Theoretische Maschinenlehre

in 4 Bänden

Theorie der Getriebe und der mechanischen Messinstrumente

Grashof, Franz

Leipzig, 1883

A. Instrumente zum Zählen und Rechnen

urn:nbn:de:bsz:31-282938

oder sogenannten lebendigen Kraft. Die zur Messung mechanischer Arbeiten dienenden verschiedenartigen Instrumente pflegen je nach ihrer Art und besonderen Bestimmung mit verschiedenen Specialnamen bezeichnet zu werden (Prony'scher Zaum, Indikator u. s. w.).

Die Vergleichung einer Arbeit mit der Zeit, in welcher sie geleistet wird, führt zum Begriffe der Arbeitstärke = der in der Zeiteinheit geleisteten Arbeit, oder auch = einem in der Zeiteinheit dadurch verursachten Zuwachs an Bewegungsenergie. Ihre gewöhnliche Einheit ist das Secundenmeterkilogramm oder Meterkilogramm pro Secunde. Zur Vermeidung unbequem grosser Maasszahlen ist jedoch auch die Pferdestärke als eine 75 mal so grosse Einheit in Gebrauch. Die Messung einer Arbeitstärke ist das Ergebniss gleichzeitiger Arbeits- und Zeitmessung durch die dazu dienenden Instrumente. —

Die Benutzung der nach vorstehenden Bemerkungen im Folgenden zu besprechenden Instrumente zur Messung von geometrischen Grössen, Zeiten, Geschwindigkeiten, Massen, Kräften und mechanischen Arbeiten erfordert vielfach die Zählung und Registrirung der Umdrehungen einer Welle, Schwingungen oder Hübe eines hin- und hergehenden Körpers u. s. w. in einer gewissen Zeit, und ist es deshalb angemessen, die dazu dienenden Zählwerke vorab im Zusammenhange kurz zu besprechen. Instrumente zum Rechnen schliessen sich daran naturgemäss an, sofern das Rechnen als ein gesetzmässig combinirtes Zählen betrachtet werden kann, die betreffenden Instrumente aber in neuerer Zeit erhöhte Ausbildung und Verwendung gefunden haben und besonders dann von Nutzen sein können, wenn es sich um vielfach nach derselben Regel zu wiederholende Rechnungen handelt, wie sie u. A. durch die Verwerthung von Messungsergebnissen zu daraus abzuleitenden Mittelwerthen, Gesetzen und sonstigen Resultaten veranlasst werden können.

A. Instrumente zum Zählen und Rechnen.

§. 130. Zählwerke.

Durch diese Instrumente wird bezweckt, die Zahl von Umdrehungen, Schwingungen oder Schüben, welche ein rotirendes, bezw. schwingendes oder hin- und hergehendes Glied einer Maschine in einer gewissen Zeit macht, auf einfache und leicht übersichtliche Weise, nämlich im Allgemeinen so zu registriren, dass jene Zahl aus den Stellungen von Zeigern auf entsprechenden Kreistheilungen oder aus den unter Schaulöchern sichtbar gewordenen Zahlen von Zifferscheiben unmittelbar abgelesen werden kann. Die dazu dienenden Getriebe sind meistens Zahnrädergetriebe, Schneckengetriebe, Schaltgetriebe oder durch Combination aus solchen gebildet.

Handelt es sich z. B. um die Umdrehungszahl einer Welle A, so ist es nahe liegend und sehr gebräuchlich, parallel mit der Welle die festen Axen $A_1, A_2, A_3 \ldots$, um welche je ein grösseres und ein kleineres Zahnrad unter sich fest verbunden drehbar ist, etwa R_1 mit r_1 um A_1, R_2 mit r_2 um A_2 u. s. f., so anzuordnen, dass ein auf A fest sitzendes kleineres Rad r mit R_1, r_1 mit R_2, r_2 mit R_3 u. s. f. in Eingriff ist, ferner die Räder $R_1, R_2, R_3 \ldots$ auf ihren nach derselben Seite (gegen den Beobachter hin) gekehrten Flächen mit Kreistheilungen zu versehen, auf welche Zeiger $Z_1, Z_2, Z_3 \ldots$ weisen, die mit den betreffenden festen Axen $A_1, A_2, A_3 \ldots$ fest verbunden sind (Z_1 mit A_1, Z_2 mit A_2 u. s. f.). Ist dann etwa n die Zähnezahl jedes der Räder $r, r_1, r_2 \ldots$, $10\,n$ die eines jeden der Räder $R_1, R_2, R_3 \ldots$ und wird jede Kreistheilung aus 10 in gleichen Entfernungen befindlichen, der Reihe nach mit den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 bezeichneten Theilstrichen gebildet, so zeigt der Zeiger Z_1 auf der Theilung von R_1 die einzelnen Umdrehungen der Welle A, Z_2 auf der Theilung von R_2 die Zehner, Z_3 auf der Theilung von R_3 die Hunderter u. s. f. dieser Umdrehungen, indem dieselben den Ziffern der zuletzt an den betreffenden Zeigern vorbei gegangenen Theilstriche gleich sind. Steht z. B. Z_1 zwischen den mit 6 und 7, Z_2 zwischen den mit 0 und 1, Z_3 zwischen den mit 4 und 5 bezeichneten Theilstrichen bezw. auf den Rädern R_1, R_2, R_3, während die etwa folgenden Zeiger noch sämmtlich auf Null stehen, so ist die betreffende Umdrehungszahl der Welle $A = 406$, abgesehen von einem nach der Stellung des Zeigers Z_1 zu schätzenden Bruch. Dabei ist vorausgesetzt, dass vorher alle Zeiger auf Null standen, widrigenfalls sich die gesuchte Umdrehungszahl als Differenz von zwei Zahlen ergeben würde, die der anfänglichen und der schliesslichen Zeigerstellung zu entnehmen sind.

Sollen durch die beschriebene Vorrichtung nicht die Rotationen einer Welle, sondern die Schwingungen eines um eine Axe schwingenden oder die Schübe eines in einer Führung hin- und hergehenden Maschinengliedes S gezählt werden, so kann statt des Rades R_1 mit dem um A_1 drehbaren Rädchen r_1 ein zehnzähniges Schaltrad (§. 58) fest verbunden werden, in welches eine Klinke K eingreift, die von dem Maschinentheile S aus so hin- und herbewegt wird, dass sie bei jeder Bewegung im einen Sinne auf einem Zahne z_1 des Schaltrades ganz, auf dem folgenden z_2 nur zum Theil gleitet und somit bei der darauf folgenden Bewegung im umgekehrten Sinne zuerst auf z_2 zurückgleitet, dann aber vermittels des Zahnes z_1 dem Schaltrade mit dem Rädchen r_1 eine Zehnteldrehung ertheilt. Indem hier bei den Schwingungen von S und K im ersteren Sinne das Schaltrad ruht (zu grösserer Sicherheit durch eine Sperrung festgehalten wird), sind es nicht einfache, sondern nur Doppelschwingungen, die auf solche Weise gezählt werden. Die Verbindung der Schaltklinke K mit dem Maschinentheile S geschieht hier und in ähnlichen Fällen passend durch eine Schnur, nämlich so, dass durch einen von S ausgehenden Zug an derselben die Schaltbewegung (Drehung des Schaltrades) unter gleichzeitiger Anspannung einer Feder, dann aber durch letztere die rückläufige Bewegung von K auf dem gesperrten Schaltrade vermittelt wird in dem Maasse, wie es die dabei gespannt bleibende Schnur zulässt.

Wenn die zu registrirende Umdrehungszahl einer Welle nicht sehr gross, nur etwa so gross oder doppelt so gross ist wie die Zahl der Theilstriche, die auf einer Kreistheilung von üblichem Durchmesser leicht unterscheidbar angebracht werden können, so lässt sich einem solchen Zählwerke mit Zahnrädergetriebe eine compendiösere Form geben, die darauf beruht, dass wegen des Spielraumes der Zähne eines jeden von zwei in Eingriff befindlichen Rädern in den Zahnlücken des anderen Rades, d. h. wegen des kleinen Ueberschusses der Lückenweite über die betreffende Zahndicke (beide in den zugehörigen Theilkreisen gemessen) die Theilungen der beiden Theilkreise nicht genau gleich gross, die Zahnzahlen also nicht genau den Theilrisshalbmessern proportional zu sein brauchen, dass vielmehr mit demselben Rade ohne Schwierigkeit zwei andere Räder in Eingriff gebracht werden können, deren Zahnzahlen um 1 verschieden, wenn nur beide ziemlich gross sind. Sitzt also fest auf der Welle A, deren Umdrehungszahl bestimmt werden soll, ein Rad R mit z Zähnen und von genügender Breite, um zugleich in zwei Räder R_1, R_2 von gleichen Durchmessern eingreifen zu können, von welchen R_1 mit z_1 Zähnen auf einer mit A parallelen Axe A_1 fest sitzt, während R_2 mit z_2 Zähnen lose um A_1 drehbar ist, so kann $z_2 = z_1 + 1$ gemacht werden und ist dann bei einer Umdrehung von A

die Umdrehungszahl von R_1 mit $A_1 = \frac{z}{z_1}$,

" " " $R_2 = \frac{z}{z_1 + 1}$,

also die relative Drehung von A_1 gegen R_2

$$= \frac{z}{z_1} - \frac{z}{z_1 + 1} = \frac{z}{z_1 (z_1 + 1)} \text{ Umdrehungen,}$$

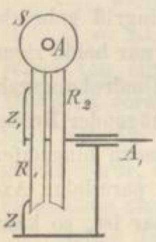
messbar durch einen Zeiger Z_1, welcher, mit A_1 fest verbunden, auf eine Kreistheilung des Rades R_2 zeigt. Der Zeiger durchläuft also einmal die ganze Kreistheilung auf R_2 nach

$$\frac{z_1 (z_1 + 1)}{z} \text{ Umdrehungen von } A,$$

z. B. mit $z = 18$ und $z_1 = 80$ nach 360 Umdrehungen, so dass bei gleichfalls 360 Theilstrichen und vorbehaltlich einer Schätzung halber Skalentheile bis zu 720 Umdrehungen der Welle A auf solche Weise gezählt werden können, bevor der anfängliche Zeigerstand auf der Kreistheilung wiederkehrt. Wenn zur Registrirung der Doppelschübe eines hin- und hergehenden Maschinentheiles S auf der Welle A noch ein Schaltrad mit 10 Zähnen befestigt und zugleich mit dieser Welle eine kleinere 10theilige Kreisskala verbunden würde, die sich an einem festen Zeiger Z vorbei dreht, oder umgekehrt ein Zeiger Z mit ihr verbunden würde, der auf die am Maschinengestelle feste Kreisskala zeigt, so könnten auf letzterer die Einer, auf der Kreistheilung von R_2 die Zehner der betreffenden Zahl von Doppelschüben abgelesen werden, und liesse sich z. B. mit $z = 18$ und $z_1 = 80$ im Ganzen bis 3600 zählen, indem die blosse Schätzung einer Zwischenlage des Zeigers Z_1 zwischen zwei Theilstrichen auf R_2 jetzt durch Ablesung der Angabe des Zeigers Z ersetzt wird.

Durch den besprochenen Eingriff eines Zahnrades mit zwei anderen, deren Zahnzahlen bei gleichen Durchmessern nicht ganz gleich sind, wurde eine beträchtliche Uebersetzung der rotirenden Bewegung ins Langsame ermöglicht. Derselbe Zweck kann auch durch den Eingriff einer Schnecke (Schraube ohne Ende) mit einem vielzahnigen Schneckenrade, in noch höherem Grade folglich durch ihren Eingriff mit zwei Schneckenrädern, deren Zahnzahlen nicht ganz gleich sind, erreicht werden. So ergiebt sich das in Fig. 130 seinem Wesen nach skizzirte sehr compendiöse und doch die Registrirung einer grossen Zahl von Rotationen gestattende Zählwerk.

Fig. 130.



Die um die Axe A drehbare Schnecke S greift zugleich in die Schneckenräder R_1 und R_2, von welchen R_1 mit 100 Zähnen um die rechtwinklig gegen A gerichtete Welle A_1 lose drehbar ist, während R_2 mit 101 Zähnen fest auf ihr sitzt. Das lose Rad R_1 hat zwei concentrische Kreistheilungen: eine äussere von 100 Theilen, auf welche der am Gestell feste Zeiger Z weist, und eine innere von 101 Theilen, entsprechend der Spitze des mit A_1 fest verbundenen Zeigers Z_1. Unter diesen Umständen markirt Z die einzelnen Umdrehungen von S bis 100, Z_1 dagegen die Hunderter bis $101 \cdot 100$; denn bei einer Umdrehung von S ist die relative Drehung des Zeigers Z auf seiner Theilung $= \frac{1}{100}$ und somit die des Zeigers Z_1 auf der seinigen

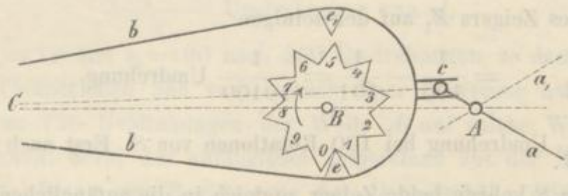
$$= \frac{1}{100} - \frac{1}{101} = \frac{1}{10100} \text{ Umdrehung,}$$

folglich $\frac{1}{101}$ Umdrehung bei 100 Rotationen von S. Erst nach 10100 Rotationen von S kehren beide Zeiger zugleich in die anfänglichen Stellungen gegen ihre Skalen zurück. Wie das Instrument zum Zählen von Schwingungen eingerichtet werden kann, bedarf nach Obigem keiner weiteren Ausführung.

Die Bewegungsübertragung durch Zahnräder- oder Schneckengetriebe hat bei den bisher besprochenen Zählwerken eine Art von schleichender Bewegung der die Zehner, Hunderter etc. angebenden Zeiger zur Folge, so dass, wenn auch im Falle eines Hubzählers dem durch ein Schaltgetriebe bewegten Einer-Zeiger eine springende Bewegung von je einem zum folgenden Theilstriche der betreffenden Skala ertheilt wird, doch die übrigen Zeiger bei der Ablesung im Allgemeinen zwischen zwei Theilstrichen sich befinden. Ist dann z. B. der die Hunderter angebende Zeiger nur sehr wenig von einem Theilstriche entfernt, so dass es mit Rücksicht auf die Unvollkommenheit der Ausführung zweifelhaft sein kann, ob thatsächlich der Zeiger noch als vor oder schon als hinter demselben befindlich zu gelten hat, so ist zwar ein solcher Zweifel alsbald durch die Stellung des Zehner-Zeigers zu entscheiden, allein es ist doch das Bedürfniss solcher Ueberlegung überhaupt einer schnellen und sicheren Ablesung nicht förderlich. Besser in dieser Hinsicht ist die durch Schaltgetriebe vermittelte springende Bewegung um die betreffenden Axen, wobei dann auch die Ablesung dadurch noch mehr erleichtert werden kann, dass Zeiger und Kreistheilungen durch Zifferscheiben ersetzt werden, deren ringsum stehende Ziffern der Reihe nach hinter entsprechende Schaulöcher einer Deckplatte vorspringen. Von solcher Art ist z. B. der folgende sehr gebräuchliche Hubzähler.

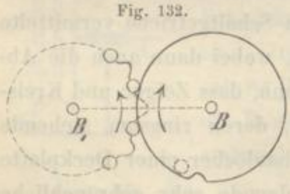
Das um die Axe A, Fig. 131, drehbare Stäbchen a wird durch geeignete Verbindung mit dem hin- und hergehenden Maschinentheile, dessen Hübe gezählt werden sollen, in schwingende Bewegung versetzt, und indem es mit dem Zapfen c in einen Schlitz am Ende des Bügels bb eingreift, wird dadurch auch letzterer zu entsprechenden Schwingungen um eine mit A parallele Axe C veranlasst. An dem Bügel sitzen die Stahlkeile e und e_1, die bei jeder einfachen Schwingung dem mit 10 keilförmigen Zähnen

Fig. 131.



versehenen Rädchen B eine Drehung um eine halbe Theilung, d. h. $^1/_{20}$ einer vollen Umdrehung um seine in der Ebene AC liegende, mit A und C parallele Axe B ertheilen. Schwingt nämlich das Stäbchen a in die Lage a_1, so drückt der Keil e_1 auf die schräge Fläche des Zahnes 5 und gelangt dadurch der andere Keil e in dieselbe Lage gegen den Zahn 1, etwas gegen 2 hin, in welcher sich in der Figur der Keil e_1 gegen den Zahn 5, etwas gegen 6 hin, befindet. Schwingt also dann das Stäbchen in seine Lage a zurück, so drückt der Keil e auf die schräge Fläche des Zahnes 1 und kommt am Ende dieser Schwingung in dieselbe Lage zwischen den Zähnen 1 und 2, in welcher er sich in der Figur zwischen 0 und 1 befindet. Jeder Doppelschwingung des Stäbchens a entspricht sonach $^1/_{10}$ Umdrehung des Rädchens B. Zur Angabe der Zehner, Hunderter etc. einer abzulesenden Schwingungszahl sind nun zwischen B und C noch weitere Wellen B_1, B_2 ... parallel mit B angeordnet. Auf der Welle B_1, welche $^1/_{10}$ Umdrehung machen soll nach jeder vollen Umdrehung von B, sitzt ein 10zähniges Zahnrädchen, von dessen einer Seitenfläche in den verhältnissmässig weiten Zahnlücken runde Stifte (Triebstöcke) hervorragen (Fig. 132); entsprechend sitzt auf der Welle B eine dünne runde Scheibe an solcher Stelle, dass sie dicht über den Zähnen von B_1 auf der Seite jener Stifte hinweg streift. Die Axen B und B_1 befinden sich dabei in solcher Entfernung, dass die Scheibe B gerade zwei Stifte von B_1 berührt, wenn dieselben symmetrisch gegen die Centrale BB_1 liegen; auf diese Weise wirkt das Getriebe als eine die willkürliche Drehung der Welle B_1 hindernde Sperrung. Indem aber ausserdem die Scheibe B dicht an ihrem Rande auf der Seite, auf welcher die Zähne des Rädchens B_1 sich befinden, einen cylindrischen Stift (Triebstock) trägt und dicht daneben mit einem Ausschnitte versehen ist, wird dadurch

Fig. 132.



zugleich die Wirkung des Getriebes als Schaltung vermittelt. Beginnt nämlich das Stäbchen a seine 10te Doppelschwingung, so stösst zunächst, nämlich bei der 19ten einfachen Schwingung der Stift von B gegen den in der Centrale BB_1 befindlichen Zahn von B_1 und bringt dadurch einen Stift von B_1 in diese Centrale, in welche jetzt auch der Einschnitt von B eingetreten ist; bei der 20ten einfachen Schwingung des Stäbchens a wird dann auch dieser Stift von B_1 fortgeschoben und sind es jetzt also die beiden folgenden Stifte von B_1, durch welche vermittels der sie berührenden Scheibe die Welle B_1, nachdem sie $^1/_{10}$ Umdrehung gemacht hat, bis nach Vollendung der folgenden Umdrehung von B gehemmt wird. Ebenso wie von der Einerwelle B auf die Zehnerwelle B_1 wird von dieser die Bewegung auf die Hunderterwelle B_2 u. s. f. übertragen. Alle diese Wellen tragen Scheiben mit den im Umkreise darauf verzeichneten Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, die in dieser Reihenfolge nach je $^1/_{10}$ Umdrehung der betreffenden Scheiben unter entsprechende runde Ausschnitte der Deckplatte des Instrumentes vorspringen.

Um einen solchen Hubzähler als Rotationszähler zu benutzen, kann die betreffende rotirende Welle mit einem Anschlagdaumen ausgerüstet werden, der bei jeder Umdrehung ein mal durch sein Zusammentreffen mit dem Stäbchen a des Instrumentes dasselbe in entsprechendem Sinne dreht entgegen der Wirkung einer Feder, durch welche demnächst das Stäbchen in seine vorige Lage zurückgeschnellt wird bis zum folgenden Anschlage des Daumens u. s. f.

Dergleichen Hub- und Rotationszähler werden übrigens in mehrfach modificirten Anordnungen, insbesondere z. B. von S c h ä f f e r und B u d e n b e r g verfertigt. Unter Anderem ist dabei wohl eine sogenannte Nullstellung, d. h. ein Mechanismus hinzugefügt, wodurch eine schnelle Zurückführung aller Zifferscheiben in die Stellung ermöglicht wird, bei welcher hinter jedem Schauloche der Deckplatte die Ziffer 0 steht. Weitere Abänderungen des oben beschriebenen Instrumentes bestehen darin, dass die Sperrung durch Federn bewirkt wird und dass die Drehung der Einerscheibe stets nur bei der 2ten, 4ten, 6ten... einfachen Schwingung des Stäbchens und zwar um je $^1/_{10}$ Umdrehung geschieht. Indessen ist solche Nullstellung eine ziemlich überflüssige Complication, wodurch nur die Subtraction zweier Zahlen, dem Anfang und Ende der Beobachtung entsprechend, erspart wird; gegen die Verwendung von Federn ist einzuwenden, dass sie bei schneller Bewegung in Schwingungen gerathen und dadurch die Sicherheit der Sperrung, somit die Zuverlässigkeit der Zählung beeinträchtigen können.

Nach dem Vorgange von Evrard in Paris werden solche Zählwerke auch in sogenannter cylindrischer Anordnung ausgeführt, wobei 3 runde Scheiben unabhängig von einander um dieselbe Axe drehbar über einander liegen und an ihren Mantelflächen mit Theilungen (hier den Zahlen 0 bis 99 entsprechend) versehen sind. Jede Scheibe ist mit einem Klinkrade verbunden, in dessen Zahnlücken je eine Schaltklinke und eine Sperrklinke eingreift. Die erste Scheibe wird vermittels ihrer Schaltklinke durch einen mit dem betreffenden Maschinentheile verbundenen schwingenden Hebel in ruckweise Bewegung um je 0,01 Umdrehung für jede Doppelschwingung versetzt, während die Schaltklinke der zweiten Scheibe nur nach je einer vollen Umdrehung der ersten, die der dritten nach je einer vollen Umdrehung der zweiten vermittels eines Anschlagstiftes zur Wirkung kommt und dadurch der betreffenden Scheibe 0,01 Umdrehung ertheilt.

Hinsichtlich dieser und anderer Modificationen, die weniger das Princip, als die constructive Anordnung oder den speciellen Verwendungszweck betreffen, sei auf das bezügliche Capitel von Rühlmann's allgemeiner Maschinenlehre, Bd. I, verwiesen. Nur in Betreff der Verbindungsart des Zählwerkes mit dem Körper K, dessen Rotationen oder Schwingungen dadurch gezählt werden sollen, mag noch eine Bemerkung hier Platz finden. Bisher war das Gestell oder Gehäuse des Instrumentes als fest verbunden mit dem Maschinengestelle, somit als festgestellt in dem Raume vorausgesetzt, bezüglich auf welchen die Bewegung von K als relative Bewegung in Betracht kommt; unter Umständen jedoch ist das entweder gar nicht thunlich oder wenigstens ein anderes Verfahren vorzuziehen. Wenn insbesondere K um eine horizontale Axe A rotirt, so kann das Instrument wie ein Pendel an derselben Axe aufgehängt werden, so dass es, obschon nicht befestigt, doch durch die Wirkung seiner Schwere in unveränderlicher Lage gegen eine durch A gehende verticale Ebene V bleibt, worauf es allein ankommt, um die Rotationen des Körpers K gegen dieselbe Ebene V zu zählen; eine solche Anordnung des Instrumentes kann namentlich dann am Platze sein, wenn die Rotationsaxe A ihren Ort beständig ändert, z. B. als Axe eines rollenden Rades K, dessen Umdrehungen gezählt werden sollen. Ebenso kann verfahren werden, wenn der Körper K um eine horizontale Axe A nicht rotirt, sondern zwischen Grenzlagen schwingt. Weil es übrigens in beiden Fällen nur auf die relative Bewegung einer durch die Gerade A gehenden Ebene von K gegen die durch A gehende verticale Ebene V ankommt, kann ebenso gut auch umgekehrt das Gehäuse des Zählwerkes fest mit K verbunden und an seiner Axe ein besonderes Pendel relativ drehbar um A aufgehängt werden, dessen Schwere in

Verbindung mit hinlänglich grosser Entfernung seines Schwerpunktes von der Geraden A ihm eine fast unveränderliche Lage gegen die Ebene V sichert.

Handelt es sich um solche schwingende Bewegungen eines Körpers K, bei welchen die Geschwindigkeit gegen eine Grenzlage hin nicht allmählig bis Null abnimmt, sondern stossweise plötzlich verloren geht, so kann statt der Schwerkraft die Trägheitskraft eines hinlänglich massenhaften um eine bezüglich auf K feste Axe A' drehbaren Hebels H benutzt werden, um ihn nach jeder Doppelschwingung des Körpers K gegen das fest mit letzterem verbundene Zählwerk in entsprechende relative Bewegung zu versetzen, falls nur der Axe A' und dem Massenmittelpunkte M des Hebels H solche Lagen gegeben werden, dass die durch A' und M gehende Ebene möglichst rechtwinklig gegen die am Ende der Schwingung stattfindende und plötzlich verloren gehende Geschwindigkeit des Körpers K gerichtet ist. Ist dann nämlich der Drehungswinkel von H um A' durch zwei Anschläge a_1 und a_2 passend begrenzt (entsprechend der Forderung, dass jeweils durch solche Drehung eine mit dem Hebel verbundene Schaltklinke nur über einen Zahn des betreffenden Klinkrades hinweg bewegt werden soll), und wird der Hebel H durch eine Feder gegen einen dieser Anschläge, etwa gegen a_1 für gewöhnlich angedrückt, so wird stets am Ende der im Sinne $a_1 a_2$ stattfindenden einfachen Schwingung von K der Hebel sich durch sein Beharrungsvermögen (durch seine lebendige Kraft im Moment der Bewegungsumkehr von K) von a_1 gegen a_2 hin entfernen, um dann durch die Feder gegen a_1 hin zurückgeschnellt zu werden und so durch entsprechende Wirkung eines Schaltgetriebes die betreffende Doppelschwingung des Körpers K zu registriren. Anwendung hat dieses Princip besonders bei dem wie eine Uhr in der Westentasche zu tragenden, mehrfach nachgebildeten Schrittzähler des Engländers Payne gefunden, wobei der schwingende Körper K der menschliche Körper, dessen Schwerpunkt nämlich in auf- und niedergehender Bewegung begriffen ist und jeweils zu Ende eines Schrittes durch das Aufsetzen des Fusses ein Stoss in verticaler Richtung stattfindet; das Instrument ist deshalb so zu tragen, dass die Ebene $A'M$ horizontal ist und der Anschlag a_1 über, a_2 unter dem Hebel H liegt, der durch eine Feder von unten her gegen a_1 gedrückt wird. Auch über die Einrichtung dieses Schrittzählers giebt Rühlmann's allgemeine Maschinenlehre a. a. O. weitere Auskunft.

§. 131. Instrumente zur Ausführung der arithmetischen Grundoperationen.

Von den sogenannten vier Species, den Operationen des Addirens, Subtrahirens, Multiplicirens und Dividirens, werden die zwei letzteren rechnungsmässig mit Hülfe der Logarithmen auf die zwei ersteren zurückgeführt gemäss den Gleichungen:

$$lg(ab) = lg\,a + lg\,b, \quad lg\frac{a}{b} = lg\,a - lg\,b.$$

Es lag nahe und ist in der That fast gleichzeitig mit dem Gebrauch der Logarithmen überhaupt in Anwendung gekommen, jene mit Hülfe logarithmischer Tabellen auszuführenden Rechnungsoperationen durch graphische Operationen mit Hülfe logarithmisch getheilter Maassstäbe zu ersetzen. Werden auf einem solchen die Logarithmen von a und b als ihnen proportionale Strecken mit dem Zirkel abgegriffen, so ergeben sich durch additive oder subtractive Zusammensetzung dieser Strecken solche, die den Logarithmen von ab bezw. von $\frac{a}{b}$ nach demselben Verhältnisse proportional sind und somit nur wieder auf dem betreffenden logarithmischen Maassstabe mit dem Zirkel abgegriffen zu werden brauchen, um ab bezw. $\frac{a}{b}$ selbst zu finden.

Erleichtert und verbessert wurde dieses Verfahren durch den bekannten und vielfach in Gebrauch gekommenen Rechenschieber, welchem als einer durch prismatische Paarung hergestellten Verbindung von zwei gleich getheilten logarithmischen Maassstäben erst eigentlich die Bezeichnung als Recheninstrument zukommt; die relative Verschiebung dieser Maassstäbe gestattet die Bildung von $lg\,a + lg\,b$ oder $lg\,a - lg\,b$, sowie die Ablesung der Werthe von ab oder $\frac{a}{b}$ ohne Hülfe eines Zirkels.

Indem die Genauigkeit der Theilung und Ablesung natürlich mit der Länge der Skala wächst, die Länge eines Rechenschiebers aber ohne Beeinträchtigung seiner Handlichkeit, sowie aus praktischen Gründen eine gewisse mässige Grösse nicht wohl überschreiten darf, ist später der Vorschlag gemacht und ausgeführt worden, die geraden durch kreisförmige Skalen, somit das Lineal des Rechenschiebers durch eine Kreisscheibe, den Schieber durch einen die Scheibe umgebenden und um ihn drehbaren Ring zu ersetzen, während beide an ihren einander zugekehrten Umfängen mit gleichen logarithmischen Skalen versehen sind. Weil indessen diese Anordnung mit dem gewöhnlichen Rechenschieber die Uebelstände gemein hat, die darauf beruhen, dass die als Träger der beiden Skalen gepaarten zwei Bestandtheile des Instrumentes den Einflüssen der Luft-Temperatur und Feuchtigkeit und zwar im Allgemeinen beide auf verschiedene Weise und in verschiedenem Grade unterworfen sind, und weil zudem bei der Rechenscheibe mit Ringschieber selbst die Vortheile nicht auf einfache Weise erreichbar sind, die der gerade Rechenschieber durch verschiedene Skalen auf den entgegengesetzten Seiten des Schiebers behufs gewisser anderer oft vorkommender Rechnungsoperationen (insbesondere z. B. zum Wurzelausziehen) darbietet, hat Prof. Herrmann der Rechenscheibe eine solche Einrichtung gegeben, dass dabei die Rechnung mit nur einer Skala nach dem oben angeführten ursprünglichen Princip des Zirkelrechnens vorgenommen wird. Nur ist hier die Skala kreisförmig und der Zirkel mit ihr zu einem Instrumente verbunden, indem er durch zwei radiale Nadeln (Zeiger) ersetzt wird, die unabhängig von einander relativ gegen die Scheibe um ihre Axe drehbar sind.

Specieller hat dieser sogenannte Rechenknecht von Herrmann folgende Einrichtung.* Die aus Metall verfertigte Kreisscheibe ist um einen centralen verticalen Zapfen drehbar, der von einem Stativ getragen wird, während von den zwei vorgenannten radialen Nadeln die eine, der sogenannte Steg S, mit dem Zapfen und folglich mit dem Stativ fest verbunden ist. Die andere Nadel, der sogenannte Läufer L, ist unabhängig von der Scheibe um die verticale Zapfenaxe drehbar. An ihrer oberen Fläche und nahe dem Rande ist auf der Scheibe die kreisförmige Hauptskala von 145 Millim. Durchmesser, also etwa 455 Millim. Umfang angebracht, enthaltend als proportionale Bogenlängen die Logarithmen der Zahlen 1 bis 10, nämlich der um je

	0,01	0,02	0,05
wachsenden Zahlen	1 bis 3,	3 bis 6,	6 bis 10.

Die Anzahl der wirklich angebrachten Skalentheile ist hiernach

$$= 2 \cdot 100 + 3 \cdot 50 + 4 \cdot 20 = 430,$$

ein Skalentheil folglich im Mittel

$$= \frac{455}{430} = 1{,}058 \text{ Millimeter.}$$

Was die hiernach erreichbare Genauigkeit der Ablesung einer Zahl z betrifft, so ist anzunehmen, dass im Mittel etwa $^1/_5$ Skalentheil (stark $^1/_5$ Millim.) noch mit Sicherheit geschätzt werden kann, entsprechend

$$\frac{1}{5 \cdot 430} = \frac{1}{2150} = 0{,}000465$$

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1877, S. 456 mit Tafel XXIII.

der ganzen Skalenlänge $= lg\,10 = 1$. Ebenso gross $= 0{,}000465$ ist also höchstens die Genauigkeit der Ablesung eines Logarithmus auf der Skala, und indem ein solcher additiver oder subtractiver Fehler λ von $lg\,z$ einer fehlerhaften Multiplication der Zahl z mit $1 + \zeta$ entspricht, so dass

$$lg\,[z(1+\zeta)] = lg\,z + lg\,(1+\zeta) = lg\,z + \lambda,$$

folglich

$$\lambda = lg\,(1+\zeta)$$

ist, muss auf einen Fehler der Zahl z selbst von wenigstens

$$\begin{aligned}\zeta z &= (num\,lg\,\lambda - 1)\,z \\ &= (num\,lg\,0{,}000465 - 1)\,z = 0{,}001\,z\end{aligned}$$

gerechnet werden.

Die Art, wie mit Hülfe dieses Instrumentes multiplicirt oder dividirt werden kann, ergiebt sich daraus, wie mit seiner Hülfe der Werth des Ausdruckes $\frac{ab}{c}$ zu ermitteln ist, in welchem nur $c = 1$ oder $b = 1$ gesetzt zu werden braucht, um ihn in das Product ab oder in den Quotient $\frac{a}{c}$ übergehen zu lassen. Jener Ausdruck wird aber berechnet, indem durch Drehung der Scheibe der Steg S auf $lg\,a$ (auf der Skala mit a bezeichnet) eingestellt wird, dann der Läufer L zuerst durch seine eigene Drehung auf $lg\,c$ und schliesslich durch Drehung der Scheibe auf $lg\,b$ eingestellt wird; der Steg steht dann auf $lg\,\frac{ab}{c}$ und lässt somit $\frac{ab}{c}$ ablesen. In der That erhält man nach der Einstellung von S auf $lg\,a$ und von L auf $lg\,c$ zwischen S und L einen Bogen der Skala $= lg\,a - lg\,c = lg\,\frac{a}{c}$, so dass, wenn jetzt ohne Aenderung dieses Winkels zwischen S und L durch Drehung der Scheibe der Läufer L auf $lg\,b$ eingestellt wird, zwischen S und dem mit 1 bezeichneten Anfange der Skalentheilung ($lg\,1 = 0$) sich ein Bogen

$$= lg\,b + lg\,\frac{a}{c} = lg\,\frac{ab}{c}$$

befindet. Dabei ist vorausgesetzt, dass a, b und c zwischen 1 und 10 enthalten sind, was durch Absonderung ganzer positiver oder negativer Potenzen von 10 herbeizuführen und mit Rücksicht worauf schliesslich im Resultat nur das Komma entsprechend zu versetzen ist.

Innerhalb der besprochenen ersten oder Hauptskala, die nach den Logarithmen der Zahlen 1 bis 10 getheilt und mit diesen Zahlen selbst bezeichnet ist, enthält die Scheibe von Herrmann's Rechenknecht noch 9 andere, nach ihrer Wichtigkeit für den technischen Gebrauch successive kleiner werdende, zu jener concentrische Kreisskalen, zunächst von aussen nach innen gerechnet eine zweite mit den Quadraten und eine dritte mit den Cuben der Zahlen 1 bis 10 der Art, dass jeder Zahl n der ersten (äussersten) Skala auf demselben Radius (zu markiren durch eine der Nadeln S, L) der Zahlenwerth von n^2 in der zweiten, sowie von n^3 in der dritten Skala entspricht. Umgekehrt erhält man dann natürlich $n^{\frac{1}{2}}$ bezw. $n^{\frac{1}{3}}$ aus der ersten Skala durch Einstellen einer Nadel auf die Zahl n in der zweiten bezw. dritten Skala. Auch entspricht der Zahl n in der zweiten Skala $n^{\frac{3}{2}}$ in der dritten, der Zahl n in der dritten $n^{\frac{2}{3}}$ in der zweiten.

Aus dem Umstande, dass die Logarithmen von n^2 und n^3 den Logarithmen von n proportional, dass also auch die zweite und dritte Skala logarithmisch getheilt sind wie die erste, ergiebt sich leicht, wie diese drei Skalen dazu dienen können, Ausdrücke von der Form

$$\frac{a^\alpha b^\beta}{c^\gamma}$$

durch dasselbe Verfahren direct, d. h. ohne vorherige Ermittelung von a^α, b^β und c^γ zu berechnen, nach welchem $\frac{ab}{c}$ mit Hülfe der ersten Skala allein berechnet wird, sofern nur die Exponenten α, β, γ die Werthe $1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}$ haben und dabei so beschaffen sind, dass sie als Brüche geschrieben werden können, deren Zähler und Nenner $= 1, 2$ oder 3, die Zähler aber ausserdem einander gleich sind. Indem dann nämlich, unter p, q, r, z je eine der Zahlen 1, 2, 3 verstanden, jener Ausdruck

$$\frac{a^\alpha b^\beta}{c^\gamma} = \frac{a^{\frac{z}{p}} b^{\frac{z}{q}}}{c^{\frac{z}{r}}} = \left(\frac{a^{\frac{1}{p}} b^{\frac{1}{q}}}{c^{\frac{1}{r}}}\right)^z$$

ist, $a^{\frac{1}{p}}$, $b^{\frac{1}{q}}$, $c^{\frac{1}{r}}$ aber die Zahlen der ersten Skala sind, welche bezw. den Zahlen a, b, c in der $p$ten, $q$ten, $r$ten Skala entsprechen, desgleichen n^z aus der $z$ten Skala entsprechend der Zahl n in der ersten gefunden wird, ergiebt sich die Regel, dass

$$\frac{a^{\frac{z}{p}} b^{\frac{z}{q}}}{c^{\frac{z}{r}}}$$

ebenso wie $\frac{ab}{c}$ berechnet werden kann, indem nur jede der Zahlen a, b, c bei der Einstellung einer Nadel auf dieselbe in derjenigen Skala zu nehmen ist, welche durch den Nenner ihres Exponenten angezeigt wird, wonach das Resultat in der durch den gemeinschaftlichen Zähler angezeigten Skala abzulesen ist.

Die einwärts weiter folgenden 7 Kreisskalen gestatten die unmittelbare Ablesung von πn, $\frac{\pi}{4} n^2$, $lg\, n$, $arc\, sin \frac{n}{10}$, $arc\, sin \frac{n}{100}$, $arc\, tg\, n$ und $arc\, tg \frac{n}{10}$ (diese 4 Winkel in Graden und Minuten ausgedrückt) entsprechend auf einerlei Radius den Werthen von n der Hauptskala; die Genauigkeit solcher Ablesung nimmt natürlich proportional dem Radius der betreffenden Skala ab. —

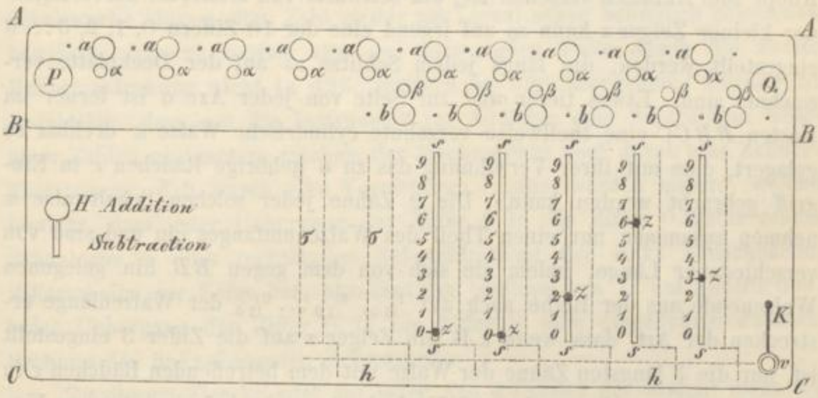
Von wesentlich anderer Art, als diese Rechenschieber und Rechenzirkel mit logarithmischen Theilungen, sind solche Recheninstrumente, welche als zusammengesetzte Zählwerke bezeichnet werden können, indem sie lediglich durch kinematische Hülfsmittel, durch Zahnräder und Schaltgetriebe, die auf dem Bildungsgesetze der Zahlen beruhenden hier in Rede stehenden 4 arithmetischen Grundoperationen auszuführen gestatten, von denen das Addiren unmittelbar als ein Zählen (Zusammenzählen), das Multipliciren als Addiren gleicher Summanden sich darstellt, das Subtrahiren und Dividiren als Umkehrung bezw. des Addirens und Multiplicirens. Das am meisten ausgebildete und in Gebrauch gekommene solche Recheninstrument ist das Arithmometer von Thomas, in Frankreich patentirt 1820, in Deutschland allgemeiner bekannt geworden erst seit Reuleaux's betreffender Schrift vom Jahre 1862.*

Der Mechanismus dieses Instrumentes ist in einem handlichen parallelepipedischen Kasten enthalten, der nach Aufklappung des Deckels eine feste Deckplatte $BBCC$, Fig. 133, nebst einer beweglichen Platte $AABB$ zeigt; letztere, das sogenannte Zifferlineal, kann durch Anfassen des Knopfes P um eine längs der Kante AA hin laufende Axe aufwärts gedreht und in diesem gehobenen Zustande längs der Axe rechts hin verschoben werden. In ihm sind in gleichen Entfernungen von einander die Axen a der Zifferscheiben drehbar, deren Anzahl, hier beispielsweise $= 10$, doppelt so gross ist wie die Anzahl der Schlitze ss, die sich parallel neben einander in der festen Deckplatte $BBCC$ befinden in denselben Entfernungen wie die Axen a im Zifferlineal. Letztere endigen oben mit Knöpfen, vermittels welcher sie, wenn das Lineal gehoben ist, von Hand gedreht werden

* Die Thomas'sche Rechenmaschine. Von F. Reuleaux. Separatabdruck aus dem „Civilingenieur", Bd. VIII, Heft 3.

können; die auf den Zifferscheiben angebrachten 10 Ziffern 1, 2, 3 ... 9, 0 werden dabei der Reihe nach unter den Schaulöchern a des Lineals sichtbar. Dieses kann nur in bestimmten, nämlich in solchen Lagen niedergeklappt werden, in welchen ein an ihm angebrachter Riegel in einen der entsprechenden Einschnitte eingreift, mit welchen die Scheidewand BB zwischen den unter $AABB$ und $BBCC$ befindlichen Kastenabtheilungen in Abständen $= \alpha\alpha$ versehen ist; in diesen Lagen befinden sich in den Verlängerungen der Schlitze ss, deren im Allgemeinen n vorhanden sein mögen, n Axen α und Schaulöcher a des Lineals und zwar die n äussersten

Fig. 133.



linker Hand, wenn das Lineal sich in seiner äussersten Lage rechts befindet.

Unter jedem der Schlitze ss ist im Kasten eine vierkantige Welle σ gelagert, die sich auch in die Kastenabtheilung $AABB$ hinein erstreckt und hier eine auf ihr verschiebliche Hülse trägt als gemeinsame Nabe von zwei gleichen verzahnten Kegelrädchen k_1 und k_2. Vermittels einer Schiene, die unter allen diesen Hülsen zwischen ringförmigen Vorsprüngen derselben entlang geführt ist, können sie dadurch, dass die Handhabe H eines Hebels auf Addition oder Subtraction (Fig. 133) gestellt wird, alle gleichzeitig gegen AA oder gegen BB hin bewegt und können so verzahnte Kegelrädchen k, die unten auf den Axen α fest sitzen, bei niedergelegtem Lineal entweder alle mit den Rädchen k_1 oder an diametral gegenüber liegenden Stellen alle mit den Rädchen k_2 in Eingriff gebracht werden. Jenachdem das eine oder das andere der Fall, nämlich H auf Addition oder Subtraction gestellt ist, hat die stets nur in einem bestimmten Sinne stattfindende Drehung einer der Wellen σ entweder durch die Räder k_1, k eine solche

Drehung der betreffenden Zifferscheibe zur Folge, bei welcher ihre Ziffern in der Reihenfolge 1, 2, 3 ... unter dem zugehörigen Schauloche erscheinen, oder vermittels der Räder k_2, k eine Drehung im umgekehrten Sinne; wegen gleicher Grösse aller Rädchen k, k_1, k_2 sind dabei in beiden Fällen die Drehungswinkel von α und σ gleich gross.

In der Kastenabtheilung $BBCC$ tragen die vierkantigen Wellen σ zehnzähnige Rädchen r, die mit ihren innen entsprechend vierkantigen Naben längs diesen Wellen durch je ein Stäbchen verschoben werden können, welches, durch den betreffenden Schlitz ss hindurch abwärts reichend, unten in eine Halsnuth der betreffenden Nabe eingreift und oben mit einem Knopf zum Anfassen versehen ist; ein seitwärts von letzterem hervorragender kleiner Zeiger z kann so auf irgend eine der 10 Ziffern 0, 1, 2, 3 ... 9 eingestellt werden, die längs jedem Schlitze ss auf der Deckplatte verzeichnet sind. Etwas tiefer und zur Seite von jeder Axe σ ist ferner im Kasten $BBCC$ eine theilweise verzahnte cylindrische Walze w drehbar so gelagert, dass mit ihrer Verzahnung das zu σ gehörige Rädchen r in Eingriff gebracht werden kann. Die 9 Zähne jeder solchen Schaltwalze w nehmen zusammen nur einen Theil des Walzenumfanges ein und sind von verschiedener Länge, indem sie sich von dem gegen BB hin gelegenen Walzenende aus der Reihe nach auf $^1/_{10}$, $^2/_{10}$ ... $^9/_{10}$ der Walzenlänge erstrecken der Art, dass, wenn z. B. ein Zeiger z auf die Ziffer 3 eingestellt ist, nur die 3 längsten Zähne der Walze mit dem betreffenden Rädchen r in Eingriff kommen, dieses also 0,3 Umdrehung macht bei einer ganzen Umdrehung von w. Letztere wird vermittelt durch eine Kurbel K und eine längs der Kastenwand CC angebrachte horizontale Zwischenwelle hh, die durch gleiche Kegelräder mit der verticalen Kurbelwelle v und mit allen Walzen w gepaart ist, so dass einer Umdrehung von K, die nur rechts herum geschehen kann, auch je eine Umdrehung jeder Walze w stets in einerlei Sinne entspricht. Bei der Benutzung des Instrumentes wird K mit der rechten, der Knopf P des Zifferlineals mit der linken Hand des Rechners angefasst, nachdem die Handhabe H je nach Bedürfniss auf Addition oder Subtraction gestellt wurde.

Beispielsweise sei H auf Addition und in den drei ersten Schlitzen des Schaltwerkes die Zahl 263 eingestellt, d. h. es sei (bei Numerirung gleichartiger Theile des Instrumentes immer von rechts nach links) der erste Zeiger z auf 3, der zweite auf 6, der dritte auf 2 gestellt, während die übrigen auf 0 weisen, wie Fig. 133 andeutet. Aus der bisherigen Erklärung des Mechanismus folgt dann ohne Weiteres, dass, wie auch das Zifferlineal niedergelegt sein mag, eine Umdrehung der Kurbel K beziehungsweise $^{3}/_{10}$, $^{6}/_{10}$ und $^{2}/_{10}$ Umdrehung der Zifferscheiben zur Folge hat, deren Axen α in den Verlängerungen des ersten, zweiten und dritten Schlitzes ss liegen, und zwar rechtläufig, so dass, wenn unter den betreffenden Schaulöchern a vorher 0 stand, jetzt unter ihnen von rechts nach links gerechnet die Ziffern 3, 6, 2 sichtbar geworden sind, somit die im Schaltwerke eingestellte Zahl 263 zum Lineal hinauf gebracht worden ist. Eine abermalige Umdrehung von K bewirkt ebenso grosse Drehungen der betreffenden Zifferscheiben wie vorher; unter den Schaulöchern erscheint also die Zahl 426. Dem Zwecke des Instrumentes gemäss soll aber bei der Stellung von H auf Addition jede Umdrehung von K die Addition der im Schaltwerke eingestellten Zahl zu der am Lineal schon befindlich gewesenen bewirken, letztere müsste also im vorliegenden Falle durch die zweite Kurbelumdrehung nicht in 426, sondern in 526 übergehen. Daraus ist ersichtlich, dass, um das Instrument zur Addition oder Subtraction beliebiger Zahlen geeignet zu machen, der Mechanismus noch durch eine Zehnerübertragung, d. h. durch eine Vorrichtung ergänzt werden musste, welche bewirkt, dass jeder Uebergang der Ziffer 9 in die Ziffer 0 unter einem Schauloche a eine rechtläufige Zehnteldrehung der links benachbarten Zifferscheibe zur Folge hat, also (bei der Stellung von H auf Subtraction) jeder Uebergang der Ziffer 0 in die Ziffer 9 eine umgekehrte Zehnteldrehung der links folgenden Zifferscheibe.

Zu diesem Zwecke sitzt auf jeder Axe σ (ausser der ersten) dicht bei der Scheidewand BB beider Kastenabtheilungen ein zehnzähniges Rädchen r' fest, das dem auf σ verschieblichen Rädchen r gleich ist und in welches ein einzelner Zahn z' (Zehnerschaltzahn) eingreifen kann, welcher mit der zur Axe σ gehörigen Schaltwalze w rotirt, im Allgemeinen aber an dem Rädchen r' vorbeigeht, ausser wenn eine auf der vierkantigen Welle von w verschiebliche Hülse, mit welcher z' durch einen Arm verbunden ist, entsprechend gegen die Wand BB hin verschoben wird. Die Verschiebung erfolgt, wenn (bei Stellung von H auf Addition) die rechts benachbarte Zifferscheibe von 9 zu 0 unter dem Schauloche übergeht, und zwar durch den Druck einer an betreffender Stelle (dem Zwischenraume zwischen den Ziffern 9 und 0 diametral gegenüber) von der Zifferscheibe nach unten vorstehenden Nase gegen einen Hebel; die dadurch einstweilen nur vorbereitete Zehnerübertragung, unmittelbar nach welcher die den Zahn z' tragende Hülse mit einer schrägen Ansatzfläche gegen einen an der Wand BB festen Stift stösst und dadurch in die frühere Stellung längs der Welle von w zurückgeschoben wird, erfolgt indessen thatsächlich nicht früher, als bis die sämmtlichen Zähne der zu z' gehörigen Schaltwalze w ihre Eingriff-stelle mit dem Rädchen r passirt haben, indem z' gegen diese Zähne, dem letzten derselben um eine Zahntheilung nachfolgend, versetzt ist, damit die Zehnerübertragung durch diejenige Drehung der betreffenden um $^1/_{10}$ zu drehenden Zifferscheibe nicht gestört werde, welche ohne sie durch den Eingriff des zu ihr gehörigen Rädchens r in die Verzahnung der entsprechenden Schaltwalze w vermittelt wird. Aus demselben Grunde sind auch die Verzahnungen und die Zehnerschaltzähne z' der verschiedenen auf einander folgenden Schaltwalzen so um je eine Zahntheilung gegen einander versetzt, dass die Zehnerübertragung von der ersten zur zweiten Stelle vollendet ist, bevor sie von dieser zur dritten Stelle erfolgt, wonach dann erst eine etwa weitere von der dritten zur vierten Stelle zum Vollzug kommt u. s. f., was auch der Grund ist, weshalb die Verzahnung jeder Schaltwalze nur einen Theil ihres Umfanges einnehmen durfte. Um endlich auch von der $n$ten Stelle (dem linker Hand letzten Schlitze ss entsprechend) auf die $(n+1)$te, von dieser auf die $(n+2)$te Stelle die Zehnerübertragung zu ermöglichen, sind links neben den Schlitzen, wie in Fig. 133 angedeutet ist, noch zwei weitere Axen σ mit entsprechenden Walzen w und den übrigen zugehörigen Theilen angeordnet.

Hiernach ist klar, wie das Instrument zur Addition beliebig vieler höchstens $n$ziffriger Zahlen dienen kann, so lange ihre Summe nicht grösser ist, als die grösste $(n+2)$ziffrige, nämlich als die aus $n+2$ Ziffern 9 bestehende Zahl $= 10^{n+2} - 1$; es ist nur nöthig, nachdem vorher H auf Addition und alle Zifferscheiben auf 0 gestellt wurden, die Summanden nach und nach im Schaltwerke vermittels der Zeiger z einzustellen und einzeln durch Umdrehung von K nach dem Lineal hinauf zu schalten, um hier an dem unterdessen unverändert liegen bleibenden Lineal schliesslich die Summe abzulesen. Ebenso ergiebt sich nun leicht, wie behufs der Multiplication zu verfahren ist. So wird z. B. eine Zahl mit 835 multiplicirt, indem sie im Schaltwerke eingestellt wird und dann, während H auf Addition steht, analog dem gewöhnlichen Rechnungsverfahren auf dem Papier die Kurbel K zunächst 5mal, darauf nach Verlegung des Lineals um eine Stelle nach rechts 3mal und endlich nach abermaliger Verlegung des Lineals um eine Stelle nach rechts noch 8mal gedreht wird; das Product erscheint unter den Schaulöchern, falls sie vorher alle auf 0 gestellt waren. Welcher der beiden Factoren im Schaltwerke eingestellt wird, ist für das Resultat natürlich gleichgültig; um es möglichst schnell zu erhalten, ist aber natürlich die grössere oder auch diejenige Zahl einzustellen, deren Quersumme (= der Anzahl nöthiger Kurbelumdrehungen bei Einstellung der anderen Zahl) die grössere ist, abgesehen von gewissen Abkürzungen, die bei einiger Uebung sich leicht darbieten. Sollte z. B. eine Zahl mit 998 multiplicirt werden, so könnte es bequemer sein, sie selbst, obschon sie kleiner als 998 oder ihre Quersumme kleiner als $9+9+8=26$ sein mag, im Schaltwerke einzustellen, dann aber von vorn herein das Lineal um drei Stellen nach rechts zu verlegen, einmal die Kurbel umzudrehen, das Lineal um drei Stellen nach links, also in die ursprüngliche Lage zurück zu verlegen und nach Umstellung von H auf Subtraction die Kurbel K noch zweimal zu drehen; offenbar entspräche dieses Verfahren der Multiplication mit

$$1000-2=998,$$

erforderte aber bei derselben Zahl von Linealverlegungen nur 3 statt 26 Kurbelumdrehungen.

Die Vollziehung einer Subtraction bedarf nach dem Vorhergehenden keiner weiteren Erklärung. Die Division aber ist eine wiederholte Subtraction des Divisors vom Dividenden, an nach und nach erniedrigten Stellen des letzteren ausgeführt, wobei die Anzahlen der an den einzelnen Stellen möglichen höchstens 9 Subtractionen sich als auf einander folgende Ziffern des Quotienten ergeben. Das Verfahren der Division mit dem Arithmometer ist hiernach folgendes. Nachdem H zunächst auf Addition und die Zifferscheiben des Lineals auf 0 gestellt sind, wird letzteres so weit wie möglich nach rechts verlegt und der Dividend im Schaltwerke möglichst weit links mit den Zeigern z eingestellt, um durch einmalige Drehung der Kurbel zum Lineal hinauf geschaltet zu werden; hat der Dividend mehr als n Ziffern (bei n Schlitzen ss), so ist er entweder in zwei Theilen (Ziffergruppen), der zweite Theil nach entsprechender Verlegung des Lineals, hinauf zu schalten oder es können auch die überschüssigen Ziffern in dem aufgehobenen Lineal von Hand vermittels der Knöpfchen a eingestellt werden. Ist so der Dividend vollständig in dem ganz nach rechts verlegten Lineal enthalten, so wird H auf Subtraction und der Divisor im Schaltwerke möglichst weit links, jedoch so eingestellt, dass er die darüber stehenden höchsten Ziffern des Dividenden nicht übertrifft, was nöthigen Falles, wenn der Divisor $n$ziffrig ist, durch Verlegung des Lineals um eine Stelle nach links herbeigeführt werden kann. Jetzt wird die Kurbel K und zwar so oft $= m$mal umgedreht, bis die über dem Divisor stehende restirende Zahl kleiner geworden ist, als jener, dann nach Verlegung des Lineals um eine Stelle nach links abermals so oft $= n$mal, bis wieder der Divisor nicht mehr abgezogen werden kann u. s. f. Die so sich ergebenden auf einander folgenden Ziffern $m, n \ldots$ des Quotienten werden durch ein besonderes Zählwerk registrirt, dessen Zifferscheiben mit ihren

Axen β (Fig. 133) im Lineal drehbar sind und vermittels entsprechender Knöpfchen an ihren oberen Enden vorher so gestellt wurden, dass unter jedem zugehörigen Schauloche b die Ziffer 0 erschien. Von diesen Quotientenzifferscheiben wird stets nur die dem ersten Schlitze ss rechter Hand nächstliegende von der ersten Schaltwalze w aus bewegt und zwar um je $^1/_{10}$ Umdrehung im Sinne der Ziffernfolge 0, 1, 2 ··· unter dem betreffenden Schauloche b für jede Umdrehung von K.

Das Rechnen mit Decimalbrüchen unterscheidet sich bei Benutzung des Instrumentes ebenso wenig wie sonst vom Rechnen mit ganzen Zahlen, falls nur der durch das Komma angezeigte Stellenwerth der Ziffern gehörig beachtet wird. Zur Erleichterung in dieser Hinsicht dienen kleine Stöpsel, welche einem Decimalkomma entsprechend in kleine Löcher (in Fig. 133 durch Punkte angedeutet) eingesteckt werden können, die sich im Lineal neben den Schaulöchern a und b befinden.

In Betreff des Mechanismus ist noch der sogenannte Auslöscher bemerkenswerth, der dazu dient, alle $2n$ Hauptzifferscheiben schnell und zusammen auf 0 zu stellen; es ist dazu nur nöthig, bei aufgehobenem Lineal den geränderten Knopf Q (Fig. 133) mit seiner im Lineal drehbaren Axe zwischen den Fingern rechts herum zu drehen entgegen dem Widerstande einer Spiralfeder, die ihn danach von selbst in die Anfangslage zurück dreht. Bei jener Rechtsdrehung des Knopfes Q wird nämlich durch den Eingriff eines auf seiner Axe sitzenden Zahnrädchens in eine unter dem Zifferlineal entlang laufende Zahnstange letztere nach rechts und dadurch gleichzeitig vermittels entsprechender Schrägführung gegen die Axen α der Zifferscheiben hin bewegt. Durch letztere Bewegung kommt die Zahnstange mit zehnzähnigen Zahnrädchen in Eingriff, die dicht über den Kegelrädchen k auf den Axen α fest sitzen, von denen aber jedes durch Weglassung des der Ziffer 0 der zugehörigen Zifferscheibe entsprechenden Zahnes an dieser Stelle eine verbreiterte Lücke hat. Nach hergestelltem Eingriffe werden diese Rädchen und somit die Zifferscheiben durch die Längsbewegung der Zahnstange umgedreht, bis derselben jene verbreiterten Zahnlücken zugekehrt sind und damit der Eingriff unterbrochen ist. Für die Quotientenzifferscheiben ist ein solcher Auslöscher weniger Bedürfniss.

Eine weitere, aber nicht überflüssige Complication des Mechanismus wird durch verschiedene Hemmungen verursacht, die dazu dienen, die Zifferscheiben, die Axen σ und die Zeiger z in bestimmten Lagen so lange sicher zu erhalten, bis sie dieselben gemäss der jeweils auszuführenden Operation zwangläufig verlassen sollen. Bei den Zifferscheiben und den

Zeigern z dienen dazu leichte Federhemmungen, bei den Axen σ aber Sternradgesperre. Auf diesen Axen σ sitzen nämlich Sternräder mit je 10 kreisbogenförmigen Ausschnitten (nach Art des Rades a' in Fig. 74, §. 59, ohne die daselbst angegebenen Zahnlücken), in welche mit den Walzen w rotirende entsprechende Sperrscheiben eingreifen, die jedoch den verzahnten Umfangstheilen dieser Walzen entsprechende Einziehungen (auf kleineren Radius) haben, so dass die betreffende Sperrung gerade so lange aufgehoben ist, als die Zähne der Walze w in das zugehörige Rädchen r eingreifen können, nämlich bei Stellung seines Zeigers z auf 9 thatsächlich eingreifen. Indem jene mit den Walzen w rotirenden Sperrscheiben mit den früher erwähnten Hülsen fest verbunden sind, welche an Armen die Zehnerschaltzähne z' tragen, muss ihre Dicke diejenige der Sternräder um den Betrag übertreffen, um welchen die Hülsen bei Vorbereitung der Zehnerübertragung längs den Axen der Walzen w verschoben werden, und ist zugleich an den Stellen, die dann den Sternrädern gegenüber liegen, ihre Einziehung noch längs einer Zahntheilung weiter ausgedehnt, um auch während der Zehnerübertragung die Sperrung aufgehoben zu erhalten. —

Schliesslich mag darauf hingewiesen werden, dass die volle Ausnutzung der Vortheile, welche das Thomas'sche Arithmometer zur Ausführung einer zusammengesetzten Rechnung darbietet, sehr wesentlich von einer geschickten Einrichtung der letzteren abhängt. Handelt es sich z. B. um die Berechnung des Werthes der ganzen algebraischen Function

$$y = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$$

für einen gewissen Werth von x, etwa in der Absicht, um aus den Werthen von y, die verschiedenen Werthen von x entsprechen, durch arithmetische oder graphische Interpolation auf eine reelle Wurzel der Gleichung $n$ten Grades:

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \cdots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

zu schliessen, so würde es sich nicht empfehlen, die einzelnen Potenzen von x durch wiederholte Multiplication von x mit x, x^2 mit x u. s. f. zu berechnen, indem dann zur Berechnung von y ausser n Additionen nicht weniger als $2n-1$ Multiplicationen erforderlich wären. Mit Hülfe von Tafeln, denen die Werthe von x^2, $x^3 \cdots x^n$ entnommen werden können, würden zwar ausser den n Additionen nur noch n Multiplicationen auszuführen sein, allein das $(n-1)$malige Aufschlagen der Tafeln wäre mit nicht unerheblichem Zeitverlust verbunden, abgesehen davon, dass auch nur solche Tafeln von genügender Ausdehnung zur Verfügung zu sein pflegen, welchen die Werthe von x^2 und x^3 unmittelbar entnommen werden können. Geschickter ist es,

$$y = \left\{\cdots[(a_0 x + a_1)x + a_2]x + \cdots + a_{n-1}\right\} x + a_n$$

zu setzen und dann der Reihe nach

$$\begin{aligned} a_0 x + a_1 &= b_1 \\ b_1 x + a_2 &= b_2 \\ &\vdots \\ b_{n-1} x + a_n &= b_n = y \end{aligned}$$

zu berechnen, wozu auch nur n Additionen und n Multiplicationen, aber ohne Hülfstafeln erfordert werden.

§. 132. Instrumente zur Berechnung von Functionen und zur Auflösung von Gleichungen.

Die mechanische Berechnung einer Function $f(x)$ kann von Interesse sein entweder zur Berechnung einer Tabelle, in welcher für eine grosse Anzahl geordneter Werthe von x die entsprechenden Werthe von $f(x)$ zusammengestellt sind, oder zu möglichst schneller Bestimmung eines Werthes von x, für welchen $f(x)$ einen gegebenen Werth hat, z. B. = Null ist gemäss der Gleichung

$$f(x) = 0.$$

Ersteren Zweck erfüllen namentlich die berühmten Recheninstrumente von Babbage und von Scheutz. Sie beruhen auf der bekannten Berechnungsweise einer gesetzmässigen Zahlenreihe mit Hülfe der ersten Zahlen ihrer auf einander folgenden Differenzenreihen. Besonders das Instrument von Scheutz ist ein mechanisches Meisterwerk, das aber für technische Zwecke schon seiner erheblichen Kosten wegen nicht in Betracht kommen kann; auch sind zu tabellarischen Rechnungen von technischem Interesse stets die im vorigen Paragraph besprochenen Instrumente, insbesondere das Arithmometer von Thomas, völlig ausreichend in Verbindung mit Hülfstabellen, die, mögen sie selbst vermittels eines umfangreicheren Instrumentes, wie das von Scheutz, oder auf irgend eine andere Art berechnet sein, hier als gegebene Hülfsmittel zu betrachten sind.

Instrumente zur Auflösung von Gleichungen $f(x) = 0$ sind bisher nicht ausgeführt worden, obschon das Problem ihrer Herstellung wiederholt erörtert worden ist, insbesondere z. B. von E. Stamm* und von H. Wehage.**

* Essais sur l'automatique pure, eingehend besprochen in Laboulaye's Traité de Cinématique, 3. edition, p. 496.

** Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1877, S. 106.

Ihre praktische Ausführung wäre indessen nicht ohne Nutzen, wenigstens zur Auflösung von häufiger vorkommenden algebraischen Gleichungen:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0,$$

unter n eine positive ganze Zahl verstanden; von den dazu gemachten Vorschlägen dürfte der von Wehage am meisten Beachtung verdienen. Er beruht auf der zu Ende des vorigen Paragraph erwähnten Berechnungsart der Function

$$y = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$
$$= \left\{\cdots[(a_0x + a_1)x + a_2]x + \cdots + a_{n-1}\right\}x + a_n,$$

derzufolge für das betreffende Argument x nach einander

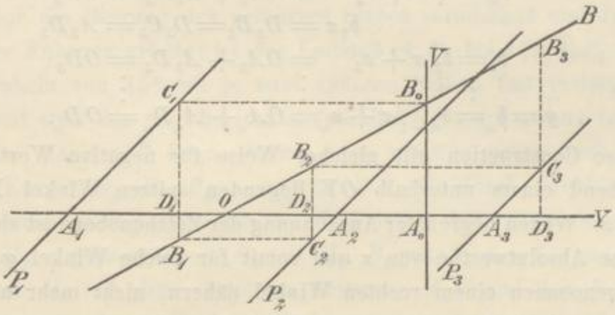
$$b_1 = a_0x + a_1; \quad b_2 = b_1x + a_2 \cdots$$

zu berechnen sind, um so schliesslich

$$y = b_n = b_{n-1}x + a_n$$

zu erhalten, sowie ferner darauf, dass diese Berechnungsweise leicht in ein

Fig. 134.



graphisches Verfahren zur Construction des Functionswerthes y umgewandelt werden kann. Werden nämlich (Fig. 134) auf der Geraden OY vom Punkte O aus nach irgend einem, nur für alle Fälle gleichen Maassstabe die Strecken

$$OA_0 = a_0, \quad OA_1 = a_1, \quad OA_2 = a_2, \quad OA_3 = a_3 \cdots$$

abgetragen, im Sinne OY positiv verstanden, so dass z. B. OA_1 in Fig. 134 einem negativen Werthe von a_1 entspricht, werden ferner die Gerade A_0V senkrecht zu OY, die Geraden

$$A_1P_1, \quad A_2P_2, \quad A_3P_3 \cdots$$

aber parallel und unter 45^0 gegen OY geneigt gezogen, endlich die Gerade OB unter einem solchen spitzen Winkel φ gegen OY geneigt, dass $tg\,\varphi$

= dem Zahlenwerthe von x ist, so kann der diesem x entsprechende Werth von y wie folgt gefunden werden. Es werde, indem eine mit OY parallele Gerade horizontal und eine in der Zeichenebene dazu senkrechte Gerade vertical genannt wird, $B_0 C_1$ horizontal, $C_1 D_1 B_1$ vertical, $B_1 C_2$ horizontal, $C_2 D_2 B_2$ vertical, $B_2 C_3$ horizontal, $C_3 D_3 B_3$ vertical gezogen u. s. f., unter

$$\begin{array}{lll} B_0, B_1, B_2 \cdots & \text{Punkte in } OB, & \\ C_1, C_2 \cdots & \text{„} & \text{bezw. in } A_1 P_1, A_2 P_2 \cdots \\ D_1, D_2 \cdots & \text{„} & \text{in } OY \end{array}$$

verstanden; dann ist $y = OD_n$ nach dem Maassstabe, nach welchem die Coefficienten $a_0, a_1, a_2 \cdots$ den Strecken $OA_0, OA_1, OA_2 \cdots$ gleich sind. Nach der Construction ist nämlich, falls der oberhalb OY liegende spitze Winkel YOB einem positiven x entspricht und eine aufwärts gerichtete verticale Strecke positiv, also eine abwärts gerichtete negativ gesetzt wird,

$$\begin{aligned}
a_0 x &= A_0 B_0 = D_1 C_1 = A_1 D_1 \\
b_1 = a_0 x + a_1 &= OA_1 + A_1 D_1 = OD_1 \\
b_1 x &= D_1 B_1 = D_2 C_2 = A_2 D_2 \\
b_2 = b_1 x + a_2 &= OA_2 + A_2 D_2 = OD_2 \\
b_2 x &= D_2 B_2 = D_3 C_3 = A_3 D_3 \\
b_3 = b_2 x + a_3 &= OA_3 + A_3 D_3 = OD_3 \\
&\vdots \\
y = b_n = b_{n-1} x + a_n &= OA_n + A_n D_n = OD_n.
\end{aligned}$$

Diese Construction gilt gleicher Weise für negative Werthe von x, entsprechend einem unterhalb OY liegenden spitzen Winkel $YOB = \varphi = arc\,tg\,x$. Wegen begrenzter Ausdehnung der Zeichenebene ist sie indessen für grosse Absolutwerthe von x und somit für solche Winkel φ, die sich absolut genommen einem rechten Winkel nähern, nicht mehr ausführbar, weshalb es zweckmässig ist, diesen Winkel überhaupt nur zwischen den Grenzen $-\frac{\pi}{4}$ und $+\frac{\pi}{4}$ anzunehmen, entsprechend den Grenzen -1 und $+1$ von x, für grössere Absolutwerthe von x aber zu setzen:

$$x = \frac{1}{z}; \quad yz^n = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0$$

und die Werthe der Function

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0$$

für die zwischen 0 und 1 liegenden Absolutwerthe von z nach dem obigen Verfahren zu construiren. Die zwischen -1 und $+1$ liegenden Wurzeln der Gleichung

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0 = 0$$

sind dann die reciproken Werthe der zwischen $-\infty$ und -1, $+1$ und $+\infty$ liegenden Wurzeln der Gleichung:

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n = 0.$$

Um nun einen Mechanismus zu erhalten, welcher, die erklärte Construction bei seinen Configurationsänderungen beständig nachahmend, durch willkürliche Bewegung eines Gliedes die Functionswerthe $y = f(x)$ für stetig sich ändernde Werthe des Argumentes x auf einer Skala abzulesen gestattet, kann man sich die Constructionslinien von Fig. 134 etwa in folgender Weise als prismatische Stäbe ausgeführt und gepaart denken. OY sei ein fest liegender Maassstab, gegen welchen der Hebel OB um eine Axe O drehbar ist; die Neigungswinkel $YOB = \varphi$ oder besser die Werthe von $tg\,\varphi = x$ können an einer Kreistheilung mit dem Mittelpunkte O abgelesen werden. $A_0 V$, $A_1 P_1$, $A_2 P_2 \ldots$ seien Leitstäbe, die in Rahmen so prismatisch geführt sind, dass der Maassstab OY vom ersten $A_0 V$ rechtwinklig, von den übrigen unter Winkeln von 45^0 gekreuzt wird, während die Führungsrahmen selbst längs dem Maassstabe verschieblich sind. Zwischen seinen zwei Führungen in dem betreffenden Rahmen (kinematisch nur einem Prismenpaare entsprechend, dessen Zerlegung in zwei getrennte Theile aber die Biegung des geführten Stabes vermindert und die Sicherheit seiner Führung erhöht) ist der Leitstab $A_1 P_1$ bei C_1, $A_2 P_2$ bei $C_2 \ldots$ unter Winkeln von 45^0 mit je zwei anderen Stäben fest verbunden, von denen somit stets der eine horizontal (parallel OY), der andere vertical ist. Längs dem Hebel OB seien Hülsen oder sonstige prismatisch mit ihm gepaarte Körper B_0, B_1, $B_2 \ldots$ verschieblich, die durch Drehkörperpaare (Zapfen, deren Axen parallel mit der Hebelaxe O sind) mit anderen Hülsen H_0, H_1, $H_2 \ldots$ gepaart seien (B_0 mit H_0, B_1 mit H_1 u. s. f.); von letzteren endlich sei H_0 mit dem verticalen Leitstabe $A_0 V$ und dem bei C_1 mit $A_1 P_1$ fest verbundenen Horizontalstabe prismatisch gepaart, H_1 mit dem Verticalstabe $C_1 B_1$ und dem bei C_2 mit $A_2 P_2$ fest verbundenen Horizontalstabe u. s. f. Dabei sind die erwähnten Rahmen, Stäbe und Hülsen so in verschiedenen Ebenen liegend zu denken, dass sie sich über einander weg bewegen können. Werden nun die Rahmen (etwa mit Hülfe drehbarer Schraubenspindeln) so eingestellt, dass von den in ihnen geführten Leitstäben $A_0 V$, $A_1 P_1$, $A_2 P_2 \ldots$ der Maassstab bezw. bei den Theilstrichen A_0, A_1, $A_2 \ldots$ gekreuzt wird, welche den Coefficienten $a_0 = OA_0$, $a_1 = OA_1$, $a_2 = OA_2 \ldots$ der Function

$$y = f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_n$$

entsprechen, und wird der Hebel OB auf einen gewissen Werth von x

eingestellt, so kreuzt der Verticalstab $C_n B_n$ den Maassstab OY bei einem Theilstriche D_n, dessen Abstand OD_n vom Nullpunkte $O = f(x)$ ist. Eine stetige Drehung des Hebels um seine Axe O hat eine zwangläufige Configurationsänderung des Mechanismus zur Folge, wobei der Kreuzungspunkt D_n sich längs dem Maassstabe hin bewegt und mit dem Nullpunkte O desselben zusammenfällt, so oft $tg\,\varphi = x =$ einer Wurzel der Gleichung $f(x) = 0$ wird, die somit auf der Kreistheilung unmittelbar abgelesen werden kann.

B. Messinstrumente.

I. Instrumente zur Messung von Raumgrössen.

§. 133. Wegmesser.

Dergleichen Instrumente, insoweit sie nicht in das Gebiet der praktischen Geometrie fallen, beruhen auf so nahe liegender Anwendung der im §. 130 besprochenen Zählwerke, dass sie hier nur flüchtig erwähnt zu werden brauchen. Die Messung des Winkelweges eines beständig in einerlei Sinn um eine Axe rotirenden Körpers ist ohne Weiteres einerlei mit dem Zählen der betreffenden Rotationen; doch kann auch die Messung des bei einer Progressivbewegung in einer gewissen Zeit zurückgelegten Weges auf dasselbe Princip zurückgeführt werden durch Anordnung eines längs diesem Wege sich abwälzenden Rades von bekanntem Umfange, falls ein solches nicht schon wie bei Fuhrwerken vorhanden ist: der Weg ergiebt sich = dem Product aus dem Umfange und der Umdrehungszahl dieses Rades mit der Annäherung, mit welcher die thatsächliche Wälzungsstrecke der geometrischen gleich gesetzt werden kann, von der sie (§. 81) streng genommen selbst bei scheinbar rein rollender Relativbewegung in Folge des Einflusses von Deformationen mehr oder weniger verschieden zu sein pflegt.

Wenn ferner ein hin und her gehender Maschinentheil wie gewöhnlich der Art zwangläufig ist, dass nicht nur seine Bahn, sondern auch die im einen und anderen Sinne wiederholt zu durchlaufende Strecke dieser Bahn unabänderlich gegeben ist, so kommt wieder die Messung des in einer gewissen Zeit von ihm durchlaufenen Weges einfach auf eine Schubzählung hinaus. Indessen kann es auch der Fall sein, dass nur die Bahn gegeben, die Schublänge aber veränderlich ist, z. B. in Betreff der hin und her gehenden