uhr unmittelbar nach einander. Wenn der Zahn  $z$  den linken Ankerhaken verlässt, steht die Kante  $\beta$  eines anderen Zahnes  $z'$  schon dicht vor der Fläche  $a'b'$  des rechten Ankerhakens, wodurch alsbald das Uhrwerk wieder gehemmt wird, während  $G$  in die Lage  $Ag_2$  und  $US$  in die Lage  $Ux_2$  gelangt ist. Damit jetzt  $G$  sanft gegen  $T_2$  gedrückt wird, muss  $a'b'$  eine solche Richtung haben, dass die Richtungslinie des Normaldruckes von  $\beta$  gegen  $a'b'$  etwas über  $A$  vorbeigeht. Nun schwingt die Unruhe wieder frei von der Hemmung bis  $US$  die Richtung  $US_2$  hat. Kommt dann bei der umgekehrten Schwingung  $US$  in die Lage  $Ux_2$ , so stösst  $S$  gegen  $F_1$ ,  $\beta$  gleitet an  $a'b'$ , dann  $\alpha\beta$  an  $b'$ , endlich  $\alpha$  an  $b'e'$ , wobei der Anker angetrieben wird und durch seine Gabel, indem  $F_2$  gegen  $S$  stösst, auch die Unruhe u. s. f.

Fig. 161.









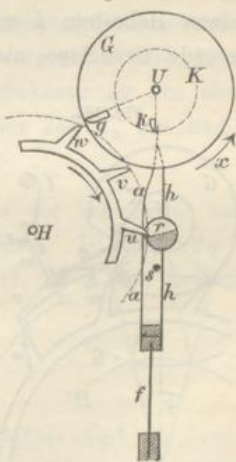
werke handelt. Bei allen diesen indirect wirkenden Ankerhemmungen schwingt zwar die Unruhe während des grösseren Theils ihres Winkelweges frei, aber es ist der Winkel  $x_1 U x_2$ , Fig. 161, im Vergleich mit dem ganzen Schwingungswinkel doch noch zu gross, als dass dieser Hemmung schon die Bezeichnung als freie Hemmung gebührte.

### §. 153. Freie Hemmungen.

Die freien Hemmungen, wie sie namentlich bei Chronometern Anwendung finden, sind dadurch charakterisirt, dass der die indirecte Wirkung vermittelnde Zwischenmechanismus eine federnde Beschaffenheit hat und dass der Regulator nur bei seiner Schwingung in einem Sinne angetrieben wird, während er selbst bei der umgekehrten Schwingung eine dünne Feder etwas zu biegen hat, um diejenige Lage aller Theile wieder herbeizuführen, welche für den Impuls bei der neuen Schwingung im ersteren Sinne nöthig ist. Uebrigens schwingt der Regulator fast ganz frei und bestehen seine Widerstände, insoweit sie von der Hemmung herrühren und ihm nicht ohnehin eigenthümlich sind, bei jeder Doppelschwingung lediglich in zweimaliger sehr geringer Biegung einer Feder, in einer kleinen Reibung während des Impulses und einer solchen bei der Auslösung der Hemmung.

Fig. 163 lässt die wesentliche Einrichtung der freien Chronometerhemmung von Earnshaw erkennen. Die Unruhespindel  $U$  ist mit zwei zu ihr senkrechten Scheiben  $G$  und  $K$  ausgerüstet, welche bezw. den grossen Hebestein  $g$  und den kleinen Hebestein  $k$  tragen, deren wirksame Flächen radial gerichtet sind. Der Zwischenmechanismus besteht aus zwei Federn, einer schwächeren sogenannten Auslöschungsfeder  $a$  und einer stärkeren sogenannten Hemmungsfeder  $h$ ; beide laufen am Ende zu einer einzigen Feder  $f$  zusammen. Am anderen Ende stützt sich  $a$  gegen die Spitze der etwas kürzeren Feder  $h$ ; an letzterer befindet sich ein ungefähr zur Hälfte ausgeschnittener Cylinder, der Ruhestein  $r$ . Die Federn  $a, h$  liegen entsprechend der Scheibe  $K$  so, dass die Spitze von  $a$  eben vom kleinen Hebesteine  $k$  getroffen werden kann; die Scheibe  $G$  mit dem grossen Hebesteine  $g$  sowie auch der Ruhestein

Fig. 163.

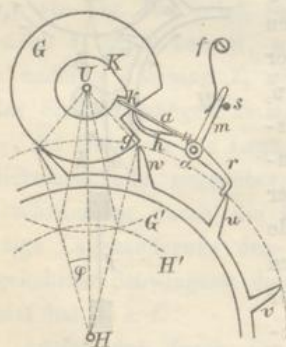




$r$  treten aber so weit vor, dass  $g$  und die ebene Hemmungsfläche von  $r$  mit den Zahnsitzen des Hemmungsrades zusammentreffen können, die an den Federn ungehindert vorbeigehen.

In der durch die Figur dargestellten Lage ist Hemmung vorhanden, indem der Zahn  $u$  sich gegen  $r$  stützt. Die Unruhe befindet sich ungefähr in der Mitte ihrer Schwingung im Sinne des Pfeiles  $x$ , und es ist eben  $k$  im Begriff gegen  $a$  zu stossen. In Folge dessen werden die Federn, besonders die Feder  $f$  gebogen,  $r$  gleitet unter  $u$  weg, kehrt aber sofort in seine frühere Lage zurück, nachdem  $k$  die Feder  $a$  verlassen hat. Unterdessen ist  $g$  am Zahne  $w$  vorbeigegangen, wird aber alsbald von demselben eingeholt und dadurch die Unruhe angetrieben, bis dieser Zahn  $w$  den grossen Hebestein  $g$  wieder verlässt und unmittelbar darauf der dem Zahne  $u$  folgende Hemmungszahn  $v$  vom Ruhestein  $r$  aufgehalten wird. Bei der umgekehrten Schwingung hat nur der kleine Hebestein  $k$  die dünne Feder  $a$  allein etwas zu biegen, um passiren zu können, während die Hemmung erhalten bleibt und die Unruhe übrigens ganz frei schwingt. Auch bei der erstgenannten Schwingung, bei welcher die Hemmung ausgelöst und die Unruhe angetrieben wird, kommt die Feder  $h$  als solche kaum zur Wirkung, so dass sie auch durch ein starres Stäbchen ersetzt werden könnte. Durch einen Anschlagstift  $s$  für die Feder, bzw. das Stäbchen  $h$  kann bewirkt werden, dass, wenn zur Vorbereitung neuer Hemmung die Feder  $f$  nach ihrer Biegung durch den kleinen Hebestein  $k$  wieder zurückschnellt, der Ruhestein  $r$  über eine passende Grenzlage nicht hinausgeht und überhaupt eine schwingende

Fig. 164.



Bewegung desselben vermieden wird. Wesentlich ist es, der ebenen Hemmungsfläche des Ruhesteins  $r$  eine solche Richtung zu geben, dass seine relative Bewegung längs dem gehemmten Zahne  $u$  behufs der Freigebung des letzteren ohne rückläufige Bewegung des Hemmungsrades geschehen kann.

Eine Chronometerhemmung nach Jürgens von ganz ähnlicher Wirkung zeigt Fig. 164. Auf der Unruhaxe  $U$  befindet sich eine grössere Scheibe  $G$  mit radialer Angriffsfläche  $g$  ihres Ausschnittes und eine kleinere Scheibe  $K$  mit einer Nase von

gleichfalls radialer Angriffsfläche  $k$ , beide entsprechend den gleich bezeichneten Theilen der vorbeschriebenen Hemmung. Die Axe  $a$  trägt drei



Arme:  $r$  in der Ebene der Scheibe  $G$  und des Hemmungsrades,  $h$  in der Ebene der Scheibe  $K$ ,  $m$  in beliebiger Ebene. Auf  $h$  ist nahe bei  $a$  das leichte Auslöschungsfederchen  $a$  befestigt, welches etwas in den von der Nasenspitze  $k$  beschriebenen Kreis hineinreicht und nahe bei diesem freien Ende sich gegen die Spitze des etwas gekrümmten Armes  $h$  stützt. Gegen den Arm  $m$  wirkt die Feder  $f$ , und es ist der Stift  $s$  so angebracht, dass, wenn  $m$  durch  $f$  dagegen gedrückt wird,  $r$  etwas in den äusseren Theilkreis des Hemmungsrades hineinreicht.

Das Spiel ist dasselbe wie bei der vorigen Hemmung und passt darauf die vorhergehende Beschreibung, indem gleich bezeichnete Theile in beiden Fällen gleiche Function haben unbeschadet dessen, dass hier der Zahn  $v$ , welcher nach  $u$  gehemmt wird, nicht gegen  $w$  hin, sondern auf der anderen Seite liegt. Das System der drei Hebelarme  $h$ ,  $r$ ,  $m$  kann übrigens verschiedentlich in seiner Anordnung modificirt werden. —

Eine weitere Vervollkommnung, welche an diesen freien Hemmungen noch angebracht werden kann, ergibt sich aus folgender Ueberlegung. Während mit Hilfe des Stiftes  $s$ , der die Lage des Armes  $r$ , bezw. des Ruhesteines sichert, der letztere so adjustirt werden kann, dass er nur äusserst wenig in den äusseren Theilkreis des Hemmungsrades hineintritt und also sowohl die Deformationsarbeit der Feder  $f$  wie die Reibungsarbeit beim Lösen der Hemmung beliebig klein wird, auch die Bieigungsarbeit der feinen Auslöschungsfeder bei der umgekehrten Unruheschwingung beliebig klein gemacht werden kann, besteht die hauptsächlichste Reibung, welche auch hier noch immer am Regulator hervorgerufen wird, in derjenigen beim Entlanggleiten der treibenden Zahnkante an der ebenen Fläche  $g$ . Der Weg dieser Reibung, während der Zeit  $\tau_2$  hin und her durchlaufen, ist

$$s = g + h - e,$$

wenn  $e$  die Axenentfernung  $UH$ ,  $g$  den Radius der Scheibe  $G$  und  $h$  den äusseren Radius des Hemmungsrades bedeutet. Ist aber  $2\varphi$  der Drehungswinkel des letzteren während  $\tau_2$ , so ist, da  $\varphi$  ein hinlänglich kleiner Winkel, um

$$\cos \varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2}$$

setzen zu können,

$$g^2 = e^2 + h^2 - 2eh \cos \varphi = (e - h)^2 + eh\varphi^2$$

$$g = e - h + \frac{1}{2}(e - h)^{-1} \cdot eh\varphi^2$$

$$s = g + h - e = \frac{eh}{e - h} \frac{\varphi^2}{2} \dots \dots \dots (1).$$



Nun ist, wenn  $P$  der Druck des Zahnes gegen die Scheibe  $G$  und  $\mu$  der Reibungscoefficient, die Reibungsarbeit beim Antriebe der Unruhe:

$$R_2 = \mu P \cdot 2s.$$

Ihr Verhältniss zu der gleichzeitig auf die Unruhe übertragenen Arbeit

$$A_2 = P \cdot 2h\varphi$$

ist mit Rücksicht auf Gl. (1):

$$\frac{R_2}{A_2} = \frac{\mu s}{h\varphi} = \mu \frac{e}{e-h} \frac{\varphi}{2} \dots \dots \dots (2)$$

unter übrigens gegebenen Umständen um so kleiner, je kleiner  $h$ .

Darauf beruht der Vorzug einer sogenannten Doppelrad-Hemmung, bei welcher das Hemmungsrad aus zwei auf derselben Axe miteinander verbundenen Rädern besteht, von denen das grössere zur Hemmung, das kleinere aber, welchem entsprechend die Scheibe  $G$  vergrössert ist, als treibendes Rad dient, wie die gestrichelten Kreise  $G'$ ,  $H'$  in Fig. 164 andeuten. Dieselbe Figur lässt übrigens erkennen, dass die Verkleinerung des Kreises  $H'$  mit Verkleinerung des Schwingungswinkels der Unruhe während ihres Antriebes verbunden ist, und wird dadurch die zulässige Verkleinerung jenes Kreises  $H'$  beschränkt, weil das Hemmungsrad, nachdem es seine nicht mehr gehemmte Bewegung mit der Geschwindigkeit Null begonnen hat, einer gewissen Zeit und somit eines gewissen Schwingungswinkels der Unruhe bedarf, um letztere mit seinem betreffenden Zahne  $w$  einzuholen, bevor dieser das Bewegungsgebiet der Angriffsfläche  $g$  wieder verlassen hat und dann abermals Hemmung erfolgt ist.

#### §. 154. Hemmungen mit constanter Kraft.

Um die freie Hemmung schliesslich noch zu einer sogenannten Hemmung mit constanter Kraft zu machen, deren Zweck und vortheilhafte Wirkungsweise zu Ende von §. 146 im Allgemeinen erklärt wurden, kann man die Hauptbetriebskraft der Uhr in der Weise mittelbar auf den Regulator wirken lassen, dass man sie veranlasst, bei jeder Doppelschwingung desselben eine besondere Feder stets auf's Neue und immer um gleich viel zu spannen, welche dann ihrerseits den jedesmaligen Impuls während der Zeit  $\tau_2$  ertheilt. Letzterer ist sonach stets gleich, wie auch die Betriebskraft oder die Widerstände des Uhrwerkes veränderlich sein mögen.

Von der im vorigen Paragraph beschriebenen Doppelradhemmung ausgehend, könnte zu dem Ende die feste Verbindung zwischen dem



kleineren Rade (dem Triebrade) und dem grösseren (dem Hemmungsrade im engeren Sinne), welches letztere unter der unmittelbaren Einwirkung der Hauptbetriebskraft steht, aufgehoben und jenes kleinere, unter der Einwirkung der Hilfskraft stehende Rad mit einer besonderen Hemmungs- vorrichtung versehen werden, welche in denselben Augenblicken wie die Haupthemmung unterbrochen wird.

Dergleichen Hemmungen mit constanter Kraft mögen zwar bei den an sich schon sehr vollkommenen freien Hemmungen von Chronometern, deren Triebkraft zudem durch eine Schnecke möglichst constant erhalten wird, am wenigsten Bedürfniss sein; sie leisten aber, auch ohne freie Hemmungen zu sein, gute Dienste besonders bei grossen Uhrwerken, z. B. bei Thurmuhren wegen der hier verhältnissmässig grossen Veränderlichkeit der Reibungswiderstände des Räderwerkes und des grösseren Ausschlagwinkels des als Regulator dienenden Pendels, dessen Aenderung somit (§. 139) eine verhältnissmässig bedeutende Aenderung von  $\tau$  bedingt. Die Hilfsfeder kann dabei durch ein periodisch zu liegendes Hilfsgewicht ersetzt werden. —

Im Einzelnen ist die Anordnung sehr grosser Mannigfaltigkeit fähig. Als Beispiel zeigt Fig. 165 eine indirect wirkende Ankerhemmung mit constanter Kraft nach einem Modell der polytechnischen Schule in Karlsruhe. Dabei ist  $H$  das Hemmungsrad. Durch  $AB, A'B'$  sind die Grenzlagen des um  $a$  drehbaren, links in die (nicht gezeichnete) Gabel auslaufenden Ankers angedeutet, dessen Drehung durch die Anschlagstifte  $t, t'$  begrenzt wird. Die schrägen Endflächen der Ankerhaken sind hier so geneigt, dass sie mit den Zähnen des Rades  $H$  nicht in Berührung kommen und dass somit der Anker nur zur Hemmung, nicht auch zum Antriebe dient.  $U$  ist die Axe der Unruhe,  $S$  eine Scheibe auf derselben mit einem radial hervorragenden Antriebszahne  $z$  und einem von der Seitenfläche hervorstehenden Auslösestifte  $s$ . Mit der Axe  $\beta$  des Armsystems  $a, b, c$  ist das innere Ende der Hilfsspiralfeder verbunden, deren äusseres Ende am Uhrgehäuse befestigt ist.

In der Lage  $abc$  dieses Armsystems, wie sie die Figur als augenblicklich stattfindend voraussetzt, hat die Hilfssfeder das Maximum ihrer

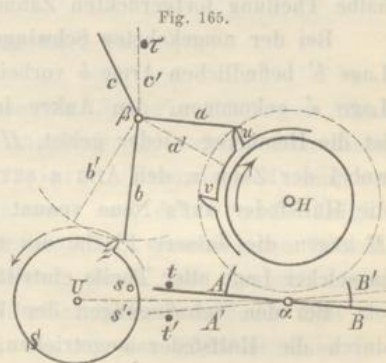


Fig. 165.



Spannung, indem der auf dem Zahne  $u$  von  $H$  ruhende Arm  $a$  die Aufdrehung der Feder verhindert. Die Unruhe ist etwas über die Mitte ihrer Schwingung im Sinne des Pfeils hinaus, und ist durch den Stift  $s$  vermittels der Gabel so eben der Anker aus der Lage  $A'B'$  in die Lage  $AB$  gebracht worden. Dadurch ist so eben der bis dahin gehemmte Zahn des Hemmungsrades von der äusseren Fläche des rechten Ankerhakens abgeglitten. Das Hemmungsrade wird jetzt durch die Triebkraft der Uhr im Sinne des Pfeils gedreht, und zwar um eine halbe Theilung, indem dann durch den Anschlag eines anderen Zahnes von  $H$  gegen die innere Fläche des linken Ankerhakens abermals Hemmung eintritt. Wenn diese Bewegung von  $H$  um eine halbe Zahntheilung beginnt, wird die Hilfsfeder nur noch ganz wenig weiter gespannt (entsprechend der kleinen Strecke, um welche der Arm  $a$  in den äusseren Theilskreis des Hemmungsrades hineinreicht, wenn ein Zahn des letzteren gegen die äussere Fläche des rechten Ankerhakens sich stützt), dann aber schnappt  $a$  von  $u$  ab, die Hilfsfeder kommt zur Wirkung, bringt  $abc$  in die durch Stützung des Armes  $c$  gegen den Anschlagstift  $\tau$  fixirte Lage  $a'b'c'$ , und es wirkt dabei der Arm  $b$  durch den Zahn  $z$  antreibend auf die Unruhe. In der Lage  $a'b'c'$  des Armsystems steht der Arm  $a$  dem um eine halbe Theilung fortgerückten Zahne  $v$  dicht gegenüber.

Bei der umgekehrten Schwingung der Unruhe geht  $z$  an dem in der Lage  $b'$  befindlichen Arme  $b$  vorbei,  $s$  ergreift die Gabel und hat, in die Lage  $s'$  gekommen, den Anker in die Lage  $A'B'$  gebracht. Dadurch ist die Hemmung wieder gelöst,  $H$  rückt um eine halbe Theilung weiter, wobei der Zahn  $v$ , den Arm  $a$  aus der Lage  $a'$  in die Lage  $a$  schiebend, die Hilfsfeder auf's Neue spannt bis durch Anschlag eines Zahnes von  $H$  gegen die äussere Fläche des rechten Ankerhakens wieder Hemmung in solcher Lage aller Theile eintritt, von welcher die Betrachtung ausging.

Bei den Schwingungen der Unruhe im einen Sinne wird also sie durch die Hilfsfeder angetrieben, bei den Schwingungen im anderen Sinne wird die Hilfsfeder durch die Triebkraft der Uhr neu gespannt.

Uebrigens pflegt der Ersatz an Arbeitsvermögen, dessen ein Regulator für jede Doppelschwingung bedarf, so klein zu sein, dass bei einem Uhrwerke von jener durch das Modell, Fig. 165, dargestellten Einrichtung entweder die Hilfsfeder sehr schwach oder die jedesmalige Aenderung ihres Windungswinkels sehr klein gemacht werden müsste, letzteres entsprechend sehr grossen Längen der Arme  $a$  und  $b$ . Meistens wird deshalb die Einrichtung so getroffen, dass die Hilfsfeder, wenn sie auch bei jeder einfachen oder doppelten Schwingung den Regulator antreibt,



doch nur jeweils nach einer grösseren Zahl von Schwingungen desselben auf's Neue gespannt wird durch Verdrehung um einen Winkel, welcher nicht an und für sich sehr klein zu sein braucht, wenn er nur im Vergleich mit dem bleibenden Verdrehungswinkel dieser Feder hinlänglich klein ist. Geboten ist solche Einrichtung bei Thurmuhren und ähnlichen grossen Uhrwerken mit springenden Zeigern; indem letztere nur jeweils nach Verlauf einer Minute durch den in den Zwischenzeiten gehemmten Hauptmotor für wenig Secunden in (durch einen Windfang einigermaßen regulirte) Bewegung versetzt werden, wird dadurch gleichzeitig die neue Anspannung einer als Triebkraft für den Regulator sammt Hemmung dienenden Hilfsfeder von Minute zu Minute bewirkt. Um dabei auch grösseren Aenderungen der Reibungswiderstände Rechnung zu tragen, wie sie besonders bei Frostwetter durch Verdickung des Schmieröls verursacht werden, kann sowohl die Haupttriebkraft (in den genannten Fällen ein Gewicht), als auch die bleibende Minimalspannung der Hilfsfeder durch den Wärter entsprechend verändert werden.

#### d. Das Uhrwerk.

##### §. 155. Räderwerk einer Uhr.

Zu dem im engeren Sinne sogenannten Uhrwerke gehört vor Allem das Räderwerk, nämlich der Zahnrädermechanismus, welcher dazu dient, die Bewegung vom Motor auf das Steigrad (Hemmungsrade) und auf die Zeiger, insbesondere auf den Minuten- und den Stundenzeiger zu übertragen, die, mit einer im Verhältnisse 12:1 verschiedenen Winkelgeschwindigkeit um dieselbe Axe rotirend, durch ihre augenblickliche Lage gegen die Kreistheilung eines Zifferblattes die betreffende Zeit abzulesen gestatten. In der Regel geht das mit der Trommel einer Gewichtuhr, bezw. mit dem Federhause oder der Schnecke einer Triebfederuhr rotirende Triebrad unmittelbar in ein kleineres Rad auf der mit dem Minutenzeiger fest verbundenen Minutenwelle, von welcher dann die Bewegung einerseits nach dem Steigrade abgezweigt und andererseits auf den Stundenzeiger übertragen wird.

Was die erstere Uebertragung betrifft, so ist zu bemerken, dass bei allen besprochenen Hemmungen das Steigrad für jede Doppelschwingung des Regulators um einen Zahn fortrückt. Ist also  $s$  die Zahl der Doppelschwingungen des Regulators pro Secunde,  $z$  die Zahl der Zähne des



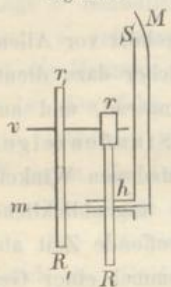
Steigrades, so dass letzteres pro Secunde  $\frac{s}{z}$  Umdrehungen macht, so muss, da die Minutenwelle stündlich eine, also pro Secunde  $\frac{1}{3600}$  Umdrehung macht, die Steigradwelle

$$n = 3600 \frac{s}{z}$$

mal so schnell umlaufen, als die Minutenwelle. Bei Pendeluhrn genügt dazu gewöhnlich eine Zwischenwelle, die sogenannte Mittelwelle, welche ein kleines und ein grösseres Rad trägt, von denen jenes mit dem Minutenrade auf der Minutenwelle, dieses mit einem kleinen Rade auf der Steigradwelle in Eingriff ist, entsprechend einer Zerlegung jenes Umsetzungsverhältnisses  $n$  in zwei Factoren. Bei Unruheuhren werden aber wegen des grösseren Werthes von  $n$ , in Folge besonders der grösseren Schwingungszahl  $s$ , im Allgemeinen zwei Zwischen- oder Mittelwellen zwischen die Minuten- und Steigradwelle eingefügt, wird also die resultierende Uebersetzung  $n$  in drei einzelne zerlegt.

Um den Stundenzeiger  $S$ , Fig. 166, mit  $\frac{1}{12}$  der Geschwindigkeit des Minutenzeigers  $M$  um die Minutenwelle  $m$  rotiren zu lassen, ist er mit

Fig. 166.



einer um  $m$  drehbaren Hülse  $h$  verbunden, die zugleich ein Rad, das Stundenrad  $R$ , trägt in Eingriff mit dem kleinen Rade  $r$  auf der Vorgelegewelle  $v$ ; letztere erhält ihre Bewegung von der Minutenwelle aus durch die Räder  $R_1$  und  $r_1$ , welche gewöhnlich einander gleich gemacht werden, so dass  $R$  dann 12mal so viel Zähne haben muss, wie  $r$ , z. B.  $R_1$  und  $r_1$  je 36 Zähne,  $R$  und  $r$  bezw. 72 und 6 Zähne. Die Theilung der Räder  $R$  und  $r$  muss dann nur im Verhältnisse

$$\frac{36 + 36}{72 + 6} = \frac{12}{13}$$

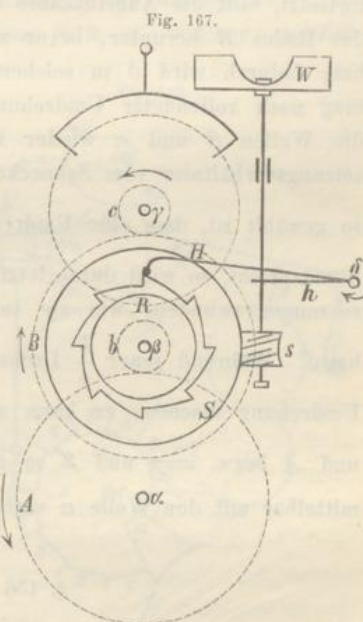
kleiner sein, als die von  $R_1$  und  $r_1$ . Die Theilungen würden gleich, wenn bei 72 und 6 Zähnen von  $R$  und  $r$  die Räder  $R_1$  und  $r_1$  je 39 Zähne erhielten, doch pflegt man jene Zahnzahlen von grösserer Theilbarkeit vorzuziehen.

Um den Stundenzeiger leicht in die richtige Lage zum Minutenzeiger bringen zu können, wird er mit der Hülse  $h$  nicht fest, sondern vermittels einer Klemme verbunden, die mit entsprechender Reibung um jene Hülse gedreht werden kann. —



Abgesehen von der durch Fig. 166 angedeuteten Bewegungsübertragung vom Minuten- auf den Stundenzeiger setzen die obigen Bemerkungen bezüglich des Räderwerkes einer Uhr den gewöhnlichen Fall einer schleichenden Zeigerbewegung voraus. Wenn aber bei grösseren Uhrwerken die Zeiger eine minutenweise springende Bewegung erhalten sollen, in welchem Falle durch einen gleichfalls minutenweise neu aufzuziehenden Hilfsmotor (§. 154) der beständige Antrieb auf das Steigrad auszuüben ist, so erhält das Uhrwerk eine abweichende Einrichtung, zu deren Erklärung die Thurmuhre der Kreuzkirche zu Hannover\* mit Bezugnahme auf Fig. 167 als Beispiel diene.

Hier ist  $\alpha$  die horizontale Welle des Haupttriebrades  $A$ , angeregt zur Drehung im Sinne des Pfeils durch ein Triebgewicht mit zugehöriger Trommel. Indem aber das Rad  $A$  in das Trieb  $b$  auf der Welle  $\beta$  und das auf letzterer gleichfalls fest sitzende Schneckenrad  $S$  in die Schnecke  $s$  auf der verticalen Welle des Windfanges  $W$  eingreift, wird die Bewegung der genannten Theile in der Zwischenzeit zwischen zwei vollen Minuten dadurch verhindert, dass ein Ansatz der Windfangwelle von einer Umbiegung am Ende des Arms  $h$  aufgehalten wird, welcher rechtwinklig an der horizontalen Welle  $\delta$  befestigt ist. Die mit ihrem äusseren Ende an der Innenwand eines Federhauses befestigte Hilfsfeder ist mit ihrem inneren Ende fest an der Welle  $\beta$ , indem sie diese in Windungen so umgibt, dass dadurch das Federhaus zu relativer Drehung um  $\beta$  in demselben Sinne (des Pfeils  $B$ ) angetrieben wird, in welchem die Welle  $\beta$  selbst nach Auslösung der vorbemerkten Hemmung des Windfanges durch die Haupttriebkraft gedreht wird. Mit dem Federhause fest verbunden ist das Rad  $B$ , eingreifend in das Trieb  $c$  auf der Steigradwelle  $\gamma$ , und ausserdem das nach Art eines Klinkrades gestaltete Auslösungsrad  $R$ ,



\* Rühlmann, Allgemeine Maschinenlehre, Bd. I, §. 25.



auf dessen schrägen Zahnflächen der an der Welle  $\delta$  sitzende Auslöschungshebel  $H$  mit seinem Ende aufliegt. Nun sind die Zahnzahl  $= n$  dieses Rades  $R$ , sowie die Zahnzahlen der Räder  $B$ ,  $c$  und des Steigrades so gewählt, dass  $R$  in einer Minute  $\frac{1}{n}$  Umdrehung um  $\beta$  macht, und indem dann je zu Ende einer Minute die Endkante des Hebels  $H$  von einer Zahnkante des Rades  $R$  fast erreicht ist, wurde dadurch die Welle  $\delta$  im Sinne des beigesetzten Pfeils so weit gedreht, dass der Hemmungshebel  $h$  den Windfang  $W$  und damit die Wellen  $\beta$ ,  $\alpha$  frei giebt. Indem dieselben in Bewegung gerathen, während  $R$  seine langsamere Drehung unter dem durch das Pendel regulirten Einflusse der Hilfsfeder fortsetzt, fällt die Angriffskante des Hebels  $H$  in die folgende Zahnücke des Rades  $R$  herunter, bevor noch  $W$  eine volle Umdrehung gemacht hat; dadurch wird  $\delta$  in solchem Sinne zurückgedreht, dass der Windfang nach vollendeter Umdrehung wieder aufgehalten wird, somit auch die Wellen  $\beta$  und  $\alpha$  wieder in Ruhe kommen. Weil aber das Umsetzungsverhältniss vom Schneckenrade  $S$  zur (mehrgängigen) Schnecke  $s$  so gewählt ist, dass eine Umdrehung des Windflügels  $\frac{1}{n}$  Umdrehung von  $\beta$  entspricht, so wird durch letztere die Hilfsfeder um ebenso viel stärker zusammengewunden, wie sie in der vorigen Minute sich aufgewunden hatte. Während jener  $\frac{1}{n}$  Drehung von  $\beta$  musste der Minutenzeiger  $\frac{1}{60}$  Umdrehung machen; er kann also, wenn die Zahnzahlen der Räder  $b$  und  $A$  bezw.  $= z$  und  $Z$  so gewählt werden, dass  $\frac{1}{n} \frac{z}{Z} = \frac{1}{60}$  ist, unmittelbar mit der Welle  $\alpha$  verbunden werden.

#### §. 156. Schlagwerke.

Die Schlagwerke der Uhren, welche dazu dienen, den Ablauf gewisser Zeitabschnitte (voller, halber, Viertel-Stunden) durch Schläge eines Hammers gegen eine Glocke oder einen sonstigen dadurch zum Tönen zu bringenden Körper hörbar zu machen, pflegen in zweierlei Formen ausgeführt zu werden: mit Rechen und Staffel oder mit Schlossrad und Falle.

Die wesentliche Einrichtung eines Stunden-Schlagwerkes mit Rechen und Staffel zeigt Fig. 168. Der Rechen ist ein verzahntes Segment  $r$ , drehbar um die Axe  $\alpha$ , mit welcher ausserdem vermittels







besitzt, und dass von dem mit der Gewichtstrommel bzw. dem Federhause verbundenen betreffenden Triebrade mehrere Wellen der Reihe nach mit wachsenden Geschwindigkeiten in Umdrehung versetzt werden können, indem jede derselben ein kleines und ein grösseres Zahnrad trägt, von denen jenes die Bewegung empfängt, dieses sie weiter fortpflanzt. Drei aufeinander folgende dieser Wellen heissen die Hebnägelradwelle, die Schöpfradwelle und die Anlaufradwelle. Auf der erstgenannten sitzt das Hebnägelrad, ausgerüstet mit einer gewissen Zahl von gleichmässig am Umfange vertheilt seitlich hervorstehenden Stiften (Hebnägeln), durch welche entgegen dem Drucke einer Feder der Hammer gehoben wird, welcher zurückschnellend den tonerzeugenden Schlag ausübt. Die Lage der folgenden Welle (Schöpfradwelle) ist in der Figur durch den Buchstaben  $\pi$  bezeichnet; sie wird durch den Motor des Schlagwerkes zur Drehung im Sinne des Pfeils  $x$  angeregt und trägt einen Arm, den sogenannten Schöpfer, der nach zwei entgegengesetzten Seiten von der Welle  $\pi$  hervorragt. Die kürzere Hervorragung bildet einen Zahn  $z$ , welcher bei der Rotation des Schöpfers im Sinne des Pfeils  $x$  durch seinen periodischen Eingriff in eine Zahnücke des Rechens diesen im entgegengesetzten Sinne des Pfeils  $r$  bewegt; in der Zwischenzeit zwischen zwei vollen Stunden wird jedoch jene Rotation des Schöpfers und damit überhaupt die Bewegung aller Theile des Schlagwerkes dadurch verhindert, dass sich der Rechen in seiner durch Fig. 168 dargestellten äussersten Lage rechts befindet, in welcher der von ihm hervorstehende Anschlagstift  $t$  den dem Zahne  $z$  gegenüberliegenden längeren Hebelarm des Schöpfers aufhält. Die Anlaufradwelle, in der Figur mit  $\rho$  bezeichnet, wird von dem auf der Welle  $\pi$  sitzenden Schöpfrade bei ungehemmtem Schlagwerke im Sinne des Pfeils  $y$  gedreht; sie trägt ein Rad, das Anlaufrad, mit einem seitlich hervorstehenden Stifte  $p$ , welcher gegen den Ansatz  $q$  des Auslösungshebels  $e$  treffen kann, wenn dieser durch den Stift  $n$  gehoben ist. Dasselbe Anlaufrad setzt mit abermals vergrösserter Winkelgeschwindigkeit eine letzte Welle mit einem Windflügel in Rotation, der dazu dient, eine allzu beschleunigte Bewegung des ausgelösten Schlagwerkes zu hindern, namentlich also die Zeiten zwischen den aufeinander folgenden Hammerschlägen annähernd gleich zu machen.

Der Vorgang ist nun folgender. Einige Zeit vor dem Ablauf der  $n$ ten Stunde, bevor also der Hammer zu  $n$  Schlägen veranlasst werden soll, trifft der mit der Minutenwelle  $\mu$  rotirende Stift  $m$  gegen einen Strahl des Staffelsterns und ertheilt der Staffel eine solche Zwölfeldrehung, dass ihre  $n$ te Stufe dem Stifte  $a$  gegenüber zu liegen kommt.

Kurze  
lösung  
dann  
des F  
geben  
gegen  
Stufe  
ungsw  
von d  
Mecha  
bis de  
lösung  
herbe  
Anlau  
nur u  
Umset  
kleine  
eine K  
komm  
bereit  
Stift  
fallen  
bis  $e$   
aufgeh  
gelang  
des S  
ücke  
Sinne  
Beweg  
dessel  
länger  
gehalte  
ist die  
Winke  
jeder  
fortrü  
chend  
Schlag  
V



Kurze Zeit nachher trifft auch der Stift  $n$  gegen den Arm  $e$  des Auslösungshebels und hebt durch diesen zugleich den Sperrhebel  $b$ . Sobald dann die an letzterem sitzende Sperrklinke die betreffende Zahnücke des Rechens verlassen hat, kann dieser dem Drucke seiner Feder  $r'$  nachgebend sich im Sinne des Pfeils  $r$  um  $\alpha$  drehen so lange, bis der Stift  $a$  gegen jene  $n$ te Stufe der Staffel trifft, was einen der Stellenzahl  $n$  dieser Stufe proportionalen, nämlich  $n$  Zähnen des Rechens entsprechenden Drehungswinkel desselben erfordert. In Folge dieser Bewegung ist der Schöpfer von dem Aufhaltungsstifte  $t$  abgeschnappt und es setzt sich der ganze Mechanismus des Schlagwerkes in Bewegung, vorläufig jedoch nur so lange, bis der Stift  $p$  des Anlaufrades gegen den Ansatz  $q$  des gehobenen Auslösungshebels trifft und damit die Hemmung des Schlagwerkes auf's Neue herbeiführt. Indem das spätestens nach einer ganzen Umdrehung des Anlaufrades der Fall sein musste, konnte sich unterdessen der Schöpfer nur um einen kleinen Theil einer Umdrehung bewegen, entsprechend dem Umsetzungsverhältnisse von seiner Welle  $\pi$  zur Anlaufwelle  $\rho$ ; eine noch kleinere Drehung macht dann das vorhergehende Hebnägelrad, so dass eine Hammererhebung durch einen Hebnagel unterdessen nicht zu Stande kommen konnte. Jetzt befindet sich das Werk im Zustande der Vorbereitung, bis möglichst genau zu Ende der betreffenden  $n$ ten Stunde der Stift  $n$  den Hebelarm  $e$  wieder frei giebt. Sobald das geschehen ist, fallen die Hebel  $c$  und  $b$ , ihren Federn  $e'$  und  $b'$  nachgebend, zurück, bis  $c$  vom Stifte  $d$ , der Hebel  $b$  durch seine Sperrklinke vom Rechen aufgehalten wird. Indem aber der Anlaufstift  $p$  jetzt frei geworden ist, gelangt das Uhrwerk in ungehinderte Bewegung, bei welcher der Zahn  $z$  des Schöpfers für jede Umdrehung des letzteren einmal in eine Zahnücke des Rechens einfällt und diesen um einen Zahn entgegen dem Sinne des Pfeils  $r$  bewegt. Die Sperrklinke des Hebels  $b$  hindert diese Bewegung des Rechens nicht, indem sie auf den schrägen Zahnflächen desselben gleitet; jedoch dauert die Bewegung nur so lange, bis der längere Arm des Schöpfers vom Anschlagstifte  $t$  des Rechens wieder aufgehalten wird, was nach  $n$  Umdrehungen des Schöpfers der Fall ist. Nun ist die Zahl der Hebnägel ebenso gross wie das Verhältniss gleichzeitiger Winkelwege der Schöpferwelle und der Hebnägelradwelle, so dass bei jeder Umdrehung der ersteren das Hebnägelrad um einen Hebnagel fortrückt, durch diesen also ein Hammerschlag vermittelt wird, entsprechend im vorliegenden Falle  $n$  Hammerschlägen bis zur Hemmung des Schlagwerkes.

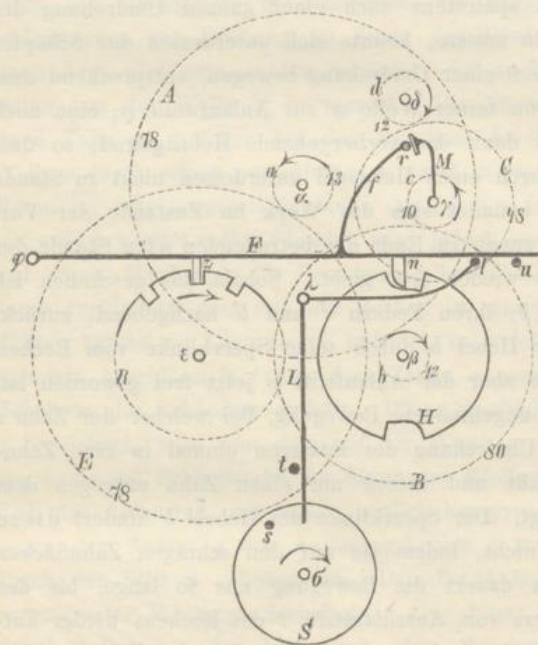
Wenn man zu einer beliebigen Zeit nach dem Ablauf der  $n$ ten Stunde



und bevor noch die Vorbereitung des Schlagwerkes für die folgende  $(n + 1)$ te Stunde erfolgt ist, während also der Stift  $a$  des Rechens noch der  $n$ ten Staffelstufe gegenüber liegt, den Hebel  $c$  willkürlich von seinem Anschlagstifte  $d$  entfernt und wieder zurückfallen lässt, so erfolgen natürlich die  $n$  Hammerschläge auch und lassen sie sich so oft wiederholen, als man auf's Neue den Hebel  $c$  vom Stifte  $d$  entfernt und so lange der Motor des Schlagwerkes noch nicht abgelaufen ist. Hierauf beruht die Einrichtung sogenannter Repetiruhren, bei welchen die Auslösung überhaupt nur willkürlich, nicht zugleich durch den mit dem Uhrwerke beweglichen Stift  $n$  bewirkt wird. —

Schlagwerke mit Schlossrad und Falle finden vorzugsweise

Fig. 169.



bei grösseren Uhrwerken (für öffentliche Gebäude) sowie auch bei den billigen Schwarzwälder Uhren Anwendung. In Einzelheiten zeigen sie mancherlei Unterschiede; im Princip werde ihre Einrichtung durch Fig. 169 erläutert, entsprechend einem Modell der polytechnischen Schule in Karlsruhe. Uebrigens ist ihre Wirkungsweise derjenigen des eingehend beschriebenen Schlagwerkes mit Rechen und Staffel in so vielen Beziehungen analog, dass hier eine

kürzer gefasste Erläuterung genügen wird.

Bei dem fraglichen Modell eines Stundenschlagwerkes ist der Motor eine Spiralfeder; mit ihrem Federhause, drehbar um die Welle  $\alpha$ , ist das Hebnägelrad  $A$  und ein Trieb  $a$  fest verbunden. Letzteres ist in Eingriff mit dem Schlossrade  $E$ , auf derselben Axe  $\epsilon$  sitzend wie die Schlossscheibe  $R$ . Diese ist am Umfange mit 12 Einschnitten versehen, deren Entfernungen von Mitte zu Mitte sich wie  $1:2:3:\dots:11:12$  ver-



halten, welche also wegen

$$1 + 2 + 3 + \dots + 11 + 12 = (1 + 12) \frac{12}{2} = 78$$

bezw.  $\frac{1}{78}$ ,  $\frac{2}{78}$  ...  $\frac{12}{78}$  des Umfanges betragen; indem aber die Einschnitte selbst über je  $\frac{1}{78}$  des Umfanges sich erstrecken, sind diejenigen zwei derselben, deren Mittelpunktsentfernung auch nur ebensoviel beträgt, zu einem einzigen Einschnitte von doppelter Breite vereinigt. Das Hebnägelrad  $A$  greift in das Trieb  $b$ , welches mit dem Fallenrade  $B$  und der Hebescheibe  $H$  auf der Axe  $\beta$  sitzt; jene Scheibe hat zwei diametral gegenüber liegende Ausschnitte, die an den bei der Bewegung hinteren Seiten abgerundet sind.  $B$  ist in Eingriff mit dem Triebe  $c$ , mit dem Anlaufrade  $C$  auf der Welle  $\gamma$  sitzend, womit zugleich der Anlaufarm  $M$  fest verbunden ist;  $C$  endlich greift in ein Trieb  $d$  der Windflügelwelle  $\delta$ . Die Zahnzahlen der verschiedenen Räder sind ihren Theilkreisen beigeschrieben; die Zahl der Hebnägel ist = 13. Ferner ist  $S$  die sogenannte Stundenscheibe, welche den Auslösungsstift  $s$  trägt und sich stündlich einmal um ihre Axe  $\sigma$  dreht.  $L$  ist der Auslösungshebel, um  $\lambda$  drehbar, mit dem einen Hebelarme so weit bis vor die Stundenscheibe reichend, dass er eben vom Auslösungsstifte  $s$  getroffen werden kann, am Ende des anderen Armes selbst einen Stift  $l$  tragend.  $F$  ist die sogenannte Falle, ein um  $\varphi$  drehbarer Hebel mit dem Zahne  $z$  und der Nase  $n$ , von welchen im Ruhezustande des Schlagwerkes, wobei  $F$  auf dem Stifte  $u$  ruht, jener in einen Einschnitt der Schlossscheibe  $R$ , diese in einen der beiden Ausschnitte der Hebescheibe  $H$  hineinreicht. Ausserdem ist die Falle mit einem Arm  $f$  versehen, dessen Stift  $r$  den Anlaufarm  $M$  aufhält und dadurch das Schlagwerk hemmt bis nach Verlauf von je einer Stunde  $s$  gegen  $L$  trifft. Dann wird  $L$  so gedreht, dass durch den Stift  $l$  die Falle  $F$  gehoben wird;  $M$  wird dadurch frei und macht eine halbe Umdrehung bis zum Anprall gegen  $l$ . Die dieser halben Umdrehung von  $M$  entsprechende  $\frac{1}{16}$  Umdrehung von  $H$  reicht gerade hin, um vermittels der Nase  $n$  die Falle  $F$  vollends so weit zu heben, dass jetzt  $n$  auf dem Umfange von  $H$  aufliegt und auch  $z$  den Einschnitt von  $R$  verlassen hat; der Spielraum von  $z$  in diesem Einschnitte liess schon vorher die entsprechende kleine Drehung von  $R$  zu, die den beigeschriebenen Zahnzahlen gemäss für die  $\frac{1}{16}$  Drehung von  $H$  nur

$$\frac{1}{16} \cdot \frac{12}{78} \cdot \frac{13}{78} = \frac{1}{624}$$

einer ganzen Umdrehung betrug.



Jetzt befindet sich das Schlagwerk im Zustande der Vorbereitung bis  $s$  von  $L$  abschnappt, dadurch  $L$  bis zum Anschläge an den Stift  $t$  zurückfällt,  $M$  wieder frei wird und das Schlagwerk in jetzt länger dauernde Bewegung kommt, da das Zurückfallen von  $n$  in den anderen Ausschnitt der Hebescheibe  $H$  nach einer halben Umdrehung der letzteren vorläufig durch das Aufliegen des Zahnes  $z$  auf  $R$  unmöglich gemacht ist ausser wenn sich  $z$  über dem oben erwähnten Einschnitte der Schlossscheibe von doppelter Breite befindet. Indem dann aber gerade nur ein Glockenschlag erfolgen sollte, war schon durch die halbe Umdrehung von  $H$ , welcher  $\frac{1}{2} \cdot \frac{12}{78} = \frac{1}{13}$  Umdrehung des Hebnägelrades entspricht, gerade Zeit dazu gewesen. In anderen Fällen kann man bemerken, dass für jeden Glockenschlag die Welle  $\alpha$  mit dem Hebnägelrade  $\frac{1}{13}$  Umdrehung, also die Welle  $\varepsilon$  mit der Schlossscheibe  $\frac{1}{13} \cdot \frac{13}{78} = \frac{1}{78}$  Umdrehung macht, so dass, wenn dann  $z$  auf dem Umfangtheile von  $R$  gleitet, welcher von Mitte zu Mitte der benachbarten Einschnitte gerechnet  $\frac{n}{78}$  des Umfanges beträgt, erst nach  $n$  Glockenschlägen das Zurückfallen von  $z$  in den folgenden Einschnitt stattfindet, sobald auch die Nase  $n$  wieder über einem Einschnitte von  $H$  steht. Die Hemmung erfolgt dann unmittelbar danach durch den Anprall von  $M$  gegen  $r$ , und zwar ist  $M$  so auf der Welle  $\gamma$  befestigt, dass in diesem Augenblicke die Nase  $n$  dicht an dem hinteren abgerundeten Ende eines Ausschnittes von  $H$  sich befindet.

Das hier als Modell beschriebene Schlagwerk eignet sich zur Ausführung in grossen Verhältnissen, nur würde es dann vorzuziehen sein, das Federhaus um  $\varepsilon$  drehbar zu machen, also mit dem Schlosstrate  $E$  fest zu verbinden, um die entsprechend stärker zu machende Triebfeder oder ein an ihrer Stelle zu benutzendes Gewicht mit Trommel weniger schnell ablaufen zu lassen. Das Schlagwerk einer Schwarzwälder Uhr hat im Wesentlichen dieselben Theile, wie das hier beschriebene, nur der leichten Ausführung entsprechend von anderer Form; insbesondere wird die Schlossscheibe durch seitliche Hervorragungen am Umfange des als Triebbad dienenden Schlosstrate ersetzt und erhält die Scheibe  $H$  mit der Nase  $n$  der Falle lediglich die Function eines Gesperres, indem die Erhebung der Falle hier vollständig durch den Auslösungshebel bewirkt wird.

Wenn auch die halben Stunden durch je einen einzelnen Glocken-



schlag angezeigt werden sollen, so kann natürlich die Einrichtung gerade so getroffen werden, als ob es sich um die Folge 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1 ... von Stunden handelte, indem zugleich die Stundenscheibe *S* durch eine Halbstundenscheibe oder der einzelne Stift *s* durch ein Paar von solchen diametral gegenüber sitzenden Stiften ersetzt wird. Wenn aber, wie es bei grossen Uhrwerken üblich ist, die Viertelstunden durch 1, 2, 3, 4 Schläge, letztere unmittelbar vor den Stundenschlägen angezeigt werden sollen, und zwar mit Glocken von anderem Ton, so ist ausser dem Stundenschlagwerke ein besonderes Viertelstundenwerk anzuordnen, das übrigens auf denselben Principien beruht wie jenes.

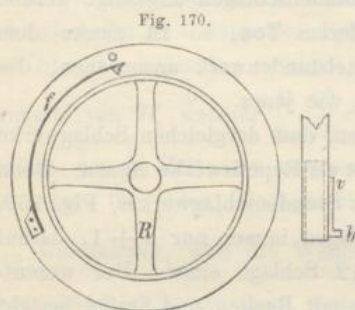
Schliesslich mag noch bemerkt werden, dass dergleichen Schlagwerke mit Schlossrad und Falle sich offenbar nicht als Repetirwerke eignen. Denn bei willkürlicher Auslösung der Falle des Stundenschlagwerkes, Fig. 169, können nach den zuletzt erfolgten *n* Schlägen immer nur  $n + 1$ , darauf  $n + 2$  Schläge u. s. f. stattfinden, auf 12 Schläge einer. Der wesentliche Unterschied von einem Schlagwerke mit Rechen und Staffel besteht eben darin, dass bei letzterem die Lage der Staffel, welche die Zahl der Schläge bedingt, durch das Stattfinden dieser Schläge nicht verändert wird, wie es dagegen bezüglich des der Staffel analogen Schlossrades thatsächlich der Fall ist.

#### §. 157. Registrirwerke.

Während die in den vorhergehenden Paragraphen besprochenen Zeiger- und Schlagwerke die Zeit nur momentan für das Auge oder Ohr wahrnehmbar machen, kann es in manchen Fällen von Interesse sein, die Zeiten dauernd behufs beliebig späterer Ablesung zu registriren, zu welchen gewisse Ereignisse stattgefunden haben. Die Einrichtung solcher Registrirwerke kann sehr mannigfaltig sein je nach der Art der zu registrirenden Ereignisse, und sei hier nur als Beispiel von technischem Interesse der Wächter-Controlluhren gedacht, welche dazu dienen, die Pünktlichkeit der Pflichterfüllung von Nachtwächtern in technischen Anlagen zu controlliren. Selbst zu diesem besonderen Zwecke sind mancherlei verschiedene Vorrichtungen angegeben und mehr oder weniger benutzt worden; von denselben hat in Deutschland die Controluhr des Uhrmachers Bürk in Schwenningen (Württemberg) wegen ihrer Einfachheit unbeschadet ihrer Sicherheit mit Recht Anerkennung und Verbreitung gefunden. Ihre Einrichtung ist in der Hauptsache folgende.



In einem cylindrischen Gehäuse befindet sich zunächst am Boden ein gewöhnliches Uhrwerk, dessen Centralwelle aber nicht der Bewegung eines Minuten-, sondern der eines Stundenzeigers entspricht, also in 12 Stunden eine Umdrehung macht. Auf ihrer Verlängerung in der oberen, durch einen Deckel verschlossenen Abtheilung des Gehäuses trägt diese Welle mittels entsprechender Arme einen Ring *R*, Fig. 170, ähn-



lich einer Riemenrolle, nur nicht gewölbt, sondern mit cylindrischer Umfläche. Dieser Ring wird täglich vor der Wache von dem Controleur mit einem Papierstreifen (Länge = Umfang, Breite = Breite des Ringes) bespannt, welcher durch gerade Linien der Länge nach in  $6 \cdot 12 = 72$  Felder, den  $\frac{1}{6}$  Stunden entsprechend, der Breite nach in  $n$  Felder getheilt ist = der Zahl der zu besuchenden  $n$  Stationen.

Den letzteren Feldern bzw. ringsum laufenden schmalen Flächenstreifen gegenüber liegen zwischen dem Ringe und der Wand des Gehäuses  $n$  Federn *f*, an ihren freien Enden mit Spitzen ausgerüstet, die dem Ringe zugekehrt sind; diese Spitzen, denen gegenüber der Ring an seiner Umfläche mit  $n$  ringsumlaufenden Rillen versehen ist, verursachen kleine Löcher in dem Papier, wenn die Federenden durch entsprechende Schlüssel gegen den Ring gedrückt werden. Solcher Schlüssel befinden sich an jeder Station einer, an einer Kette angeschlossen, und zwar von solcher Beschaffenheit, dass jeder Stationsschlüssel seinen Bart an derjenigen Stelle hat, welche der betreffenden Stationsfeder der Controluhr entspricht, wenn der Schlüssel mit seinem Rohr soweit es angeht auf den Dorn geschoben wird, der als Schlüsselführung zwischen den Federn und der Wand des Gehäuses angebracht ist. Ein seitlicher Schlitz des Schlüsselrohres im Gehäusedeckel und entsprechende Vorsprünge aussen an den Schlüsselrohren zwingen den Wächter zum vollständigen Aufschieben des Schlüssels auf den Dorn, damit eine Drehung möglich werde, und verhindern so die Möglichkeit, mit einem bestimmten Schlüssel andere Federn zu biegen ausser derjenigen, welche ihm und also der betreffenden Station zukommt. Die betreffende Einrichtung eines solchen Schlüsselrohres lässt die Nebenfigur 170 erkennen beispielsweise für den zur untersten Feder gehörigen Schlüssel, dessen Bart *b* somit ganz am Ende des fraglichen Vorsprunges *v* sich befindet.



### III. Instrumente zur Messung von Geschwindigkeiten. (Tachometer.)

#### §. 158. Uebersicht.

Die Instrumente zur Messung von Geschwindigkeiten, welche letztere dabei immer als relative Geschwindigkeiten in Betracht kommen, sind hauptsächlich verschieden, jenachdem es sich um die relative Geschwindigkeit von zwei festen Körpern oder eines festen Körpers und einer Flüssigkeit handelt. Der erstere Fall interessiert hier nur bezüglich der relativen Geschwindigkeit von Theilen einer Maschine, indem darauf auch andere hierher gehörige Fälle von technischer Wichtigkeit zurückgeführt werden können. So ist die relative Geschwindigkeit eines Eisenbahnzuges gegen die Schienenbahn bestimmt durch die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher die auf letzterer ohne Gleitung rollenden Locomotive- oder Wagenräder sich um ihre Axen relativ gegen den Rahmen der Locomotive bezw. des Wagens drehen, oder durch die relative Geschwindigkeit der Kolben gegen die mit dem Locomotivrahmen fest verbundenen Cylinder.

Die relative Geschwindigkeit von festen Körpern und Flüssigkeiten hat technisches Interesse nicht nur bezüglich der strömenden Bewegung von Flüssigkeiten gegen die Erde oder gegen feste Leitungswände, insbesondere der strömenden Bewegung des Wassers in Fluss- und Canalbetten, der freien Luft als Wind, der Verbrennungsluft bei Feuerungsanlagen u. s. f., sondern auch bezüglich der relativen Bewegung von Schiffen, wenigstens von Seeschiffen, gegen das Wasser. Die letztere relative Bewegung kann deshalb nicht, wie die eines Eisenbahnzuges gegen die Schienenbahn, auf die gegenseitige Bewegung von Maschinentheilen zurückgeführt werden, weil die Bewegung des Schiffspropellers (Schaufelrad, Schraube) gegen das Wasser nicht ebenso einfach und a priori bekannt ist wie die rollende Bewegung der Räder auf den Schienen.

Hiernach sollen im Folgenden besprochen werden:

- a. Tachometer für Maschinen,
- b. Instrumente zur Messung der relativen Geschwindigkeit von festen Körpern und Flüssigkeiten, insbesondere Instrumente



zur Messung der Strömungsgeschwindigkeit des Wassers in Canälen (Strommesser im engeren Sinne), zur Messung der Luftgeschwindigkeit (Anemometer) und zur Messung der Schiffsgeschwindigkeit auf See.

In allen Fällen können die Instrumente bezw. die Messungsmethoden mit denselben entweder so beschaffen sein, dass sie die augenblicklich stattfindende Geschwindigkeit, oder so, dass sie die mittlere Geschwindigkeit für ein gewisses Zeitintervall bezw. für einen gewissen Weg erkennen lassen, wonach momentan wirkende und totalisirende Instrumente zu unterscheiden sind, sofern sich im letztern Falle das Gesamtergebn einer Reihenfolge von Geschwindigkeiten ergibt. Je nach den Umständen kann jene oder diese Messungsweise vorzuziehen sein, so dass in dieser Hinsicht solche Instrumente als die vollkommensten erscheinen, welche sowohl eine momentane, als eine totalisirende Messung gestatten, wie es dann der Fall ist, wenn die betreffende Folge von Geschwindigkeiten durch eine Curve verzeichnet wird, deren Abscissen den verflossenen Zeiten oder durchlaufenen Wegen und deren Ordinaten den betreffenden Geschwindigkeiten proportional sind.

#### a. Tachometer für Maschinen.

##### §. 159. Totalisirende Tachometer.

Um die mittlere Geschwindigkeit eines rotirenden oder schwingenden Maschinentheiles für einen Zeitraum zu messen, in welchem eine grössere Zahl von Rotationen bezw. Schwingungen stattfindet, bedarf es natürlich nur eines Zählwerkes (§. 130) in Verbindung mit einer Uhr. Gewöhnlich enthält die Maschine eine rotirende Welle  $A$ , deren Winkelgeschwindigkeit die Ganggeschwindigkeit der Maschine charakterisirt, und wenn dann von  $A$  aus durch Zahnräder- oder Schneckengetriebe oder auf sonstige Weise eine andere Welle  $B$  bewegt wird, deren Winkelgeschwindigkeit zu der von  $A$  in constantem Verhältnisse steht, von  $B$  aus aber ein prismatisch geführtes Glied  $C$  so bewegt wird, dass seine Progressivgeschwindigkeit der Winkelgeschwindigkeit von  $B$  und folglich auch von  $A$  in bekanntem Verhältnisse proportional ist, so kann man mit  $C$  einen Zeichenstift  $S$  verbinden und längs demselben nach einer zu seiner Bewegungsrichtung  $OS$  senkrechten Richtung  $OT$  durch das Uhrwerk einen Papierstreifen mit gleichförmiger Bewegung fortziehen lassen, um so auf diesem als relative Bahn von  $S$  eine Curve zu erhalten,



deren entsprechende Coordinatenänderungen  $\Delta s$  und  $\Delta t$  den Winkelweg der Welle  $A$  in einer gewissen Zeit und somit ihre mittlere Winkelgeschwindigkeit für dieselbe ergeben. Anstatt des geradlinig bewegten Papierstreifens kann auch mit Vortheil für die compendiöse Ausführung des Instrumentes eine runde Metallscheibe, auf welcher eine entsprechende Papierscheibe centrisch zu befestigen ist, vom Uhrwerke aus gleichförmig um ihre Axe gedreht werden, und wenn dann  $S$  in radialer Richtung längs derselben geführt wird, so liefert das Verhältniss des Weges  $\Delta s$  von  $S$  zu dem gleichzeitigen Winkelwege  $\Delta \varphi$  der Scheibe ein Maass für die mittlere Winkelgeschwindigkeit der Welle  $A$  während der betreffenden Zeit. Um für eine längere Zeit andauernde Messung den Zeichenstift  $S$  seinen hinlänglich grossen Weg innerhalb einer Strecke von mässiger Länge durchlaufen zu lassen, ist es passend, ihn durch ein Curvenschubgetriebe von der Welle  $B$  aus geradlinig so hin und her zu führen, dass er (unbeschadet beständiger Proportionalität seines Weges und des Winkelweges von  $B$ ) abwechselungsweise für eine halbe Umdrehung von  $B$  im einen, für die folgende halbe Umdrehung im anderen Sinne bewegt wird.

Von solcher Art ist z. B. der Geschwindigkeitsmesser für Eisenbahnfahrzeuge von Dorpmüller.\* Dabei wird die Bewegung von einer Fahrzeugaxe aus auf die erste Welle des Instruments durch eine Kautschukschnur und von dieser durch dreifaches Schneckengetriebe auf die letzte Welle  $B$  desselben so übertragen, dass  $B$  eine Umdrehung macht, während sich der Radumfang auf einer Strecke = 6 Kilometer der Schienenbahn abwälzt. In derselben Zeit bewegt sich der Schreibstift  $S$  radial längs der Papierscheibe von 300 Millimeter Durchmesser nahe ihrer Peripherie um eine Strecke von 50 Millimeter einmal hin und her. Erfolgt dann eine Umdrehung der Scheibe etwa in 6 Stunden, so kann das Instrument selbst für noch längere Zeit ohne Erneuerung der Papierscheibe functioniren, sofern nicht zufällig in den ersten 6 Stunden die durchfahrene Strecke gerade ein ganzes Vielfaches von 6 Kilometern beträgt, in welchem Falle die zickzackförmige relative Bahn von  $S$  für die folgenden 6 Stunden, von demselben Anfangspunkte ausgehend, von der früheren vielleicht nicht genügend zu unterscheiden wäre, obschon das wegen verschieden lange dauernder und in verschiedenen Zeitintervallen eintretender Stationsaufenthalte (welchen auf dem Papierstreifen geradlinige, auf der Papierscheibe kreisförmige Curven-

\* Wochenschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1879, S. 364.



stücke entsprechen) selbst bei übrigens nahe gleicher Fahrtgeschwindigkeit nicht zu erwarten ist.

Wenn die auf der Welle *B* sitzende Curvenscheibe gegen eine Angriffskante des von einer Feder beständig gegen die Scheibe angedrückten Stiftträgers *C* wirkt (nach Art des Curvenschubgetriebes Fig. 72, S. 199, mit den Gliedern *a, c, d*), so muss natürlich die Scheibe nach zwei symmetrisch liegenden archimedischen Spiralen profilirt werden mit den Polargleichungen:

$$r = r_0 + h \frac{\varphi}{\pi} \dots \dots \dots (1),$$

unter  $r_0$  den willkürlich anzunehmenden Minimalwerth des Fahrstrahles  $r$  und unter  $h$  die verlangte Schublänge des Stiftes *S* verstanden. Siehe Fig. 171, wo  $OR_0 = r_0 = h$  genommen ist, also  $OR_1 = r_0 + h = 2h$ .

Soll aber wegen zu schneller Abnutzung einer Angriffskante des Stiftträgers *C* dieselbe durch eine zur Schubrichtung von *C* senkrechte ebene Angriffsfläche *AB*, Fig. 172, ersetzt werden, so können die zwei symmetrisch gleichen Curven  $R_0R_1$  nicht eine Fläche umschliessen, muss also die einzige Herzscheibe des vorigen Falles durch zwei Scheiben ersetzt werden, von denen die eine die Bewegung von *C* im einen, die andere im umgekehrten Sinne vermittelt. Was die Form der Profile  $R_0R_1$  dieser Scheiben betrifft, so sei  $OR = r$

irgend ein Fahrstrahl,  $OP = p$  das vom Drehungsmittelpunkte *O* auf die Tangente für den Punkt *R* gefällte Perpendikel,  $P_0P_1$  die den Punkt *O* enthaltende gerade Verbindungslinie der Lagen des Punktes *P*, welche den äussersten Lagen  $R_0, R_1$  des Punktes *R* entsprechen, ferner der Winkel  $P_0OR = \varphi$ , Winkel  $P_0OP = \psi$ . Während dann im Falle von Fig. 171 der Differentialquotient  $\frac{dr}{d\varphi}$  einen constanten Werth haben

musste, muss hier  $\frac{dp}{d\psi}$  eine Constante, folglich

$$p = p_0 + h \frac{\psi}{\pi} \dots \dots \dots (2)$$

sein, wenn  $h$  dieselbe Bedeutung hat wie in Gl. (1). Hiernach kann die Curve als Umhüllungslinie einer Schaar von Geraden *PR* verzeichnet

Fig. 171.

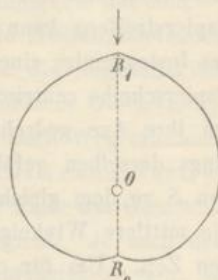
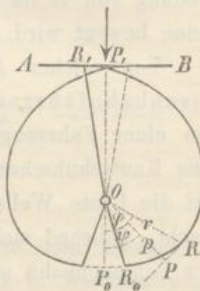


Fig. 172.



§.  
we  
We  
nu  
ein  
als  
un  
als  
ist,  
Die  
me  
P<sub>0</sub>,  
gle  
Fig  
wor  
Ins  
gle  
ein  
bew  
Ra  
Die  
erg  
m  
Be  
bei  
Ta  
des  
zei  
des  
ge  
me



werden, die durch  $OP = p$  und Winkel  $OPR = 90^\circ$  für verschiedene Werthe von  $\psi$  durch Gl. (2) bestimmt sind. Uebrigens wird die Zeichnung der Curve durch die Bemerkung erleichtert, dass die Strecke  $PR$  einen constanten Werth hat. Indem nämlich

also

$$p = r \sin(ORP) = r \sin \tau,$$

$$dp = r \cos \tau d\tau + \sin \tau dr$$

$$= r \cos \tau \left( d\tau + \operatorname{tg} \tau \frac{dr}{r} \right)$$

und

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{r d\varphi}{dr} = \frac{r}{dr} d\left(\psi + \frac{\pi}{2} - \tau\right),$$

also

$$\operatorname{tg} \tau \frac{dr}{r} = d\psi - d\tau$$

ist, so folgt:

$$PR = r \cos \tau = \frac{dp}{d\psi} = \frac{h}{\pi} \dots \dots \dots (3).$$

Die Curve  $R_0 R R_1$  wird also aus der durch Gl. (2) bestimmten archimedischen Spirale  $P_0 P P_1$  dadurch abgeleitet, dass in deren Punkten  $P_0, P, P_1$  normal zu den betreffenden Fahrstrahlen  $OP_0, OP, OP_1$  die gleichen Strecken  $P_0 R_0 = PR = P_1 R_1 = \frac{h}{\pi}$  angetragen werden. In Fig. 172 ist  $OP_0 = p_0 = h$ , also  $OP_1 = p_0 + h = 2h$  angenommen worden.

Bei anderen solchen Fahrtmessern für Eisenbahnzüge, z. B. bei dem Instrument von Dato, ist die Einrichtung so getroffen, dass in den mit gleichförmiger und bekannter Geschwindigkeit bewegten Papierstreifen ein durch einen entsprechenden Mechanismus von der Wagenaxe aus bewegter Stift ein kleines Loch sticht, so oft ein Punkt der betreffenden Radperipherie einen gewissen Weg, z. B. 1 Kilometer durchlaufen hat. Die Entfernungen der in gerader Linie aufeinander folgenden Löcher ergeben dann unmittelbar die Zeiten, in welchen die betreffenden Kilometer von jenem Punkte durchlaufen, also auch bei gleitungslos rollender Bewegung der Räder auf den Schienen vom Zuge durchfahren wurden.

Im Falle der Verzeichnung einer zusammenhängenden Curve, wie bei dem Instrument von Dörpmüller, ergibt zwar die Richtung ihrer Tangente im Princip auch die augenblickliche Geschwindigkeit; indessen müsste doch die Curve in unpraktisch grossen Verhältnissen gezeichnet werden, um grössere Genauigkeit auch für solche Verwendung des Instrumentes zu verbürgen, da die Richtung einer Curve in einem gewissen Punkte derselben nicht mit ebenso grosser Zuverlässigkeit gemessen werden kann wie eine Länge, z. B. eine Coordinate jenes Punktes.



## §. 160. Centrifugaltachometer.

Die veränderliche Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  einer rotirenden Welle, die entweder der betreffenden Maschine selbst oder, mit proportionaler Geschwindigkeit rotirend, einem mit der Maschine verbundenen Messinstrumente angehören mag, kann dadurch bezüglich ihrer jeweiligen Grösse sichtbar gemacht und in jedem Augenblicke gemessen werden, dass man mit der Welle eine Masse rotiren lässt, deren relative Gleichgewichtslage in bekannter Weise durch  $\omega$  bestimmt wird, so dass umgekehrt jene Lage, bezw. die durch dieselbe bestimmte Configuration des Mechanismus, welcher die Masse mit der Welle verbindet, einen Schluss auf die Grösse von  $\omega$  gestattet. Bei den auf diesem Princip beruhenden Instrumenten befindet sich die fragliche Masse unter der Einwirkung von zwei Kräften, deren eine von  $\omega$  abhängig und deren andere von  $\omega$  unabhängig ist. Als erstere bietet sich am unmittelbarsten die Centrifugalkraft dar, so dass die danach als Centrifugaltachometer zu bezeichnenden betreffenden Instrumente sich hauptsächlich nur dadurch unterscheiden, dass diese Centrifugalkraft entweder mit der Schwerkraft oder mit einer Federkraft als von  $\omega$  unabhängiger Kraft in Gleichgewicht gebracht, und dass als Masse selbst entweder ein fester Körper oder eine Flüssigkeit benutzt wird.

1. Die üblichen Centrifugaltachometer mit fester rotirender Masse, deren Centrifugalkraft mit der Schwerkraft im Gleichgewicht ist, beruhen auf dem Princip des conischen Pendels, nämlich eines schweren Körpers, welcher mit der in diesem Falle verticalen mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotirenden Welle durch ein Charnier verbunden ist, dessen Axe  $OY$  die verticale Wellenaxe  $OZ$  rechtwinklig (in  $O$ ) schneidet. Unter der Voraussetzung, dass, wenn  $S$  der Schwerpunkt des Körpers, die Masse desselben in Bezug auf die Ebenen  $ZOS$  und  $YOS$  symmetrisch vertheilt ist, besteht nämlich im Gleichgewichtszustande und abgesehen von Bewegungswiderständen nach §. 140, Gl. (5) die Beziehung:

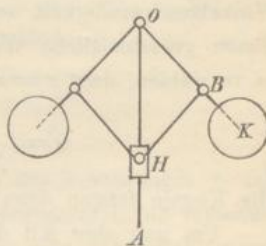
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}} \quad \text{mit} \quad l = \frac{Q - q}{mr} \quad \dots \dots \dots (1),$$

unter  $g$  die Beschleunigung der Schwere,  $\alpha$  den Winkel  $ZOS$ ,  $r$  die Strecke  $OS$ ,  $m$  die Masse des Körpers,  $Q$  sein Trägheitsmoment für die Charnieraxe  $OY$  und unter  $q$  das Doppelte seines Trägheitsmomentes für die Ebene  $YOS$  verstanden. Wenn insbesondere, wie gewöhnlich, das Pendel aus einer cylindrischen Stange mit einer am Ende derselben befindlichen Kugel besteht, so ergibt sich für  $l$  der Ausdruck (7) in §. 140.



Hiernach ist der Winkel  $\alpha$  ein Maass für die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ . Indem sich aber  $\alpha$  bei dem rotirenden Pendel nur schätzen, nicht messen lässt, wird, um eine Messung möglich zu machen, das Pendel gemäss Fig. 173 verdoppelt und an den Kugelstangen  $OK$  mittels der Stangen  $BH$  eine auf der rotirenden Welle  $OA$  verschiebliche Hülse aufgehängt, deren Bewegung bei Veränderung von  $\omega$  durch einen geeigneten Mechanismus auf einen Zeiger oder auch auf einen Registrirapparat übertragen werden kann, dessen Bleistift z. B. eine Curve verzeichnet, deren Abscissen und Ordinaten proportional den Zeiten und den Verschiebungen der Hülse auf der Welle  $OA$  sich ändern, so dass diese Curve einen zu beliebig späterer Zeit abzulesenden Bericht erstattet über das Gesetz, nach welchem sich die Geschwindigkeit der Maschine in einem gewissen Zeitintervall unter gewissen Umständen geändert hatte. Wenn man zudem die Hülse mit verschiedenen Gewichten  $Q$  belastet, erhält man dadurch ein Mittel, das Instrument für verschiedene Geschwindigkeiten zu adjustiren, so dass es stets die nöthige Empfindlichkeit behält. Nach §. 114, Gl. (4) besteht nämlich für einen mittleren, d. h. solchen Gleichgewichtszustand, bei welchem die Reibungen weder im einen, noch im umgekehrten Sinne entwickelt sind, und wenn vorläufig von den Gewichten der Stangen abgesehen wird, die Gleichung:

Fig. 173.



$$\omega^2 = \frac{g}{h} \left( 1 + \frac{a}{l} \frac{Q}{G} \right)$$

mit  $OB = BH = a$ ,  $Ok = l$  und unter  $Q$  das Gewicht nebst Belastung der Hülse,  $G$  das Gewicht einer Kugel,  $g$  die Beschleunigung der Schwere und unter  $h$  die Projection von  $OK$  auf  $OA$  verstanden. Letztere ist, wenn die Strecke  $OH$  mit  $x$  bezeichnet wird,

$$h = \frac{l x}{a^2}$$

und deshalb auch

$$\omega = \sqrt{\frac{2g a}{x l} \left( 1 + \frac{Qa}{Gl} \right)} = \sqrt{\frac{C}{x}} \dots \dots \dots (2),$$

d. h.  $\omega$  umgekehrt proportional  $\sqrt{x}$ .

Diese Messung von  $\omega$  durch  $OH = x$  ist um so genauer, je grösser die Aenderung von  $x$  ist, welche einer gewissen Aenderung von  $\omega$  ent-





spricht. Aus der Gleichung  $\omega^2 x = C$  folgt aber

$$\omega^2 dx + 2\omega d\omega \cdot x = 0, \text{ also } \frac{dx}{d\omega} = -\frac{2x}{\omega} \dots \dots \dots (3)$$

absolut genommen um so grösser bei gegebenem  $\omega$ , je grösser  $x$ . Ist somit  $\omega_0$  der kleinste Werth einer mit dem Instrumente zu messenden Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und  $x_0$  der bei übrigens gegebenen Dimensionen grösstmögliche Werth von  $x$ , so ist die Belastung  $Q$  der Hülse so zu wählen, dass  $x = x_0$  und  $\omega = \omega_0$  entsprechende Werthe sind, also

$$Q = \left( \frac{C l}{2g a} - 1 \right) \frac{l}{a} G \text{ mit } C = \omega_0^2 x_0 \dots \dots \dots (4).$$

Die Kugeln fangen dann erst bei  $\omega > \omega_0$  an auseinander zu gehen.

Um nun aber mit dem so bestimmten Instrumente eine zuverlässige Messung von  $\omega = \sqrt{\frac{C}{x}}$  auszuführen, ist die Berücksichtigung des bis dahin ausser Acht gelassenen Einflusses der Schwerkräfte und Centrifugalkräfte der verschiedenen Stangen unerlässlich, was näherungsweise nach den Angaben im §. 114 geschehen kann, besser aber dadurch geschieht, dass  $x$  bei bekannten Werthen von  $\omega$  beobachtet und damit  $C = \omega^2 x$  berechnet wird, am besten als Mittelwerth aus mehreren Beobachtungen, welche weit auseinander liegenden solchen Werthen von  $\omega$  entsprechen, zu deren Messung das Instrument bestimmt ist.

Fig. 120.

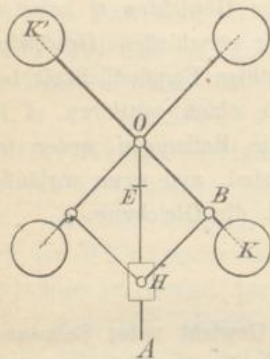
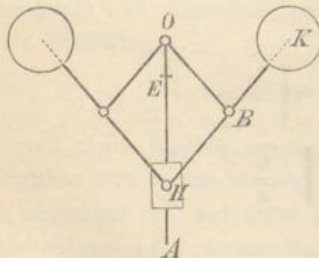


Fig. 121.



die Welle umgebende Spiralfeder eingefügt ist, die auf  $H$  den Druck  $Q$

Wenn dasselbe bei nicht verticaler Lage der Welle  $OA$ , insbesondere also bei Maschinen benutzt werden soll, welche nicht eine feste Lage haben, z. B. auf Schiffen, Eisenbahnfahrzeugen u. s. f., so muss die Schwerkraft ausgeglichen und durch Federkraft ersetzt werden, etwa gemäss den im §. 121 besprochenen, durch die Figuren 120 u. 121 dargestellten Anordnungen. Dabei ist  $E$  ein Vorsprung auf der mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotirenden Welle  $OA$ , zwischen welchen und die Hülse  $H$  eine



ausübt. Ist dann ferner  $G$  das Gewicht einer Kugel (Fig. 121) oder die Summe der Gewichte beider an derselben Stange sitzenden Kugeln (Fig. 120),  $e$  die Entfernung von  $O$ , bis zu welcher die ungespannte Feder reicht, und  $Q_1$  die Kraft, durch welche sie um die Längeneinheit zusammengedrückt wird, endlich  $OB = BH = a$ ,  $Ok = l$ ,  $OH = x$  und  $g$  die Beschleunigung der Schwere, so ist nach §. 122, Gl. (4) für den mittleren, nämlich reibungslosen Gleichgewichtszustand:

$$\omega = \sqrt{2g \frac{Q_1 a^2 e - x}{G l^2 x}} = \sqrt{\frac{C e - x}{x}} \dots \dots \dots (5)$$

Durch Aenderung von  $e$ , also durch Verstellung des Vorsprunges  $E$  auf der Welle  $OA$  kann hier die Adjustirung des Instrumentes für verschiedene Geschwindigkeiten  $\omega$  bewirkt werden, um eine möglichst grosse

Empfindlichkeit, wachsend mit  $\frac{dx}{d\omega}$ , zu erzielen. Dieser Differentialquotient ergibt sich aus

$$\omega^2 = C \frac{e - x}{x}, \text{ also } 2\omega d\omega = -\frac{C e}{x^2} dx$$

$$\frac{dx}{d\omega} = -\frac{2\omega x^2}{C e} = -\frac{2\omega x}{C \omega^2 + 1} = \frac{-2x}{\omega + \frac{C}{\omega}} \dots \dots \dots (6),$$

absolut genommen wachsend unter übrigens gegebenen Umständen mit  $x$ . Ist also wieder  $x_0$  der grösstmögliche Werth von  $x$ , den das Instrument gestattet, und  $\omega_0$  die kleinste Winkelgeschwindigkeit, welche mit ihm messbar sein soll, so ist der Vorsprung  $E$  so zu reguliren, dass

$$e = x_0 \left( \frac{\omega_0^2}{C} + 1 \right) \text{ mit } C = 2g \frac{Q_1 a^2}{G l^2} \dots \dots \dots (7)$$

wird. Für den Gebrauch des so vorgerichteten Instruments zur Messung von  $\omega$  gemäss Gl. (5) ist es am besten, beide Constante  $C$  und  $e$  dieser Gleichung aus den für bekannte Werthe von  $\omega$  beobachteten Werthen von  $x$  abzuleiten.

Die Vergleichung der Ausdrücke (3) und (6) von  $\frac{dx}{d\omega}$  lässt übrigens erkennen, dass die Empfindlichkeit eines solchen Centrifugaltachometers unter sonst gleichen Umständen bei Federkraftwirkung kleiner ist, als bei Schwerkraftwirkung, so dass letztere vorzuziehen ist, sofern sie nicht, wie auf Schiffen und Eisenbahnfahrzeugen, durch die veränderliche Lage



der rotirenden Welle und durch den Einfluss von Stössen verboten wird, oder sofern es nicht auf ein sehr weites Umfangsgebiet der Geschwindigkeiten  $\omega$  ankommt, welche mit demselben Instrument von mässigen Dimensionen bei unveränderter Adjustirung messbar sein sollen. Insbesondere sind beliebig kleine Geschwindigkeiten  $\omega$  nur durch das Instrument mit Federkraftwirkung messbar, da  $x$  in Gl. (5) wohl  $= \epsilon$ , nicht aber in Gl. (2) unendlich gross werden kann.

Bei der Verwendung für Eisenbahnzüge und auf Seeschiffen können übrigens auch bei vollkommener Ausgleichung der Schwerkkräfte Störungen verursacht werden durch Stösse, besonders wenn dieselben bei der einfacheren Anordnung gemäss Fig. 121 parallel der Axe  $OA$  stattfinden und somit von gleicher Wirkung auf beide Kugeln sind. In solchen Fällen ist deshalb die weniger einfache Construction nach Fig. 120 vorzuziehen und zugleich eine solche Anordnung rathsam, dass die Axe  $OA$  im Mittel horizontal zu liegen kommt, weil die Stösse in den genannten Fällen vorzugsweise nach verticaler Richtung stattfinden. Auch ist es dann zweckmässig, den Kugeln möglichst grosse Masse zu geben.

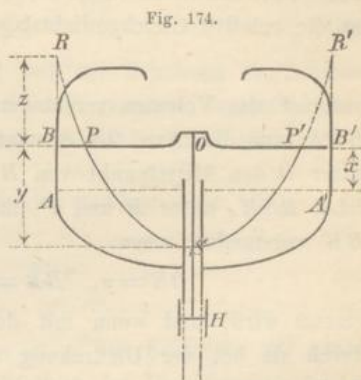
Diese Erwägungen liegen dem Geschwindigkeitsmesser für Eisenbahnzüge von Finckbein und Schäfer\* zu Grunde, bei welchem die Bewegung der Hülse theils durch einen Zeiger auf einem Gradbogen zu augenblicklicher Ablesung markirt, theils durch einen Schreibstift auf einem durch ein Uhrwerk geradlinig bewegten Papierstreifen oder auf einer dadurch in gleichförmiger Rotation erhaltenen Scheibe registriert wird. Ein Glied des Mechanismus, welcher die Bewegung von der Hülse auf den Zeiger und auf den Schreibstift überträgt, kann durch eine feine Schraube so verlängert oder verkürzt werden, dass auch bei veränderlicher Grösse des Radumfanges (wegen Abnutzung oder Abdehnung des Radreifens) und somit bei veränderlichem Verhältnisse der Fahrgeschwindigkeit zur Winkelgeschwindigkeit der betreffenden Radaxe und der ihr proportionalen Winkelgeschwindigkeit der Welle  $OA$  des Instruments doch eine bestimmte Fahrgeschwindigkeit immer denselben Stellungen des Zeigers und des Schreibstiftes entspricht.

2. Centrifugaltachometer mit flüssiger rotirender Masse, als welche gewöhnlich Quecksilber verwendet wird behufs grösstmöglicher Wirksamkeit bei mässigen Dimensionen, können auch entweder so ausgeführt werden, dass die Centrifugalkraft mit der Schwere oder so, dass

\* Wochenschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1879, S. 466.



sie mit einer Federkraft im Gleichgewicht ist. Als Beispiel des ersten Falles diene das durch Fig. 174 im Princip dargestellte, von Stenberg zu seinem sogenannten hydroparabolischen Regulator\* benutzte Tachometer von folgender Einrichtung. Ein als Umdrehungskörper gestaltetes Gefäß rotirt mit der zu messenden Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um seine verticale Axe und enthält Quecksilber, das für  $\omega = 0$  mit horizontaler ebener Oberfläche bis  $AA'$  reichen mag, für  $\omega > 0$  aber sich mit parabolischer Oberfläche in der



Mitte senkt und am Rande erhebt, indem es durch radiale Rippen am Gefäßboden gezwungen wird, jeder Aenderung von  $\omega$  sofort zu folgen. Die das Gefäß tragende Welle ist in ihrem oberen Theile hohl und ragt bis etwas über  $AA'$  in das Gefäß hinein. Letzteres ist oberhalb  $AA'$  cylindrisch gestaltet, insoweit darin der vom Quecksilber getragene scheibenförmige Schwimmer  $BB'$  auf und nieder beweglich ist; dieser ist am Umfange durch eine Membran mit der Gefäßwand verbunden, um seine reibungslose Beweglichkeit mit dichtem Abschlusse des Quecksilbers unter ihm zu vereinigen. Von der Mitte des Schwimmers reicht ein Stab abwärts in die Höhlung der Welle hinein und ist am Ende durch einen kurzen Querstab, der zwei diametral gegenüberliegende Längsschlitze der Wand dieser Welle durchdringt, mit der auf ihr verschieblichen Hülse  $H$  verbunden. Die somit an der Hülse sichtbar gemachte Bewegung des Schwimmers kann durch die üblichen Mittel auf einen Zeiger oder auf den Schreibstift eines Registrirwerkes übertragen werden.

Um die Beziehung zwischen der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Instrumentes und der Erhebung  $AB = x$  des Schwimmers auszudrücken, sei  $Q$  die Belastung incl. Eigengewicht des letzteren,  $\gamma$  das specifische Gewicht des Quecksilbers und  $PSP'$ , Fig. 174, die parabolische Meridianlinie der freien Quecksilberoberfläche, welche, über  $BB'$  hinaus fortgesetzt, den cylindrischen Theil der Gefäßwand in einem horizontalen Kreise  $RR'$  schneiden würde. Indem nun der Druck in jedem Punkte der ringförmigen Berührungsfäche zwischen dem Quecksilber und dem

\* Wochenschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1878, S. 392.



Schwimmer ebenso gross ist, wie er an derselben Stelle dann sein würde, wenn ohne Schwimmer sich das Quecksilber bis zum Kreise  $RR'$  erstreckte, ist die relative Gleichgewichtslage charakterisirt durch die Gleichung:

$$Q = \gamma V,$$

unter  $V$  das Volumen verstanden, welches durch Umdrehung der Fläche  $BPR$  um die Axe  $OS$  erzeugt werden würde. Dieses Volumen ist, unter  $O$  den Mittelpunkt von  $BB'$ , unter  $S$  den Scheitelpunkt der Parabel  $RSR'$ , unter  $P$  und  $P'$  ihre Durchschnittspunkte mit der Geraden  $BB'$  verstanden, wenn

$$OS = y, \quad BR = z, \quad OB = r, \quad OP = p$$

gesetzt wird, und wenn mit den betreffenden Flächen der Figur die durch sie bei der Umdrehung um  $OS$  erzeugten Volumina bezeichnet werden,

$$V = BRR'B' + PSP' - RSR'$$

oder wegen  $PSP' = ABB'A'$

$$\begin{aligned} V &= ARR'A' - RSR' \\ &= \pi r^2 \left( x + z - \frac{y+z}{2} \right) = \pi r^2 \left( x + \frac{z-y}{2} \right) \dots \dots \dots (8). \end{aligned}$$

Um hierin  $y$  und  $z$  durch  $x$  auszudrücken, hat man nach der Gleichung der Parabel  $RSR'$  (siehe Bd. I, §. 55, Gl. 6):

$$r^2 = \frac{2g}{\omega^2} (y + z)$$

sowie mit Rücksicht auf die Gleichheit der Volumina  $ABB'A'$  und  $PSP'$ , von denen letzteres = der Hälfte des Cylinders mit der Höhe  $OS$  auf der Grundfläche  $PP'$  ist,

$$r^2 x = \frac{1}{2} p^2 y = \frac{g}{\omega^2} y^2.$$

Aus beiden folgt:

$$\begin{aligned} y &= r\omega \sqrt{\frac{x}{g}}; \quad z = \frac{r^2 \omega^2}{2g} - r\omega \sqrt{\frac{x}{g}} \dots \dots \dots (9) \\ \frac{z-y}{2} &= \frac{r^2 \omega^2}{4g} - r\omega \sqrt{\frac{x}{g}} \end{aligned}$$

und damit nach Gl. (8):

$$\begin{aligned} Q &= \gamma V = \gamma \pi r^2 \left( x + \frac{r^2 \omega^2}{4g} - r\omega \sqrt{\frac{x}{g}} \right) \\ &= \gamma \pi r^2 \left( \frac{r\omega}{2\sqrt{g}} - \sqrt{x} \right)^2. \end{aligned}$$



In der hieraus folgenden Gleichung

$$\frac{r\omega}{2\sqrt{g}} = \pm \frac{1}{r} \sqrt{\frac{Q}{\gamma\pi}} + \sqrt{x}$$

gilt natürlich nur das obere Vorzeichen, weil zur Erhebung des Schwimmers auf eine gewisse Höhe  $x$  eine um so grössere Geschwindigkeit nöthig, je grösser seine Belastung  $Q$  ist. Somit ist schliesslich:

$$\omega = \frac{2}{r^2} \sqrt{\frac{gQ}{\gamma\pi}} + \frac{2}{r} \sqrt{gx} = a + b \sqrt{x} \dots \dots \dots (10)$$

mit 
$$a = \frac{2}{r^2} \sqrt{\frac{gQ}{\gamma\pi}} \text{ und } b = \frac{2\sqrt{g}}{r}.$$

Für den Gebrauch des Instrumentes ist es mit Rücksicht auf untergeordnete Umstände, welche, wie der Einfluss des Durchmessers der in das Gefäss hineinreichenden hohlen Welle, bei obiger Entwicklung unberücksichtigt geblieben sind, wieder am besten, die Constanten (hier  $a$  und  $b$ ) der nur ihrer allgemeinen Form nach zu Grunde gelegten Gleichung zwischen  $\omega$  und  $x$  aus solchen Werthen von  $x$  abzuleiten, welche für bekannte Werthe von  $\omega$  beobachtet werden. Bei der Herstellung des Instrumentes für einen gewissen Zweck ist aber von der kleinsten und grössten Geschwindigkeit bezw.  $= \omega_0$  und  $\omega_1$  auszugehen, welche, entsprechend angenommenen Grenzwerten  $x_0$  und  $x_1$  von  $x$ , mit dem Instrument messbar sein sollen. Durch die Gleichungen

$$\omega_0 = a + b \sqrt{x_0} \text{ und } \omega_1 = a + b \sqrt{x_1}$$

sind dann  $a, b$  und dadurch  $r, Q$  bestimmt. Die Annahme  $x_0 = 0$  ist hierbei nicht rathsam, weil aus Gl. (10) sich

$$d\omega = \frac{b}{2} \frac{dx}{\sqrt{x}}, \text{ also } \frac{dx}{d\omega} = \frac{2\sqrt{x}}{b} \dots \dots \dots (11)$$

$= 0$  für  $x = 0$ , d. h. die Genauigkeit der Messung verschwindend klein ergeben würde. Selbst abgesehen davon ist der kleinste messbare Werth von  $\omega > a$ ; so lange  $\omega < a$  ist, wird die parabolische Krümmung der Quecksilberoberfläche und entsprechende Erhebung der Schwimmerscheibe durch das Gewicht der letzteren verhindert.

Von der letztgenannten Beschränkung frei ist eine Einrichtung, welche zugleich ohne Anwendung von mit Reibungswiderständen verbundenen Mechanismen die durch die Rotation bewirkte Deformation der Quecksilberoberfläche in vergrössertem Maassstabe sichtbar macht, aber nur zu augenblicklicher Ablesung, nicht zur Registrirung geeignet ist.



In das um seine verticale Axe rotirende Gefäß mit Quecksilber ist nämlich coaxial von oben her eine am Gefäße befestigte beiderseits offene Röhre bis unter die Quecksilberoberfläche eingesenkt, welche nach

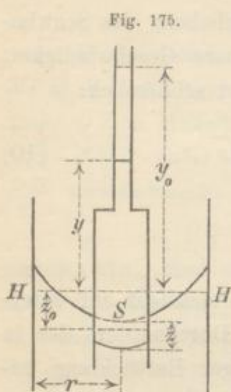


Fig. 175.

oben in eine engere Glasröhre ausläuft und bis in diese hinein mit Wasser (unter entsprechender Depression des Quecksilbers im unteren Theile der Röhre) gefüllt ist. Die Beziehung zwischen der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Gefäßes und dem Wasserstande in der Röhre ergibt sich dann durch folgende Entwicklung mit Bezugnahme auf Fig. 175 und unter der Voraussetzung, dass, insoweit die Veränderungen der Flüssigkeitsoberflächen sich erstrecken, die innere Wandfläche des Gefäßes (Radius  $= r$ ) und die Wandflächen der Röhre coaxiale cylindrische Flächen sind. Es sei

$m$  das Verhältniss des Querschnittes des zwischen der Innenwand des Gefäßes und der Aussenwand des unteren Röhrenstückes befindlichen cylindrischen Raumes zum inneren Querschnitte  $= F$  dieses unteren Theiles der Röhre,

$n$  das Verhältniss von  $F$  zum inneren Querschnitte des engeren oberen Röhrenstückes,

$\delta$  das Dichtigkeitsverhältniss von Quecksilber und Wasser;

ferner für den Zustand der Ruhe ( $\omega = 0$ ):

$HH$  die horizontale Oberfläche des Quecksilbers im Gefäße,

$y_0$  die Höhe der Wasseroberfläche in der Röhre über  $HH$ ,

$z_0$  die Tiefe der Quecksilberoberfläche in der Röhre unter  $HH$ ;

dagegen für den Gleichgewichtszustand bei der Rotation des Gefäßes:

$s$  die Tiefe des Scheitelpunktes  $S$  der (durch die Röhre fortgesetzt gedachten) Quecksilberoberfläche im Gefäße unter  $HH$ ,

$y$  die Höhe der Wasseroberfläche in der Röhre über  $HH$ ,

$z$  die Tiefe des Scheitelpunktes der Quecksilberoberfläche in der Röhre unter  $S$ .

Würde nun im Zustande der Ruhe das Wasser aus der Röhre beseitigt und durch ein bis  $HH$  reichendes Quecksilbervolumen  $= Fz_0$  ersetzt, so erfähre der Scheitelpunkt  $S$  der Quecksilberoberfläche durch die Rotation eine Senkung

$$= \frac{r^2 \omega^2}{4g} \quad (\text{siehe Bd. I, §. 55, Gl. 7}).$$



Um dann aber den thatsächlichen Zustand herzustellen, muss mit der Wiedereinfüllung des Wassers in die Röhre aus dem Innenraume derselben das Quecksilbervolumen  $Fz$ , aus dem äusseren Gefässraume folglich das Quecksilbervolumen  $F(z_0 - z)$  weggenommen werden, wodurch der Scheitelpunkt  $S$  die weitere Senkung  $= \frac{z_0 - z}{m}$  erfährt und somit

$$s = \frac{r^2 \omega^2}{4g} + \frac{z_0 - z}{m} \dots \dots \dots (12)$$

wird. Mit Rücksicht darauf, dass die Quecksilberoberfläche in der Röhre nur sehr wenig gekrümmt ist, hat man auch

$$y_0 - y = n(s + z - z_0) \dots \dots \dots (13)$$

und endlich folgt aus

$$\delta = \frac{y_0 + z_0}{z_0} = \frac{y + s + z}{z}$$

$$\delta - 1 = \delta' = \frac{y_0 - z_0}{z_0} = \frac{y + s - z}{z}$$

$$z_0 - z = \frac{y_0 - y - s}{\delta'} \dots \dots \dots (14).$$

Durch die Gleichungen (12), (13) und (14) sind  $s$ ,  $z_0 - z$  und  $y_0 - y$  bestimmt; insbesondere findet man:

$$y_0 - y = x = \frac{1 + \frac{m-1}{1+m\delta'} r^2 \omega^2}{\frac{1}{n} + \frac{m-1}{1+m\delta'}} \dots \dots \dots$$

$$\omega = b \sqrt{x} \text{ mit } b = \frac{2}{r} \sqrt{g \frac{\frac{1}{n} + \frac{m-1}{1+m\delta'}}{\frac{m-1}{1+m\delta'}}} \dots \dots \dots (15).$$

Für  $n=1$ , einer oben und unten gleich weiten Röhre entsprechend, wäre  $b = \frac{2\sqrt{g}}{r}$  wie in Gl. (10) mit  $a=0$ ; die Wasserfüllung der Röhre hätte dann nur den Zweck, die Flüssigkeitsoberfläche an eine sichtbare Stelle zu verlegen. Durch Erweiterung der Röhre unten, also durch Vergrösserung von  $n$ , wird aber  $b$  verkleinert und somit die einer gewissen Geschwindigkeit  $\omega$  entsprechende Aenderung  $x$  des Wasserstandes vergrössert.



Anstatt die Röhre mit dem Gefässe rotiren zu lassen, wodurch die Ablesung des Wasserstandes (an einer dicht neben der Glasröhre befestigten Skala) erschwert wird, wenn die Röhrenaxe nicht ganz genau mit der Rotationsaxe zusammenfällt, könnte man auch die Röhre ausserhalb des Gefässes befestigen, doch würde dann die Reibung zwischen dem mitrotirenden Quecksilber und der unbeweglichen Röhre die einfache Beziehung (15) stören. —

Solche Flüssigkeits-Centrifugaltachometer, bei denen die Elasticität als die mit der Fliehkraft im Gleichgewicht befindliche Kraft benutzt wird, sind in der Weise (von Schäffer und Budenberg) ausgeführt worden, dass das um eine verticale Axe rotirende Gefäss an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen mit Ansätzen versehen ist, die sich nach aussen trichter- oder schüsselförmig erweitern und hier durch runde gewellte (concentrische Wellen bildende) dünne Stahlbleche abgeschlossen sind, während oben in den Deckel des Gefässes coaxial mit demselben ein offenes Glasrohr eingesetzt ist. Je schneller dann die Rotation stattfindet, desto mehr werden die Bleche durch die Fliehkraft des Quecksilbers nach aussen hin durchgebogen, muss also letzteres aus dem Glasrohre in das Gefäss eintreten, um dessen vergrösserten Hohlraum gefüllt zu erhalten. Der Quecksilberstand in der Röhre wird an einer dicht daneben befestigten Skala abgelesen, die hier natürlich eine ganz empirische Theilung erhalten muss. Die Schwere des Quecksilbers ist bei diesem Instrumente zwar auch mit einem Theile der Federkraft der Stahlbleche im Gleichgewicht, spielt aber, wenn die Quecksilbersäule in der Röhre nicht überflüssig hoch ist, eine um so mehr untergeordnete Rolle, je weiter die Stahlbleche von der Axe entfernt sind, so dass dann auch durch etwas geneigte Lage der Axe die Ablesungen nicht wesentlich geändert werden. Hierdurch erhält das Instrument, ähnlich wie das früher besprochene Centrifugaltachometer mit Federkraftwirkung und mit Schwungkugeln, deren Schwerkkräfte vollständig ausgeglichen sind, allgemeinere Brauchbarkeit bis auf den Umstand, dass es nur zu augenblicklicher Messung, nicht zugleich zur Registrirung der Geschwindigkeit geeignet ist.

Uebrigens haben Centrifugaltachometer mit flüssiger rotirender Masse bisher nur geringere Verbreitung gefunden. Die Gefahr einer nicht hinlänglich schnell erkennbaren Aenderung durch willkürlich herbeigeführte oder zufällige Aenderung der Flüssigkeitsmenge lässt sie in den meisten Fällen als weniger zuverlässig erscheinen.



b. Instrumente zur Messung der relativen Geschwindigkeit von festen Körpern und Flüssigkeiten.

Die hierher gehörigen Messinstrumente beruhen im Allgemeinen auf denselben Principien wie gewisse Arten der vorzugsweise ausgebildeten und technisch wichtigen, im engeren Sinne sogenannten Strommesser, welche zur Messung der Strömungsgeschwindigkeit des Wassers in Canälen, d. h. in oben offenen Leitungen dienen. Von diesen wird deshalb hier zunächst die Rede sein. Aehnlich wie die Tachometer für Maschinen lassen sie sich als totalisirende und als momentan wirkende Instrumente (§. 158) unterscheiden.

§. 161. Totalisirende Strommesser.

Wegen mannigfacher Störungen, denen die Gleichförmigkeit der Wasserbewegung eines Canals, besonders eines natürlichen Flusses stets unterworfen ist, kommt es hier meistens weniger auf die Kenntniss einer augenblicklich stattfindenden Strömungsgeschwindigkeit, als auf diejenige ihres Mittelwerthes an, und sind deshalb den momentan wirkenden Strommessern im Allgemeinen die totalisirenden, d. h. solche vorzuziehen, deren Angaben auf einer längere Zeit dauernden Einwirkung beruhen. Durch dieselben wird die mittlere Geschwindigkeit gemessen, welche während einer gewissen Zeit entweder in einem bestimmten Punkte herrscht oder in einer Folge von gleich gelegenen Punkten aller Querschnitte einer gewissen Canalstrecke. Die erstere Wirkungsweise hat namentlich der hydrometrische Flügel, die letztere ein Schwimmer, der zwar als einfacher ungliederter Körper nicht eigentlich als Instrument zu bezeichnen ist, jedoch als ein wichtiges Hilfsmittel zu dem hier in Rede stehenden Messungszwecke vor Allem Erwähnung verdient.

1. Schwimmer. — Wenn man einen Körper auf dem Wasser eines natürlichen oder künstlichen Canals (ein Strom, Fluss, Bach wird als natürlicher Canal verstanden) schwimmen lässt und die Zeit  $t$  beobachtet, in welcher der Körper von einem gewissen Querschnitte  $F_0$  einer geraden und möglichst gleichförmig profilirten Canalstrecke bis zu einem andern  $F$  gelangt, der in der abgemessenen Entfernung  $s$  von jenem sich befindet, so ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers an den vom Körper passirten Stellen  $= \frac{s}{t}$ , falls die Geschwindigkeit des



Körpers stets derjenigen des Wassers an derselben Stelle gleich gesetzt werden darf. Damit dies mit genügender Sicherheit geschehen könne, muss der Schwimmer schon aus mässiger Entfernung oberhalb  $F_0$  herkommend diesen Querschnitt passiren; auch muss er von passender mässiger Grösse sein, weil ein zu grosser schwimmender Körper, z. B. ein Schiff, durch seine Geschwindigkeit diejenige der Strömung nicht für eine bestimmt angebbare Stelle des Wasserquerschnittes erkennen lässt, ein sehr kleiner aber zu leicht durch zufällige Umstände in seiner Bewegung gestört wird; endlich soll der Körper nur wenig aus dem Wasser hervorragen, um dem Einflusse des Luftzuges nicht wesentlich ausgesetzt zu sein. Bei merklichem Winde sind dergleichen Schwimmerbeobachtungen ganz zu vermeiden.

Als schwimmenden Körper kann man ein Stück Holz, eine verschlossene Glasflasche, auch eine besonders dazu hergestellte Kugel verwenden von 10 bis 20 Centimeter Durchmesser, entweder massiv von Holz, auffällig angestrichen und nach Erforderniss durch eingetriebene Eisenkeile, eingegossenes Blei etc. beschwert, oder hohl von Blech und mit einer verschliessbaren Oeffnung zum Einfüllen von Sand, Schrot oder Wasser versehen.

Sofern ein solcher Schwimmer nur wenig eingetaucht ist, findet man damit die Oberflächengeschwindigkeit an einer gewissen Stelle des Wasserquerprofils, d. h. für eine gewisse Entfernung vom einen oder anderen Ufer, vorausgesetzt dass diese während des Schwimmens längs der Strecke  $F_0 F = s$  unverändert bleibt. Letzteres ist aber deswegen oft nicht genügend der Fall, weil das Wasser eines Flusses in den oberen Schichten eine gewisse gegen den Stromstrich, d. h. gegen den Ort der grössten Geschwindigkeit hin gerichtete Seitengeschwindigkeit zu haben pflegt. Dieselbe, welche mit der Strömungsgeschwindigkeit nach der Längenrichtung des Flusses wächst und durch Unregelmässigkeiten des Flussbettes beträchtlich verstärkt werden kann, ertheilt einem ausserhalb des Stromstriches schwimmenden Körper den Antrieb zur Annäherung an denselben, so dass ein Schwimmer mit Sicherheit nur zur Messung der Geschwindigkeit im Stromstriche dienen kann, falls nicht das Flussbett bei schwacher Strömung sehr regelmässig gestaltet ist. Hierdurch wird ein Hauptwerth des Schwimmers nicht beeinträchtigt, welcher darin besteht, dass er ein einfaches Mittel darbietet, um durch vergleichende Messungen im Stromstriche die Constanten anderer Instrumente zu bestimmen, die zu Geschwindigkeitsmessungen an beliebigen Stellen des Wasserquerschnittes geeigneter sind.



Um die Stromgeschwindigkeit  $w$  in der Tiefe  $x$  unter der Oberfläche durch einen Schwimmversuch zu finden, kann man zwei gleich grosse, aber ungleich schwere Schwimmkugeln durch einen Faden oder Draht von solcher Länge verbinden, dass der Mittelpunkt der unteren, stärker belasteten Kugel in der Tiefe  $x$ , derjenige der oberen aber dicht unter der Oberfläche des Wassers sich befindet, während das System beider Kugeln mit geringer Neigung des Fadens oder Drahtes gegen die Lothrechte schwimmt. Geschieht das mit der gemessenen Geschwindigkeit  $w_1$ , während die Oberflächengeschwindigkeit mittels einer schwimmenden Kugel  $= w_0$  für denselben Längenschnitt gefunden ist, und setzt man dann

$$w_1 = \frac{w_0 + w}{2}, \text{ so folgt } w = 2w_1 - w_0.$$

Diese Berechnung von  $w$  beruht indessen auf einer zweifelhaften Voraussetzung, und ist es namentlich bei den ausgedehnten hydraulischen Untersuchungen am Mississippi (Bd. I, S. 726) vorgezogen worden, zu fraglichem Zwecke einen Doppelschwimmer zu benutzen, der aus einer kleinen, passend beschwerten Tonne bestand, die durch eine Schnur mit einem viel kleineren, an der Oberfläche schwimmenden Körper von Kork, leichtem Holz oder hohl aus Blech hergestellt verbunden war. Je kleiner dieser obere im Vergleich mit dem unteren Schwimmer ist, mit desto geringerem Fehler kann die Wassergeschwindigkeit an der Stelle des letzteren der gemessenen Geschwindigkeit des Doppelschwimmers gleich gesetzt werden.

Wenn die Messungen dazu dienen sollen, das den Querschnitt  $F$  in der Zeiteinheit durchfliessende Wasserquantum  $Q = Fu$  zu bestimmen, unter  $u$  die mittlere Geschwindigkeit des ganzen Querschnittes verstanden, so ist dazu die Kenntniss der mittleren Geschwindigkeit  $v$  in senkrechten Geraden dieses Querschnittes erforderlich, welche zwar nach Bd. I, §§. 124 und 125 aus den Geschwindigkeiten  $w$  für einzelne Punkte derselben abgeleitet, jedoch auch unmittelbar mit Hülfe von Schwimmstäben gefunden werden können, wie sie als einfache, am unteren Ende mit Eisen beschlagene Holzstäbe, die schwimmend bis fast an den Boden reichen, u. A. von Wiebeking, in neuerer Zeit von Grebenau bei ausgedehnten Strommessungen im Rheine benutzt wurden. Behufs leichter Anpassung an verschiedene Wassertiefen kann auch der Schwimmstab als Blechröhre von 3 bis 4 Centimeter Durchmesser aus mässig langen Stücken zu geeigneter Länge zusammengeschraubt und im untersten, durch einen Boden geschlossenen Stücke mit Schrot oder dergl. beschwert werden.



2. Der hydrometrische Flügel ist dasjenige Instrument, welches, seit dem Ende des vorigen Jahrhunderts von Woltmann in Hamburg zuerst zu diesem Zwecke vorgeschlagen und benutzt, zur Zeit als Strommesser am allgemeinsten in Anwendung ist. Sein hauptsächlichster Bestandtheil ist ein Flügelrädchen von 10 bis 15 Centimeter Durchmesser mit 2, 3 oder 4 gleichförmig ringsum vertheilten schraubenförmigen oder schräg gestellten ebenflächigen Flügeln; der Lagerkörper seiner Welle ist gewöhnlich mittels einer Hülse um einen mit einer Theilung versehenen hölzernen Stab von kreisförmigem Querschnitte drehbar, der unten mit einer eisernen Spitze versehen ist und beim Gebrauche vertical auf den Boden des Canalbettes aufgesetzt wird, indem ein auf diesem Stabe an verschiedenen Stellen festzuklemmender Ring die Hülse unterstützt. Die Axe des Flügelrades ist dadurch in einer horizontalen Ebene in willkürlich abzuändernder Tiefe unter der Wasseroberfläche beweglich und wird durch einen nach der Richtung dieser Axe sich erstreckenden ebenen Steuerflügel, der auf der andern Seite mit der Hülse verbunden ist, in die Strömungsrichtung so eingestellt, dass der Wasserstrom im Sinne vom Flügelrade längs der Welle desselben gegen den Stab und längs dem Steuerflügel hin gerichtet ist. Die Umdrehungen des Flügelrades werden durch ein Zählwerk registriert, dessen erstes Rad gewöhnlich ein mit einem Schraubengewinde, einer sogenannten Schnecke, auf der Flügelradwelle in Eingriff zu bringendes Schneckenrad ist. Um dieses Zählwerk willkürlich in und ausser Gang setzen zu können, sind seine Räder nicht im Lagerkörper des Flügelrades, sondern auf einem Hebel gelagert, der selbst gegen jenen Lagerkörper um eine die Flügelradaxe rechtwinklig kreuzende Axe zwischen Anschlägen etwas drehbar ist, und zwar pflegt die Einrichtung so getroffen zu sein, dass für gewöhnlich durch den auf jenen Lagerhebel ausgeübten Druck einer Feder das Schneckengetriebe ausgerückt ist, dass aber durch den Zug an einer von oben her mit dem Hebel verbundenen Schnur entgegen dem Drucke jener Feder die Einrückung bewirkt wird.

Zum Gebrauche des Instruments wird bei kleinen Flüssen ein Steg querüber vorgerichtet, von welchem aus die Operationen besorgt werden. Bei grösseren Flüssen kann ein Seil quer über den Fluss gespannt werden, um längs demselben mittels einer Rolle und eines Anhängeseils ein Boot hin und her zu führen, von dessen Bug bzw. einem darüber hinausragenden Brette aus der das Instrument tragende Stab in das Wasser hinabgesenkt wird. Der Durchbiegung des Leitseiles entsprechend ist dabei das Anhängeseil gegen die Strommitte hin so zu verkürzen, dass



sich der Bug des Bootes in dem Querschnitte bewegt, für welchen die Messungen ausgeführt werden sollen. Auch kann man sich bei grossen Flüssen zweier unter sich durch einen Steg verbundener Kähne bedienen, die successive an verschiedenen Stellen der Flussbreite vor Anker gelegt werden. In allen Fällen wird dann mit Hilfe einer Secundenuhr so operirt, dass die in einem gewissen Augenblicke plötzlich angezogene Schnur während einer gewissen Zahl von (etwa 30, 45 oder 60) Secunden angespannt gehalten und plötzlich wieder nachgelassen, endlich zur Ablesung der unterdessen veränderten Zeigerstellung des Zählwerkes das Instrument mit dem Stabe heraufgeholt wird, um es in gleicher Weise an einer anderen Stelle dem Einflusse des Wasserstroms zu unterwerfen, falls nicht zur Erlangung eines von Fehlern möglichst freien Mittelwerthes die Messung an derselben Stelle wiederholt werden soll.

Uebrigens haben die Einrichtung und Gebrauchsart des hydrometrischen Flügels in neuerer Zeit mehrfache Verbesserungen, besonders durch Prof. Amsler-Laffon,\* erfahren. Zunächst kann es mit Rücksicht darauf, dass die Strömungsrichtung oft mehr oder weniger von der Normalen zum ebenen Wasserquerschnitte abweicht, dass es aber bei Wassermessungen nur auf die zu demselben senkrechten Geschwindigkeitscomponenten anzukommen pflegt, mit Amsler vorgezogen werden, das Instrument nicht um den Stab drehbar einzurichten, sondern an ihm zu befestigen und diesen dann jeweils so aufzustellen (etwa mit Hilfe eines an ihm angebrachten Visirs und zweier an den Ufern aufgerichteter Markirstäbe), dass die Flügelradwelle in die Längenrichtung des Flusses, also senkrecht zum Querschnitte zu liegen kommt. Auch kann in diesem Falle statt des kreisrunden Querschnitts des eingetheilten Stabes ein ovaler oder linsenförmiger Querschnitt vorgezogen werden, so dass dieser Stab, wenn er mit einer am vorderen Rande befindlichen Spitze auf den Boden aufgesetzt wird, schon an und für sich unter dem Einflusse der Strömung insoweit wie ein Steuerflügel wirkt, als es auch in diesem Falle zur Erleichterung seiner sicheren Haltung erwünscht ist. Uebrigens kann die Wahl eines runden Querschnittes durch den Umstand veranlasst sein, dass mit Amsler als Stab ein eisernes Rohr (Gasrohr von etwa 20 Millimeter Weite) benutzt wird, um darin die Zugschnur von dem das Zählwerk tragenden Hebel nach oben hinaus und über eine Leitrolle zu führen und sie so dem Einflusse des Wasserstroms zu entziehen, durch

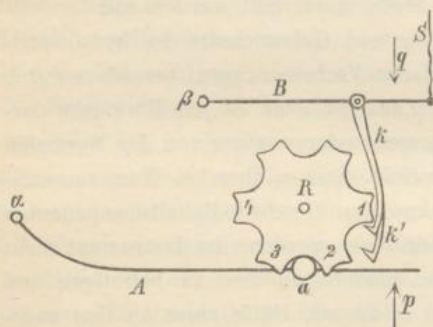
\* Der hydrometrische Flügel mit Zählwerk und elektrischer Zeichengebung von J. Amsler-Laffon in Schaffhausen. 1877.



welchen bei starker Strömung und grosser Tiefe unwillkürlich eine ähnliche Anspannung der Schnur wie durch einen willkürlichen Zug an derselben bewirkt werden könnte.

Auch die Unbequemlichkeit, dass bei der gewöhnlichen Einrichtung die Zugschnur beständig angespannt gehalten werden muss, so lange das Zählwerk laufen soll, ist von Amsler vermieden worden durch einen Mechanismus von solcher Art, dass es nur eines kurzen ruckweisen Zuges an der Schnur bedarf, um das ausgerückte Zählwerk einzurücken oder umgekehrt, während zugleich durch Sperrung der eine oder andere Zustand bei ungespannter Schnur so lange erhalten bleibt bis die Aenderung durch neuen Anzug bewirkt wird. Fig. 176 lässt den Mechanismus

Fig. 176.



im Princip erkennen. *A* ist der um *a* drehbare Hebel, welcher das Zählwerk trägt und durch eine Feder im Sinne des Pfeils *p* stets so weit aufwärts gedrückt wird, wie es die Stützung des an *A* sitzenden cylindrischen Stiftes *a* gegen das Sternrädchen *R* gestattet. *B* ist ein Hebel, der um die Axe *beta* innerhalb eines durch Anschläge begrenzten kleinen Winkels schwingen kann; eine Feder drückt ihn im Sinne des Pfeils *q* abwärts, so lange nicht ein überwiegender Zug an der Schnur *S* die entgegengesetzte Bewegung bewirkt. Von diesem Hebel *B* hängen zwei Schaltklinken *k*, *k'* herab, deren Längen um die halbe Theilung des Sternrades *R* verschieden gewählt sind. Wenn nun bei dem in der Figur dargestellten Zustande, wobei das Zählwerk eingerückt ist, durch einen Zug an der Schnur *S* der Hebel *B* aufwärts gedreht wird, so greift *k* unter den Zahn 1 und dreht *R* um eine halbe Theilung um, wobei der Zahn 3 durch seine Wirkung auf den Stift *a* den Hebel *A* abwärts drückt und das Zählwerk auslöst bis *a* auf der etwas ausgehöhlten Stirnfläche des Zahnes 3 aufliegt und die Sperrung zur Erhaltung dieses Zustandes bewirkt. Das Nachlassen des Zuges an *S* veranlasst dann nur die rückläufige Schwingung von *B* infolge des Federdruckes *q*, wobei *k'* unter den Zahn 2 greift zur Vorbereitung einer weiteren Drehung von *R* um eine halbe Theilung durch einen Zug an *S*, damit *a* in die Lücke zwischen den Zähnen 3 und 4 einfällt und das



Zählwerk abermals eingerückt wird u. s. f. Bei der Einsenkung des Instrumentes in das Wasser muss natürlich das Zählwerk ausgerückt und sein Zeigerstand vorher notirt worden sein.

Bei der Benutzung des hydrometrischen Flügels zu Geschwindigkeitsmessungen in vielen verschiedenen Punkten eines grösseren Flussquerschnittes ist es besonders mühsam und zeitraubend, das Instrument zu jeder Ablesung aus dem Wasser heben zu müssen, und ist es ausserdem nachtheilig, dass sich in der zwischen der ersten und letzten Messung liegenden längeren Zeit der Zustand des Flusses in dem betreffenden Querschnitte wesentlich geändert haben kann. Auch dieser Uebelstand ist von Amsler beseitigt worden, nämlich durch einen elektrischen Signalapparat, welcher dem Beobachter durch Glockensignale die Augenblicke markirt, in denen das Flügelrad je 100 Umdrehungen vollendet hat. Von den beiden Poldrähnen eines am Beobachtungsorte über Wasser befindlichen galvanischen Elementes ist nämlich der eine mit dem das Instrument tragenden eisernen Rohre leitend verbunden, der andere mit Guttapercha umhüllt durch das Wasser hindurch geführt und so mit dem Instrumente verbunden, dass die Schliessung des Stromes und entsprechende Erregung eines die Signalglocke zum Tönen bringenden Elektromagneten jeweils nach 100 Umdrehungen des Flügelrades, nämlich nach einer Umdrehung des in seine Schnecke eingreifenden 100zähligen Schneckenrades dadurch herbeigeführt wird, dass ein von diesem Rade hervorstehender Stift einen betreffenden Contact herstellt. In den Zwischenzeiten ist zwar der Strom in Folge der Nebenschliessung durch das Wasser nicht ganz unterbrochen, jedoch nicht kräftig genug, um den Elektromagnet bis zur Anziehung seines Ankers zu erregen. Eines Zählwerkes mit Zeigern zur Ablesung und einer Schnur zur Aus- und Einrückung desselben bedarf es in diesem Falle nicht; sind aber diese Theile vorhanden, um das Instrument bei kleinen Gewässern auch ohne den elektrischen Signalapparat gebrauchen zu können, so wird bei Benutzung des letzteren vor der Einsenkung ins Wasser das Zählwerk eingerückt, und sind dann nur die Zeiten zu notiren, die den erfolgenden Glockensignalen entsprechen.

Auf diese Weise würde indessen nicht viel gewonnen werden, wenn das Instrument noch behufs seiner Einstellung auf eine andere Tiefe aus dem Wasser heraufgeholt werden müsste, wie es dann nöthig wäre, wenn es von einem bei der Messung unten aufstehenden Stabe (eisernen Rohre) getragen würde. Vermieden wird dies aber dadurch, dass der Stab, an welchem nahe seinem unteren Ende das Instrument befestigt ist, nach



und nach weiter in das Wasser hinabgesenkt wird bis zur Berührung eines an verschiedenen Stellen auf ihm festzuklemmenden Ringes mit der Wasseroberfläche, so dass er nur bei einer Messung in grösstmöglicher Tiefe auf dem Boden aufsitzt. Freilich wird dadurch die sichere Haltung des Stabes und die Vermeidung störender Durchbiegung und Vibration desselben erschwert, überhaupt die Anwendbarkeit des Verfahrens auf Wassertiefen bis zu etwa 2 Metern beschränkt.

Zur Messung in grossen Tiefen benutzt Amsler einen verzinneten Eisendraht, der durch einen Haspel mehr oder weniger tief in das Wasser hinabgelassen werden kann und vermittels eines Karabinerhakens unten das Instrument trägt, während an diesem mit einem gleichen Haken ein linsenförmiges Belastungsgewicht von etwa 40 Kgr. hängt, um den Draht nahe lothrecht gespannt zu erhalten; dieser dient zugleich ebenso zur Leitung des galvanischen Stroms, wie im früheren Falle der röhrenförmige Eisenstab. Natürlich ist es im vorliegenden Falle nicht möglich, die Flügelaxe normal zur Querschnittsebene festzuhalten, und wird sie deshalb in die Strömungsrichtung eingestellt durch einen Steuerflügel, dem hier mit Rücksicht auf die allseitige Beweglichkeit des Instruments die Gestalt eines mit dem Flügelrade coaxialen Hohlkegels gegeben wurde. Der auf einem Kahne aufgestellte Haspel, mit welchem der Aufhängungsdraht in das Wasser hinabgelassen wird, gestattet zugleich die Ablesung der jeweiligen Tiefe der Flügelaxe mit Hilfe eines Zifferblattes und eines Zeigers, welcher, mit Reibung drehbar, auf Null gestellt wird, wenn die Flügelaxe in der Wasseroberfläche liegt. Insbesondere ist dann die ganze Wassertiefe an der betreffenden Stelle = der unveränderlichen Höhe der Flügelaxe über dem tiefsten Punkte des linsenförmigen Belastungsgewichtes *plus* der am Zifferblatte des Haspels in dem Augenblicke abgelesenen Tiefe, in welchem das Gewicht den Boden erreicht; dieser Augenblick kann durch ein besonderes Glockensignal sehr sicher markirt werden in Folge eines Stromschlusses, der dadurch automatisch ermöglicht ist, dass das Gewicht am unteren Karabinerhaken vermittels einer Spiralfeder hängt, die sich durch Entlastung verkürzt, wenn das Gewicht vom Boden getragen wird.

Um die Geschwindigkeiten  $w$  in verschiedenen Punkten einer Verticalen zur Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit  $v$  in dieser zu messen, kann nun so verfahren werden, dass, nachdem die ganze Wassertiefe =  $H$  auf die so eben erwähnte Weise gemessen ist, zuerst für eine grösste Tiefe =  $h_1$  der Flügelaxe die Zeitdauer von 100 Flügelumdrehungen =  $t_1$ , dann für die Tiefe  $h_2 = h_1 - e$ ,  $h_3 = h_2 - e \dots$  die ent-



sprechende Zeit  $= t_2, t_3 \dots$  beobachtet wird, bis  $h_n < e$  geworden ist. Die stets gleiche Erhebung des Instrumentes um die Strecke  $e$  ist leicht durch eine stets gleiche Zahl von Kurbelumdrehungen des Haspels zu erzielen, und kann diese Erhebung immer im Augenblicke des Glockensignals bewirkt werden, so dass die ganze Dauer der Messungen für dieselbe Verticale nur  $= t_1 + t_2 + \dots + t_n$  sein würde, wenn es nicht rathsam wäre, die Zeiten  $t_1$  und  $t_n$  als Mittelwerthe von mehreren solchen Zeitbeobachtungen in den Tiefen  $h_1$  und  $h_n$  abzuleiten, während kleine Fehler der übrigen Zeiten durch Uebertragung im umgekehrten Sinne auf die folgenden sich grösstentheils ausgleichen. Aus diesen Zeiten ergeben sich dann die Geschwindigkeiten  $w_1, w_2 \dots w_n$  auf sogleich anzugebende Weise, und daraus mit meistens genügender Annäherung die mittlere Geschwindigkeit der Verticalen:

$$v = \frac{1}{H} \left[ e(w_1 + w_2 + \dots + w_n) + \left( H - h_1 - \frac{e}{2} \right) w_1 + \left( h_n - \frac{e}{2} \right) w_n \right] \dots (1).$$

Ohne das Instrument aus dem Wasser zu heben, wird dann das Boot bis zur nächsten Verticalen verfahren und hier dieselbe Operation wiederholt. So geht das Messungsgeschäft sehr schnell von Statten, und giebt z. B. Amsler an, die Strömungsgeschwindigkeit für 278 Punkte in 26 Verticalen eines Wasserquerschnittes des Rheins bei Schaffhausen in 4 Stunden gemessen zu haben. —

Schliesslich ist zu erwähnen, dass Prof. v. Wagner neuerdings die einzelnen Umdrehungen der Flügelwelle für das Ohr wahrnehmbar gemacht hat dadurch, dass an ihrer Rotation ein kleiner Hammer Theil nimmt, der bei jeder Umdrehung einmal gegen eine Feder von ungeglühtem Eisendrahte schlägt und dass der dadurch erzeugte Ton, vermittels eines mit der Feder verbundenen anderen Drahtes zum Standorte des Beobachters fortgepflanzt, hier durch einen Resonanzkasten verstärkt wird. Die Zählung dieser Töne während einer gewissen Zeit ersetzt die Ablesung der betreffenden Umdrehungszahl an einem Zählwerke. —

Mag nun bei dem Strommesser mit elektrischem Signalapparat die Zeit beobachtet werden, in welcher das Flügelrad eine bestimmte Zahl von Umdrehungen macht, oder die Zahl von Umdrehungen während einer bestimmten Zeit (nach dem gewöhnlichen Verfahren) am Zählwerke abgelesen, bezw. nach dem Verfahren v. Wagner's akustisch ermittelt werden, so ergiebt sich dadurch in einen wie im andern Falle die Umdrehungszahl  $= n$  des Flügelrades pro Secunde, und kommt es also nur noch darauf an, die Beziehung zu kennen, welche zwischen  $n$



und der Strömungsgeschwindigkeit  $= w$  stattfindet, die das Wasser längs der Axe des Flügelrades besitzt. Sind die Flügelflächen Theile einer Schraubenfläche mit der Ganghöhe  $h$ , so wäre ohne Widerstände:

$$w = nh.$$

In der That aber wirkt der Drehung ein Widerstandsmoment entgegen, welches, unter  $\alpha$  und  $\beta$  Constante verstanden, proportional

$$\alpha + \beta n^2$$

gesetzt werden kann, da es aus dem Zapfenreibungsmoment der Welle und aus dem Moment des hydraulischen Widerstandes gegen die drehende Bewegung der Flügel im Wasser besteht, ersteres aber constant, letzteres proportional  $n^2$  zu setzen ist. Unter diesen Umständen ist nun auch  $w - nh$  nicht  $=$  Null, sondern die positive relative Geschwindigkeit des Wassers gegen das Flügelrad nach der Richtung seiner Axe. Derselben Grösse ist die relative Normalgeschwindigkeit des Wassers gegen die Flügelfläche in irgend einem Punkte derselben proportional (in verschiedenen Punkten nach verschiedenen Verhältnissen), so dass der Normaldruck des Wassers auf ein Element der Flügelfläche und die auf die Axe bezogene Momentensumme dieser Normaldrucke für alle Flächenelemente zusammen proportional  $(w - nh)^2$  gesetzt werden kann. Im Beharrungszustande ist dieses auf Umdrehung des Flügelrades wirkende Kraftmoment mit obigem Widerstandsmoment im Gleichgewicht, also

$$(w - nh)^2 = \alpha + \beta n^2$$

$$w = hn + \sqrt{\alpha + \beta n^2} \dots \dots \dots (2).$$

Diese von Baumgarten aufgestellte Formel kann bei passender Bestimmung der Constanten  $h$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  zwar auch im Falle ebener Flügel zu Grunde gelegt werden, doch ist eine ebenso grosse Annäherung dann nur zu erwarten, wenn die Werthe jener Constanten für verschiedene Intervalle von  $n$  besonders bestimmt werden. Schraubenflächige Flügel werden deshalb in neuerer Zeit vorgezogen. Uebrigens beruht auch für diesen Fall die Formel (2) auf zweifelhaften Annahmen, so dass es gerechtfertigt ist, statt ihrer sich der fast allgemein üblich gewordenen, durch die Erfahrung hinlänglich bewährten einfacheren Gleichung:

$$w = a + bn \dots \dots \dots (3)$$

zu bedienen, indem die wahrscheinlichsten Werthe ihrer Coefficienten  $a$ ,  $b$  nach der Methode der kleinsten Quadrate aus einer grösseren Zahl von Beobachtungen zusammengehöriger Werthe von  $w$  und  $n$  abgeleitet werden, die innerhalb des verlangten Gültigkeitsbereiches der Formel möglichst weit auseinander liegend zu ermitteln sind. Die Werthe von  $w$  können dabei entweder durch andere Messungsmethoden der Stromge-



schwindigkeit oder noch besser dadurch erhalten werden, dass das Instrument mit bekannter Geschwindigkeit nach der Richtung der Flügelaxe gleichförmig durch stehendes Wasser bewegt wird in der hinlänglich begründeten Annahme, dass es hier nur auf die relative Geschwindigkeit ankommt, einerlei wie dieselbe aus den Einzelgeschwindigkeiten beider Theile, des Instrumentes und des Wassers, hervorgeht.

Zweifelhaft kann es aber erscheinen, ob den Coefficienten  $a$ ,  $b$  der Gleichung (3) hinlänglich gleiche Werthe zukommen, jenachdem das Instrument bei einem kleineren Canal (Gerinne) oder bei einem grossen Flusse, ob es nahe der Oberfläche, an einer mittleren Stelle des Querschnitts oder nahe der Canalwand zur Messung benutzt wird, weil diese Fälle sich bezüglich der Leichtigkeit seitlicher Ausweichung des Wassers unterscheiden, die natürlich stattfindet, sofern  $w > nh$  ist. Dieser Zweifel wird ausgeschlossen, wenn man das Flügelrad gemäss einem Vorschlage von Treviranus coaxial in einem beiderseits offenen kurzen Hohlcylinder rotiren lässt, um es so in stets gleiche Umstände zu versetzen. Nur ist es dann nöthig, die Axe dieses Hohlcylinders und des Flügelrades möglichst genau in die Strömungsrichtung (nicht in die davon vielleicht abweichende Richtung der Normalen zum Canalquerschnitte) einzustellen, weil sonst durch jenen Hohlcylinder ein Theil des Wasserstromes, der ohne ihn die Flügel getroffen hätte, von der Wirkung auf dieselben abgehalten werden könnte.

#### §. 162. Momentan wirkende Strommesser.

Instrumente, welche die an einer gewissen Stelle augenblicklich stattfindende Stromgeschwindigkeit des Wassers anzeigen, sind von sehr mannigfach verschiedener Einrichtung ersonnen und von älteren Hydraulikern vorzugsweise benutzt worden. Sie beruhen darauf (Bd. I, §§. 153, 154), dass der Druck  $P$  des Wasserstroms auf einen ihm ausgesetzten Körper dem Quadrat der relativen Geschwindigkeit beider, also bei ruhendem Körper dem Quadrat der Strömungsgeschwindigkeit  $w$  des Wassers proportional gesetzt und somit gefolgert werden kann:

$$w = C\sqrt{P} \dots \dots \dots (1),$$

unter  $C$  einen empirisch zu bestimmenden Coefficienten verstanden, der von der Form und den Dimensionen des Körpers abhängt. Die betreffenden Instrumente unterscheiden sich im Wesentlichen nur theils durch die Art des dem Drucke  $P$  unterworfenen Körpers, der insbeson-



dere fest oder flüssig sein kann, theils durch die Art der Messung des Druckes  $P$ . Diejenigen dieser Messungsmethoden, welche auf dem Princip der Hebelwaage mit veränderlichem Gegengewichte an unveränderlichem Angriffspunkte, wie bei der sogenannten Wasserfahne von Ximenes, oder auf dem Princip der Schnellwaage, d. i. einer Hebelwaage mit unveränderlichem Gegengewichte an veränderlichem Angriffspunkte beruhen, wie Michelotti's hydraulische Schnellwaage, Lorgna's Wasserhebel und Brüning's Tachometer,\* sind heutzutage nicht mehr gebräuchlich. Abgesehen von übermässigen Reibungswiderständen, womit die meisten dieser Instrumente behaftet sind, leiden sie an dem Uebelstande, dass es schwierig ist, mit der Aenderung des Gegengewichtes oder seines Angriffspunktes den Variationen der Stromgeschwindigkeit  $w$  hinlänglich schnell zu folgen, um eine jederzeit zutreffende Ablesung zu verbürgen. Die heutzutage noch üblichen Messungsmethoden des Druckes  $P$  beruhen auf dem Princip der Zeigerwaage, wobei ohne vorbereitende Aenderung eines Gegengewichtes oder seines Angriffspunktes lediglich aus der von selbst eintretenden Gleichgewichtslage eines dem Drucke  $P$  und ausserdem seiner Schwere unterworfenen Körpers auf die Grösse von  $P$  geschlossen wird. Instrumente solcher Art sind das hydrometrische Pendel und die Pitot'sche Röhre; bei jenem ist der betreffende Körper eine starre Kugel, bei dieser eine Flüssigkeit, nämlich ein Theil des strömenden Wassers selbst.

1. Das hydrometrische Pendel oder der Stromquadrant beruht darauf, dass, wenn eine an einem Faden befestigte Kugel, die specifisch schwerer als das Wasser ist, in einen Fluss gehalten wird, der Faden in einer mit der Stromrichtung parallelen Verticalebene von der Lothrechten abgelenkt wird um einen Winkel  $\alpha$ , der nach einem gewissen Gesetze mit der Stromgeschwindigkeit wächst. Bei einer zweckmässigen Ausführung dieses Instrumentes nach Bauernfeind\*\* wird es von einem Arme getragen, der auf passend angeordnetem Brette festzuschrauben ist, und kann es gegen jenen Arm durch Drehung (mit etwas Reibung) um zwei sich rechtwinklig schneidende horizontale Axen sowie um eine verticale Axe so eingestellt werden, dass die Ebene des zur Ablesung des Winkels dienenden eingetheilten Gradbogens vertical und mit der Stromrichtung parallel wird, und dass sein Mittelpunkt, in

\* In Betreff der Einrichtung dieser Instrumente sei auf Rühlmann's Hydromechanik, 2. Aufl., §. 125 verwiesen.

\*\* Elemente der Vermessungskunde, 2. Aufl., §. 230.



welchem der die Kugel tragende Seidenfaden befestigt ist, vertical über dem Nullpunkte der Theilung zu liegen kommt. Diese letztere Einstellung kann genauer, als die übrigen, auf die es nur näherungsweise ankommt, durch eine feine Regulirungsschraube mit Hülfe einer Libelle bewirkt werden. Auch ist dadurch, dass der Faden durch einen Stöpsel im Mittelpunkte der Kreistheilung festgeklemmt wird, seine Länge leicht so zu reguliren, dass die Kugel in verlangter Tiefe unter der Wasseroberfläche sich befindet. Ist nun

$G$  das Gewicht der Kugel im Wasser, d. i. der Ueberschuss ihres Eigengewichtes über das Gewicht des (bei voller Eintauchung) verdrängten Wassers,

$P$  der horizontale Druck des Wasserstroms auf die Kugel,

$d$  ihr Durchmesser,

$F = \frac{\pi d^2}{4}$  der Inhalt eines grössten Kreises, also das Volumen der

Kugel  $= \frac{1}{6} \pi d^3 = \frac{2}{3} Fd$ ,

$\gamma$  das specifische Gewicht des Wassers,

$\delta$  das Massenverhältniss der Kugel und des verdrängten Wassers,

so ist für die Stromgeschwindigkeit  $w$  nach Bd. I, §. 153, Gl. (1):

$$P = \vartheta \gamma F \frac{w^2}{2g}$$

und deshalb für den Gleichgewichtszustand:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P}{G} = \frac{\vartheta \gamma F \frac{w^2}{2g}}{(\delta - 1) \gamma \cdot \frac{2}{3} Fd} = \frac{3 \vartheta}{4g(\delta - 1)d} w^2 \dots \dots (2)$$

$$w = k \sqrt{\operatorname{tg} \alpha} \quad \text{mit} \quad k = \sqrt{\frac{4g(\delta - 1)}{3 \vartheta} d} \dots \dots (3).$$

Die Unsicherheit des Werthes von  $\vartheta$  macht es übrigens nöthig, die Constante  $k$  der Gleichung  $w = k \sqrt{\operatorname{tg} \alpha}$  aus Beobachtungen von  $\alpha$  abzuleiten an solchen Stellen, wo  $w$  anderweitig, durch Schwimmer oder durch Messung mit anderen schon controlirten Geschwindigkeitsmessinstrumenten bekannt ist. So fand z. B. Bauernfeind für einen Stromquadrant, bei welchem

$$d = 0,087 \text{ Mtr. und } \delta = 2,55$$

war und  $w$  zwischen den Grenzen 0,43 und 1,14 Mtr. pro Secunde mit einem Woltmann'schen Flügel (§. 161) gemessen wurde,



$$k = 1,62$$

$$\text{entsprechend nach Gl. (3): } \vartheta = \frac{4,9,81,1,55}{3(1,62)^2} \cdot 0,087 = 0,67.$$

Auch in anderen Fällen ergibt sich hier  $\vartheta$  ungefähr  $= \frac{2}{3}$  und kann dann dieser Werth, wenn schon nicht zu hinlänglich zutreffender Bestimmung des Coefficienten  $k$ , so doch zur Bestimmung passender Grösse und Schwere der Kugel dienen, wenn die ungefähren Geschwindigkeitsgrenzen gegeben sind, für welche das Instrument bestimmt ist. Zunächst kann man bemerken, dass im Princip, d. h. ohne Rücksicht auf störende Umstände, die Empfindlichkeit der Messung von  $w$  mit dem Stromquadranten um so grösser wäre, je grösser und also je zuverlässiger messbar die durch eine kleine Aenderung von  $w$  bedingte Aenderung von  $\alpha$ , d. h. je grösser der Differentialquotient  $\frac{d\alpha}{dw}$  ist, für welchen aus der Gleichung

$$w^2 \cotg \alpha = k^2 = \text{Const.}$$

durch Differentiation sich ergibt:

$$w^2 \frac{-d\alpha}{\sin^2 \alpha} + 2w dw \cdot \cotg \alpha = 0$$

$$\frac{d\alpha}{dw} = \frac{2 \cotg \alpha \sin^2 \alpha}{w} = \frac{\sin 2\alpha}{w} = \text{max für } \alpha = 45^\circ$$

bei gegebenem Werthe von  $w$ . In der That aber findet man, dass die das Ablesen störenden Schwankungen der Fadenrichtung mit dem Winkel  $\alpha$  so wachsen, dass es besser ist, diesen nicht über  $30^\circ$  hinaus wachsen zu lassen. Ist allgemein  $\alpha'$  der angenommene Maximalwerth von  $\alpha$  für das Maximum  $w'$  von  $w$ , so folgt aus Gl. (2):

$$\delta = 1 + \frac{3\vartheta}{2} \frac{w'^2}{\alpha' \frac{dw'}{d\alpha}}$$

$$\text{etwa} \quad \delta = 1 + 0,1 \frac{w'^2}{d} \dots \dots \dots (4),$$

entsprechend  $\alpha' = 27^\circ$  für  $\vartheta = \frac{2}{3}$ . Danach würden z. B. mit der oben erwähnten Kugel des Bauernfeind'schen Instrumentes ( $d = 0,087$  und  $\delta = 2,55$ ) nur etwa bis

$$w' = \sqrt{\frac{1,55 \cdot 0,087}{0,1}} = 1,16 \text{ Mtr.}$$

Stromgeschwindigkeit genügend sichere Ablösungen zu erwarten sein, ganz in Uebereinstimmung mit Bauernfeind's Wahrnehmungen.



Aus dem nach Gl. (4) für einen gegebenen Werth von  $w'$  und angenommenen Werth von  $d$  berechneten Werthe von  $\delta$  ergibt sich leicht die Wanddicke  $x$ , mit welcher die Kugel als Hohlkugel aus einem Metall von der Dichte  $A$  herzustellen wäre, nämlich gemäss der Gleichung:

$$A \left[ \frac{2}{3} F d - \frac{2}{3} F \left( \frac{d-2x}{d} \right)^2 (d-2x) \right] = \delta \cdot \frac{2}{3} F d$$

$$1 - \left( 1 - \frac{2x}{d} \right)^3 = \frac{\delta}{A}$$

$$x = \frac{d}{2} \left( 1 - \sqrt[3]{1 - \frac{\delta}{A}} \right) \dots \dots \dots (5).$$

Das hydrometrische Pendel ist nur zur Messung von  $w$  dicht unter der Wasseroberfläche geeignet, weil sonst auch der Faden dem Einflusse der Strömung wesentlich mit unterliegen und dann durch seine Biegung der am Gradbogen abzulesende Winkel  $\alpha$  nach einem nur schwierig in Rechnung zu bringenden Gesetze modificirt werden würde. Es könnte zwar der Faden durch einen Draht ersetzt werden von hinlänglicher Dicke, um eine merkliche Biegung auszuschliessen, doch würde damit bei grösserer Tiefe der Kugel im Wasser eine wesentliche Störung des einfachen Abhängigkeitsgesetzes (3) zwischen  $w$  und  $\alpha$  verbunden sein.

Auch bei der beschränkten Anwendung zur Messung der Oberflächengeschwindigkeit des Wassers ist der Stromquadrant zu den vollkommeneren Instrumenten nicht zu zählen wegen der leicht bis zu  $2^\circ$  betragenden Schwankungen des Fadens. Nimmt man an, dass bei  $\alpha = 27^\circ$  der dem augenblicklichen Gleichgewichtszustande entsprechende Werth dieses Winkels mit einer Genauigkeit von  $1^\circ$  abgelesen werden könne (mit entsprechend grösserer Genauigkeit bei  $\alpha < 27^\circ$ ), so wäre allein aus diesem Grunde auf einen verhältnissmässigen Fehler von  $w$

$$= \frac{\sqrt{\text{tg } 28^\circ} - \sqrt{\text{tg } 27^\circ}}{\sqrt{\text{tg } 27^\circ}} = \sqrt{\frac{\text{tg } 28^\circ}{\text{tg } 27^\circ}} - 1 = 0,022$$

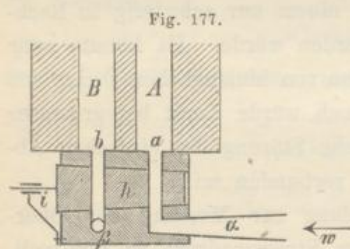
zu rechnen. Unter diesen Umständen und bei der Unbequemlichkeit der Ablesung an dem dicht über der Wasseroberfläche befindlichen Gradbogen ist das hydrometrische Pendel z. Z. fast vollständig ausser Gebrauch gekommen.

2. Die Pitot'sche Röhre besteht in ihrer einfachsten Form in einer rechtwinklig umgebogenen beiderseits offenen Röhre von solcher Lage, dass der kürzere untere Schenkel sich horizontal unter Wasser befindet und der Strömung entgegen gerichtet ist, während der andere



vertical aufwärts gerichtet aus dem Wasser herausragt. Im letzteren erhebt sich dann das Wasser bis zu einer gewissen Höhe  $h$  über das äussere Niveau nach Massgabe der Geschwindigkeit  $w$  des gegen die Oeffnung des horizontalen Schenkels gerichteten Wasserstroms. Durch verschiedene Verbesserungen dieses einfachen Instruments sind die ihm anhaftenden Mängel zu beseitigen gesucht worden, die in dem störenden Einflusse der Capillarität und in den die Ablesung erschwerenden Schwingungen der Wassersäule im verticalen Röhrenschenkel sowie in der Unbequemlichkeit und Unsicherheit solcher Ablesung nahe über der Wasseroberfläche begründet sind.

Der Einfluss der Capillarität kann dadurch eliminirt werden, dass statt einer Röhre deren zwei nahe neben einander liegend benutzt werden, die sich bis zu gleicher Tiefe abwärts in das Wasser erstrecken, so jedoch, dass nur die eine Röhre  $A$ , Fig. 177, eine dem Wasserstrom



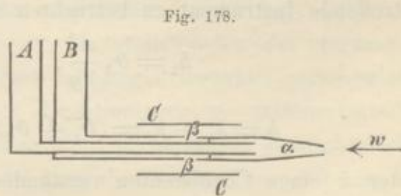
entgegen gerichtete Umbiegung  $\alpha$  besitzt, während die andere unten mit zwei seitlich gegenüber liegenden Oeffnungen oder kurzen Rohransätzen  $\beta$  versehen ist, deren gemeinsame Axe die Axe des Rohrstückes  $\alpha$  rechtwinklig schneidet. Indem dann jetzt unter  $h$  die Höhen-differenz der Wasseroberflächen in  $A$  und  $B$  verstanden wird, ist allerdings dieses  $h$  auch abgesehen vom Einflusse der Capillarität nicht mit dem obigen, d. i. mit der Höhe der Wassersäule in  $A$  über dem äusseren Niveau identisch, vielmehr im Allgemeinen grösser infolge einer Art von saugender Wirkung, welche der Wasserstrom an den Oeffnungen  $\beta$  der Röhre  $B$  theils wegen vergrösserter Geschwindigkeit, theils wegen auswärts convex gekrümmter Bahnen der Wassertheilchen ausüben kann; doch ist dieser Umstand, sofern er in allen Fällen auf gleiche Weise sich geltend macht, deshalb ohne Nachtheil, weil die Beziehung zwischen  $w$  und  $h$  bei der einen und anderen Bedeutung von  $h$  doch nur empirisch bestimmbar ist. Die Schwankungen der Wasserstände in den Röhren können durch Einschnürungen derselben, bezw. durch verengte Einmündungen  $a$ ,  $b$ , Fig. 177, beliebig ermässigt werden; und wenn dann noch eine Einrichtung der Art getroffen wird, dass beide Röhren gleichzeitig durch einen Hahn  $h$  abgesperrt werden können, gewinnt man den Vortheil, dass die Ablesung von  $h$  bequem und sicher geschehen kann, nachdem das Instrument aus dem Wasser heraufgeholt wurde.



Auf diesen Erwägungen beruht die verbesserte Pitot'sche Röhre, welche als Reichenbach'scher Strommesser Anwendung gefunden hat. Die Glasröhren  $A$ ,  $B$ , Fig. 177, von etwa 8 Millim. Weite sind dabei seitlich in einen hölzernen Schaft von linsenförmigem Querschnitte eingebettet; zwischen ihnen ist ein Massstab angebracht, dessen Nullpunkt in der Horizontalebene  $\alpha\beta$  liegt, so dass die Ablesung nicht nur die Höhendifferenz  $h$ , sondern zugleich die Tiefe ergibt, für welche die zu ermittelnde Geschwindigkeit  $w$  gilt. Der Hahn  $h$  kann an einem bei  $i$  befindlichen Arme durch einen aufwärts reichenden Draht gedreht werden; das Instrument wird mit offenem Hahn eingesenkt und dieser dann nach kurze Zeit lang ruhiger Haltung durch Anziehen des Drahtes geschlossen. Die verticale Haltung in solcher Lage, dass die Axe des Röhrenstücks  $\alpha$  in die Stromrichtung fällt, kann ausser durch die flache Form des Schaftes noch weiter durch einen jenem Röhrenschenkel  $\alpha$  entgegen gerichteten Steuerflügel unterstützt werden. Auch wird wohl die Metallfassung mit den Canälen  $a\alpha$ ,  $b\beta$  und dem Hahne  $h$  unten mit einem stabförmigen Fortsatze von regulirbarer Länge versehen, um damit das Instrument beim Gebrauche auf den Boden aufsetzen zu können.

Eine sehr wesentliche Verbesserung, wodurch das zeitraubende Herausheben des Instrumentes aus dem Wasser behufs jeder Ablesung vermieden wird, ist von Darcy angegeben worden und besteht darin, dass die Röhren  $A$ ,  $B$  oben durch eine gemeinsame Fassung verbunden sind, vermittels welcher durch Saugen mit dem Munde an einem angesetzten Kautschukschlauch die Luft in beiden Röhren gleichzeitig in gleichem Maasse verdünnt und dadurch das Wasser ohne Aenderung der Niveaudifferenz  $h$  bis zu bequemer Beobachtungshöhe gehoben werden kann. Durch Drehung eines unterhalb dieser Stelle befindlichen Hahnes werden die gehobenen Wassersäulen abgesperrt, um nach Einstellung des Saugens die Ablesung vornehmen zu können; die Röhren  $A$ ,  $B$  brauchen dann auch nur oberhalb der den Absperrhahn enthaltenden Fassung von Glas zu sein.

In Verbindung mit diesem Saugwerke ist von Prof. Amsler auch die Einrichtung der unteren Röhrenenden zweckmässig abgeändert worden.\* Der verengte horizontale Schenkel des Rohres  $A$  ist nämlich, wie



\* Rühlmann, Hydromechanik, 2. Aufl., §. 129.



Fig. 178 im Princip erkennen lässt, durch einen gleichfalls horizontalen Schenkel des Rohres  $B$  coaxial hindurchgeführt und der so entstandene enge hohlcylindrische Raum an einer gewissen Stelle (rechts von  $\beta\beta$  in Fig. 178) abgeschlossen, dicht davor aber mit dem äusseren Wasser durch Oeffnungen  $\beta, \beta$  in Communication gesetzt, die in Fig. 178 als oben und unten liegend angegeben sind, in der That aber seitlich sich befinden. Endlich sind an dieser Stelle die genannten horizontalen Rohrschenkel durch einen mit ihnen coaxialen beiderseits offenen Hohlcylinder  $C$  umgeben worden, der das Wasser zwingt, in geradlinigen Bahnen an den Oeffnungen  $\beta$  vorbeizufliessen. Dadurch wird nicht nur die saugende Wirkung des Wasserstroms auf die in  $B$  befindliche Wassersäule vermindert, sondern auch namentlich unabhängig gemacht von der Stelle, wo die Geschwindigkeit  $w$ , ob nahe der Canalwand oder an einer mittleren Stelle, gemessen werden soll.

Was nun die Beziehung zwischen  $h$  und  $w$  betrifft, so sei

$F_1$  die Grösse der dem Wasserströme entgegen gerichteten Mündung des Rohrs  $A$ ,

$F_2$  die Gesamtgrösse der seitlichen Mündungen  $\beta, \beta$  des Rohrs  $B$ ,

$h_1$  die Erhebung des Wassers in  $A$  über das äussere Niveau,

$h_2$  die Senkung des Wassers in  $B$  unter das äussere Niveau,

$\gamma$  das specifische Gewicht des Wassers,

$g$  die Beschleunigung der Schwere,

so entsprechen dem Gleichgewichtszustande die Gleichungen:

$$\vartheta_1 \gamma F_1 \frac{w^2}{2g} = \gamma F_1 h_1 \quad \text{und} \quad \vartheta_2 \gamma F_2 \frac{w^2}{2g} = \gamma F_2 h_2,$$

unter  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  Coefficienten verstanden, die von der Beschaffenheit des Instrumentes, von  $w$  aber nur in untergeordnetem Grade abhängen, so dass sie innerhalb mässig weiter Grenzen von  $w$  als constant für das betreffende Instrument zu betrachten sind. Aus jenen Gleichungen folgt:

$$h_1 = \vartheta_1 \frac{w^2}{2g}, \quad h_2 = \vartheta_2 \frac{w^2}{2g}$$

$$h = h_1 + h_2 = (\vartheta_1 + \vartheta_2) \frac{w^2}{2g} = \frac{w^2}{k^2}; \quad w = k \sqrt{h} \dots \dots (6),$$

unter  $k$  einen Coefficienten verstanden, der für jedes Instrument besonders aus bekannten zusammengehörigen Werthen von  $w$  und  $h$  abgeleitet werden muss. In der Regel liegt er zwischen 3,5 und 4, wenn  $w$  und  $h$  in Metern ausgedrückt sind, entsprechend

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = \frac{2g}{k^2} = 1,6 \text{ bis } 1,2.$$



Der verbesserten Pitot'schen Röhre wird der Rang als brauchbarer Strommesser nur durch den hydrometrischen Flügel ströitig gemacht. Letzterem kann sie dann vorgezogen werden, wenn es sich um Messungen handelt, die sehr nahe an der Canalwand ausgeführt werden sollen, besonders wenn zugleich durch mehrmalige Wiederholung der Messung an derselben Stelle behufs Gewinnung eines Mittelwerthes von  $\bar{h}$  jener Mangel thunlichst ausgeglichen wird, der einem momentan wirkenden Strommesser im Gegensatze zu einem totalisirenden eigenthümlich ist.

#### §. 163. Anemometer.

Instrumente zur Messung der Strömungsgeschwindigkeit von Luft oder überhaupt von Gasen\* können zwar im Allgemeinen nach denselben Principien eingerichtet und benutzt werden wie die in den vorigen Paragraphen besprochenen im engeren Sinne sogenannten Strommesser, doch kommen dabei auch manche Unterschiede in Betracht, bedingt theils durch die viel grössere Leichtigkeit der Luft im Vergleich mit Wasser, theils durch die abweichende Art der Begrenzung, die bei als Wind bewegter freier atmosphärischer Luft gar nicht angebar, in anderen Fällen aber so beschaffen ist, dass sie im Gegensatze zu dem in offenen Canälen strömenden Wasser eine von aussen her seitliche Einführung des Messinstrumentes in den Luftstrom ausschliesst. Die Benutzung eines Schwimmers, der hier ein im Luftstrome frei schwebender Körper sein müsste, ist deshalb kaum thunlich, weil, wenn es auch möglich wäre, den Körper so herzustellen, dass er beständig genau so schwer wie die verdrängte Luft ist, derselbe allen Störungen der regelrechten Strömung nachgeben und dann meistens nicht gestatten würde, aus seiner beobachteten Bewegung auf die Strömungsgeschwindigkeit der Luft nach bestimmter Richtung mit der nöthigen Sicherheit zu schliessen.

Uebrigens können die Anemometer von totalisirender oder von momentaner Wirkung und können sie ferner mit Registrirwerken versehen sein, letzteres namentlich bei dauernder Functionirung zu meteorologischen Zwecken, nämlich zur Aufzeichnung der wechselnden atmosphärischen Windgeschwindigkeit. Dabei sind die Instrumente entweder so beschaffen, dass ihre Wirksamkeit von der horizontalen, überhaupt von der in einer

\* Geschichtliche Daten und Quellenangaben enthält u. A. Rühlmann's Hydromechanik, 2. Aufl., §. 208.



Ebene variablen Windrichtung unabhängig ist, oder sie stellen sich automatisch, etwa mit Hilfe eines Steuerflügels in die jeweils herrschende Windrichtung ein; letzteren Falles ist bei den Anemometern meteorologischer Observatorien die Richtung des Instrumentes als betreffende Windrichtung gleichfalls zu registriren, während im ersteren Falle besondere Instrumente dazu vorhanden sind. Bei den zu technischen Zwecken dienenden Anemometern, um welche es sich hier hauptsächlich handelt, können dergleichen Complicationen meistens wegfallen, indem dabei die Strömungsrichtung gegeben zu sein pflegt (z. B. mit der Richtung eines Ventilationscanals, des Zu- oder Ableitungscanals der Verbrennungsluft einer Feuerung u. s. f.) und auch meistens die Messung für eine kürzere Zeit in Gegenwart eines Beobachters genügt.

Für solchen Fall der Strömung in einem röhrenförmigen Canal hat die Kenntniß der Luftgeschwindigkeit in der Regel nur mittelbares Interesse zur Bestimmung der Luftmenge, die in der Zeiteinheit einen Canalquerschnitt durchströmt. Dazu sind totalisirende Instrumente am geeignetsten und auch vorzugsweise in Benutzung, nämlich als rotirende Anemometer, deren Rotationsaxe entweder die Richtung der Luftströmung hat (anemometrischer Flügel) oder senkrecht zu derselben ist (Robinson's Anemometer). Für meteorologische Observatorien würden zwar momentan wirkende Anemometer insofern vorzuziehen sein, als das mit einem solchen verbundene Registrirwerk unmittelbar den stetigen Verlauf der Windgeschwindigkeit aufzeichnen könnte; indessen sind solche bis jetzt weniger ausgebildet und deshalb auch zu diesem Zwecke fast ausschliesslich jene Windräder, besonders das Robinson'sche Anemometer in Gebrauch, obschon dann die Registrirung (neben derjenigen der wechselnden Windrichtung) unmittelbar nur die mittleren Windgeschwindigkeiten in aufeinander folgenden endlichen Zeitintervallen betrifft.

1. Der anemometrische Flügel ist sowohl an sich wie bezüglich seines Zählwerkes von gleicher Form und Einrichtung wie der hydrometrische Flügel (§. 161), nur leichter in allen Theilen construirt entsprechend der geringeren Masse und somit auch dem bei gleicher Geschwindigkeit kleineren Drucke bewegter Luft im Vergleich mit Wasser. Uebrigens ist nicht der anemometrische Flügel dem hydrometrischen, sondern umgekehrt dieser, von welchem als Woltmann'schem Flügel erst seit 1790 die Rede ist, jenem nachgebildet, der insbesondere als ein von dem damaligen Professor Wolff in Halle benutztes Instrument schon in Leupold's im Jahre 1724 erschienenem Werke „theatrum machinarum generale“ neben anderen Anemometern besprochen wird. Ebenso wie



beim hydrometrischen Flügel sind auch hier schraubenförmige Flügel-  
flächen den ebenen vorzuziehen, indem dadurch theils der Luftwiderstand  
gegen die Rotation des Flügelrades vermindert, also die Empfindlichkeit  
erhöht, theils die Brauchbarkeit der Formel

$$w = a + bn \dots \dots \dots (1)$$

gesteigert wird, durch welche hier wie dort die Beziehung zwischen der  
Strömungsgeschwindigkeit  $w$  und der Umdrehungszahl  $n$  pro Secunde dar-  
gestellt werden kann, unter  $a$  und  $b$  Constante verstanden, die für jedes  
Instrument besonders bestimmt werden müssen.

Diese Bestimmung erfordert eine nähere Besprechung, weil sich die  
dazu dienenden zusammengehörigen Werthe von  $w$  und  $n$  hier nicht so  
einfach und sicher wie beim hydrometrischen Flügel gewinnen lassen.  
Eine andere Messungsmethode zur Bestimmung der Strömungsgeschwindig-  
keit  $w$  ist hier nicht anwendbar, weil es eine zuverlässigere, als mit dem  
anemometrischen Flügel selbst, nicht giebt und bei Benutzung eines sol-  
chen Instrumentes, für welches die Constanten  $a$ ,  $b$  der Gleichung (1)  
früher ermittelt waren, die ihnen anhaftenden Fehler mit weiteren Be-  
stimmungsfehlern verbunden auf die Constanten des neuen Instrumentes  
übertragen werden würden. Analog dem Verfahren, den hydrometrischen  
Flügel im Sinne seiner Axe mit bekannter Geschwindigkeit  $w$  durch  
stehendes Wasser zu bewegen, um so zusammengehörige Werthe von  $w$   
und  $n$  zu erhalten, könnte man das Anemometer vermittels eines mit  
bekannter Geschwindigkeit auf einer Eisenbahn laufenden Wagens durch  
möglichst ruhige Luft bewegen; allein abgesehen davon, dass dieses Hilfs-  
mittel selten zur Verfügung wäre, würden auch wahrscheinlich durch das  
Fahrzeug mehr störende Bewegungen in der davor befindlichen Luft, als  
durch einen Kahn in dem voraus befindlichen Wasser verursacht werden.  
Eine Commission, die vom sächsischen Ingenieur- und Architekten-Verein  
seit längerer Zeit zum Studium der Prüfungsmethoden von Anemometern  
eingesetzt worden ist, hat zu dem Ende durch ein Versuchsrohr, in wel-  
chem das zu untersuchende Anemometer angebracht wurde, bekannte Luft-  
mengen theils durch eine niedersinkende Gasometerglocke hindurchgepresst,  
theils später durch Ablassen von Wasser aus einem geschlossenen Ge-  
fäße hindurchgesaugt; allein wenn auch dadurch ein Luftstrom von hin-  
länglich bekannter mittlerer Geschwindigkeit zu erhalten war, so blieb  
doch das Vertheilungsgesetz der Geschwindigkeiten im Querschnitte und  
somit das Verhältniss jener bekannten mittleren zu der durchschnittlichen  
Geschwindigkeit der die Flügel treffenden Lufttheilchen so unsicher, dass  
diese Prüfungsmethode von der Commission später als unzuverlässig auf-



gegeben und mit dem zu diesem Zwecke fast allgemein üblichen Verfahren vertauscht wurde.

Dasselbe besteht darin, dass eine verticale Welle  $W$  in möglichst gleichförmige Rotation versetzt wird, nachdem zuvor auf einem mit ihr rotirenden horizontalen Arme das Instrument so angebracht wurde, dass die Flügelaxe tangential an den vom Flügelmittelpunkte durchlaufenen Kreis gerichtet ist. Wenn nicht eine durch Elementarkraft in gleichförmiger Drehung befindliche Welle zur Verfügung ist, von welcher aus mit regulirbarem Umsetzungsverhältnisse die Welle  $W$  umgetrieben werden kann, diese vielmehr wie gewöhnlich durch Handbetrieb mit Kurbel und geeigneter Transmission bewegt werden muss, so ist bei einiger Uebung eine genügend gleichförmige Drehung dadurch zu erzielen, dass die hörbaren Stösse von einigen gleichförmig ringsum vertheilten (etwa 4, je einer Viertelumdrehung entsprechenden) Anschlagstiften der Welle  $W$  gegen eine am Gestell feste Feder  $F$  mit den Pendelschlägen eines Metronoms im Einklang erhalten werden. Aus dem beobachteten Winkelwege der Welle  $W$  während einer gewissen Zeit  $t$  und dem bekannten Radius der kreisförmigen Bahn des Flügelmittelpunktes ergibt sich dann die Geschwindigkeit dieses Punktes  $= w_0$ , während die entsprechende Umdrehungszahl des Flügelrades (daraus  $n$  durch Division mit  $t$ ) an einem Zählwerke abzulesen ist. Die Ein- und Ausrückung des letzteren zu Anfange bzw. zu Ende der Zeit  $t$  kann entweder, wie bei dem Apparate der oben erwähnten sächsischen Commission, durch mechanische Transmission von der Welle  $W$  aus längs dem das Instrument tragenden Arme bewirkt werden, oder besser durch elektrische Ströme, wie z. B. bei einem seit 1862 von Rühlmann und v. Quintus-Idilius eingerichteten Apparat der technischen Hochschule zu Hannover.\* Am genauesten dürfte das von Recknagel benutzte Verfahren elektrischer Bestimmung zugleich von  $w_0$  und von  $n$  sein, darin bestehend,\*\* dass in einen mit bekannter gleichförmiger Geschwindigkeit durch ein Uhrwerk fortbewegten Papierstreifen durch Stromschluss je ein Nadelstich gemacht wird, so oft das Flügelrad eine gewisse Zahl von Umdrehungen (in jenem Falle 25) gemacht hat, während gleichzeitig die Stösse vorgenannter Anschlagstifte der Welle  $W$  gegen die Feder  $F$  andere Stromschlüsse und dadurch eine zweite Reihe von Nadelstichen im Papierstreifen, die zur Bestimmung von  $w_0$  dienen, zur Folge haben.

\* Mittheilungen des Hannov. Gewerbevereins, 1862, S. 264.

\*\* Annalen der Physik und Chemie. 1880. Neue Folge. Bd. X, S. 677.



Mögen nun aber auch die zusammengehörigen Werthe von  $w_0$  und  $n$  noch so zuverlässig gefunden sein, so entsteht doch die Frage, ob es zulässig ist, jenem  $w_0$  die relative Geschwindigkeit  $w$  der Luft gegen den Flügel im Sinne der Axe desselben gleich zu setzen, und ob ferner die Beziehung zwischen diesem  $w$  und  $n$  dieselbe ist, wie sie im Falle einer geradlinigen statt kreisförmigen Bewegung des Instrumentes in der Luft sich ergeben hätte. Letzteres wird besonders deshalb nicht ganz der Fall sein, weil durch die Centrifugalkraft des Flügels in Folge seiner Drehung um  $W$ , sowie durch den ungleichen Luftdruck auf die in ungleichen Abständen von  $W$  befindlichen Flügeltheile die Reibung der Flügelwelle in ihren Lagern nothwendig vergrössert, folglich auch die Constante  $a$  in Gl. (1) etwas zu gross gefunden wird. Indem übrigens diese Constante bei grösseren Geschwindigkeiten  $w$  überhaupt nur von untergeordneter Bedeutung ist, kann man passend so verfahren, dass man mit einem erfahrungsmässig angenommenen Mittelwerthe von  $a$ , etwa  $a = 0,2$  Mtr., zuerst nur den Werth von  $b$  aus den Versuchen ableitet und mit diesem dann einen corrigirten Werth von  $a$  aus den Versuchen mit kleinen Geschwindigkeiten  $w$ , für welche die genannten Störungen von geringerer Bedeutung sind.

Wichtiger ist die Frage nach der Zulässigkeit der Gleichung  $w = w_0$ . In der That wird nämlich die Luft durch die Arme der Welle  $W$  und durch die von ihnen getragenen Instrumente selbst in Bewegung versetzt, so dass die letzteren nach einer vollen Umdrehung um  $W$  nicht mehr ruhende Luft vor sich haben, sondern in einem von Recknagel so genannten Mitwinde sich bewegen, dessen Geschwindigkeit  $w_1$  von  $w_0$  abgezogen werden muss, um  $w = w_0 - w_1$  zu liefern, falls dieses  $w_1$  nicht etwa im Vergleich mit Bestimmungsfehlern von  $w_0$  und  $n$  von unerheblicher Grösse ist, wie meistens angenommen wird. Recknagel hat diese Annahme genauer, als seither geschehen war, geprüft auf Grund der Erwägung, dass fraglicher Mitwind erst mit der zweiten Umdrehung der Welle  $W$  beginnt und dass schon eine Viertelumdrehung derselben bei einiger Uebung die hinlänglich gleichförmige Winkelbewegung erzielen liess, bei welcher die übrigen  $\frac{3}{4}$  der ersten Umdrehung von  $W$  ausreichend waren, um aus den entsprechenden ungefähr 50 Umdrehungen des von Recknagel benutzten Anemometers einen Werth von  $n$  ohne Mitwind zu erhalten, der dann nur mit dem bei unveränderter Winkelgeschwindigkeit der Welle  $W$ , also unveränderter Grösse von  $w_0$  gefundenen Werthe von  $n$  für die folgenden, also unter Einfluss des Mitwindes stattfindenden Umdrehungen verglichen zu werden braucht,

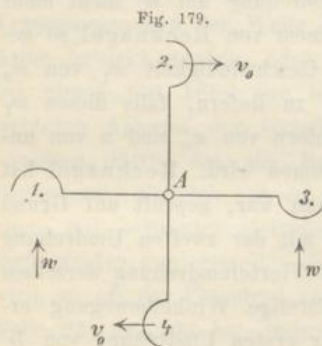


um daraus auf  $w_1$  schliessen zu können. So ergab sich für 0,3 Mtr. Höhe der Flügelwelle über dem das Instrument tragenden Arme und für 2 Mtr. Abstand von der Welle  $W$  die Geschwindigkeit  $w_1$  des Mitwindes nahe proportional der 1 bis 6 Mtr. betragenden Geschwindigkeit  $w_0$ , und zwar im Mittel

$$w_1 = 0,05 w_0, \quad \text{entsprechend} \quad w = 0,95 w_0 \dots \dots (2).$$

Als aber das Anemometer in nur 1 Mtr. Entfernung von der Wellenaxe wieder 0,3 Mtr. über dem Arme befestigt wurde, war bis zu  $w_0 = 4,7$  Mtr. ein Mitwind nicht wahrzunehmen, indem die gefundenen kleinen Werthe von  $w_1$  theils positiv, theils negativ waren und innerhalb der wahrscheinlichen Fehlergrenzen lagen. Die der Luft mitgetheilte Bewegung scheint danach von eigenthümlicher Art, innen vorwiegend radial gerichtet zu sein und nur nach aussen hin mehr und mehr zugleich tangential zu werden, so dass auch die Beziehung (2) nicht als allgemein gültig zu betrachten, vielmehr besser für jeden Fall einer besonderen Controle zu unterwerfen sein wird.

2. Bei dem Robinson'schen Anemometer besteht das Windrad aus 4 hohlen Halbkugeln, welche, von einem rechtwinkligen Armkreuze getragen, um eine verticale Axe  $A$  in dem Sinne durch den Winddruck in Rotation versetzt werden, dass ihre convexen Seiten vorausgerichtet sind: siehe Fig. 179, in welcher mit  $v_0$  die dieser Drehung entsprechende



Geschwindigkeit der Halbkugelmittelpunkte bezeichnet und ferner eine solche augenblickliche Lage des Windrades vorausgesetzt ist, dass die Windgeschwindigkeit  $w$  die Richtung von der Halbkugel 4 gegen die Halbkugel 2 hat. Indem sich diese Lage des Windrades stetig ändert, ist sein Gesamtverhalten für jede Viertelumdrehung von der horizontalen Windrichtung ganz unabhängig und dadurch der Vortheil dieses Instrumentes zur Geschwindigkeitsmessung horizontaler Strömungen der freien Luft

von beliebig variabler Richtung begründet, während es zu Messungen in Canälen sich weniger eignet, als der anemometrische Flügel.

Was die Beziehung zwischen  $w$  und  $v_0$  betrifft, so sei  $v_1$  die Geschwindigkeit, in welche, abgesehen von der Windgeschwindigkeit  $w$ , die Luft durch die Drehung des Rades und zwar in dem von den Halb-



kugelmittelpunkten durchlaufenen Kreise versetzt wird. Dann ist mit Rücksicht auf  $w$  die Geschwindigkeit der Luft am Orte der Halbkugel 1  $= w + v_1$  und ihre relative Geschwindigkeit gegen diese Halbkugel

$$= w + v_1 - v_0 = w - (v_0 - v_1) = w - v,$$

wenn  $v_0 - v_1 = v$  gesetzt wird. Dagegen ist die Geschwindigkeit der Luft am Orte der Halbkugel 3  $= w - v_1$  und ihre relative Geschwindigkeit gegen dieselbe

$$= w - v_1 + v_0 = w + v.$$

Der Ueberschuss des Momentes, mit welchem der Luftdruck auf die Halbkugel 1 die Drehung des Rades zu beschleunigen strebt, über das Moment des widerstehenden Luftdrucks gegen die Halbkugel 3 kann somit

$$= a_1 (w - v)^2 - a_2 (w + v)^2$$

gesetzt werden, wo  $a_1$  wesentlich  $> a_2$  ist, indem die relativen Luftgeschwindigkeiten  $w - v$  und  $w + v$  beziehungsweise gegen die concave und gegen die convexe Seite gerichtet sind. Die Halbkugeln 2 und 3 erfahren zusammen einen Widerstand, dessen Moment  $= 2a_2 v^2$  gesetzt werden kann, jedoch unter Einrechnung des durch das Armkreuz verursachten Widerstandes  $= av^2$  gesetzt werden mag, so dass sich das resultirende Moment des Luftdrucks auf das ganze Windrad

$$= a_1 (w - v)^2 - a_2 (w + v)^2 - av^2 \dots \dots \dots (3)$$

ergiebt, freilich zunächst nur für die aus Fig. 179 ersichtliche Lage. In anderen Lagen ist der relative Luftstrom für zwei Halbkugeln schräg gegen die concaven Hinterflächen, für die zwei anderen schräg gegen die convexen Vorderflächen gerichtet, so dass während jeder Vierteldrehung sich das resultirende Moment etwas ändern und das Windrad thatsächlich einen periodisch etwas veränderlichen Gang annehmen kann. Wenn indessen hiervon abgesehen und mit vermuthlich kleinem Fehler der mittlere Zustand als dauernd vorhanden betrachtet wird, so ist der Ausdruck (3) mit entsprechenden Werthen der Coefficienten  $a$ ,  $a_1$  und  $a_2$  auch für den Mittelwerth des betreffenden Momentes als näherungsweise gültig zu betrachten, und weil dann derselbe für den Beharrungszustand dem Reibungsmomente der Welle  $A$  gleich sein muss, das unter Einrechnung des Widerstandes eines Zählwerkes mit  $a_0$  bezeichnet sei, ergiebt sich die Gleichung:

$$a_1 (w - v)^2 - a_2 (w + v)^2 - av^2 = a_0 \dots \dots \dots (4),$$

aus welcher folgt:





$$(a_1 - a_2)w^2 - 2(a_1 + a_2)wv + (a_1 - a_2 - a)v^2 = a_0$$

$$w = \frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2}v + \sqrt{\left[\left(\frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2}\right)^2 - 1 + \frac{a}{a_1 - a_2}\right]v^2 + \frac{a_0}{a_1 - a_2}}$$

$$= \frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2}v + \sqrt{\left(\frac{4a_1a_2}{(a_1 - a_2)^2} + \frac{a}{a_1 - a_2}\right)v^2 + \frac{a_0}{a_1 - a_2}} \dots (5)$$

Das Wurzelglied kann hier nur das positive Vorzeichen haben, weil aus Gl. (4) folgt:

$$a_1(w - v)^2 > a_2(w + v)^2; \quad \frac{w - v}{w + v} > \frac{\sqrt{a_2}}{\sqrt{a_1}}$$

$$\frac{w}{v} > \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}}{\sqrt{a_1} - \sqrt{a_2}}, \text{ d. i. } > \frac{(\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2})^2}{a_1 - a_2} > \frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2}$$

Bei Vernachlässigung des verhältnissmässig kleinen Gliedes mit  $a_0$  würde aus Gl. (5) sich  $w$  proportional  $v$  ergeben, insbesondere z. B. mit den der Wahrheit vermuthlich nahe kommenden Verhältnissen

$$a = 2a_2 \quad \text{und} \quad a_1 = 4a_2$$

$$w = \left(\frac{5}{3} + \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{2}{3}}\right)v = \frac{5 + \sqrt{22}}{3}v = 3,23v$$

Robinson gibt an:  $w = 3v_0$ , so dass dann

$$v = \frac{3}{3,23}v_0 = 0,93v_0, \text{ also } v_1 = 0,07v_0$$

wäre. Bei der Zweifelhaftigkeit dieser Annahme ist übrigens aus Gl. (5) selbst bei Voraussetzung der Proportionalität zwischen  $v$  und  $v_0$  und somit zwischen  $v$  und der Umdrehungszahl  $n$  pro Secunde nur zu folgern, dass, unter  $\gamma, \beta, \alpha$  Constante verstanden, die von den Dimensionen des betreffenden Instrumentes abhängen, die Beziehung zwischen  $w$  und  $n$  näherungsweise die Form hat:

$$w = \gamma n + \sqrt{\beta n^2 + \alpha} \dots \dots \dots (6)$$

in Uebereinstimmung mit Gl. (2) in §. 161. Wegen Kleinheit von  $\alpha$  kann dafür in erster Annäherung  $w = \beta n$  gesetzt werden oder besser:

$$w = a + \beta n \dots \dots \dots (1),$$

wie für den anemometrischen Flügel, unter  $a$  und  $\beta$  auch hier wieder Constante verstanden, deren wahrscheinlichste Werthe für jedes Instrument besonders aus Versuchen abgeleitet werden müssen.

Ebenso wohl begründet, wie dort, ist indessen die Gleichung (1) hier namentlich deshalb nicht, weil ihr die zweifelhafte Annahme der



Proportionalität von  $v$  und  $v_0$ , also von  $v$  und  $n$  zu Grunde liegt. Auch ist die versuchsmässige Bestimmung der Constanten  $a, b$  hier mit grösseren Schwierigkeiten verbunden. Der zu Versuchen mit anemometrischen Flügeln dienliche Rotationsapparat ist hier nicht wohl brauchbar, weil das von ihm mit verticaler Axe in einer Cylinderfläche herumgeführte Robinson'sche Anemometer sich hierbei unter Verhältnissen befinden würde, die von denen, in welchen es sich später beim Gebrauche befindet, allzu sehr verschieden sind. Die geradlinige Fortbewegung mit Hilfe eines Wagens, der eine bekannte Weglänge in einer gewissen zu beobachtenden Zeit durchfährt, erscheint hier als das geeignetste Mittel, um brauchbare, zusammengehörige Werthe zur Bestimmung der Constanten zu gewinnen.

3. Momentan wirkende Anemometer können nach denselben Principien hergestellt werden, welche im §. 162 für momentan wirkende Strommesser besprochen wurden. Auch hier gilt die Gleichung:

$$w = C\sqrt{P},$$

unter  $C$  eine empirisch zu bestimmende Constante und unter  $P$  den Druck des Luftstroms von der Geschwindigkeit  $w$  auf einen ihm ausgesetzten festen oder flüssigen Körper verstanden. Wenn  $C$  bekannt ist, erfordert dann die Bestimmung von  $w$  nur die jeweilige Messung von  $P$ , am besten nach dem Princip der Zeiger- oder Federwaage in der Weise, dass  $P$  von selbst mit einer bekannten Schwerkraft oder Federkraft in Gleichgewicht kommt und nur eine Skalenablesung erforderlich ist, um daraus auf die betreffende Gleichgewichtslage, somit auf  $P$  und auf  $w$  schliessen zu können.

Schon Leupold hat in seinem im Jahre 1724 erschienenen „theatrum machinarum generale“ ein solches Anemometer angegeben. Eine von einem kleinen Rollwagen getragene ebene Tafel wird dabei rechtwinklig dem Luftstrome ausgesetzt und das Gleichgewicht des jeweiligen Druckes  $P$  auf dieselbe mit einem constanten Gegengewichte  $G$  dadurch vermittelt, dass beide Kräfte in entgegengesetztem Sinne drehend auf eine horizontale Welle  $W$  wirken,  $P$  an einem constanten,  $G$  an einem variablen Hebelarme. Die Welle  $W$  trägt nämlich neben einander eine Kreisscheibe und eine Spiralscheibe je mit einer am Umfange befestigten, sich auf- oder abwickelnden Schnur; die Schnur der Kreisscheibe ist andererseits so am Rollwagen befestigt, dass sie durch  $P$  gespannt wird, während die Schnur der Spiralscheibe das Gewicht  $G$  trägt. Die ganze Vorrichtung ist in einem Rahmen angebracht, welcher, um eine verticale Axe drehbar, vermittels eines Steuerflügels in die Windrichtung sich einstellt,



Einfacher und praktischer ist es, nach dem Vorgange von Bouguer (1746 und 1775), den Winddruck  $P$  sich mit dem Drucke einer auf denselben Körper in entgegengesetztem Sinne wirkenden Feder in Gleichgewicht setzen zu lassen, das dann bei einer von  $P$  abhängigen und umgekehrt diesen Druck  $P$  bestimmenden Lage des Körpers eintritt.

Alle diese Instrumente leiden indessen an dem Uebelstande, dass ihre Angaben von Reibungswiderständen beeinflusst werden, die von schwankender Grösse, insbesondere abhängig von der Genauigkeit sind, mit welcher das Instrument in die Windrichtung eingestellt und somit ein seitlicher Druck auf den ihm ausgesetzten in Führungen beweglichen festen Körper ausgeschlossen ist. Besser in dieser Hinsicht ist die Benutzung eines flüssigen Körpers ähnlich wie bei der als Strommesser dienenden Pitot'schen Röhre (§. 162), also die manometrische Messung des der Luftgeschwindigkeit  $w$  entsprechenden Druckes. Denkt man sich nämlich ein Manometer gebildet aus zwei Glasröhren  $a$ ,  $b$ , welche in verticaler Stellung unten durch eine gemeinschaftliche Metallfassung (oder auch als die beiden Schenkel einer U-förmig gebogenen Röhre) communiciren und bis zu gewisser Höhe mit einer tropfbaren Flüssigkeit, insbesondere z. B. mit Wasser gefüllt sind, und von diesen Manometerröhren die eine, etwa  $a$ , am oberen Ende durch einen Schlauch mit dem einen Ende einer Röhre  $A$  verbunden, die am andern Ende mit ihrer Mündung dem betreffenden Luftstrome entgegengerichtet ist, so wird durch letzteren in der Röhre  $A$  eine Druckzunahme der Luft bewirkt, die sich durch den Schlauch mit gleicher Stärke auf die Wasseroberfläche in der Manometerröhre  $a$  überträgt und hier eine Senkung, in der Röhre  $b$  eine entsprechende Hebung der Wasseroberfläche zur Folge hat; die Höhendifferenz beider  $= h$  gestattet dann einen Schluss auf die Luftgeschwindigkeit  $w$ , mit welcher sie nach einem gewissen Gesetze zunimmt. Freilich wird es hierbei oft der Fall sein, dass der atmosphärische Druck an der Wasseroberfläche im Manometerrohre  $b$  von dem Drucke der das Rohr  $A$  an seiner Mündung umgebenden Luft wesentlich verschieden ist, und dass diese Differenz folglich wesentlichen Antheil an der manometrischen Höhendifferenz  $h$  hat; um aber diesen Einfluss zu eliminiren, bedarf es nur einer ähnlichen Einrichtung, wie bei der verbesserten Pitot'schen Röhre, nämlich der Anordnung eines zweiten Rohres  $B$  neben dem Rohre  $A$ , welches durch eine seitliche Oeffnung oder mehrere dergleichen mit dem betreffenden Luftstrome communicirt, etwa nach Art der Figur 178, und der Verbindung des andern Endes dieser Röhre  $B$  durch einen Schlauch mit dem oberen



Ende des Manometerrohrs *b*. Ist dann analog den Bezeichnungen im §. 162 für die Pitot'sche Röhre

$h_1$  die Höhe einer Wassersäule (überhaupt einer Säule der manometrischen Flüssigkeit, durch welche die Druckvermehrung in den Röhren *A*, *a* gemessen wird),

$h_2$  die ebenso verstandene Höhe, welche der etwaigen Druckverminderung in den Röhren *B*, *b* entspricht,

$\gamma$  das specifische Gewicht des Wassers (überhaupt der manometrischen Flüssigkeit),

$\lambda$  das specifische Gewicht der Luft,  
 so kann, unter  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  erfahrungsmässige Constante verstanden, die von der Beschaffenheit des Instruments, insbesondere von der Beschaffenheit der Röhren *A*, *B* an ihren mit dem Luftstrom communicirenden Mündungen abhängen, gesetzt werden:

$$\vartheta_1 \lambda \frac{w^2}{2g} = \gamma h_1 \quad \text{und} \quad \vartheta_2 \lambda \frac{w^2}{2g} = \gamma h_2,$$

woraus sich die resultirende manometrische Höhendifferenz

$$h = h_1 + h_2 = (\vartheta_1 + \vartheta_2) \frac{\lambda w^2}{\gamma 2g} \dots \dots \dots (7)$$

ergiebt, also

$$w = k \sqrt{\frac{h}{\lambda}} \quad \text{mit} \quad k = \sqrt{\frac{2g\gamma}{\vartheta_1 + \vartheta_2}} \dots \dots \dots (8).$$

Ein Uebelstand ist es, dass die Höhe *h* nach Gl. (7) im Verhältnisse  $\lambda : \gamma$ , d. i. etwa im Verhältnisse 1 : 800 kleiner ist, als sie bei der einem Wasserstrom ausgesetzten Pitot'schen Röhre unter sonst gleichen Umständen sein würde. Jedenfalls sind deshalb besondere mikrometrische Hilfsmittel erforderlich, um die Grösse *h* mit der nöthigen Genauigkeit messen zu können, z. B. zugespitzte Mikrometerschrauben, die von oben her zur Berührung mit den Wasseroberflächen in den Manometerrohren *a*, *b* gebracht werden, oder wenigstens eine solche Mikrometerschraube, falls das Querschnittsverhältniss der Röhren *a*, *b* hinlänglich constant und bekannt ist. Ist die Ganghöhe der Schraube etwa = 0,5 Millim. und ihre Mutter mit einer Kreistheilung versehen, welche 0,01 Umdrehung abzulesen gestattet, so würde die Höhenlage der betreffenden Wasseroberfläche bis auf 0,005 Millim. genau bestimmt werden können, falls andere störende Umstände, z. B. die Capillarität durch grosse Rohrweiten, fern gehalten sind.



Die oben erwähnte Anemometer-Prüfungscommission des sächsischen Ingenieur- und Architektenvereins ermittelte z. B. für die von ihr benutzten Röhren  $A$ ,  $B$  die Formel:

$$w = 4,785 \sqrt{\frac{h}{\lambda}} \text{ Mtr.,}$$

falls die manometrische Druckhöhendifferenz  $h$  in Millimetern Wassersäule und das specifische Gewicht  $\lambda$  der Luft in Kilogrammen pro Cubikmeter ausgedrückt sind. Danach wäre, wenn  $h$  in Metern ausgedrückt ist,

$$k = 4,785 \sqrt{1000}$$

und würde sich damit aus Gl. (8) mit  $\gamma = 1000$  ergeben:

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = \frac{2g \cdot 1000}{k^2} = \frac{2 \cdot 9,81}{(4,785)^2} = 0,86.$$

Bei den Versuchen, aus welchen der Coefficient 4,785 abgeleitet wurde, lagen die Werthe von  $w$  zwischen 1 und 10 Metr. pro Secunde, erhalten mit Hilfe desselben Rotationsapparates, der auch zur Prüfung der anemometrischen Flügel diente. Auf demselben wurde die Röhre  $A$  mit horizontal voraus gerichteter, die Röhre  $B$  mit vertical gerichteter und durch einen horizontalen dünnwandigen Flansch eingefasster Mündung befestigt, während die von diesen Röhren andererseits ausgehenden Schläuche unter Glocken mündeten, welche mit geeigneten Wasserverschlüssen über der Mitte des Rotationsapparates angebracht waren und von welchen aus andere Schläuche die Verbindung mit den Manometer- röhren  $a$ ,  $b$  herstellten. Uebrigens war es die Rotationsgeschwindigkeit der Röhrenmündungen  $A$ ,  $B$ , welche mit Vernachlässigung eines etwaigen Mitwindes als relative Windgeschwindigkeit  $w$  bei diesen Versuchen angenommen wurde. Bei Voraussetzung eines Mitwindes von 5% dieser Rotationsgeschwindigkeit wäre

$$w = 0,95 \cdot 4,785 \sqrt{\frac{h}{\lambda}} = 4,55 \sqrt{\frac{h}{\lambda}},$$

entsprechend 
$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = \frac{2 \cdot 9,81}{(4,55)^2} = 0,95.$$

Während bei dem anemometrischen Flügel die als Maass von  $w$  dienende Umdrehungszahl  $n$  pro Secunde nur der ersten Potenz von  $w$  angenähert proportional ist, ist hier  $h$  proportional  $w^2$  und deshalb bei Bestimmung der Proportionalitätsconstanten ein Messungsfehler von  $w$  hier von grösserem Einflusse, insbesondere auch bei Benutzung des Rotationsapparates die unsichere Kenntniss des Mitwindes hier nachtheiliger, als dort. In der Regel wird es deshalb vorzuziehen sein, die Bestimmung



der Constanten  $k$  in Gl. (8) durch Vergleichung des betreffenden Instruments mit einem sorgfältig geprüften anemometrischen Flügel auszuführen.

Schliesslich ist zu bemerken, dass alle hier besprochenen momentan wirkenden Anemometer den Uebelstand gemein haben, bezüglich ihrer Angaben vom specifischen Gewichte  $\lambda$  der in Strömung begriffenen Luft abhängig zu sein. Bei den totalisirenden Instrumenten unter 1. und 2. ist das nicht der Fall; z. B. ist beim Robinson'schen Anemometer nach Gl. (5) die Beziehung zwischen  $w$  und  $v$  nur von den verhältnissmässigen Grössen der Coefficienten  $a$ ,  $a_1$  und  $a_2$  abhängig, welche zwar einzeln mit  $\lambda$  veränderlich sind, aber alle in gleichem Verhältnisse. Ebenso kann auch beim anemometrischen Flügel die Beziehung (1) zwischen  $w$  und  $n$  nur in ganz untergeordnetem Maasse durch die jeweilige Dichtigkeit der Luft beeinflusst werden, sofern die letztere nicht zwischen sehr weiten Grenzen veränderlich ist.

#### §. 164. Instrumente zur Messung der Schiffsgeschwindigkeit auf See.

Zu beständiger Controle des Ortes, wo sich ein Schiff jeweils auf dem Meere befindet, wird regelmässig etwa stündlich oder alle 2 Stunden seine Geschwindigkeit gegen das Wasser gemessen nach Methoden und mit Hülfsmitteln, die analog sind dem Gebrauche des Schwimmers, des hydrometrischen Flügels oder der Pitot'schen Röhre zur Messung der Geschwindigkeit des in offenen Canälen strömenden Wassers. Wenn dann gleichzeitig auch die Richtung aufgezeichnet wird, in welcher das Schiff nach dem Compass anliegt, d. h. der Winkel, den die Kielrichtung mit dem Meridiane bildet, und dieser Winkel, um die Richtung der Wasserbahn des Schiffes gegen die Erde zu erhalten, nöthigenfalls (bei starkem seitlichem Winde) mit Rücksicht auf die gepeilte Abtrift, d. h. mit Rücksicht auf den Winkel corrigirt wird, unter welchem die Kielrichtung gegen das sogenannte Kielwasser (einen mehr oder weniger weit vom Hintertheile des Schiffes aus sichtbaren, seine Wasserbahn anzeigenden Streifen gekräuselten Wassers) geneigt ist, so leuchtet ein, wie daraus durch Construction oder Rechnung der ganze Schiffsweg im Wasser während eines (von Mittag zu Mittag gerechneten) seemännischen Tages gefunden werden kann, der schliesslich noch im Falle von Meeresströmungen von bekannter Richtung und Stärke mit Rücksicht auf diese und auf die Zeit, während welcher sich das Schiff in ihrem Bereiche befunden hat, zu corrigiren ist, um als Weg des Schiffes gegen die Erde gelten zu

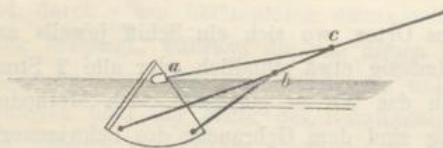


können. Mit diesem corrigirten Tageswege und dem bekannten Schiffsorte vom vorigen Mittag macht man das sogenannte Besteck, d. h. bezeichnet auf der Karte den Schiffsort des betreffenden Tages.

Ein Instrument zur Messung der Schiffsgeschwindigkeit auf See wird als Log, das Messen mit demselben als „loggen“ bezeichnet. Die mancherlei Mängel des Besteckmachens mit Compass und Log machen es zwar nöthig, bei längeren Reisen das so erhaltene Besteck thunlichst oft durch astronomische Beobachtungen zu controliren, die geographische Breite täglich durch Beobachtung der Mittagshöhe der Sonne, die Länge in mehrtägigen Fristen mit Hilfe des Chronometers (§. 141); indessen darf andererseits wegen der Ungewissheit, ob die Witterung am nächsten Tage und vielleicht in mehreren Tagen eine astronomische Beobachtung möglich machen wird, das Besteckmachen mit Compass und Log als Nothbehelf auf offener See niemals unterlassen werden.

1. Das gewöhnliche Log, wie es seit Jahrhunderten gebräuchlich ist, besteht aus dem Logbrettchen, der Logleine und der Logrolle.

Fig. 180.



Das Logbrett (Fig. 180)

ist ein hölzerner Sextant von 12 bis 15 Centimeter Radius und etwa 12 Millimeter Dicke, am Bogenrande durch einen Bleistreifen so beschwert, dass es in verti-

caler Lage mit nur etwas hervorragender Spitze *a* schwimmt.

Die Logleine ist mit den Ecken des Logbrettchens durch 3 Zweigschnüre verbunden, an der Spitze *a* lösbar durch eine in ein entsprechendes Loch daselbst gesteckte hölzerne etwas conische Pinne, die sich am Ende der oberen Zweigschnur *ac* befindet; durch einen Ruck an der Logleine entgegen dem Widerstande des Wassers kann diese Verbindung gelöst werden, um das Logbrett flach liegend mit kleinem Widerstande einzuholen. Auch ist wohl bei fester Verbindung an der Stelle *a* die lösbare Pflockverbindung zwischen *b* und *c* angeordnet, wodurch theils der dieselbe lösende Zug an der Leine eine weniger schräge und zu Klemmung Veranlassung gebende Richtung erhält, theils die Einholung des Logbrettchens mit vorausgerichteter Spitze noch etwas leichter geschehen kann. Die Leine ist durch Knoten (eingedrehte Zeugstreifen von verschiedener Farbe) in Strecken von je  $\frac{1}{240}$  oder  $\frac{1}{120}$  Seemeile getheilt,

also, da eine Seemeile =  $\frac{1}{4}$  geographische Meile = 1855 Meter ist,



in Strecken von

$$\frac{1855}{240} = 7,73 \text{ bzw. } 15,46 \text{ Meter}$$

Länge. Indessen befindet sich zwischen dem Logbrette und dem ersten Knoten eine Strecke von 20 bis 40 Metr. je nach der Grösse des Schiffes, damit durch diesen sogenannten Vorlauf das Log dem Einflusse des unruhigen Kielwassers hinlänglich entzogen und die Neigung der Leine gegen den Horizont hinlänglich klein geworden sei, wenn mit dem Ablaufe des ersten Knotens von Bord des Schiffes die eigentliche Messung beginnt. Letztere dauert 15 oder 30 Secunden, d. i.  $\frac{1}{240}$  oder  $\frac{1}{120}$  Stunde, jenachdem die Strecke zwischen zwei aufeinander folgenden Knoten der Leine  $= \frac{1}{240}$  oder  $= \frac{1}{120}$  Seemeile gewählt ist, und

zwar ist es üblich, dieses Zeitintervall hier vermittels einer Sanduhr, des sogenannten Logglases, abzumessen.

Die Logrolle ist eine leicht construirte länglich cylindrische Rolle, die um einen an den Enden mit Handgriffen versehenen cylindrischen Stab als Axe leicht drehbar und auf welche die Logleine in losen Windungen aufgewickelt ist, um beim Loggen von der sich entsprechend drehenden Rolle mit nur kleinem Widerstande ablaufen zu können.

Zur Ausführung des Loggens dienen 3 Personen *A, B, C*; *A* hält den Stab, um welchen die Rolle drehbar ist, horizontal zwischen den Händen, *B* nimmt das Logglas, die mit Sand gefüllte Abtheilung nach unten gekehrt, *C* wirft das Logbrett mit eingesteckter Pinne vom Hintertheil des Schiffes aus über Bord und lässt sich die Leine leicht durch die hohle Hand laufen. Wenn *C* sieht oder fühlt, dass der erste Knoten die Hand passirt, giebt er ein Zeichen (turn!), worauf *B* das Logglas dreht und seinerseits ein Zeichen giebt (stop!), sobald es abgelaufen ist. Auf dieses Zeichen hält *C* sofort die Leine fest, löst mit einem Ruck die Pinne und misst durch Greifen mit ausgebreiteten Armen die Entfernung bis zu dem Knoten ab, der zuletzt die Hand passirt hat; die Farbe und sonstige Beschaffenheit desselben lässt erkennen, wie viel ganze Knotenlängen ausser dem durch Abgreifen geschätzten Bruchtheile einer solchen während der Beobachtungszeit von 15 oder 30 Secunden sich von der Rolle abgewickelt haben. Ebenso gross ist die augenblickliche Schiffsgeschwindigkeit in Knoten, d. i. in Seemeilen pro Stunde. Wegen des Zeitverlustes durch die Commando's (turn, stop) und durch die darauf folgenden Handlungen, der im Ganzen zu einer Secunde geschätzt wird, ist übrigens das Logglas so justirt, dass thatsächlich der Sand nicht



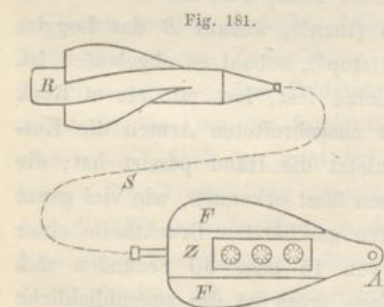
in 15 bzw. 30 Secunden, sondern in 14 bzw. 29 Secunden aus der einen in die andere Abtheilung abläuft.

Im Princip ist offenbar dieses Loggen nichts anderes, als die Umkehrung einer Stromgeschwindigkeitsmessung mit Schwimmer. Auch könnte zu letzterem Zwecke ein Schiffslog in der That benutzt werden, indem es etwa von einer festen Brücke aus ebenso in den Wasserstrom eines Flusses, wie sonst vom fahrenden Schiffe aus in das ruhende Meer geworfen wird, wenn nicht die Abmessung einer Flussstrecke am Ufer und die Zeitmessung mittelst einer guten Uhr viel genauer wäre. Grösser noch ist die Ungenauigkeit des Loggens auf dem Meere. Wenn insbesondere bei hoher See ein Schiff vor dem Winde und den Wellen segelt, findet man durch das Loggen die Geschwindigkeit zu klein, wenn es beim Winde und gegen den Wellenschlag segelt, zu gross, weil das kleine Logbrett der in den obersten Schichten der Wellenberge bis zu gewissem Grade stattfindenden fortschreitenden Bewegung des Wassers folgt. Die dadurch bedingte Correction kann bis 10<sup>o</sup>/<sub>o</sub> des Werthes betragen und wird nach Schätzung angebracht. Weitere Fehler werden durch die Reibung der Rolle, durch die Reibung der Leine in der Hand, sowie durch ihre Trägheit verursacht in verhältnissmässig um so grösserem Betrage, je kleiner die Schiffsgeschwindigkeit ist.

2. Zum Ersatze des gewöhnlichen Logs sind vielfach vollkommnere Geschwindigkeits-Messinstrumente vorgeschlagen worden, die meistens auf dem Princip des hydrometrischen Flügels beruhen. Das erste solche Log, das besonders in Amerika mehrfach Anwendung gefunden hat, ist Massey's Patent-Log vom Jahre 1834, seitdem jedoch wiederholt in seiner Form modificirt und verbessert.

Es besteht (Fig. 181) aus zwei Theilen:

dem rotirenden Körper *R* und dem Zählwerke *Z*. Ersterer ist eine mit schraubenförmigen Flügeln besetzte, vorn conisch zulaufende, geschlossene Messingröhre von solcher Wanddicke, dass ihr Gewicht dem Auftriebe des Wassers nahe gleich ist. Das Zählwerk, in eine längliche Büchse mit zwei ebenen Flügeln *F, F'* (zur Ver-



hütung ihrer Rotation) eingeschlossen, wird durch ein an der Spitze des Rotators *R* befestigtes, hinlänglich steifes Stück Manilaseil *S* (in Fig. 181 ausgestreckt zu denken) in Bewegung gesetzt, indem dasselbe andererseits



mit der Welle einer zum Zählwerke gehörigen Schraube ohne Ende verbunden ist. Der ganze Apparat, bei *A* an einer Leine von 20 bis 30 Meter Länge befestigt, wird über Bord geworfen und die Zeit beobachtet, während welcher er sich, vom Schiffe hinter sich her gezogen, im Wasser befindet. Die Ablesung des wieder an Bord geholten Instruments geschieht infolge entsprechender Einrichtung des Zählwerkes unmittelbar in Theilen einer Seemeile gemäss der Annahme, dass die Umdrehungszahl dem Wege im Wasser (nach einem durch Versuche festzustellenden Verhältnisse) proportional gesetzt werden kann. Die Fehler, welche dadurch verursacht werden, dass der Rotator sich anfangs zu langsam, später beim Einholen des Instrumentes zu schnell dreht, heben sich theilweise auf und haben übrigens um so geringeren Einfluss auf das Ergebniss der Division des abgelesenen Weges durch die beobachtete Zeit, je länger das Instrument im Wasser belassen wird.

Compendiöser, als das erwähnte, ist Walker's harpoon-log,\* wobei unter Beseitigung des Manilaseilstücks der Rotator mit dem Zählwerke unmittelbar verbunden ist, indem die nach vorn verlängerte Röhre des ersteren in die Büchse des letzteren hineinreicht, ähnlich wie übrigens auch schon Massey sein Instrument später modificirt hatte. Eine Abänderung desselben in entgegengesetztem Sinne stellt Reynold's sogenanntes pendant-log\*\* dar, indem dabei das Zählwerk an Bord des Schiffes sich befindet unter entsprechender Verlängerung des als Transmissionswelle dienenden Seils von etwa 12 Millim. Dicke, während der Rotator aus 3 einen Holzcylinder von 50 Millim. Dicke und 400 Millim. Länge umgebenden Schraubenflügeln von 70 Millim. grösstem Radius gebildet ist. Diese Einrichtung gewährt den Vortheil, dass sich die Augenblicke der In- und Aussergangsetzung des Zählwerkes dem Anfang und Ende der Beobachtungszeit präciser anpassen lassen, und dass eine anderenfalls bis zu gewissem Grade immerhin mögliche Rotation der das Zählwerk enthaltenden Büchse ganz ausgeschlossen ist. — In Friend's Log ist der rotirende Körper eine hohle, mit radialen Schaufeln nach Art eines unterschlächtigen Stossrades besetzte Trommel, die am hinteren Ende in der das Zählwerk enthaltenden, nach vorn zugeschärften Büchse quer mit horizontaler Axe so gelagert ist, dass stets nur einige Schaufeln aus einem Einschnitte an der Unterfläche der Büchse hervorragen.

Wenn übrigens alle diese Instrumente doch nur zu ausnahmsweisem

\* Rühlmann's „Allgemeine Maschinenlehre“, 2. Aufl., Bd. I, S. 139.

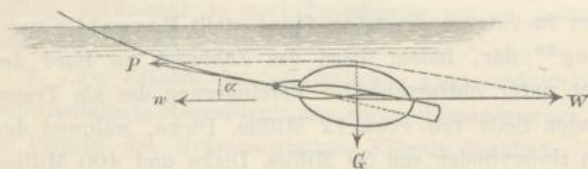
\*\* Rühlmann's Hydromechanik, 2. Aufl., S. 365.



Gebrauche gekommen sind und das gewöhnliche Log nicht zu verdrängen vermocht haben, so liegt der Grund theils darin, dass sie eine sorgfältigere und subtilere Behandlung erfordern, als auf welche an Bord eines Schiffes gewöhnlich zu rechnen ist, theils darin, dass die Annahme beständiger Proportionalität des durchlaufenen Weges und der Umdrehungszahl des rotirenden Körpers nur bei mittleren Geschwindigkeiten und ziemlich ruhigem Wasser so angenähert zutrifft, dass diese Instrumente wesentlich genauere Resultate, als das gewöhnliche Log gewähren. Bei kleinen Geschwindigkeiten wird die schwankende Grösse der Reibungswiderstände von allzu bedeutendem Einflusse, während bei grossen Geschwindigkeiten und hohen Wellen das Instrument sich nicht selten vorübergehend aus dem Wasser erhebt, indem es von Welle zu Welle springend durch die Luft hindurch fortgezogen wird.

Der letztgenannte Uebelstand kann freilich dadurch vermieden werden, dass das Instrument schwerer, als das verdrängte Wasser gemacht wird, so dass es nicht an der Oberfläche, nur beinahe ganz eingetaucht, schwimmt, sondern infolge des Ueberschusses  $G$  seiner Schwere über den

Fig. 182.



Auftrieb so tief untersinkt (Fig. 182), dass diese Verticalkraft  $G$  mit der Resultanten des horizontalen Widerstandes  $W$  und der unter einem gewissen Winkel  $\alpha$  gegen den Horizont geneigten Zugkraft  $P$  des Seiles im Gleichgewicht ist. Indessen wird dann die Rotation des Rotators, sofern der Schnittpunkt der Krafrichtungslinien  $G, W$  als in seiner Axe liegend, diese folglich als Richtungslinie von  $P$  anzunehmen ist, nur durch die Geschwindigkeitskomponente  $w \cos \alpha$  vermittelt, welche, da

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{G}{W}$$

vom Widerstande  $W$  und folglich von der Schiffsgeschwindigkeit  $w$  abhängt, ein veränderliches Verhältniss zu  $w$  hat, so dass die vorausgesetzte Proportionalität zwischen  $w$  und der auf eine gewisse Zeit bezogenen Umdrehungszahl des Rotators schon aus diesem Grunde nicht erwartet werden kann.

3. Bei der Führung eines Schiffes ist es oft erwünscht, die Wirkung sofort erkennen zu können, welche eine angeordnete Maassregel,



z. B. das Beisetzen oder Bergen eines Segels, eine Veränderung der Segelstellung durch Brassen, des Expansionsgrades der Maschine u. s. w. auf die Geschwindigkeit des Schiffes ausgeübt hat. Die bisher besprochenen totalisirenden Instrumente, die zur Messung einer wesentlichen Zeit bedürfen und auch nur die während derselben stattfindende mittlere Geschwindigkeit angenähert ergeben, sind weniger dazu geeignet, als momentan wirkende Instrumente, die eine beständige Beobachtung der augenblicklichen Geschwindigkeit gestatten.

Jener Anforderung entspricht und zwar, wie versichert wird,\* in sehr befriedigender Weise das Log von Berthon (Patente von 1849 und 1850). Es beruht auf dem Princip der Pitot'schen Röhre und besteht in einem cylindrischen, unten geschlossenen und nur mit einer kleinen Seitenöffnung  $o$  am untern Ende versehenen Rohre  $R$ , welches durch eine verticale Durchbohrung des Kiels ungefähr in der Mitte des Schiffes so hindurchgesteckt ist, dass es um 15 bis 20 Centimeter unten hervorragt und die an dieser Hervorragung befindliche Oeffnung  $o$  nach vorn gekehrt ist. Berthon fand durch eine grosse Zahl von Beobachtungen bei verschiedenen Schiffsgeschwindigkeiten, dass unter solchen Umständen in der für die Pitot'sche Röhre geltenden Gleichung:

$$h = \vartheta \frac{w^2}{2g}$$

fast genau  $\vartheta = 1$  gesetzt werden kann. Weil nun aber die Geschwindigkeit  $w$  eines Seedampfers bis zu etwa 18 Knoten

$$= \frac{18 \cdot 1855}{60 \cdot 60} = 9,275 \text{ Mtr. pro Sec.}$$

betragen kann, somit die Erhebung des Wassers in der Röhre über das

Meeresniveau bis  $h = \frac{w^2}{2g} = 4,38$  Mtr., so ist eine Reduction der Skala

unerlässlich, welche dadurch erreicht wird, dass die Röhre von unten in einen Windkessel  $W$  mündet, in welchem das Wasser nur bis zu einem gewissen Niveau reicht, da ein weiteres Emporsteigen durch entsprechende Compression der darin befindlichen Luft ersetzt wird, deren Druck durch ein oben vom Windkessel ausgehendes Rohr  $L$  weiter fortgepflanzt wird bis zum oberen Ende des einen Schenkels  $S$  einer U-förmig gebogenen, in ihrem unteren Theile Quecksilber enthaltenden Glasröhre  $M$ . Im

\* Vortrag von Herrn Vaughan Pendred in der Sitzung vom 6. December 1869 der Society of Engineers, publicirt im betreffenden Jahresberichte dieser Gesellschaft.



anderen Schenkel  $S'$  der letzteren wird dann das Quecksilber emporgedrückt, so dass die Niveaudifferenz in beiden im Verhältnisse 13,25 (Dichtigkeitsverhältniss von Quecksilber und Seewasser) kleiner als  $h - x$  ist, unter  $x$  die Höhe der Wasseroberfläche in  $W$  über dem Meeresniveau verstanden, somit höchstens etwa

$$= \frac{4,38}{13,25} = 0,33 \text{ Mtr.}$$

Durch Compassaufhängung kann das passend beschwerte Manometerrohr  $M$  mit seiner Skala in verticaler Lage erhalten werden, indem durch einen biegsamen Schlauch die Verbindung mit dem Luftrohre  $L$  vermittelt wird; letzteres kann beliebig im Schiffe fortgeführt werden, so dass die Ablesung an einem bequemen Orte, z. B. in der Capitänscajüte, im Maschinenraume u. s. w., jederzeit geschehen kann.

Um die Aenderungen von  $x$ , welche durch Spannungs- und Volumenänderungen der Luft in  $L$ , also besonders durch Aenderungen des Tiefganges des Schiffes, sowie durch Temperatur-Einflüsse bedingt sind, möglichst unschädlich und event. die Messung von  $x$  entbehrlich zu machen, muss vor Allem die Leitungsröhre  $L$  so eng und der Windkessel  $W$  so weit sein, dass eine beträchtliche Spannungs- und Volumenänderung jener Luft eine nur kleine Wasserstandsänderung in  $W$  zur Folge hat. Ausserdem ist dicht neben der Röhre  $R$  noch eine zweite  $R'$  mit jener verbunden durch die Kieldurchbohrung hindurchgesteckt, in deren unter dem Kiel hervorragendem unteren Ende sich jedoch die seitliche Oeffnung  $o'$  an einer solchen Stelle befindet, dass die Bewegung des Schiffes auf das Wasser in  $R'$  weder eine empordrückende noch umgekehrt eine saugende, niederziehende Wirkung ausübt; auch dieses Rohr mündet in einen Windkessel  $W'$ , welcher, dicht neben  $W$  ungefähr in der Höhe des Meeresniveaus im Schiffsraume befindlich, durch ein Luftrohr  $L'$  mit dem Schenkel  $S'$  der Manometerröhre  $M$  mittels eines biegsamen Schlauches communicirt. Auf diese Weise sind die Wirkungen der erwähnten Umstände in den Luftröhren  $L$ ,  $L'$  und somit in beiden Schenkeln  $S$ ,  $S'$  der Manometerröhre  $M$  stets gleichzeitig, aber in entgegengesetztem Sinne vorhanden, so dass sie sich theilweise aufheben. Ist dann  $y$  die (positive oder negative) Höhe der Wasseroberfläche in  $W'$  über dem Meeresniveau, so ergibt sich die beobachtete Niveaudifferenz der Quecksilbersäulen in  $M$  bei Vernachlässigung des specifischen Gewichtes der Luft gegen das des Wassers:

$$m = \frac{(h - x) - (0 - y)}{13,25} = \frac{h - (x - y)}{13,25}$$



und daraus mit  $x - y = h'$

$$h = \frac{w^2}{2g} = 13,25 m + h'.$$

Die Höhe  $h'$  der Wasseroberfläche in  $W$  über derselben in  $W'$  ist weniger veränderlich, als  $x$ , und ausserdem leichter zu messen durch Vergleichung von neben einander befindlichen Wasserstandszeigern beider Windkessel. Eine Aenderung kann  $h'$  allerdings namentlich durch Verluste an comprimierter Luft in  $L$  erfahren; wenn aber nur von Zeit zu Zeit diese Luft mit Hilfe einer kleinen Luftpumpe so ergänzt und regulirt wird, dass  $h'$  stets nahe = Null bleibt, wird die Berücksichtigung von  $h'$  zur Ableitung von  $w$  aus  $m$  in den meisten Fällen entbehrlich sein.

Wenn die unter dem Kiel hervorragenden Rohrstücke durch einen Zufall beschädigt werden sollten, müssen sie leicht und unter solchen Umständen durch andere ersetzt werden können, dass unterdessen kein Wasser in das Schiff eindringt. Zu dem Ende ist die Kioldurchbohrung mit einem Messingrohre dicht ausgefüllert, welches, über den inneren Schiffsboden etwas hinaufgeführt, mit einem Absperrhahn und oben mit einer Stopfbüchse versehen ist; das Doppelrohr  $RR'$  geht nun von oben wasserdicht durch diese Stopfbüchse in das feste Messingrohr hinein und durch die Bohrung des entsprechend gestellten Hahnkörpers quer hindurch, so dass es unten um die erwähnten 15 bis 20 Centimeter vor der Unterfläche des Kiels hervorragt. Wird es bis unter die Stopfbüchse, aber über den Hahnkörper hinaufgezogen, so kann dieser um  $90^\circ$  gedreht, somit das äussere Wasser abgesperrt und das untere Stück des Doppelrohrs durch ein neues ersetzt werden.

Bezeichnet  $\alpha$  den Winkel, um welchen das Rohr  $R$  oder  $R'$  aus der Lage heraus gedreht wird, bei welcher die kleine Oeffnung  $o$  bezw.  $o'$  gerade voraus gerichtet ist, so besteht bei gegebener Geschwindigkeit  $w$  zwischen  $\alpha$  und der positiven oder negativen Erhebungshöhe  $h$  des Wassers in der betreffenden Röhre gemäss den Beobachtungen von Berthou eine merkwürdige Beziehung, die schon in Bd. I, §. 153 besprochen wurde. Insbesondere ist  $h = 0$  für  $\alpha = 41\frac{1}{2}$  Grad, und wird deshalb diese Lage dem Rohre  $R'$  bezüglich seiner Oeffnung  $o'$  gegeben.

Die grosse Empfindlichkeit der in einer solchen Röhre gehobenen Wassersäule in Betreff der Lage der kleinen Seitenöffnung kann auch zur Messung der Abtrift eines Schiffes dienen, indem die Röhre drehbar eingerichtet wird. Die Abtrift ist dann = dem Winkel, um welchen die Röhre von derjenigen Stellung aus, bei welcher die Oeffnung kiel-



wärts vorausgerichtet ist, gedreht werden muss, um das Maximum der Erhebungshöhe der Quecksilbersäule zu ergeben.

Das Berthon'sche Log hat sich in der Praxis den hier benutzten Angaben zufolge bewährt, und es wird von Seeoffizieren besonders die Sicherheit gerühmt, womit es beim Brassen der Raaien jederzeit die den Umständen entsprechende beste Segelstellung sofort erkennen lässt. Dieselbe ist abhängig von dem Neigungswinkel der Windrichtung gegen die Schiffsrichtung und vom Verhältnisse der Wind- zur Schiffsgeschwindigkeit. Sie wird meistens einfach geschätzt, und wenn auch der Seemann hierin grosse Uebung erlangen kann, besonders dann, wenn das Schiff nur unter Segeln fährt und somit die Schiffsgeschwindigkeit bei einer bestimmten Segelstellung nur von der Richtung und Stärke des Windes abhängt, so wird doch diese Schätzung wesentlich schwieriger und unsicherer, wenn das Schiff zugleich unter Dampf ist und somit die Schiffsgeschwindigkeit zugleich vom Effect der Schaufelräder oder der Schraube mit abhängt; denn jenachdem ein Dampfschiff nur unter Segeln oder zugleich mit Dampf fährt, ist trotz derselben Richtung und Stärke des Windes die günstigste Segelstellung verschieden.

Würde das Berthon'sche Log mit einer passenden Selbstregistrirung der Quecksilberniveaudifferenz in den Manometerröhren  $S$ ,  $S'$  ausgestattet, so würde es dadurch zugleich ein sehr vollkommenes totalisirendes Instrument zur Bestimmung der mittleren Schiffsgeschwindigkeit und somit des Schiffsweges während einer beliebig langen Zeit.

#### IV. Waagen.

##### §. 165. Uebersicht.

Waagen sind Instrumente, die unmittelbar zur Vergleichung der Gewichte (Grössen der Schwerkkräfte) von Körpern und dadurch mittelbar zur Vergleichung ihrer Massen dienen, welchen die betreffenden Gewichte an demselben Orte proportional sind. Indem man behufs dieser Vergleichung sogenannte Gewichtstücke benutzt, deren Massen bekannte Vielfache oder aliquote Theile der Masseneinheit sind, ergibt ihre Vergleichung mit der Masse eines anderen Körpers  $K$  durch Wägung, nämlich durch Vergleichung der Gewichte vermittels der Waage, auch das Verhältniss der Masse  $m$  des Körpers  $K$  zur Masseneinheit, d. h. die Maasszahl dieser Masse  $m$ .



Die Grösse der Schwerkraft des Körpers  $K$  von unbekannter Masse wird übrigens vermittels der Waage mit derjenigen eines andern Körpers  $K'$  von bekannter Masse (bezw. eines Körperaggregates  $K'$  von bekannter Gesamtmasse) entweder unmittelbar verglichen, in welchem Falle die Waage mit E. Brauer\* als Schwerkraftwaage bezeichnet werden kann, oder mittelbar, nämlich mit Hülfe einer anderweitigen Kraft  $F$ , die zum Gewichte von  $K'$  an einem gewissen Orte ein bekanntes Verhältniss hat. Als eine solche Kraft  $F$  wird namentlich die Federkraft benutzt und die Waage dann als Federwaage bezeichnet. Das Gewicht von  $K$  wird dabei vermittels der durch diesen Körper bei bestimmter Angriffsweise bewirkten Formänderung einer Feder beurtheilt, sofern die Beziehung derselben zum Gewichte eines Körpers  $K'$  von bekannter Masse bei derselben Angriffsweise bekannt ist. Indem aber diese Beziehung selbst bei unveränderlicher Elasticität der Feder nicht constant, sondern vom Orte gegen die Erde abhängig ist, mit welchem das Gewicht von  $K'$  sich ändert, so kann die Skala, an welcher die Deformation der Feder abgelesen wird, streng genommen nur für einen bestimmten Werth der Beschleunigung  $g$  passend sein, eine Federwaage mit unveränderlicher Skala folglich nur in solchen Fällen zur Massenbestimmung eines Körpers Anwendung finden, in welchen die Verschiedenheit von  $g$  an verschiedenen Orten der Erde zu vernachlässigen ist. Würde sie mit willkürlicher Skala in der Weise benutzt, dass jeweils die Gewichtstücke durch Probiren ermittelt werden, welche an der Angriffsstelle des Körpers  $K$  dieselbe Formänderung wie dieser bewirken, so würde zwar dadurch dessen Masse unabhängig vom Orte correct gefunden werden, aber es ginge zugleich die Schnelligkeit des Verfahrens verloren, wodurch die Federwaage sonst sich auszeichnet.

Allgemeiner gebräuchlich sind die Schwerkraftwaagen. Eine besondere Art derselben, die Senkwaage, durch welche das Gewicht eines festen Körpers mit dem als Auftrieb wirkenden Gewichte einer Flüssigkeit verglichen wird, bleibt hier ausser Betracht, indem sie weniger von technischem, als von physikalischem Interesse ist. Auch die sogenannte Seilwaage, bei welcher die zu vergleichenden Schwerkraften an einem Seile, überhaupt an einem leicht biegsamen Zugkraftorgane angreifend sich Gleichgewicht halten, ist nur der Vollständigkeit wegen zu erwähnen. Die vollkommensten und zugleich die technisch gebräuchlichsten Schwer-

\* „Die Construction der Waage“, Weimar 1880, Verlag von Bernh. Friedr. Voigt, ein Specialwerk, auf welches hier mehrfach Bezug genommen wird.



kraftwaagen (und Waagen überhaupt) sind solche, deren Mechanismus bezüglich seiner beweglichen Glieder aus starren (oder wenigstens bei Abstraction von sehr geringen elastischen Deformationen als starr zu betrachtenden) Körpern besteht, die unter sich sowie mit dem Gestelle (dem festgestellten Gliede des Mechanismus) durch Drehkörperpaare verbunden sind. Dabei werden diese beweglichen Glieder theils auf Biegung, theils auf Zug oder Druck in Anspruch genommen; während aber Glieder der letzteren Art ganz fehlen können, ist von auf Biegung in Anspruch genommenen sogenannten Hebeln stets wenigstens einer vorhanden, weshalb die fraglichen Waagen allgemein als Hebelwaagen bezeichnet werden mögen. Sie zerfallen in 3 Arten, jenachdem zur Herbeiführung des Gleichgewichtes mit dem zu messenden Gewichte

- 1) ein veränderliches Gegengewicht an einem unveränderlichen Angriffspunkte, oder
- 2) ein unveränderliches Gegengewicht an einem veränderlichen Angriffspunkte, oder
- 3) ein unveränderliches Gegengewicht an einem unveränderlichen Angriffspunkte

benutzt wird. Eine Hebelwaage der letzten Art pflegt als Neigungswaage oder als Zeigerwaage bezeichnet zu werden, indem die durch einen Zeiger auf einer Skala markirte veränderliche Gleichgewichtslage des Hebels oder Hebelsystems als Maassstab des zu messenden Gewichtes dient. In den zwei ersten Fällen wird durch Aenderung des Gegengewichtes an seinem unveränderlichen Angriffspunkte, bzw. durch Aenderung des Angriffspunktes des constanten Gegengewichtes behufs der Wägung stets dieselbe Gleichgewichtslage des Hebels oder Hebelsystems herbeigeführt. Durch Verschiebung des constanten Gegengewichtes längs einer zur Ablesung dienenden Skala ist das schneller zu erreichen, als durch Aenderung der Grösse des (durch wiederholtes Probiren als Aggregat von Gewichtstücken) herzustellenden Gegengewichtes, weshalb jene unter 2) genannten Hebelwaagen als sogenannte Schnellwaagen von den unter 1) genannten als Hebelwaagen im engeren Sinne unterschieden zu werden pflegen. Indem aber der Name „Schnellwaage“ nur eine relative Bedeutung hat, weil noch schneller, als diese (freilich auch mit meistens noch geringerer Genauigkeit), Neigungs- oder Federwaagen zum Ziel führen, die nach Anhängung oder Auflegung des zu wägenden Körpers gar keiner weiteren Manipulation, sondern nur einer Ablesung nach von selbst erfolgtem Gleichgewichte bedürfen, mögen im



Folgenden die sogenannten Schnellwaagen zutreffender als Laufgewichtswaagen bezeichnet werden.\*

In allen diesen Fällen sind ferner einfache und zusammengesetzte Waagen zu unterscheiden, jenachdem die Waage aus einem blossen Hebel besteht, der mit dem Gestell ein Drehkörperpaar bildet, oder dieselbe ein Mechanismus mit selbständig geschlossener kinematischer Kette ist. Wenn auch bei der einfachen Waage ein Gehänge mit oder ohne Schale zur Aufnahme des zu wiegenden Körpers oder des Gegengewichtes, bei der Laufgewichtswaage das Laufgewicht als besonderes Glied betrachtet wird, das mit dem Waagenhebel und dem Gestell eine kinematische Kette bildet, so ist doch diese eine nur kraftschlüssige, an und für sich offene Kette.

#### §. 166. Allgemeine Erfordernisse einer Waage.

Die theoretische und experimentelle Prüfung einer Waage hat sich auf ihre Richtigkeit, Stabilität, Empfindlichkeit und Zuverlässigkeit zu erstrecken.

Die Richtigkeit der Waage verlangt eine bestimmte Gleichgewichtslage bei einem bestimmten Grössenverhältnisse der Last  $Q$ , worunter hier und im Folgenden das zu mässende Gewicht verstanden wird, und ihres Gegengewichtes  $P$ , und zwar unabhängig von den Lagen, welche beide auf den zu ihrer Aufnahme bestimmten Schalen einnehmen. Die Erfüllung jener Forderung ist bei einer Hebelwaage im weiteren Sinne, wovon hier zunächst die Rede ist, bedingt durch eine gewisse relative Lage der Axen  $A$  der Drehkörperpaare, durch welche die Glieder des Waagenmechanismus gepaart sind, oder wenigstens durch eine gewisse relative Lage dieser Axen für jeden einzelnen Hebel. Wenn aber bei gegebenem Verhältnisse  $P:Q$  innerhalb der Grenzen, für welche die Waage bestimmt ist, die Last und entsprechend ihr Gegengewicht verändert werden, so ändern sich damit die elastischen Deformationen der Glieder, die deshalb entweder auf die der Richtigkeit entsprechende relative Lage der Axen  $A$  ohne Einfluss sein oder in Folge entsprechender Herstellung dieser Glieder so gering sein müssen, dass jener Einfluss mit Rücksicht auf

\* Brauer gebraucht für die Waagensysteme unter 1), 2), 3) die Benennungen: Gewichtswaage, Armwaage, Neigungswaage, deren erstere jedoch auch nicht ganz zutreffend das Wesen der Sache ausdrücken.



den Zweck der Waage zu vernachlässigen ist. Dasselbe gilt vom Einflusse der Temperatur auf die Dimensionen der Glieder.

Die Stabilität des Gleichgewichtes einer Waage wird dadurch erkannt, dass sie, durch eine vorübergehend wirkende Kraft etwas aus der Gleichgewichtslage entfernt und dann dem Einflusse der dauernd an ihr angreifenden Kräfte überlassen, nach einigen Schwingungen in die vorige (bezw. eine sehr wenig davon abweichende) Gleichgewichtslage zurückkehrt. Sofern die dauernd angreifenden äusseren Kräfte Schwerkräfte sind, ist es zur Stabilität einer Gleichgewichtslage nöthig, dass in derselben der Mittelpunkt fraglicher paralleler Kräfte eine tiefste Lage hat und dass somit die Störung des Gleichgewichtes einen Aufwand von mechanischer Arbeit erfordert.

Die Empfindlichkeit einer Waage bei einer gewissen Grösse der Last  $Q$  pflegt durch den reciproken Werth  $\varepsilon$  des Bruches  $\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{1}{\varepsilon}$  gemessen zu werden, wenn  $\Delta Q$  die kleinste Aenderung von  $Q$  bedeutet, die bei unverändertem Gegengewichte  $P$  eine noch deutlich erkennbare Aenderung der Gleichgewichtslage zur Folge hat. Diese deutliche Erkennbarkeit erfordert eine gewisse von den vorhandenen und angewendeten Beobachtungsmitteln abhängige Minimalgrösse des Winkels  $\Delta\varphi$ , um welchen ein Hebel der Waage in Folge der Laständerung  $\Delta Q$  gedreht wird. Indem aber dieser Winkel  $\Delta\varphi$  nicht ein constantes Verhältniss zu dem Bruche  $\frac{\Delta Q}{Q}$  zu haben braucht, sondern auf andere Weise von  $Q$  und  $\Delta Q$  abhängen kann, ist auch die Empfindlichkeit einer Waage bei verschiedenen Belastungen  $Q$  im Allgemeinen verschieden, und wird deshalb unter ihrer Empfindlichkeit schlechtweg diejenige verstanden, welche der Maximalbelastung entspricht. Bei der Unbestimmtheit des Begriffes einer „deutlichen“ Erkennbarkeit ist übrigens diese Empfindlichkeit  $\varepsilon$  eine nicht mathematisch bestimmt definirte Grösse, die ausserdem von den Hilfsmitteln zur Beobachtung eines sogenannten Ausschlagwinkels  $\Delta\varphi$ , also von Umständen abhängt, die der Waage an sich zum Theil fremd sein können. Das mathematisch bestimmte und nur die Waage selbst charakterisirende Maass ihrer Empfindlichkeit ist vielmehr der Ausschlagwinkel  $\Delta\varphi$ , der einem bestimmten aliquoten Theile der Last  $Q$  als zusätzlicher Last  $\Delta Q = \frac{1}{\varepsilon} Q$  entspricht und welcher deshalb mit Brauer als Empfindlichkeitswinkel bezeichnet werde. Die Empfindlichkeit ist dem Empfindlichkeitswinkel proportional.



Die Zuverlässigkeit einer Wägung kann auch, abgesehen von der beschränkten Empfindlichkeit, schon deshalb keine vollkommene sein, weil die Gleichgewichtslage der Waage bei einer gewissen Belastung zwischen zwei Grenzlagen, die den im einen oder anderen Sinne entwickelten Reibungen entsprechen, zufällig und schwankend ist. Wenn bei der Belastung  $Q$  von der mittleren oder reibungslosen Gleichgewichtslage aus jene zwei Grenzlagen durch Drehung eines Hebels  $H$  der Waage um den Winkel  $\Delta\varphi_1$  im einen oder anderen Sinne erreicht werden, und wenn  $\Delta\varphi$  der Winkel ist, um welchen derselbe Hebel durch die zusätzliche Last  $\Delta Q$  gedreht würde, falls bei beiden Belastungen  $Q$  und  $Q + \Delta Q$  die gleiche Art des Gleichgewichtszustandes, z. B. in beiden Fällen der mittlere, reibungslose Gleichgewichtszustand stattfände, so können sich thatsächlich wegen der Reibungen, wenn sie bei der Belastung  $Q$  im einen, bei der Belastung  $Q + \Delta Q$  im anderen Sinne entwickelt sind, die betreffenden am Hebel  $H$  gemessenen Lagen um  $\Delta\varphi + 2\Delta\varphi_1$  unterscheiden, und entspricht somit die kleinste Belastungsänderung, welche eine noch deutlich und zuverlässig erkennbare Änderung der Gleichgewichtslage bewirkt, einem Empfindlichkeitswinkel  $> 2\Delta\varphi_1$ . Die Reibungen der Drehkörperpaare, durch welche die Glieder des Waagenmechanismus zusammenhängen, beschränken also mit der Zuverlässigkeit zugleich auch die Empfindlichkeit der Waage.

Der Einfluss jenes von der Reibung herrührenden Unzuverlässigkeitswinkels  $\Delta\varphi_1$  kann freilich dadurch eliminirt werden, dass man den Ruhezustand der Waage bei einer gewissen Belastung gar nicht abwartet, vielmehr sie schwingen lässt und dabei die Winkel  $= \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  beobachtet, um welche der betreffende Hebel  $H$  bei drei aufeinander folgenden Grenzlagen  $L_1, L_2, L_3$  (Lagen augenblicklicher Ruhe zwischen zwei entgegengesetzt gerichteten einfachen Schwingungen) von einer beliebig bestimmten Lage  $L$  abweicht, um daraus den Winkel  $= x$  abzuleiten, um welchen von derselben Lage  $L$  der Hebel  $H$  bei der betreffenden Belastung in seiner mittleren (reibungslosen) Gleichgewichtslage abweichen würde, falls dieselbe genau herbeigeführt und beobachtet werden könnte. Sind nämlich  $\alpha, \beta, \gamma$  die kleinen, absolut verstandenen Neigungswinkel des Hebels  $H$  in den Lagen  $L_1, L_2, L_3$  gegen seine mittlere Gleichgewichtslage, so ist  $\alpha > \beta > \gamma$  und

$$\varphi_1 = x \pm \alpha, \quad \varphi_2 = x \mp \beta, \quad \varphi_3 = x \pm \gamma \dots \dots \dots (1),$$

wo entweder alle oberen oder alle unteren Vorzeichen gleichzeitig gelten. Nun durchläuft der Mittelpunkt  $S$  der an der Waage angreifenden



Schwerkräfte, der bei der mittleren Gleichgewichtslage der Waage eine tiefste Lage  $S_0$  hat, bei den fraglichen kleinen Schwingungen sehr flache Bögen, die durch Bögen des verticalen Krümmungskreises der Bahn für den Punkt  $S_0$  ersetzt werden können, so dass, unter  $\rho$  den Krümmungsradius verstanden, die den Lagen  $L_1, L_2, L_3$  entsprechenden Höhen des Punktes  $S$  über  $S_0$  bezw.

$$= \rho(1 - \cos \alpha), \quad \rho(1 - \cos \beta), \quad \rho(1 - \cos \gamma)$$

oder nahe proportional  $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$  sind. Ist also  $C$  eine Constante und  $R$  die gleichfalls constant zu setzende Gesamtreibung, reducirt auf den Abstand  $=1$  von der Drehungsaxe des Hebels  $II$ , so sind die resultirenden Arbeiten der Schwerkräfte und Reibungen für den Uebergang der Waage aus der Lage  $L_1$  in  $L_2$ , sowie aus  $L_2$  in  $L_3$  bezw.

$$= C(\alpha^2 - \beta^2) - R(\alpha + \beta)$$

und

$$= C(\beta^2 - \gamma^2) - R(\beta + \gamma)$$

zu setzen, und da die eine wie die andere Arbeit  $=$  Null sein muss, ergibt sich

$$\frac{R}{C} = \alpha - \beta = \beta - \gamma, \text{ folglich } \frac{\alpha + \gamma}{2} - \beta = 0$$

und damit aus den Gleichungen (1):

$$\frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2} + \varphi_2 = 2x \pm \left( \frac{\alpha + \gamma}{2} - \beta \right) = 2x$$

$$x = \frac{\varphi_1 + 2\varphi_2 + \varphi_3}{4} \dots \dots \dots (2).$$

Uebrigens ist dieses Verfahren zur Bestimmung der mittleren Gleichgewichtslage für eine gewisse Belastung in der Regel nur bei Wägungen mit feineren Waagen zu wissenschaftlichen Zwecken geeignet, und bleibt es in allen Fällen wünschenswerth, die Reibungen so viel wie möglich zu verkleinern. Das geschieht dadurch, dass die bei Waagenmechanismen als Elementenpaare fast ausschliesslich vorkommenden Drehkörperpaare nicht als Umschlusspaare, sondern kraftschlüssig als Keilschneiden mit zugehörigen Pfannen (Fig 27, b in §. 27) ausgeführt werden, was besonders dann immer zulässig ist, wenn die Waage eine nur kleine Beweglichkeit zu haben braucht, indem sie als Hebelwaage im engeren Sinne oder als Laufgewichtswaage behufs einer Wägung immer in dieselbe Gleichgewichtslage gebracht wird. Diese Keilschneiden und Pfannen werden aus hartem Material gefertigt, gewöhnlich aus gehärtetem Stahl, bei feinen Präcisionswaagen zu wissenschaftlichen Zwecken auch wohl



aus hartem Stein (Achat oder Bergkrystall); der Keilwinkel pflegt zwischen  $60^{\circ}$  und  $90^{\circ}$  zu liegen. Eine mathematisch scharfkantige Schneide ist natürlich nicht herstellbar, auch bewirkt die Belastung eine Abplattung derselben, sowie einen entsprechenden Eindruck der Pfanne. Es ist deshalb thatsächlich der Keil als durch eine Cylinderfläche von sehr kleinem Radius begrenzt und deren Krümmungsaxe als die Axe  $A$  des betreffenden Drehkörperpaares zu betrachten. Wenn dann ein solcher Keil nach Art von Fig. 27,  $b$  in einer hohlkeilförmigen Pfanne ruht, deren Keilwinkel natürlich dem verlangten Beweglichkeitsgrade entsprechend grösser, als der Winkel des convexen Keils sein muss, so ist die relative Bewegung immerhin noch eine gleitende, mit einer Art von kleiner Zapfenreibung verbundene. Wenn aber die Pfanne ebenflächig begrenzt wird, so ist die Reibung eine noch kleinere Walzenreibung und diese Construction somit bei Präcisionswaagen vorzuziehen, falls die Verticalebene  $V$ , welche durch die Axe  $A$  und durch die jeweilige Berührungslinie (Berührungsfläche von verschwindend kleiner Breite) beider Elemente hindurchgeht, behufs Richtigkeit der Waage nicht auch durch eine bestimmte Gerade der Pfanne beständig hindurchgehen muss, wie es besonders dann nicht der Fall zu sein pflegt, wenn, wie gewöhnlich, der Keil fest mit dem Hebel verbunden ist, während die Pfanne entweder dem Gestelle oder einer Zugstange, dem Gehänge einer Waagschale etc. angehört, wodurch die betreffende Kraft auf den Hebel übertragen wird.

Zur Schonung der Schneiden darf ihre Belastung pro Längeneinheit gewisse Grenzen nicht überschreiten. Bei passender Länge dieser Schneiden sind also die beweglichen Glieder der Waage so leicht zu construiren, wie es mit Rücksicht auf ihre Anstrengung und namentlich auf ihre Deformation durch die Maximalbelastung thunlich ist. Zu weiterer Schonung beim Nichtgebrauche sowie beim Auf- und Absetzen der Last dienen Arretirungs- und event. Entlastungsvorrichtungen, d. h. Einrichtungen, durch welche die Beweglichkeit der Waage aufgehoben werden kann und event. zugleich Schneiden und Pfannen ausser Berührung gebracht werden können.

Der durch die besprochenen Hilfsmittel möglichst verkleinerte Reibungswiderstand einer Waage kann nur empirisch, durch experimentelle Bestimmung des Unzuverlässigkeitswinkels  $\Delta\varphi_1$  ermittelt werden. Die theoretische Untersuchung der Eigenschaften einer Waage hat deshalb von den Reibungswiderständen zu abstrahiren, und ist dann die Empfindlichkeit ebenso wie die Richtigkeit bei gegebenen Grössen und Angriffsweisen der wirksamen Kräfte nur von der relativen Lage der Keil-



schneiden, überhaupt der Axen aller vorhandenen Drehkörperpaare abhängig.

Der von einer Pfanne auf den Keil oder umgekehrt übertragene Druck ist im Allgemeinen nicht gleichförmig längs der Schneide vertheilt, die Lage des betreffenden Druckmittelpunktes vielmehr von zufälligen Umständen abhängig. Nun ist es aber eigentlich die relative Lage dieser Druckmittelpunkte, wodurch die Richtigkeit und die Empfindlichkeit der Waage bedingt werden, so dass, damit diese Eigenschaften durch solche Zufälligkeiten nicht beeinträchtigt werden, alle Punkte jeder Schneide eines Waagenhebels dieselbe Lage gegen alle anderen Schneiden desselben haben und somit alle Schneiden desselben Hebels parallel sein müssen. Wären sie dabei gegen den Horizont geneigt, so wären zwar relative Gleitungen der Keile gegen die Pfannen im Sinne der Schneiden infolge der wirksamen Schwerkkräfte durch Stossplatten zu verhindern, jedoch nur in Begleitung entbehrlicher und schädlicher zusätzlicher Reibungen. Somit ergibt sich die Regel, dass alle Keilschneiden eines Hebels parallel und horizontal sein sollen. Um dieser Bedingung so vollkommen wie möglich zu genügen und ausserdem die Lagen der parallel gemachten horizontalen Schneiden so zu reguliren, dass sie den Anforderungen der Richtigkeit und der Empfindlichkeit entsprechen, sind bei feinen Waagen besondere Justirungseinrichtungen vorhanden.

#### a. Hebelwaagen im engeren Sinne.

##### 1. Einfache Hebelwaage.

Diese Waage besteht aus einem einzelnen Hebel, dem sogenannten Waagebalken mit 3 Keilschneiden; durch die Mittelschneide wird er, etwas drehbar um dieselbe, von einer am Gestell festen Pfanne unterstützt, während die Endschneiden die zur Aufnahme der Last und des Gegengewichtes dienenden Waageschalen tragen. Alle 3 Schneiden sollen parallel und horizontal sein (§. 166); fast immer werden sie ausserdem so angeordnet, dass in der zur Wägung herbeizuführenden Gleichgewichtslage die durch die Endschneiden gehenden Verticalebenen von der durch die Mittelschneide gehenden auf entgegengesetzten Seiten gleich weit entfernt sind, gleichen Grössen der Last und des Gegengewichtes entsprechend. Eine solche sogenannte gleicharmige Waage



ist sowohl ihrer Einfachheit wegen die gewöhnlichste Handelswaage, als auch, weil sie bei sorgfältiger Ausführung die grösste Genauigkeit zulässt, die zu wissenschaftlichen Zwecken fast ausschliesslich benutzte Waage. Nur sie wird im Folgenden als einfache Hebelwaage berücksichtigt.

§. 167. Herstellungsgesetze der gleicharmigen Waage.

Während die Keilschnitten des Waagebalkens als genau parallel und horizontal angenommen werden, sei im Uebrigen zunächst eine mit gewissen Fehlern behaftete Waage vorausgesetzt, um den Einfluss derselben zu erkennen. Die Ebene der Figur 183 sei die durch den Schwerpunkt  $B$  des Waagebalkens gehende Verticalebene, welche die Mittelschneide  $O$  und die Endschnitten  $A, A_1$  in den ebenso bezeichneten Punkten der Figur rechtwinklig trifft.  $C$  ist der Durchschnittspunkt der Geraden  $AA_1$  und  $BO$ ,  $OG$  die Verlängerung von  $BO$ ,  $CN$  normal zu  $AA_1$ ,  $OV$  und  $CV'$  vertical,  $OZ$  ein auf einer kreisbogenförmigen Theilung zum Mittelpunkte  $O$  spielender Zeiger,  $OD$  die Richtung von  $O$  nach dem Nullpunkte dieser Theilung. Es sei dann:

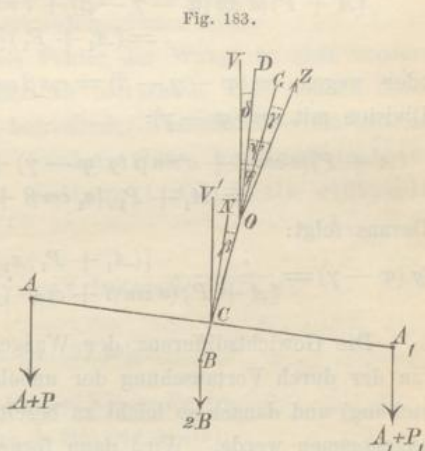


Fig. 183.

$A$  das Gewicht,  $P$  die Belastung der an der Schneide  $A$  hängenden Waageschale,

$A_1$  das Gewicht,  $P_1$  die Belastung der an der Schneide  $A_1$  hängenden Schale,

$2B$  das Gewicht des Waagebalkens; ferner seien die Längen:

$$CA = a, \quad CA_1 = a_1, \quad OB = b, \quad OC = c,$$

die letzteren zwei algebraisch verstanden und zwar positiv, wenn, wie in der Figur, der Punkt  $B$  bzw.  $C$  unter  $O$  liegt, und die Winkel:

$$NCO = \beta, \quad GOZ = \gamma, \quad DOV = \delta,$$

sowie die dem Gleichgewichtszustande bei der vorausgesetzten Belastung



entsprechenden Winkel:

$$VOZ = \varphi, \quad DOZ = \psi.$$

Die Grössen:  $a_1 - a$ ,  $A_1 - A$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  sollten eigentlich = Null sein, sind also Fehler, die als sehr klein vorausgesetzt werden können, so dass bei ausserdem sehr kleinem Unterschiede der Belastungen  $P, P_1$  auch die Winkel  $\varphi$  und  $\psi$  sehr klein sind. Mit Rücksicht darauf, dass

$$\text{Winkel } V'CO = VOG = \varphi - \gamma,$$

$$\text{also Winkel } V'CN = \varphi - \gamma - \beta$$

und letzterer = dem Neigungswinkel von  $AA_1$  gegen den Horizont ist, ergibt sich nun als Bedingungsgleichung des Gleichgewichtes:

$$\begin{aligned} (A + P)[a \cos(\varphi - \gamma - \beta) + c \sin(\varphi - \gamma)] + 2Bb \sin(\varphi - \gamma) \\ = (A_1 + P_1)[a_1 \cos(\varphi - \gamma - \beta) - c \sin(\varphi - \gamma)] \end{aligned}$$

oder wegen  $\cos(\varphi - \gamma - \beta) = \cos \beta \cos(\varphi - \gamma) + \sin \beta \sin(\varphi - \gamma)$  nach Division mit  $\cos(\varphi - \gamma)$ :

$$\begin{aligned} (A + P)[a \cos \beta + a \sin \beta \operatorname{tg}(\varphi - \gamma) + c \operatorname{tg}(\varphi - \gamma)] + 2Bb \operatorname{tg}(\varphi - \gamma) \\ = (A_1 + P_1)[a_1 \cos \beta + a_1 \sin \beta \operatorname{tg}(\varphi - \gamma) - c \operatorname{tg}(\varphi - \gamma)]. \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\operatorname{tg}(\varphi - \gamma) = \frac{[(A_1 + P_1)a_1 - (A + P)a] \cos \beta}{(A + P)(a \sin \beta + c) - (A_1 + P_1)(a_1 \sin \beta - c) + 2Bb} \quad (1).$$

Die Gewichts-differenz der Waageschalen ist so leicht zu erkennen (an der durch Vertauschung der unbelasteten Schalen geänderten Zeigerstellung) und danach so leicht zu beseitigen, dass von vorn herein  $A_1 = A$  angenommen werde. Wird dann ferner

$$P_1 = P + p \quad \text{und} \quad a_1 = (1 + \alpha)a$$

gesetzt, unter  $\alpha$  einen positiven oder negativen kleinen Bruch und unter  $p$  ein kleines Zulagegewicht auf der an der Schneide  $A_1$  hängenden Schale zu ihrer der anderen Schalenbelastung vorher gleichen Belastung  $P$  verstanden, so ist

$$(A_1 + P_1)a_1 - (A + P)a = pa + (A + P + p)\alpha a,$$

also nach Gl. (1), wenn ausserdem wegen Kleinheit der Winkel  $\varphi - \gamma$  und  $\beta$  mit Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung

$$\operatorname{tg}(\varphi - \gamma) = \varphi - \gamma = \psi + \delta - \gamma, \quad \cos \beta = 1, \quad \sin \beta = \beta$$

gesetzt wird:

$$\psi + \delta - \gamma = \frac{[p + (A + P + p)\alpha]a}{-[p + (A + P + p)\alpha]a\beta + (2A + 2P + p)c + 2Bb}$$



In dieser Gleichung sind  $p, b, c, \alpha, \beta, \gamma, \delta$  kleine Grössen; durch Weglassung der Glieder, welche zwei derselben als Factoren enthalten und somit kleine Grössen höherer Ordnung sind, erhält sie die Form:

$$\psi = \frac{1}{2} \frac{p + (A + P)\alpha}{(A + P)c + Bb} a + \gamma - \delta \dots \dots \dots (2)$$

als Ausdruck für den Winkel, unter welchem die Zeigerrichtung  $OZ$  gegen die nach dem Nullpunkte der Theilung gehende Richtung  $OD$  geneigt ist. Der fehlerhafte Winkel  $\beta$ , weil aus der Gleichung verschwunden, ergibt sich dadurch als von untergeordnetem Einflusse; es ist das ein schätzbarer Umstand, weil wegen der Schwierigkeit, der kleinen Strecke  $OB = b$  eine bestimmt vorgezeichnete Richtung zu geben, dieser Fehler kaum ganz vermieden werden kann.

Die Winkel  $\gamma, \delta$  sind nicht als Fehler der Waage an sich, sondern nur als Aufstellungsfehler derselben zu betrachten. Sie können durch eine solche Aufstellung (mit Hülfe betreffender Fusschrauben am Gestelle einer feineren Waage) beseitigt werden, dass bei unbelasteten Schalen der Zeiger auf den Nullpunkt der Skala einspielt, dass also nach Gl. (2):

$$0 = \frac{1}{2} \frac{A\alpha}{Ac + Bb} a + \gamma - \delta$$

ist, woraus durch Subtraction von Gl. (2) folgt:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{1}{2} \frac{(p + P\alpha)(Ac + Bb) - PcA\alpha}{[(A + P)c + Bb](Ac + Bb)} a \\ &= \frac{1}{2} \frac{(Ac + Bb)p + BbP\alpha}{[(A + P)c + Bb](Ac + Bb)} a \dots \dots \dots (3). \end{aligned}$$

Wäre  $\alpha = 0$ , so wäre für  $p = 0$  auch  $\psi = 0$  für jeden Werth von  $P$ , d. h. es würde der Zeiger bei beliebiger gleicher Belastung der Schalen auf den Nullpunkt der Skala einspielen ebenso wie bei unbelasteten Schalen; auch würde  $\psi$  in  $-\psi$  übergehen, d. h. der Ausschlagwinkel im entgegengesetzten Sinne gleich gross sein, wenn entsprechend dem Ersatze von  $p$  durch  $-p$  das kleine Zulagegewicht von der einen auf die andere Schale übertragen wird. Daran, dass das eine oder andere thatsächlich nicht der Fall ist, wird die Ungleichheit der Armlängen, nämlich der Fehler  $\alpha$  erkannt, der bei feinen Waagen durch Justirung der Endschnitten mit Hülfe von Stellschrauben beseitigt werden kann.



Im Falle  $\alpha = 0$  ist  $\psi$  der im vorigen Paragraph mit  $\Delta\varphi$  bezeichnete, durch das Zulagegewicht  $p$  allein bewirkte Ausschlagwinkel, und wenn dann ausserdem  $p$  als aliquoter Theil der jeweiligen Belastung  $P$  ausgedrückt  $= \frac{1}{\varepsilon} P$  gesetzt wird, folgt aus Gl. (3):

$$\Delta\varphi = \frac{1}{2\varepsilon} \frac{Pa}{(A+P)c + Bb} \dots\dots\dots (4)$$

Bei dieser Entwicklung sind die drei Schneiden als genau parallel vorausgesetzt worden. Dass aber eine Endschneide der Mittelschneide parallel ist, erkennt man durch eine solche Versetzung der Last auf der daran hängenden Schale, dass der Druckmittelpunkt in der Schneiden ein mal möglichst nahe an ihr eines, das andre mal an ihr anderes Ende gerückt wird. Bei einer Abweichung vom Parallelismus in horizontalem Sinne würden in beiden Fällen die betreffenden Armlängen  $a$  etwas verschieden sein, und würde somit dieser Fehler ebenso erkannt werden, wie es soeben bezüglich des Fehlers  $\alpha$  bemerkt wurde. Bei einer Abweichung vom Parallelismus im verticalen Sinne wäre  $e$  in beiden Fällen etwas verschieden, somit auch  $\Delta\varphi$  nach Gl. (4) unter sonst gleichen Umständen. Uebrigens kann ein Parallelismusfehler dadurch weniger schädlich gemacht werden, dass die Endschneide zunächst ein Gehänge und dieses die Waagschale trägt vermittels einer Keilschneide  $A'$ , die gegen jene Endschneide  $A$  rechtwinklig gekreuzt ist; eine Lagenänderung des Druckmittelpunktes in  $A'$  ist dann ohne Einfluss auf seine Lage in  $A$ .

In dem Ausdrücke (4) des dem Uebergewichte  $\Delta P = p = \frac{1}{\varepsilon} P$  entsprechenden Ausschlagwinkels  $\Delta\varphi$  soll zwar behufs grösstmöglicher Empfindlichkeit der Waage der Nenner möglichst klein sein, doch muss er stets einen endlichen positiven Werth behalten, damit  $\Delta\varphi$  (eigentlich  $t\varphi$ ) nicht beliebig gross werden könne, entsprechend einem Umschlagen des Waagebalkens, d. i. einem indifferenten oder labilen Gleichgewichte. In der That wird durch die Bedingung:

$$(A+P)c + Bb > 0 \dots\dots\dots (5),$$

worin  $b$  und  $c$  algebraisch und zwar im Sinne von  $O$  abwärts positiv verstanden sind, die Stabilität des Gleichgewichtes charakterisirt, nämlich ausgedrückt, dass der Mittelpunkt der in  $A, A_1$  und  $B$  angreifenden Schwerkraften  $A+P, A+P, 2B$  unter der Mittelschneide liegt und somit bei horizontalem Waagebalken eine tiefste Lage hat.

Um nun aber jener für eine berichtigte gleicharmige Waage gültigen Gleichung (4) mit Rücksicht auf die Bedingung (5) die Construc-



tionsregeln zu entnehmen, durch welche unbeschadet der Stabilität grösstmögliche Empfindlichkeit der Waage gewährleistet wird, muss berücksichtigt werden, dass die Strecken  $b$  und  $c$  nicht constant, sondern wegen der Deformation des Waagebalkens durch seine Belastung von dieser abhängig sind. Sind auch die fraglichen Aenderungen von  $b$  und  $c$  an und für sich nur sehr klein, so können sie doch im Verhältnisse zu diesen selbst sehr kleinen Strecken erheblich und somit auf die Eigenschaften der Waage von wesentlichem Einflusse sein. Jedenfalls sind die Aenderungen von  $b$  und  $c$  der Belastung  $P$  proportional, so dass

$$b = b_0 + mP \quad \text{und} \quad c = c_0 + nP \dots\dots\dots (6)$$

gesetzt werden kann, unter  $b_0$  und  $c_0$  die Werthe von  $b$  und  $c$  verstanden, die der Belastung des Waagebalkens nur durch sein Eigengewicht und durch die Schalen entsprechen, während  $m$  und  $n$  vom Material und von den Dimensionen des Waagebalkens abhängen und  $m < n$  ist. Die Einsetzung in (4) und (5) ergibt den Empfindlichkeitswinkel:

$$A\varphi = \frac{1}{2\varepsilon} \frac{Pa}{Ac_0 + Bb_0 + (c_0 + nA + mB)P + nP^2} \dots\dots (7)$$

und die Stabilitätsbedingung:

$$f(P) = Ac_0 + Bb_0 + (c_0 + nA + mB)P + nP^2 > 0 \dots\dots (8)$$

Damit letztere für jeden Werth von  $P$  erfüllt sei, muss das Minimum von  $f(P) > 0$  sein. Dieses Minimum entspricht  $P = 0$ , wenn

$$c_0 + nA + mB \geq 0$$

ist. Anderenfalls entspricht es der Belastung:

$$P = P_1 = -\frac{c_0 + nA + mB}{2n} \dots\dots\dots (9)$$

und ergibt sich damit

$$= Ac_0 + Bb_0 - nP_1^2 = Ac_0 + Bb_0 - \frac{(c_0 + nA + mB)^2}{4n}$$

Die Stabilität erfordert also solche Werthe von  $b_0, c_0$ , für welche

$$\left. \begin{aligned} c_0 + nA + mB \geq 0 \quad \text{und} \quad Ac_0 + Bb_0 > 0 \\ \text{oder} \quad c_0 + nA + mB < 0 \quad \text{und} \quad Ac_0 + Bb_0 > \frac{(c_0 + nA + mB)^2}{4n} \end{aligned} \right\} (10)$$

ist. Im zweiten Falle ist vorausgesetzt, dass  $P_1$  nach Gl. (9) sich kleiner ergibt, als die Maximalbelastung  $P'$ , für welche die Waage bestimmt ist, widrigenfalls die Erfüllung der Ungleichung (8) bei Substitution von  $P'$  für  $P$  genügend sein würde.



Behufs grösstmöglicher Empfindlichkeit sind nun nach Gl. (7) die Grössen  $b_0, c_0$  so klein zu machen, wie es die Stabilitätsbedingungen gestatten. Der Schwerpunkt  $B$  des Waagebalkens soll noch etwas unter der Mittelschneide  $O$  liegen, damit der Balken bei horizontaler Lage auch ohne Schalen in stabilem Gleichgewichte sei. Durch die Anhängung der Schalen rückt  $B$  noch etwas weiter herunter, so dass dann  $b_0$  jedenfalls eine positive kleine Grösse ist, während  $c_0$  unbeschadet der Stabilität  $= 0$  oder selbst bei sehr kleiner absoluter Grösse negativ sein, d. h. die Mittelschneide etwas unter der Ebene durch die Endschneiden liegen kann.

In welchem Maasse eine gegebene Waage diesen Anforderungen genügt, kann nicht durch Messung der kleinen Grössen  $b_0, c_0$  geprüft werden. Wenn aber die Ausschlagwinkel  $\Delta\varphi$  beobachtet sind, welche gewissen kleinen Zulagegewichten  $\Delta P = \frac{1}{\varepsilon} P$  auf der einen Schale bei drei verschiedenen, vorher gleichen Belastungen  $P$  auf beiden Schalen entsprechen, erhält man durch Einsetzung in Gl. (7), nämlich in:

$$Ac_0 + Bb_0 + (c_0 + nA + mB)P + nP^2 = \frac{a \Delta P}{2 \Delta\varphi}$$

drei Gleichungen zur Berechnung der drei Unbekannten:

$$Ac_0 + Bb_0, \quad c_0 + nA + mB, \quad n.$$

Dadurch würden die Grössen  $b_0, c_0$  bestimmt sein, wenn noch das Verhältniss  $\frac{m}{n}$  bekannt wäre. Letzteres kann mit Rücksicht auf die jeweilige Form des Waagebalkens näherungsweise berechnet und im Durchschnitt etwa  $= 0,2$  gesetzt werden, genau entsprechend der Voraussetzung eines Balkens von rechteckigem Querschnitte constanter Breite und so veränderlicher Höhe, dass die Biegungsspannung, welche durch die am Ende angreifenden Kräfte  $A + P$  verursacht wird, in allen Querschnitten gleich ist.\*

Wie die Empfindlichkeit von der Belastung  $P$  abhängt, lässt Gl. (7) unmittelbar erkennen. Insbesondere zeigt sie, dass der

\* Brauer in seiner Schrift „die Construction der Waage“, S. 30, vermeidet die hier in Rede stehende Schwierigkeit dadurch, dass er bei Vernachlässigung von  $A$  zugleich stillschweigend  $m = 0$  annimmt. In der That aber kann (wegen  $B > A$ )  $mB$  eine mit  $nA$  vergleichbare Grösse oder gar  $> nA$ , sowie auch (wegen  $c_0$  nahe  $= 0$ )  $nA + mB$  eine mit  $c_0$  vergleichbare Grösse oder gar  $> c_0$  sein.



durch einen bestimmten aliquoten Theil dieser Last als einseitiges Uebergewicht verursachte Ausschlagwinkel  $\Delta\varphi$  am grössten ist, wenn

$$\frac{Ac_0 + Bb_0}{P} + nP$$

ein Minimum, wenn also

$$-\frac{Ac_0 + Bb_0}{P^2} + n = 0 \quad \text{oder} \quad P = \sqrt{\frac{Ac_0 + Bb_0}{n}} \dots \dots (11)$$

ist. Ist dieses  $P$  grösser, als die Maximallast  $P'$  der Waage, so nimmt ihre Empfindlichkeit beständig mit der Belastung zu.

Was den Einfluss von  $B$  auf die Empfindlichkeit betrifft, so ergibt sich aus Gl. (7), dass  $\Delta\varphi$  um so grösser, je kleiner  $B$ , dass also der Waagebalken möglichst leicht zu machen ist. Uebrigens hängt das Gewicht desselben mit seiner Länge zusammen, und da auch  $m$  und  $n$  von dieser abhängen, so ist die Beziehung zwischen dem Empfindlichkeitswinkel  $\Delta\varphi$  und der Länge  $a$  nicht ohne Weiteres aus Gl. (7) erkennbar. In der That wird diese Beziehung bedingt durch die Art, wie bei Balken von verschiedenen Längen zugleich die Querschnittsdimensionen verschieden sind. Wenn alle solche Balken von einerlei Material und insofern von einerlei Form vorausgesetzt werden, als ihre homologen Querschnitte ähnlich sind und nach einerlei Gesetz von der Mitte gegen die Enden hin abnehmen, so ist, wenn  $e$  eine Querschnittsdimension an bestimmter Stelle, z. B. im mittleren Querschnitte bedeutet, die Anstrengung (Maximalspannung) des Materials durch dieselbe Belastung bekanntlich proportional  $\frac{a}{e^3}$ , und wenn diese Anstrengung bei allen Balken

gleich sein soll, muss  $e$  proportional  $a^{\frac{1}{3}}$  sein. Somit ergibt sich  $B$  proportional  $ae^2$  proportional  $a^{\frac{5}{3}}$ , während nach bekannten Gesetzen der Elasticitätslehre

$$m \text{ und } n \text{ proportional } \frac{a^3}{e^4} \text{ auch proportional } a^{\frac{5}{3}}$$

werden, so dass gesetzt werden kann:

$$B = xa^{\frac{5}{3}}, \quad m = ya^{\frac{5}{3}}, \quad n = za^{\frac{5}{3}},$$

unter  $x, y, z$  Factoren verstanden, die vom Material und von der Form abhängen, von der Länge  $a$  aber unabhängig sind. Mit Rücksicht auf diese Ausdrücke von  $B, m, n$  ergibt sich dann der Empfindlichkeits-



winkel  $\Delta\varphi$  nach Gl. (7) umgekehrt proportional dem Werthe des Ausdrucks:

$$\frac{Ac_0}{a} + xb_0 a^{\frac{2}{3}} + \left( \frac{c_0}{a} + zAa^{\frac{2}{3}} + xy a^{\frac{7}{3}} \right) P + za^{\frac{2}{3}} P^2,$$

welcher mit  $a$  wächst, da  $c_0 = 0$  oder negativ, jedenfalls absolut genommen sehr klein ist. Die Empfindlichkeit wird also durch Verkürzung des Waagebalkens erhöht.

Für solche Verkürzung spricht auch der Umstand, dass dadurch die Schwingungsdauer der Waage verkleinert wird, deren beträchtliche Grösse besonders bei grosser Empfindlichkeit das Wägungsverfahren sehr zeitraubend macht. Die Dauer einer einfachen Schwingung ist bekanntlich:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \dots \dots \dots (12),$$

unter  $l$  den Quotienten aus dem Trägheitsmomente für die Schwingungsaxe  $O$  durch das Produkt aus Masse und Schwerpunktsabstand von dieser Axe verstanden. Indem dabei hier die Massen der Belastungen  $A + P$  der Endschneiden wie in diesen concentrirte Massen zu rechnen sind, ist, unter  $\frac{2B}{g} k^2$  das Trägheitsmoment des Waagebalkens selbst verstanden,

$$l = \frac{2(A+P)a^2 + 2Bk^2}{2(A+P)c + 2Bb} = \frac{(A+P)a^2 + Bk^2}{(A+P)c + Bb} \dots \dots (13)$$

oder nach Gl. (4) mit  $AP = \frac{1}{\varepsilon} P$ :

$$\begin{aligned} l &= \frac{2}{a} \left[ (A+P)a^2 + Bk^2 \right] \frac{\Delta\varphi}{\Delta P} \\ &= 2a \left( A + P + B \frac{k^2}{a^2} \right) \frac{\Delta\varphi}{\Delta P} \dots \dots \dots (14). \end{aligned}$$

Hiernach ist  $l$  und somit  $t$  um so grösser, je grösser  $\frac{\Delta\varphi}{\Delta P}$ , d. h. je empfindlicher die Waage ist. Bei gegebener Empfindlichkeit ist aber  $t$  um so kleiner, je kleiner  $A$ ,  $B$ ,  $\frac{k}{a}$  und  $a$ , je leichter also die Schalen sind, je leichter der Waagebalken und je mehr seine Masse gegen die Mittelschneide hin zusammengedrängt, insbesondere aber je kürzer der Waagebalken ist.

Anders verhält es sich freilich bezüglich auf die Richtigkeit und die Zuverlässigkeit einer Waage, so dass doch nicht unbedingt der

kleinst  
im Pa  
wodu  
verhä  
grösse  
Schne  
ändere  
diesell

propor  
heiten

gesetz  
ändere  
gewich  
(§. 164  
Wider  
tische  
durch

I  
ihrer  
durch  
genan

dass  $\frac{1}{\varepsilon}$

beiders  
Aussch  
Erken

wegung  
soll, s  
Analy  
fast un  
gulirun

Fig. 14  
OB lie  
bung i  
sehr a  
von  $\varepsilon$



kleinstmögliche Balken als bester bezeichnet werden kann. Denn Fehler im Parallelismus und in den gegenseitigen Entfernungen der Schneiden, wodurch die Richtigkeit vorzugsweise beeinträchtigt werden kann, sind verhältnissmässig um so kleiner, also um so weniger schädlich, je grösser die Balkenlänge ist. Was aber die Reibungswiderstände der Schneiden betrifft, so erfordern sie zu ihrer Bewältigung bei jeder Lagenänderung des Waagebalkens ein Moment, das dem Gesamtdrucke auf dieselben

$$= 2(A + P) + 2(A + P + B) = 2(2A + 2P + B)$$

proportional und somit, unter  $w$  eine sehr kleine von den Beschaffenheiten der Keilschneiden und Pfannen abhängige Länge verstanden,

$$= 2w(2A + 2P + B)$$

gesetzt werden kann. Dasselbe ist im Vergleich mit dem auf die Lagenänderung des Waagebalkens abzielenden Momente  $= aAP$  des Uebergewichtes  $AP$  um so kleiner, also auch der Unzuverlässigkeitswinkel  $\Delta\varphi_1$  (§. 166) um so kleiner in Vergleich mit dem ohne Rücksicht auf diese Widerstände berechneten Ausschlagwinkel  $\Delta\varphi$ , je grösser  $a$ . Eine praktische Grenze wird der Verkleinerung des Waagebalkens natürlich auch durch das Raumbedürfniss der Schalen gesetzt. —

Indem sich gezeigt hat, dass die Empfindlichkeit einer Waage mit ihrer beiderseitigen Belastung  $P$  wächst, wenigstens bis zu einem gewissen durch Gl. (11) bestimmten Werthe von  $P$ , pflegt die schlechtweg sogenannte Empfindlichkeit  $\varepsilon$  in dem Sinne verstanden zu werden,

dass  $\frac{1}{\varepsilon}P'$  das kleinste einseitige Zulagegewicht ist, durch welches bei

beiderseitiger Maximalbelastung  $P'$  ein noch deutlich erkennbarer Ausschlag bewirkt wird. Wenn hier auch das Erforderniss deutlicher Erkennbarkeit ziemlich weit gesteckt wird, z. B. so, dass es einer Bewegung der Zeigerspitze auf der Skala von 1 Millimeter entsprechen soll, so kann doch jene Empfindlichkeit  $\varepsilon$  bei feinen, zu chemischer Analyse oder zu anderen wissenschaftlichen Zwecken bestimmten Waagen fast unbegrenzt gesteigert werden, falls der Waagebalken mit einer Regulierungsschraube ausgestattet ist, deren Axe in der die Gerade  $AA_1$ , Fig. 183, in ihrem Mittelpunkte  $C$  rechtwinklig schneidenden Geraden  $OB$  liegt, so dass durch ihre Drehung und entsprechende Axialverschiebung in einen oder anderen Sinne der Schwerpunktsabstand  $OB = b$  sehr allmählig geändert werden kann. Indem aber die Vergrösserung von  $\varepsilon$  durch eine Vergrösserung der Schwingungsdauer  $t$  erkauft werden



muss, welche nach Gl. (12) und (14) proportional  $\sqrt{\varepsilon}$  sich ändert, auch die Fehler, die durch den Einfluss von Temperaturdifferenzen auf die Armlängen des Waagebalkens, durch Luftströmungen, sowie durch die Unsicherheit der Berücksichtigung des Auftriebes der Luft u. s. w. verursacht werden können, die Steigerung von  $\varepsilon$  über eine gewisse Grenze hinaus illusorisch machen würden, ist es rathsam, jeder Waage nur diejenige Empfindlichkeit zu geben, die ihr Zweck erfordert, und kann insbesondere bei zu wissenschaftlichen Zwecken bestimmten Waagen in der Regel  $\varepsilon = 1000\ 000$  als ausreichend betrachtet werden für Belastungen  $P$  bis zu 1000 Gramm, entsprechend weniger für kleinere Maximalbelastungen.

Bei Handelswaagen, die der gesetzlichen Aichung unterliegen, genügt eine viel geringere Empfindlichkeit. Die Aichungsordnung für das deutsche Reich unterscheidet hierbei, was die gleicharmigen Balkenwaagen betrifft,

- 1) Hökerwaagen, für den Wochenmarktverkehr bis zu  $P' = 2$  Kgr. zugelassen,
- 2) Waagen für den gewöhnlichen Handelsverkehr,
- 3) Präcisionswaagen, wozu insbesondere die Medicinalwaagen gerechnet werden.

Die für diese drei Waagengattungen bei verschiedenen Maximalbelastungen  $= P'$  Gramm auf jeder Schale wenigstens verlangten, in obigem Sinne verstandenen Empfindlichkeiten  $\varepsilon$  enthält die folgende Zusammenstellung.

	$P' < 20$	$\geq 200$	$\geq 2000$	$\geq 5000$	$> 5000$ Gr.
1) $\varepsilon =$		125	250		
2) $\varepsilon =$		500	1000	1000	2000
3) $\varepsilon =$	500	1000	2000	5000	10000

In jedem Falle soll ausserdem  $\varepsilon$  noch wenigstens halb so gross sein für  $P = 0,1 P'$ .

Ueber die Schwingungsdauer  $t$  sind von Prof. Dr. Hartig vergleichende Versuche angestellt worden mit zwei Sortimenten von je fünf Justirwaagen  $A$  für Aichämter und  $B$  für Aufsichtsbehörden.\*

Folgende Tabelle enthält:

die Maximalbelastungen  $P'$ , die Schalengewichte  $A$  und Balkengewichte  $2B$  in Grammen,

die Armlängen  $a$  und Zeigerlängen  $z$  in Millimetern, ferner

\* E. Brauer: „Die Construction der Waage“, S. 114 ff.



die beobachteten Empfindlichkeiten  $\epsilon$ , verstanden in dem Sinne, dass bei beiderseitiger Maximalbelastung  $P'$  ein einseitiges Zulagegewicht  $= \frac{1}{\epsilon} P'$  die Zeigerspitze um 1 Millimeter bewegt, entsprechend einem in Bogenmaass ausgedrückten Empfindlichkeitswinkel  $\Delta\varphi = \frac{1}{z}$ ,

die beobachteten Schwingungszeiten  $t$  in Secunden, endlich in den letzten Columnen

die vorgeschriebenen, durchweg kleineren Empfindlichkeiten  $\epsilon'$  und die Schwingungszeiten

$$t' = t \sqrt{\frac{\epsilon'}{\epsilon}},$$

welche unter sonst gleichen Umständen mit den Empfindlichkeiten  $\epsilon'$  verbunden gewesen wären.

	$P'$	$A$	$2B$	$a$	$z$	$\epsilon$	$t$	$\epsilon'$	$t'$	
A	1	5	2,8	16,2	79	143	7143	3,7	2083	2,0
	2	50	27,0	86,5	138	160	25000	8,4	5000	3,8
	3	500	97,7	436,5	212	210	35000	10	10000	5,3
	4	5000	345,5	2220	328	347	200000	20	20000	6,3
	5	50000	2450	6560	515	480	333333	30	50000	11,6
B	1	5	2,7	15,1	80	143	40000	7,5	10415	3,8
	2	50	43,8	115,1	150	209	324675	30	25000	8,3
	3	500	80,9	283,4	209	211	500000	37,2	50000	11,8
	4	5000	459	2008	330	370	1101322	51	100000	15,4
	5	50000	2450	6650	515	480	833333	36	250000	19,7

§. 168. Wägungsmethoden und besondere Einrichtungen der Waage zur Sicherung oder Erleichterung ihres Gebrauches.

Während die Schwingungsdauer  $t$  einer Waage dem vorigen Paragraph zufolge mit ihrer Empfindlichkeit wächst, ist die Zahl von Schwingungen, welche eine um einen gewissen Winkel aus der Gleichgewichtslage entfernte Waage macht, bevor sie zur Ruhe kommt, natürlich um so grösser, je kleiner die Reibungswiderstände der Schneiden sind. Eine schwingende Waage von gleichzeitig grosser Empfindlichkeit und Zuverlässigkeit kann daher bis zum Eintritte des Ruhezustandes sehr langer Zeit bedürfen, so dass aus diesem Grunde, nämlich zur Beschränkung



der zur Bestimmung eines Ausschlagwinkels nöthigen Zeit auf den Betrag  $2t$  sich das Verfahren der Ableitung jenes der mittleren (reibunglosen) Gleichgewichtslage entsprechenden Ausschlagwinkels aus den Beobachtungen dreier aufeinander folgender Grenzwinkel  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  empfiehlt, welches im §. 166 gemäss Gl. (2) daselbst als Mittel zur Elimination des Einflusses der Reibung besprochen wurde.

Wenn sich nun aber auf diese Weise ergibt, wie es im Allgemeinen der Fall sein wird, dass bei der betreffenden Grösse des Gegengewichtes auf der einen Schale für die auf der anderen befindliche Last im mittleren Gleichgewichts-Ruhezustande die Zeigerspitze noch um  $x$  Skalentheile vom Nullpunkte entfernt bleiben würde, so ist es nicht nöthig, das Gegengewicht so lange mit wiederholtem Zeitaufwande zu jedesmaliger neuer Bestimmung von  $x$  zu ändern, bis sich  $x=0$  ergibt, sondern es kann die hierzu nöthige Aenderung  $\Delta P$  des Gegengewichtes berechnet werden, falls die Werthe von  $\frac{\Delta P}{\Delta x}$  für die betreffende Waage und für verschiedene Belastungen  $P$  derselben vorher bestimmt worden waren. Dieses Verfahren kommt darauf hinaus, die Waage behufs der letzten Correctur des Gegengewichtes als Neigungswaage zu benutzen.

Uebrigens ist die Skala, auf welcher die Zeigerspitze spielt, immer nur von kleiner Länge, entsprechend einem so kleinen Ausschlagwinkel, dass derselbe, in Bogenmaass ausgedrückt, ohne in Betracht kommenden Fehler seiner trigonometrischen Tangente gleich gesetzt werden kann, wie es bei der Ableitung der Gleichungen im vorigen Paragraph aus Gl. (1) daselbst geschehen ist. Bis auf eine kleine Abweichung des Zeigers vom Nullpunkte der Skala muss deshalb die Waage schon vor der Anwendung jenes Proportionalitätsfactors  $\frac{\Delta P}{\Delta x}$  zum Einspielen gebracht worden sein. Bei feinen Waagen sind aber selbst dazu schon so kleine Gewichtstücke erforderlich, dass deren Herstellung und Handhabung mit Schwierigkeiten verbunden ist, und pflegt man sich dann dadurch zu helfen, dass man behufs dieser vorletzten Correctur der Gleichgewichtslage die Waage als Laufgewichtswaage benutzt, nämlich durch Verschiebung eines sogenannten Reiters, eines Häkchens von Gold- oder Platindraht, längs dem eingetheilten einen Arme des Waagebalkens. Ist z. B. die Armlänge  $CA$  oder  $CA_1$ , Fig. 183, in 100 gleiche Theile getheilt, so würde mit einem Reitergewicht von 1 Centigramm die Belastung der betreffenden Schneide  $A, A_1$  bis auf 0,1 Milligramm variirt werden können = der Aenderung des auf  $A$  oder  $A_1$  reducirten Ge-



wichtiges des Reiters bei seiner Verschiebung von einem zum folgenden Theilstriche. Ist der Balken selbst von ungeeigneter Form zur Aufnahme der Theilung und des Reiters, so kann dazu ein fest mit ihm verbundener besonderer Stab dienen, dessen obere Kante in der Geraden  $AA_1$ , Fig. 183, liegt.

Derselbe Zweck kann auch mit Hilfe des Principis der Federwaage, nämlich nach einem von Sartorius in Göttingen ausgeführten Vorschlage von Frerichs dadurch erreicht werden, dass die Mittelschneide mit einem ihre Verlängerung bildenden feinen Drahte fest verbunden wird, der am anderen Ende einen auf einer Kreistheilung spielenden Zeiger trägt. Durch Bewegung des letzteren wird der Draht um seine Axe verdreht und dadurch auf den Waagebalken ein Drehungsmoment ausgeübt ebenso wie durch ein Zulagegewicht auf der einen Waagschaale. Ist dann der Torsionswinkel des Drahtes, welcher dieselbe Wirkung wie ein gewisses Zulagegewicht, z. B. 1 Centigramm auf den Waagebalken ausübt, einmal ermittelt worden, so kann umgekehrt aus dem in einem gegebenen Falle durch Drehung des Zeigers bewirkten und abgelesenen Torsionswinkel auf das ihm proportionale äquivalente Zulagegewicht geschlossen werden.

Während diese Methoden und Einrichtungen mehr die Erleichterung einer Wägung durch Abkürzung der dazu nöthigen Zeit, als die Genauigkeit der Wägung betreffen (obschon auch diese im weiteren Sinne dadurch gefördert werden kann, besonders bei der Wägung von hygroskopischen oder anderweitig in der Luft veränderlichen Körpern) bleiben störende Einflüsse von Luftströmungen und von Temperaturdifferenzen, wodurch die Gleichheit der Armlängen beeinträchtigt wird, als Fehlerquellen zu bekämpfen. Hilfsmittel dagegen sind die Einschliessung der Waage in einen Glaskasten und, sofern jene Einflüsse u. A. vom Beobachter herrühren können, die Ablesung aus der Ferne mit Hilfe eines Fernrohres.

Vollkommen unabhängig von einer Verschiedenheit der Arme macht das Verfahren der doppelten Wägung, darin bestehend, dass der auf die eine Schale  $A$  gesetzte Körper  $K$  vorläufig durch beliebige Massen auf der anderen Schale  $A_1$  austarirt, dann  $K$  weggenommen und durch Gewichtstücke bis zum Wiedereinspielen der Waage ersetzt wird. Der Gleichsetzung ihrer Gesamtmasse und der des Körpers  $K$  liegt dann nur die Voraussetzung zu Grunde, dass in der kurzen Zwischenzeit keine Aenderung der Waage stattfand. Für eine Reihe aufeinander folgender Wägungen kann das Verfahren dadurch abgekürzt werden, dass ein voll-



ständiger Satz von grösseren und kleineren Gewichtstücken, die zusammen etwas schwerer, als der schwerste zu wiegende Körper sind, auf der Schale  $A$  ein für allemal mit einer unverändert bleibenden Masse auf  $A_1$  ins Gleichgewicht gebracht und dann die jeweilige Wägung eines Körpers dadurch bewirkt wird, dass er auf die Schale  $A$  gesetzt und durch Wegnahme entsprechender Stücke des Gewichtsatzes das Gleichgewicht wieder hergestellt wird. Diese Schale  $A$  kann dabei zweckmässig als ein System von zwei Tellern hergestellt werden, die übereinander von demselben an der betreffenden Endschnede hängenden Bügel getragen werden und von welchen der untere zur Aufnahme des Gewichtsatzes, der obere zur Aufnahme des zu wiegenden Körpers bestimmt ist.

Bei solchem Verfahren der doppelten Wägung kann auch die Schale  $A_1$  sammt ihrem unveränderlichen Tarirgewichte mit Beseitigung der betreffenden Endschnede durch ein mit dem Arme  $CA_1$  fest verbundenes Gegengewicht ersetzt und so eine als einschenklig zu bezeichnende Waage mit nur zwei Schneiden  $O, A$  hergestellt werden, wie sie schon vor nahe 50 Jahren von Bockholtz angegeben und unabhängig davon neuerdings auf der Berliner Gewerbeausstellung im Jahre 1879 vom Mechaniker Reimann als sogenannte Substitutionswaage in mehreren Exemplaren vorgeführt worden ist. Sie gewährt zugleich die Vortheile grösserer Einfachheit und Zuverlässigkeit durch Ersparung einer Keilschnede, leichterer Regulirung der Empfindlichkeit durch eine Stellerschraube, welche, während der im vorigen Paragraph mit  $e$  bezeichnete Abstand hier bedeutungslos geworden ist, die Entfernung  $b$  des Balkenschwerpunktes  $B$  von der Ebene  $OA$  der beiden einzigen Schneiden beliebig zu ändern gestattet, und endlich den Vortheil, dass mit der constanten Gesamtbelastung auch dieser Schwerpunktsabstand  $b$  und somit die Empfindlichkeit für jede Masse des zu wiegenden Körpers  $K$  gleich gross ist.

Arretirungs- und Entlastungsvorrichtungen zur Schonung der Keilschneiden beim Nichtgebrauche und bei den Belastungsänderungen der Schalen sind, was die einfache Hebelwaage betrifft, nur im Falle sehr feiner Waagen zu wissenschaftlichen Zwecken üblich. Sie müssen so beschaffen sein, dass bei ihrem Gebrauche schädliche Stösse und Lagenänderungen der Schneiden auf den zugehörigen Pfannen möglichst vermieden werden. Wichtig in dieser Hinsicht ist die Reihenfolge, in welcher die Entlastung und Wiederbelastung der Mittelschnede und der Endschneden stattfindet, und zwar ist es am besten, bei der Arretirung und Entlastung zuerst die Schalen von den Endschneden und darauf den



Balken von der Mittelpfanne abzuheben, bei der Ingangsetzung zuerst die Schalen auf die Endschnitten und dann den Balken auf die Mittelpfanne niederzulassen, obschon gewöhnlich die Reihenfolge entweder bei der Arretirung oder bei der Ingangsetzung die umgekehrte, im einen Falle folglich entgegengesetzt derjenigen im anderen Falle ist. In Betreff solcher und anderer constructiver Einzelheiten, insbesondere auch in Betreff der Art und Weise, wie der Balken so hergestellt werden kann, dass er genügende Tragfähigkeit und Steifigkeit mit möglichster Leichtigkeit verbindet (verjüngter, durchbrochener und Dreiecksbalken von geeignetem Material, u. A. von Aluminium oder Phosphorbronze etc.), ferner bezüglich auf die Anordnung und Justirung der Schneiden u. s. f. muss hier auf Specialwerke, namentlich auf das Werk von Brauer über die Construction der Waage verwiesen werden. —

In Betreff der Handelswaagen sei nur noch darauf hingewiesen, dass oft ihr Balken nicht auf einem festen Gestelle (Stativ), sondern mit aufwärts gerichtetem kürzerem Zeiger (Zunge) in einem Gehänge gelagert ist. Diese Einrichtung erschwert zwar die Beruhigung der schwingenden Waage, macht sie aber von Aufstellungsfehlern unabhängig und schont die Mittelschneide, indem Stösse weniger ein Rutschen derselben auf der Pfanne, als eine Schwingung des Gehänges zur Folge haben, ebenso wie aus gleichem Grunde die mittelbare gelenkartige Verbindung der Schalen mit den betreffenden Pfannen zur Schonung der Endschnitten beiträgt.

Die Bequemlichkeit des Gebrauches einer Handelswaage im Kleinverkehr hat vielfach zu breiter Gabelung des Waagebalkens an den Enden veranlasst mit Verdoppelung der Endschnitten so, dass dieselbe am Ende  $A$  aus zwei in gerader Linie liegenden Einzelschnitten  $a, b$ , am Ende  $A_1$  aus zwei in gerader Linie liegenden Schneiden  $a_1, b_1$  besteht und somit kinematisch das eine wie das andere Schneidenpaar je einer einzigen Schneide gleich zu achten ist. Die genügende Erfüllung dieser Forderung sowie der Parallelismus der Geraden  $ab$  und  $a_1 b_1$  mit der Mittelschneide ist freilich mit Schwierigkeiten verbunden und muss durch Prüfung vermittels verschiedener Belastungscombinationen, nämlich durch Belastung bei  $a$  und  $a_1$ , bei  $a$  und  $b_1$ , bei  $b$  und  $a_1$ , sowie bei  $b$  und  $b_1$  geprüft werden. Auch muss dann behufs stabiler Stützung des Waagebalkens die Mittelschneide, eventuell durch Verdoppelung, entsprechend lang gemacht werden, nach den Vorschriften der Eichordnung für das deutsche Reich wenigstens  $= 0,6$  der Gabelbreite  $ab = a_1 b_1$ , von Aussenkante zu Aussenkante der Schneiden gemessen.

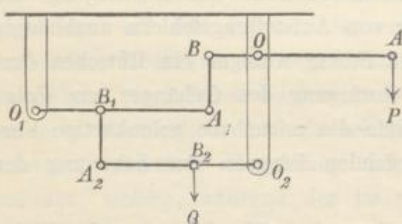


## 2. Zusammengesetzte Hebelwaagen.

## §. 169. Uebersicht der Constructions-Arten und Regeln.

Der Ersatz einer einfachen durch eine zusammengesetzte Hebelwaage hat vorzugsweise den Zweck, bei der Wägung grösserer Lasten  $Q$  an Gegengewicht  $P$  und dadurch auch an Zeit zu sparen. Gewöhnlich ist die Einrichtung so, dass das Verhältniss  $P:Q$ , das sogenannte Verjüngungsverhältniss,  $= 1:10$  oder  $= 1:100$  ist; im deutschen Reiche sind überhaupt nur solche Decimal- und Centesimalwaagen aichungsfähig, also im öffentlichen Handelsverkehr zugelassen. Zwar könnte das Verjüngungsverhältniss auch schon durch eine ungleicharmige einfache Hebelwaage erzielt werden; doch ist es mit Rücksicht auf die der Verkürzung des kleineren Armes gesetzte praktische Grenze zur Vermeidung übermässig grosser Länge des anderen Armes meistens vorzuziehen, das verlangte Verjüngungsverhältniss

Fig. 184.



auf zwei oder mehr Hebel zu verteilen, die dann durch Zugstangen zu einer zusammengesetzten Drehkörperkette verbunden zu werden pflegen, z. B. nach Art von Fig. 184, in welcher  $AB$  den Gegengewichtshebel,  $A_1O_1$  einen Zwischenhebel,  $A_2O_2$  den Lasthebel bedeutet, beziehungsweise drehbar um die festen Axen  $O, O_1, O_2$  und verbunden durch die Zugstangen  $BA_1, B_1A_2$ . Dabei ist:

$$Q = P \frac{OA}{OB} \frac{O_1A_1}{O_1B_1} \frac{O_2A_2}{O_2B_2}.$$

Während hier die Last  $Q$  und das Gegengewicht  $P$  als auf Pendelschalen liegend vorausgesetzt sind, d. h. auf Schalen, die je an einer Schneide oder, was wesentlich einerlei ist, an zwei in gerader Linie liegenden Schneiden aufgehängt sind, wird nun aber meistens ausserdem verlangt, dass wenigstens die Lastschale von oben ganz frei zugänglich, ihre Belastung und Entlastung durch Aufhängungs-Schnüre, Ketten oder Bügel unbeschränkt sei. Dazu dient ihre Unterstützung von unten durch zwei oder mehr Schneiden, die nicht in gerader Linie liegen. Solche Waagen werden als Oberschalige oder im Falle ebener plattenförmiger Schalen als Tafelwaagen, bei grösseren Dimensionen



insbesondere als Brückenwaagen bezeichnet. Letztere sind meistens Decimal- oder Centesimalwaagen, während oberhalbige und Tafelwaagen für den gewöhnlichen Handelsverkehr auch ohne Verjüngung ( $P=Q$ ) gebraucht werden. Hier werde mit Brauer die Bezeichnung als Brückenwaage auf die ganze Gattung bezogen, die durch den Umstand charakterisirt wird, dass die Lastschale (Brücke) mit zwei oder mehr Schneiden, die nicht in gerader Linie liegen, gestützt ist.

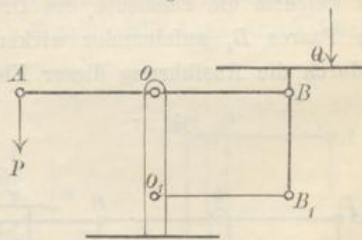
Wenn für eine unendlich kleine Configurationsänderung des Waagenmechanismus die Verticalbewegungen der Schwerpunkte von Last und Gegengewicht beziehungsweise  $=\delta q$  und  $=\delta p$  sind, positiv oder negativ verstanden, jenachdem sie sich abwärts oder aufwärts bewegen, so ist, falls die beweglichen Glieder der unbelasteten Waage für sich im Gleichgewicht sind, zum Gleichgewicht von  $P$  und  $Q$  erforderlich, dass

$$P \delta p + Q \delta q = 0, \text{ also } -\frac{\delta q}{\delta p} = \frac{P}{Q}$$

= dem verlangten Verjüngungsverhältnisse sei, und da dieses Verhältniss unabhängig vom Orte der Last auf der Brücke sein muss, ergibt sich als Hauptgesetz für die Construction einer Brückenwaage die Forderung, dass bei kleinen Schwingungen um die Gleichgewichtslage die gleichzeitigen Verticalbewegungen aller Punkte der Brücke einander gleich sein müssen.

Das einfachste Hilfsmittel zu diesem Zwecke wird durch eine ebene Drehkörperkette dargeboten, deren gegenüberliegende Glieder gleich lang sind. Wenn von derselben ein Glied  $OO_1$ , Fig. 185, so festgestellt wird, dass die Axen der Drehkörperpaare, bezw. die Keilschnitten horizontal sind, so sind die Verticalbewegungen aller Punkte des gegenüber liegenden Gliedes  $BB_1$  nicht nur bei kleinen, sondern bei beliebig grossen Configurationsänderungen der Kette einander gleich, so dass der obigen Constructionsregel durch eine mit diesem Gliede  $BB_1$  fest verbundene Lastschale (Brücke) in vollkommenster Weise entsprochen wird. Die in Fig. 185 angenommene und auch gewöhnlich stattfindende verticale Lage der Glieder  $OO_1$  und  $BB_1$  ist nicht wesentlich, vielmehr genügt es, das Glied  $BB_1$  so zu führen, dass die Bewegungsrichtungen der Punkte  $B$

Fig. 185.

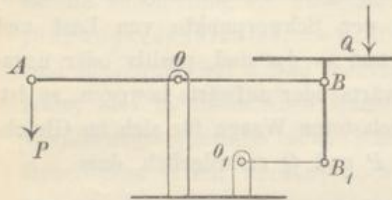




und  $B_1$  parallel sind; indem nämlich die gleichzeitigen Elementarbewegungen dieser Punkte im Sinne  $BB_1$  stets einander gleich sind, sind dann auch jene Elementarbewegungen selbst sowie ihre verticalen Componenten gleich gross.

Insofern es nur darauf ankommt, der fraglichen Constructionsregel mit Rücksicht auf sehr kleine Schwingungen zu entsprechen, genügt schon

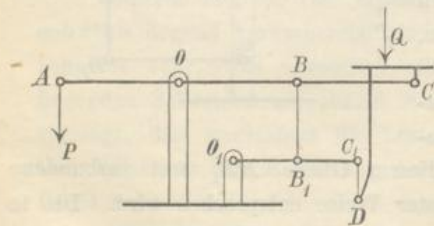
Fig. 186.



die darauf senkrechten Bewegungsrichtungen der Punkte  $B$  und  $B_1$  parallel seien.

Waagen von dem Typus Fig. 185 oder Fig. 186, welche mit Brauer\* beziehungsweise als Parallelogrammwaagen und als Trapezwaagen bezeichnet seien, haben indessen den gemeinsamen Uebelstand, dass bei der üblichen verticalen Lage von  $BB_1$  die Last  $Q$  bei seitlicher Lage auf der Brücke neben der nach  $BB_1$  gerichteten Kraft  $= Q$  noch zu einem Kräftepaare Veranlassung giebt, bestehend aus zwei gleichen Kräften, welche in  $B$  und  $B_1$  angreifend beziehungsweise im Sinne  $OB$  und  $B_1O_1$  oder  $BO$  und  $O_1B_1$  gerichtet sind. Der resultirende Druck, mit welchem die Elemente des Drehkörperpaares  $B$  und noch mehr die des Paares  $B_1$  aufeinander wirken, ist somit von variabler Richtung, wodurch die Ausführung dieser Elemente als Keilschneiden und Pfannen

Fig. 187.



eine solche Drehkörperkette, welche in der behufs der Wägung herbeizuführenden mittleren Gleichgewichtslage nach Art von Fig. 186

die Form eines Trapezes  $OB B_1 O_1$  hat. Auch hier ist nicht die verticale Lage von  $BB_1$ , sondern nur der Parallelismus der Glieder  $OB$  und  $O_1 B_1$  wesentlich, damit

die darauf senkrechten Bewegungsrichtungen der Punkte  $B$  und  $B_1$

parallel seien.

Waagen von dem Typus Fig. 185 oder Fig. 186, welche mit Brauer\*

beziehungsweise als Parallelogrammwaagen und als Trapezwaagen

bezeichnet seien, haben indessen den gemeinsamen Uebelstand, dass bei

der üblichen verticalen Lage von  $BB_1$  die Last  $Q$  bei seitlicher Lage

auf der Brücke neben der nach  $BB_1$  gerichteten Kraft  $= Q$  noch zu

einem Kräftepaare Veranlassung giebt, bestehend aus zwei gleichen

Kräften, welche in  $B$  und  $B_1$  angreifend beziehungsweise im Sinne  $OB$

und  $B_1O_1$  oder  $BO$  und  $O_1B_1$  gerichtet sind. Der resultirende Druck,

mit welchem die Elemente des Drehkörperpaares  $B$  und noch mehr die

des Paares  $B_1$  aufeinander wirken, ist somit von variabler Richtung,

wodurch die Ausführung dieser Elemente als Keilschneiden und Pfannen

erschwert oder wenigstens die

Dauerhaftigkeit dieser Theile

beeinträchtigt wird. Der Uebel-

stand ist beseitigt bei der

abgeleiteten Trapezwaage,

Fig. 187, die aus der Trapez-

waage, Fig. 186, dadurch her-

vorgeht, dass die Hebel  $OB$

und  $O_1 B_1$  durch die Stange

\* „Die Construction der Waage“, §. 10.



$BB_1$  gelenkartig verbunden und mit weiteren Keilschneiden  $C, C_1$  versehen werden, die in den Ebenen  $OB$  und  $O_1B_1$  so liegen, dass

$$\frac{OC}{OB} = \frac{O_1C_1}{O_1B_1}$$

ist. Die elementaren Verticalbewegungen der Punkte  $C$  und  $C_1$  haben dann zu denjenigen der Punkte  $B$  und  $B_1$  dasselbe Verhältniss, sind also wie diese gleich gross und somit zur Stützung der Lastschale geeignet; dieselbe kann aber jetzt unbeschadet stets verticaler Drucke an den Schneiden  $C$  und  $C_1$  an beliebiger solcher Stelle belastet werden, dass die Richtungslinie der Schwerkraft  $Q$  zwischen  $C$  und  $C_1$  hindurch geht. Uebrigens erfordert die Stützung der Brücke durch die Schneiden  $C, C_1$  die Einfügung eines weiteren Gliedes, das in Fig. 187 als Zugstange (Hängeschiene)  $C_1D$  angenommen ist, weil ohne dieses Glied die zusammengesetzte Kette  $OB C D C_1 B_1 O_1$  (entsprechend dem Schema auf S. 206) gar nicht relativ beweglich sein, bezw. nur durch Deformation der Glieder oder durch Gleiten von Schneiden längs den Pfannen beweglich werden würde.

In den Figuren 185—187, worin  $A$  die Aufhängungsschneide der Gegengewichtsschale bedeutet, sind die Hebelarmverhältnisse so angenommen, dass bei Fig. 185 und Fig. 186 wegen  $OA = OB$  die Last  $Q$  und das Gegengewicht  $P$  einander gleich, bei Fig. 187 sogar

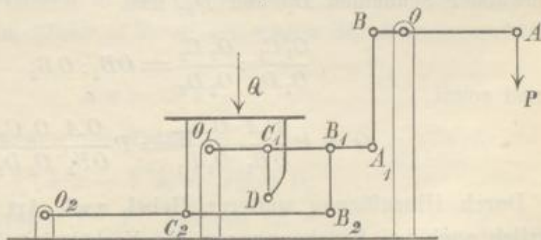
$$Q = P \frac{OA}{OC} < P$$

sein würde. Indessen hat es keine Schwierigkeit, die Hebelverhältnisse auch so anzunehmen, dass  $Q > P$  ist. Nöthigenfalls kann durch Hinzufügung eines Verjüngungshebels das

Verjüngungsverhältniss verkleinert und so insbesondere die Waage als abgeleitete Trapezwaage mit Verjüngungshebel nach dem

durch Fig. 188 dargestellten Typus construirt werden. Hier ist  $O_1B_1B_2O_2$  das ursprüngliche Trapez, dessen parallele Hebel  $O_1B_1$  und  $O_2B_2$  mit

Fig. 188.





den Schneiden  $C_1$  und  $C_2$ , die so liegen, dass

$$\frac{O_1 C_1}{O_1 B_1} = \frac{O_2 C_2}{O_2 B_2}$$

ist, mit Einschaltung einer Zugstange  $C_1 D$  die Brücke tragen. Würde dann der Hebel  $O_1 B_1$  über  $O_1$  hinaus verlängert und die Aufhängungsschneide  $A_1$  der Gegengewichtsschale an dieser Verlängerung angebracht, so wäre

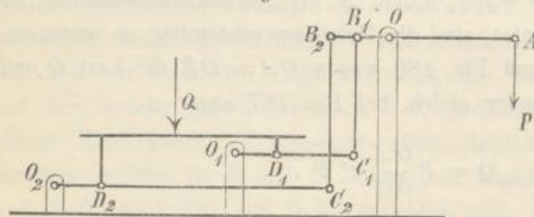
$$Q = P \frac{O_1 A_1}{O_1 C_1}.$$

Wird aber  $O_1 B_1$  als einarmiger Hebel mittels der Zugstange  $A_1 B$  mit dem Verjüngungshebel  $AB$  verbunden, wie die Figur zeigt, so ist

$$Q = P \frac{OA}{OB} \frac{O_1 A_1}{O_1 C_1}.$$

Derselbe Zweck, ein gewisses Verjüngungsverhältniss  $P:Q$  als Product von zwei Hebelverhältnissen zu erhalten, während die Bewegung der Brücke stets dem obigen Fundamentalgesetze entsprechend bleibt,

Fig. 189.



kann auch durch eine Waage nach dem Typus Fig. 189 erreicht werden, die mit Brauer passend als Doppelttrapezwaage bezeichnet sei. Hier sind nämlich  $OB_1 C_1 O_1$  und  $OB_2 C_2 O_2$  zwei Trapeze,

deren Seiten  $OB_1$  und  $OB_2$  dem Gegengewichtshebel angehören, während die damit parallelen Hebel die Brücke tragen mittels zwei so liegender Schneiden  $D_1$  und  $D_2$ , dass

$$\frac{O_1 C_1}{O_1 D_1} : \frac{O_2 C_2}{O_2 D_2} = OB_1 : OB_2$$

ist und somit

$$Q = P \frac{OA}{OB_1} \frac{O_1 C_1}{O_1 D_1} = P \frac{OA}{OB_2} \frac{O_2 C_2}{O_2 D_2}.$$

Durch Hinzufügung weiterer Hebel nach Art von Fig. 184 kann natürlich auch bei Brückenwaagen das Verhältniss  $P:Q$  als Product von mehr als zwei Hebelverhältnissen erhalten werden. Mit dieser Erweiterung stellen dann aber die Figuren 184—189 die Typen dar, nach welchen zusammengesetzte Hebelwaagen in der Regel construirt sind. —



Aehnlich wie bei der einfachen Hebelwaage ist auch bei zusammengesetzten Hebelwaagen die Stabilität und die Empfindlichkeit vor Allem davon abhängig, wie die Schneiden und der Schwerpunkt jedes Hebels gegen einander liegen, ob nämlich bezüglich auf die durch zwei Schneiden des Hebels gehende (gewöhnlich horizontale) Ebene die übrigen Schneiden und der Schwerpunkt über oder unter der Ebene in grösserer oder kleinerer Entfernung von ihr sich befinden. Bei der Schwierigkeit indessen, die an den Hebeln hier unwandelbar festen Schneiden in ganz bestimmte relative Lagen zu bringen, die ohnehin mit den elastischen Deformationen etwas veränderlich sind, wird es vorgezogen, an jedem Hebel die sämtlichen Schneiden möglichst genau in eine Ebene zu legen, um so mehr, als man dann ausser den Schwerpunktslagen gegen diese Ebenen hier noch ein anderes Hilfsmittel zur Sicherstellung passender Stabilität und Empfindlichkeit zur Verfügung hat, in den Winkeln nämlich, unter welchen die von einem Hebel ausgehenden Verbindungsstangen gegen die Schneidenebene desselben gerichtet werden. Eine Hauptregel in dieser Hinsicht ergibt sich durch folgende Ueberlegung.

Es sei  $AB$ , Fig. 190, ein um die Schneide  $O$  drehbarer Hebel, an welchem sich die in den Schneiden  $A$  und  $B$  angreifenden Kräfte  $X$  und  $Y$  von gegebenen Grössen und Richtungen Gleichgewicht halten; es fragt sich, unter welchen Umständen dieses Gleichgewicht stabil ist, falls die 3

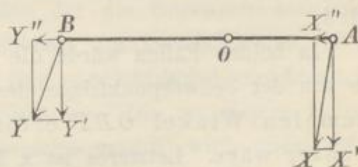


Fig. 190.

Schneiden  $A, O, B$  in einer Ebene liegen? Jene Stabilität erfordert, dass bei beliebiger Drehung des Hebels um einen kleinen Winkel  $\Delta\varphi$  im einen oder anderen Sinne die Arbeitsumme der Kräfte  $X, Y$  negativ ist. Zerlegt man aber die letzteren in die Componenten  $X', X''$  und  $Y', Y''$  senkrecht zu  $AB$  und im Sinne  $AB$ , so ist wegen des Gleichgewichtes mit  $OA = a, OB = b$ :

$$X'a = Y'b$$

und deshalb die Arbeitsumme der Kräfte  $X', Y'$

$$= \pm (X'a - Y'b) \sin \Delta\varphi = 0.$$

Die Arbeitsumme der Kräfte  $X'', Y''$  dagegen ist

$$= (X''a - Y''b)(1 - \cos \Delta\varphi) < 0,$$

wenn  $\frac{Y''}{X''} > \frac{a}{b}$ , folglich  $\frac{Y''}{X''} > \frac{Y'}{X'}$  oder  $\frac{Y''}{Y'} > \frac{X''}{X'}$ ,



d. h. wenn der Winkel  $YBY'$  grösser, als der Winkel  $XAX'$  ist, was u. A. dann immer der Fall wäre, wenn  $AX$  auf die andere Seite von  $AX'$  fiel, einem negativen Winkel  $XAX'$  entsprechend. Das Gleichgewicht der am zweiarmigen Hebel in  $A$  und  $B$  angreifenden Kräfte  $X$  und  $Y$  ist folglich stabil, wenn die Richtungslinien dieser Kräfte sich in einem über  $A$  und  $B$  hinaus im Sinne  $XA$  und  $YB$  liegenden Punkte schneiden.

Wenn bei unveränderten Richtungslinien der im Gleichgewicht befindlichen Kräfte  $X, Y$  und bei unveränderter Grösse von  $X$  die Schneide  $O$  gegen  $B$  hin rückt, so wächst  $Y$  mehr und mehr und wird unendlich gross, wenn  $OB = b$  bis Null abnimmt. Rückt dann  $O$  über  $B$  hinaus, so kehrt sich der Sinn von  $Y$  um, ohne dass die obige Schlussfolgerung, durch welche das Gleichgewicht als stabil erkannt wurde, wenn Winkel  $YBY' > \text{Winkel } XAX'$  ist, eine Aenderung erführe; denn die Arbeit von  $Y''$  bleibt negativ, indem diese Kraft im Sinne  $OB$  gerichtet bleibt. Daraus ist ersichtlich, dass das Gleichgewicht der Kräfte am einarmigen Hebel dann stabil ist, wenn die Richtungslinie der am kürzeren Arme  $OB$  in  $B$  angreifenden Kraft  $Y$  von der anderen in einem im Sinne  $BY$  liegenden Punkte geschnitten wird.

In beiden Fällen würde die Stabilität des Gleichgewichtes, insoweit sie von der Schwerpunktlage des Hebels unabhängig ist, einen etwas stumpfen Winkel  $OBY$  erfordern, falls der Winkel  $OAX$  ein rechter wäre. Letzteres ist z. B. der Fall bei dem Gegengewichtshebel einer Waage, welcher bei horizontaler Lage der Schneidenebene  $AOB$  an der Schneide  $A$  eine Pendelschale mit dem Gegengewichte trägt, während bei  $B$  eine Zugstange (z. B.  $BA_1$ , Fig. 184 oder Fig. 188) angreift; diese muss so gerichtet sein, dass  $OBA_1$  ein etwas stumpfer Winkel ist, wenn der Hebel unabhängig von der Lage seines Schwerpunktes in stabilem Gleichgewichte sein soll. Dadurch, dass dieser Schwerpunkt unter der Schneidenebene liegt, wird die Stabilität erhöht.

Bei zusammengesetzten Hebelwaagen mit verjüngtem Gegengewichte  $P < Q$  ist die Stabilität des Gleichgewichtes der Kräfte am Gegengewichtshebel deshalb vorzugsweise massgebend für die Stabilität des Gleichgewichtes der Kräfte  $P, Q$  und der Schwerkkräfte aller Glieder des Waagenmechanismus, weil der Gegengewichtshebel derjenige ist, der die grössten Neigungsänderungen bei den Schwingungen der Waage erfährt. Wenn bei ihm die Lage des Schwerpunktes hinlänglich tief ist und die Anschlüsse von Zugstangen nach obiger Regel passend gewählt sind, kann



das Gleichgewicht der Kräfte an den übrigen Hebeln für sich indifferent oder selbst schon etwas labil sein, ohne dass mit Rücksicht auf die Zwangläufigkeit des ganzen Mechanismus dessen Stabilität dadurch aufgehoben werden müsste.

Bei indifferentem Gleichgewicht der Kräfte an einer Waage ist ihre Empfindlichkeit unendlich gross, und liegt es überhaupt in der Natur der Sache, dass ebenso, wie es sich für die einfache Hebelwaage im §. 167 ergeben hatte, so allgemein die Empfindlichkeit einer Waage um so grösser ist, je kleiner die Stabilität, weil, je kleiner der Arbeitsaufwand zur Herbeiführung einer gewissen Configurationsänderung ist, desto grösser umgekehrt die durch einen gewissen Arbeitsaufwand, herrührend von einer gewissen zusätzlichen Last, bewirkte Configurationsänderung sein muss. Der grösseren Stabilität des Gleichgewichtes, die für eine zusammengesetzte Hebelwaage verlangt zu werden pflegt, entspricht somit eine kleinere Empfindlichkeit, bei deren Beurtheilung insbesondere vom Einflusse elastischer Deformationen abgesehen werden kann.

Die Justirung der Waage so, dass sie im unbelasteten Zustande gerade einspielt, ist begreiflicher Weise hier noch weniger leicht dauernd zu erreichen, als bei der einfachen Hebelwaage; gewöhnlich dient dazu entweder ein Schälchen am Knotenpunkte der die Gegengewichtsschale tragenden Ketten oder Schnüre zur Aufnahme von Tarirgewichten, oder ein Schiebegewicht, welches längs dem Gegengewichtshebel verschieblich und durch eine Klemmschraube feststellbar ist. Die an diesem Hebel befindliche Zunge, durch welche das Einspielen markirt wird, pflegt hier in Form einer horizontalen Schneide ausgeführt zu werden, die an einer nahe gegenüber liegenden unbeweglichen Schneide hin und her schwingen kann. Natürlich setzt das dauernde Einspielen der unbelasteten justirten Waage eine bestimmte Aufstellung derselben voraus; um diese bei tragbaren Brückenwaagen leicht controliren zu können, pflegt ein Fadenpendel benutzt zu werden, welches, oben am Waagengestelle hängend, gegen eine unten daran befindliche Marke gerichtet sein muss.

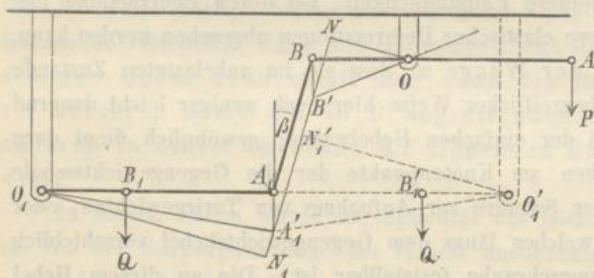
#### §. 170. Zusammengesetzte Hebelwaage mit Pendelschalen.

Diese dem Typus Fig. 184 entsprechende Waage hat den Zweck, eine Last  $Q$  mit Hülfe eines in bestimmtem Verhältnisse leichteren Gegengewichtes  $P$  zu wiegen, während beide ebenso wie bei der einfachen Hebelwaage von Pendelschalen getragen werden. Unter der Vor-



aussetzung, dass in der Gleichgewichtslage, bei welcher die Waage einspielt, die sämtlichen Hebel, d. h. die Ebenen ihrer Keilschnitten horizontal sind, geht zwar aus den Erörterungen des vorigen §. ohne Weiteres hervor, dass die Stabilität einer Waage von der hier in Rede stehenden Art um so grösser, ihre Empfindlichkeit aber um so kleiner ist, je mehr die Winkel  $OBA_1$ ,  $O_1B_1A_2$  (Fig. 184) grösser, als rechte Winkel sind, und je tiefer die Schwerpunkte der Hebel liegen, ferner dass es in beiden Beziehungen vorzugsweise auf den Gegengewichtshebel  $AB$  und die von ihm ausgehende Verbindungsstange  $BA_1$  ankommt; indessen bleibt noch übrig, specieller zu untersuchen, ob und wie das Verjüngungsverhältniss  $P:Q$  und der Empfindlichkeitswinkel  $\Delta\varphi$  von verschiedenen Umständen nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ abhängen.

Fig. 191.



Dabei werde eine Waage mit nur zwei Verjüngungshebeln vorausgesetzt, dem Gegengewichtshebel  $AB$ , Fig. 191, und dem Lasthebel, der entweder die Lage  $A_1B_1O_1$  oder die in der Figur gestrichelt angedeutete Lage  $A_1'B_1'O_1$  haben kann und in beiden Fällen mit dem Gegengewichtshebel durch die Zugstange  $BA_1$  so zusammenhängt, dass

$$\text{Winkel } OBA_1 = 90^\circ + \beta$$

ist. Die Hebellängen seien:

$$OA = a, \quad OB = b, \quad O_1A_1 = O_1'A_1 = a_1, \quad O_1B_1 = O_1'B_1 = b_1.$$

Die Waage sei so aufgestellt und justirt, dass sie mit unbelasteten Schalen bei horizontalen Lagen der Hebel im Gleichgewicht ist; eben solches Gleichgewicht finde statt bei Belastung der Schalen beziehungsweise mit  $P$  und  $Q$ . Wird dann die Last um  $\Delta Q$  vergrössert, so finde das Gleichgewicht bei einer solchen geänderten Configuration statt, bei welcher die Zugstange  $BA_1$  in die Lage  $B'A_1$  gekommen ist, entsprechend dem Drehungswinkel

$$BOB' = \Delta\varphi \text{ des Gegengewichtshebels,}$$

$$A_1O_1A_1' \text{ bzw. } A_1O_1'A_1 = \Delta\varphi_1 \text{ des Lasthebels.}$$



Dabei sei  $\Delta\varphi$  so klein, dass ohne in Betracht kommenden Fehler

$$\cos \Delta\varphi = 1, \quad \sin \Delta\varphi = tg \Delta\varphi = \Delta\varphi,$$

um so mehr also  $\cos \Delta\varphi_1 = 1, \quad \sin \Delta\varphi_1 = tg \Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_1$

gesetzt werden kann. Die Wege  $BB'$  und  $A_1A'_1$  der Punkte  $B$  und  $A_1$  sind dann als gleiche verticale gerade Linien  $= b\Delta\varphi$  zu betrachten und ist

$$\Delta\varphi_1 = \frac{b}{a_1} \Delta\varphi.$$

Sind ferner  $ON, O_1N_1, O'_1N'_1$  normal zu  $B'A'_1$ , also auch zu  $BA_1$ , so sind die Winkel

$$NOB' = \beta + \Delta\varphi, \quad N_1O_1A'_1 = \beta - \Delta\varphi_1, \quad N'_1O'_1A'_1 = \beta + \Delta\varphi_1,$$

und wenn  $Z$  die Spannung der Zugstange bedeutet, insoweit sie nur von den Kräften  $P$  und  $Q + \Delta Q$  herrührt, so entsprechen dem Gleichgewicht dieser Kräfte bezw. am Gegengewichts- und am Lasthebel die Gleichungen:

$$Zb \cos(\beta + \Delta\varphi) = Pa \cos \Delta\varphi$$

$$Za_1 \cos(\beta - \Delta\varphi_1) = (Q + \Delta Q)b_1 \cos \Delta\varphi_1.$$

Aus ihnen folgt durch Division und mit

$$\cos \Delta\varphi = \cos \Delta\varphi_1 = 1, \quad \sin \Delta\varphi = \Delta\varphi, \quad \sin \Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_1:$$

$$\frac{\cos \beta + \sin \beta \Delta\varphi_1}{\cos \beta - \sin \beta \Delta\varphi} = \left(1 + \frac{\Delta Q}{Q}\right) \frac{Qbb_1}{Pa a_1} \dots \dots \dots (1),$$

wo, was das doppelte Vorzeichen betrifft, das obere sich auf die Lage  $O_1A_1$ , das untere auf die Lage  $O'_1A'_1$  des Lasthebels bezieht. Da für  $\Delta Q = 0$  auch  $\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 = 0$  ist, folgt

$$1 = \frac{Qbb_1}{Pa a_1} \quad \text{oder} \quad \frac{P}{Q} = \frac{b b_1}{a a_1} \dots \dots \dots (2)$$

unabhängig von  $\beta$ , und damit aus Gl. (1):

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{\sin \beta (\Delta\varphi + \Delta\varphi_1)}{\cos \beta - \sin \beta \Delta\varphi}$$

oder mit  $\Delta\varphi_1 = \frac{b}{a_1} \Delta\varphi$  und bei Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung:

$$\frac{1}{\varepsilon} = tg \beta \left(1 + \frac{b}{a_1}\right) \Delta\varphi; \quad \Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon} cotg \beta \frac{a_1}{a_1 + b} \dots \dots \dots (3).$$

Läge der Punkt  $B$  auf der anderen Seite von  $O$ , also auf derselben wie  $A$ , ebenso  $B_1$  auf der anderen Seite von  $O_1$ , also auf der entgegengesetzten wie  $A_1$ , so wäre  $BA_1$  eine Druckstange, die dann behufs der Stabilität des Gleichgewichtes in demselben Sinne unter einem



gewissen Winkel  $\beta$  gegen die Lothrechte geneigt sein müsste, so dass jetzt  $OBA_1$  ein etwas spitzer Winkel ist; auch für den Empfindlichkeitswinkel  $\Delta\varphi$  würde sich derselbe Ausdruck (3) ergeben. Ihmzufolge ist dieser Winkel  $\Delta\varphi$  im Verhältnisse  $a_1 + b : a_1 - b$  grösser, wenn der Lasthebel die Lage  $A_1O'_1$ , als wenn er die Lage  $A_1O_1$ , Fig. 191, hat. In allen Fällen ist er proportional  $\cot\beta$  und wird unendlich, indifferentem Gleichgewicht entsprechend, für  $\beta = 0$ . In diesem Falle kann jedoch  $\Delta\varphi$  auf einen endlichen Betrag reducirt und somit die Stabilität dadurch gesichert werden, dass dem Schwerpunkte  $S$  des Hebels  $AB$ , dessen Gewicht  $= W$  sei, eine gewisse Entfernung  $= e$  von der Ebene der Schneiden  $A, O, B$  und zwar unterhalb derselben gegeben wird. Ist dann  $S'$  die Projection von  $S$  auf die Ebene  $AOB$ , so kann die in  $S$  angreifende Schwerkraft  $W$  durch eine gleich grosse in  $S'$  angreifende Kraft, die mit den Schwerkraften der übrigen Glieder des Waagenmechanismus beständig im Gleichgewichte bleibt, und durch ein Kräftepaar ersetzt werden, dessen Moment  $= We \sin \Delta\varphi = We \Delta\varphi$  im Sinne einer Rückgängigmachung des Ausschlagwinkels  $\Delta\varphi$  zu drehen strebt. Der durch das Zulagegewicht  $\Delta Q$  zur Last  $Q$  etwas veränderten Gleichgewichtslage entspricht dann die Gleichung:

$$\Delta Q \frac{b_1}{a_1} b = We \Delta\varphi$$

und folgt daraus mit  $\Delta Q = \frac{1}{\varepsilon} Q$ :

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon} \frac{bb_1}{ea_1} \frac{Q}{W} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{a}{e} \frac{P}{W} \dots \dots \dots (4).$$

Insoweit die Empfindlichkeit von der Richtung der Verbindungsstange gegen die Hebel abhängt, ist sie nach (3) unabhängig von der Belastung der Waage; insoweit sie aber von der Schwerpunktslage des Gegengewichtshebels abhängt, nimmt sie nach (4) mit der Belastung zu, wenn auch nicht proportional derselben, weil in Wirklichkeit wegen der Biegung des Hebels die Entfernung  $e$  mit der Belastung etwas wächst. Im Allgemeinen können beide Hilfsmittel zusammenwirken, um eine dem jeweiligen Zwecke entsprechende Empfindlichkeit zu ergeben.

#### §. 171. Parallelogramm- und Trapezwaage.

Die Parallelogrammwaage kann als besonderer Fall einer Trapezwaage betrachtet und mag deshalb zunächst für letztere (Fig. 192) der



Ausdruck des Empfindlichkeitswinkels  $\Delta\varphi$  entwickelt werden, der auch für die Stabilitätsbedingung massgebend ist. Dabei wird angenommen, dass bei horizontalen Lagen des Hebels (Waagebalkens)  $AB$  und des Gliedes  $O_1B_1$  die Schwerkkräfte aller beweglichen Glieder nebst Schalen für sich im Gleichgewicht sind, ebenso wie die Last  $Q$  mit dem Gegengewichte  $P$ . Die Gliedlängen seien

$$OA = a, \quad OB = b, \quad O_1B_1 = b_1, \quad BB_1 = h;$$

ferner sei  $W$  das Gewicht des Hebels  $AB$  und  $\varepsilon$  die Entfernung seines Schwerpunktes von der über ihm liegenden Keilschneidenebene  $AOB$ ,  $B$  das Gewicht der Brücke (Lastschale) und  $s$  die Entfernung ihres Schwerpunktes von der lothrechten Geraden  $BB_1$ , positiv oder negativ verstanden, jenachdem er im Sinne  $OB$  oder  $BO$  ausserhalb  $BB_1$  gelegen ist; endlich sei  $x$ , ebenso wie  $s$  algebraisch verstanden, der Schwerpunktsabstand der Last  $Q$  von der Geraden  $BB_1$ , während das Gegengewicht  $P$ , auf einer Pendelschale ruhend, eine in  $A$  angreifende Kraft ist.

Bei stabilem Gleichgewichte hat die Vergrösserung der Last um den kleinen Betrag  $\Delta Q$  eine etwas veränderte Gleichgewichtsconfiguration des Mechanismus mit tiefer gelegener Lastschale zur Folge, entsprechend in Fig. 192 den kleinen Drehungswinkeln

$$BOB' = \Delta\varphi \text{ des Waagebalkens } AB,$$

$$B_1O_1B'_1 = \Delta\varphi_1 = \frac{b}{b_1} \Delta\varphi \text{ des Gliedes } O_1B_1,$$

welche Winkel wieder als so klein angenommen werden, dass

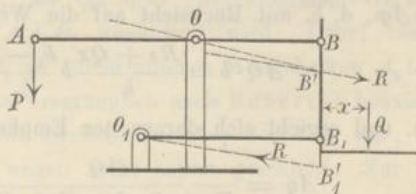
$$\cos \Delta\varphi = \cos \Delta\varphi_1 = 1, \quad \sin \Delta\varphi = \Delta\varphi, \quad \sin \Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_1$$

gesetzt und somit die Gerade  $BB_1$  als in sich selbst nach  $B'B'_1$  verschoben angesehen werden kann. Nun zerfallen die Kräfte  $B$  und  $Q + \Delta Q$  in ebenso grosse längs  $BB_1$  gerichtete Kräfte und in Kräftepaare mit den Momenten  $Bs$  und  $(Q + \Delta Q)x$ , welche zusammen eine in  $B'_1$  angreifende gegen  $O_1$  gerichtete Kraft und eine damit parallel in  $B'$  angreifende, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft von der Grösse

$$R = \frac{Bs + (Q + \Delta Q)x}{h \cos \Delta\varphi_1} \text{ nahe } = \frac{Bs + Qx}{h}$$

verursachen. Die in  $B'$  angreifende Kraft  $R$  wirkt drehend auf den

Fig. 192.





Hebel  $AB$  und zwar unter den Verhältnissen von Fig. 192 ( $b_1 > b$ ) in einerlei Sinn drehend mit dem Gegengewichte  $P$ , nämlich mit dem Momente  $Rr$  am Hebelarme

$$r = b (\Delta\varphi - \Delta\varphi_1) = b \left(1 - \frac{b}{b_1}\right) \Delta\varphi.$$

In demselben Sinne dreht auch das Moment  $= We\Delta\varphi$  des Kräftepaars, welches aus der Versetzung der Schwerkraft  $W$  des Hebels  $AB$  von seinem Schwerpunkte  $S$  an dessen Projektion  $S'$  auf die Ebene  $AOB$  hervorgeht.

Mit Rücksicht darauf, dass die längs  $BB_1$  gerichtete Kraft  $B$  nebst dem auf die Schneide  $B_1$  reducirten Gewichte des Gliedes  $O_1B_1$  mit der in  $S'$  angreifenden Schwerkraft  $W$  und der in  $A$  angreifenden Schwere der Gegengewichtsschale im Gleichgewichte ist, dass ebenso auch zwischen der längs  $BB_1$  gerichteten Kraft  $Q$  und der in  $A$  angreifenden Kraft  $P$  Gleichgewicht besteht, muss auch das Moment  $= \Delta Q \cdot b$ , mit welchem die längs  $BB_1$  gerichtete Kraft  $\Delta Q$  den Hebel  $AB$  zu drehen strebt,  $=$  der Summe der entgegengesetzt drehenden Momente  $Rr$  und  $We\Delta\varphi$ , d. h. mit Rücksicht auf die Werthe von  $R$  und  $r$ :

$$\Delta Q \cdot b = \frac{Bs + Qx}{h} b \frac{b_1 - b}{b_1} \Delta\varphi + We\Delta\varphi$$

sein, und ergibt sich daraus der Empfindlichkeitswinkel:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta Q}{\frac{Bs + Qx}{h} \frac{b_1 - b}{b_1} + \frac{We}{b}} \quad \left. \begin{array}{l} \dots \dots \dots (1). \\ \dots \dots \dots \end{array} \right\}$$

$$= \frac{\Delta Q}{\frac{Qx'}{h} \frac{b_1 - b}{b_1} + \frac{We}{b}} \quad \text{mit} \quad x' = x + \frac{B}{Q}s$$

Die Empfindlichkeit einer Trapezwaage ( $b_1 - b$  nicht  $= 0$ ) ist hiernach abhängig von  $x$ , d. h. von der Lage der Last auf der Brücke. Indem ferner die Stabilität einen positiven endlichen Werth von  $\Delta\varphi$  erfordert, müssen für  $e = 0$ , d. h. ohne Mitwirkung des Untergewichts des Waagebalkens  $AB$  die Grössen  $b_1 - b$  und  $x'$  zugleich positiv oder negativ sein. Wenn also die Lastschale so angeordnet ist, dass  $x'$  je nach der Lage der Last sowohl positiv wie negativ sein kann (siehe z. B. Fig. 186), müsste die Stabilität entweder durch entsprechendes Untergewicht des Waagebalkens herbeigeführt, oder es muss, wenn bei nicht sehr kleinem Absolutwerthe von  $x'$  ein allzu grosser Werth von  $We$  dazu nöthig wäre,  $b_1 = b$  gemacht werden.



Als reine Trapezwaage, d. h. abgesehen von den verschiedenen Arten abgeleiteter Trapezwaagen, hat in der That nur dieser die Parallelogrammwaage charakterisirende Specialfall  $b_1 = b$  praktisches Interesse. Für denselben wird nach Gl. (1):

$$\Delta q = \frac{b}{e} \frac{\Delta Q}{W} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{b}{e} \frac{Q}{W} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{a}{e} \frac{P}{W} \dots \dots \dots (2)$$

in Uebereinstimmung mit Gl. (4) im vorigen Paragraph. Die Empfindlichkeit ist von der Lage der Last unabhängig, wesentlich aber abhängig vom Untergewichte des Waagebalkens, das zur Sicherung der Stabilität erforderlich ist.

Diese Parallelogrammwaage ist als sogenannte oberhalbige Waage die am allgemeinsten gebräuchliche Waage für den kaufmännischen Detailverkehr, und zwar in der Weise ausgeführt, dass entsprechend  $a = b$ , also  $P = Q$ , beide Seiten ganz gleich, beide Schalen zwangsläufig geführte Oberschalen sind. Die betreffende typische Figur geht aus Fig. 185 dadurch hervor, dass deren rechte Seite auf der linken Seite des Ständers  $OO_1$  als ein dem Parallelogramm  $OB B_1 O_1$  congruentes Parallelogramm  $OA A_1 O_1$  wiederholt wird. Dabei können die zwei Glieder  $O_1 A_1$  und  $O_1 B_1$  zu einem unteren Waagebalken  $A_1 O_1 B_1$  vereinigt werden, wie es bei der ursprünglich nach Roberval benannten solchen gleicharmigen Waage mit zwei Oberschalen der Fall war, aber auch sonst seiner Einfachheit wegen nicht selten geschieht. Zur Vermeidung von Klemmungen oder Gleitungen an den Schneiden müssen dann freilich die zweierlei Gliedlängen  $OA, OB, O_1 A_1, O_1 B_1$  und  $AA_1, OO_1, BB_1$  mit erhöhter Sorgfalt je unter sich gleich gemacht werden; trotzdem bleibt es ungewiss, weil von unvermeidlichen Zufälligkeiten abhängig, in welchem Maasse die Belastung vom unteren und vom oberen Waagebalken getragen wird, so dass jeder von ihnen zur Inanspruchnahme auf Biegung durch die ganze Belastung ausreichende Dimensionen erhalten muss. Vortheilhafter in diesen Beziehungen ist die Anwendung gesonderter Glieder  $O_1 A_1$  und  $O_1 B_1$ , die nur auf Zug oder auf Druck in Anspruch genommen werden. Auch kann dann dadurch, dass, wie bei der Waage von Westphal, jedes dieser Glieder, z. B.  $O_1 B_1$  an beiden Enden mit Doppelschneiden versehen wird so, dass bei  $O_1$  diese zwei Schneiden nicht ganz in gerader Linie liegen, sondern in kleinem Abstände  $= 2y$  einander parallel sind, dem betreffenden Gliede die Länge

$$b_1 = b + y \quad \text{oder} \quad b_1 = b - y$$

gegeben werden, jenachdem sie auf Druck oder auf Zug beansprucht,



jenachdem also  $x'$  in Gl. (1) positiv oder negativ ist. Dadurch kann ohne Beihilfe von Untergewicht des Waagebalkens der doppelten Rücksicht auf Stabilität und auf genügende Empfindlichkeit Rechnung getragen werden, indem nach Gl. (1):

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta Q h}{Q} \frac{b}{x' \pm y} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{h}{x'} \frac{b}{\pm y} \dots \dots \dots (3)$$

wird. Die Empfindlichkeit ist dann unabhängig von der Belastung, während sie infolge von Untergewicht des Waagebalkens bei genau gleichen Längen  $OA = OB = O_1A_1 = O_1B_1$  nach Gl. (2) proportional der Belastung veränderlich ist. —

Um für grössere Lasten die Parallelogrammwaage als verjüngte, z. B. als Decimalwaage herzustellen, braucht nur das Hebelarmverhältniss

$$\frac{OA}{OB} = \frac{a}{b} = 10$$

gemacht zu werden. Wird dann die Brücke behufs leichter Aufbringung der Last tief liegend so angeordnet, wie Fig. 192 andeutet, so ist immer  $x'$  positiv, also die Stabilität auch ohne Untergewicht des Waagebalkens dadurch zu sichern, dass  $b_1$  etwas  $> b$  gemacht wird. Ist etwa  $b_1 = b + y$ , so ist dann nach Gl. (3):

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon} \frac{h}{x'} \frac{b}{y} \quad \text{mit} \quad x' = x + \frac{B}{Q} s.$$

Gebräuchlicher ist indessen die Herstellung der Parallelogrammwaage als Decimalwaage mit Hilfe eines besonderen Verjüngungshebels, wie bei der

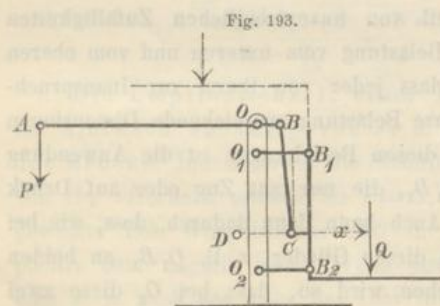


Fig. 193.

Brückenwaage von George, Fig. 193. Hier ist die durch den Mechanismus  $O_1B_1B_2O_2$  parallel geführte Brücke mittels der Zugstange  $BC$  an den Waagebalken  $AB$  mit dem Armverhältnisse  $OA : OB = 10$  angehängt, und können die Längen  $O_1B_1, O_2B_2$  möglichst genau gleich, übrigens beliebig lang  $= b_1$  gemacht werden, indem die Stabilität ohne Beihilfe von Untergewicht des Hebels  $AB$  dadurch herbeigeführt werden kann, dass der Winkel  $OBC$  etwas  $> 90^\circ$  gemacht wird. Ist nämlich dieser

in



Winkel =  $90^\circ + \beta$  und  $OB = b$ , so ist nach Gl. (3) im vorigen Paragraph der Empfindlichkeitswinkel

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{cotg} \beta \frac{b_1}{b_1 - b} \dots \dots \dots (4),$$

weil in Betreff des Gleichgewichts der Kräfte am Hebel  $AB$  sich Alles gerade so verhält, als ob die Schwerkraft der Brücke und der Last  $Q$  unmittelbar im Punkte  $C$  angriffe, dieser aber in einem Kreise mit dem Mittelpunkte  $D$  ( $DC$  parallel und gleich  $O_1B_1 = O_2B_2$ ) beweglich und somit der Mechanismus  $A O B C D$  von jenem  $A O B A_1 O'_1$ , Fig. 191, nicht verschieden ist, wenn man darin  $B'_1$  mit  $A_1$  zusammenfallen lässt. Von den Gliedern  $O_1B_1$  und  $O_2B_2$  wird jenes gezogen, dieses gedrückt mit einer Kraft

$$= \frac{B s + Q x}{h},$$

die somit um so kleiner ist, je grösser  $O_1O_2 = B_1B_2 = h$ .

Bei der constructiven Ausführung der Waage von George sind die Glieder  $O_1B_1$  und  $O_2B_2$  je doppelt vorhanden, ebenso die Zugstange  $BC$ , indem der Hebel  $AB$  gegen  $B$  hin gegabelt ist und die Keilschneiden  $O, B$  in je zwei in gerader Linie liegende Schneiden zerlegt sind. Häufiger, als mit tief liegender Brücke zur Aufnahme grösserer Lasten, findet sich übrigens diese Waage in Deutschland mit hoch liegender Brücke (in Fig. 193 punktirt angedeutet) als Tischwaage für kleinere Lasten im Gebrauch; dabei ist  $x'$  negativ,  $O_1B_1$  auf Druck,  $O_2B_2$  auf Zug in Anspruch genommen.

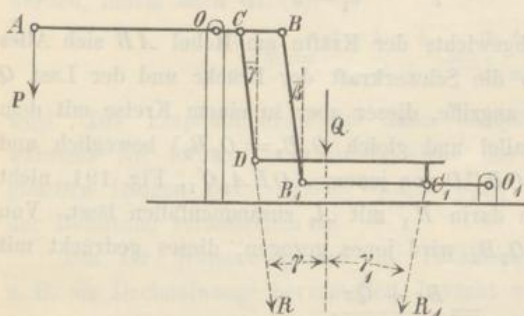
§. 172. Abgeleitete Trapezwaagen.

Unter diesem Namen seien hier nicht nur die im §. 169 im engeren Sinne so genannten abgeleiteten Trapezwaagen, sondern auch Doppeltapezwaagen, die einen und anderen event. mit Verjüngungshebel, verstanden. Was aber zunächst die abgeleiteten Trapezwaagen im engeren Sinne betrifft, so können sie unterschieden werden als solche, bei denen die nicht parallelen Seiten des zu Grunde liegenden Trapezes  $OBB_1O_1$  sich ausserhalb oder zwischen den parallelen Seiten schneiden, somit  $OB$  und  $O_1B_1$  gleich gerichtet sind (wie in Fig. 187) oder entgegengesetzt gerichtet (wie bei den Trapezen  $OB_1C_1O_1$  und  $OB_2C_2O_2$  in Fig. 189), ferner als solche, bei denen die zwischen  $C$  und  $C_1$  ein-



geschaltete Stange  $CD$  bezw.  $C_1D$  bei  $C$  an den Gegengewichtshebel  $OB$  oder (wie in Fig. 187) bei  $C_1$  an den Führungshebel  $O_1B_1$  angehängt ist.

Fig. 194.



Bei folgender Untersuchung der Stabilität und Empfindlichkeits solcher Waagen werde von dem gewöhnlichsten, durch Fig. 194 dargestellten Falle ausgegangen, dass  $OB$  und  $O_1B_1$  entgegengesetzt gerichtet sind und

dass die eingefügte Stange ( $CD$ ) am Gegengewichtshebel angehängt ist. Dabei sei:

$$OA = a, \quad OB = b, \quad OC = c, \quad O_1B_1 = b_1, \quad O_1C_1 = c_1,$$

also nach §. 169:

$$\frac{b}{c} = \frac{b_1}{c_1} \quad \text{und} \quad \frac{Q}{P} = \frac{a}{c} \dots \dots \dots (1)$$

im Gleichgewichtszustande mit horizontalen Hebeln, falls die unbelastete Waage für sich in gleicher Weise einspielt.

Wird die Kraft  $Q$  in die durch  $C$  gehende Componente  $R$  und die durch  $C_1$  gehende Componente  $R_1$  zerlegt, so ist die Richtungslinie der einen (die von  $R$  in Fig. 194) durch die Richtung der von  $C$  oder  $C_1$  ausgehenden Koppelstange ( $CD$  in Fig. 194) gegeben und dadurch dann auch die Richtungslinie der anderen Componente bestimmt, weil beide sich in einem Punkte der Richtungslinie von  $Q$  schneiden. Hiernach seien für die mittlere Gleichgewichtslage (bei horizontalen Hebeln) die Winkel  $OCR = 90^\circ + \gamma, \quad OBB_1 = O_1B_1B = 90^\circ + \beta, \quad O_1C_1R_1 = 90^\circ + \gamma_1.$

Ist das Gleichgewicht stabil, so findet es, wenn  $Q$  an derselben Stelle durch  $Q + \Delta Q$  ersetzt wird, bei etwas veränderter Configuration statt, indem die Hebel  $OB$  und  $O_1B_1$  bezw. um die Winkel  $\Delta\varphi$  und  $\Delta\varphi_1$  abwärts gedreht werden, welche so klein seien, dass

$$\cos \Delta\varphi = \cos \Delta\varphi_1 = 1, \quad \sin \Delta\varphi = \Delta\varphi, \quad \sin \Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_1 \dots (2)$$

gesetzt werden kann. Die Punkte  $B, C, B_1, C_1, D$  haben sich dabei um kleine Strecken vertical abwärts bewegt und ist

$$b \Delta\varphi = b_1 \Delta\varphi_1 \dots \dots \dots (3);$$



obige Winkel aber sind übergegangen in:

$$\left. \begin{aligned} OCR &= 90^\circ + \gamma + \Delta\varphi, & OBB_1 &= 90^\circ + \beta + \Delta\varphi \\ O_1C_1R_1 &= 90^\circ + \gamma_1 + \Delta\varphi_1, & O_1B_1B &= 90^\circ + \beta - \Delta\varphi_1 \end{aligned} \right\} \dots (4).$$

Das Moment, mit welchem die Last  $Q + \Delta Q$  den Hebel  $AB$  zu drehen strebt (im Sinne einer Vergrößerung von  $\Delta\varphi$ ), kann bei Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung zerlegt werden in das Moment der in  $C$  angreifenden zusätzlichen Last  $\Delta Q$  und in die Momente, welche von den Componenten  $R, R_1$  der Kraft  $Q$  herrühren. Letztere sind zusammen:

$$M = Rc \sin OCR + R_1c_1 \sin O_1C_1R_1 \frac{b \sin OBB_1}{b_1 \sin O_1B_1B}$$

oder mit Rücksicht auf (4) und (2):

$$M = Rc(\cos \gamma - \sin \gamma \Delta\varphi) + R_1c_1(\cos \gamma_1 - \sin \gamma_1 \Delta\varphi_1) \frac{b \cos \beta - \sin \beta \Delta\varphi}{b_1 \cos \beta + \sin \beta \Delta\varphi_1}$$

oder gemäss Gl. (1) und analog (2), da auch  $\beta, \gamma$  und  $\gamma_1$  ebenso wie  $\Delta\varphi$  und  $\Delta\varphi_1$  stets sehr kleine Winkel sind:

$$\begin{aligned} M &= Rc(1 - \gamma \Delta\varphi) + R_1c(1 - \gamma_1 \Delta\varphi_1) \frac{1 - \beta \Delta\varphi}{1 + \beta \Delta\varphi_1} \\ &= Rc(1 - \gamma \Delta\varphi) + R_1c[1 - \gamma_1 \Delta\varphi_1 - \beta(\Delta\varphi + \Delta\varphi_1)] \end{aligned}$$

mit Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung, oder endlich, da mit derselben Annäherung, mit welcher  $\cos \gamma = \cos \gamma_1 = 1$  und  $\sin \gamma = \gamma, \sin \gamma_1 = \gamma_1$  gesetzt wurde, auch

$$R\gamma = R_1\gamma_1 \quad \text{und} \quad R + R_1 = Q \dots \dots \dots (5)$$

ist,

$$\begin{aligned} M &= Qc - R_1c(\beta + \gamma_1)(\Delta\varphi + \Delta\varphi_1) \\ &= Qc - R_1c(\beta + \gamma_1) \left(1 + \frac{b}{b_1}\right) \Delta\varphi. \end{aligned}$$

Nun ist die Bedingung des Gleichgewichtes der Kräfte am Hebel  $AB$  in seiner geänderten Gleichgewichtslage:

$$\Delta Q \cdot c + M - Pa - M' = 0,$$

unter  $M'$  das Moment verstanden, mit welchem die in stabilem Gleichgewichte befindlichen Schwerkkräfte der beweglichen Glieder den Hebel  $AB$  der unbelasteten Waage in seine mittlere Gleichgewichtslage zurückdrehen streben. Die Einsetzung des Werthes von  $M$  giebt:

$$\Delta Q \cdot c + Qc - R_1c(\beta + \gamma_1) \frac{b_1 + b}{b_1} \Delta\varphi - Pa - M' = 0$$

oder, da für  $\Delta Q = 0$  auch  $\Delta\varphi = 0$  und  $M' = 0$ , also in Ueberein-



stimmung mit Gl. (1)

$$Qc = Pa$$

ist, und wenn ferner  $M' = Kc \Delta\varphi$  gesetzt wird:

$$\Delta\varphi = \frac{AQ}{R_1(\beta + \gamma_1) \frac{b_1 + b}{b_1} + K} \dots \dots \dots (6).$$

Hieraus folgt, dass wenn bei der durch Fig. 194 dargestellten Anordnung der abgeleiteten Trapezwaage, überhaupt bei entgegengesetzten Richtungen der parallelen Trapezseiten  $OB, O_1B_1$  das Gleichgewicht der Kräfte ohne Beihülfe der Stabilität der unbelasteten Waage ( $K=0$ ) stabil sein soll, die Winkelsumme  $\beta + \gamma_1$  positiv sein muss. Wenn aber die eingefügte Koppel an den Gegengewichtshebel angeschlossen ist (wie die Zugstange  $CD$  in Fig. 194), so kann je nach der Lage der Last auf der Brücke der Absolutwerth von  $\gamma_1$  sehr verschieden, insbesondere auch = Null sein, woraus folgt, dass  $\beta$  und  $\gamma_1$  je für sich positiv sein müssen, also auch, da  $\gamma$  und  $\gamma_1$  gleichzeitig positiv oder negativ (die Winkel  $OCR$  und  $O_1C_1R_1$  gleichzeitig stumpf oder spitz) sind, dass in Fig. 194 die Winkel  $\beta$  und  $\gamma$  positiv, d. h. die Winkel  $OB_1$  und  $OCD$  stumpf sein müssen.

Auf ähnliche Weise kann in anderen Fällen die Stabilität geprüft werden. Nur ist in Gl. (6), wenn die Trapezseiten  $OB, O_1B_1$  gleich gerichtet sind,  $b_1$  durch  $-b_1$  und  $\gamma_1$  durch  $-\gamma_1$  zu ersetzen, falls die Winkel  $\beta, \gamma, \gamma_1$  algebraisch immer so verstanden werden, dass

$$OB_1 = 90^\circ + \beta, \quad OCR = 90^\circ + \gamma, \quad O_1C_1R_1 = 90^\circ + \gamma_1 \dots (7)$$

ist, unter  $R$  und  $R_1$  die beziehungsweise durch  $C$  und  $C_1$  gehenden Componenten von  $Q$  verstanden. Die Nothwendigkeit des Ersatzes von  $b_1$  durch  $-b_1$  in diesem Falle ist ohne Weiteres einleuchtend und analog dem doppelten Vorzeichen in Gl. (3), §. 170, mit Bezug auf die Doppelfigur 191; dass aber auch  $\gamma_1$  durch  $-\gamma_1$  zu ersetzen ist, entspricht dem Umstande, dass, während bei entgegengesetzt gerichteten parallelen Trapezseiten (Fig. 194) die Winkel  $OCR$  und  $O_1C_1R_1$  gleichzeitig stumpf oder spitz sind, von denselben bei gleich gerichteten parallelen Trapezseiten (Fig. 187) der eine stumpf, wenn der andere spitz ist. Allgemein ist also der Ausdruck des Empfindlichkeitswinkels einer abgeleiteten Trapezwaage:

$$\Delta\varphi = \frac{AQ}{R_1(\beta \pm \gamma_1) \frac{b_1 + b}{b_1} + K} \dots \dots \dots (8).$$



Allgemein kann man jetzt sagen, dass das Gleichgewicht der Kräfte  $P, Q$  unabhängig von der Stabilität des Gleichgewichtes der unbelasteten Waage stabil ist, wenn  $\beta \pm \gamma_1$  und  $b_1 \pm b$  gleichzeitig positiv oder negativ sind; ist z. B. bei gleich gerichteten parallelen Trapezseiten  $b_1 < b$ , so muss  $\beta - \gamma_1$  negativ sein u. s. f.

Nach Gl. (8) ist der Empfindlichkeitswinkel im Allgemeinen abhängig von der Lage der Last auf der Brücke, da hiermit  $R_1$  und  $\gamma_1$  veränderlich sind. Nun ist aber wegen  $R_1(\pm \gamma_1) = R\gamma$  und  $R + R_1 = Q$  nach Gl. (5):

$$R_1(\beta \pm \gamma_1) = R_1\beta + R\gamma = Q\beta,$$

wenn  $\beta = \gamma$  gemacht wird, und wird dann unabhängig von der Lage der Last:

$$\Delta q = \frac{\Delta Q}{Q\beta \frac{b_1 \pm b}{b_1} + K} \dots \dots \dots (9),$$

insbesondere mit  $K = 0$  und  $\Delta Q = \frac{1}{\varepsilon} Q$ :

$$\Delta q = \frac{1}{\varepsilon \beta} \frac{b_1}{b_1 \pm b} \dots \dots \dots (10),$$

analog Gl. (3) im §. 170 mit  $\cotg \beta = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = \frac{1}{\beta}$ . Natürlich kann aber die Bedingung  $\beta = \gamma$  nur dann stets erfüllt werden, wenn  $\gamma$  ebenso wie  $\beta$  ein durch die Construction bestimmter, von der zufälligen Lage der Last auf der Brücke unabhängiger Winkel ist, wenn also die Koppel bei  $C$  an den Gegengewichtshebel angeschlossen wird, wie es u. A. bei der Waage gemäss Fig. 194 der Fall ist. —

Die ihrem Wesen nach durch diese Figur 194 dargestellte abgeleitete Trapezwaage ist die sehr verbreitete Decimalwaage von Quintenz oder auch sogenannte Strassburger Brückenwaage. Dem Obigen zufolge ist sie behufs der Stabilität des Gleichgewichtes ohne Hülfe von Untergewicht der Waagebalken und behufs gleicher Empfindlichkeit für jede Lage der Last auf der Brücke so zu construiren, dass die Winkel  $OB B_1$  und  $OC D$  gleich gross und etwas  $> 90^\circ$  sind, während die Unabhängigkeit des Verjüngungsverhältnisses  $P : Q = OC : OA = 1 : 10$  von jener Lage der Last an die Bedingung  $OC : OB = O_1 C_1 : O_1 B_1$  geknüpft ist.

Was die mancherlei Variationen der abgeleiteten Trapezwaage betrifft, so ist zu bemerken, dass sie sich nicht nur insofern



unterscheiden können, als  $OB$  und  $O_1B_1$  gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind, die Brücke durch eine Koppel mit  $OB$  oder mit  $O_1B_1$  verbunden,

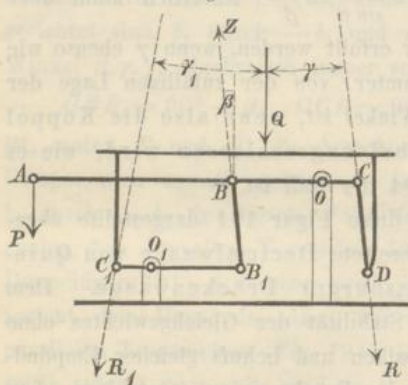
$$\frac{OB}{O_1B_1} < 1, \quad \frac{OC}{OB} = \frac{O_1C_1}{O_1B_1} < 1$$

ist, sondern auch insofern, als die Stangen  $BB_1$  und  $CD$  bzw.  $C_1D$  entweder, wie es bei Fig. 194 und überhaupt gewöhnlich der Fall ist, auf Zug oder auf Druck in Anspruch genommen sind. Auch durch letzteren Unterschied werden die obigen Schlussfolgerungen nicht berührt, falls nur die Winkel  $\beta, \gamma, \gamma_1$  auf entsprechende Weise algebraisch verstanden werden. Was  $\gamma$  und  $\gamma_1$  betrifft, so wurden diese Winkel durch die Definitionsgleichungen (7) bereits ausdrücklich auf die Richtungen der Kraftkomponenten  $R, R_1$  von  $Q$  bezogen; dagegen muss die Definition des Winkels  $\beta = OBB_1 - 90^\circ$ , die sich auf die Voraussetzung bezog, dass die Richtung  $BZ$  der durch die Stange  $BB_1$  auf den Gegengewichtshebel übertragenen Kraft mit der Richtung von  $B$  gegen  $B_1$  übereinstimmt, nachträglich durch die Definition:

$$\text{Winkel } OBZ = 90^\circ + \beta \dots \dots \dots (7, a)$$

ersetzt werden, um den Ausdruck (8) von  $\Delta\varphi$  mit den daraus gezogenen Folgerungen allgemein gültig bleiben zu lassen.

Fig. 195.



Eine hierher gehörige Variation der abgeleiteten Trapezwaage ist die durch Fig. 195 im Princip dargestellte Waage von Pellenz. Sie geht aus der Waage von Quintenz (Fig. 194) dadurch hervor, dass die Schneiden  $B$  und  $B_1$  auf die anderen Seiten von  $O$  und  $O_1$  verlegt werden. Indem aber jetzt die Verbindungsstange  $BB_1$  auf Druck beansprucht wird, ist der Winkel  $OBB_1$  etwas  $< 90^\circ$  zu machen, so dass  $BB_1$  und  $CD$  nach wie vor parallel bleiben.

Der Empfindlichkeitswinkel ohne Rücksicht auf Untergewicht der Hebel ist dann wie bei der Quintenz-Waage nach Gl. (10):

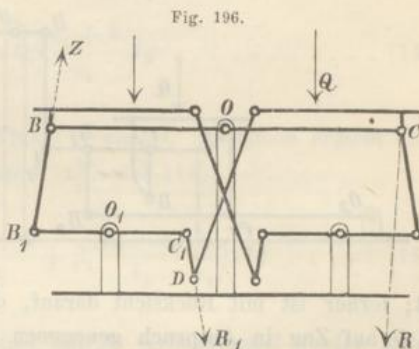
$$\Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon\beta} \frac{b_1}{b_1 + b}, \quad \text{insbesondere} = \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon\beta} \dots \dots \dots (11),$$

wenn bei der Waage von Pellenz  $b = b_1$  gemacht wird.



Aehnlich den im vorigen Paragraph besprochenen oberhalbigen Parallelogrammwaagen für den kaufmännischen Detailverkehr, entsprechend  $P = Q$ , ist auch die abgeleitete Trapezwaage als oberhalbige Gleichwaage, wie sie mit Brauer ihrem Wesen nach im Allgemeinen bezeichnet werde, mehrfach im Gebrauch. Besonders verbreitet ist die Waage von Pfnzeder, bzw. von Gebr.

Pfitzer: Fig. 196. Sie entspricht mit symmetrischer Verdoppelung dem Falle, dass die parallelen Seiten  $OB$  und  $O_1B_1$  des zu Grunde liegenden Trapezes gleich gerichtet sind, dass also in Gl. (8) die unteren Vorzeichen gelten. Jede Schale wird unmittelbar vom Waagebalken und durch Vermittlung der Koppel vom Führungshebel



getragen, z. B. die rechteitige Schale, Fig. 196, bei  $C$  vom Waagebalken und mittels der Koppel  $C_1D$  bei  $C_1$  vom Führungshebel. Von den Componenten  $R, R_1$  der Kraft  $Q$  hat letztere die Richtung  $C_1D$ , erstere die Richtung von  $C$  gegen den Schnittpunkt von  $Q$  und  $R_1$ ; die Verbindungsstange  $BB_1$  wird auf Druck beansprucht. Die Stabilität erfordert einen positiven Werth des Nenners im Ausdrucke (8) von  $\Delta\varphi$ , worin die unteren Vorzeichen gelten, also ohne Beihilfe von Untergewicht ( $K = 0$ ) mit Rücksicht darauf, dass hier  $b_1 - b$  negativ ist, auch einen negativen Werth von  $\beta - \gamma_1$ . Somit muss

$$\gamma_1 > \beta, \text{ d. h. Winkel } O_1C_1R_1 > OBZ$$

sein. Dazu ist es zwar nicht nöthig, dass  $O_1C_1R_1$  etwas stumpf,  $OBZ$  etwas spitz sei, doch ist es deshalb zweckmässig, weil dann  $OCR$  etwas spitz und somit möglichst angenähert der Bedingung  $OBZ = OCR$  ( $\beta = \gamma$ ) für die Unabhängigkeit des Empfindlichkeitswinkels  $\Delta\varphi$  von der Angriffsstelle der Last Genüge zu leisten ist. —

Eine abgeleitete Trapezwaage mit Verjüngungshebel wurde im §. 169 durch die typische Figur 188 veranschaulicht. Für dieselbe ist, wenn

$$\begin{array}{lll} OA = a & OB = b & \\ O_1A_1 = a_1 & O_1B_1 = b_1 & O_1C_1 = c_1 \\ & O_2B_2 = b_2 & O_2C_2 = c_2 \end{array}$$

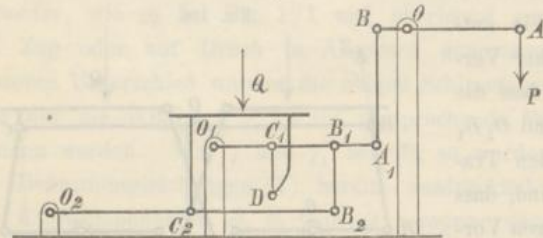


gesetzt wird:  $\frac{b_1}{c_1} = \frac{b_2}{c_2}; \frac{Q}{P} = \frac{a}{b} \frac{a_1}{c_1} \dots \dots \dots (12).$

Setzt man ferner die Winkel:

$$OBA_1 = 90^\circ + \beta, \quad O_1B_1B_2 = 90^\circ + \beta_1, \quad O_1C_1D = 90^\circ + \gamma_1,$$

Fig. 188.



so hat die Annahme  $\beta_1 = \gamma_1$  (analog der obigen Annahme  $\beta = \gamma$  mit Bezug auf Fig. 194) wieder zur Folge, dass die Empfindlichkeit von der Lage der Last  $Q$  auf der Brücke unabhängig

ist; ferner ist mit Rücksicht darauf, dass die Stangen  $BA_1, B_1B_2$  und  $C_1D$  auf Zug in Anspruch genommen werden, das Gleichgewicht unabhängig von Untergewicht der Hebel stabil, wenn  $\beta$  und  $\beta_1 = \gamma_1$  kleine positive Winkel sind. Nach einer im §. 169 gemachten allgemeinen Bemerkung sind indessen die Winkel  $\beta_1, \gamma_1$  von untergeordnetem Einflusse auf diese Stabilität, so dass es genügt, nur den Winkel  $OBA_1$  etwas stumpf zu machen, während  $B_1B_2$  und  $C_1D$  für die mittlere Gleichgewichtslage rechtwinklig gegen  $O_1A_1$  gerichtet werden.

Vollständig ergibt sich im Falle  $\beta_1 = \gamma_1$  der Einfluss von  $\beta$  und  $\beta_1$  auf die Empfindlichkeit durch folgende Ueberlegung, wobei mit  $\Delta\varphi$  und  $\Delta\varphi_1$  die kleinen Winkel bezeichnet seien, um welche die Hebel  $OA$  und  $O_1A_1$  durch das kleine Zulagegewicht  $AQ$  auf der Brücke gedreht werden. Wäre  $\beta = \beta_1 = 0$ , so wäre, abgesehen von Untergewicht der Hebel, das Gleichgewicht indifferent. Ist nur  $\beta = 0$ , so wird nur durch  $\beta_1$  die Stabilität bedingt und verhält sich in Beziehung auf dieselbe Alles gerade so, als ob das Gegengewicht vertical aufwärts gerichtet in  $A_1$  oder in einem auf der anderen Seite von  $O_1$  liegenden Punkte des Hebels  $O_1B_1$  vertical abwärts gerichtet angriffe, d. h. es verhält sich die Waage bezüglich der Stabilität wie eine abgeleitete Trapezwaage ohne Verjüngungshebel, so dass nach obiger Gleichung (9) mit  $K = 0$ , ferner mit dem unteren Vorzeichen (gleichen Richtungen der parallelen Trapezseiten  $O_1B_1$  und  $O_2B_2$  entsprechend) und bei Substitution von  $b_1$  für  $b, b_2$  für  $b_1, \beta_1$  für  $\beta, \Delta\varphi_1$  für  $\Delta\varphi$ :

$$\Delta Q = Q\beta_1 \frac{b_2 - b_1}{b_2} \Delta\varphi_1 = Q\beta_1 \frac{b_2 - b_1}{b_2} \frac{b}{a_1} \Delta\varphi \dots \dots (13)$$

§.  
ist.  
Hel  
in  
wä  
und  
Mit  
also  
wor  
wei  
wes  
Rat  
tala  
ser  
Cor  
dad  
Hel  
Lag  
ze  
Tra  
lich  
un  
stü  
dan  
mü  
Fig  
lieg  
für



ist. Wäre dagegen nur  $\beta_1=0$ , so wäre die Stabilität nur von der Hebelcombination  $AOBA_1O_1$  analog Fig. 191 abhängig, während  $Q+AQ$  in  $C_1$  (entsprechend dem Punkte  $B_1$  in Fig. 191) angreifend zu denken wäre; nach §. 170, Gl. (3) wäre dann bei Substitution von  $\frac{AQ}{Q}$  für  $\frac{1}{\epsilon}$  und von  $\frac{1}{\beta}$  für  $\cot \beta$ :

$$AQ = Q\beta \frac{a_1 + b}{a_1} A\varphi \dots \dots \dots (14).$$

Mit Rücksicht auf die kleinen Winkel  $\beta$  und  $\beta_1$  zusammen ergibt sich also durch Addition der Gleichungen (13) und (14):

$$\frac{AQ}{Q} = \frac{1}{\epsilon} = \left( \beta \frac{a_1 + b}{a_1} + \beta_1 \frac{b_2 - b_1}{b_2} \frac{b}{a_1} \right) A\varphi \dots \dots \dots (15),$$

worin aber näherungsweise das Glied mit  $\beta_1$  vernachlässigt werden kann, weil das Verhältniss seines Coefficienten zu demjenigen des Gliedes mit  $\beta$

$$= \frac{b_2 - b_1}{b_2} \frac{b}{a_1 + b}$$

wesentlich  $< 1$  ist.

Eine bessere Ausnutzung des Raumes, nämlich kleinere Horizontalausdehnung der Waage bei grösserer Länge der Brücke, als bei der Construction gemäss Fig. 188, kann dadurch erreicht werden, dass dem Hebel  $O_2B_2$  die entgegengesetzte Lage gegeben wird, wie Fig. 197 zeigt. Diese Form der abgeleiteten

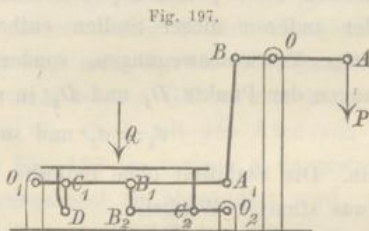


Fig. 197.

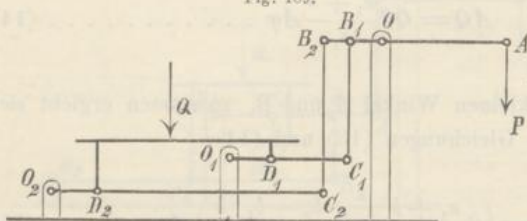
Trapezwaage mit Verjüngungshebel ist besonders in Frankreich gebräuchlich, wobei auch oft die Koppel  $C_1D$  weggelassen, die Brücke also unmittelbar bei  $C_1$  vom Hebel  $O_1B_1$ , bei  $C_2$  vom Hebel  $O_2B_2$  unterstützt wird, freilich nicht zum Vortheil der betreffenden Schneiden, die dann bei den Schwingungen der Waage auf den Pfannen etwas gleiten müssen. In obigen Gleichungen (13) und (15) ist für den Fall der Figur 197, indem jetzt die parallelen Seiten  $O_1B_1, O_2B_2$  des zu Grunde liegenden Trapezes  $O_1B_1B_2O_2$  entgegengesetzt gerichtet sind,  $b_2 + b_1$  für  $b_2 - b_1$  zu setzen. —



Für die Doppeltrapezwaage, dargestellt im §. 169 durch die schematische Figur 189, ergab sich daselbst, wenn

$$\begin{aligned} OA &= a \\ OB_1 &= b_1 & O_1 C_1 &= c_1 & O_1 D_1 &= d_1 \\ OB_2 &= b_2 & O_2 C_2 &= c_2 & O_2 D_2 &= d_2 \end{aligned}$$

Fig. 189.



gesetzt wird, als Bedingung dafür, dass die Punkte  $D_1$  und  $D_2$  gleiche Verticalbewegungen haben und dass somit das Verhältniss  $Q:P$  von der Lage der Last auf der Brücke unab-

hängig ist:

$$\frac{c_1}{d_1} : \frac{c_2}{d_2} = b_1 : b_2 \dots \dots \dots (16),$$

und zwar ist dann:

$$\frac{Q}{P} = \frac{a}{b_1} \frac{c_1}{d_1} = \frac{a}{b_2} \frac{c_2}{d_2} \dots \dots \dots (17).$$

Damit aber zur Verhinderung von Gleitungen der Schneiden auf den Pfannen bei  $D_1$  und  $D_2$  die Einschaltung einer Koppel an der einen oder anderen dieser Stellen entbehrlich sei, müssen nicht nur gleichzeitige Verticalbewegungen, sondern auch gleichzeitige Horizontalbewegungen der Punkte  $D_1$  und  $D_2$  in gleichem Sinne gleich gross, muss also:

$$d_1 = d_2 \text{ und somit } c_1 : c_2 = b_1 : b_2 \dots \dots \dots (18)$$

sein. Die Stabilität ohne Beihülfe von Untergewicht der Hebel erfordert etwas stumpfe Winkel:

$$OBC_1 = 90^\circ + \beta_1 \text{ und } OBC_2 = 90^\circ + \beta_2.$$

Der durch ein Zulagegewicht  $AQ = \frac{1}{\varepsilon} Q$  auf der Brücke bewirkte Neigungswinkel des Gegengewichtshebels  $AOB_1B_2$  wäre dann nach §. 170, Gl. (3) mit Bezug auf Fig. 191 daselbst, jenachdem die ganze Last nur bei  $D_1$  auf den Hebel  $O_1C_1$  oder nur bei  $D_2$  auf den Hebel  $O_2C_2$  drückte,

$$A\varphi_1 = \frac{1}{\varepsilon \beta_1} \frac{c_1}{c_1 + b_1} \text{ oder } A\varphi_2 = \frac{1}{\varepsilon \beta_2} \frac{c_2}{c_2 + b_2},$$

wenn  $\cotg \beta_1 = \frac{1}{\beta_1}$  und  $\cotg \beta_2 = \frac{1}{\beta_2}$  gesetzt wird. In der That liegt der



durch  $AQ$  bedingte Neigungswinkel  $\Delta\varphi$  des Gegengewichtshebels zwischen  $\Delta\varphi_1$  und  $\Delta\varphi_2$ , der einen oder anderen Grenze näher kommend, je nach der Lage der Last auf der Brücke, so dass er von dieser unabhängig, wenn  $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2$  ist. Das ist, wenn die Bedingung (18) erfüllt ist, der Fall für  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ , und zwar ist dann der Empfindlichkeitswinkel:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon\beta} \frac{e_1}{c_1 + b_1} = \frac{1}{\varepsilon\beta} \frac{e_2}{c_2 + b_2} \dots \dots \dots (19)$$

für jede Belastungsweise der Brücke.

§. 173. Zusammengesetzte Hebelwaagen mit geschränkten Axen.

Bei allen in den vorhergehenden Paragraphen durch die Figuren 184—197 im Princip dargestellten Beispielen zusammengesetzter Hebelwaagen wurden die Axen (Schneiden) aller Hebel parallel angenommen, die kinematische Kette des Waagenmechanismus als ebene Drehkörperkette, wodurch die möglichst widerstandslose zwangläufige Beweglichkeit in der That bei einfachster Construction, mit möglichst wenig Axen und Gliedern erreicht werden kann. Die Rücksicht auf die Gedrungenheit der Anordnung, auf das Raumbedürfniss und auf zweckmässige Zugänglichkeit der Brücke lässt jedoch oft die Anwendung von Gliedern mit geschränkten, insbesondere mit rechtwinklig geschränkten Axen vorziehen, trotzdem dass dann die Verbindung zweier solcher in sich schneidenden Verticalebenen schwingenden Glieder  $G_1$  und  $G_2$  die Einfügung von Verbindungsgliedern oder wenigstens eines solchen Gliedes mit Axen erfordert, die theils mit den Axen von  $G_1$ , theils mit den Axen von  $G_2$  parallel sind. Wenn z. B. die durch Fig. 197 im vorigen §. dargestellte abgeleitete Trapezwaage mit Verjüngungshebel so abgeändert wird, wie es einer Drehung von  $90^\circ$  des Theiles  $A_1BOAP$  der Figur um die durch den Mittelpunkt der Schneide  $A_1$  gehende verticale Gerade entsprechen würde, so wären jetzt die Axen  $A, O, B$  gegen die übrigen rechtwinklig geschränkt und wäre jetzt der Hebel  $O_1A_1$  mit der Zugstange  $BA_1$  durch ein bei  $A_1$  einzufügendes Glied zu verbinden, welches ausser der Axe  $A_1$  noch eine mit  $B, O, A$  parallele Axe  $A'$  enthält. Eine kleine Verschiebung dieses Verbindungsgliedes  $A_1A'$  gegen die Zugstange  $BA'$  längs der Axe  $A'$  ist dadurch zwar nicht ausgeschlossen, aber sie ist bei sehr kleinem Drehungswinkel  $\Delta\varphi_1$  des Hebels  $O_1A_1$  so klein

$$= a_1(1 - \cos \Delta\varphi_1) = \frac{1}{2} a_1 (\Delta\varphi_1)^2,$$



dass sie durch eine kleine Biegung der Stange  $BA'$  ersetzt und verhindert werden kann, falls letztere nur genügend lang ist.

Um eine passende Stabilität und Empfindlichkeit zu erzielen, genügt es auch bei der hier besprochenen Modification, mit welcher die Brückenwaage Fig. 197 in der That gewöhnlich ausgeführt wird, nur den Winkel  $OBA_1$  ( $= OBA'$ , sofern  $A_1$  und  $A'$  sehr nahe beisammen liegen) für die mittlere Gleichgewichtslage etwas  $> 90^\circ$ , etwa  $= 90^\circ + \beta$  zu machen, während  $B_1B_2$  und  $C_1D$  rechtwinklig gegen  $O_1A_1$ , somit vertical gerichtet werden. Der Ausdruck des Empfindlichkeitswinkels, nämlich des durch ein Zulagegewicht  $\Delta Q = \frac{1}{\varepsilon} Q$  auf der Brücke bewirkten Neigungswinkels  $\Delta\varphi$  des Gegengewichtshebels  $AB$ , erfährt durch die veränderte Lage des letzteren eine gewisse Aenderung. Wären nämlich alle Axen parallel, so wäre nach Gl. (15) im vorigen §. mit  $\beta_1 = 0$ :

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon\beta} \frac{a_1}{a_1 + b}$$

gemäss Gl. (3), §. 170. Aus der Ableitung dieser Gleichung im §. 170 ist aber ersichtlich, dass der Factor  $\frac{a_1}{a_1 + b}$  nur davon herrührt, dass durch den dem Neigungswinkel  $\Delta\varphi$  von  $OA$  entsprechenden Neigungswinkel  $\Delta\varphi_1$  von  $O_1A_1$  zugleich auch das Moment der in der Stange  $BA_1$  herrschenden Zugkraft  $Z$  für die Axe  $O_1$  geändert wird, während hier bei rechtwinklig geschränkten Axen  $O$  und  $O_1$  mit der auch dort zugelassenen Annäherung, mit welcher  $\cos \Delta\varphi_1 = 1$  gesetzt werden kann, das fragliche Moment unverändert

$$= Z \cos \beta \cdot a_1$$

unabhängig von  $\Delta\varphi_1$  ist. Aus Gl. (3), §. 170, geht also der hier gültige Ausdruck des Empfindlichkeitswinkels  $\Delta\varphi$  dadurch hervor, dass  $\Delta\varphi_1 = \frac{b}{a_1} \Delta\varphi = 0$ , d. h.  $\frac{b}{a_1} = 0$  und somit gesetzt wird:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon\beta} \dots \dots \dots (1).$$

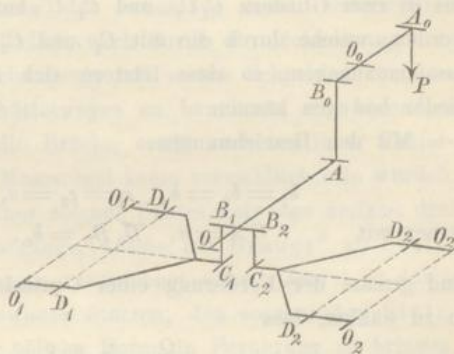
In der That ist die hier in Rede stehende rechtwinklige Richtung des Lasthebels gegen den Gegengewichtshebel  $AB$  gewissermassen das Mittel zwischen den entgegengesetzten Richtungen  $A_1O_1$  und  $A_1O'_1$  (Fig. 191) desselben, für welche der zu  $\frac{1}{\varepsilon\beta}$  hinzutretende Factor im Ausdrücke von



$\Delta\varphi$  im einen Falle  $= \frac{a_1}{a_1 + b}$ , im andern  $= \frac{a_1}{a_1 - b}$  ist, während er hier als Mittel  $= 1$  wird. —

Besonders gebräuchlich ist die Anordnung von Hebeln mit geschränkten Axen bei Centesimalwaagen; die durch Fig. 198 mit Weglassung der Brücke und der Stützen für die Schneiden  $O_0, O, O_1, O_1$  und  $O_2, O_2$  schematisch und perspectivisch dargestellte Centesimalwaage von Rollé und Schwilgué diene als Beispiel. Die rechtwinklige Richtung des Zwischenhebels  $OA$  gegen die einander gleichen und entgegen gerichteten Dreieckshebel  $O_1, O_1, C_1$  und  $O_2, O_2, C_2$ , welche bei  $D_1, D_1$  und  $D_2, D_2$  die Brücke tragen, kann hier u. A. dadurch motivirt sein, dass die Brücke von den schmaleren Seiten  $O_1, O_1$  und  $O_2, O_2$  her (z. B. zum Auf- und Abfahren eines zu wiegenden Fuhrwerks) frei zugänglich sein soll. Die Waage ist als besonderer Fall einer Doppeltrapezwaage mit Verjüngungshebel zu betrachten; sie unterscheidet sich von der Doppeltrapezwaage, Fig. 189, dadurch, dass der Hebel  $OA$ , der dort zweiarmig, hier behufs seines Anschlusses an den Verjüngungs- bzw. Gegengewichtshebel  $B_0, A_0$  durch die Zugstange  $AB_0$  einarmig gemacht ist, ferner dadurch, dass mit Benutzung der Buchstabenbezeichnungen des vorigen Paragraph hier

Fig. 198.



gemacht, dass die Hebel  $O_1, C_1$  und  $O_2, C_2$  hier nicht gleich, sondern entgegengesetzt gerichtet sind. Letzterer Umstand hat zur Folge, dass trotz der Gleichheit von  $d_1$  und  $d_2$  hier die Entfernung der Schneiden  $D_1, D_1$  und  $D_2, D_2$  bei den Schwingungen des Mechanismus etwas veränderlich ist und dass deshalb zur Verhinderung von Gleitungen dieser Schneiden längs ihren Pfannen entweder bei  $D_1, D_1$  oder bei  $D_2, D_2$  kurze Koppelstangen zwischen dem betreffenden Dreieckshebel und der Brücke eingeschaltet werden müssen. Die Einschaltung einfacher Verbindungsglieder  $C_1, C_1'$  und  $C_2, C_2'$ , deren Axen  $C'$  und  $C_1''$  den in gerader Linie liegenden Axen  $B_1$  und  $B_2$  parallel sind, an den Stellen  $C_1$  und

$$b_1 = b_2, \quad c_1 = c_2, \quad d_1 = d_2$$

gemacht, und dass die Hebel  $O_1, C_1$  und  $O_2, C_2$  hier nicht gleich, sondern entgegengesetzt gerichtet sind. Letzterer Umstand hat zur Folge, dass trotz der Gleichheit von  $d_1$  und  $d_2$  hier die Entfernung der Schneiden  $D_1, D_1$  und  $D_2, D_2$  bei den Schwingungen des Mechanismus etwas veränderlich ist und dass deshalb zur Verhinderung von Gleitungen dieser Schneiden längs ihren Pfannen entweder bei  $D_1, D_1$  oder bei  $D_2, D_2$  kurze Koppelstangen zwischen dem betreffenden Dreieckshebel und der Brücke eingeschaltet werden müssen. Die Einschaltung einfacher Verbindungsglieder  $C_1, C_1'$  und  $C_2, C_2'$ , deren Axen  $C'$  und  $C_1''$  den in gerader Linie liegenden Axen  $B_1$  und  $B_2$  parallel sind, an den Stellen  $C_1$  und



$C_2$  genügt hier nicht, weil zur Verhinderung von Gleitungen längs den Axen  $C'$  und  $C''$  die Stangen  $B_1 C'$  und  $B_2 C''$  hier zu kurz und somit zu wenig biegsam zu sein pflegen, indem sie unter der Brücke Platz finden müssen. Die fraglichen Verbindungsglieder müssen dazu selbst aus je zwei Gliedern  $C_1 C_1'$  und  $C_1' C'$  bezw.  $C_2 C_2''$  und  $C_2'' C''$  gebildet werden, welche durch die mit  $C_1$  und  $C_2$  parallelen Axen  $C_1'$  und  $C_2''$  zusammenhängen, so dass letztere sich in verticalen Ebenen auf und nieder bewegen können.

Mit den Bezeichnungen:

$$b_1 = b_2 = b, \quad c_1 = c_2 = c, \quad d_1 = d_2 = d,$$

ferner mit 
$$OA = a, \quad O_0 B_0 = b_0, \quad O_0 A_0 = a_0$$

sind gemäss der Forderung einer Centesimalwaage die Hebelverhältnisse so zu wählen, dass

$$\frac{Q}{P} = \frac{a_0}{b_0} \frac{a}{b} \frac{c}{d} = 100$$

ist. Behufs passender Stabilität und Empfindlichkeit ist für die mittlere Gleichgewichtslage der Winkel  $O_0 B_0 A$  etwas  $> 90^\circ$  zu machen, während die übrigen Zugstangen rechtwinklig gegen die betreffenden Hebel gerichtet werden mögen.

#### §. 174. Abstellvorrichtungen.

Vorrichtungen, welche dazu dienen, die Schneiden beim Nichtgebrauche einer Waage sowie bei ihrer Belastung oder Entlastung zu schonen, sind bei Brückenwaagen von besonderer Wichtigkeit und um so nöthiger, je grösser die zu wiegenden Lasten sind und je weniger auf die Vermeidung von Erschütterungen des Waagenmechanismus bei Belastung oder Entlastung der Brücke gerechnet werden kann.

Bei transportablen Decimalwaagen für Lasten von mässiger Schwere begnügt man sich meistens mit einer Arretirungsvorrichtung, wodurch ohne Entlastung der Schneiden nur die Beweglichkeit des Mechanismus zeitweilig aufgehoben wird. Durch einen Handhebel pflegt zu dem Ende der längere Arm des Gegengewichtshebels mit der daran hängenden Gegengewichtsschale in seine höchste Lage gehoben zu werden, wodurch die Brücke in ihre tiefste Lage gesenkt, nämlich mit den diese Lage bestimmenden Anschlägen zur Berührung gebracht wird. Eine in Betracht kommende Arbeit ist zu dieser Operation ebenso wenig wie zur



Wiederherstellung des freien Spiels der Waage aufzuwenden, sofern in beiden Fällen Gleichgewicht der Kräfte an ihr stattfindet.

Bei den gewöhnlich fest fundamentirten Centesimalwaagen zur Wägung sehr schwerer Lasten genügt eine solche Arretirung nicht, ist vielmehr ausserdem Entlastung der Schneiden durch anderweitige Unterstützung der Brücke erforderlich, auch durch die Aichordnung vorgeschrieben, um den Waagenmechanismus mit seinen Schneiden vor dem schädlichen Einflusse von Erschütterungen zu bewahren, die besonders beim Aufbringen der Last auf die Brücke, sowie auch bei ihrer Entfernung von derselben ohne solche Maassregel kaum vermeidlich sein würden. Die Operation der Abstellung einer solchen Centesimalwaage umfasst drei aufeinander folgende einzelne Vorgänge, welche mit Brauer\* als Stützung, Entlastung und Entfernung bezeichnet seien. Zuerst ist durch die Stützung die Brücke mit gewissen Stützen, den sogenannten Stützkegeln mit Rücksicht auf ihre übliche Form, in Berührung zu bringen, ohne dass damit schon ein erheblicher Druck auf letztere durch entsprechende Verminderung des Druckes zwischen den Schneiden und Pfannen verbunden wäre; die darauf folgende Entlastung besteht aber in der Uebertragung des Druckes von den Schneiden auf die Stützkegel, womit zwar keine relative Bewegung der letzteren gegen die Brücke, jedoch insofern auch eine Bewegung verbunden ist, als die Deformationen der Glieder des Waagenmechanismus rückgängig zu machen sind, welche durch ihre Belastung vorher bedingt waren; zu grösserer Sicherheit sind endlich noch die Pfannen der Brücke von den entlasteten Schneiden der Lasthebel etwas zu entfernen. Mit Rücksicht auf die zu diesen Zwecken nöthigen relativen Bewegungen können drei Fälle unterschieden werden:

- 1) Die Abstellung erfolgt durch Senkung der Lasthebel, während die Stützen unbeweglich sind; das Befahren (Auf- oder Abbringen der Last) erfolgt bei tiefster Lage der Brücke.
- 2) Die Abstellung erfolgt durch Hebung der Stützen, so dass die Befahrung der Brücke in einer höheren, als der Mittellage stattfindet.
- 3) Die Abstellung wird durch Hebung der Stützen und darauf folgende Senkung der Lasthebel bewirkt, so dass die Brücke in ihrer mittleren oder Wägestellung befahren wird; die Hebung der Stützen bewirkt hierbei die Stützung, die Senkung der Hebel die Entfernung, während die Entlastung, d. i. die Uebertragung

\* „Die Construction der Waage“, S. 99.



des Drucks von den Schneiden auf die Stützen theils schon durch die erste, theils erst durch die zweite Operation bewirkt werden kann.

Die Zweckmässigkeit der betreffenden Einrichtungen ist in allen Fällen mit Rücksicht auf möglichste Einfachheit der Construction und möglichste Kleinheit des zur Herstellung und Aufhebung der Abstellung erforderlichen Arbeitsaufwandes zu beurtheilen.

Die Abstellung durch Senkung der Hebel wird häufig so ausgeführt, dass die Zugstange ( $AB_0$ , Fig. 198), welche den Zwischenhebel mit dem Gegengewichtshebel verbindet, an passender Stelle unterbrochen und daselbst ein Windewerk eingeschaltet ist, wodurch, während der Gegengewichtshebel in seiner höchsten Lage, also bei tiefster Lage der Brücke arretirt ist, die fragliche Zugstange verlängert oder verkürzt werden kann, jenachdem es sich darum handelt, die Abstellung zu bewirken oder wieder aufzuheben. Es kann z. B. der untere Theil jener Stange oben in eine Zahnstange auslaufen, während der obere Theil vermittels eines Bügels ein Gehäuse trägt, in welches die Zahnstange von unten her eintritt, um durch ein im Gehäuse gelagertes Zahnradgetriebe mit Kurbel nach Auslösung einer Sperrung abwärts oder aufwärts bewegt zu werden, jenachdem die Stange verlängert oder verkürzt werden soll. Diese Einrichtung ist zwar einfach, jedoch insofern mangelhaft, als zur Uebertragung des Drucks von den Stützen auf die Lasthebelschneiden durch Verkürzung von  $AB_0$  eine erhebliche Deformationsarbeit aufzuwenden ist, welche bei der umgekehrten Druckübertragung von den Hebeln auf die Stützen durch Verlängerung von  $AB_0$  nicht nur verloren geht, sondern sogar durch hemmende Kraft an der Kurbel mit Anstrengung vernichtet werden muss, um eine zu schnelle stossweise Aenderung des Drucks an der einen und anderen Stelle zu vermeiden. Besser in dieser Hinsicht sind solche Einrichtungen, wie sie u. A. von Gebr. Dopp, sowie von Bockhacker und Dinse in Berlin getroffen wurden, bei welchen der Zwischenhebel  $AO$ , Fig. 198, mit seiner Drehungsaxe  $O$  nicht fest, sondern auf einem besonderen Abstellhebel  $H$  gelagert ist, der ein Gegengewicht an einer solchen Stelle trägt, dass dasselbe sich aufwärts oder abwärts bewegt, jenachdem durch eine kleine Drehung von  $H$  die Axe  $O$  gesenkt oder gehoben und damit Deformationsarbeit gewonnen oder verbraucht wird, um die Abstellung herbeizuführen bezw. wieder rückgängig zu machen. Bei passender Schwere des Gegengewichtes kann so ein wesentlicher Theil jener im einen Falle frei werdenden Arbeit aufgespeichert werden, um später zur Deckung des Arbeitsbedarfes nütz-



liche Verwendung zu finden. Die Entfernung der entlasteten Lasthebel-schneiden von den betreffenden Pfannen an der Brücke oder ihre Wiederannäherung an dieselben ist hier mit einer nur kleinen positiven bzw. negativen Schwerkraft lediglich der Glieder des Waagenmechanismus (ohne den festgestellten Gegengewichtshebel und die Zugstange  $B_0A$ ) verbunden, die aber für die Bemessung des vorgenannten Gegengewichtes am Hebel  $II$  mit zu berücksichtigen ist.

Bei der Abstellung durch Hebung der Stützen sind, nachdem der Gegengewichtshebel in mittlerer Lage festgestellt ist, die Stützkegel bis zur Berührung mit der Brücke zu heben, dann sammt der von ihnen gestützten belasteten Brücke weiter bis zur Entlastung der Lasthebel-schneiden und endlich noch etwas weiter bis zu kleiner Entfernung der betreffenden Pfannen von diesen Schneiden empor zu heben. Die Entlastung erfordert hierbei wegen des Gewinns von Deformationsarbeit einen dieselbe nur wenig übertreffenden Arbeitsaufwand, um so mehr aber die weitere Hebung der jetzt vollständig von den Stützkegeln getragenen Brücke, weshalb hier solche Einrichtungen von erhöhter Wichtigkeit wären, bei welchen jene aufzuwendenden Arbeiten durch ein niedersinkendes Gegengewicht geleistet werden, dessen Wiedererhebung später durch die Senkung der aufs Neue belasteten Brücke bewirkt wird.\* Indessen sind die meisten der bisher üblichen, hierher gehörigen Abstellvorrichtungen mit so erheblicher Reibung verbunden, dass durch diese die Schwerkraftarbeit der niedergehenden Brücke grossentheils verbraucht und, indem auch die Aufspeicherung des etwaigen Ueberschusses durch Hebung eines Gegengewichtes versäumt, die zur Hebung der Brücke erforderliche Arbeit noch wesentlich vergrössert wird.

Die Abstellung durch Heben der Stützen und nachfolgendes Senken der Lasthebel kann folgendermaassen ausgeführt werden. Zu Ende einer Wägung wird der Gegengewichtshebel in seiner mittleren Lage (durch einen Vorsteckbolzen) festgestellt und werden darauf die Stützkegel bis zur Berührung mit der Brücke gehoben, z. B. nach einer Construction von Pellenz u. Comp. durch Keile, die vermittels eines unter der Brücke liegenden Kniehebelsystems auswärts verschoben werden. Entsprechend der hierbei ausgeübten Kraft wird dadurch nicht nur Arretirung, sondern auch schon theilweise Entlastung erreicht. Die vollständige Entlastung kann dann ebenso wie bei der ersten Gruppe von Abstellvorrichtungen erzielt werden: durch Verlängerung der Zugstange

\* Siehe Brauer: „Die Construction der Waage“, Fig. 118, Tafel V.



$AB_0$ , Fig. 198, vermittelt eines eingeschalteten Windwerks oder besser durch Senkung der Drehaxe  $O$ , mit welcher zu diesem Zwecke der Zwischenhebel  $AO$  von einem besonderen Entlastungshebel  $H$  getragen wird, so dass dann die Deformationsarbeit der elastischen Glieder des Waagenmechanismus durch Vermittelung des bei  $O$  auf den Hebel  $H$  ausgeübten Druckes als Hebungsarbeit eines auf  $H$  sitzenden Gegengewichtes zu späterer Benutzung aufgespeichert werden kann. Bei der zum Verwiegen von Eisenbahnwagen dienenden Waage von Pellenz u. Comp. begnügt man sich in der Regel mit der Arretirung und theilweisen Entlastung, welche durch das Vorschieben der Keile unter die Stützkegel bewirkt wird, indem eine vollständige Entlastung nur zum Schutze der ausser Gebrauch gesetzten Waage beim Passiren von Locomotiven und ganzen Wagenzügen über die Brücke für nöthig gehalten wird.\*

Von den besprochenen drei Gruppen von Abstellvorrichtungen sind die der ersten und dritten Gruppe insofern vorzuziehen, als dabei eine Hebung oder Senkung der belasteten Brücke theils gar nicht, theils nur dann erforderlich ist, wenn die Last auf derselben mit dem Gegengewichte im Gleichgewicht und somit die resultirende Arbeit ihrer Schwerkraft = Null ist. Es ist dann nur mit Reibungsarbeit, ferner mit der Schwerkraft des Mechanismus an und für sich (ohne Belastung) und mit der Deformationsarbeit desselben zu rechnen, welche bei seiner Belastung aufzuwenden ist und bei seiner Entlastung frei wird. —

Schliesslich mag noch eine sehr bemerkenswerthe Abstellvorrichtung etwas näher besprochen werden, welche in neuester Zeit von H. Bockhacker, Maschinenfabrikant in Berlin, ausgeführt und ihrer allgemeinen Anwendbarkeit wegen als Universalentlastung bezeichnet worden ist.\*\* Sie gehört zur dritten der obigen drei Gruppen von Abstellvorrichtungen, zeichnet sich aber durch äusserste Reduction der Reibungswiderstände und dadurch aus, dass die entgegengesetzten Bewegungen der Stützkegel und der Lasthebel durch dieselbe Manipulation (durch Umlegen eines Handhebels) bewirkt werden. Es befindet sich an jedem Ende der Brücke unterhalb derselben und querliegend gegen ihre Längsaxe (in kleinen Entfernungen parallel  $O_1 O_1$  und  $O_2 O_2$ , Fig. 198) eine Welle  $W$  mit kreisförmigem Querschnitte  $q t s' q'$ , Fig. 199, deren Radius  $eq = eq' = r$  sei. Sie hat an den Enden (bei  $O_1$  und  $O_1$  bzw. bei  $O_2$  und  $O_2$ ,

\* Abbildungen der hier nur ihrem Wesen nach besprochenen Abstellvorrichtungen enthält der Atlas des wiederholt citirten Werkes von Brauer.

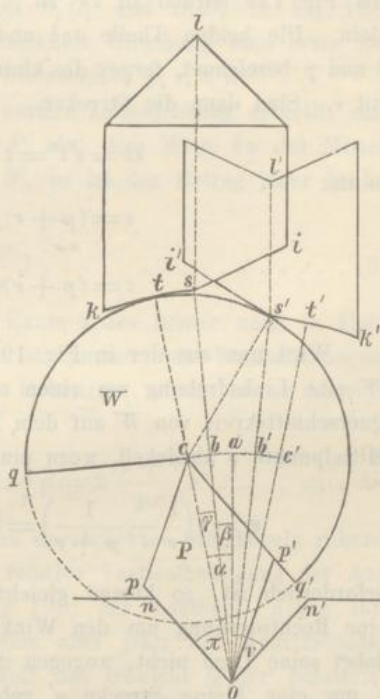
\*\* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrgang 1882, S. 330 und Tafel XXII.



Fig. 198) segmentförmige Ausschnitte, mit welchen sie auf gehärteten Stahlprismen  $P$  von rautenförmigem Querschnitte  $cpop'$ , Fig. 199, dessen Diagonale  $co = p$  sei, aufliegt, die ihrerseits in Pfannen  $non'$  gelagert sind. Auf den Enden der Wellen  $W$  über den Prismen  $P$  sind nahe neben einander vertical verschiebbar je einer der 4 Stützkegel  $iskl$  aufgestützt und je eines der 4 Lasthebellager  $i's'k'l'$ , d. h. der Pfannen, welche die als Drehaxen  $O_1O_1$  und  $O_2O_2$  der Lasthebel dienenden Keilschnitten zu tragen haben. Die Stützkegel und die Hebellager sind unten theils durch Cylinderflächen  $sk$  und  $s'k'$  zum Halbmesser  $p+r$ , theils durch ebene Flächen  $si$  und  $s'i'$  von gleicher Neigung gegen die Verticale begrenzt. Alle Angriffsflächen sind verstäht und gehärtet, die Keilkanten bei  $o$  und  $c$  nach einem sehr kleinen Radius abgerundet. Durch einen Hebelmechanismus können die zwei Wellen  $W$  gleichzeitig in entgegengesetztem Sinne gedreht werden, bis sich entweder das eine Paar gegenüberliegender Flächen von  $P$  gegen die Begrenzungsflächen  $on$  der Prismenpfanne und  $eq'$  des Ausschnittes von  $W$  oder das andere Paar gegen  $on'$  und  $eq$  anlegt.

Die Figur 199 entspricht der ersteren dieser Grenzlagen, wobei sich die Stützkegel in höchster, die Hebellager in tiefster Lage befinden; auf ersteren ruht die belastete Brücke mit ihrem ganzen Gewichte  $Q$ , während die Hebelschnitten  $D_1D_1$  und  $D_2D_2$  (Fig. 198) in einer kleinen Tiefe  $\bar{y}$  unter den betreffenden Pfannen an der Brücke sich befinden. In der Figur sind  $a$  und  $b$  die Punkte, in welchen der aus dem Mittelpunkte  $o$  mit dem Radius  $oc = p$  beschriebene Kreisbogen von der Verticalen durch  $o$  und von der Geraden  $os$  geschnitten wird; ferner ist  $ab' = ab$ ,  $b'c' = bc$  und gehen  $ob'$ ,  $oc'$  sehr nahe durch die Punkte  $s'$  und  $t'$ , streng genommen dann, wenn sich das Hebellager anstatt des Stützkegels in höchster Lage befindet. Der Querschnittskreis von  $W$  be-

Fig. 199.





rührt den Kreisbogen  $ks$  in  $t$ , indem die betreffenden Mittelpunkte  $o$  und  $o'$  mit  $t$  in gerader Linie liegen. Die gleichen Neigungen der ebenen Angriffsflächen  $si$  und  $s'i'$  sind so angenommen, dass  $s'i'$  in der Lage von Fig. 199 normal zu  $cs'$  ist. Der Winkel  $aoc = aoc' = \alpha$  ist sehr klein. Die beiden Theile  $aob$  und  $boc$  dieses Winkels seien bezw. mit  $\beta$  und  $\gamma$  bezeichnet, ferner die kleinen Strecken  $ab = ab'$  mit  $b$ ,  $bc = b'c'$  mit  $c$ . Sind dann die Strecken

$$st = s't' = t \text{ und } ss' = 2s,$$

so ist:

$$\left. \begin{aligned} s &= (p+r)\beta = \frac{p+r}{p}b \\ t &= (p+r)\gamma = \frac{p+r}{p}c \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1).$$

Wird nun aus der in Fig. 199 dargestellten Lage heraus der Welle  $W$  eine Linksdrehung um einen solchen Winkel ertheilt, dass sich der Querschnittskreis von  $W$  auf dem Bogen  $ts = t$  des Kreisbogens  $ks$  zum Mittelpunkte  $o$  abwickelt, wozu ein Drehungswinkel

$$\psi = t \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{p+r} \right) = (p+r)\gamma \frac{p}{r(p+r)} = \frac{p}{r}\gamma \dots \dots (2)$$

erforderlich ist, so kommt gleichzeitig  $c$  nach  $b$ , indem das Prisma  $P$  eine Rechtsdrehung um den Winkel  $\gamma$  ausführt. Der Stützkegel ändert dabei seine Lage nicht, wogegen das Hebellager vermittels seiner Kante  $s'$  um eine kleine Strecke  $y'$  gehoben wird. Letztere setzt sich aus zwei Theilen zusammen, welche bezw. einer Hebung des Querschnittskreises von  $W$  bis zu seinem Durchgange durch den Punkt  $s$  und der Linksdrehung  $= \psi$  desselben um diesen Punkt  $s$  entsprechen. Somit ist

$$y' = (p+r)(1 - \cos \gamma) + 2s\psi$$

oder nach (1) und (2) und weil  $\gamma$  ein sehr kleiner Winkel ist:

$$\begin{aligned} y' &= (p+r)\frac{\gamma^2}{2} + 2(p+r)\beta\frac{p}{r}\gamma \\ &= (p+r)\gamma \left( \frac{\gamma}{2} + 2\frac{p}{r}\beta \right) \\ &= \frac{p+r}{p}c \left( 2\frac{b}{r} + \frac{1}{2}\frac{c}{p} \right) \dots \dots \dots (y'). \end{aligned}$$

Durch diese Hebung  $= y'$  der Hebellager sollen die zum Tragen der Brücke bestimmten Keilschneiden der Lasthebel um  $y$  gehoben wor-



den sein, so dass sie mit den betreffenden Pfannen der Brücke gerade zur Berührung gelangt sind, ohne schon einen Druck auf dieselben auszuüben. Setzt man also  $y'$  in dem betreffenden Verhältnisse (dem Verhältnisse der Perpendikel von  $C_1$  auf  $O_1O_1$  und  $D_1D_1$  in Fig. 198) grösser, als  $y$ , so ist die mit ( $y'$ ) bezeichnete Gleichung eine erste Bedingungsgleichung für die Wahl der Dimensionen  $p, r, b, c$ .

Wird jetzt der Welle  $W$  eine weitere Linksdrehung erteilt, entsprechend der Rechtsdrehung  $\beta$  von  $P$ , also dem Wege  $ba$  des Mittelpunktes des Querschnittskreises von  $W$ , so ist der Betrag jener Linksdrehung von  $W$  analog Gl. (2):

$$\varphi = \frac{p}{r} \beta \dots \dots \dots (3).$$

Dabei hat sich  $W$  um die stumpfe Kante  $s$  des immer noch in Ruhe bleibenden Stützkegels gedreht und ist (immer mit Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung) das Hebellager mittels seiner Angriffskante  $s'$  weiter gehoben worden um:

$$x = 2s\varphi = 2 \frac{p+r}{p} b \cdot \frac{p}{r} \beta = 2 \frac{p+r}{pr} b^2 \dots \dots \dots (x).$$

Indem die Brücke, noch immer auf den unverrückten Stützkegeln ruhend, sich nicht mitbewegt hat, ist  $x$  eine relative Verticalbewegung der Auflagerschnitten  $O_1O_1$  und  $O_2O_2$  (Fig. 198) der Lasthebel gegen ihre Tragschnitten  $D_1D_1$  und  $D_2D_2$ ; indem aber jetzt die Angriffskanten  $s$  und  $s'$  in gleicher Höhe liegen, soll das Gewicht  $Q$  der belasteten Brücke für diese mittlere Lage von  $W$  und  $P$  zur Hälfte von den Stützkegeln, zur Hälfte von den Lasthebeln getragen werden, somit  $x$  der Hälfte derjenigen relativen Verticalbewegung der Auflager- und Tragschnitten der Lasthebel gleich sein, welche dem Uebergange vom Zustande der Nichtbelastung des Waagenmechanismus zu demjenigen seiner vollen Belastung  $Q$  entspricht unter Aufwendung einer in ihm aufgespeicherten Deformationsarbeit  $= Qx$ . Wird also  $x$  in diesem Sinne verstanden, so ist die Gleichung ( $x$ ) eine zweite Bedingungsgleichung für die darin vorkommenden Buchstabengrössen. Zur Deformation des Waagenmechanismus ist jetzt einstweilen erst die Arbeit

$$\frac{Qx}{2} = \frac{1}{4} Qx$$

aufgewendet worden, welche durch den Druck am betreffenden Handhebel geleistet werden musste.



Bei weiterer Drehung von  $W$  linksläufig um den Winkel  $\varphi$ , also von  $P$  rechtsläufig um den Winkel  $\beta$ , wobei der Mittelpunkt des Querschnittskreises von  $W$  nach  $b'$  gelangt, bleibt das Hebellager mit seiner Kante  $s'$  in Ruhe, indem sich  $W$  um diese Kante dreht. Die Stützkegel gehen mit der Brücke, indem sie sich stetig von  $\frac{Q}{2}$  bis Null entlasten, um die Strecke  $x$  herunter, entsprechend einer weiteren relativen Verticalbewegung der zweierlei Keilschneiden der Lasthebel um den Betrag  $x$ , also der Deformationsarbeit des Waagenmechanismus

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{Q}{2} + Q \right) x = \frac{3}{4} Qx.$$

Diese Arbeit wird jetzt aber nicht nur durch die Arbeit  $= Qx$  der niedergehenden Brücke geleistet, sondern es bleibt auch von letzterer noch ein Betrag  $= \frac{1}{4} Qx$  übrig, der voraussichtlich zur Bewältigung der betreffenden Reibungswiderstände mehr als ausreichend ist.

Die cylindrische Angriffsfläche  $s'k'$  des Hebellagers wird jetzt von der Welle  $W$  in  $s'$  berührt, so dass die weitere Linksdrehung von  $W$  um den Winkel  $\psi$  mit entsprechender Rechtsdrehung von  $P$  um den Winkel  $\gamma$  eine relative Abwälzung von  $W$  auf jener cylindrischen Angriffsfläche längs  $s't'$  bedingt und einen weiteren Niedergang der Stützkegel um  $y'$ , so dass sie sich um diesen Betrag von der in Ruhe bleibenden Brücke entfernen.

Abgesehen von Reibungswiderständen, die aber hier sehr gering sind, entsprechend den theils wälzenden Relativbewegungen, theils Drehungen um harte Keilschneiden, hat sich somit ergeben, dass die Arbeit, welche aufgewendet werden muss, um die mit belasteter Brücke abgestellte Waage wieder zur Wägung frei zu machen, nur  $= \frac{1}{4} Qx = \frac{1}{4}$  der Deformationsarbeit des voll belasteten Waagenmechanismus ist, und ähnlich verhält es sich bei der umgekehrten Manipulation der Abstellung nach stattgefundener Wägung. In der That ist dann bei der zweiten der unterschiedenen 4 Theilbewegungen die Arbeit  $Qx$  zur Hebung der Brücke um den Betrag  $x$  aufzuwenden, von welcher Arbeit indessen der Bestandtheil  $\frac{3}{4} Qx$  durch frei werdende Deformationsarbeit geliefert wird, während sonst nur Reibungsarbeiten zu leisten sind, welchen ausserdem noch die bei der dritten Theilbewegung frei werdende Deformationsarbeit



$\frac{1}{4} Qx$  zugut kommt. Durch thunlichste Vergrößerung der Querschnitts- und Verkleinerung der Längendimensionen der beweglichen Glieder des Waagenmechanismus lässt sich  $x$  und somit die aufzuwendende Arbeit vermindern.

Die Gleichungen ( $y'$ ) und ( $x$ ) können endlich noch durch weitere Constructionsbedingungen bezüglich der Winkel

$$p c p' = p o p' = 2\pi, \quad n o n' = 2\nu, \quad q c q' = 2z$$

ergänzt werden. Mit

$$\alpha = \beta + \gamma = \frac{b + c}{p} \dots \dots \dots (4)$$

ergibt sich unmittelbar aus der Figur:

$$\nu = \pi + \alpha \dots \dots \dots (\nu).$$

Indem ferner der Winkel  $p c q = 2z - 2\pi =$  dem ganzen relativen Drehungswinkel von  $W$  gegen  $P$ , also  $=$  der Summe des Rechtsdrehungswinkels von  $P$  und des Linksdrehungswinkels von  $W$  sein muss, folgt:

$$2z - 2\pi = 2(\beta + \gamma) + 2(\varphi + \psi)$$

oder mit Rücksicht auf (2), (3), (4):

$$z - \pi = \alpha \left(1 + \frac{p}{r}\right)$$

oder endlich mit Rücksicht auf Gl. ( $\nu$ ):

$$z = \nu + \frac{p}{r} \alpha \dots \dots \dots (z).$$

Der von Herrn Bockhacker am oben angeführten Orte mitgetheilten Zeichnung einer ausgeführten solchen Abstellvorrichtung für eine Centesimalwaage von 25000 Kgr. Tragfähigkeit ist näherungsweise zu entnehmen:

$$r = 43 \text{ mm}, \quad p = 61 \text{ mm}, \quad b = c = 5,5 \text{ mm}, \quad \text{also } \alpha = 10,5^\circ,$$

ferner  $\pi = 30^\circ, \quad \nu = 40,5^\circ, \quad z = 55,5^\circ$

in Uebereinstimmung mit den Gleichungen ( $\nu$ ) und ( $z$ ), während damit aus den Gleichungen ( $y'$ ) und ( $x$ ) folgt:

$$y' = 2,8 \text{ mm} \quad \text{und} \quad x = 2,4 \text{ mm}.$$

Die Grösse  $x$  wird durch passende Wahl der Dimensionen selbst bei den grössten Waagen auf etwa 2<sup>mm</sup> zu reduciren sein, und wäre dann für eine Waage von  $Q = 50000$  Kgr. Tragfähigkeit, wie sie in der Praxis selten überschritten wird, die jeweils aufzuwendende Arbeit:

$$\frac{1}{4} Qx = \frac{1}{4} \cdot 50000 \cdot 0,002 = 25 \text{ mk}$$



ohne die Reibungsarbeit. Letztere schätzt Herr Bockhacker hier zu nahe  $18^{mk}$ ; indem aber ein Theil derselben nach Obigem durch disponible Arbeit geleistet wird, mögen nur  $15^{mk}$  gerechnet, und mag somit die ganze Arbeit, welche zur Abstellung oder zur Rückgängigmachung derselben aufzuwenden ist, für dergleichen ungünstigste Verhältnisse auf  $40^{mk}$  veranschlagt werden.

### b. Laufgewichtswaagen.

#### §. 175. Theorie einfacher Laufgewichtswaagen.

Die einfache Laufgewichtswaage besteht aus einem Hebel (Waagebalken), der um eine horizontale Aufhängungsaxe (Mittelschneide)  $O$  drehbar ist und an welchem das Gegengewicht  $P$  und die Last  $Q$  in solchen Punkten bezw. mit  $O$  parallelen Schneiden  $A, B$  angreifen, dass deren horizontal gemessene Entfernungen von  $O$ , also die betreffenden Hebelarme  $OA = x$  von  $P$ , sowie  $OB = y$  von  $Q$  in der zur Wägung herbeizuführenden (durch das Einspielen einer Zunge zu markirenden) mittleren Gleichgewichtslage des Hebels nicht beide constant sind, um so diese Gleichgewichtslage bei veränderlicher Last  $Q$  mit einem unveränderlichen Gegengewichte  $P$  herbeiführen zu können. Die Bestimmung von  $Q$  geschieht dann durch Ablesung der Länge  $x$  oder  $y$  auf einer am Waagebalken angebrachten Theilung. Dabei können 3 Fälle stattfinden, jenachdem

- 1) nur  $x$  variabel, dagegen  $y$  constant  $= b$ , oder
- 2) nur  $y$  variabel, dagegen  $x$  constant  $= a$  ist, oder
- 3)  $x$  und  $y$  beide so veränderlich sind, dass  $x + y$  constant  $= c$  ist.

In allen Fällen ist es ebenso wie bei der einfachen Hebelwaage im engeren Sinne erforderlich, dass der Mittelpunkt aller an der Waage angreifenden Schwerkräfte bei mittlerer Gleichgewichtslage und jeder Belastung mit Rücksicht auf die Stabilität unter  $O$ , aber mit Rücksicht auf genügende Empfindlichkeit nur sehr wenig unter  $O$  liege. Auch hier wird diesen Erfordernissen am einfachsten dadurch entsprochen, dass  $A, B$  und  $O$  in eine (bei mittlerer Gleichgewichtslage horizontale) Ebene gelegt werden, während der Schwerpunkt  $S$  des Waagebalkens, dessen Gewicht  $= W$  sei, in einer kleinen Entfernung  $= e$  unterhalb dieser Ebene sich befindet. Ist  $s$  der Horizontalabstand des Punktes  $S$  von der Aufhängungsaxe  $O$ , positiv oder negativ verstanden, jenachdem dieser



Punkt auf der Seite von  $A$  oder auf der Seite von  $B$  liegt, so ist die Gleichgewichtsbedingung bei mittlerer Gleichgewichtslage:

$$Px + Ws = Qy \dots \dots \dots (1)$$

und bei dem durch einen kleinen Zuwachs  $\Delta Q$  der Last bewirkten kleinen Ausschlagwinkel  $\Delta\varphi$ :

$$Px + W(s + e \Delta\varphi) = (Q + \Delta Q)y$$

mit der Annäherung, mit welcher  $\sin \Delta\varphi = \Delta\varphi$ ,  $\cos \Delta\varphi = 1$  gesetzt werden kann. Aus beiden Gleichungen folgt mit  $\Delta Q = \frac{1}{\varepsilon} Q$ :

$$We \Delta\varphi = \Delta Q \cdot y; \quad \Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon} \frac{Qy}{We} \dots \dots \dots (2).$$

Die Biegung des Waagebalkens hat zwar zur Folge, dass mit wachsender Belastung sich die Ebene  $AB$  etwas von der Mittelschneide  $O$  entfernt und dass auch  $e$  mit  $Q$  etwas zunimmt, doch kann davon hier mit Rücksicht auf die geringere von solchen Waagen zu verlangende Genauigkeit abgesehen werden.

1) Von den oben erwähnten drei Arten einfacher Laufgewichtswaagen ist diejenige mit constanter Länge  $y = b$  des Lastarmes, die sogenannte römische Waage, die gebräuchlichste. Das Gegengewicht  $P$  ist Laufgewicht und pflegt längs dem eingetheilten Waagebalken verschieblich zu sein vermittels einer Hülse, die an gegenüber liegenden Stellen zwei in gerader Linie liegende horizontale Schneiden trägt, an denen ein Gewicht hängt;  $P$  ist dann = der Summe aus diesem angehängten und dem Eigengewicht der Hülse, und wenn deren Doppelschneide so angeordnet ist, dass sie durch ihren Schwerpunkt geht, ist sie zugleich die Angriffslinie  $A$  des Gegengewichtes  $P$ , welche mit der Aufhängungsschneide  $O$  und der Angriffslinie  $B$  von  $Q$  in einer Ebene liegen soll.

Die Bedingung (1) für das Einspielen der Waage geht mit  $y = b$  über in:

$$Px + Ws = Qb.$$

Darin sind nur  $Q$  und  $x$  veränderlich, so dass der Aenderung von  $Q$  um eine Gewichtseinheit die Aenderung

$$\Delta x = \frac{b}{P} \dots \dots \dots (3)$$

Längeneinheiten von  $x$  entspricht. Die Theilung des Waagebalkens ist also gleichförmig; sie kann empirisch erhalten werden, indem man die Stellen markirt, wo zum Einspielen der Waage die Angriffslinie  $A$  des Laufgewichtes  $P$  sich für  $Q = m$  und für  $Q = (m + n)$  Gewichtseinheiten





befinden muss, dann den Abstand beider Marken in  $n$  gleiche Theile theilt, die auch über die Grenzmarken hinaus aufzutragen sind. Das Gewicht des Aufhängungsmittels (Schale, Haken etc.) der Last  $Q$  ist hier in  $W$  einbegriffen.

Der Empfindlichkeitswinkel ist nach Gl. (2):

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon} \frac{Qb}{We} \dots \dots \dots (4);$$

er wächst proportional  $Q$ , abgesehen von der bei diesem Ausdrucke vernachlässigten Biegung des Waagebalkens.

2) Im Falle constanter Länge  $x = a$  des Gegengewichtsarmes verhält sich die Last  $Q$  als Laufgewicht. Nach Gl. (1) ist:

$$Qy = Pa + Ws = \text{Const.} \dots \dots \dots (5),$$

somit nach (2) der Empfindlichkeitswinkel unabhängig von  $Q$ . Die Theilung würde ungleichförmig, wenn sie nach Gewichtseinheiten abgestuft werden sollte. Indessen giebt es auch Fälle, in welchen durch die Wägung ermittelt werden soll, wie viel mal  $= n$  mal das Gewicht des zu wägenden Körpers in der Gewichtseinheit enthalten ist, z. B. das Gewicht eines Garnsträhns, in welchem Falle  $n$  die sogenannte Nummer des Garnes ist. Mit  $Q = \frac{1}{n}$  ergibt sich dann:

$$y = n(Pa + Ws) \dots \dots \dots (6),$$

entsprechend einer gleichförmigen Theilung, nämlich  $\Delta y = Pa + Ws =$  einer Constanten für  $\Delta n = 1$ .

Hierbei ist freilich zu bemerken, dass das Gewicht des Aufhängungsmittels der Last  $Q$ , welches im vorigen Falle im Gewichte  $W$  des Waagebalkens einbegriffen werden konnte, hier der veränderlichen Lage gegen  $O$  wegen sammt dem Gewichte des betreffenden Verschiebungsmittels (Hülse) in  $Q$  einbegriffen ist. Für die Herstellung und Benutzung der Waage zur Ermittlung der in Gewichtseinheiten ausgedrückten Last würde dieser Umstand nicht störend sein, indem nur stets derselbe Abzug  $Q'$  von  $Q$  zu machen wäre, um die gesuchte Netto-Last zu erhalten. Sollte dagegen die Waage als Garnwaage oder zu ähnlichen Zwecken, nämlich zur Bestimmung von  $n$  im Ausdrucke  $Q = \frac{1}{n}$  benutzt werden, so müsste  $Q$  das Gewicht der Netto-Last, nämlich ohne Aufhängungs- und Verschiebungsmittel sein. Das liesse sich zwar dadurch erzielen, dass auf dem Gegengewichtsarme des Waagebalkens ein Gewicht  $= Q'$  verschiebbar angebracht und dessen Schwerpunkt immer im Abstände  $y$  von  $O$  erhalten wird, unter Ein-



rechnung des Gewichtes  $2Q'$  in  $W$ ; doch würde dadurch die Handhabung der Waage behufs einer Wägung wesentlich erschwert, und ist es überhaupt begreiflich, dass die in Rede stehende Art von Laufgewichtswaagen mit unveränderlicher Länge des Gegengewichtsarmes zu bemerkenswerther Verwendung bisher nicht gekommen ist.

3) Dem Falle, dass die Summe der Längen des Last- und Gegengewichtsarmes constant ist, entspricht die dänische oder schwedische Schnellwaage, bestehend aus einem Waagebalken, der in einer um die Aufhängungsaxe  $O$  drehbaren Hülse, deren Schwerpunkt in  $O$  liegt, verschieblich ist, während die Angriffslinien  $A$  und  $B$  von  $P$  und  $Q$  feste Lagen an ihm haben. Indem sowohl  $A$ , wie auch der Schwerpunkt  $S$  des Waagebalkens unveränderliche Entfernungen von  $B$  haben, kann mit  $x + y = c$  und  $s + y = d$  die Gleichgewichtsbedingung (1) auf die Form gebracht werden:

$$\begin{aligned} Qy &= P(c - y) + W(d - y) \\ &= Pc + Wd - (P + W)y = P'(c' - y) \dots \dots (7). \end{aligned}$$

Dabei ist das Gewicht der Lastschale bezw. des Lasthakens in  $W$  eingerechnet, und kann  $P' = P + W$  durch anderweitige Wägung,  $c'$  durch Messung von  $y$  beim Einspielen der Waage mit bekannter Belastung  $Q$  gefunden werden, wonach die Theilung des Waagebalkens gemäss Gl. (7) durch Rechnung oder durch Construction sich ergibt. Der Empfindlichkeitswinkel ist nach (2) und (7):

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon} \frac{P'}{Wc} \left( c' - \frac{P'c'}{P' + Q} \right) = \frac{1}{\varepsilon} \frac{P'c'}{Wc} \frac{Q}{P' + Q} \dots \dots (8),$$

um so grösser, je grösser  $Q$ , jedoch in geringerem Maasse wachsend, als  $Q$ .

#### §. 176. Ausführungsformen der Laufgewichtswaage.

Von den im vorigen §. besprochenen drei Arten von Laufgewichtswaagen ist, wie schon dort bemerkt wurde, als einfache Laufgewichtswaage weitaus am gebräuchlichsten die römische Waage mit constanter Länge des Lastarmes und verschieblichem Gegengewichte längs dem für gleiche Lastdifferenzen gleichförmig einzutheilenden Waagebalken; für zusammengesetzte Laufgewichtswaagen eignet sich dieses System ausschliesslich, insbesondere um bei Brückenwaagen die Last auf der Brücke durch Ablesung mit Hülfe einer Theilung am Gegengewichtshebel zu ermitteln, nachdem längs demselben ein unveränderliches Gegengewicht



bis zum Einspielen der Waage verschoben wurde. Im einen wie im anderen Falle kann dieses Laufgewicht, anstatt an der Doppelschneide einer verschieblichen Hülse zu hängen, auch fest mit letzterer verbunden oder überhaupt als starrer Körper mit dem betreffenden Waagebalken prismatisch gepaart sein; nur ist dann durch seine Gestalt dafür zu sorgen, dass sein Schwerpunkt sich möglichst genau in der durch die Aufhängungsschneide  $O$  und die Lastschneide  $B$  gehenden Ebene senkrecht zu diesen Schneiden bewege.

Letzteres ist auf eigenthümliche Weise bei der Waage von Thornton und Voss erreicht worden, die zwar nur zur Wägung kleinerer Lasten ohne Anspruch auf grössere Genauigkeit geeignet, jedoch durch ihre compendiöse Beschaffenheit und Transportfähigkeit bemerkenswerth ist. Ihr Waagebalken ist ein Rohr  $R$ , an welchem die Aufhängungsschneide  $O$  und Lastschneide  $B$  (je als kurze Doppelschneide) so angebracht sind, dass die Ebene  $OB$  durch die Axe der kreisförmigen Höhlung von  $R$  hindurch geht. Die Aufhängung bei  $O$  und die Anhängung der Last bei  $B$  geschehen durch Bügel, welche die betreffenden Doppelschneiden mit entsprechenden Augen umfassen und beim Transport der Waage gegen die Oberfläche von  $R$  angelegt werden können. Die Massenvertheilung des Rohres  $R$  ist so, dass sein Schwerpunkt von der Ebene  $OB$  auf der Seite des Lastbügels etwas entfernt liegt, während auf der anderen (beim Gebrauche oberen) Seite anstatt einer Zunge sich eine Libelle auf  $R$  befindet. In diesem Rohre befindet sich nun als Gegengewicht für die Last ein System von teleskopartig gegen einander verschieblichen coaxialen Hohlzylindern nebst einer massiven Stange  $C_1$  in der Mitte, so dass vermittels eines Knopfes am Ende von  $C_1$  zunächst diese Stange im Hohlzylinder  $C_2$ , dann dieser im Hohlzylinder  $C_3$ , schliesslich der letzte (äusserste) dieser Hohlzylinder im Rohre  $R$  stets bis zu derselben Länge  $= 2a$  nach aussen verschoben werden kann, bis das Gleichgewicht mit einspielender Libelle erreicht ist. Das Gewicht der Last  $Q$  ist dann an der Theilung abzulesen, welche äusserlich an  $C_1, C_2 \dots$  angebracht ist, und zwar entspricht es dem Theilstriche, welcher dem Rande des letzten noch ganz im Rohre  $R$  befindlichen Hohlzylinders, bezw. dem Rande von  $R$  selbst, falls die Verschiebung sich auch schon auf den äussersten dieser Hohlzylinder erstreckt hat, gegenüber liegt. Sind z. B. ausser der Stange  $C_1$  zwei solche Hohlzylinder  $C_2, C_3$  vorhanden und sind  $P_1, P_2, P_3$  bezw. die Gewichte von  $C_1, C_2, C_3$ , so sind, jenachdem nur  $C_1$  ganz auswärts (um die Strecke  $2a$  gegen  $C_2$ ) oder ausserdem  $C_2$  (um die Strecke  $2a$  gegen  $C_3$ ) oder



ausserdem  $C_3$  (um dieselbe Strecke  $2a$  gegen  $R$ ) auswärts verschoben ist, die auf Drehung um  $O$  wirkenden Momente des Laufgewichtes, falls ursprünglich die Schwerpunkte seiner Bestandtheile  $C_1, C_2, C_3$  sämmtlich in  $O$  lagen,

$$P_1 a, \quad P_1 \cdot 3a + P_2 a, \quad P_1 \cdot 5a + P_2 \cdot 3a + P_3 a,$$

folglich mit  $OB = b$  die dadurch im Gleichgewicht erhaltenen Lasten  $Q$

$$= P_1 \frac{a}{b}, \quad (3 P_1 + P_2) \frac{a}{b}, \quad (5 P_1 + 3 P_2 + P_3) \frac{a}{b}.$$

Ist  $\Delta Q$  die Laständerung, welche der Verschiebung um einen Skalenthail (= der Entfernung zweier aufeinander folgender Theilstriche) entsprechen soll, so sind die Anzahlen  $= n_1, n_2, n_3$  der gleichen Theile, in welche die Länge  $2a$  bezw. auf  $C_1, C_2, C_3$  getheilt werden muss, bestimmt durch die Gleichungen, durch welche die vorgenannten Lasten bezw.

$$= n_1 \Delta Q, \quad (n_1 + n_2) \Delta Q, \quad (n_1 + n_2 + n_3) \Delta Q$$

gesetzt werden, also durch die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} n_1 \Delta Q &= P_1 \frac{a}{b} \\ n_2 \Delta Q &= (2 P_1 + P_2) \frac{a}{b} \\ n_3 \Delta Q &= (2 P_1 + 2 P_2 + P_3) \frac{a}{b} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1).$$

Insbesondere für  $P_1 = P_2 = P_3 = P$  ist:

$$n_1 = \frac{1}{3} n_2 = \frac{1}{5} n_3 = \frac{P}{\Delta Q} \frac{a}{b} \dots \dots \dots (2).$$

Die Genauigkeit der Wägung mit einer Laufgewichtswaage ist besonders deshalb von untergeordneter Art, weil die Theilung des Waagebalkens, die meistens aus freier Hand vorzunehmende Verschiebung des Laufgewichtes und die Beobachtung seiner jeweiligen Lage viel weniger feine Abstufungen gestatten, als die Belastung einer Gegengewichtsschale mit Gewichtstücken. Indessen sind verschiedenartige Einrichtungen mit Erfolg getroffen worden, um diese Mängel zu vermindern, namentlich bei grösseren Brückenwaagen, bei denen das Laufgewicht am Gegengewichtshebel zum Ersatze einer mit Gewichtstücken zu belastenden Waagschale dient. Insbesondere kann dies dadurch erreicht werden, dass dem Laufgewicht  $P$  mit seiner zugehörigen Skala  $S$  am Waagebalken noch ein kleineres Laufgewicht  $p$  mit besonderer Skala  $s$  hinzugefügt wird, welches z. B. passend als ein mit  $P$  prismatisch gepaarter linealförmiger Schieber



ausgeführt sein kann, auf welchem die Skala  $s$  angebracht ist. Auf  $S$  sind dann die grösseren Gewichtseinheiten  $\Delta Q$  der Last  $Q$ , auf  $s$  die kleineren Gewichtseinheiten  $\Delta q$  derselben, sowie durch Schätzung noch Bruchtheile von  $\Delta q$  abzulesen. Zu dem Ende wird, während  $p$  gegen  $P$  so eingestellt ist, dass die Marke  $Z$  an  $P$  auf den Nullpunkt von  $s$  zeigt,  $P$  sammt  $p$  längs dem Waagebalken bis ungefähr zum Einspielen der Waage verschoben, darauf nöthigenfalls etwas zurückgeschoben, bis  $Z$  gerade auf einen Theilstrich von  $S$  weist (was durch kerbförmige Einschnitte am Waagebalken erleichtert und gesichert werden kann), endlich das genauere Einspielen der Waage durch Verschiebung von  $p$  längs  $P$  herbeigeführt. Die Marke  $Z$  lässt dann auf der Skala  $S$  die Zahl der grösseren Einheiten  $\Delta Q$ , auf  $s$  die der kleineren Einheiten  $\Delta q$  event. nebst einem zu schätzenden Bruchtheile von  $\Delta q$  erkennen. Bei gleichen Entfernungen der Theilstriche auf den Skalen  $S$  und  $s$  verhält sich

$$\Delta q : \Delta Q = p : P + p.$$

Die Nebenskala kann sich auch ebenso wie die Hauptskala am Waagebalken befinden, so dass zuerst nur  $P$  allein, dann  $p$  längs dem Waagebalken verschoben wird, in welchem Falle sich bei gleichen Theilungen beider Skalen

$$\Delta q : \Delta Q = p : P$$

verhält; doch ist die zuerst beschriebene Einrichtung insofern vorzuziehen, als beide Ablesungen an derselben Stelle zu geschehen haben. Zur Ablesung noch kleinerer Gewichtseinheiten  $\Delta q'$  der Last kann ausserdem ein zweites noch leichteres Gewicht  $p'$  als ein mit Skala  $s'$  versehenes Lineal relativ gegen  $P$  verschieblich angebracht sein, in welchem Falle die Verschiebung von  $p$  gegen  $P$  jeweils nur bis zum Einspielen von  $Z$  auf einem Theilstriche von  $s$  zu geschehen hat und auf  $s'$  ausser Vielfachen von  $\Delta q'$  auch durch Schätzung noch Bruchtheile von  $\Delta q'$  abzulesen bleiben.

Bei einer Construction von Brauer ist der Waagebalken als Schraubenspindel  $H$  mit einer der Länge nach eingehobelten Nuth auf der Seite des Laufgewichtes gestaltet, während letzteres aus 3 Theilen  $A, B, C$  besteht so, dass  $A$  in Form einer mit entsprechender centraler Durchbrechung auf  $H$  geschobenen runden Scheibe vermittels jener Nuth der Länge nach gegen  $H$  verschieblich,  $B$  als eine die Schraubenspindel umgebende Hülse relativ gegen  $A$  nur drehbar um die Schraubensaxe,  $C$  endlich gegen  $B$  nach einer diese Axe rechtwinklig schneidenden Richtung nur verschieblich ist; dieses Glied  $C$  ist mit einem der Schraubenspindel  $H$  entsprechenden Muttergewinde längs etwa  $\frac{1}{3}$  des Umfanges



von  $H$  versehen und wird durch den Druck einer Feder in Eingriff mit  $H$  erhalten, so lange nicht durch einen entgegengesetzten Druck mit der Hand die Paarung aufgehoben wird. In der Nuth befindet sich die Hauptskala  $S$ , deren Theilstriche um die Ganghöhe der Schraube von einander entfernt liegen. An  $A$  befindet sich die zu  $S$  gehörige Marke  $Z$  und ausserdem am Umfange eine Kreistheilung  $s$ , z. B. von 100 gleichen Theilen, an  $B$  endlich die zu dieser Theilung gehörige Marke  $z$ . Im Zustande der Auslösung des Schraubenpaares kann dann das aus  $A$ ,  $B$  und  $C$  zusammen bestehende Laufgewicht zunächst so weit verschoben werden, bis bei dem Einspielen von  $Z$  auf einen Theilstrich von  $S$  die mittlere Gleichgewichtslage insoweit erreicht ist, dass sie bei der Einstellung von  $Z$  auf den folgenden Theilstrich von  $S$  schon überschritten würde; ist bei solcher Lage von  $A$  gegen  $S$  die Marke  $z$  an  $B$  auf den Nullpunkt der Kreistheilung  $s$  an  $A$  eingestellt, so passt das Mutter-schraubengewinde von  $C$  gerade in das Schraubengewinde von  $H$ , wenn  $C$  dem Einflusse des Federdruckes wieder frei gegeben wird, und ist dann durch Drehung von  $BC$  und dadurch bewirkte weitere Verschiebung von  $ABC$  die Waage zu völligem Einspielen zu bringen. Schliesslich zeigt  $Z$  auf  $S$  die Zahl der grösseren Gewichtseinheiten  $AQ$  der Last,  $z$  auf  $s$  die Zahl der überschüssigen kleineren Gewichtseinheiten  $Aq$  derselben an.

Um besonders bei grösseren Waagen (Centesimalwaagen zur Wägung von Fuhrwerken etc.) die Verschiebung des Laufgewichtes  $P$  zu erleichtern, ist der zugehörige Waagebalken verzahnt bezw. mit einer Zahnstange verbunden worden, so dass in diese Verzahnung ein in  $P$  gelagertes, mit Handkurbel versehenes Getriebe eingreift. Mit letzterem kann zugleich eine eingetheilte Scheibe zur Markirung der kleineren Gewichtseinheiten der Last verbunden werden u. s. f.

### c. Neigungswaagen.

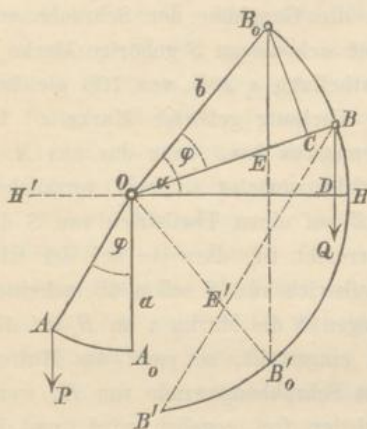
#### §. 177. Theorie der einfachen Neigungswaage.

Die einfache Neigungswaage ist ein um eine horizontale Axe  $O$  drehbarer Hebel, dessen Schwerpunkt  $A$  in einem gewissen Abstände  $a$  von  $O$  entfernt liegt und dessen in  $A$  angreifend zu denkendes Gewicht  $P$  als Gegengewicht der Last  $Q$  benutzt wird, die an einer mit  $O$  in der Entfernung  $b$  parallelen Axe  $B$  angreift; das Gewicht der Lastschale



bezw. des Lasthakens oder überhaupt des Aufhängungsmittels der Last  $Q$

Fig. 200.



am Hebel ist hierbei als ein in  $B$  concentrirter Bestandtheil von  $P$  zu betrachten. Auf die Grösse von  $Q$  wird aus der durch einen Zeiger auf einer Skala markirten Gleichgewichtslage des Hebels geschlossen, und handelt es sich also vor Allem um die Beziehung zwischen  $Q$  und dem Winkel  $\varphi$ , um welchen in dieser Gleichgewichtslage  $AOB$ , Fig. 200, der Hebel gegen diejenige  $A_0OB_0$  gedreht ist, welche der unbelasteten Waage, also  $Q=0$  entspricht und in welcher  $OA_0$  vertical abwärts gerichtet ist. Ist aber der Winkel

$$AOB = A_0OB_0 = 90^\circ + \alpha, \text{ also } B_0OH = \alpha,$$

unter  $OH$  eine horizontale Gerade verstanden, so ist die Gleichgewichtsbedingung bei Abstraction von Reibungswiderständen:

$$Pa \sin \varphi = Qb \cos (\alpha - \varphi)$$

oder mit der Bezeichnung  $R = P \frac{a}{b}$  = dem in der Geraden  $OA$  auf den Abstand  $b$  von  $O$  reducirten Hebelgewichte:

$$Q = R \frac{\sin \varphi}{\cos (\alpha - \varphi)} \dots \dots \dots (1).$$

Daraus folgt:

$$\cos \alpha \cos \varphi + \sin \alpha \sin \varphi = \frac{R}{Q} \sin \varphi$$

$$\cotg \varphi = \frac{R}{Q \cos \alpha} - \tg \alpha \dots \dots \dots (2)$$

und durch Differentiation:

$$\frac{d\varphi}{\sin^2 \varphi} = \frac{R}{\cos \alpha} \frac{dQ}{Q^2}.$$

Hiernach ist näherungsweise auch für kleine Laständerungen  $\Delta Q$  von endlicher Grösse:

$$\Delta \varphi = \frac{R}{Q^2 \cos \alpha} \frac{\Delta Q}{1 + \cotg^2 \varphi},$$



und da nach Gl. (2):

$$1 + \cotg^2 \varphi = 1 + \frac{R^2}{Q^2 \cos^2 \alpha} - \frac{2R \sin \alpha}{Q \cos^2 \alpha} + \tg^2 \alpha$$

$$= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left( \frac{R^2}{Q^2} - 2 \frac{R}{Q} \sin \alpha + 1 \right)$$

ist, ergibt sich mit  $\Delta Q = \frac{1}{\varepsilon} Q$  der Empfindlichkeitswinkel:

$$\Delta \varphi = \frac{1}{\varepsilon} \frac{R \cos \alpha}{Q} \frac{1}{\frac{R^2}{Q^2} - 2 \frac{R}{Q} \sin \alpha + 1}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon} \frac{\cos \alpha}{\frac{R}{Q} - 2 \sin \alpha + \frac{Q}{R}} \dots \dots \dots (3).$$

Er ist abhängig von  $Q$  und am grössten, wenn  $\frac{R}{Q} + \frac{Q}{R}$  am kleinsten, d. h. wenn

$$-\frac{R}{Q^2} + \frac{1}{R} = 0 \quad \text{oder} \quad Q = R$$

ist, und zwar

$$\max \Delta \varphi = \frac{1}{2\varepsilon} \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{1}{2\varepsilon} \frac{\sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)}{1 - \cos \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)} = \frac{1}{2\varepsilon} \cotg \left( 45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right). (4).$$

Um den Mittelwerth des Empfindlichkeitswinkels möglichst gross zu erhalten, sind die Elemente  $P, a, b$  so zu wählen, dass  $R = P \frac{a}{b}$  ein Mittelwerth der mit der Waage zu wägenden Lasten  $Q$  ist. Das Maximum von  $\Delta \varphi$  ist um so grösser, je grösser  $\alpha$  bis  $\alpha = 90^\circ$ , wofür  $\max \Delta \varphi$  unendlich gross wird, einem indifferenten Gleichgewichtszustande entsprechend. Diesen Werth darf  $\alpha$  natürlich nicht erreichen und pflegt in der That  $\alpha$  selten  $> 45^\circ$  gemacht zu werden, wofür

$$\max \Delta \varphi = \frac{1}{2\varepsilon} \cotg 22,5^\circ = \frac{1,207}{\varepsilon}$$

ist. Sollte z. B. in diesem Falle und bei Voraussetzung einer kreisförmigen Skala zum Mittelpunkte  $O$  von  $r$  Millimeter Radius die Veränderung der Last  $Q$  um  $\frac{1}{\varepsilon} Q$  eine Bewegung des Zeigers auf der Skala



von 1 Millimeter bewirken, so wäre

$$\max \Delta \varphi = \frac{1}{r} = \frac{1,207}{\varepsilon}, \text{ also } \varepsilon = 1,207 r,$$

z. B.  $\varepsilon$  nur = 603 für  $r = 500$  Millimeter. Eine grosse Empfindlichkeit ist danach von solcher Neigungswaage nicht zu erwarten, um so weniger, als das Bedürfniss grosser Neigungswinkel oft die Gestaltung der Axen  $O, B$  als Keilschneiden unthunlich macht; die grössere Reibung cylindrischer Zapfen an diesen Stellen bedingt dann einen so grossen Unzuverlässigkeitswinkel  $\Delta \varphi_1$  (§. 166), dass es in Vergleich mit demselben illusorisch wäre, wenn man etwa  $\max \Delta \varphi < \frac{1}{r}$  annehmen wollte. —

Die Herstellung der Skala ergibt sich aus Gl. (1), geschieht aber am einfachsten graphisch mit Rücksicht auf die folgende Bemerkung. Zieht man in Fig. 200 die Gerade  $B_0 C$  normal zu  $OB$ ,  $B_0 E$  und  $BD$  vertical, also normal zu  $OH$ , so ist wegen Aehnlichkeit der Dreiecke  $B_0 C E$  und  $O D B$ :

$$\frac{\sin \varphi}{\cos(\alpha - \varphi)} = \frac{B_0 C}{O D} = \frac{B_0 E}{O B} = \frac{e}{b}$$

mit der Bezeichnung  $B_0 E = e$ , somit nach Gl. (1):

$$Q = R \frac{e}{b} \dots \dots \dots (5).$$

Die Strecke  $B_0 E = e$  ist also der Last  $Q$  proportional, und wenn die Verticale  $B_0 E B_0'$  oder eine damit parallele Gerade als Skala benutzt würde mit  $OB$  als Zeigerrichtung, so würde die Theilung gleichförmig für gleiche Abstufungen  $\Delta Q$  der Last, und ihr Schnittpunkt mit  $OB_0$  der Nullpunkt. Sollte die geradlinige Skala einen gewissen Winkel mit der Verticalen bilden, so müsste die Zeigerrichtung um denselben Winkel in demselben Sinne gegen  $OB$  geneigt sein; einer horizontalen Skala würde z. B. eine zu  $OB$  senkrechte Zeigerrichtung entsprechen. Um die Theilpunkte einer Kreisskala mit dem Mittelpunkte  $O$  zu erhalten, brauchen nur die Theilpunkte der gleichförmig getheilten geradlinigen Skala von  $O$  aus radial projicirt zu werden, wodurch die Theilung der Kreisskala natürlich um so ungleichförmiger wird, je mehr sich ihre Theilpunkte von der durch  $O$  gehenden Normalen zur geradlinigen Skala entfernen.

Anstatt einer unbeweglichen Skala und eines mit der Waage fest verbundenen beweglichen Zeigers könnte auch ein unbeweglicher Zeiger mit einer an der Waage festen beweglichen Skala benutzt werden.



Würde z. B. mit dem Hebelarme  $OB$  bei  $B$ , Fig. 200, eine Gerade als Skala unter dem Winkel

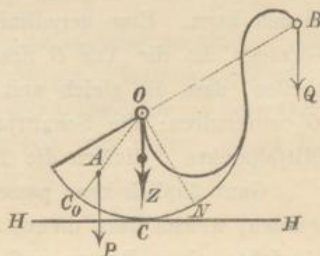
$$OB_0B_0' = OBB' = 90^\circ - \alpha$$

fest verbunden, so erhielte sie eine gleichförmige Theilung für  $OB_0'$  als unbewegliche Zeigerrichtung; denn wenn diese die Gerade  $BB'$  in  $E'$  schneidet, so ist

$$B'E' = BE = e,$$

weil  $B'E'$  und  $BE$  symmetrisch sind in Bezug auf die Verbindungsgerade des Punktes  $O$  mit dem Schnittpunkte von  $B_0B_0'$  und  $BB'$ . Bezüglich gleichzeitiger Richtungsänderung der Skala und des Zeigers, sowie in Betreff centraler Projection der gleichförmig getheilten geradlinigen auf die Kreisskala gelten wieder die obigen Bemerkungen. Sollte z. B. die unbewegliche Zeigerrichtung vertical sein, so wäre die Richtung der geradlinigen Skala um den Winkel  $B_0'O A_0 = 90^\circ - \alpha$  in demselben Sinne aus der Richtung  $BB'$  heraus zu drehen, so dass sie mit  $OB$  parallel wird. Fig. 201 zeigt eine eigen-

Fig. 201.



thümliche Art der Ausführung dieses Falles mit Kreisskala. Die Waage ist hier nicht ein um  $O$  drehbarer Hebel, sondern sie ruht mit einer kreisförmigen Fläche rollbar auf einer horizontalen Ebene  $HH$ , indem sie dieselbe bei veränderlicher Last  $Q$  an verschiedenen Stellen  $C$  berührt. Sie hat am Umfange eine Kreistheilung mit dem in der Richtung  $OA$  liegenden Nullpunkte  $C_0$ ; auf dieselbe weist ein Zeiger  $Z$ , der als Pendel um  $O$  drehbar aufgehängt ist. Indem die gleichförmig getheilte geradlinige Skala die Richtung  $OB$  haben müsste, liegen die Theilstriche der Kreistheilung bei  $N$  am weitesten auseinander, falls  $ON$  senkrecht zu  $OB$  ist. Jede elementare Wälzung ist als Drehung um die Axe  $C$  zu betrachten, für welche die Momente von  $P$  und  $Q$  dieselben sind wie für die Axe  $O$ .

Um für gleiche Abstufungen  $AQ$  eine Kreisskala mit gleichförmiger Theilung zu erhalten, kann man solche Einrichtungen treffen, wodurch die Lage entweder des Angriffspunktes  $A$  von  $P$ , oder der Angriffslinie  $B$  von  $Q$ , oder der Drehungsaxe  $O$  an der Waage mit deren Neigung auf entsprechende Weise veränderlich wird.\* Sofern es indessen meistens

\* Brauer: „Die Construction der Waage“, S. 23.



darauf ankommt, dass  $\Delta\varphi$  nicht sowohl für gleiche Werthe von  $\Delta Q$ , sondern für gleiche Werthe von  $\frac{\Delta Q}{Q}$  möglichst gleich gross sei, ist die gleichförmige Theilung der Kreisskala ohne besonderen Werth.

#### §. 178. Anwendungen der einfachen Neigungswaage.

Einfache Neigungswaagen sind besonders zu solchen Wägungen kleiner Lasten geeignet, bei welchen es mehr auf Schnelligkeit und Bequemlichkeit, als auf grosse Genauigkeit ankommt, z. B. als Briefwaagen, Papierwaagen, Garnwaagen etc. Eine Briefwaage von zweckmässiger Form geht u. A. aus der in Fig. 201 dargestellten Waage mit beweglicher Skala und unbeweglicher Zeigerrichtung dadurch hervor, dass die Stützung und Wälzung auf der Ebene  $HH$ , die den Uebelstand hat, einer öfteren Controle und Berichtigung bezüglich der horizontalen Lage dieser Stützebene zu bedürfen, nebst dem Pendelzeiger  $Z$  durch Aufhängung vermittelst eines Gehänges ersetzt wird, das dann zugleich als Zeiger dienen kann. Eine geradlinige Skala ist dabei parallel  $OB$  mit der im Gehänge um die Axe  $O$  drehbaren Waage zu verbinden und so einzutheilen, dass die gleich weit von einander entfernten Theilstriche gegen  $O$  convergiren; die Schnittpunkte der letzteren mit einem Kreise zum Mittelpunkte  $O$  liefern die Theilpunkte einer Kreisskala.

Ganz ähnlich kann passender Weise eine Papierwaage eingerichtet werden, welche dazu dient, annäherungsweise möglichst schnell aus dem Gewichte eines Bogens auf das Gewicht  $= m$  Kgr. von einem Ries zu schliessen. Ist  $n$  die Bogenzahl von einem Ries, so wird der Theilstrich, auf welchen der Zeiger bei Belastung der Waage durch  $\frac{m}{n}$  Kgr. weist, mit  $m$  bezeichnet. Zwei verschiedene Skalen derselben Waage entsprechen  $n = 500$  für ungeleimtes und  $n = 480$  für geleimtes Papier. Die Gewichtsunterschiede einzelner Bogen können hierbei durch Multiplication mit  $n$  so grosse Fehler verursachen, dass in Vergleich mit denselben die der Neigungswaage an und für sich anhaftende Ungenauigkeit gegenüber der Bequemlichkeit ihres Gebrauches kaum in Betracht kommt. Aehnlich verhält es sich in anderen Fällen einer solchen verjüngten Wägung zum Zwecke des Schlusses aus dem Gewichte eines Theils oder einer kleineren Einheit auf dasjenige des Ganzen bezw. einer grösseren Einheit. —

Von grösserem technischem Interesse ist die Garnwaage, welche



zur Bestimmung der Feinheitnummer  $n$  eines Garnes dient, d. i. der Zahl, welche angiebt, wie viel mal das Gewicht einer bestimmten Fadenlänge in einem bestimmten als Einheit angenommenen Gewichte, z. B. das Gewicht eines Strähns von 1000 Meter Länge in einem ganzen oder halben Kilogramm enthalten ist. Die hierbei zu Grunde liegenden Längen- und Gewichtseinheiten selbst sind einstweilen noch in verschiedenen Ländern verschieden. Die Anordnung und Eintheilung der Skala einer solchen Garnwaage gemäss der Forderung, dass sie unmittelbar die Feinheitnummer  $n$  abzulesen gestatten soll, ergibt sich im Anschlusse an die Entwicklungen im vorigen §. und an Fig. 200 auf folgende Weise.

Bezeichnet man daselbst mit  $\psi$  den Winkel, unter welchem der Schwerpunktsradius  $OA$  gegen die Horizontale geneigt ist, also den Winkel  $H'OA$ , Fig. 200, der dabei positiv oder negativ gesetzt wird, jenachdem er unter oder über  $OH'$  liegt, so ist nach Gl. (2) mit

$$\varphi = 90^\circ - \psi \text{ und } Q = \frac{1}{n}:$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{R}{\cos \alpha} n - \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (1).$$

Hieraus ist zunächst ersichtlich, dass eine unbewegliche geradlinige und verticale Skala für  $OA$  als Zeiger eine gleichförmige Theilung zu erhalten hätte; denn wenn sie  $OH'$  im Abstände  $h$  von  $O$  schneidet, so dass  $OH'$  und  $OA$  die Strecke  $h \operatorname{tg} \psi$  derselben zwischen sich fassen, so ist für  $An = 1$ :

$$A(h \operatorname{tg} \psi) = \frac{Rh}{\cos \alpha} = \text{Const.}$$

In der Regel wird aber eine kreisförmige Skala zum Mittelpunkte  $O$  vorgezogen, die durch centrale Projection der gleichförmig getheilten verticalen geradlinigen Skala erhalten wird, und deren Theilstriche somit um so näher aneinander zu liegen kommen, je weiter sie von  $OH'$  entfernt sind. Sind also  $n_1$  und  $n_2$  ( $n_1 < n_2$ ) die Grenzwerte von  $n$ , für welche die Waage bestimmt ist, so erscheint es am besten, die Kreisskala so anzuordnen, dass

$$\psi = 0 \text{ wird für } n = \frac{n_1 + n_2}{2} = m,$$

nach Gl. (1) also:

$$R = \frac{\sin \alpha}{m} \dots \dots \dots (2)$$



oder wegen  $R = P \frac{a}{b}$  bei gegebenen Werthen von  $P$  und  $a$ :

$$b = \frac{Pa}{R} = \frac{Pa}{\sin \alpha} m = \frac{Pa}{\sin \alpha} \frac{n_1 + n_2}{2} \dots \dots \dots (3).$$

Der negative Winkel  $\psi = \psi_1$ , welcher  $n = n_1$  entspricht, und der positive Winkel  $\psi = \psi_2$ , welcher  $n = n_2$  entspricht, sind dann absolut genommen gleich gross.

Je grösser dieser Winkel  $\psi_2 = -\psi_1$  gemacht wird, desto grösser wird zwar der Mittelwerth der Entfernung zweier benachbarter Theilstriche der Kreisskala, aber desto mehr nimmt sie auch von der Mitte (von  $OH'$  aus) nach den Enden ab, so dass sich hier die Aufgabe darbietet, jenen Winkel und somit den Mittelpunktswinkel  $= 2\psi_2$  der ganzen Theilung möglichst so zu wählen, dass die kleinste Entfernung ihrer Theilstriche an den Enden noch möglichst gross sei, und somit die kleinste Empfindlichkeit, mit welcher  $n$  durch Ablesung an der Skala gefunden wird, nämlich diejenige für  $n = n_1$  und  $n = n_2$  ein Maximum sei. Nun ist nach (1) und (2):

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{m} n - \operatorname{tg} \alpha = \frac{n - m}{m} \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dn} &= \frac{\operatorname{tg} \alpha}{m} \cos^2 \psi = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{m} \frac{1}{1 + \left(\frac{n-m}{m}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \\ &= \frac{1}{m} \frac{1}{\operatorname{cotg} \alpha + \left(\frac{n-m}{m}\right)^2 \operatorname{tg} \alpha}. \end{aligned}$$

Dieser Differentialquotient ist ein Maass der Empfindlichkeit, mit welcher  $n$  auf der Kreisskala abzulesen ist. Er ist am kleinsten für  $n = n_1$  oder  $= n_2$ , und zwar mit

$$\begin{aligned} k &= \frac{n_2 - m}{m} = \frac{m - n_1}{m} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \\ \min \frac{d\psi}{dn} &= \frac{1}{m} \frac{1}{\operatorname{cotg} \alpha + k^2 \operatorname{tg} \alpha}. \end{aligned}$$

Insofern aber dieser Minimalwerth von  $\frac{d\psi}{dn}$  noch von  $\alpha$  abhängt, ist er ein Maximum, wenn

$$\operatorname{cotg} \alpha + k^2 \operatorname{tg} \alpha \text{ ein Minimum,}$$



d. h. wenn

$$-\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{k^2}{\cos^2 \alpha} = 0, \quad \text{tg } \alpha = \frac{1}{k} = \frac{n_2 + n_1}{n_2 - n_1} \dots \dots (5)$$

ist. Der Forderung entspricht also ein Winkel  $\alpha > 45^\circ$ , wogegen sich nach Gl. (4):

$$\text{tg } \psi_2 = \frac{n_2 - m}{m} \text{tg } \alpha = k \text{tg } \alpha = 1, \quad \psi_2 = -\psi_1 = 45^\circ \dots (6)$$

ergiebt, entsprechend einem eingetheilten Quadranten als Skala.\* Aus Gl. (5) folgt auch:

$$\sin \alpha = \frac{\text{tg } \alpha}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha}} = \frac{\frac{1}{k}}{\sqrt{1 + \frac{1}{k^2}}} = \frac{1}{\sqrt{k^2 + 1}} = \frac{n_2 + n_1}{\sqrt{2(n_2^2 + n_1^2)}}$$

und somit aus Gl. (3):

$$b = Pa \sqrt{\frac{n_2^2 + n_1^2}{2}} \dots \dots \dots (7).$$

Wegen der Schwierigkeit genauer Bestimmung des Schwerpunktes  $A$  und des Winkels  $\alpha$  ist es rathsam, die vorläufig näherungsweise gemäss den Gleichungen (5) und (7), also durch Berechnung von  $\alpha$  und  $b$  für gegebene Werthe von  $n_1, n_2$  und angenommene Werthe von  $P, a$  construirte Waage nachträglich durch geeignete kleine Regulierungsmassen  $M, M'$  zu justiren, von denen etwa vermittels feiner Schrauben  $M$  im Sinne  $OA, M'$  normal dazu verstellbar sein mag. Durch Verstellung von  $M'$  kann dann die lothrechte Zeigerrichtung bei unbelasteter Waage, durch Verstellung von  $M$  die horizontale Zeigerrichtung bei der Belastung mit  $Q = \frac{1}{m}$  Gewichtseinheiten herbeigeführt werden. Markirt man demnächst die Theilstriche  $S_1$  und  $S_2$  des einzutheilenden Kreisbogens bei den Belastungen  $Q = \frac{1}{n_1}$  und  $\frac{1}{n_2}$ , so ergiebt sich, wenn auch die Winkel  $H'OS_1$  und  $H'OS_2$  etwas von  $45^\circ$  verschieden ausfallen mögen, doch eine richtige Skala, wenn jetzt die Sehne  $S_1S_2$  in  $n_2 - n_1 - 1$  gleiche Theile getheilt wird und die erhaltenen Theilpunkte central von  $O$  aus auf den Kreisbogen  $S_1S_2$  projectirt werden.

Um schliesslich die so gefundene Skala auch für die Feinheitnummern  $n_2$  bis  $n_3$  benutzen zu können, deren Intervall

$$n_3 - n_2 = n_2 - n_1$$

\* Redtenbacher: „Der Maschinenbau“, Bd. I, S. 404.



ist, braucht nur der Lastarm des Hebels ausser  $B$  noch mit einer zweiten Aufhängungsaxe  $B'$  der Last versehen zu werden, deren Lage mit den Bezeichnungen

$$OB' = b' \text{ und Winkel } AOB' = 90^\circ + \alpha'$$

gemäss (5) und (7) bestimmt ist durch die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha' &= \frac{n_3 + n_2}{n_3 - n_2} = \frac{n_3 + n_2}{n_2 + n_1} \operatorname{tg} \alpha \\ b' &= Pa \sqrt{\frac{n_3^2 + n_2^2}{2}} = b \sqrt{\frac{n_3^2 + n_2^2}{n_2^2 + n_1^2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8).$$

Die von oben nach unten aufeinander folgenden Theilstriche der Skala erhalten dann eine doppelte Bezeichnung,

$$\begin{aligned} \text{einerseits mit } & n_1 \quad n_1 + 1 \dots n_2 \\ \text{andererseits mit } & n_2 \quad n_2 + 1 \dots n_3. \end{aligned}$$

#### §. 179. Zusammengesetzte Neigungswaagen.

Der Ersatz einer einfachen durch eine zusammengesetzte Neigungswaage kann durch die Absicht bedingt sein, statt einer Pendelschale oder eines Hakens zur Aufnahme der Last  $Q$  eine parallel geführte horizontale Tafel verwenden zu können. Am einfachsten dient dazu eine z. B. zur Wägung von Briefen und leichteren Packeten sehr gebräuchliche Waage, welche aus der Parallelogrammwaage, Fig. 185 (§. 169), dadurch hervorgeht, dass der geradlinige Hebel  $AOB$  mit Weglassung der bei  $A$  hängenden Gegengewichtsschale durch einen Winkelhebel ersetzt wird, dessen im Schwerpunkte  $A$  angreifend zu denkendes Gewicht  $P$  als Gegengewicht der Last  $Q$  benutzt wird. Für die Skala sind in diesem Falle die im §. 177 entwickelten Regeln vollständig anwendbar, falls in  $P$  das Gewicht der Tafel mit Stiel  $BB_1$  nebst dem halben Gewichte der Lenkstange  $O_1B_1$  eingerechnet wird, indem dann bezüglich des Gleichgewichtes zwischen  $P$  und  $Q$  sich Alles gerade so verhält, als ob  $Q$  unmittelbar in  $B$  concentrirt angriffe.

Zur Wägung grösserer Lasten sind zur Vermeidung eines übermässigen schweren Winkelhebels  $AOB$  solche zusammengesetzte Neigungswaagen mehr geeignet, bei welchen ebenso wie bei den früher besprochenen zusammengesetzten Hebelwaagen im engeren Sinne durch Vermittlung eines passenden Mechanismus nur ein bestimmter Theil der Last auf den Gegengewichtshebel, nämlich hier auf den die einfache Neigungswaage



darstellenden Winkelhebel übertragen wird. Die Regeln, welche für die Construction zusammengesetzter Hebelwaagen im engeren Sinne zur Sicherung der Stabilität aufgestellt wurden bezüglich der Winkel, unter welchen die Verbindungsstangen der Hebel gegen letztere gerichtet sind, kommen hier nicht in Betracht, weil eine Neigungswaage stets mehr als ausreichend stabil ist; auch sind jene Winkel hier mit  $Q$  zwischen weiteren Grenzen veränderlich, wie überhaupt natürlich die Configuration des ganzen Mechanismus. Wenn aber die im §. 177 entwickelten Regeln für die Anordnung und Eintheilung der Skala auf dergleichen zusammengesetzte Neigungswaagen übertragbar sein sollten, müsste für alle jene Configurationen des Mechanismus die den Winkelhebel angreifende Verbindungsstange oder jede derselben, falls ihrer mehrere vorhanden sind, beständig vertical bleiben und die durch sie auf den Hebel übertragene Kraft  $Z$  aus zwei Theilen  $X, Y$  bestehen, so dass  $X$  ein unveränderliches Verhältniss zum Eigengewichte des Mechanismus und  $Y$  ein unveränderliches Verhältniss zur Last  $Q$  hat. Im Falle z. B. von zwei solchen Stangen, die in  $B_1$  und  $B_2$  die verticalen Kräfte  $Z_1 = X_1 + Y_1$  und  $Z_2 = X_2 + Y_2$  auf den mit dem Zeiger bei unbeweglicher Skala, bezw. mit der Skala bei unbeweglichem Zeiger fest verbundenen Winkelhebel übertragen, liessen sich dann  $X_1$  und  $X_2$  mit dem Eigengewichte des Hebels zu der in  $A$  angreifenden Schwerkraft  $P$ , sowie  $Y_1$  und  $Y_2$  zu einer verticalen Kraft  $Y = Y_1 + Y_2$  zusammensetzen, welche, in einem unveränderlichen Punkte  $B$  des Winkelhebels angreifend, einem bestimmten aliquoten Theile der Last  $Q$  gleich ist. Sofern sich aber im Allgemeinen jene Bedingungen nicht erfüllt finden, selbst dann nicht für alle Configurationen des Mechanismus, wenn nur eine Stange die Verbindung mit dem Winkelhebel vermittelt, erfordert die Skala in der Regel eine empirische Theilung.

Die Systeme zusammengesetzter Hebelwaagen (§§. 169—173), welche zur Construction zusammengesetzter Neigungswaagen geeignet sind, erfahren eine weitere Einschränkung bei Brückenwaagen durch die Forderung, dass die gleichzeitigen Verticalbewegungen aller Punkte der Brücke hier nicht nur für sehr kleine, sondern für grosse Configurationsänderungen des Mechanismus einander gleich sein müssen, um das Ergebniss der Wägung von der Lage der Last auf der Brücke unabhängig zu machen. Dieser Forderung entspricht z. B. die Doppeltrapezwaage, Fig. 198 (§. 173), deren Mechanismus u. A. bei zusammengesetzten Neigungswaagen zur Wägung von Passagiergepäck mehrfach Anwendung gefunden hat, indem dabei entweder, wie bei einer betreffenden Waage von Pellenz, der Hebel



$OA$  als Winkelhebel mit dem Zeiger verbunden ist unter Weglassung des weiteren Hebels  $A_0 B_0$ , oder dieser letztere durch die einfache Neigungswaage ersetzt wird, wie bei einer Waage von Jos. Greiner in München.

Die besprochenen Constructionsbedingungen zusammengesetzter Neigungswaagen, sowohl was die Parallelführung einer Brücke, als was die zweckmässige möglichst gleichförmige Theilung der Skala gemäss den für die einfache Neigungswaage gültigen Regeln betrifft, sind um so besser erfüllbar, je weniger der Winkelhebel drehbar zu sein braucht, um die verlangten Abstufungen der Last auf einer genügend grossen Skala und folglich mit genügender Genauigkeit anzeigen zu können. Dazu sind solche Einrichtungen zweckmässig, durch welche die betreffenden Neigungswinkel vergrössert auf den Zeiger übertragen werden. Bei einer solchen Einrichtung von Herrmann in Berlin\* ist mit dem Winkelhebel ein geschlitzter Arm verbunden, welcher, anstatt unmittelbar als Zeiger zu dienen, eine Zahnstange verschiebt vermittels eines in jenen Schlitz hineinragenden Ansatzstiftes derselben; die Zahnstange greift in ein kleines Rad auf der Axe des Zeigers. Ist der Theilrissumfang des Rades = der Verschiebung der Zahnstange, so umfährt die Zeigerspitze den ganzen Umfang der zugehörigen vollen Kreisskala, und die Theilung der letzteren wird mit derselben Annäherung gleichförmig, mit welcher für den geschlitzten Arm des Winkelhebels als Zeiger eine geradlinige Skala von gleicher Richtung mit der Zahnstange gleichförmig getheilt werden müsste.

#### d. Federwaagen.

##### §. 180. Theorie der Federwaage.

Die Federwaage ist ein Instrument, welches dazu dient, auf die Grösse des Gewichtes und dadurch der Masse eines Körpers aus der Grösse der durch dieses Gewicht unter gewissen Umständen verursachten Deformation einer Feder, in der Regel einer Stahlfeder, zu schliessen. Letztere pflegt dabei entweder in Form eines meist offenen Ringes benutzt zu werden, oder als Schraubenfeder (cylindrische Spiralfeder), die durch die Schwerkraft des betreffenden Körpers im Sinne ihrer Axe gezogen und dadurch verlängert wird. Die Deformation wird entweder

\* Brauer: „Die Construction der Waage“, Taf. III, Fig. 75.



unmittelbar durch einen auf eine Skala weisenden Zeiger gemessen oder nach vorhergegangener Vergrößerung vermittels eines geeigneten, gewöhnlich eines Hebel- oder Rädermechanismus. Im Falle einer ringförmigen oder überhaupt einer so gestalteten Feder, dass die Beziehung zwischen ihrer Belastung und Deformation von weniger einfacher Art ist, erhält die Skala eine vollkommen empirische, für gleiche Intervalle der Last im Allgemeinen ungleichförmig ausfallende Theilung, so dass von einer Theorie keine Rede ist. Vorzuziehen sind aber solche Federn, welche eine angenäherte Vorausberechnung ihrer Deformation  $x$  in Folge der Last von gegebener Grösse  $Q$  und gegebener Angriffsweise gestatten und für welche die Beziehung zwischen  $x$  und  $Q$  innerhalb der betreffenden Grenzen von  $Q$  sich als einfache Proportionalität ergibt, so dass die Skala eine gleichförmige Theilung erhalten kann. Wird dann auch der Theilstrich, welcher der Maximallast  $Q = n \Delta Q$  entspricht, thatsächlich durch den Versuch bestimmt, so genügt es doch, die Entfernung zwischen diesem und dem Theilstriche, welcher  $Q = 0$  entspricht, in  $n$  gleiche Theile zu theilen zur Ablesung der verschiedenen Vielfachen von  $\Delta Q$  bis zu  $n \Delta Q$ ; zugleich lassen sich dann die Dimensionen der Feder im Voraus so berechnen, dass sowohl ihre Anstrengung, als ihre Deformation für die Maximalbelastung  $Q$  verlangten Werthen nahe gleich werden. Das Verfahren mag hier nur für den gewöhnlichen Fall einer im Sinne ihrer Axe gezogenen Schraubenfeder von überall gleichem kreisförmigem Querschnitte erläutert werden. Dabei sei:

$d$  der Durchmesser des Stahldrahtes, aus welchem die Feder verfertigt,

$r$  der Radius der Cylinderfläche, auf welcher ihre Mittellinie gelegen ist,

$n$  die Zahl der Windungen, die von so schwacher Steigung vorausgesetzt werden, dass sie sich im unbelasteten Zustande der Feder fast berühren,

$t$  die höchstens zulässige Schubspannung,

$G$  der Modul der Schubelasticität des Federstahls.

Die in der Axe der Schraubenfeder (d. h. in der Axe der ihre Mittellinie enthaltenden Cylinderfläche) ziehend wirkende Kraft  $Q$  wirkt in jedem Querschnitte mit dem Moment  $Qr$  auf Torsion und verursacht dadurch nach den Gesetzen der Elasticitätslehre\* die Maximalschubspannung:

\* Siehe des Verfassers „Theorie der Elasticität und Festigkeit“, Gleichungen (230) und (243).



$$t = \frac{16}{\pi} \frac{Qr}{d^3} \dots \dots \dots (1)$$

sowie den specifischen Torsionswinkel (in Bogenmaass ausgedrückten Torsionswinkel pro Längeneinheit des Drahtes):

$$\vartheta = \frac{32}{\pi G} \frac{Qr}{d^4} \dots \dots \dots (2).$$

Streng genommen wirkt zwar die Axialkraft  $Q$  auf irgend einen Querschnitt ausser mit dem Moment  $Qr$  noch mit einer Kraft  $= Q$ , welche sich in eine Zugkraft längs der Tangente der Mittellinie und eine Schubkraft längs dem Querschnitte des Drahtes zerlegen lässt, doch sind diese Kraftwirkungen, von denen die der Zugkraft bei grösserer Steigung der Schraubenfeder von Belang sein könnte, hier nur von untergeordneter Bedeutung. Wäre nun eine in der Schraubenfederaxe liegende materielle Gerade mit einem Längenelemente  $= ds$  der Schraubenfeder fest verbunden, so würde die Verdrehung dieses Elementes um den Winkel  $\vartheta ds$  eine Verschiebung jener Geraden längs ihrer Richtung  $= r\vartheta ds$  bewirken, und da die ganze Drahtlänge der Feder  $= n \cdot 2\pi r$  ist, ergiebt sich die resultirende Verlängerung derselben im Sinne ihrer Axe gemäss Gl. (2):

$$x = r\vartheta \cdot n \cdot 2\pi r = \frac{64n}{G} \frac{Qr^3}{d^4} \dots \dots \dots (3).$$

Für gegebene Werthe von  $Q, x, t, G$  und einen angenommenen Durchmesser  $d$  des Stahldrahtes erhält man aus den Gleichungen (1) und (3):

$$r = \frac{\pi t d^3}{16 Q} \dots \dots \dots (4)$$

$$n = \frac{G}{64} \frac{x d^4}{Q} \left( \frac{16 Q}{\pi t d^3} \right)^3 = \frac{64 G}{\pi^3 t^3} \frac{Q^2 x}{d^5} \dots \dots \dots (5),$$

z. B. für das Millimeter als Längeneinheit und das Kilogramm als Kraft-einheit mit

$$t = 10, \quad G = 10000 \text{ Kgr. pro Quadratmillimeter:}$$

$$r = 1,96 \frac{d^3}{Q} \text{ und } n = 20,6 \frac{Q^2 x}{d^5} \dots \dots \dots (6).$$

#### §. 181. Anwendungen der Federwaage.

Während die Federwaage die Bequemlichkeit des Gebrauches mit der Neigungswaage gemein hat, gestattet sie im Allgemeinen eine noch compendiösere und solche Form, dass sie zum Schutz gegen Staub und zufällige Verletzungen oder auch mit Rücksicht auf die Gefälligkeit der



(1) Erscheinung leicht in ein Gehäuse eingeschlossen werden kann bis auf die Skala mit Zeiger und auf die Schale oder den Haken zur Aufnahme der Last. Dagegen ist ihre Zuverlässigkeit derjenigen einer Neigungswaage insofern untergeordnet, als die Temperatur einen merklichen Einfluss auf die Länge und Elasticität der Stahlfeder ausübt; diese erfordert eine öftere Controle, da sie durch längeren Gebrauch oder durch unvorsichtige übermässige Belastung dauernde Aenderungen erleiden kann. Dass der Schluss vom Gewicht auf die Masse als die mit jeder Waage eigentlich zu messende Grösse streng genommen nur mit der Annäherung hier zulässig ist, mit welcher die Beschleunigung der Schwere am Gebrauchsorte der Federwaage mit derjenigen des Herstellungsortes der Skala übereinstimmt, worauf schon im §. 165 hingewiesen wurde, kommt in den Fällen, auf welche die Benutzung von Federwaagen hauptsächlich beschränkt ist, im Vergleich mit ihren sonstigen Mängeln nicht weiter in Betracht.

(2) Die einfachste Form einer Federwaage ist die Salter'sche Briefwaage, bestehend aus einer Schraubenfeder, welche, in einem röhrenförmigen Gehäuse vertical hängend, unten den zur Aufnahme der Briefe dienenden hakenförmigen Bügel und ausserdem einen Zeiger trägt, der, aus einem Schlitze des Gehäuses hervorragend, auf die an diesem äusserlich angebrachte geradlinige Skala weist.

(3) Die besonders als Hauswirthschaftswaage gebräuchliche Salter'sche Federwaage enthält in ihrem runden dosenförmigen Gehäuse zwei nebeneinander hängende Schraubenfedern, die unten durch einen Anker verbunden und vermittels desselben belastet sind. Die Skala ist auf einer der beiden verticalen ebenen Bodenflächen des Gehäuses als Kreisskala angebracht, und es wird auf ihr die Verlängerung der Schraubenfedern dadurch in vergrössertem Massstabe angezeigt, dass die Axe des Zeigers ein Zahnradchen trägt, in welches eine von dem Verbindungsanker aus zwischen den Federn sich aufwärts erstreckende Zahnstange eingreift. Die Lastschale ist entweder eine Hängeschale oder eine Oberschale, letzteren Falles mit einer im Gehäuse versteckt angebrachten Parallelführung.

(4) Ebenso wie die Neigungswaage gemäss vorigem §. kann auch die Federwaage mit einer zusammengesetzten Hebelwaage an Stelle des Gegengewichtshebels verbunden werden. Im Falle einer Brückenwaage gilt dann auch hier die Bemerkung, dass die Brücke nicht nur näherungsweise für eine sehr kleine Configurationsänderung des Mechanismus, sondern genau parallel geführt werden muss, um vom Orte der Last auf



derselben die Wägung unabhängig zu machen. Insbesondere eignet sich auch hier der Brückenwaagentypus Fig. 198, der z. B. bei einer zusammengesetzten Federwaage von Gebr. Dopp in Berlin zur Wägung von Passagiergepäck, nur mit der Modification benutzt ist, dass die beiden die Brücke tragenden Dreieckshebel und der Querhebel  $OA$  zweiarmig statt einarmig gemacht sind, wobei nach wie vor ein Niedergang der Brücke auch ein Niedergang der Stange  $AB_0$  entspricht. Letztere ist, durch eine hohle Säule geschützt, mit der eigentlichen Federwaage verbunden, hier insbesondere mit dem Verbindungsanker der unteren Enden von zwei gleichen neben einander hängenden Schraubenfedern.

Zu leichter Justirung einer Schraubenfeder ist eine patentirte einfache Vorrichtung von Reimann bemerkenswerth, bei welcher ihr Angriff durch eine entsprechend geformte Platte vermittelt wird, die als eine von innen in die Windungen der Schraubenfeder eingreifende Mutter längs derselben hin und her geschraubt werden kann, um so die wirksame Länge der Feder, nämlich die wirksame Zahl ihrer Windungen zu corrigiren; ihre Erhaltung ist dadurch zu sichern, dass die von jener Mutterplatte ausgehende axiale Angriffstange durch Prismenführung an der Drehung verhindert wird.

## V. Instrumente zur Messung von Kräften.

Dieselben pflegen im engeren Sinne Dynamometer genannt zu werden, wenn sie zur Messung beliebiger Kräfte dienen, welche als Zugkräfte durch entsprechende Organe (Ketten, Seile etc.) oder als Druckkräfte durch feste Körper ausgeübt bzw. übertragen werden. Zur Messung des specifischen Druckes von Flüssigkeiten im weiteren Sinne des Wortes dienen sogenannte Manometer, welche als Flüssigkeits-, Ventil- oder Federmanometer unterschieden werden können, jenachdem die Messung vermittelt wird durch das Gleichgewicht des zu messenden Druckes mit dem durch ihre Schwere bedingten hydrostatischen Drucke einer gewissen tropfbaren Flüssigkeit (insbesondere Quecksilber oder Wasser), oder mit der Belastung eines Ventils, welches einseitig dem zu messenden Flüssigkeitsdrucke ausgesetzt ist, oder mit der Elasticität eines federnden Körpers, der durch den zu messenden Druck belastet und entsprechend deformirt wird.



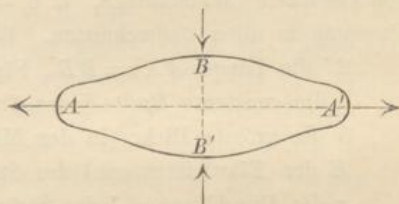
## §. 182. Dynamometer.

Zuweilen lässt sich zur Messung einer Kraft irgend eine Waage, selbst eine Hebelwaage benutzen, indem man an ihr die fragliche Kraft ebenso wie die Schwerkraft einer zu wägenden Last mit einem Gegengewichte in Gleichgewicht bringt. Gewöhnlich aber und zwar jedenfalls dann, wenn das Instrument während der Messung in Bewegung begriffen sein muss, bedient man sich analog den Federwaagen eines elastischen Körpers, um aus dessen Deformation unter der Einwirkung fraglicher Kraft auf die Grösse derselben zu schliessen. Dabei wird, ebenso wie es bezüglich der Federwaage in den vorhergehenden Paragraphen bemerkt wurde, die Deformation entweder unmittelbar in wahrer Grösse oder vermittels eines geeigneten Mechanismus vergrössert durch einen Zeiger auf einer meistens empirisch getheilten Skala angezeigt. Mit diesem zwangläufigen Zeiger ist hier häufig ein loser, nur mit einiger Reibung beweglicher sogenannter Maximumzeiger verbunden, welcher durch jenen geschoben und an der dem Maximum der Kraft entsprechenden Stelle liegen gelassen wird, sofern dieselbe variabel ist und ausser ihrer augenblicklichen Grösse auch diejenige sichtbar gemacht werden soll, welche sie in einer gewissen Zeit höchstens erreicht hatte.

Der elastische Körper von Stahl erhält gewöhnlich die Form eines geschlossenen länglichen Ringes nach Art von Fig. 202, auf welchen man grössere zu messende Kräfte, z. B. Zugkräfte zur Fortbewegung landwirthschaftlicher Maschinen und Geräte auf dem Felde, im Sinne der grossen

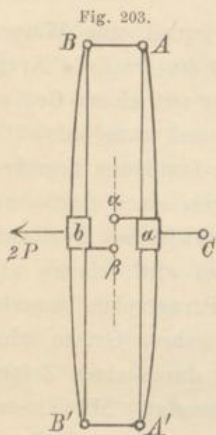
Axe  $AA'$  ziehend oder kleinere Kräfte im Sinne der kleinen Axe  $BB'$  drückend wirken lässt. Im einen wie im anderen Falle wird die Verkürzung von  $BB'$ , die bei gleicher Kraftgrösse im ersten Falle kleiner, als im zweiten, jedenfalls aber grösser, als die gleichzeitige Verlängerung von  $AA'$  ist, als Maass der Kraft benutzt, indem sie durch einen Hebel- oder Zahnradmechanismus vergrössert von einem Zeiger auf einer empirisch getheilten Kreisskala angezeigt wird. Ist dasselbe Instrument für die eine und andere Krafrichtung zugleich bestimmt, erhält es natürlich zwei verschiedene Skalen.

Fig. 202.





Die empirische Theilung der letzteren schliesst jede Theorie aus. Indessen sind ebenso, wie bei Federwaagen (§. 180), so auch bei Feder-



dynamometern im Allgemeinen solche Formen und Belastungsweisen der Stahlfedern vorzuziehen, welche gleichförmigen und im Voraus berechenbaren Theilungen der Skalen entsprechen. Diese Forderung erfüllt das Zugdynamometer von Morin, Fig. 203, welches ausserdem eine unmittelbare Ablesung der verhältnissmässig grossen Deformation ohne vergrössernden Zwischenmechanismus gestattet. Es besteht aus zwei gleichen, unbelastet geraden Stahlstäben  $AA'$ ,  $BB'$ , an den Enden gelenkartig durch gleiche kürzere Stangen  $AB$ ,  $A'B'$  verbunden und in den Mitten mit Fassungen  $a$ ,  $b$  versehen, mittels welcher der eine Stab  $AA'$  an einen festen Bolzen  $C$  angeschlossen, der andere  $BB'$  von der zu messenden Zugkraft  $= 2P$  angegriffen werden kann. Diese Stahlstäbe haben rechteckige Querschnitte von constanter Breite, wogegen die Dicke (die mit der Zugkraft  $2P$  parallele Rechteckseite) von der Mitte nach den Enden jedes Stabes so abnimmt, dass sein Längenprofil einerseits geradlinig, andererseits parabolisch begrenzt ist, angenähert entsprechend der Form eines Körpers von gleichem Widerstande, d. h. von gleicher Maximalspannung und Pressung in allen Querschnitten. Bezeichnet

$2l$  die Länge  $AA' = BB'$ , Fig. 203,

$b$  die constante Breite jedes Stahlstabes,

$h$  die grösste Dicke (in der Mitte),

$E$  den Elasticitätsmodul des Stahls,

$x$  die Durchbiegung jedes Stabes, also  $2x$  die Summe ihrer Durchbiegungen unter dem Einflusse der Zugkraft  $2P$ , so ist:\*

$$x = \frac{8Pl^3}{Ebh^3} \dots \dots \dots (1).$$

Z. B. bei einem Exemplar der polytechnischen Schule in Hannover\*\* ist:

$$l = 375 \text{ mm}, \quad b = 40 \text{ mm}, \quad h = 16 \text{ mm}$$

und entspricht je einer Zugkraft  $2P = 9^k$  eine Durchbiegung  $2x = 1 \text{ mm}$ .

\* Siehe des Verfassers „Theorie der Elasticität und Festigkeit“, S. 117, Gleichung 186.

\*\* Rühlmann's „Allgemeine Maschinenlehre“, Bd. I, §. 44.



Damit ergibt sich aus (1):

$$E = 23170^k \text{ pro Quadratmillim.}$$

Als grösste zulässige Zugkraft wird in diesem Falle angegeben:

$$2P = 400^k, \text{ entsprechend } 2x = \frac{400}{9} = 44,4^{\text{mm}}$$

und einer grössten specifischen Spannung oder Pressung:

$$k = \frac{6Pl}{bh^2} \dots \dots \dots (2)$$

=  $44^k$  pro Quadratmillim. Sind  $k$  und  $E$ , sowie die Maximalwerthe von  $P$  und  $x$  gegeben, so sind (1) und (2) Bedingungsgleichungen, welchen die Dimensionen  $l, b, h$  der Stahlstäbe zu entsprechen haben. Bei constanter Dicke =  $h$  wäre unter sonst gleichen Umständen ihre Durchbiegung nur halb so gross.

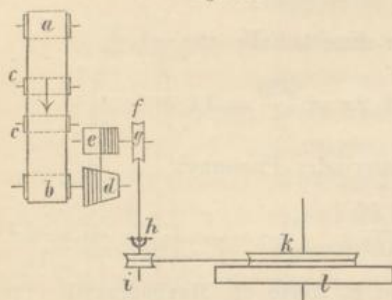
In den meisten Fällen der Anwendung solcher Dynamometer ist die zu messende Kraft  $2P$  mehr oder weniger veränderlich, und kommt es dann nicht sowohl darauf an, ihren Werth in einem gewissen Augenblicke oder ihr Maximum während einer gewissen Zeit zu finden, sondern ihren Mittelwerth für eine Zeit, während welcher der Angriffspunkt der Kraft und somit das Instrument einen gewissen Weg durchläuft. Dazu dient die Verbindung des Instrumentes mit einem Registrirapparate. Bei dem Morin'schen Dynamometer z. B. sind die Fassungen  $a, b$  der Federn (Fig. 203) mit Bleistifthaltern verbunden, die an den Enden vermittels entsprechender Hülsen passend beschwerte Bleistifte  $\alpha, \beta$  tragen, unter welchen in der Richtung  $\alpha\beta$  oder  $\beta\alpha$  parallel den Federn ein Papierstreifen fortgezogen wird. Dabei zeichnet  $\alpha$  eine gerade Linie,  $\beta$  eine Curve, deren mittlere Ordinate in Bezug auf jene Gerade als Abscissenaxe dem Mittelwerthe von  $2P$  nach einem bekannten Verhältnisse proportional ist. Dieser Mittelwerth ist auf die Zeit bezogen, wenn man den Papierstreifen mit constanter Geschwindigkeit sich bewegen lässt; er ist dagegen auf den Weg der Zugkraft  $2P$  bezogen, wenn man diesem für jedes Zeitelement den Weg des Papierstreifens proportional macht. Im letzteren Falle ist die Fläche zwischen den Spuren der Punkte  $\alpha, \beta$  und zwei Ordinaten unmittelbar ein Maass für die Arbeit der Kraft  $2P$ , leistet also der Kraftmesser zugleich die Funktion eines Arbeitsmessers.

Dieser letztere Fall ist besonders wichtig für die Bestimmung des Arbeitsaufwandes zur Fortbewegung landwirthschaftlicher Maschinen über



das dadurch zu bearbeitende Feld. Dabei wird das Dynamometer nebst

Fig. 204.



Registrierapparat von einem Wagen getragen, der in die Zugkette der fraglichen Maschine eingeschaltet ist, und es empfängt der Papierstreifen seine Bewegung von einem der Räder dieses Wagens, etwa gemäss der durch Fig. 204 im Grundrisse angedeuteten Anordnung des erwähnten Instrumentes der polytechnischen Schule in Hannover. Hier ist

*a* die (mit regulirbarer Reibung um ihre Axe drehbare) Walze, von welcher der Papierstreifen sich abwickelt,

*b* die Walze, auf welche er aufgewickelt wird;

*c, c* sind Rollen, welche den Papierstreifen dicht ausserhalb der Bleistifte  $\alpha, \beta$  (Fig. 203) unterstützen,

*d* ist eine auf der Welle von *b* feste, etwas conische Walze, in Umdrehung gesetzt durch eine Schnur infolge ihrer Abwicklung von *d* bei Aufwicklung auf die cylindrische Walze *e*. Die Conicität von *d* ist so bemessen, dass der Durchmesser der gerade in Abwicklung begriffenen Schnurwindung = dem Durchmesser der mit Papier umwickelten Walze *b*, dass also die Differenz der Radien von je zwei benachbarten Schnurwindungen = der Papierdicke ist.

*f* ist ein Schraubenrad auf der Welle von *e*,

*g* die zugehörige, in der Figur nicht sichtbare, weil unterhalb *f* eingreifende Schraube,

*h* ein in die Schraubenwelle eingeschaltetes Universalgelenk,

*i* eine kleine Kettenrolle auf der Fortsetzung dieser Welle,

*k* eine grössere Kettenrolle auf der Axe des Triebrades *l*.

Die drei übrigen Räder des das Instrument tragenden Wagens sind Laufäder. Die correcte Wirksamkeit dieses Registrierwerkes setzt eine rein rollende Bewegung des Triebrades *l* auf dem Boden voraus; dem Uebelstande, dass es in der That freilich auf feuchten Feldern oder bei sehr unregelmässiger Oberfläche derselben zeitweilig gleiten oder gar ausser Berührung mit dem Boden kommen kann, wird durch eine rauhe Umfläche des Radkranzes und durch eine elastische regulirbare Verbindung der Radwelle mit dem passend beschwerten Wagen zu begegnen gesucht.



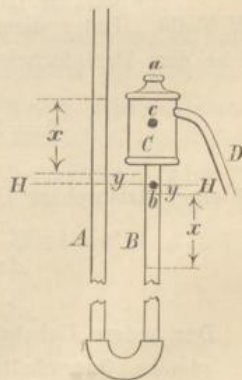
§. 183. Flüssigkeitsmanometer.

Sofern es sich nicht um die Messung sehr kleiner specifischer Pressungen handelt, pflegt Quecksilber als manometrische Flüssigkeit benutzt zu werden; ausser durch seine specifische Schwere empfiehlt es sich besonders durch seine geringe Verdunstung bei gewöhnlicher Temperatur. Die einfachste Form eines solchen Quecksilbermanometers ist das sogenannte Hebermanometer, bestehend aus einer U-förmigen Röhre mit vertical aufwärts gerichteten Schenkeln, bezw. zwei geraden solchen Röhren, die unten durch ein Verbindungsstück communiciren und von welchen die eine *A* oben offen ist, die andere *B* mit dem Raume communicirt, dessen specifischer Druck gemessen werden soll. Haben *A* und *B* gleiche Querschnitte, so wird, wenn die Quecksilberoberfläche in *B* um die Strecke *x* herunter gedrückt wird, dieselbe in *A* um ebenso viel gehoben, so dass der betreffende specifische Ueberdruck (Ueberschuss über den äusseren Druck) durch die Quecksilbersäulenhöhe  $h = 2x$  gemessen wird. Die Hälfte derselben  $= x$  pflegt im offenen Schenkel *A* an einer Skala abgelesen zu werden, entweder unmittelbar im Falle einer Röhre von Glas, oder häufiger im Falle einer eisernen (überhaupt undurchsichtigen) Röhre vermittels eines Schwimmers, der einen Draht mit oben daran befestigtem Zeiger trägt oder auch mit einer Schnur verbunden ist, welche, über eine Leitrolle geführt, am herabhängenden Ende den Zeiger trägt. Sofern eine Atmosphäre einer Quecksilbersäule von  $Ah = 760\text{mm}$  entspricht, entspricht sie auf der Skala einer Länge von

$$Ax = \frac{760}{2} = 380\text{mm} \dots \dots \dots (1).$$

Uebelstände dieses Hebermanometers sind die stets nur angenähert erfüllbare Voraussetzung gleicher und gleichförmiger Weite beider Röhrenschenkel und für den Fall des zu messenden Ueberdruckes von Wasserdampf die Ansammlung condensirten Wassers über dem Quecksilber im Schenkel *B*. Letzterer Umstand kann durch die in Fig. 205 skizzirte Anordnung für praktische Zwecke unschädlich gemacht werden, nämlich dadurch, dass zwischen dem Rohrschenkel *B* und der zum Dampf-raume führenden Röhre *D* ein Gefäss *C* eingeschaltet wird, welches so mit Wasser gefüllt

Fig. 205.





ist, dass dessen Niveau nur geringen Schwankungen unterliegt. Dieses Gefäss ist oben und an der Seite mit verschliessbaren Oeffnungen  $a, c$  versehen, der Rohrschenkel  $B$  mit einer Oeffnung  $b$  in der Horizontalebene  $HH$ , bis zu welcher bei beiderseits gleichem Drucke das Quecksilber in  $A$  und  $B$  emporreichen soll. Während das Dampfrohr  $D$  abgesperret ist und die Löcher  $a, b$  geöffnet sind, wird durch  $a$  Quecksilber eingefüllt bis es aus  $b$  auszufließen beginnt, dann  $b$  geschlossen,  $c$  geöffnet und durch  $a$  Wasser eingefüllt, bis es aus  $c$  abzufließen beginnt, endlich  $a$  sowohl wie  $c$  geschlossen. Das Instrument ist jetzt zum Gebrauche vorgerichtet, und muss in diesem Zustande der Zeiger auf den Nullpunkt der Skala weisen.

Durch das Einfüllen von Wasser hatte sich das Quecksilber in  $B$  um die Strecke  $y$  gesenkt, in  $A$  um ebenso viel gehoben, und es ist, wenn  $c$  die Höhe der Oeffnung  $c$  über  $HH$ , also über der Oeffnung  $b$ , und weil die Dichtigkeit des Quecksilbers in Vergleich mit Wasser  $= 13,6$  zu setzen ist,  $y$  bestimmt durch die Gleichung:

$$2y = \frac{y + c}{13,6}; \quad y = \frac{c}{2 \cdot 13,6 - 1} = \frac{c}{26,2}.$$

Wenn nun der Dampfdruck einwirkt und das Quecksilber in  $A$  um die Strecke  $x$  weiter hebt, in  $B$  ebenso tief herunterdrückt, so sinkt zwar auch die Wasseroberfläche im Gefässe  $C$ , jedoch seines grösseren Querschnittes wegen verhältnissmässig wenig. Zudem findet durch Condensation von Dampf eine allmähliche Vermehrung des Wassers statt, und wenn man das Dampfrohr  $D$  in aufsteigender Richtung dicht oberhalb  $c$  in das Gefäss  $C$  einmünden lässt, kann ohne wesentlichen Fehler angenommen werden, dass das Wasserniveau beständig in der Höhe  $c$  über  $HH$  bleibt. Unter dieser Voraussetzung ist die Quecksilbersäulenhöhe, welche dem Dampfdrucke Gleichgewicht hält:

$$h = 2x - \frac{x}{13,6} = \frac{26,2}{13,6}x = \frac{131}{68}x,$$

und einer Atmosphäre Ueberdruck entspricht die Skalenlänge:

$$\Delta x = \frac{68}{131} 760 = 394,5^{\text{mm}} \dots \dots \dots (2).$$

Der andere Uebelstand des Hebermanometers, dass es gleichförmige und gleiche Querschnitte der Röhrenschenkel  $A, B$  oder wenigstens gleiche Grössen von je zwei correspondirenden Querschnitten derselben



voraussetzt, fällt fort bei dem Gefässmanometer: Fig. 206. Wenn hier  $F$  den Ueberschuss des inneren Querschnittes des Gefässes  $B$  über den äusseren Querschnitt des Rohres  $A$ ,  $f$  den inneren Querschnitt des letzteren bedeutet, so entspricht einer Hebung  $= x$  des Quecksilbers in  $A$  eine Senkung desselben in  $B$  um den Betrag  $\frac{f}{F}x$ . Die den Ueberdruck messende Quecksilbersäulenhöhe ist also

$$h = x + \frac{f}{F}x = \frac{F+f}{F}x,$$

so dass eine Atmosphäre der Skalenlänge

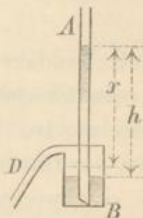
$$Ax = \frac{F}{F+f} 760^{\text{mm}} \dots \dots \dots (3)$$

entspricht. Die gleichförmige Theilung der Skala trotz der meistens etwas ungleichförmigen Grösse von  $f$  benachtheiligt hier die Messung um so weniger, je kleiner  $f$  in Vergleich mit  $F$  ist; auch ist es ein Vortheil, dass die grössere Quecksilbermasse weniger leicht in Schwingungen gerathen und dadurch die Ablesung unsicher machen kann. Die Ansammlung von Condensationswasser bei der Messung des Ueberdrucks von Wasserdampf ist dadurch unschädlich zu machen, dass das Gefäss  $B$  über dem Quecksilber bis zur Mündung des von  $B$  aus abfallenden Dampfrohres  $D$  beständig mit Wasser gefüllt erhalten und dadurch nur der Nullpunkt der Skala ein für allemal etwas verschoben wird. Dagegen hat bei grossen zu messenden Pressungen das Gefässmanometer den Uebelstand, dass die Skala, die schon bei Hebermanometern sehr unbequem lang werden kann, bei ihm fast doppelt so lang ist.

Die Verkürzung der Skala in beliebigem Verhältnisse ist freilich dadurch leicht zu erreichen, dass beim Gefässmanometer der Quecksilberstand nicht in der Röhre  $A$ , sondern in dem möglichst genau cylindrisch hergestellten Gefässe  $B$  abgelesen, nämlich mit demselben ein Glasrohr verbunden wird, welches unter und über der Quecksilberoberfläche mit  $B$  communicirt. Da mit den vorigen Bedeutungen von  $F$  und  $f$  der Senkung  $= y$  dieser Quecksilberoberfläche eine Erhebung in  $A$  um die Strecke  $x = \frac{F}{f}y$  entspricht, ist

$$h = y + \frac{F}{f}y = \frac{F+f}{f}y$$

Fig. 206.





und entspricht jeder Atmosphäre die Skalenlänge:

$$\Delta y = \frac{f}{F+f} 760 \text{ mm} \dots \dots \dots (4).$$

Gleichförmigkeit der Grössen von  $f$  und  $F$  ist jetzt wesentliches Erforderniss gleichförmiger Theilung der Skala. Die Anwendung bei Dampfkesseln wäre indessen voraussichtlich mit dem Uebelstande verbunden, dass das Glasrohr besonders da, wo die Ablesung zu geschehen hätte und wo es abwechselnd mit Quecksilber und mit Condensationswasser in Berührung käme, bald blind werden würde.

Empfehlenswerther zu solchem Zwecke, obschon weniger einfach, erscheint das Manometer von Desbordes: Fig. 207 mit der Verbesserung von Schäffer & Budenberg, etwa herausgeschleudertes Quecksilber leicht und ohne Verlust in die Messröhre zurückbringen zu können. Hier ist

$a$  das vom Kessel kommende Dampfrohr,

$b$  ein Verbindungsstutzen zwischen zwei gusseisernen Flaschen  $c, d$  mit einem Hahn von solcher Bohrung, dass dadurch entweder zwischen  $a$  und  $c$  oder zwischen  $d$  und  $c$  die Communication hergestellt werden kann, während jedesmal der dritte Theil von den zwei verbundenen abgesperrt ist;

$e$  und  $f$  sind schmiedeiserne Röhren, unten durch ein Verbindungsstück zusammenhängend,

$g$  ist ein Glasrohr von grösserer Weite, als  $e$  und  $f$ , zwischen den Fassungen  $h, i$  befestigt,

$k$  ein Verbindungsrohr zwischen  $g$  und  $d$ ,

$o$  eine Oeffnung, durch welche die Flasche  $d$  und somit der obere Theil der Glasröhre  $g$  mit der äusseren Luft communicirt.

Gewöhnlich communicirt das Dampfrohr  $a$  mit der Flasche  $c$ , welche bis oben bei  $b$  mit Wasser gefüllt wird, so dass bei beiderseits gleichem Drucke das Quecksilber in  $e$  bis zu solchem Niveau  $\alpha$ , in  $g$  bis zu solchem Niveau  $\beta$  reicht, dass die Höhen von  $b$  und  $\beta$  über  $\alpha$  sich wie 13,6:1 verhalten; das Niveau  $\beta$  entspricht dann dem Nullpunkte der Skala. Würde das Quecksilber durch einen Zufall (durch plötzliche Zulassung des Kesseldampfes) aus  $g$  herausgeschleudert, so würde es sich in  $d$  sammeln und könnte bei entsprechender Stellung des Hahns  $b$  durch  $c$  hindurch nach  $e$  zurückfliessen.

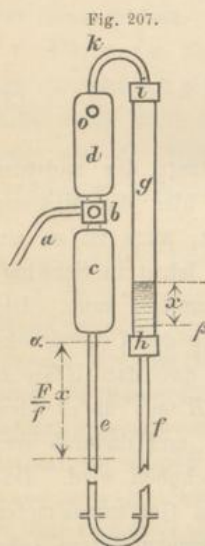


Fig. 207.

$k$

$d$

$b$

$c$

$a$

$\alpha$

$\frac{F}{f}x$

$e$

$f$

$g$

$h$

$o$

$i$

$\beta$

$x$

$\beta$

$h$

$i$



Was die Theilung der Skala betrifft, so ist zu bedenken, dass, wenn  $F$  und  $f$  beziehungsweise die Querschnitte der Röhren  $g$  und  $e$  sind, die Hebung  $= x$  des Quecksilbers in  $g$  über das Niveau  $\beta$  von einer Senkung desselben  $= \frac{F}{f}x$  in  $e$  unter das Niveau  $\alpha$  begleitet wird, ohne in Betracht kommende Senkung der Wasseroberfläche in der Flasche  $e$ , sofern diese das Rohr  $e$  erheblich an Weite übertrifft und weil auch bei frei werdendem Raume in  $e$  allmählig neues Condensationswasser darin sich ansammelt. Indem aber die Summe  $= x + \frac{F}{f}x$  jener Quecksilbersäulen zum Theil von der im Rohre  $e$  hinzugekommenen Wassersäule von der Höhe  $\frac{F}{f}x$ , die einer Quecksilbersäule von der Höhe  $\frac{1}{13,6} \frac{F}{f}x$  äquivalent ist, getragen wird, ist die den Dampfüberdruck messende Quecksilbersäulenhöhe in der That nur:

$$h = x + \frac{F}{f}x \left(1 - \frac{1}{13,6}\right) = \left(1 + \frac{63}{68} \frac{F}{f}\right)x.$$

Einer Atmosphäre entspricht also die Skalenlänge:

$$Ax = \frac{760}{1 + \frac{63}{68} \frac{F}{f}} \text{ Millim.} \dots \dots \dots (5).$$

Im Falle  $F=f$  wäre dieses Manometer mit dem durch Fig. 205 dargestellten identisch; in der That ist dann nach Gl. (5):

$$Ax = \frac{68}{131} 760 = 394,5^{\text{mm}}$$

übereinstimmend mit Gl. (2). Wäre aber z. B.  $\frac{F}{f} = 5$ , so würde

$Ax = 135^{\text{mm}}$ , so dass, um 6 Atm. Ueberdruck zu umfassen, die Skala und die Glasröhre  $g$  nur etwa die Länge eines Barometerrohres  $= 6 \cdot 135 = 810^{\text{mm}}$  zu erhalten brauchten. —

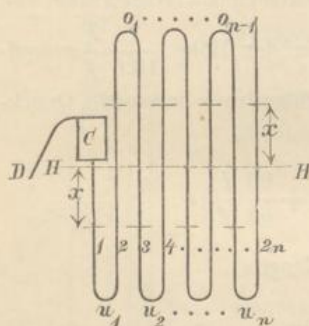
Wenn nun aber auch der Skala in jedem Falle eine passende Länge gegeben werden kann, so bleibt doch bei allen bisher besprochenen Instrumenten, falls sie zur Messung grosser spezifischer Pressungen bestimmt sind, ihre beträchtliche Länge und somit die Höhe des zu ihrer Aufstellung nöthigen Raumes ein misslicher Umstand, abgesehen von der Kostspieligkeit der in den langen Röhren befindlichen Quecksilbermasse. Z. B. bei obiger Ausführung des Manometers von Desbordes (Fig. 207)



mit einer 6 Atmosphären umfassenden Skala von 810 Millim. Länge müssten die Röhren *e* und *f* je 5.810 Millim. = 4,05 Mtr. lang sein.

Den Zweck einer möglichst compendiösen Form erfüllt das sogenannte Differenzialmanometer oder besser Divisionsmanometer, indem dabei die manometrische Quecksilbersäule in neben einander liegende Theile getheilt, der Umstand dagegen nur von untergeordneter Bedeutung ist, dass es eigentlich nicht nur Quecksilbersäulen, sondern Differenzen von Quecksilber- und Wassersäulen sind, deren Gesammtheit als Maass des betreffenden specifischen Ueberdruckes erscheint. Dieses

Fig. 208.



Manometer besteht in der mit einfachen Linien durch Fig. 208 angedeuteten Art aus einer geraden Zahl =  $2n$  von neben einander befindlichen, gleich weiten eisernen Röhren, die oben und unten durch Verbindungsstücke  $o_1 \dots o_{n-1}$ , bezw.  $u_1, u_2 \dots u_{2n}$  communiciren. Um es zum Gebrauche herzurichten, wird durch verschliessbare Oeffnungen bei  $o_1 \dots o_{n-1}$  Quecksilber eingefüllt, bis dasselbe aus kleinen Löchern der Röhren im Niveau *HH* auszufließen beginnt, alsdann nach Verschluss dieser Löcher Wasser nachgefüllt bis die verbliebenen Räume der 2<sup>ten</sup> bis  $(2n - 1)$ <sup>ten</sup> Röhre ganz damit angefüllt sind; endlich werden die Füllöffnungen geschlossen. Durch das Einfüllen des Wassers wurde, sobald es die Röhren ganz anfüllte, das Gleichgewicht des Quecksilbers nicht gestört; wenn aber letzteres jetzt durch den zu messenden Ueberdruck in der ersten Röhre um die Strecke *x* unter *HH* herabgedrückt wird, so muss es wegen des continuirlichen Zusammenhanges der Flüssigkeit auch in der 3<sup>ten</sup>, 5<sup>ten</sup> ...  $(2n - 1)$ <sup>ten</sup> Röhre um *x* gesenkt, in der 2<sup>ten</sup>, 4<sup>ten</sup> ...  $2n$ <sup>ten</sup> Röhre aber um *x* gehoben werden, und ist dann die den Ueberdruck messende Quecksilbersäule:

$$h = (n - 1) \cdot 2x \left( 1 - \frac{1}{13,6} \right) + 2x$$

$$= \left[ \frac{63}{68} (n - 1) + 1 \right] 2x = \frac{63n + 5}{34} x.$$

Die Länge *x* wird angezeigt auf einer Skala durch einen Zeiger, der mit einem Schwimmer im  $2n$ <sup>ten</sup> Rohre verbunden ist.



Wenn zur Messung des Druckes von Wasserdampf, um die Ansammlung von Condensationswasser unschädlich zu machen, die erste Röhre wieder oben mit einem weiteren Gefässe *C* versehen und dieses bis zur Einmündungsstelle des Dampfrohres *D* mit Wasser angefüllt erhalten wird, so wird durch die von dieser Stelle bis zum Niveau *III* reichende Wassersäule nur der (empirisch zu bestimmende) Anfangspunkt der Skala etwas hinaufgerückt, dagegen kommt wegen der unterhalb *III* im ersten Rohre befindlichen Wassersäule = *x* im Ausdrucke von *h* das Glied

$$-\frac{1}{13,6}x = -\frac{5}{68}x = -\frac{2,5}{34}x$$

hinzu, wird also

$$h = \frac{63n + 2,5}{34}x.$$

Im einen oder andern Falle ist folglich die einer Atmosphäre entsprechende Skalenlänge:

$$Ax = \frac{34.760}{63n + 5} \text{ bzw. } = \frac{34.760}{63n + 2,5} \text{ Millim. } \dots \dots (6)$$

z. B. für  $n = \begin{matrix} 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix}$

$$Ax = \left\{ \begin{matrix} 197,2 & 133,2 & 100,5 & 80,8 \\ 201,1 & 135,0 & 101,6 & 81,4 \end{matrix} \right\} \text{ Millim.}$$

Uebrigens hat dieses Instrument eine weite Verbreitung nicht gefunden; seine vielen Verbindungen und verschliessbaren Oeffnungen erschweren und vertheuern die Herstellung und geben zu Undichtigkeiten Anlass. Auch ist die compendiösere Form nicht mit Verkleinerung der ganzen Rohrlänge und der zur Füllung nöthigen Quecksilbermasse verbunden.

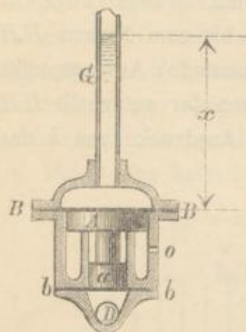
Mit Vermeidung dieser Mängel ist das vorgesezte Ziel auch dadurch erstrebt worden, dass ein grösserer und ein kleinerer Kolben, beide in coaxialen Hohlcylindern anschliessend beweglich, unter sich fest verbunden sind, und dass der kleinere Kolben durch den zu messenden specifischen Druck, der grössere durch die demselben Gleichgewicht haltende Quecksilbersäule belastet wird, welche dann im Verhältnisse der grösseren zur kleineren Kolbenfläche kleiner ist, als sie bei dem gewöhnlichen Quecksilbermanometer sein müsste. Zur Vermeidung der Reibung, welche bei ganz dichtem Anschlusse der Kolben in den Hohlcylindern sich störend geltend machen würde, sind von Galy-Cazalat (1846) leicht biegsame



Kautschukmembranen empfohlen worden, die den Doppelkolben berührend

zwischen sich fassen und so die Dichtung bewirken. Fig. 209 zeigt dieses Manometer nach einer Ausführung von C. Kayser;\*  $A$  und  $a$  sind die fest verbundenen Kolben zwischen den Kautschukmembranen  $BB$  und  $bb$ ,  $D$  ist die Mündung des Rohrs, welches nach dem Dampfraum oder überhaupt nach dem Raum führt, in welchem der zu messende spezifische Druck stattfindet,  $G$  das verticale Glasrohr, in welches sich das im Gehäuse über  $BB$  befindliche Quecksilber hinauf erstreckt.

Fig. 209.



Auf  $a$  wirkt von unten vermittels der Membran  $bb$  der zu messende Druck  $= n$  Atm. Ueberdruck, auf  $A$  von oben vermittels der Membran  $BB$  die Quecksilbersäule  $= x$  Millim. Der äussere Druck kommt, weil von allen Seiten wirkend, nicht in Betracht, sofern er durch Vermittlung der kleinen Oeffnung  $o$  auch im Inneren des Gehäuses zwischen  $BB$  und  $bb$  stattfindet. Sind also  $F$  und  $f$  die Flächen der Kolben  $A$  und  $a$  in Quadratmillimetern, und ist  $K$  Gramm das Gewicht des Doppelkolbens,  $p$  Gramm der Atmosphärendruck pro Quadratmillimeter, so ist der Gleichgewichtszustand des frei spielenden (auf dem ringförmigen Stege im Inneren des Gehäuses nicht aufliegenden) Doppelkolbens abgesehen vom Biegungswiderstande der Membranen bestimmt durch die Gleichung:

$$fnp = K + F \frac{x}{760} p$$

$$x = 760 n \frac{f}{F} - \frac{760 K}{Fp}$$

$$An = 1 \text{ entspricht } \Delta x = 760 \frac{f}{F} \text{ Millim. } \dots \dots (7).$$

Der Nullpunkt der Skala, welcher um  $\frac{760 K}{Fp}$  Millimeter unter  $BB$  liegen muss, ist dadurch zu bestimmen, dass für einen bekannten Werth von  $n$  der betreffende Theilstrich der Skala zur Coincidenz mit der Quecksilberkuppe in  $G$  gebracht wird.

\* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrgang 1859, S. 170.



Für Pressungen, die nur wenig höher sind, als der Atmosphären-  
druck, kann das Instrument nicht gebraucht werden; denn der Kolben  
 $A$  erhebt sich erst dann von seinem Sitz, biegt die Membran und treibt  
das verdrängte Quecksilber in  $G$  empor, wenn  $n$  grösser wird, als die-  
jenige Atmosphärenzahl, mit deren entsprechendem Theilstriche bei auf-  
liegendem Kolben  $A$  die Quecksilberkuppe an der Skala zusammenfällt.  
Soll also das Instrument überhaupt nur für höhere Drucke in einem  
gegebenen Falle gebraucht werden, so kann man durch entsprechendes  
Zufüllen von Quecksilber machen, dass erst bei etwas kleinerem, als dem  
kleinsten zu messenden Druck der Kolben und die Quecksilberkuppe sich  
zu heben anfangen, und man erreicht dadurch den Vortheil, dass die  
Membranen stets nur sehr wenig gebogen sind, dass also der dazu er-  
forderliche, bei obiger Rechnung vernachlässigte Druckaufwand sehr  
gering ist. Streng genommen wird nämlich, weil der Widerstand der  
Membranen einem Theile des in  $D$  herrschenden Druckes Gleichgewicht  
hält,  $x$  etwas zu klein gefunden, ein Fehler, welcher indessen zum Theil  
dadurch compensirt wird, dass eigentlich die Skala mit dem aufsteigenden  
Kolben ebenso viel in die Höhe gerückt werden sollte, dass also, weil  
dies thatsächlich nicht geschieht, dadurch  $x$  umgekehrt zu gross abge-  
lesen wird.

Sind z. B. die Durchmesser von  $A$ ,  $a$ ,  $G$

bezw. = 32, 8, 4 Millim.,

so wird  $Ax = \frac{760}{16} = 47,5$  Millim., und wenn man die Quecksilbermenge

so justirt, dass erst bei  $n_0$  Atm. Ueberdruck im Rohre  $D$  das freie  
Spiel des Doppelkolbens beginnt (zugleich die Skala so feststellt, dass in  
diesem Augenblicke ihr betreffender Theilstrich  $n_0$  mit der Quecksilber-  
kuppe in gleicher Höhe liegt), so ist bei einer Atmosphäre mehr die  
Erhebung des Kolbens nur

$$= \frac{1}{64} Ax = \frac{47,5}{64} \text{ nahe } = \frac{3}{4} \text{ Millim.,}$$

so dass das Instrument für  $n = n_0$  bis  $n = n_0 + 4$  Atm. Ueberdruck  
gebraucht werden könnte ohne höhere Erhebung des Doppelkolbens, als  
um den kleinen Betrag von  $3^{\text{mm}}$ , während die benutzte Länge der Skala  
 $= 4 \cdot 47,5 = 190^{\text{mm}}$  wäre.

Obschon dieses Manometer mit gutem Erfolge mehrfach ausgeführt  
worden ist, hat es doch auch allgemeineren Eingang nicht gefunden,



hauptsächlich wohl aus Furcht vor ungenügender Dauerhaftigkeit der Kautschukmembranen. —

Handelt es sich um die Messung sehr kleiner specifischer Druckdifferenzen, so hat man mit der entgegengesetzten Schwierigkeit zu kämpfen, dass die Skala zu kurz werden kann, als dass sie eine hinlänglich genaue Ablesung so kleiner Abstufungen gestattete. Als Hilfsmittel für diesen Fall sind hervorzuheben: die Anwendung mechanischer Vorrichtungen behufs Verfeinerung der Ablesung, die Benutzung leichterer manometrischer Flüssigkeiten, die umgekehrte Anwendung des dem Divisionsmanometer (Fig. 209) zu Grunde liegenden Principis, und die Neigung der Messröhre gegen den Horizont.

Als ein Hilfsmittel der erstgenannten Art kann insbesondere eine zugespitzte Schraube von kleiner Ganghöhe dienen, welche von oben her allmählig bis zur Berührung ihrer Spitze mit der Flüssigkeitsoberfläche vorgeschraubt wird, um so die Höhenlage dieser Oberfläche bis auf kleine Bruchtheile der Ganghöhe (erkennbar aus den Drehungswinkeln der Schraube) bestimmen zu können. Indessen sind solche Einrichtungen weniger zu praktischen, als zu wissenschaftlichen Beobachtungszwecken geeignet.

Allgemein ist die Benutzung einer leichteren manometrischen Flüssigkeit, als Quecksilber, zu den hier in Rede stehenden Zwecken, insbesondere von Wasser (eventuell gefärbt zu besserer Sichtbarkeit), Alkohol, Petroleum, Benzol etc., und zwar mit directer Ablesung des Flüssigkeitsstandes in einer graduirten oder auf einer Skala befestigten Glasröhre. Ist eine grosse Genauigkeit nicht erforderlich, wie z. B. zur Bestimmung des Ueberdruckes von Leuchtgas an irgend einer Stelle seiner Leitung, so ist das einfachste Hebermanometer ausreichend und gebräuchlich. Eine Vergrößerung der Skala gestattet indessen das Gefässmanometer und zwar eine Verdoppelung, wenn das Gefäss (die weitere der beiden communicirenden Röhren) so weit gemacht wird, dass von der darin stattfindenden Aenderung des Flüssigkeitsniveaus abgesehen werden kann; die Rücksicht auf das Gewicht und den Preis der manometrischen Flüssigkeit kommt bei solcher Querschnittsvergrößerung hier weniger hinderlich in Betracht, als bei Quecksilbermanometern.

Ein Multiplicationsmanometer, entsprechend der Umkehrung des dem Divisionsmanometer, Fig. 209, zu Grunde liegenden Principis, kann am einfachsten so hergestellt werden, dass zwei weite vertical stehende cylindrische Röhren  $A, B$ , deren Querschnitte  $= F$  seien, unterhalb durch ein enges Rohr  $C$  vom Querschnitte  $f$  communiciren,



während sie entweder zwei verschiedene sich nicht mischende Flüssigkeiten enthalten, die innerhalb  $C$  sichtbar sich berühren, oder auch gleiche Flüssigkeiten, die nur innerhalb  $C$  durch einen kurzen Faden einer anderen, mit jener nicht mischbaren Flüssigkeit, z. B. durch einen Quecksilberfaden getrennt sind. Jede Aenderung des Flüssigkeitsniveaus in  $A$  und  $B$  hat dann eine im Verhältnisse  $F:f$  grössere Verschiebung der Trennungsfläche bezw. des trennenden Flüssigkeitsfadens in  $C$  zur Folge. Ein Uebelstand ist hier namentlich der Einfluss geringfügiger Unreinigkeiten der engen Röhre  $C$ , wodurch die Adhäsion der Flüssigkeiten, ihre Mischung und die Verwischung der Trennungsfläche, die Vermehrung des Bewegungswiderstandes bewirkt und überhaupt die Function des Apparates gestört werden kann.

Besser bewährt ist die Neigung der Messröhre gegen den Horizont, z. B. bei dem Zugmesser von Scheurer-Kestner zur Bestimmung der Druckdifferenz innerhalb und ausserhalb eines Schornsteins. Bei einer von Herrn Tomson in Stolberg angegebenen und ausgeführten Construction dieses Zugmessers\* hat das Gefäss eine flach-cylindrische Dosenform und kann in der Mitte seines Deckels durch einen Zweiweghahn mit dem Inneren des Schornsteins oder mit der äusseren Luft in Verbindung gebracht werden. Die mit der Theilung versehene Glasröhre als engerer Schenkel communicirt mit dem Gefässe durch eine unter demselben befindliche hohle Axe, um welche die Röhre mit geeigneter Metallfassung drehbar ist; ihr Neigungswinkel  $\alpha$  gegen den Horizont wird durch eine Libelle geregelt, deren Lage gegen die Glasröhre durch eine Stellschraube regulirt werden kann. Als manometrische Flüssigkeit wird Alkohol oder Petroleum verwendet. Zu deutlicher Ablesung des Flüssigkeitsstandes in der schwach geneigten Glasröhre muss diese sehr eng sein, und ist dann wegen der viel grösseren Weite des Gefässes eine Druckdifferenz, welche eine Verkürzung oder Verlängerung  $=x$  der Flüssigkeitssäule in der Röhre bewirkt, ohne weitere Correction durch  $x \sin \alpha$  als Höhe dieser Säule zu messen.

#### §. 184. Ventilmanometer.

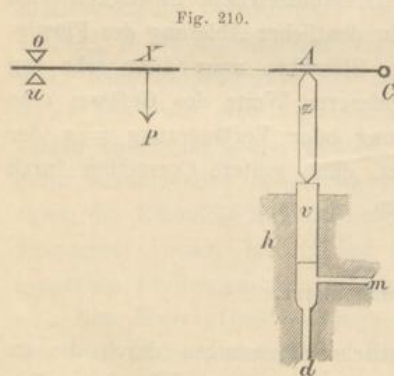
Der Messung grösserer hydrostatischer Pressungen durch die im vorigen §. besprochenen Flüssigkeitsmanometer ist meistens ihre allzu grosse Höhe hinderlich, und wenn auch dieser Uebelstand durch besondere

\* Wochenschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1880, S. 406.



Einrichtungen nach Art der durch die Figuren 208 und 209 angedeuteten Divisionsmanometer vermieden werden kann, so versagen doch selbst diese Hilfsmittel, abgesehen von ihren bereits besprochenen Unvollkommenheiten, vollständig dann, wenn es sich um sehr grosse Pressungen handelt, welche, wie z. B. bei hydraulischen Pressen, mehrere hundert Atmosphären betragen können. In solchen Fällen ist man besonders für den praktischen Gebrauch fast ausschliesslich auf die im folgenden Paragraph zu besprechenden Federmanometer angewiesen, die auch für Drucke von mittlerer Grösse, wie sie z. B. in Dampfkesseln vorkommen, weitaus am compendiösesten, bequemsten und am meisten gebräuchlich sind. Indem dieselben aber im Allgemeinen empirisch durch Vergleichung mit anderen Manometern zu theilende Skalen erhalten müssen, entsteht das Bedürfniss geeigneter solcher für alle Fälle brauchbarer Normalmanometer, welche, da Flüssigkeitsmanometer selbst hierzu nur bei Pressungen von mässiger Grösse mit Vortheil anwendbar sind und Federmanometer höchstens als Controlmanometer zu gelegentlicher Prüfung von Gebrauchsmanometern auf ihre noch ausreichende Richtigkeit genügende Zuverlässigkeit besitzen, am besten als Ventilmanometer hergestellt werden.

Ein gewöhnliches Ventil nach Art eines Sicherheitsventils ist hierzu deshalb nicht brauchbar, weil im geschlossenen Zustande desselben der hydrostatische Druck an der Sitzfläche, im gehobenen Zustande die Beziehung zwischen dem hydraulischen Drucke an den verschiedenen Stellen der ganzen Ventilfläche und dem hydrostatischen Drucke im Inneren des



betreffenden Flüssigkeitsbehälters zu grosse Unsicherheit darbietet. Geeignet zu diesem Zwecke erscheint vielmehr nur ein längerer Volleylinder *v*, Fig. 210, welcher, in ein hohlylindrisches Gehäuse *h* passend, dadurch im Gleichgewicht erhalten wird, dass dem Flüssigkeitsdrucke auf seine Unterfläche ein bekannter Druck auf seine obere Fläche entgegen wirkt. Wenn letzterer durch einen Hebel ausgeübt wird, welcher um die

(als Keilschneide auszuführende) horizontale Axe *C* drehbar ist und mit dem unveränderlichen Hebelarme  $CA = a$  den Ventilylinder vom Quer-



schnitte  $F$  axial drückt, während er selbst bei abbalancirtem Eigengewichte an dem veränderlichen Hebelarme  $CX = x$  durch ein Laufgewicht  $P$  belastet ist, so ergibt sich der specifische Druck auf die Unterfläche von  $v$ , bezw. in dem Gehäuse  $h$ :

$$p = \frac{Px}{Fa}.$$

Um dann den Theilstrich der Skala eines Manometers zu markiren, der dem specifischen Drucke  $p$  entspricht, braucht nur das Laufgewicht in der dieser Gleichung entsprechenden Entfernung  $x$  von  $C$  aufgehängt, das zu prüfende Manometer mit der vom Gehäuse  $h$  auslaufenden Röhre  $m$  in Verbindung gebracht und durch das Rohr  $d$  vermittels einer Druckpumpe so lange eine tropfbare Flüssigkeit (Wasser) eingepresst zu werden, bis der Belastungshebel zwischen den Anschlägen  $o$  und  $u$  frei spielt.

Eine Fehlerquelle, auf deren Vermeidung es hierbei vor Allem ankommt, ist die Reibung an der Umfläche des Ventilylinders, die unvermeidlich wäre, wenn der Cylinder ganz dicht anschlösse. Ein gewisser, wenn auch noch so kleiner Spielraum ist also unerlässlich, somit auch das Entweichen einer gewissen Wassermenge beim Gebrauch des Instrumentes. Hierdurch hauptsächlich wird dieser Gebrauch auf die Herstellung der Skala oder auf die Controle der vorhandenen Skala eines anderen, zu praktischem Gebrauche bestimmten Manometers beschränkt. Andererseits darf dieser Spielraum und somit die Geschwindigkeit des ihm zufließenden Wassers nicht so gross sein, dass dadurch die sichere Führung des Vollylinders  $v$  im Hohlylinder  $h$  verloren geht und die Differenz zwischen dem hydraulischen Drucke auf die Unterfläche von  $v$  und dem hydrostatischen Drucke, der unter übrigens gleichen Umständen bei dicht anschliessendem Cylinder stattfände, von merklicher Grösse wird. Bei einem solchen Ventilmanometer von Georges Marié\* ist der Ventilylinder so bearbeitet und eingepasst, dass er bei einem inneren Ueberdrucke von 200 Atm. nur 1 Cubikeentimeter Wasser pro Secunde entweichen lässt.

Zu thunlichster Vermeidung von Reibung am Ventilylinder ist es ferner erforderlich, denselben aus einem Metall herzustellen, welches hart, politurfähig und kaum oxydirbar ist, ihm ein nur sehr kleines Spiel in axialer Richtung zu gestatten und den Druck des Belastungshebels beständig möglichst genau in der Axe wirken zu lassen; selbstverständlich ist die Vermeidung aller Verunreinigungen des Wassers durch Staub und

\* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1881, S. 721.



sonstige feste Theile. Bei dem erwähnten Instrument von Georges Marié ist der Ventilylinder aus einer Legirung von 10% Aluminium und 90% Kupfer hergestellt, und hat der Belastungshebel zwischen den Anschlängen  $o, u$  nur ein Spiel von 2<sup>mm</sup>, entsprechend 0,2<sup>mm</sup> Spielraum des Angriffspunktes  $A$ . Um dann die Richtung des Druckes gegen den Ventilylinder noch mehr unveränderlich axial zu erhalten, wird er nicht unmittelbar, sondern vermittelst eines beiderseits zugespitzten Zwischengliedes  $z$  ausgeübt; dasselbe wird dadurch in sicherer Berührung einerseits mit dem Belastungshebel, andererseits mit dem Ventilylinder erhalten, dass letzterer am obern Ende mit einem Querstück verbunden und durch dieses mit zwei das Zwischenglied  $z$  zwischen sich fassenden Spiralfedern am Belastungshebel aufgehängt ist.

Trotz aller Vorsicht können die störenden Einflüsse natürlich nicht vollständig vermieden werden, wie z. B. der Messungsfehler von  $F$  und die Reibung des Wassers, welches durch den engen ringförmigen Canal zwischen  $v$  und dem Hohlylinder  $h$  mit einer Geschwindigkeit entweicht, die nahe proportional  $\sqrt{p}$  ist. Die Unsicherheit des gemessenen Werthes von  $p$ , welche der Gesamtheit solcher übrig bleibenden Fehler entspricht, wird auf  $\frac{3}{4}\%$  des wahren Werthes von  $p$  geschätzt.

#### §. 185. Federmanometer.

Die zu praktischen Zwecken vorzugsweise benutzten Federmanometer haben zwar insofern nicht dieselbe Zuverlässigkeit wie gute Flüssigkeitsmanometer, als der elastische Körper, dessen Federkraft mit dem zu messenden hydrostatischen Druck in Gleichgewicht gesetzt wird, um aus seiner entsprechenden Deformation auf die Grösse dieses Druckes zu schliessen, aus verschiedenen Ursachen theils bleibenden, theils vorübergehenden Aenderungen, letzteren besonders in Folge wechselnder Temperatur unterworfen sein kann, welche irrthümlich als elastische Deformationen erscheinen. Indessen sind sie bei guter Ausführung und öfterer Controle doch völlig genügend, häufig auch kaum entbehrlich, besonders zur Messung sehr hoher und solcher Drucke, welche in bewegten Gefässen, z. B. in Locomotiv- und Schiffsdampfkesseln, stattfinden.

Als einen Körper von sehr grosser und vollkommener Elasticität lag es vor Allem nahe, atmosphärische Luft zu dem hier in Rede stehenden Zwecke zu benutzen. Dieselbe ist bei der einfachsten Form



eines solchen Luftmanometers, Fig. 211, in einer verticalen cylindrischen, oben geschlossenen Glasröhre *R* abgesperrt, welche mit ihrem offenen unteren Ende in das Quecksilber eines cylindrischen Gefässes *G* hineinreicht, und zwar so tief, dass das Quecksilber innen und aussen gleich hoch steht, wenn der äussere Druck an seiner Oberfläche = dem durch eine Quecksilbersäule von *b* Millimeter Höhe gemessenen normalen Atmosphärendrucke ist. In diesem Zustande sei *HH* das Quecksilberniveau und die von ihm aus gemessene Länge der Luftsäule = *l* Millimeter. Ist dann *f* der innere Querschnitt von *R*, *F* der Ueberschuss des inneren Querschnittes von *G* über den äusseren Querschnitt von *R*, so hat ein äusserer Ueberdruck von *n* Atmosphären, entsprechend *nb* Millim. Quecksilbersäulenhöhe, eine Erhebung des Quecksilbers in *R* über *HH* von *x* Millim., begleitet von einer Senkung in *G* unter *HHH* um  $\frac{f}{F}x$  Millim. zur Folge, gemäss der Gleichung:

$$(n + 1)b = \frac{l}{l - x} b + \left(1 + \frac{f}{F}\right) x,$$

vorausgesetzt, dass die Temperatur der abgesperrten Luft unverändert geblieben ist. Daraus folgt:

$$n + 1 = \frac{l}{l - x} + \frac{F + f}{F} \frac{x}{b} \dots \dots \dots (1).$$

Um den Uebelstand zu vermindern, dass die Aenderungen von *x*, welche gegebenen Aenderungen von *n* entsprechen, bei grossen Werthen von *n* allzu klein werden können, falls nicht *l* übermässig gross gemacht wird, kann man die Glasröhre unten und oben mit Erweiterungen versehen und diese nebst der Röhrenlänge so bemessen, dass sich vom kleinsten bis zum grössten Ueberdrucke, bezw. = *n*<sub>1</sub> und *n*<sub>2</sub> Atmosphären, zu dessen Messung das Instrument bestimmt ist, die Quecksilberoberfläche in *R* zwischen den Erweiterungen vom Niveau *H*<sub>1</sub> bis zum Niveau *H*<sub>2</sub>, Fig. 212, bewegt. Haben dann wieder *F* und *f* die früheren Bedeutungen und ist *HHH* das Quecksilberniveau innen und aussen für *n* = 0,

Fig. 211.

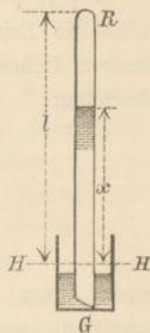
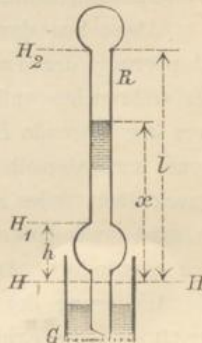


Fig. 212.





$h$  die Höhe von  $H_1$ ,  $l$  die Höhe von  $H_2$  über  $HH$ ,

$(h + l_1)f$  der innere Röhrenraum von  $HH$  bis  $H_1$ ,

$(l + l_1 + l_2)f$  der ganze innere Röhrenraum über  $HH$ ,

so ist die Erhebung des Quecksilbers in  $R$  über  $HH$ , welche einem äusseren Ueberdrucke  $= n$  Atmosphären entspricht, bestimmt durch die Gleichung:

$$(n+1)b = \frac{l+l_1+l_2}{l-x+l_2}b + x + \frac{(l_1+x)f}{F}$$

$$n+1 = \frac{l+l_1+l_2}{l-x+l_2} + \frac{f}{F} \frac{l_1}{b} + \frac{F+f}{F} \frac{x}{b} \dots \dots \dots (2).$$

Indem dieser Gleichung, welche für  $l_1=l_2=0$  mit Gl. (1) übereinstimmt, die zusammengehörigen Werthe

$$n = n_1, \quad x = h \quad \text{und} \quad n = n_2, \quad x = l$$

entsprechen müssen, sind dadurch zwei der Grössen  $h, l, l_1, l_2$  bestimmt, wenn ausser  $F$  und  $f$  die zwei anderen gegeben sind, bezw. passend angenommen werden. Durch Differentiation folgt aus ihr:

$$\frac{dn}{dx} = \frac{l+l_1+l_2}{(l-x+l_2)^2} + \frac{F+f}{F} \frac{1}{b}$$

und ist daraus ersichtlich, dass das Maximum von  $\frac{dn}{dx}$ , nämlich mit  $x=l$ :

$$\max \frac{dn}{dx} = \frac{l+l_1+l_2}{l_2^2} + \frac{F+f}{F} \frac{1}{b}$$

um so kleiner, also das Minimum von  $\frac{dx}{dn}$  um so grösser ist, je grösser  $l_2$ .

Dass die Vergrösserung von  $l_1$  die Zulässigkeit der Verkleinerung von  $l$  und somit der ganzen Höhe des Instrumentes zur Folge hat, ist ohne Weiteres einleuchtend.

Abgesehen davon, dass durch die Benutzung von Quecksilber zur Absperrung der Luft diesen Luftmanometern ähnliche Beschränkungen des Gebrauches auferlegt werden, wie Flüssigkeitsmanometern, ist besonders der störende Einfluss der Temperatur bei ihnen sehr erheblich, und wenn auch derselbe durch rechnermässige Correctur des beobachteten Quecksilberstandes  $x$ , Fig. 211 und Fig. 212, berücksichtigt werden kann, so wird doch dadurch die Leichtigkeit der praktischen Benutzung erheblich vermindert. Auch scheint die Oxydation des Quecksilbers und damit die Aenderung der abgesperrten Luftmenge, die Aenderung der Capillarität und die Erblindung des Glases durch Verdichtung der Luft beför-



dert zu werden. Aus diesen Gründen sind dergleichen Luftmanometer fast ganz ausser Gebrauch gekommen und durch Metallmanometer ersetzt worden.

Bei denselben ist der elastische Körper ein dünnes Metallblech, meistens Stahlblech, in Platten- oder Röhrenform, und pflegt die Deformation desselben unter dem Einflusse des an der einen Wandfläche stattfindenden Ueberdruckes vergrössert auf eine Zeigerspitze übertragen zu werden, die auf einer Kreisskala spielt. Als vergrössernder Uebertragungsmechanismus kann am einfachsten (nach einem Patent von J. D. Möller) eine steilgängige Schraube von so kleinem Durchmesser benutzt werden, dass eine geringe Axialverschiebung derselben eine beträchtliche Drehung der mit dem Zeiger verbundenen unverschieblichen Mutter zur Folge hat. Ueblicher ist ein Schubkurbelmechanismus, von welchem ein um eine feste Axe drehbares Glied einen Zahnbogen trägt, der in ein kleines Zahnrad auf der Zeigerwelle eingreift. Dadurch, dass der Zeiger (nach einem Patent von L. Burmeister) geschlitzt und durch den Schlitz mit seiner Welle prismatisch gepaart, nämlich rechtwinklig gegen dieselbe beweglich gemacht ist, kann seine Spitze auch längs einer spiralförmigen Skala mit mehreren Windungen geführt werden zu beliebiger Vergrösserung der Skalenlänge bei mässiger Grösse des betreffenden Zifferblattes. Zur Vermeidung von todtem Gange ist es dabei in allen Fällen rathsam, die Bewegung des Zeigers nur im einen Sinne durch das manometrische Metallblech, im anderen durch eine die Kraftschlüssigkeit des Mechanismus vermittelnde Hilfsfeder (Spiralfeder) zu bewirken.

Besonders verbreitet sind die Metallmanometer von Schäffer & Budenberg, sowie von Bourdon. Bei ersteren ist das manometrische Metallblech eine kreisförmige dünne Stahlscheibe, nach concentrischen Wellen gebogen und zwischen den Flantschen eines flachen Gehäuses als Scheidewand der beiden Theile dieses Gehäuses festgeklemmt. An der Seite, wo die Stahlplatte mit dem Dampf oder der sonstigen Flüssigkeit, deren Druck zu messen ist, in Berührung kommt, ist sie zum Schutz gegen Oxydation verzinkt oder versilbert; auf der andern Seite ist in der Mitte ein kleines Metallstück aufgelöthet, von welchem aus die Durchbiegung der Platte vergrössert auf die Zeigerspitze übertragen wird.

Die Bourdon'schen Federmanometer beruhen darauf, dass, wenn eine elastische Röhre von ovalem Querschnitte und so gekrümmter Mittellinie, dass die Krümmungsebene die kleinen Axen der ovalen Querschnitte enthält, einem inneren Ueberdrucke ausgesetzt wird, die Quer-



schnitte weniger oval werden und die Krümmung der Mittellinie abnimmt. Erstere Wirkung ist ohne Weiteres einleuchtend, da für jedes Längenelement der Röhre der Gesamtdruck im Sinne der kleinen Axe grösser, als im Sinne der grossen Axe ist, jene also vergrössert und diese verkleinert wird. Blicke dabei die Mittellinie der Röhre unverändert, so müsste in Folge der Vergrösserung der kleinen Querschnittsaxen von den zwei Durchschnittslinien der Krümmungsebene mit der Mittelfläche der Röhrenwand die äussere verlängert, die innere verkürzt werden, längs jener folglich eine Zugspannung, längs dieser eine Pressung stattfinden, wodurch thatsächlich eine Krümmungsänderung der Mittellinie, und zwar eine Abnahme ihrer Krümmung bewirkt wird. Ist also die Röhre mit dem für den Eintritt des Dampfes oder der sonstigen gespannten Flüssigkeit offenen Ende befestigt, so ist bei übrigens freier Beweglichkeit die Bahn des geschlossenen anderen Endes, bezw. des betreffenden Endpunktes  $B$  der Mittellinie = der geometrischen Summe der Producte  $r \Delta d\varphi$  aus den Aenderungen  $\Delta d\varphi$  der Contingenzwinkel  $d\varphi$  ihrer Bogenelemente  $AA' = ds$  und der Abstände  $AB = r$ .

Bei der einfachsten Ausführung des auf diesem Princip beruhenden Manometers ist jeder Hilfsmechanismus zu vergrösserter Darstellung der Deformation vermeiden. Die Röhre ist so gekrümmt, dass ihre Mittellinie ungefähr  $1\frac{1}{2}$  Windungen einer flachen Schraubenlinie bildet, und läuft das geschlossene bewegliche Ende unmittelbar in die Zeigerspitze aus. Die vollständig empirisch zu bestimmende Bahn der letzteren ist indessen ziemlich klein. Um sie grösser zu erhalten, sind bei einer anderen Art Bourdon'scher Manometer zwei nach Kreisbögen von etwas weniger, als  $180^\circ$ , gekrümmte Röhren von ovalem Querschnitte angewendet, die einerseits in einer gemeinschaftlichen Fassung, durch welche die gespannte Flüssigkeit eintritt, festgehalten werden, während die geschlossenen anderen Enden durch Zugstangen gelenkartig mit den Enden eines doppel- und gleicharmigen Hebels verbunden sind. Die demselben dadurch ertheilte Drehung wird durch einen fest mit ihm verbundenen Zahnbogen einem auf der Zeigerwelle sitzenden Zahnradchen und dadurch vergrössert dem Zeiger mitgetheilt.

Während die Eintheilung der Skala eines Metallmanometers von irgend welcher Art am besten durch Vergleichung mit einem Ventilmanometer (§. 184) oder für kleinere Drucke mit einem Flüssigkeitsmanometer (§. 183) geschehen kann, ist zur Controle nach zeitweiligem Gebrauche auch die bequemere Vergleichung mit einem anderen Metallmanometer ausreichend, welches als sogenanntes Controlmanometer



nur von Zeit zu Zeit zu solcher Vergleichung benutzt wird und deshalb den störenden und ändernden Einflüssen weniger, als ein in beständigem Dienste befindliches Gebrauchsmanometer unterworfen ist. Um die Zuverlässigkeit des Controlmanometers noch mehr zu erhöhen, pflegt es in demselben Gehäuse aus zwei gleichartigen Metallmanometern mit von einander unabhängigen Zeigern und Skalen combinirt zu werden. So lange dann unter dem Einflusse desselben Druckes die Angaben beider übereinstimmen, können dieselben mit um so grösserer Wahrscheinlichkeit als unverändert richtig gelten, je unwahrscheinlicher es sein würde, dass beide sich auf gleiche Weise in gleichem Maasse geändert haben sollten. —

Während bei allen bisher besprochenen Manometern nur die Möglichkeit augenblicklicher Ablesungen berücksichtigt war, kann es unter Umständen erwünscht sein, den von Zeit zu Zeit vorhandenen Manometerstand selbstthätig durch ein Registrirwerk dauernd zu beliebig späterer Ablesung markiren zu lassen. Wenn z. B. der Zeiger eines Metallmanometers leicht biegsam hergestellt und an der Spitze rechtwinklig gegen die Skala hin umgebogen ist, so lässt sich bei mässiger Grösse des Zeigerausschlagwinkels, entsprechend einer mässig langen flach bogenförmigen Bahn  $b$  seiner Spitze  $B$ , leicht eine Einrichtung treffen, vermittels welcher durch ein Uhrwerk in gleichen Zeitintervallen  $\Delta t$  der Zeiger durch eine Schiene stossweise so gebogen wird, dass seine umgebogene Spitze gegen die Skala angedrückt und gleich darauf durch Federkraft wieder zurückbewegt wird. Ist dann ferner die Bahn  $b$  als eine Folge congruenter und paralleler Curven  $b_1, b_2, b_3 \dots$  in gleichen Abständen auf einem Papierstreifen verzeichnet, der durch dasselbe Uhrwerk gleichförmig so bewegt wird, dass je nach den Zeitintervallen  $\Delta t$  eine nach der anderen dieser Curven der Zeigerspitze  $B$  gegenüberliegt, so ist einleuchtend, wie dadurch eine beliebige Reihe von zusammengehörigen Zeiten und Manometerständen registriert werden kann. Bezügliche Einzelheiten sind Sache der constructiven Ausführung.



## VI. Instrumente zur Messung mechanischer Arbeiten.

### §. 186. Uebersicht.

Die zur Messung mechanischer Arbeiten, bezw. Arbeitstärken dienenden Instrumente werden oft auch als Dynamometer bezeichnet, indem die Kraftmessung bei ihnen die Hauptsache oder gar der alleinige Zweck zu sein pflegt, während die gleichzeitige Messung des Weges, bezw. der Geschwindigkeit des Angriffspunktes der Kraft als verhältnissmässig leicht an Bedeutung zurücktritt oder durch besondere Instrumente (Zählwerke und Uhren) vermittelt wird. Sie können eingetheilt werden in momentan wirkende und in totalisirende, erstere in Arbeitsmesser mit indirecter und in solche mit directer Kraftmessung.

Die üblichsten Arbeitsmessinstrumente mit indirecter Kraftmessung sind die sogenannten Bremsdynamometer. Bei denselben wird die Transmission von einer gewissen Stelle an, wo die von ihr übertragene Arbeitstärke gemessen werden soll, ausgerückt und an dieser Unterbrechungsstelle, nämlich an der letzten mit der Arbeitsquelle in Verbindung bleibenden Transmissionswelle ein messbarer Reibungswiderstand erzeugt, dessen Arbeit die Widerstandsarbeit der ausgerückten Transmission ersetzt. Aus den gemessenen Grössen dieser Reibung  $= R$  und der relativen Geschwindigkeit  $= v$  beider Reibungsflächen ergibt sich die gesuchte Arbeitstärke  $= Rv$ . Dergleichen Bremsdynamometer finden nur bei rotirender Bewegung Anwendung, indem die Reibung am Umfange einer runden Bremsscheibe hervorgerufen wird, die coaxial mit der betreffenden Welle fest verbunden ist. Sie eignen sich vorzugsweise zur Messung der Arbeitstärken, welche von Kraftmaschinen bei verschiedenen Geschwindigkeiten (Peripheriegeschwindigkeiten  $v$  der Bremsscheibe, zu- oder abnehmend mit ab- oder zunehmender Grösse  $R$  der regulirbaren Reibung) entwickelt werden. Im Princip können sie zwar auch zur Messung der von einer Arbeitsmaschine verbrauchten Betriebsarbeit dienen, indem dieselbe ausgerückt und die Reibung des Bremsdynamometers so regulirt wird, dass die durch jene Ausrückung zunächst vergrösserte Geschwindigkeit derjenigen wieder gleich wird, welche bei eingerückter Arbeitsmaschine stattfand; allein man müsste sich dann darauf verlassen können, dass mit der Geschwindigkeit auch die Arbeitstärke der Kraftmaschine unverändert blieb. Wenn letztere gar verschie-



dene Arbeitsmaschinen gleichzeitig zu treiben hätte, von denen nur eine durch die Bremse ersetzt wird, so würde solche Messung ihres Arbeitsbedarfes ausserdem auf der zweifelhaften Voraussetzung unveränderlicher Grösse des gesammten Arbeitsbedarfes aller übrigen beruhen.

Zur Messung der Betriebsarbeit von Arbeitsmaschinen sind deshalb die Arbeitsmesser mit directer Kraftmessung in der Regel geeigneter. Sie können auch als Transmissionsdynamometer bezeichnet werden, indem sie meistens darauf beruhen, dass die Theilrisskraft  $P$  eines beständig in der Transmission vorhandenen oder nur zeitweilig eingeschalteten Zahn- oder Riemenrades, welches die ganze zu bestimmende Arbeit überträgt, auf irgend eine Weise gemessen wird; durch Multiplication mit der betreffenden Theilrissgeschwindigkeit  $v$  ergibt sich dann die Arbeitstärke  $= Pv$ . Für im Betriebe befindliche Kraftmaschinen ist zwar dasselbe Messungsverfahren nicht ausgeschlossen, falls nur jener Druck  $P$  an einer solchen Stelle gemessen wird, dass die zwischen ihr und der Kraftmaschine vorkommenden Widerstände leicht und mit genügender Sicherheit veranschlagt werden können, um ihre Gesamtarbeit in Abzug zu bringen; sofern es aber darauf ankommt, die Arbeitstärke der Kraftmaschine unter möglichst verschiedenen Umständen zu ermitteln, sind dazu die Bremsdynamometer, abgesehen von ihrer meistens grösseren Einfachheit, besonders wegen der leichten Regulirbarkeit ihres Reibungswiderstandes  $R$  mehr geeignet und gebräuchlich.

Bei beiden besprochenen Arten von Arbeitsmessinstrumenten findet man die Arbeitstärke in einem gewissen Augenblicke während des Ganges der betreffenden Maschine, und wenn sie im Laufe der Zeit sich ändert, so giebt sich diese Veränderlichkeit ohne Weiteres nicht so zu erkennen, dass daraus die totale Arbeit oder die mittlere Arbeitstärke für einen gewissen Zeitraum sicher gefunden werden könnte. Zu letzterem Zwecke dienen sogenannte totalisirende Arbeitsmesser, nämlich Arbeitsmessinstrumente mit meistens directer Kraftmessung und Registrirapparat. Die directe Kraftmessung kann dann statt durch Messung (Abwägung) eines Theilrissdruckes, insbesondere auch vermittels der Deformation eines in die Transmission eingeschalteten elastischen Körpers geschehen, indem mit demselben ein Schreibstift verbunden ist, an welchem eine die Spur desselben zu beliebig späterer Benutzung sichtlich machende Fläche mit einer der Geschwindigkeit der Maschine proportionalen Geschwindigkeit nach geeigneter Richtung entlang bewegt wird.

Ihrer Eigenthümlichkeit wegen besonders hervorzuheben sind dabei sogenannte Indicatoren, nämlich Instrumente zu totalisirender Arbeits-



messung in solchen Fällen, in welchen die bewegende Kraft oder der zu bewältigende Widerstand durch eine Flüssigkeit (tropfbare, Dampf- oder luftförmige Flüssigkeit) übertragen wird. Wegen allseitig gleichmässiger Fortpflanzung solchen Flüssigkeitsdruckes können die betreffenden Instrumente an beliebiger Stelle seitlich fest aufgestellt und durch Abzweigung eines Theiles der die Kraft übertragenden Flüssigkeit in Function gesetzt werden.

#### §. 187. Bremsdynamometer.

Die Anordnung und der Gebrauch eines Bremsdynamometers zur Messung der Arbeitstärke einer Kraftmaschine sind im Wesentlichen folgende. Auf der betreffenden rotirenden Welle (Wasserrad- oder Turbinenwelle, Schwungradwelle einer Dampfmaschine etc.), welche zunächst als horizontal liegend gedacht werden möge, wird, falls sie nicht schon an sich eine dazu geeignete Riemscheibe, ein Schwungrad von genügend glatter Umfläche oder dergl. trägt, eine runde eiserne (früher auch wohl weniger zweckmässig hölzerne) Scheibe oder Trommel (Bremscheibe) coaxial befestigt, gegen deren Umfang ein verschieden beschaffener Bremskörper so stark angepresst wird, dass, während er selbst an der Rotation verhindert ist, durch die Reibung  $= R$  der relativ gleitenden Bewegung zwischen ihm und der Bremscheibe, deren Radius  $= r$  sei, die Umdrehungszahl  $= n$  der Welle pro Minute derjenigen nahe gleich wird, für welche die Arbeitstärke gefunden werden soll. Letztere ist

$$= \frac{n}{60} R \cdot 2\pi r = 0,1047 n R r$$

Meterkilogramm pro Secunde, falls  $R$  in Kilogrammen,  $r$  in Metern ausgedrückt ist, oder in Pferdestärken:

$$N = \frac{1}{75} \frac{n}{60} R \cdot 2\pi r = \frac{n R r}{716,2},$$

so dass es nur noch der Messung des Reibungsmomentes  $Rr$  durch ein ihm gleiches bekanntes Kraftmoment  $Pp$  bedarf, um die gesuchte Arbeitstärke

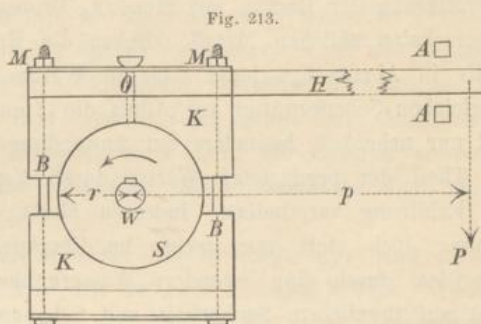
$$\left. \begin{aligned} &= 0,1047 n P p \text{ Meterkgr. pro Sec.} \\ \text{bzw. } N &= \frac{n P p}{716,2} \text{ Pferdestärken . . . . .} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

zu finden. Um behufs jener Messung von  $Rr$  durch  $Pp$  das Gleichgewicht dieser Momente erkennen zu können, welche um die Bremscheibe



herum in entgegengesetztem Sinne den Bremskörper zu drehen streben, muss letzterer hinsichtlich dieser Drehung etwas Spiel haben, begrenzt durch Stricke oder feste Anschläge.

Fig. 213 zeigt ein Bremsdynamometer von einfachster ursprünglicher Form, einen Prony'schen Zaum (dynamomètre à frein), so genannt nach dem französischen Ingenieur Prony, der die erste Anwendung (1821) zu technischen Zwecken in grösserem Massstabe von dem Instrumente gemacht zu haben scheint. Die mit ihrer Welle  $W$



im Sinne des Pfeils rotirende Bremsscheibe  $S$  wird von hölzernen Backen (Sätteln)  $K$  umfasst, die durch Drehung der Muttern  $M, M$  der Schraubenbolzen  $B, B$  mehr oder weniger angepresst werden können. Der hier mit dem oberen Sattel  $K$  verbundene Hebel  $H$  wird am Ende so belastet (bezw. es werden die Schraubenmuttern bei gegebener Belastung des Hebels so angezogen), dass er zwischen den Anschlägen  $A, A$  in horizontaler Lage frei spielt. Das Gewicht  $P$ , in welches auch das auf seinen Angriffspunkt am Hebelende reducirte (ein für allemal experimentell zu bestimmende) Eigengewicht der unbelasteten Bremse selbst einzurechnen ist, wird als Aggregat von Gewichtstücken entweder auf eine über  $H$  befindliche oder besser auf eine an  $H$  hängende Waagschale aufgesetzt oder auch einfach mit Stricken und Haken angehängt. Die Drehung der Muttern  $M, M$  zur Erhaltung des durch die Gleichung  $Rr = Pp$  charakterisirten und am freien Spiel des Hebels mitten zwischen den Anschlägen  $A, A$  erkennbaren Gleichgewichtszustandes ist nicht nur nach jeweiliger Aenderung von  $P$  (um durch Vergrösserung oder Verkleinerung von  $P$  einen langsameren oder schnelleren Gang der zu prüfenden Maschine herbeizuführen), sondern beständig wegen schwankender Grösse der Reibung erforderlich. Um diese Regulirung zu erleichtern und in sehr feinen Abstufungen ausführen zu können, dienen namentlich bei grösseren Instrumenten besondere mechanische Hilfsmittel; insbesondere können die Muttern  $M, M$  zu Schraubenrädern ausgebildet werden, in welche entsprechende Schraubengänge einer gemeinsamen durch Handrad drehbaren Welle eingreifen.



Zur Vermeidung übermässiger Abnutzung und Erhitzung, die bei längerer Versuchsdauer bis zur Verkohlung der hölzernen Bremsbacken sich steigern kann, dient die Schmierung der Reibungsflächen (in Fig. 213 bei *O* angedeutet) mit Oel oder Seifenwasser, event. auch die Ausfütterung der Backen mit Messing, Bronze oder einem sonstigen für Lagerschalen üblichen Metall. Indem die Reibungsarbeit unvermeidlich theils in Abnutzungsarbeit, theils in Wärme sich umsetzt, wird durch dergleichen Schmiermittel vor Allem die Abnutzung möglichst vermieden und nur nebenbei, besonders bei Anwendung von Seifenwasser, zugleich ein Theil der producirtten Wärme durch Verdampfung gebunden, also die Erhitzung vermindert. Indessen bleibt diese Art der Wärmeentziehung doch stets nur gering im Vergleich mit derjenigen, welche ausserdem durch eine besondere Wasserkühlung oder besser mit Rücksicht auf thunlichste Sauberkeit und Schonung aller Theile durch eine kräftige Luftkühlung zu bewirken ist, um der Erhitzung entgegenzuwirken, mit welcher nicht nur die Abnutzbarkeit und der Oelverbrauch wachsen, sondern welche auch namentlich durch entsprechende Deformationen periodische Aenderungen von *R* und somit Störungen des Gleichgewichtes der Momente *Rr* und *Pp* bewirken kann.

Die Wirksamkeit der Luftkühlung ist bedingt durch die Grösse der die Wärme abgebenden Oberfläche = *F*, vor Allem föglich durch genügende Grösse der eisernen Bremscheibe. Eine solche von Holz ist in dieser Hinsicht fast ohne alle Wirkung. Ist *t* der Ueberschuss der Temperatur der Bremscheibe, event. auch des Bremskörpers an jener Oberfläche über die Lufttemperatur, *k* der betreffende Wärmeübergangscoefficient, verstanden als die stündlich pro Quadratmeter Oberfläche und für jeden Grad Celsius Temperaturdifferenz an die Luft abgegebene Wärmemenge, so ist die stündliche Wärmeabgabe im Ganzen = *kFt*. Indem sie im Beharrungszustande = der stündlich producirtten Wärme, also nahe = dem Wärmeäquivalent der stündlichen Reibungsarbeit ist, ergibt sich die Gleichung:

$$kFt = \frac{75 \cdot 3600}{424} N = 637 N \dots \dots \dots (2).$$

Durch Beobachtung an zwei als Bremscheiben benutzten schmiedeisernen Riemscheiben fand E. Brauer\* für *t* = 75° und 35°, unter *F* die Oberfläche des Scheibenkranzes verstanden, *k* = 62 und 66, im Mittel

\* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1881, S. 326.



$k = 64$ , und leitet daraus die vorläufige Regel ab, thunlichst

$$F = 0,1 N \text{ Quadratmeter} \dots\dots\dots (3)$$

zu machen, entsprechend  $t$  nahe  $= 100^\circ \text{ C}$ . Wegen der sehr geringen Wärmeleitungsfähigkeit des Holzes ist im Falle eines hölzernen Bremskörpers mit oder ohne Metallfutter der davon berührte Theil der Bremscheibe nicht in  $F$  einzubegreifen; gilt zwar Letzteres auch für einen Bremskörper aus Metall, so trägt dagegen seine ganze freie Oberfläche zur Vergrößerung der Abkühlungsfläche  $F$  bei, die dadurch grösser werden kann, als die wirksame Oberfläche der Bremscheibe allein einschliesslich ihrer Reibungsfläche.

Nicht unwesentlich ist die relative Höhenlage des Angriffspunktes von  $P$  gegen die Axe der zu bremsenden Welle. Wenn dieser Punkt, wie es meistens der Fall und in Fig. 213 angenommen ist, über der Wellenaxe liegt, so ist das Gleichgewicht labil und eine genügend ruhige Lage des Bremshebels schwer zu erzielen. Wenn z. B. die Reibung  $R$  aus irgend einem Anlasse etwas wächst, also den Bremskörper im Sinne der Rotation der Welle mitnimmt, so bewegt sich im genannten Falle der Angriffspunkt in solchem Sinne, dass  $p$  abnimmt und somit das Moment  $Rr$  noch mehr  $Pp$  übertrifft. Der Hebel wird mit zunehmender Beschleunigung gegen den oberen Anschlag geschleudert, ebenso umgekehrt gegen den unteren bei geringfügigster Abnahme von  $R$ . Besser ist deshalb eine solche Anordnung, bei welcher der Angriffspunkt von  $P$  tiefer, als die Wellenaxe liegt, wenn auch nur sehr wenig, so dass etwa in der höchsten Lage des Hebels jene Höhendifferenz  $=$  Null ist. Denn je tiefer der Angriffspunkt gelegt, je stabiler also das Gleichgewicht gemacht wird, desto kleiner wird die Schwingungsdauer der nie ganz vermeidlichen Hebelschwingungen (analog einer sehr stabilen und unempfindlichen Waage) und desto weniger genau ist der Hebelarm  $p$  wegen seiner verhältnissmässig erheblichen Veränderlichkeit bei diesen Schwingungen bestimmbar.

Um dasselbe Instrument bei Wellen von verschiedenen Durchmesser benutzen und um die Bremscheibe leicht auf der Welle befestigen zu können, unbehindert durch solche zugehörige Theile der letzteren, die es unmöglich machen, ohne Weiteres vom Wellenende her die Bremscheibe aufzubringen, wird dieselbe oft als sogenannte Universal-Bremscheibe aus zwei halbkreisförmigen Ringen zusammengeschaubt und so um die jeweils zu bremsende Welle herum ein voller Bremsring ohne Arme von genügender Weite für die grössten in Betracht kommenden



Wellendurchmesser gebildet. Derselbe ist an beiden Rändern mit je drei Vorsprüngen versehen, die als Muttern für 2 mal 3 radial gerichtete starke Schraubenbolzen zu coaxialer Festklemmung auf der Welle dienen; diese Schraubenbolzen vertreten somit die Stelle der Arme, der Nabe und des Befestigungskeiles eines gewöhnlichen ungetheilten Bremsrades. —

Zahlreiche Modificationen des Bremsdynamometers unterscheiden sich vor Allem theils durch die Art, wie die Reibung gemessen, so zu sagen abgewogen wird, theils durch die Beschaffenheit des Bremskörpers. In ersterer Hinsicht sind alle im §. 165 unterschiedene Wägungsarten vertreten, nämlich ausser dem Princip der Hebelwaage im engeren Sinne (veränderliches Gegengewicht  $P$  an unveränderlichem Angriffspunkte, wie bei Fig. 213 zunächst angenommen wurde) auch das der Laufgewichtswaage (unveränderliches Gegengewicht an einem längs dem Bremshebel verschieblichen Angriffspunkte), das der Neigungswaage (unveränderliches Gegengewicht an unveränderlichem Angriffspunkte) und das der Federwaage, entsprechend dem Anschlusse des Bremshebels an ein andrerseits fest angehängtes Federdynamometer (§. 182). Auf dem Princip der Neigungswaage beruht insbesondere das Bremsdynamometer von Barrois, welches seinem Wesen nach (abgesehen von der abweichenden constructiven Ausführung) aus dem Prony'schen Zaum, Fig. 213, dadurch hervorgeht, dass unter Beseitigung der Anschläge  $A, A$  der Hebel  $H$  abwärts gerichtet wird, so dass der Angriffspunkt von  $P$  erheblich tiefer, als die Wellenaxe zu liegen kommt, dass ferner mit ihm eine eingetheilte Kreisskala und in deren Mittelpunkte ein Stift verbunden wird, um welchen ein auf die Skala weisender, vertical abwärts hängender Zeiger leicht drehbar ist. Indem dieser den Winkel anzeigt, unter welchem das Perpendikel vom Angriffspunkte des Belastungsgewichtes  $P$  auf die Wellenaxe gegen die Lothrechte geneigt ist, ergiebt sich daraus der Hebelarm  $p$  von  $P$  und somit das Moment  $Pp = Rr$ . Bei diesem Instrument ist ebenso wie bei den auf dem Princip der Federwaage beruhenden das Gleichgewicht in hohem Grade stabil, damit aber auch die Empfindlichkeit nicht gross, wozu hier noch der Umstand kommt, dass die Ablesungen des Pendelzeigerstandes an der Kreisskala durch die stattfindenden Schwingungen von kurzer Dauer sehr erschwert werden.

Hinsichtlich der Beschaffenheit des Bremskörpers können die Bremsdynamometer unterschieden werden als solche, die auf dem Princip der Backenbremse (§. 89), und als solche, die auf dem Princip der Bandbremse (§. 90) beruhen, wobei im Einzelnen noch manche Abarten sich finden. So geht der wesentliche Charakter der Backenbremse des

Prony  
dem  
grös  
Führ  
den u  
sind  
radge  
press  
(1828  
Sattel  
ersetz

Backe  
dem  
oder  
sei d  
zusam  
Eisen  
geset  
der  
auflat  
=  $S_p$

zu er  
dicke  
Um  
hinde  
zusta  
Vorg  
schalt  
unter  
Ende  
zwar  
nung  
belast

Taf.

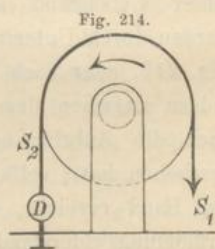


Prony'schen Zaumes, Fig. 213, dadurch nicht verloren, dass, wie bei dem Bremsdynamometer von W. Theis,\* der Bremskörper in eine grössere Zahl von Holzklötzen aufgelöst wird, die in entsprechenden Führungen eines die Bremsscheibe an und für sich reibungslos umgebenden und mit dem Bremshebel verbundenen starren Ringes radial beweglich sind und durch Zugstangen gemeinschaftlich mit Hülfe eines Schraubengradgetriebes ringsum mehr oder weniger gegen die Bremsscheibe angepresst werden können; ebenso ist auch das Bremsdynamometer von Egen (1828)\*\* als Abart der Backenbremse zu betrachten, obschon der untere Sattel des Prony'schen Zaumes, Fig. 213, durch ein Eisenblechband ersetzt ist.

Wesentlich in ihren Eigenschaften als Bremsdynamometer von der Backenbremse verschieden ist die eigentliche Bandbremse, entsprechend dem vollen Ersatze der starren Bremskörper des Prony'schen Zaumes oder seiner Abarten durch ein biegsames (schmiedeisernes) Bremsband, sei dieses ein gegliedertes Band, auf dessen charnierartig durch Bolzen zusammenhängenden Gliedern Holzklötze befestigt sind, sei es ein stetiges Eisenblechband, die Bremsscheibe unmittelbar oder auch mittels aufgesetzter Holzklötzchen berührend. Ist das Band offen mit einem von der Bremsscheibe relativ ablaufenden und einem auf dieselbe relativ auflaufenden Ende, so müssen seine Spannungen an beiden Enden bezw.  $= S_1$  und  $S_2$  gemessen werden, um in ihrer Differenz die Kraft

$$P = S_1 - S_2$$

zu erhalten, während  $p$  nur wenig  $> r$  ist, nämlich um die halbe Banddicke, event. vermehrt um die Dicke der aufgesetzten Holzklötze, grösser. Um das Abrutschen des offenen Bandes zu verhindern und einen stabilen relativen Gleichgewichtszustand desselben herzustellen, pflegt es nach dem Vorgange von Navier am einen Ende mit Einschaltung eines Federdynamometers  $D$ , Fig. 214, unten am Boden befestigt und nur am anderen Ende durch ein Gewicht belastet zu werden, und zwar ist es zweckmässig, die grössere Endspannung  $S_1$  durch diese zuverlässigere Gewichtsbelastung zu messen, vorbehaltlich ihrer Ausübung vermittels eines



\* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1869, S. 647 und Taf. XXII.

\*\* Rühlmann's „Allgem. Maschinenlehre“, Bd. I, 2. Aufl., Fig. 162.



ungleicharmigen Hebels im Falle sehr grosser Kräfte. Nach §. 83, Gl. (1) stehen die Spannungen  $S_1$  und  $S_2$  in der Beziehung:

$$S_1 = S_2 e^{\mu\alpha},$$

unter  $e$  die Basis der natürlichen Logarithmen,  $\mu$  den Reibungscoefficienten,  $\alpha$  das Verhältniss des umspannten Bogens zum Radius verstanden. Bei dem Navier'schen Bandedynamometer gemäss Fig. 214 ist  $\alpha = \pi$ . — Ist das Band geschlossen und mit einer gewissen gleichförmigen Anfangsspannung um die Bremsscheibe gelegt, so ergibt sich  $P$  unmittelbar = der an irgend einer Stelle tangential an diesem Bandringe angreifenden äusseren Kraft. Der dieser Angriffsstelle einerseits (im Sinne von  $P$ ) angrenzende Bandquerschnitt ist hier als auflaufendes Ende mit der Spannung  $S_2$ , der andererseits angrenzende als ablaufendes mit der Spannung  $S_1 = P + S_2$  zu betrachten, während  $\alpha = 2\pi$  ist.

Die Ausfütterung des Bandes mit Holz hat zwar den Vortheil, dass der grössere Reibungscoefficient  $\mu$  eine kleinere Bandspannung zur Erzeugung einer gewissen Reibungsgrösse  $R$  erfordert, dagegen den Nachtheil, dass dadurch die oben mit  $F$  bezeichnete Abkühlungsfläche vermindert wird; denn soweit die Umfläche der Bremsscheibe von dem schlecht leitenden Holzfutter berührt wird, hört ihre Wirksamkeit als Abkühlungsfläche fast vollständig auf. Vor der Backenbremse empfiehlt sich die Bandbremse ausser durch geringeres Raumbedürfniss besonders dadurch, dass solche in kurzen Perioden sich wiederholende Aenderungen der Reibung  $R$  und daraus folgende Schwankungen des Bremskörpers, welche durch unrunde Beschaffenheit der Bremsscheibe verursacht werden, fast gänzlich fortfallen. Einigermassen kann zwar dieser Uebelstand auch bei dem Backenbremsdynamometer beseitigt werden durch Unterlagscheiben von Gummi unter die Spannmuttern  $M, M$ , Fig. 213, oder nach Prof. K. Wersin durch die Einschaltung von Stahlfedern zwischen dem Hebel  $H$  und dem oberen Sattel  $K$  (wobei dann auch die Anbringung der Schmierbüchse in diesem Zwischenraume zu geschehen hat); vollkommener und einfacher wird aber der Zweck durch ein Band erreicht, welches sich der Bremsscheibe ohne wesentlichen Krümmungswiderstand anschliesst. —

Ausser durch unrunde Beschaffenheit der Bremsscheibe können jene störenden und die Genauigkeit der Messung beeinträchtigenden Gleichgewichtsschwankungen des Bremskörpers besonders durch Aenderungen des Reibungscoefficienten verursacht werden, der u. A. vom Zustande der Schmierung, von der Temperatur und von der relativen Geschwindigkeit



beider Reibungsflächen, also von Umständen abhängt, auf deren Unveränderlichkeit nicht zu rechnen ist; die Geschwindigkeit der Bremsscheibe kann selbst im Beharrungszustande periodisch veränderlich sein bei solchen Kraftmaschinen, bei welchen die motorische Substanz, wie bei Dampfmaschinen, mit im Allgemeinen veränderlichem Drucke auf einen hin- und hergehenden Kolben wirkt. Dadurch, dass nach Prony's mehrfach befolgtem Vorschlage an den Bremshebel seines Zaumes oder an eine Verlängerung desselben auf der anderen Seite der Welle vermittels einer Stange ein Kolben gehängt wird, der mit etwas Spielraum in einem mit Wasser gefüllten cylindrischen Gefässe beweglich ist, oder durch ähnliche mehr oder weniger umständliche und unbequeme Hilfsmittel können dergleichen Schwankungen höchstens etwas weniger heftig gemacht werden, zudem nur auf Kosten der Empfindlichkeit des Instrumentes. Auch jene Ausgleichung, die bei stabilem Gleichgewichte des Bremskörpers, z. B. bei der Messung der Reibung  $R$  eines Prony'schen Zaumes nach dem Princip der Neigungs- oder Federwaage durch entsprechende Aenderung des Momentes  $Pp$  bewirkt wird, ist insofern unvollkommen, als diese Aenderung von  $Pp$  bei bestimmter Grösse der Arbeitstärke  $N$  nach Gl. (1) eine gleichzeitige Aenderung von  $n$  bedingt. Ebenso hat auch z. B. bei dem Navier'schen Bremsdynamometer, Fig. 214, jede Aenderung des Reibungscoefficienten eine solche von  $S_1:S_2 = e^{\mu\pi}$ , also, da  $S_1$  gegeben ist, eine Aenderung von  $S_2$  und von  $P = S_1 - S_2$ , somit bei gegebenem Werthe von  $N$  eine Aenderung von  $n$  zur Folge.

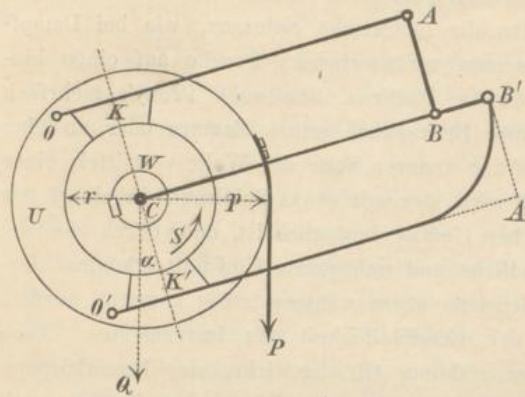
Behufs einer vollkommeneren Selbstregulirung ohne Aenderung des Momentes  $Rr = Pp$  sind verschiedene Einrichtungen vorgeschlagen und bewährt gefunden worden sowohl im Falle einer Backen-, als namentlich einer Bandbremse. Dem ersteren Falle entspricht das Bremsdynamometer von Marcel Deprez\*, bei welchem der Zweck dadurch erreicht wird, dass der Druck der Bremsbacken gegen die Scheibe von einem besonderen Gewichte  $Q$  herrührt, dessen Moment in Bezug auf die Wellenaxe beständig = Null ist und dessen jenen Druck bedingende Componente sich selbstthätig so regulirt, dass das Moment der entsprechenden Reibung einem constanten Kraftmomente  $Pp$  gleich bleibt. Um die auf der Welle  $W$  festgekeilte Bremsscheibe  $S$ , Fig. 215, ist nämlich der ringförmige Körper  $U$  lose drehbar, an welchem sich die Drehungsaxen  $O, O'$  der Bremshebel  $OA, O'B'$  befinden. Von letzteren ist  $O'B'$  unmittelbar,  $OA$  durch Vermittlung der Zugstange  $AB$  gelenkig

\* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1881, S. 334.



mit dem Zwischenhebel  $CBB'$  verbunden, der (senkrecht zur Ebene der

Fig. 215.



die Bremsbacken  $K, K'$  gegen die Bremscheibe  $S$  bzw. im Sinne  $KC, K'C$  mit den Kräften:

$$D = Q \cos \alpha \frac{CB'}{BB'} \frac{OA}{OK'}, \quad D' = Q \cos \alpha \frac{CB}{BB'} \frac{O'A'}{O'K'} \dots (4)$$

angedrückt, welche durch passende Hebelverhältnisse auch bei mässiger Grösse von  $Q$  beliebig gross gemacht werden können und übrigens vom Winkel  $\alpha$  abhängig sind. Wenn also z. B. infolge wachsender Grösse des Reibungscoefficienten das Gleichgewicht zwischen dem Reibungsmoment  $Rr$  und dem constanten Moment  $Pp$  des am cylindrischen Umfange des Ringes  $U$  angehängten Gewichtes  $P$  gestört, nämlich  $U$  im Sinne des Pfeiles  $S$  mitgenommen wird, so wächst damit  $\alpha$ , nehmen also  $D$  und  $D'$  nach Gl. (4) so lange ab, bis die Reibung auf ihre der Belastung  $P$  entsprechende Grösse zurückgebracht ist. — Weshalb von den zwei Bremshebeln der eine unmittelbar, der andere durch ein Zwischenglied  $AB$  mit dem Belastungshebel  $CBB'$  verbunden ist, bedarf kaum näherer Begründung; mit Rücksicht auf die nach  $BC$  gerichtete Kraftkomponente  $Q \sin \alpha$  und auf die Eigengewichte aller Theile dürften in der That ebenso wenig beide Bremshebel durch Zwischenglieder mit  $CBB'$  verbunden sein, wie sie mit Rücksicht auf die Abnutzbarkeit der Bremsbacken und auf das Erforderniss unveränderlicher Entfernung  $BB'$  beide unmittelbar mit diesem Hebel verbunden sein dürften.

Diese selbstregulirende Backenbremse lässt zwar bei guter Ausführung grosse Genauigkeit der Resultate erwarten; einfacher jedoch und

Figur) so gebogen ist, dass, während die Bremscheibe auf dem Ende der Welle festsetzt, sein mit dem Gewichte  $Q$  belasteter Endpunkt  $C$  in die Wellenaxe hineinfällt. Ist dann  $\alpha$  der Winkel, um welchen die verticale Richtungslinie von  $Q$  gegen die Normale  $KCK'$  zu  $CB$  geneigt ist, so werden

s.  
nar  
die  
kul  
reg  
br  
ein  
ist,  
ode  
sen  
Gr  
Enp  
vom  
sen  
bar  
auf  
zwe  
ein  
and  
BC  
Wi  
Ral  
Um  
CB  
ber  
Ral  
Das  
am  
We  
die  
sich  
glei  
arm  
der  
fäh  
bei







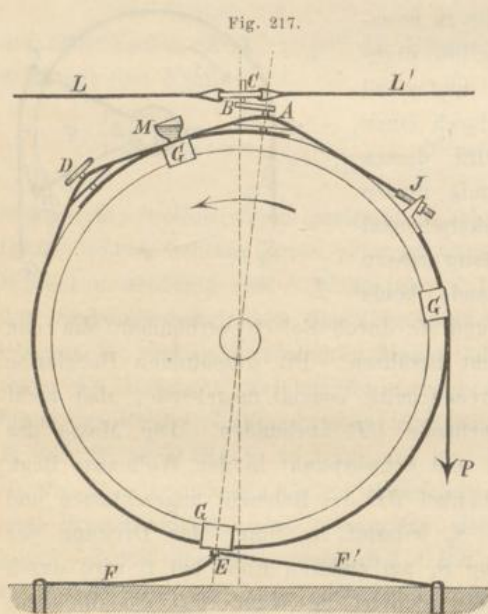
werden, dass die entsprechend geänderte Differenz

$$P = S_1 - S_2 = Q \frac{q}{p} - S_2$$

eine verlangte Umdrehungszahl  $n$  der Welle bedingt. Eine Aenderung von  $\mu$  innerhalb gewisser Grenzen hat dann weiter keine Folge, als dass sich durch Drehung des Rahmens auch der Centriwinkel  $\alpha$  des vom Bremsbande umspannten Bogens zwischen den Grenzen  $\pi$  und  $\pi - \beta$  entsprechend so ändert, dass  $Rr$  nach Gl. (5) constant  $= Pp$  bleibt.

Durch Spannungsänderung des Bremsbandes wird die Selbstregulirung vermittelt bei den Bremsdynamometern von Balk und von E. Brauer.\* Letzteres ist besonders einfach und empfehlenswerth, wenn als Bremscheibe ein abgedrehtes Schwungrad oder eine grosse Riemscheibe ringsum zugänglich, also nicht etwa theilweise in das Fundament hineinragend

vorhanden ist: Fig. 217.



Sein Bremsband ist ein geschlossener Ring von Bandeisen, indem die Verschraubung bei  $J$  nur zu genauerer Anpassung der Länge und zur Erleichterung des Aufbringens dient. Durch Klammern  $G, G, G$ , die an diesem Bandringe befestigt sind und welche den Radkranz mit etwas Spiel umfassen, wird einem seitlichen Abrutschen vorgebeugt. Die untere Klammer  $G$  dient zugleich dazu, die Beweglichkeit des Bremsbandes auf einen kleinen Betrag von etwa 10 bis 12 Centi-

meter zu beschränken vermittels zweier Stricke  $F, F'$ , die einerseits mit der an dieser Klammer befindlichen Oese  $E$  verknotet und andererseits am Fussboden befestigt werden. An die in der Figur rechts befindliche Klammer kann der mit den Gewichten  $P$  zu belastende Riemen ange-

\* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1881, S. 329.



geschlossen werden, während die obere, nebst dem Bremsbande entsprechend gelochte Klammer zugleich das Oelgefäss  $M$  trägt und mit einem besonderen Bandestecke vernietet ist, gegen welches sich die Schrauben  $A$  und  $D$  stützen, um das Schleifen derselben auf der Bremscheibe zu verhindern. Von diesen zwei Schrauben, deren Muttern als segmentförmige Sattelstücke mit dem Bremsbande vernietet sind, dient die mit einem Handrädchen versehene Schraube  $D$  zur Anspannung des Bremsbandes entsprechend der Belastung  $P$ , dagegen die mit einem Kurbelarme versehene Schraube  $A$  zu selbstthätiger Regulirung dieser Spannung während eines Versuches. Zur Vorbereitung eines solchen wird, nachdem das Bremsband aufgebracht und bei  $J$  mässig angezogen, auch ihr Spiel durch die Stricke  $F, F'$  so begrenzt ist, dass sich die Oese  $E$  nur etwa 5 bis 6 Centimeter links und rechts von der Verticalebene durch die Wellenaxe entfernen kann, die Kurbelschraube  $A$  so weit vorgeschraubt, dass einige Windungen unter dem als Mutter dienenden Sattelstücke hervorragen, und dann durch seitlich befestigte straff gespannte Schnüre  $L, L'$  der aufwärts gerichtete Kurbelzapfen  $C$  vertical über der Wellenaxe so festgehalten, dass (bei Voraussetzung von Rechtsgewinde der Schraube) der Kurbelarm von etwa 12 Centimeter Länge gerade nach vorn gegen den, den Tragriemen des Gewichtes  $P$  rechts von sich sehenden, Beobachter hin gerichtet ist, falls die der Schraube  $A$  diametral gegenüber liegende Oese  $E$  sich in der mittleren Lage befindet, die Stricke  $F, F'$  folglich beide gleichmässig schlaff sind. Diese Feststellung des Zapfens  $C$  wird erleichtert durch ein Brettchen  $B$  mit 3 Löchern, in deren äusseren die Schnüre  $L, L'$  eingeknotet sind, während durch das mittlere der Zapfen  $C$  von unten her mit etwas Spielraum hindurchreicht. Wird jetzt die zu bremsende Maschine angelassen, während das Gewicht  $P$  noch nicht angehängt ist, so genügt die schon vorhandene mässige Reibung, um den Bremsring in die Grenzlage mit herumzunehmen, welche der in Fig. 217 dargestellten entgegengesetzt und wobei also der Strick  $F$  gespannt ist. Durch die folgende Belastung mit dem Gewichte  $P$  wird dann aber die in der Figur gezeichnete Lage herbeigeführt, bis durch Anziehen der Handradschraube  $D$  die Spannung so vermehrt ist, dass das Reibungsmoment  $Rr$  dem Kraftmomente  $Pp$  Gleichgewicht hält, was die beiderseits schlaff gewordenen Stricke  $F, F'$  erkennen lassen. Die weitere Regulirung der Spannung besorgt jetzt die Kurbelschraube  $A$  von selbst. Bewegte sich etwa das Bremsband wegen Abnahme der Reibung  $R$  gegen die in Fig. 217 dargestellte Grenzlage hin, so würde dadurch  $A$  etwas einwärts geschraubt, also die Spannung und somit  $R$  bis zur



Wiederherstellung des Gleichgewichtes vergrössert; umgekehrt ist die regulirende Wirkung im entgegengesetzten Falle. Zeigt sich beim Fortgange des Versuches einer der Stricke  $F, F'$  dauernd gespannt, so muss mit der Schraube  $D$  nachgeholfen werden. Sind aber diese Stricke abwechselnd gespannt, so ist es ein Zeichen, dass die regulirende Wirkung der Schraube  $A$  nicht ausreicht. Dieselbe kann dann dadurch verstärkt werden, dass nach Lösung der Schraube  $D$  und Abhebung des Brettchens  $B$  vom Kurbelzapfen  $C$  diese Schraube  $A$  um einen oder einige Gänge weiter angezogen (einwärts geschraubt), dann das Brettchen wieder auf den Zapfen geschoben und  $D$  bis zu freiem Spiel des Bremsbandes wieder angezogen wird. Durch die genannten Aenderungen ist der stumpfe Winkel  $DAJ$  etwas weniger stumpf geworden, und hat infolge dessen eine bestimmte Radialbewegung des Scheitelpunktes  $A$  eine vergrösserte Längenänderung der Schenkel  $AD, AJ$  zur Folge.

Streng genommen bedarf das angehängte Gewicht  $P$  behufs seiner Einsetzung in Gl. (1) kleiner Correctionen wegen des Eigengewichtes des Bremsbandes mit zugehörigen Theilen und wegen der Spannungsdifferenz der Schnüre  $L, L'$ . Um erstere zu bestimmen, kann man nach Entfernung des Gewichtes  $P$  und nach Abhebung des Schnurbrettchens  $B$  vom Zapfen  $C$ , nachdem ferner alle Schrauben gelöst sind, die Kräfte  $= P_1$  und  $P_2$  ermitteln, welche tangential am Bremsbande wirkend erforderlich sind, um es beim Stillstande der Bremsscheibe aus seiner mittleren Lage heraus bezw. rechts und links herum zu drehen. Ist dann  $X$  der Betrag der noch übrig gebliebenen Reibung und  $P'$  der gesuchte Betrag, um welchen  $P$  wegen des Eigengewichtes des Bremsbandes zu vergrössern ist, so ergibt sich:

$$X = P_1 + P' = P_2 - P', \quad \text{also } P' = \frac{P_2 - P_1}{2}.$$

Die Spannungen der Schnüre  $L, L'$  wechseln mit den Schwankungen des Bremsbandes, im Mittel ist aber die Spannung von  $L$  etwas grösser, als die von  $L'$ , weil die Rechtsdrehung der Kurbelschraube einer grösseren Kraft bedarf, als ihre Linksdrehung. Würden diese Kräfte  $= P_1$  und  $P_2$  etwa durch Ueberführung der Schnüre über Leitrollen und Anhängung von Gewichten beim Stillstande des Bremsrades ermittelt, so wäre

$$P'' = \frac{P_1 - P_2}{2},$$

vergrössert im Verhältniss der betreffenden Hebelarme, die subtractiv an  $P$  anzubringende Correction. Uebrigens sind beide zusammen in der



Regel zu nur etwa  $\frac{1}{2}$  Procent zu veranschlagen und deshalb zu vernachlässigen.

Der Querschnitt des Bandeisens bei dem Brauer'schen Bremsdynamometer ist mit Rücksicht auf die Maximalspannung  $S_1$  zu bemessen, die oberhalb der Anschlussstelle des Gewichtriemens stattfindet. Dieselbe ist, unter  $S_2$  die Minimalspannung unterhalb dieser Stelle verstanden, bei Abstraction von den kurzen Unterbrechungen der ringsum laufenden Berührungsfläche am Umfange der Scheibe:

$$S_1 = S_2 e^{2\pi\mu} = (S_1 - P) e^{2\pi\mu}$$

oder

$$S_1 = \frac{e^{2\pi\mu}}{e^{2\pi\mu} - 1} P = 2,15 P \text{ Kgr.},$$

wenn mit Brauer hier  $\mu = 0,1$  angenommen wird. Bei einer zugelassenen specifischen Spannung von etwas über 5 Kgr. pro Quadratmillimeter wäre also der Querschnitt des Bandeisens:

$$F = 0,4 P \text{ Quadratmillimeter}$$

und bei 2 Millimeter Dicke seine Breite:

$$b = 0,2 P \text{ Millimeter}$$

anzunehmen. Brauer benutzte bisher sein Instrument bis zu  $P = 500$  Kgr., entsprechend  $b = 100$  Millimeter. —

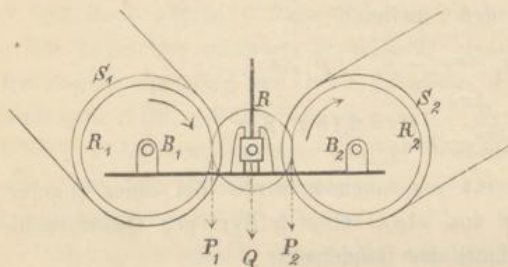
Die im Vorhergehenden vorausgesetzte horizontale Lage der Welle ist behufs möglichster Ausschliessung von störenden Nebenumständen am vortheilhaftesten. Ist aber die zu bremsende Welle vertical, so ist es bei Benutzung eines Prony'schen Zaumes mit Hebel vor Allem nöthig, den letzteren zur Vermeidung von Klemmungen mit seinem Ende an einem möglichst hoch darüber liegenden festen Punkt aufzuhängen. Zur Abwägung der Reibung  $R$  durch Gewichte  $P$  kann man dann entweder am Ende des Hebels ein Seil befestigen, welches, in horizontaler Richtung über eine feste Rolle geleitet, am herabhängenden Ende belastet wird, oder man kann dieses Seil mit dem verticalen Arme eines Winkelhebels verbinden, dessen horizontaler Arm die Belastungsgewichte trägt. Letzteres ist besser, weil dadurch nur ein sicherer in Rechnung zu stellender Zapfenreibungswiderstand und nicht zugleich ein Seilbiegungswiderstand eingeführt wird. Uebrigens ist in solchen Fällen vorzugsweise die Benutzung einer Federwaage am Platze, indem sie die Berücksichtigung solcher Nebenwiderstände entbehrlich macht.



## §. 188. Transmissionsdynamometer.

1. Ein älteres, indessen nach wie vor recht brauchbares Instrument dieser Art ist die sogenannte dynamometrische Waage von Hachette:

Fig. 218.



fallen. Die Räder  $R_1, R_2$  sind mit dem kleineren Zwischenrade  $R$  in Eingriff, dessen Lager in verticalen Führungen gleitbar und vermittels einer gegabelten Stange an einer Waage so aufgehängt sind, dass, wenn letztere einspielt, die Axe von  $R$  in der Axenebene  $B_1 B_2$  liegt. Geht dann die Bewegung von  $S_1 R_1$  im Sinne des beigezeichneten Pfeiles aus, so sind die Theilrissdrucke  $P_1$  und  $P_2$ , mit welchen  $R_1$  und  $R_2$  auf  $R$  wirken und welche der Reibungen wegen etwas verschieden gross sind, vertical abwärts gerichtet, so dass mit der Waage (mit Berücksichtigung des verhältnissmässig kleinen Eigengewichtes von  $R$  nebst Zubehör) die Summe  $P_1 + P_2 = Q$  gemessen werden kann. Die Anwendung dieses Instrumentes setzt zwei horizontale Wellen  $A_1, A_2$  voraus, die durch ein Riemengetriebe verbunden sind, um die bewegende Kraft von  $A_1$  auf  $A_2$  und dadurch auf eine Arbeitsmaschine zu übertragen, deren Betriebsarbeitstärke ermittelt werden soll. Dazu wird das Instrument so aufgestellt, dass die Mittelebene der Scheiben  $S_1, S_2$  mit der Mittelebene der Riemscheiben  $S', S''$  auf  $A_1$  und  $A_2$  zusammenfällt, dann nach Beseitigung des gewöhnlichen Betriebsriemens  $S'$  mit  $S_1$  und  $S''$  mit  $S_2$  je durch einen besonderen Riemen verbunden. Indem nun die von der Riemen Spannung herrührende Zapfenreibung der Welle  $B_2$  derjenigen von  $A_1$  bei unmittelbarer Verbindung zwischen  $A_1$  und  $A_2$  nahe gleich geachtet werden kann, so ist, unter  $v$  die Theilrissgeschwindigkeit der Räder  $R_1, R, R_2$  und unter  $P$  den um den Betrag der Zahnreibung zwischen  $R$  und  $R_2$  verminderten Theilrissdruck  $P_2$  verstanden,  $Pv$  die

Fig. 218. Es enthält zwei gleiche Zahnräder  $R_1, R_2$ , fest verbunden bezw. mit den gleichen Riemscheiben  $S_1, S_2$  und auf den Wellen  $B_1, B_2$  fest sitzend, die in gleichen Höhen so gelagert sind, dass die Mittelebenen von  $R_1$  und  $R_2$ , desgleichen die von  $S_1$  und  $S_2$  zusammen-



Arbeitstärke, welche bei directer Verbindung von  $A_1$  abgegeben wird, um die Welle  $A_2$  mit der betreffenden Arbeitmaschine zu treiben. Zur Bestimmung von  $P$  ist zu bedenken, dass  $P_2$  etwas  $< P_1$  ist wegen der Zahnreibung zwischen  $R_1$  und  $R$ , sowie wegen der Zapfenreibung des Zwischenrades  $R$ , entsprechend dem Zapfendrucke  $Q = P_1 + P_2$ . Ist also  $r$  der Theilrisshalbmesser,  $\rho$  der Zapfenhalbmesser von  $R$ ,  $\mu$  der Zapfenreibungcoefficient,  $z$  die Zähnezahl von  $R$ ,  $z_1$  dieselbe von  $R_1$  und  $R_2$ ,  $\mu'$  der Zahnreibungcoefficient, so ist zu setzen:

$$P_2 = P_1 (1 - m) - \mu \frac{\rho}{r} Q \quad \text{mit} \quad m = \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{z_1} \right) \pi \mu'$$

nach §. 76, Gl. (4), oder mit  $P_1 = Q - P_2$ :

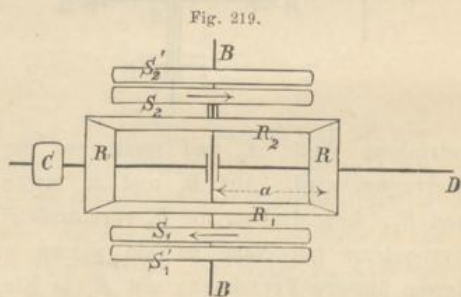
$$P_2 (2 - m) = Q \left( 1 - m - \mu \frac{\rho}{r} \right)$$

oder mit Rücksicht darauf, dass  $m$  ein kleiner Bruch ist:

$$P_2 = \frac{Q}{2} \left( 1 - \frac{m}{2} - \mu \frac{\rho}{r} \right)$$

$$P = P_2 (1 - m) = \frac{Q}{2} \left( 1 - \frac{3}{2} m - \mu \frac{\rho}{r} \right) \dots \dots \dots (1).$$

2. Das Dynamometer von White, verbessert von Batchelder\*, unterscheidet sich vom vorigen dadurch, dass die Cylinderräder durch Kegerräder ersetzt sind, und dass der Apparat durch seine engere Verbindung mit dem Waagebalken compendiöser gemacht ist. Auf der Welle  $BB$ , Fig. 219, sitzt die Riemscheibe  $S_1$  fest,  $S_2$  lose;  $S_1'$  und  $S_2'$  sind Leerscheiben dicht daneben. Das Kegelrad  $R_1$  ist mit  $S_1$  fest auf  $BB$ ,  $R_2$  mit  $S_2$  fest verbunden, also auch lose auf  $BB$ .  $CD$  ist ein um  $BB$  lose drehbarer Hebel, um welchen ihrerseits die Räder  $R, R$  lose drehbar sind;  $C$  ist ein Gegengewicht, durch welches der Schwerpunkt des Hebels in die Axe  $BB$  gebracht wird. Am Ende  $D$



\* Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbflusses in Preussen, Jahrg. 1843, S. 216.



wird der Hebel durch Gewichte belastet oder an eine Federwaage angeschlossen, so dass er, während die von den Maschinenwellen  $A_1$  und  $A_2$  herkommenden Riemen auf  $S_1$  und  $S_2$  liegen und diese Scheiben im Sinne der beigezeichneten Pfeile (von oben gesehen) rotiren, horizontal schwebend im Gleichgewicht ist.

Denkt man sich das Rad  $R$  links bei  $C$ , welches eigentlich nur als Gegengewicht dient, beseitigt, so erkennt man, dass die Wirkung des Instrumentes und seiner gleich bezeichneten Theile ganz dieselbe ist wie die der dynamometrischen Waage von Hachette, Fig. 218; nur fallen hier die dort mit  $B_1$  und  $B_2$  bezeichneten Drehungsachsen in der Geraden  $BB$  zusammen, und sind die Theilrissdrucke  $P_1$  und  $P_2$  der Räder  $R_1$  und  $R_2$  auf das rechts dazwischen liegende Rad  $R$  hier vertical aufwärts gerichtet. Es gilt hier wie dort die Gleichung (1), wenn unter  $Q$  die auf den Hebelarm  $a$ , Fig. 219, reducirte Belastung des Hebels verstanden wird. Dass die Mittelebenen von  $S_1$  und  $S_2$  nicht zusammenfallen, kann bei der Aufstellung und Benutzung des Instrumentes zuweilen störend sein.

3. Das Instrument, welches Prof. Hartig zur Messung der Betriebsarbeitstärke von Arbeitsmaschinen mehrfach mit gutem Erfolg benutzt hat, ist seinem Wesen nach durch Fig. 220 angedeutet.\* Auf den

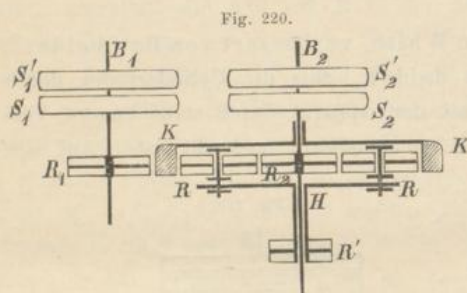


Fig. 220.

horizontal in gleicher Höhe liegenden Wellen  $B_1$  und  $B_2$  sind die Riemscheiben  $S_1$  und  $S_2$  fest,  $S_1'$  und  $S_2'$  lose; ebenso wie bei den vorbesprochenen Instrumenten empfängt  $S_1$  die Bewegung von der treibenden Transmissionswelle  $A_1$ , während sie durch  $S_2$  auf die

getriebene Welle  $A_2$  und somit auf die zu prüfende Arbeitsmaschine übertragen wird. Auf  $B_1$  und  $B_2$  sitzen fest bezw. die Zahnräder  $R_1$  und  $R_2$ . Lose drehbar um  $B_2$  mittels eines seitlich damit verschraubten Armsystems mit Nabe ist ein aussen und innen verzahnter Kranz  $K$ , dessen äussere Verzahnung mit  $R_1$  in Eingriff ist. Zwischen der inneren und dem Rade  $R_2$ , mit beiden in Eingriff, sind zwei Räder  $R$  eingeschaltet von einerlei Radius  $=r$  mit  $R_2$ ; sie sind drehbar um Bolzen, die von den diametral entgegengesetzten Armen einer um  $B_2$  lose dreh-

\* Rühlmann: „Allgemeine Maschinenlehre“, Bd. I, 2. Aufl., S. 232.



baren langen Hülse  $H$  getragen werden. Indem ferner der Theilriss-halbmesser der äusseren Verzahnung von  $K$  zu dem des Rades  $R_1$  in demselben Verhältnisse  $= 3$  steht wie der innere Theilriss-halbmesser von  $K$  zum Radius  $r$  von  $R_2$ , so sind, wenn die Hülse  $H$  festgehalten wird, die Winkelgeschwindigkeiten der Wellen  $B_1$  und  $B_2$  gleich gross, nämlich beide dreimal so gross, wie die des Zahnkranzes  $K$ . Ist nun, abgesehen zunächst von Reibungswiderständen,  $P$  der Theilrissdruck des Rades  $R_2$  an seinen zwei gegenüber liegenden Eingriffstellen zusammen  $=$  dem gesammten Theilrissdrucke der inneren Verzahnung von  $K$ , so erfahren die Bolzen, um welche die Räder  $R$  drehbar sind, zusammen den Druck  $Q = 2P$ , der zur Hälfte auf den einen, zur Hälfte im entgegengesetzten Sinne auf den andern Bolzen ausgeübt wird. Die durch das Moment  $Q \cdot 2r$  angestrebte Drehung der Hülse  $H$  wird nun aber dadurch gehindert und gleichzeitig  $Q$  dadurch gemessen, dass diese Hülse an ihrem anderen Ende ein Zahnrad  $R'$  trägt, welches in eine vertical geführte, unten an ein Morin'sches Zugdynamometer (§. 182, Fig. 203) angeschlossene Zahnstange eingreift. Ist dann  $S$  die durch letztere ausgeübte Zugkraft des Dynamometers, so ist, unter  $r'$  den Theilriss-halbmesser von  $R'$  verstanden und zunächst wieder abgesehen von Reibung:

$$Q = S \frac{r'}{2r}, \text{ also } P = \frac{1}{2} Q = \frac{1}{4} S \frac{r'}{r} \dots \dots \dots (2)$$

und die gesuchte Arbeitstärke  $A$ , entsprechend der Peripheriegeschwindigkeit  $v$  des Rades  $R_2$ , bezw. der Umdrehungszahl  $n$  von  $B_1$  und  $B_2$  pro Minute:

$$A = Pv = \frac{1}{4} S \frac{r'}{r} \frac{n}{60} \cdot 2\pi r = \frac{\pi}{120} n S r' \dots \dots \dots (3)$$

Meterkgr. pro Sec., falls  $S$  in Kgr.,  $r'$  in Mtr. ausgedrückt ist.

Mit Rücksicht auf die Reibungswiderstände ist ebenso wie bei den unter 1. und 2. besprochenen Instrumenten der Theilrissdruck  $= P_2$  zwischen  $R$  und  $R_2$  etwas kleiner, als derselbe  $= P_1$  zwischen  $K$  und  $R_2$ , und bleibt auch  $P_2$  nicht ganz zum Antrieb der Welle  $B_2$  verwendbar. Bezeichnet  $z$  die Zähnezahle der Räder  $R, R_2$  und  $z_1 = 3z$  die der inneren Verzahnung von  $K$ , ferner  $q$  den Halbmesser der Bolzen, um welche die Räder  $R$  drehbar sind, so ist mit

$$m = \frac{2}{z} \pi \mu' \text{ und } m_1 = \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{z_1} \right) \pi \mu' = \frac{2}{3} \frac{1}{z} \pi \mu' = \frac{m}{3}$$



analog Gl. (1) die zum Antrieb von  $B_2$  am Hebelarme  $r$  verfügbare Kraft:

$$\begin{aligned} P &= P_2 (1 - m) = \frac{Q}{2} \left( 1 - \frac{m_1}{2} - \mu \frac{Q}{r} \right) (1 - m) \\ &= \frac{Q}{2} \left( 1 - \frac{7}{6} m - \mu \frac{Q}{r} \right) \dots \dots \dots (4). \end{aligned}$$

Was die Beziehung zwischen  $Q$  und  $S$  betrifft, so ist zu bedenken, dass die Wellen  $B_1$  und  $B_2$  in gleichem Sinne, etwa links herum rotiren, der Zahnkranz  $K$  und die Räder  $R$  in entgegengesetztem Sinne, also rechts herum, und dass somit auch das Moment  $Q \cdot 2r$  rechts drehend auf die Hülse  $H$  wirkt, entgegen dem links drehenden Momente  $Sr'$ . Letzteres wird unterstützt durch das gleichfalls links drehende Moment der durch  $S$  bedingten Reibung zwischen der Hülse und der darin links rotirenden Welle  $B_2$ , deren Radius  $= Q'$  sei. Die Gleichgewichtsbedingung ist somit:

$$Q = S \left( 1 + \mu \frac{Q'}{r'} \right) \frac{r'}{2r} \dots \dots \dots (5).$$

Die Zahnreibung zwischen  $R'$  und der Zahnstange kommt hier nicht in Betracht, weil sie bei den Schwankungen des Gleichgewichtszustandes bald im Sinne von  $S$ , bald entgegengesetzt wirksam ist und damit nur die Empfindlichkeit und Genauigkeit der Messung etwas beeinträchtigt. Aus (4) und (5) folgt:

$$P = \frac{1}{4} S \frac{r'}{r} \left[ 1 - \frac{7}{6} m - \mu \left( \frac{Q}{r} - \frac{Q'}{r'} \right) \right]$$

und ist also 
$$\alpha = 1 - \frac{7}{6} m - \mu \left( \frac{Q}{r} - \frac{Q'}{r'} \right) \dots \dots \dots (6)$$

der Factor, mit welchem der Ausdruck (2) von  $P$  und somit auch der Ausdruck (3) von  $A$  multiplicirt werden muss, um den Reibungswiderständen Rechnung zu tragen. Uebrigens sind hier die Reibungscoefficienten kaum zuverlässig im Voraus zu schätzen, auch ist die Reibung der Welle  $B_2$  in ihren Lagern und in der Hülse  $H$  ohne Zweifel grösser, als die von der Arbeitsübertragung auf  $A_2$  herrührende Lagerreibung der Transmissionswelle  $A_1$ . Soll gar der Ausdruck von  $A$  nicht sowohl die zum Betriebe der betreffenden Maschine von der Welle  $A_1$  abzugebende, sondern die von  $A_2$  zu empfangende Arbeitstärke darstellen, so wird der Correctionsfactor  $\alpha$  wegen des gesammten Widerstandes, welcher dem die Wellen  $B_2$  und  $A_2$  verbindenden Riemengetriebe eigenthümlich ist, noch wesentlich kleiner. Am besten ist er deshalb experi-



mentell im Ganzen zu bestimmen; z. B. fand Hartig für ein solches von ihm benutztes Instrument:  $\alpha = 0,893$ .\*

4. Das Transmissionsdynamometer von Bourdon\*\* benutzt den axialen Seitendruck, welchen zwei in Eingriff stehende Räder  $R_1, R_2$  mit parallelen Axen  $B_1, B_2$  bei der Kraftübertragung auf einander ausüben, wenn ihre Zähne unter einem gewissen Winkel  $\alpha$  gegen die Axen geneigt sind. Es zerfällt dann nämlich der in der gemeinsamen Mittelebene wirksame Theilrissdruck  $P$  in die Normalcomponente  $P \sec \alpha$  (normal zu den sich berührenden Zahnflächen gerichtet) und die Axialcomponente  $P \tan \alpha$ , aus deren Messung auf  $P$  selbst geschlossen werden kann. Zur Ausführung dieses Gedankens ist die das Rad  $R_2$  tragende Welle  $B_2$  des Instruments, durch einen Riemen mit der zu treibenden Welle  $A_2$  der Lastmaschine verbunden, unverschieblich zwischen Spitzzapfen gelagert, dagegen die mit der treibenden Transmissionswelle  $A_1$  durch einen Riemen verbundene Welle  $B_1$  des Rades  $R_1$  mit langen cylindrischen Zapfen versehen, die sich in ihren Lagern verschieben können. Bei dieser infolge der Kraftübertragung stattfindenden Verschiebung stützt sich  $B_1$  mit dem vorderen Zapfen gegen eine Stahlfeder, deren entsprechende Deformation, indem sie durch einen ungleicharmigen Hebel vergrößert von einem Zeiger auf einer empirisch getheilten Skala angezeigt wird, die verschiebende Kraft  $P \tan \alpha$  misst. Die Skala lässt sich so theilen, dass sie eine unmittelbare Ablesung des Theilrissdruckes  $P$  gestattet. Von den Rädern  $R_1, R_2$  muss eines um den Betrag der Maximalverschiebung von  $B_1$  breiter sein, als das andere.

So einfach dieses Instrument im Princip ist, lässt sich eine grössere Genauigkeit von demselben kaum erwarten wegen der das Verhältniss der Axialkraft zur Theilrisskraft  $P$  erheblich störenden Reibung, die der relativen Verschiebung nach der Breitenrichtung der Zähne entgegen wirkt und bei den Schwankungen des Deformationszustandes der Feder bald im einen, bald im umgekehrten Sinne auftritt. Die nach der Längenrichtung der Zähne gerichtete Reibung wirkt natürlich stets in einerlei Sinn und trägt zur Vermehrung des jeweils in Anschlag zu bringenden Arbeitsverlustes bei, der mit der Kraftübertragung von  $B_1$  auf  $A_2$  verbunden ist. Um es in dieser Hinsicht nur mit einer Uebertragung von  $B_2$  auf  $A_2$  zu thun zu haben, erscheint es besser und

\* Versuche über den Kraftbedarf der Maschinen in der Flachs- und Wergspinnerei, Leipzig 1869, nach Rühlmann a. a. O.

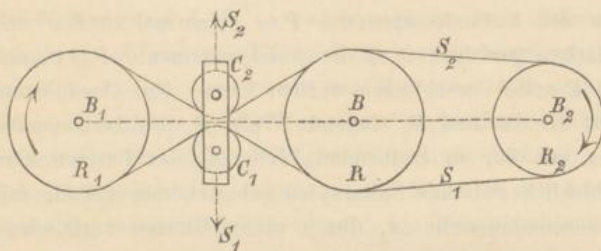
\*\* Armengaud, Génie industrielle, Juillet 1860.



ebenso einfach thunlich, bei fester Lagerung von  $B_1$  die Welle  $B_2$  verschieblich einzurichten zur Messung der ihre Verschiebung anstrebenden Axialkraft.

5. Bei dem von Elihu Thomson als Nachbildung eines solchen von v. Hefner-Alteneck beschriebenen Transmissionsdynamometer\*

Fig. 221.



ist die Verwendung von Zahnrädern vermieden, indem nach Fig. 221 die horizontalen Wellen  $B_1$ ,  $B_2$ , von welchen wieder jene die Bewegung empfängt, um sie

durch diese auf die zu prüfende Lastmaschine fortzupflanzen, durch ein Riemengetriebe verbunden sind unter Einschaltung einer lose mitlaufenden Scheibe  $R$  von gleichem Radius  $r$  mit der Scheibe  $R_1$  auf  $B_1$ , und deren Welle  $B$  in gleicher Höhe mit  $B_1$  parallel ist. Die Entfernung  $BB_1$  ist  $= 4r$ , so dass die gekreuzten gemeinsamen Tangenten der Umfangskreise  $R, R_1$  sich unter  $60^\circ$  schneiden. Längs diesen Tangenten ist der Riemen durch die Rollen  $C_1, C_2$  geleitet, die um horizontale Axen von entsprechender Entfernung drehbar in einem vertical geführten und oben an eine Waage gehängten Rahmen gelagert sind. Bei dem durch die Pfeile angezeigten Drehungssinne ist die untere Riemenspannung  $S_1$  grösser, als die obere  $S_2$  um den Betrag der Umfangskraft  $P$ , welche durch die Waage unmittelbar gemessen wird, indem auf den Rahmen der untere Riemen den Verticaldruck

$$S_1 = 2 S_2 \cos 60^\circ$$

abwärts, der obere ebenso den Verticaldruck  $S_2$  aufwärts ausübt. Ist also  $v$  die Riemengeschwindigkeit, so ist abgesehen von Nebenwiderständen, die experimentell zu bestimmen sind, die auf die Welle  $B_2$  übertragene Arbeitstärke  $= Pv$ .

6. Die im Vorhergehenden unter 1. bis 5. besprochenen Arbeitsmesser setzen das Vorhandensein von Riementransmission voraus, die zur Einschaltung des Instrumentes an irgend einer Stelle jederzeit leicht durch Abschlagung des betreffenden Riemens unterbrochen werden kann.

\* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1881, S. 317.



In der That ist bei Rädertransmission die Einfügung eines Messinstruments von der genannten Art ohne umständliche Vorbereitung kaum ausführbar, und kann dann zuweilen das dynamometrische Zapfenlager von Rittinger mit Vortheil gebraucht werden. Ist nämlich  $AB$  eine bei  $A$  und  $B$  gelagerte horizontale Transmissionswelle von der Länge  $l$ , von Lagermitte zu Lagermitte gerechnet, und sind  $R, R_1$  zwei auf ihr bezw. in den Abständen  $a, a_1$  von  $A$  fest sitzende Zahnräder mit den Theilrisshalbmessern  $r, r_1$ , von denen etwa  $R$  den Theilrissdruck  $P$  unter dem Winkel  $\alpha$  gegen die Verticale geneigt empfängt, um ihn durch  $R_1$  mit der Intensität  $P_1$  und unter dem Winkel  $\alpha_1$  gegen die Verticale geneigt fortzupflanzen, so erfährt hierdurch im Betriebe der verticale Zapfendruck bei  $B$  den Zuwachs:

$$Q = \frac{1}{l} (P \cos \alpha \cdot a + P_1 \cos \alpha_1 \cdot a_1)$$

oder mit  $P_1 = P \frac{r}{r_1}$  (abgesehen von der Zahnreibung):

$$Q = \frac{P}{l} \left( a \cos \alpha + \frac{r}{r_1} a_1 \cos \alpha_1 \right),$$

woraus umgekehrt folgt:

$$P = \frac{Ql}{a \cos \alpha + \frac{r}{r_1} a_1 \cos \alpha_1} \dots \dots \dots (7).$$

Um die Kraft  $Q$  jederzeit während des Betriebes ohne umständliche Vorbereitung messen zu können, wird das Zapfenlager  $B$  auf einen Hebel gesetzt, der in einem geschlitzten Ständer geführt und darin gewöhnlich festgekeilt ist. Behufs der Messung sind dann nur die Keile loszuschlagen und ist der Hebel an eine Waage zu hängen. Ist  $S$  die im Gleichgewichtszustande beobachtete Kraft am angehängten Hebelende und  $S_0$  der ein für allemal ausprobierte Theil von  $S$ , welcher dem Eigengewichte der Welle sammt Rädern, Zapfenlager  $B$  und Hebel entspricht, so ist  $Q = S - S_0$ , multiplicirt mit dem betreffenden Hebelverhältnisse.

Diese Vorrichtung ist zwar einfach und leicht zu gebrauchen, lässt aber meistens nicht eine ebenso grosse Genauigkeit der Messung zu, wie die vorbeschriebenen Instrumente, durch welche die gesuchte Theilrisskraft  $P$  allein gemessen wird und nicht, wie hier, in Verbindung mit einer anderen Kraft (obigem  $S_0$  entsprechend), die vielleicht viel grösser als  $P$  ist.



## §. 189. Totalisirende Arbeitsmesser.

Als solche können alle im Vorhergehenden besprochenen Arbeitsmessinstrumente eingerichtet werden, wenn bei ihnen die Kraftmessung durch eine Federwaage, bezw. ein Federdynamometer, überhaupt vermittels der Deformation eines elastischen Körpers geschieht, der dazu mit einem Schreibstift zu verbinden ist, an welchem ein Papierstreifen mit einer der Maschinengeschwindigkeit proportionalen oder mit constanter Geschwindigkeit entlang bewegt wird. So ist z. B. an der Hülse  $H$  des Dynamometers von Hartig, Fig. 220, zwischen dem die Räder  $R, R$  tragenden Doppelarme und dem in die verticale Zahnstange eingreifenden Rade  $R'$  noch ein längerer Arm befestigt mit einem Zahnsector, der in eine zweite, in grösserer Entfernung von der Hülse vertical geführte Zahnstange eingreift; ein mit dieser verbundener Schreibstift macht also die Verticalbewegungen der ersten Zahnstange in vergrössertem Massstabe mit und verzeichnet sie als Ordinatenfolge einer Curve auf einem Papierstreifen, der durch ein Schneckengetriebe von der Welle  $B_1$  aus und folglich mit einer ihrer Winkelgeschwindigkeit proportionalen kleinen Geschwindigkeit nach horizontaler Richtung am Stifte vorbeigeführt wird.

Unmittelbar ist eine solche totalisirende Messung durch eine elastische Kuppelung zu erreichen, d. h. durch einen federnden Körper, der in die Transmission selbst eingefügt ist und sich mit ihr bewegt, indem er die Betriebskraft überträgt. Während diese Einrichtung wegen der Schwierigkeit, die Deformation des in Bewegung begriffenen Kuppelungskörpers genau zu messen, zu augenblicklichen Ablesungen sich weniger eignet, liefert sie das einfachste, hier ausschliesslich vorausgesetzte Mittel zu totalisirender Messung, nämlich zur Aufzeichnung der betreffenden Deformation vermittels eines mitbewegten Registrirwerkes.

Als Beispiel diene die von Regnier angegebene und von Morin verbesserte dynamometrische Kurbel. Nach einer Ausführung derselben von Clair\* in Paris wird auf der Kurbelwelle statt der gewöhnlichen Kurbel eine cylindrische Büchse befestigt, die mit einer Platte

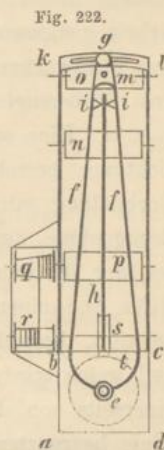
\* Rühlmann: Allgemeine Maschinenlehre, Bd. I, 2. Aufl., Fig. 155 und Fig. 156.



*abcd*, Fig. 222, endigt, von welcher ein mit der Kurbelwelle coaxialer Zapfen *e* hervorrägt. Auf diesen ist die durchbrochene Kurbel *ff* lose drehbar aufgesteckt; innerhalb derselben befindet sich eine gerade Blattfeder *h*, die einerseits an der Platte *abcd* befestigt ist, andererseits von zwei einander zugekehrten Keilschneiden *i, i* der Kurbel zwischen sich gefasst wird. Wird also diese am Handgriffe *g* gedreht, so kann die Kurbelwelle nur mittels der Feder *h*, die sich dabei entsprechend biegt, mitgenommen werden; ein Schlitz am Ende *kl* des an die Platte *abcd* angefügten Rahmens *bklc* dient hierbei dem Kurbelzapfen als Führung. Um nun die Durchbiegung der Feder, somit die nach auszuprobirendem Verhältnisse ihr proportionale Grösse der auf den Hebelarm *ei* reducirten Triebkraft in jedem Augenblicke aufzuzeichnen, trägt die Kurbel bei *m* einen Bleistift, der auf einem in radialer Richtung entlang bewegten Papierstreifen eine

Curve zeichnet, während eine gerade sogenannte Null-Linie von einem zweiten Bleistifte gezeichnet wird, der in der Mitte des Rahmenstücks *kl* seine unverrückbare Führung findet. Der Papierstreifen wickelt sich von der mit einiger Reibung drehbaren Walze *n* ab, geht über die Walze *o* an den Bleistiften vorbei und wird auf die Walze *p* aufgewickelt. Letztere muss also so bewegt werden, dass trotz ihres zunehmenden Umfanges ihre Umfangsgeschwindigkeit, mithin die Geschwindigkeit des Papierstreifens beständig der Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle proportional bleibt. Analog der durch Fig. 204, §. 182, dargestellten Einrichtung dient dazu der Kegel *q*, durch einen Seidenfaden vom Cylinder *r* in Umdrehung gesetzt. Indem die Conicität von *q* so bemessen ist, dass die Radien von zwei benachbarten Fadenwindungen um die Papierdicke verschieden sind, entspricht der Forderung ein constantes Winkelgeschwindigkeitsverhältniss von *r* und der Kurbelwelle, hier vermittelt durch den Eingriff eines auf der Axe von *r* sitzenden Schraubenrades *s* mit einem entsprechend verzahnten Radkranze *t*, der in einer ringsum laufenden Nuth der cylindrischen Büchse des Instrumentes drehbar ist; während aber thatsächlich diese Büchse mit der Kurbel sich dreht, wird *t* festgehalten, indem z. B. ein am Maschinengestell befestigter starker Draht sich gegen eine seitlich vorstehende Nase des Zahnkranzes *t* stützt. —

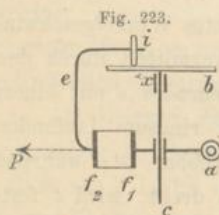
Dieses Princip der unmittelbaren Einschaltung eines die Triebkraft übertragenden Federdynamometers findet vorzugsweise dann Anwendung,





wenn es sich nicht sowohl um eine rotirende, als vielmehr um eine Progressivbewegung handelt und die zur Bewältigung des Widerstandes dieser Bewegung für eine gewisse Wegstrecke aufzuwendende Arbeit gemessen werden soll, insbesondere die Arbeit zur Fortbewegung von Fuhrwerken, z. B. eines Eisenbahnwagens oder Eisenbahnzuges auf dem Schienengleise, einer landwirthschaftlichen Maschine auf dem Felde u. s. w. Eine solche, von einem einzuschaltenden Wagen getragene Vorrichtung, bestehend aus einem Morin'schen Blattfederdynamometer in Verbindung mit einem Registrirapparat, wurde schon im §. 182 mit Bezugnahme auf Fig. 204 daselbst besprochen. Die dabei ebenso wie bei der dynamometrischen Kurbel angewendete Registrirung durch Bleistifte und einen bewegten Papierstreifen ist indessen mit Uebelständen behaftet, besonders in feuchter Atmosphäre, wodurch das Papier feucht und weich wird; auch ist die jedesmalige Ausrechnung des Inhaltes der einerseits von der geraden, andererseits von der unregelmässig krummen Linie begrenzten Fläche unbequem.

Diese Uebelstände werden vermieden durch eine auch von Morin herrührende und von Clair ausgeführte Einrichtung des Instrumentes, welche zur Bestimmung der gesuchten Arbeit lediglich die Ablesung eines Zählwerkes ohne weitere Rechnung, als die Multiplication mit einem constanten Factor erfordert. Das zu Grunde liegende Princip besteht ähnlich wie bei gewissen zur mechanischen Ausmessung von ebenen Flächen dienenden Planimetern (§. 134) darin, dass man eine ebene Scheibe mit einer der Progressivgeschwindigkeit  $v$  proportionalen Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotiren lässt, während eine auf dieser Scheibe mit rechtwinklig gekreuzter Axe sich abwälzende Frictionsrolle ihren Ort so ändert, dass der Abstand  $x$  des Berührungspunktes vom Mittelpunkte der Scheibe stets der aufgewendeten Zug- oder Druckkraft  $P$  proportional ist; indem dann die Umdrehungszahl in einer gewissen Zeit proportional  $x\omega$  ist, ist sie auch proportional  $Pv$ .



In Figur 223 sind  $f_1$  und  $f_2$  die Querschnitte der horizontal liegend gedachten Federn eines Morin'schen Dynamometers, von welchen erstere  $f_1$  mit ihrer Fassung bei  $a$  an den eingeschalteten Wagen angehängt ist, während die andere von der bewegenden Kraft  $P$  angegriffen wird. Die Scheibe  $b$  wird mit ihrer Achse  $c$  in eine der Progressivgeschwindigkeit des Wagens proportionale Winkelgeschwindigkeit versetzt, z. B. vermittels einer Schnur,



welche mit Benutzung entsprechender Leitrollen über eine Schnurscheibe auf  $c$  und eine andere geführt ist, die auf einer der mit den Rädern fest verbundenen Wagenaxen sitzt. Macht dann  $c$  etwa  $m$  Umdrehungen bei einer Umdrehung der Wagenaxe und ist  $d$  der Durchmesser des Wagenrades, so ist für den Weg  $w$  des Wagens die Umdrehungszahl der Scheibe  $b$ :

$$n = m \frac{w}{\pi d} = \alpha w \text{ mit } \alpha = \frac{m}{\pi d} \dots \dots \dots (1).$$

Mit der Feder  $f_2$  ist ein die Frictionsrolle  $i$  enthaltendes Gehäuse durch einen etwas federnden Arm  $e$  verbunden, so dass die aus einem Schlitz im Boden des Gehäuses hervorragende Rolle sanft gegen  $b$  angedrückt wird. Die Axe von  $i$  ist parallel der Kraft  $P$  längs einem Radius von  $b$  gerichtet, und es sitzt  $i$  an einer solchen Stelle dieser Axe, dass für  $P=0$  auch  $x=0$ , also beständig  $x$  proportional  $P$ , nämlich nach §. 182, Gl. (1):

$$x = \beta P \text{ mit } \beta = \frac{8 l^3}{E b h^3} \dots \dots \dots (2)$$

ist, unter  $l$  die halbe Länge,  $b$  die Breite,  $h$  die grösste Dicke und unter  $E$  den Elasticitätsmodul der Federn verstanden. Nun ist, während der Wagen den Weg  $w$  durchläuft, die Umdrehungszahl  $u$  der Frictionsrolle  $i$ , deren Radius  $=r$  sei:

$$u = \frac{x}{r} n = \frac{\beta P}{r} \alpha w \text{ nach (1) und (2),}$$

und folglich die gesuchte Arbeit:

$$A = Pw = \frac{r}{\alpha \beta} u \dots \dots \dots (3).$$

Um  $A$  durch Multiplication mit dem ein für allemal bekannten Factor  $\frac{r}{\alpha \beta}$  zu finden, braucht also nur  $u$  gezählt zu werden, etwa mit Hilfe eines Zählwerkes von der durch Fig. 130, §. 130, angedeuteten Art, welches zugleich mit der Frictionsrolle  $i$  in demselben Gehäuse enthalten ist.

Der von dem englischen Mechaniker Bental besonders zu landwirthschaftlichen Zwecken vielfach ausgeführte Arbeitsmesser\* unterscheidet sich von dem vorbesprochenen durch die Anordnung der einzelnen

\* Rühlmann: Allgemeine Maschinenlehre, Bd. I, 2. Auflage, §. 46, Fig. 148—150.



Theile und dadurch, dass die Blattfedern durch eine kräftige Spiralfeder ersetzt sind; auch ist eine besondere Registrirvorrichtung für die jeweilige Grösse der Zugkraft  $P$  mit dem Instrumente verbunden.

Ein Uebel, woran alle diese Instrumente leiden, ist die Schwierigkeit, das zeitweilige Gleiten der Frictionsrolle mit Sicherheit zu vermeiden, eine Schwierigkeit, die um so grösser ist, je mehr sich das Instrument bei seinem Gebrauche unter dem störenden Einflusse von Erschütterungen befindet. Auch ist diese Rolle unvermeidlicher Abnutzung unterworfen; jedenfalls muss ihr Umfang von Zeit zu Zeit sorgfältig gemessen werden, um danach den Factor von  $u$  gemäss Gl. (3) zu corrigiren. —

Schliesslich mag noch gewisser Transmissionsdynamometer Erwähnung geschehen, welche zwar, auf dem Princip der elastischen Kuppelung beruhend, dadurch vor Allem zu totalisirender Messung, jedoch auch gleichzeitig mit Hilfe entsprechender Mechanismen zu augenblicklicher Ablesung geeignet sind. Dahin ist u. A. das Dynamometer von Schuckert zu rechnen, welches zwei auf derselben kurzen Welle dicht neben einander befindliche, am Umfange durch Schraubenfedern gekuppelte Riemscheiben besitzt, von welchen die eine als treibende Scheibe fest, die andere als getriebene (durch die Schraubenfedern von jener mitgenommene) lose auf der Welle ist. Letztere ist hohl und enthält in ihrer Höhlung eine Stange, die infolge der relativen Verdrehung der losen gegen die feste Scheibe um eine dieser Verdrehung und somit der Triebkraft proportionale Strecke mit Hilfe eines Schrauben- und Hebelmechanismus axial verschoben wird. Hiernach hatte es weiter keine Schwierigkeit, die stetige Folge dieser Verschiebungsgrössen nicht nur durch einen Schreibstift zu registriren, sondern auch auf einer Skala zu augenblicklicher Ablesung sichtbar zu machen.

Bemerkenswerth ist insbesondere auch das sogenannte Pandynamometer von Hirn,\* bekannt geworden durch die Weltausstellung in Wien vom Jahre 1867. Es zeichnet sich dadurch aus, dass es für Maschinen von jeder beliebigen Arbeitstärke, einerlei ob mit Riemen- oder Rädertransmission, gleicher Weise geeignet ist, indem es selbst durch die Triebkraft der Maschine nicht in Anspruch genommen wird, auch zu seiner Benutzung keinerlei Unterbrechung und sonstige vorbereitende

\* Le Pandynamomètre, appareil propre à déterminer le travail mécanique produit par un moteur ou consommé par une machine, par M. G. A. Hirn. Paris, 1867.



Aenderung der Transmission erfordert. Es beruht darauf, dass alle Maschinenteile unter dem Einflusse der auf sie wirkenden Kräfte gewissen Deformationen unterliegen, und benutzt insbesondere zur Messung des von einer Welle übertragenen Kraftmomentes an Stelle einer elastischen Kuppelung die durch dieses Moment verursachte Torsion eines möglichst langen Stückes  $A_1 A_2$  der mit einer gewissen (gleichzeitig zu messenden) Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotirenden Transmissionswelle. Um diese Torsion zu messen, dient eine dem Dynamometer von Batchelder, Fig. 219, ähnliche Vorrichtung, indem die Kegelräder  $R_1$  und  $R_2$  in entgegengesetzte Drehungen mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  versetzt werden durch fein getheilte Cylinderräder  $R', R''$ , welche, aus je zwei Hälften zusammenschraubbar, bei  $A_1$  und  $A_2$  auf der Welle befestigt werden und mit ihnen gleichen, bzw. mit  $R_1$  und  $R_2$  coaxial (in grösseren Entfernungen, als Fig. 219 zeigt) fest verbundenen Rädern  $S_1, S_2$  gepaart sind, und zwar  $R'$  mit  $S_1$  durch unmittelbaren Eingriff,  $R''$  und  $S_2$  vermittels eines Zwischenrades. Ein relativer Verdrehungswinkel  $\alpha$  der Wellenquerschnitte  $A_1, A_2$  verursacht dann eine ebenso grosse relative Verdrehung der Räder  $R_1, R_2$  und durch Vermittlung des Zwischenrades  $R,$

Fig. 219, den Neigungswinkel  $\frac{1}{2} \alpha$  des Hebels  $CD$  gegen die Lage, welche

ihm beim Leergange oder Ruhezustande der Maschine, also ohne Torsion der Welle  $A_1 A_2$  zukommt. Im Gegensatze zu dem früher besprochenen, durch Fig. 219 dargestellten Transmissionsdynamometer kann das Instrument in allen seinen Theilen sehr leicht construiert sein, da es nicht selbst die Betriebskraft zu übertragen hat; unwesentlich und nur die constructive Ausführung betreffend ist es, dass bei dem Pandynamometer von Hirn die Räderpaare  $R_1, S_1$  und  $R_2, S_2$  je auf getrennten coaxialen Wellen  $B_1, B_2$  sitzen, während zwischen ihnen der Hebel  $CD$  mit Körnerspitzen coaxial leicht drehbar angeordnet ist. Wesentlich ist aber die

Vergrösserung des stets nur sehr kleinen Neigungswinkels  $\frac{1}{2} \alpha$  des

Hebels  $CD$ ; herbeigeführt wird sie durch seine Verbindung mit einem zweiten Hebel, der am Ende einen in ein Zahnradchen eingreifenden Zahnsector trägt. Es ist einleuchtend, wie dann ebensowohl der vergrösserte Torsionswinkel an der Stellung eines mit dem Zahnradchen verbundenen Zeigers  $Z$  jederzeit beobachtet, als auch stetig registriert werden kann auf einer mit dem Zahnradchen verbundenen Papiertrommel  $T$  durch einen Schreibstift, der durch besonderen Mechanismus an dieser Trommel axial entlang geführt wird. Schliesslich bleibt nur übrig,



experimentell die Beziehung zwischen dem Torsionswinkel der Welle, bezw. dem grösseren Drehungswinkel des Zeigers  $Z$  oder der Trommel  $T$  und einem bekannten Kraftmomente zu ermitteln, welches das Wellenstück  $A_1 A_2$  auf Torsion in Anspruch nimmt, indem dazu die Welle, während sie ausser Zusammenhang mit der übrigen Transmission, aber mit dem Messinstrumente durch die Räder  $R', R''$  verbunden ist, dicht ausserhalb der letzteren an aufgeklemmten, entgegengesetzt horizontal gerichteten Hebeln belastet wird. In Betreff der Einzelheiten, die bei der Einrichtung und beim Gebrauch des Instrumentes zur Sicherung der Resultate zu beachten sind, muss hier auf oben genannte Quelle verwiesen werden, desgleichen in Betreff einer anderen Anordnung, bei welcher Hirn einen elektrischen Strom zur Messung des Torsionswinkels benutzt, einer Einrichtung, welcher er indessen selbst die oben beschriebene für den technischen Gebrauch vorzieht.

#### §. 190. Der Indicator.

Die Benutzung dieses Instrumentes zu totalisirender Arbeitsmessung, falls die bewegende Kraft oder der zu bewältigende Widerstand durch eine Flüssigkeit im weiteren Sinne des Wortes ausgeübt wird, ist in allen solchen Fällen so gleichartig, dass es genügt, hier zu grösserer Einfachheit des Ausdruckes seine hauptsächlichste Verwendung zu Grunde zu legen, nämlich zu graphischer Registrirung der Spannungen, welche im Cylinder einer Dampfmaschine bei den aufeinander folgenden Lagen des Kolbens oder auch anderer bewegter Maschinentheile, insbesondere der Steuerungsorgane stattfinden, um daraus auf die Arbeit des Dampfdruckes auf den Kolben pro Hub desselben und zugleich auf die regelrechte Beschaffenheit der Maschine, namentlich ihrer Steuerung zu schliessen. Es ist eine Erfindung von James Watt und hat ihm für die Vervollkommnung seiner Dampfmaschine wesentliche Dienste geleistet. Constructive Verbesserungen erfuhr der Indicator namentlich durch Hopkinson, Mac Naught, Combes, Garnier, Richards, Thompson und durch die Fabrikanten desselben, unter welchen vor Allen in Deutschland Schäffer & Budenberg in Buckau-Magdeburg, sowie Dreyer, Rosenkranz & Droop in Hannover zu nennen sind.

Die Einrichtung des Indicators ist im Wesentlichen folgende. In einem beiderseits offenen Hohlcylinder  $C$  von höchstens wenigen Centimetern Weite ist ein ungeliederter und möglichst leichter Kolben  $K$



mit so wenig Reibung beweglich, als es mit Rücksicht auf hinreichend dampfdichten Schluss erreicht werden kann. Auf der einen Seite des Kolbens, die zur Unterscheidung und der üblichen Lage beim Gebrauch entsprechend als obere bezeichnet sei, findet beständig atmosphärischer Druck statt, auf der andern, also unteren kann der Cylinder  $C$  durch einen Hahn entweder auch mit der Atmosphäre oder mit dem Cylinder- raume einer Dampfmaschine (am einen oder andern entsprechend dazu angebohrten Cylinderdeckel) in Communication gesetzt werden. Auf der obern Seite ist der Kolben  $K$  mit einer gleichfalls möglichst leichten Kolbenstange  $S$  und mit einer die letztere coaxial umgebenden Schraubensfeder  $F$  verbunden, die mit ihrem andern Ende am Cylinder  $C$  befestigt ist, bzw. an einem fest damit verbundenen und ihn umschliessenden weiteren Cylinder  $C'$ , durch dessen Deckel die Kolbenstange  $S$  oben geführt wird. Findet nun auf der unteren Seite ein vom Atmosphärendrucke verschiedener Dampfdruck auf den Kolben statt, so wird derselbe in  $C$  verschoben und die Feder entsprechend zusammengedrückt oder ausgedehnt um einen Betrag, der in einem experimentell zu ermittelnden Verhältnisse der specifischen Druckdifferenz unter- und oberhalb des Kolbens, ausgedrückt z. B. in Atmosphären oder in Kilogrammen pro Quadratcentimeter, proportional ist. Würde also die Kolbenstange  $S$  mit einem Zeiger verbunden, der auf eine entsprechend eingetheilte Skala weist, so wäre das Instrument ein Manometer zur Angabe der betreffenden Dampfspannung. In der That aber ist die Kolbenstange entweder unmittelbar oder mittelbar, nämlich vermittels eines die Kolbenbewegung in paralleler Richtung vergrößernden Hebelmechanismus mit einem Schreibstifte verbunden, der ein sogenanntes Diagramm, nämlich hier bei periodischer Wiederholung desselben Aenderungsgesetzes der Dampfspannung eine in sich zurücklaufende Curve auf einer mit Papier bespannten Fläche zeichnet, welche mit einer (sofern es sich um totalisirende Messung der Arbeitstärke handelt) der Kolbengeschwindigkeit der Dampfmaschine in jedem Augenblicke proportionalen Geschwindigkeit senkrecht gegen die Richtung der Indicator Kolbenstange hin und her bewegt wird. Bei dem ursprünglichen Watt'schen Indicator befand sich das Papierblatt auf einer ebenen Tafel, bei den heutigen Einrichtungen ist es leicht lösbar auf der Umfläche eines Cylinders festgeklemmt, der um einen mit dem Indicatoreylinder parallelen Dorn der Bewegung des Maschinenkolbens oder sonstigen Maschinentheils entsprechend hin und her gedreht wird, und zwar im einen Sinne durch eine mit dem betreffenden Maschinentheile verbundene und andererseits den Papiereylinder in einer Rinne



umschlingende Schnur, im umgekehrten Sinne durch eine zwischen Dorn und Papiercylinder eingefügte und die Schnur beständig gespannt erhaltende Spiralfeder. Die Drehung beträgt im Maximum etwas weniger, als  $360^\circ$ , da die Festhaltung des Papiers einen Theil des Umfanges in Anspruch nimmt.

Es bedarf keiner näheren Erläuterung, wie das erhaltene sogenannte Kolbendiagramm, entsprechend dem Anschlusse der Schnur an einen wie der Maschinenkolben beweglichen Maschinentheil, mit Hülfe der Skala, die der benutzten Feder entspricht, dazu dienen kann, um (zunächst für die Seite des Cylinders, mit welcher das Instrument verbunden wurde) nicht nur die jeder Kolbenstellung entsprechende Dampfspannung zu finden, sondern auch vermittels der Methoden zur Inhaltsbestimmung irgend einer ebenen Fläche die mittlere Spannung hinter und vor dem Kolben und folglich auch die sogenannte indicirte Arbeitstärke, sofern die wirksame Fläche und der Hub des Dampfkolbens bekannt sind und die Hubzahl pro Zeiteinheit gleichzeitig beobachtet wird.

Von den verschiedenen Constructionen des Indicators, hinsichtlich deren Einzelheiten hier auf die betreffenden Specialschriften\* verwiesen werden muss, hat z. Z. vorzugsweise der Indicator von Richards die ausgedehnteste Anwendung gefunden. Von älteren Constructionen, z. B. von dem früher sehr verbreiteten Indicator von Mac Naught unterscheidet er sich vor Allem durch die viel geringere Länge der Schraubenfeder, die bei ihm durch einen Ueberdruck auf die untere Kolbenfläche nicht ausgedehnt, wie dort, sondern zusammengedrückt wird, und durch grösseren Durchmesser bei (der kürzeren Feder entsprechend) kleinerem Hub des Kolbens, der deshalb nicht mehr unmittelbar, sondern vermittels eines leichten Geradföhrungs-Hebelmechanismus auf den Schreib-

\* Benutzt sind hier namentlich folgende:

Der Indicator. Anleitung zum Gebrauch desselben bei der Prüfung von Dampfmaschinen und zur Ermittlung des Kraftbedarfs von Arbeitsmaschinen; von J. Völckers. Zweite Auflage, 1878, bearbeitet von R. Ziebarth.

Der Indicator und seine Anwendung mit specieller Beziehung auf den Indicator nach Richards. Von P. H. Rosenkranz. Dritte Auflage, 1879.

Vergleichende Bemerkungen über Indicatoren im Allgemeinen und über Neuerungen an Indicatoren von Dreyer, Rosenkranz & Droop in Hannover. Von P. H. Rosenkranz. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrgang 1881, S. 170.

Ueber Indicatoren und deren Verwendung bei Prüfung von Dampf- und Arbeitsmaschinen. Von Schäffer & Budenberg, 1882.



stift übertragen wird. Wenn auch durch diesen Mechanismus und durch den grösseren Kolben (etwa 20<sup>mm</sup> Durchmesser gegenüber 10<sup>mm</sup> bei Mac Naught für den Fall eines Dampfmaschinen-Indicators) die Ersparniss an Masse der hin und her gehenden Theile, die durch die kürzere Feder und Kolbenstange erzielt werden, nahe aufgewogen sein mag, so wird doch durch den viel kleineren Hub, und zwar hier im quadratischen Verhältnisse die lebendige Kraft verkleinert, die der hin und her gehenden Masse in periodischer Wiederholung ertheilt werden muss und durch welche besonders die störende gewellte und selbst stellenweise zackige Form mancher Indicatorcurven verursacht wird. Aus demselben Grunde pflegen mehrere ungleich kräftige Federn demselben Instrument beigegeben zu sein, und hat man sich einer um so stärkeren, den Hub um so mehr verkürzenden Feder zu bedienen, je schneller der Gang der zu indicirenden Maschine ist und je plötzlicher die Aenderungen der Dampfspannung bei ihr stattfinden. Die Vergrößerung des Indicatorkolbens vergrössert zwar den Absolutwerth seiner Reibung unter sonst gleichen Umständen im Verhältnisse seines Durchmessers; weil aber der Dampfdruck auf den Kolben im quadratischen Verhältnisse seines Durchmessers steht, ist die verhältnissmässige Grösse der Reibung dem Durchmesser umgekehrt proportional.

Trotz jener Verbesserungen sind mit dem nach Richards construirten Indicator höchstens bis zu der Tourenzahl 300 pro Minute brauchbare Diagramme zu erhalten, und auch das nur dann, wenn die Dampfmaschine, wie bei Locomotiven, mit erheblicher Compression des Vorderdampfes, also sehr allmählicher Zunahme der Spannung bis zu ihrem Maximum arbeitet. Eine Verwendbarkeit bis zu etwa 450 Touren pro Minute ist durch den Indicator von Thompson erzielt worden, bei welchem sich, übrigens ohne principielle Constructionsänderung, die auf den Indicatorkolben reducirte Masse der beweglichen Theile noch mehr beschränkt findet besonders dadurch, dass die Kolbenstange bis zu kleinstmöglicher Wandstärke hohl gedreht und eine andere Art von hubvergrößernder Geradföhrung benutzt, nämlich der Lemniscoidenlenker des Indicators von Richards durch einen sogenannten angenäherten Ellipsenlenker ersetzt worden ist, wobei der Bleistift nicht in der Mitte, sondern am Ende des somit nur etwa halb so ausgedehnten Hebelmechanismus sitzt. Auch wurde (abgesehen von noch anderen, mehr untergeordneten Verbesserungen) die Weite des Dampfzuleitungsrohrs zum Indicatorcylinder, also auch die entsprechende Bohrung des darin befindlichen Hahns von etwa 8 zu 13 Millimeter vergrössert, um die Spannungsänderungen unter



dem Indicator Kolben denselben im Maschinencylinder mit möglichst wenig Widerstand und Zeitverlust folgen lassen zu können.

Was die Schreibstiftführung betrifft, so ist es übrigens nur zu billigen, wenn Dreyer, Rosenkranz & Droop den angenäherten Ellipsenlenker des Indicators von Thompson als genaueren Kreislenker gestaltet haben. Zur Erklärung sei daran erinnert (§. 12), dass, wenn eine Strecke mit ihren Endpunkten in den Schenkeln eines Winkels geführt wird, jeder mit der Strecke in der Winkelebene fest verbundene Punkt eine Ellipse beschreibt. Ist insbesondere der Winkel ein rechter  $aob = a'ob$ ,

Fig. 224.

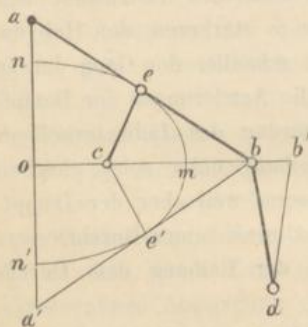


Fig. 224, und der beschreibende Punkt  $e$  in der Strecke  $ab$  selbst gelegen, so fallen die Hauptaxen der elliptischen Bahn  $nmn'$  in die Schenkel des Winkels und sind ihre Halbaxen = den Entfernungen des beschreibenden Punktes von den Endpunkten der Strecke:  $om = ae$  und  $on = be$ . Wird also umgekehrt die geradlinige Führung des Punktes  $a$  durch die elliptische Führung des Punktes  $e$  ersetzt, während  $b$  in der Geraden  $ob$  beweglich bleibt, so muss sich  $a$  in der Geraden  $aa'$  bewegen. Ist dabei, unter  $a$  und  $a'$  die von  $o$  gleich weit entfernten Grenzlagen dieses Punktes verstanden, der Winkel  $aba'$  von nur mässiger Grösse, so kann der entsprechende elliptische Führungsbogen  $eme'$  näherungsweise durch einen Kreisbogen ersetzt werden, dessen Mittelpunkt  $c$  in  $ob$  so liegt, dass  $ce = cm = ce'$  ist; noch weniger störend ist der Ersatz der geradlinigen Bahn  $bb'$  des Punktes  $b$  durch einen Kreisbogen von genügend grossem Radius  $db = db'$ . Hierauf beruht die Schreibstiftführung des Thompson'schen Indicators, indem der Lenker  $ab$  mit seinem Schreibstifte  $a$  theils durch den um  $c$  schwingenden Gegenlenker  $ce$ , theils durch die um  $d$  schwingende Stütze  $db$  geführt wird und das Gestell, in welchem die Drehaxen  $c, d$  gelagert sind, coaxial um den Indicatorcylinder drehbar gemacht ist, um den Schreibstift in und ausser Berührung mit dem Papiercylinder bringen zu können. Damit hierbei der Indicator Kolben nicht mitgedreht zu werden braucht, ist das feine Glied, durch welches er mit dem Lenker  $ab$  an einer zwischen  $b$  und  $e$  liegenden Stelle gelenkig verbunden ist, mit ihm selbst bzw. mit seiner Kolbenstange durch ein Kugelgelenk gepaart. Die von Dreyer, Rosenkranz & Droop getroffene Wahl der Verhältnisse beruht nun einfach darauf, dass, wenn

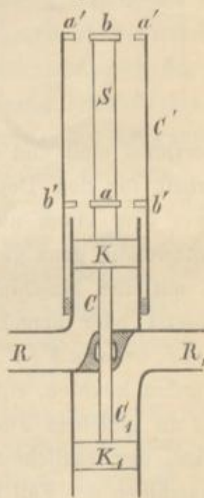


$e$  der Mittelpunkt von  $ab$  ist, die Ellipse in einen Kreis mit dem Mittelpunkte  $o$  und Radius  $oe = ae = be$  übergeht, der somit genau realisierbar ist durch einen Gegenlenker  $oe$ , dessen Nachtheil etwas grösserer Länge durch den Vortheil genauerer Geradföhrung des Schreibstiftes reichlich aufgewogen wird.

Des Indicators von Ashton & Storey, durch welchen die während einer beliebigen Beobachtungszeit geleistete Arbeit mit Hülfe einer Planimeterscheibe mit Frictionsrädchen analog Fig. 223 registriert werden soll, sei hier nur nebenbei gedacht, da er der für den gewöhnlichen Gebrauch wünschenswerthen Einfachheit und Billigkeit ermangelt und es auch mindestens noch zweifelhaft erscheint, ob nicht jener Vortheil dauernder Registrirung durch die mit solcher Complication verbundenen neuen Fehlerquellen zu theuer erkauft wird. Eine nähere Besprechung verdienende Neuerung ist aber der Doppel-Indicator von Schäffer & Budenberg. Demselben liegt die Erwägung zu Grunde, dass das Diagramm eines gewöhnlichen Indicators zunächst nur ein Bild der Spannungsverhältnisse auf einer Seite des Dampfmaschineneylinders darbietet, und dass es zur Gewinnung eines zutreffenden Urtheils über das Aenderungsgesetz des resultirenden Dampfdruckes auf den Maschinenkolben streng genommen nöthig ist, mit zwei Indicators gleichzeitig von

beiden Cylinderseiten Diagramme zu entnehmen, um dann die Hinterdampfdrucklinie der einen Seite mit der gleichzeitig beschriebenen Vorderdampfdrucklinie der andern und umgekehrt zu combiniren. Durch den Doppel-Indicator wird diese Operation vollkommener und ohne Mühe automatisch ausgeführt. Während er im Uebrigen ebenso wie ein Thompson'scher Indicator beschaffen ist, enthält er zwei durch eine Scheidewand getrennte, durch Canäle  $R, R_1$ , Fig. 225, mit der einen und andern Cylinderseite in Communication zu setzende Cylinder  $C, C_1$ , deren Kolben  $K, K_1$  durch eine jene Scheidewand dampfdicht durchdringende leichte Stange verbunden sind. Die hohle Kolbenstange  $S$  oberhalb  $K$ , die in üblicher Weise durch ein Kugelgelenk mit dem Geradföhrungsmechanismus des Schreibstiftes verbunden ist, hat zwei Vorsprünge  $a, b$  entsprechend den Vorsprüngen  $a', b'$  des mit  $C$  fest verbundenen Hohlcyllinders  $C'$ . und zwischen diese Vorsprünge passt bei der durch Fig. 225 angedeuteten

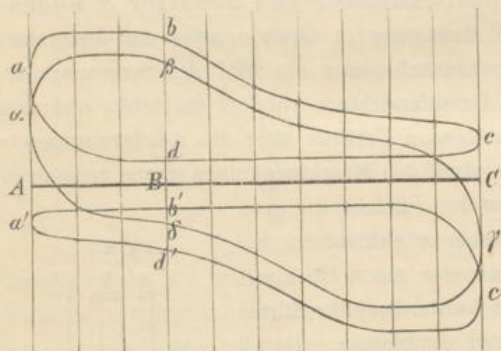
Fig. 225.





mittleren Lage, nämlich bei beiderseitig atmosphärischem Druck auf jeden der Kolben  $K, K_1$  die Schraubenfeder mit ihren Endfassungen im spannungslosen Zustande gerade hinein. Wenn aber  $C$  durch  $R$  mit der einen und  $C_1$  durch  $R_1$  mit der andern Seite des Maschinencylinders communicirt, so hat, während oberhalb  $K$  und unterhalb  $K_1$  nach wie vor atmosphärischer Druck herrscht, ein Ueberschuss des Dampfdruckes auf die untere Fläche von  $K$  über denselben auf die obere Fläche von  $K_1$  ebensowohl Zusammendrückung der Feder, zur Folge, wie ein Ueberdruck im umgekehrten Sinne; im einen Falle wird sie durch den aufwärts gehenden Vorsprung  $a$  gegen den festen Vorsprung  $a'$ , im andern durch den abwärts gehenden Vorsprung  $b$  gegen  $b'$  gedrückt. Bei einem Doppelhube des Maschinenkolbens zeichnet dann der Schreibstift des Indicators eine geschlossene

Fig. 226.



Curve  $\alpha\beta\gamma\delta\alpha$ , Fig. 226, deren von der Geraden  $AC$  aus (der Bahn des Schreibstiftes bei Communication von  $R$  und  $R_1$  mit der Atmosphäre) auf- und abwärts sich erstreckende Ordinaten, wie z. B.  $B\beta$  und  $B\delta$ , den betreffenden Dampfüberdrucken im einen und andern Sinne proportional sind und deren ganze umgrenzte Fläche die ganze Dampfdruckarbeit für den Doppelhub darstellt, getheilt durch die Gerade  $AC$  in zwei dem einen und dem andern einfachen Hube entsprechende, nicht nothwendig ganz gleiche Theile. Wird durch die betreffenden Hähne nur  $R$  mit dem Maschinencylinder,  $R_1$  mit der Atmosphäre in Communication gesetzt oder umgekehrt, so ergeben sich die gewöhnlichen Diagramme  $abcd$ , bezw.  $a'b'c'd'$ , aus denen, wenn sie gleichzeitig getrennt beschrieben werden könnten,  $\alpha\beta\gamma\delta$ , dadurch zu erhalten wäre, dass für alle Ordinaten  $b\beta$  in gleichem Sinne  $= Bb'$ ,  $d'\delta$  in gleichem Sinne  $= Bd$  gemacht wird; der fragliche Sinn wird umgekehrt, wenn, wie es bei Condensationsmaschinen der Fall ist, die atmosphärische Linie  $AC$  die Einzeldiagramme  $abcd$ ,  $a'b'c'd'$  schneidet. Ein Vorzug des Doppel-Indicators liegt auch darin, dass, während die Einzeldiagramme bezüglich ihrer Lagen gegen die atmosphärische Linie durch eine Aenderung des Atmosphärendruckes

proportional sind und deren ganze umgrenzte Fläche die ganze Dampfdruckarbeit für den Doppelhub darstellt, getheilt durch die Gerade  $AC$  in zwei dem einen und dem andern einfachen Hube entsprechende, nicht nothwendig ganz gleiche Theile. Wird durch die betreffenden Hähne nur  $R$  mit dem Maschinencylinder,  $R_1$  mit der Atmosphäre in Communication gesetzt oder umgekehrt, so ergeben sich die gewöhnlichen Diagramme  $abcd$ , bezw.  $a'b'c'd'$ , aus denen, wenn sie gleichzeitig getrennt beschrieben werden könnten,  $\alpha\beta\gamma\delta$ , dadurch zu erhalten wäre, dass für alle Ordinaten  $b\beta$  in gleichem Sinne  $= Bb'$ ,  $d'\delta$  in gleichem Sinne  $= Bd$  gemacht wird; der fragliche Sinn wird umgekehrt, wenn, wie es bei Condensationsmaschinen der Fall ist, die atmosphärische Linie  $AC$  die Einzeldiagramme  $abcd$ ,  $a'b'c'd'$  schneidet. Ein Vorzug des Doppel-Indicators liegt auch darin, dass, während die Einzeldiagramme bezüglich ihrer Lagen gegen die atmosphärische Linie durch eine Aenderung des Atmosphärendruckes



verschoben werden, das Diagramm  $\alpha\beta\gamma\delta$  vom Barometerstande unabhängig ist. —

Ausser auf die besprochenen mehr oder weniger principiellen Einrichtungen hat sich die Beurtheilung und Prüfung eines Indicators auf manche Einzelheiten der Ausführung zu erstrecken, die für die Zuverlässigkeit der Resultate von Wichtigkeit sind. Vor Allem wichtig ist natürlich die Beschaffenheit der betreffenden Schraubenfeder und die Richtigkeit der jeder Feder beizugebenden Skala. Mit Rücksicht auf die Abhängigkeit der Dimensionen und des Verhaltens einer Feder von ihrer Temperatur sollte sie vor Allem bei der Herstellung ihrer Skala möglichst in eine solche Temperatur versetzt werden, der sie später beim Gebrauch des Instruments im Mittel voraussichtlich auszusetzen sein wird. Uebrigens herrschen verschiedene Ansichten darüber, ob es vorzuziehen sei, die Skala vollständig empirisch oder (nach empirischer Bestimmung eines der Maximalbelastung entsprechenden Theilstriches) gleichmässig einzutheilen, letzteren Falles nur unter Ausscheidung solcher Federn, die in Betreff der Proportionalität von Druck und Längenänderung übergrosse Abweichungen erkennen lassen, ferner darüber, ob die Prüfung besser durch directe Gewichtsbelastung der isolirten Feder, oder ob sie im Indicator selbst durch Dampf-, Luft- oder Wasserdruck (je nach der Bestimmung des Instruments) und Vergleichung mit einem Manometer zu geschehen hat. Ersteres Verfahren vermeidet die Unsicherheit, welche bei Aenderungen des Drucks auf den ruhenden Indicator Kolben durch ruckweise Bewegung desselben veranlasst werden kann, letzteres trägt aber den Besonderheiten und Mängeln jedes Instrumentes Rechnung, insbesondere auch kleinen Verschiedenheiten der Kolbendurchmesser.

Die Reibung des Indicator Kolbens wird daran erkannt, dass er aus verschiedenen Gleichgewichtslagen mit der Hand wiederholt gewaltsam entfernt und zugesehen wird, mit welcher Annäherung er, bezw. der Schreibstift jedesmal in die Anfangslage zurückkehrt. Ebenso schädlich, wie die Reibung, ist die Adhäsion des Kolbens an der Cylinderwand, und soll er deshalb nicht geölt sein.

Auf die Wichtigkeit passender Weite der Hahnbohrung und des Dampfzuleitungsrohres wurde schon hingewiesen; sie darf im Verhältniss zum Durchmesser des Indicator Kolbens und mit Rücksicht auf die Schnelligkeit seiner Bewegung nicht so klein sein, dass dadurch eine merkliche Spannungsdifferenz zwischen Maschinen- und Indicatorcylinder bedingt wird.

Dass der Papiercylinder gut centrirt und seine Drehungs-



axe mit der Axe des Indicatorcylinders parallel ist, wird an der ununterbrochen gleichmässigen Stärke der vom Schreibstifte verzeichneten Diagramme oder durch besondere Vorversuche erkannt. Seine Spiralfeder muss stark genug angespannt sein, um den Papiercylinder ohne erhebliche Nacheilung gegen die Schnur zurückgehen zu lassen, nachdem er durch diese im entgegengesetzten Sinne gedreht worden war; sie muss auch lang genug sein, damit bei der Drehung eine verhältnissmässig nur kleine Spannungsdifferenz und somit eine nur wenig veränderliche Dehnung der Schnur stattfindet.

Die Beschaffenheit der Schnur, die den Papiercylinder mit der zu prüfenden Maschine verbindet, ist um so wichtiger, je länger sie sein muss. Wegen der veränderlichen Spannung der Spiralfeder und der in periodisch wechselndem Sinne auftretenden Reibung des Papiercylinders soll sie möglichst wenig elastisch sein. Nach Völckers ist eine hanfene sogenannte Lothschnur am geeignetsten, wenn sie wochenlang durch ein angehängtes Gewicht von etwa 3 Kgr. gelängt, dann gefirnisst und in diesem Belastungszustande trocken gelassen wurde. In nassen Räumen empfiehlt sich auch die Anwendung eines feinen Messingdrahtes statt der Hanfschnur.

Während meistens die Schnur aus zwei bezw. an der Maschine und in der Schnurrinne des Papiercylinders befestigten Theilen besteht, die zu Beginn und zu Ende eines Versuches durch Haken verbunden bezw. getrennt werden, ist auch diese lästige Operation durch besondere Einrichtungen zu vermeiden; bemerkenswerth in dieser Hinsicht ist eine von Staněk in Prag angegebene Anordnung des Papiercylinders, wodurch dieser beim Abheben des Schreibstiftes arretirt und von einer ihn tragenden Hülse gelöst wird, welche, durch die gespannte Schnur und eine Spiralfeder beständig in schwingender Bewegung erhalten, ohne jene Arretirung den Papiercylinder mitnimmt.\*

Als Schreibstift pflegt z. Z. ein Metallstift (von Rothguss oder Silber) verwendet zu werden, der auf besonders präparirtem Papier, sogenanntem metallic-paper, die Diagramme zeichnet.

In Betreff der Art und Weise, wie die Schnurlänge durch eine Art von einfacher Schieberschnalle (ein mit Löchern versehenes Plättchen) regulirt, das Papier auf dem betreffenden Cylinder befestigt, die Hubreduction vom einen zum andern Ende der Schnur durch passend ein-

\* Siehe den oben angeführten Aufsatz von Rosenkranz in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1881, S. 176.



geschaltete Hebel oder Reductionsrollen bewirkt werden kann, sowie in Betreff anderer beim Gebrauch des Indicators und behufs seiner Instandhaltung zu nehmender Rücksichten sei auf die bereits erwähnten Specialschriften hier verwiesen. Auf seine besonderen Anwendungen, namentlich zur Prüfung von Dampfmaschinen, wird an späteren Stellen dieses Werkes zurückzukommen sein. —

Trotz aller Verbesserungen seiner Construction und grösstmöglicher Sorgfalt bei seinem Gebrauche bleibt der Indicator mit gewissen Ungenauigkeiten behaftet, die besonders von Prof. Berndt in Chemnitz durch ausgedehnte Versuche näher bestimmt worden sind.\* Sie bezogen sich zunächst auf das Verhalten von Schraubenfedern im isolirten Zustande, und zwar 9 Federn von 5 Richards-Indicatoren, einer von einem Ashton-Storey-Indicator. Bei letzterem communicirt der Indicatorcylinder von  $1\frac{1}{2}$  Zoll engl. (38 Millimeter) Durchmesser einerseits mit der einen, andererseits mit der andern Seite des Dampfmaschineneylinders, so dass die Feder abwechselnd um gleich viel zusammengedrückt und ausgedehnt wird, während die Feder eines Richards-Indicators vorwiegend zusammengedrückt, nur bei Condensationsmaschinen in geringerem Betrage auch ausgedehnt wird. Die Federn wurden kalt und warm (unter Einwirkung eines Dampfstrahls, in welchem ein Thermometer  $90^{\circ}$  C. zeigte) probirt. Die Ergebnisse waren folgende.

1. Als die Richards-Federn bis zur Maximalgrenze zusammengedrückt und wieder entlastet wurden, behielten die kalten Federn eine Zusammenrückung von 0,01 bis 0,38 Millim., die warmen eine solche von 0,14 bis 0,72 Millim. Bei der Ashton-Feder war die bleibende Längenänderung 0,10 oder 0,19 Millim., jenachdem sie kalt bis zur maximalen Grenze zusammengedrückt oder ausgedehnt worden war. Zur Wiederherstellung der ursprünglichen Länge der zusammengedrückt gewesenen Federn genügte eine Dehnung um den einer Atmosphäre entsprechenden Betrag (ähnlich dem Vorgange bei Condensationsmaschinen und Richards-Indicatoren) in der Regel nicht, nie bei den warm zusammengedrückten Federn. Auch im Verlauf mehrerer Tage nahm die der entlasteten Feder verbliebene Längenänderung in der Regel nicht merklich ab, wenigstens nicht mehr, als überhaupt die unbelasteten Federn auch ohne nachweisbare Ursache zu verschiedenen Zeiten sich verschieden lang zeigten.

2. Wenn die durch ruhige Belastung deformirten Federn in Schwing-

\* Ueber die Genauigkeit der Indicatorgramme. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1875, S. 1 u. ff.



ung versetzt wurden, so kamen sie bei etwas grösserer Deformation zur Ruhe. Bei den warm geprüften Richards-Federn betrug unter solchen Umständen die Zunahme der Zusammendrückung durch die Schwingung bis 0,65 Millim., bei der kalt geprüften Ashton-Feder die Zunahme der Zusammendrückung bis 0,26 Millim., die der Ausdehnung bis 0,40 Millim.

3. Die spezifische Deformation (Zusammendrückung oder Ausdehnung pro 1 Kgr. der Belastung) ist von der Grösse der Belastung merklich abhängig. Die Zusammendrückung pro 1 Kgr. ist bei kalten Federn meistens um so kleiner, je grösser die Belastung, doch kehrte sich durch Erwärmung dieses Verhalten theilweise um. Die Ausdehnung der kalt geprüften Ashton-Feder pro 1 Kgr. nahm mit der Grösse der Belastung zu. Die durchschnittliche Abweichung der spezifischen Zusammendrückung vom Mittelwerthe derselben betrug bei den verschiedenen Richards-Federn 1,4 bis 7,9 % im kalten, 1,4 bis 6,2 % im warmen Zustande, so dass die Wärme das Verhalten der Federn in dieser Beziehung etwas verbessert. Bei der Ashton-Feder waren die Abweichungen kleiner.

Uebrigens pflegt bei der Anfertigung der gleichmässig getheilten, d. h. eine constante spezifische Deformation voraussetzenden Skalen als diese spezifische Deformation nicht eine mittlere, sondern die der Maximalbelastung entsprechende gewählt zu werden, und ist es dann namentlich von Interesse, den dadurch verursachten Fehler der Flächenbestimmung eines Indicatorgramms zu kennen. Derselbe wurde von Berndt ermittelt für die warmen Richards-Federn und für Maschinen ohne Condensation

bei 0,5 Füllungsgrad bis zu 2,3 %

bei 0,3 Füllungsgrad bis zu 2,7 %.

Dabei ist vorausgesetzt, dass auch der Skala die Zusammendrückung der warmen Feder bei grösster Belastung zu Grunde liegt. Wird aber, wie es häufig geschieht, diese der Skala zu Grunde gelegte Probelastung im kalten Zustande der Feder vorgenommen, so geht daraus ein noch grösserer wahrscheinlicher Fehler hervor; denn es ergab sich der Ueberschuss der Maximalzusammendrückung der warmen über die der kalten Federn = 1,2 bis 5,9 %. Diese Erfahrungen sprechen für vollständig empirische Theilung der Skalen, während die Federn möglichst in ihrer durchschnittlichen Gebrauchstemperatur sich befinden.

4. Die bisher erwähnten Beobachtungen bezogen sich auf die isolirten Federn. Zur Untersuchung des Einflusses der Umstände, unter welchen sie sich im Indicator bei dessen Gebrauch befinden, wurden die Indicatoren mit Dampfkesseln in Verbindung gebracht, worin gleichzeitig



die Dampfspannungen durch sorgfältig controlirte Manometer gemessen wurden.

Zur Prüfung des Einflusses der Reibung und Adhäsion des Indicatorkolbens im Cylinder wurde zunächst bei beiderseitigem Atmosphärendrucke auf den Kolben der Stand des Schreibstiftes wiederholt beobachtet, nachdem der Kolben zuvor im einen oder im andern Sinne etwas aus der Gleichgewichtslage entfernt und zurückgefedert war. Die grösste Abweichung vom mittleren Stande betrug dann im Durchschnitt 0,3 Millim., wuchs aber auf durchschnittlich 1,1 Millim., als die Proben mit durch Einwirkung von Dampf genässten Indicatorkolben wiederholt wurden. Auch die mittleren (normalen) Stände waren in beiden Fällen nicht ganz gleich, sondern differirten um durchschnittlich 0,4 Millimeter.

Der Einfluss der Dampfdurchlässigkeit des Indicatorkolbens musste sich durch eine Verminderung des Dampfüberdruckes auf denselben, also dadurch zu erkennen geben, dass die mittlere Zusammendrückung der Feder des mit dem Dampfkessel verbundenen Indicators, nachdem zur Beseitigung des Einflusses von Reibung und Adhäsion der Kolben in beiderlei Sinn zuvor abgelenkt war, weniger beträgt, als die Zusammendrückung der freien Feder durch eine der Kesselspannung entsprechende Belastung. In der That war dieser Unterschied sehr merklich und betrug im Durchschnitt 6%. Er spricht vorzugsweise gegen die Herstellung der Skala durch Gewichtsbelastung der isolirten Feder.

Der Einfluss der Reibung des Schreibstiftes auf den Stand desselben wurde zu 0,25 bis 0,4 Millim. ermittelt, jenachdem er schwächer oder stärker angedrückt war.

5. Wie die Ordinaten des Diagramms infolge verschiedener Ursachen nicht genau den Drucken, so sind seine Abscissen nicht genau den Wegen des Dampfkolbens proportional infolge der Dehnbarkeit der zur Bewegung des Papiercylinders dienenden Schnüre und der durch Leitrollen, Reductionsrollen und dergleichen Einschaltungen vermehrten Widerstände. Da die Dehnungen der Schnüre bei ihrer ungleichförmigen Bewegung an verschiedenen Stellen nicht gleich sind, ist ihre Prüfung im Ruhezustande, wie sie schon Völekers ausgeführt hatte, nicht ausreichend. Prof. Dr. Weinhold\* verband den Papiercylinder des Indicators vermittels der Schnur mit einer durch eine Kurbel hin- und herbewegten,

\* Experimentelle Untersuchungen über die Genauigkeit der Indicator-diagramme. Von Prof. Berndt. Programm der Kgl. höhern Gewerbschule, Baugewerken- und Werkmeisterschule zu Chemnitz, Ostern 1875.



die Kolbenstange der Dampfmaschine repräsentirenden Schiene und spannte diese ebenso wie den Papiercylinder mit feinem Seidenpapier, durch welches er nach Eintritt eines Beharrungszustandes in kleinen Intervallen gleichzeitig elektrische Funken hindurchschlagen liess, um so nach Reduction der betreffenden Punktreihen auf gleiche Gesamtlänge die Unterschiede gleichzeitiger Theilwege zu erkennen. Indem dabei als Schnüre theils ungelängte, neu- oder altgelängte Hanfschnüre, trocken oder feucht, theils Darmsaiten, Seidenschnüre oder dünne Messingdrähte benutzt wurden, mit oder ohne Einschaltung von Leit- oder Reductionsrollen, ergab sich bei Schnurlängen von 1,3 bis 3,2 Meter und bei ungefähr 60 Kurbelumdrehungen pro Minute, dass im Durchschnitt während der ersten 78 % eines einfachen Hubes der Papiercylinder hinter der Schiene zurückblieb, während der übrigen 22 % ihr voreilte.

Der Einfluss, den die entsprechende Verschiebung der Ordinaten auf die Fläche des Diagramms ausübt, wurde graphisch ermittelt, und zwar für nach dem Mariotte'schen Gesetz mit 0,5 und 0,3 Füllung construirte ideale Diagramme, deren untere Begrenzung mit der atmosphärischen Linie zusammenfiel, während die der Maximalspannung entsprechende Höhe = 100 Millimeter angenommen wurde. Indem dabei die Abscissen zunächst den Theilwegen der durch die Kurbel bewegten Schiene (den Kolbenwegen der Maschine), dann aber mit Uebertragung derselben Ordinaten den gleichzeitigen Theilwegen des Papiercylinders entsprechend angenommen wurden, ergaben sich je zwei Diagramme von gleichen Gesamtlängen und Höhen, von deren Flächen sich die des zweiten, also des wegen fehlerhafter Bewegungsübertragung auf den Papiercylinder etwas verzerrten Diagramms gegenüber dem ersten um durchschnittlich 1,1 % zu klein ergab, nämlich um 0,7 % bei 0,5 Füllung und 1,5 % bei 0,3 Füllung, im einen und im andern Falle etwas mehr zu klein, wenn die hier massgebende obere oder Hinterdampfdrucklinie des Diagramms mit abnehmender, als wenn sie mit zunehmender Spannung der Spiralfeder des Papiercylinders beschrieben wird. Unter gewöhnlichen Umständen ist hiernach der durch die Schnur verursachte Fehler nicht erheblich; besonders die Messingdrähte wurden als sehr zuverlässig befunden. Wesentlich grösser kann aber der Fehler durch die Einschaltung von Leit- und Reductionsrollen werden, noch mehr bis = 5 % und darüber durch die Benutzung von Seidenschnüren und von nassen Hanfschnüren. Auch bleibt es ungewiss, ob und wie bei viel grösserer Tourenzahl, als 60, der Fehler etwa als abhängig von derselben sich ergeben mag.



6. Weitere Versuche von Prof. Berndt\* betrafen die Genauigkeit der Planimeterangabe und der Frictionsschienenbewegung des Ashton-Storey-Indicators. Dabei wurden zwar die Angaben des Planimeters, insoweit sie durch einen etwaigen Mangel rein rollender Bewegung der Frictionsrolle auf der Planimeterscheibe fehlerhaft werden können, über Erwarten bis auf 0,1 % genau gefunden; dagegen ergab sich der Fehler der Bewegungsübertragung vom Dampfmaschinenkolben auf die Planimeterscheibe vermittels einer von der Kurbelstange hin- und herbewegten Frictionsschiene mit zugehöriger Rolle wenigstens = 2 %. In dieser Hinsicht würde einstweilen nur die Uebertragung mit Hülfe einer stark ansteigenden Schraube empfehlenswerth erscheinen, wenn sie nicht für die gewöhnlichen Fälle vorübergehender Benutzung des Instruments zu kostspielig wäre.

---

\* Siehe das angeführte Programm von Ostern 1875.



