

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Theoretische Maschinenlehre

in 4 Bänden

Theorie der Getriebe und der mechanischen Messinstrumente

Grashof, Franz

Leipzig, 1883

I. Instrumente zur Messung von Raumgrößen

[urn:nbn:de:bsz:31-282938](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-282938)

eingestellt, so kreuzt der Verticalstab $C_n B_n$ den Maassstab OY bei einem Theilstriche D_n , dessen Abstand OD_n vom Nullpunkte $O = f(x)$ ist. Eine stetige Drehung des Hebels um seine Axe O hat eine zwangsläufige Configurationsänderung des Mechanismus zur Folge, wobei der Kreuzungspunkt D_n sich längs dem Maassstabe hin bewegt und mit dem Nullpunkte O desselben zusammenfällt, so oft $tg \varphi = x =$ einer Wurzel der Gleichung $f(x) = 0$ wird, die somit auf der Kreistheilung unmittelbar abgelesen werden kann.

B. Messinstrumente.

I. Instrumente zur Messung von Raumgrössen.

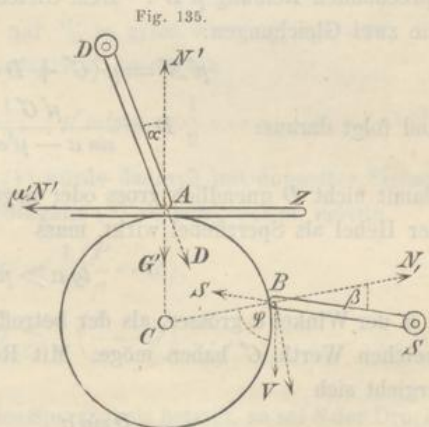
§. 133. Wegmesser.

Dergleichen Instrumente, insoweit sie nicht in das Gebiet der praktischen Geometrie fallen, beruhen auf so nahe liegender Anwendung der im §. 130 besprochenen Zählwerke, dass sie hier nur flüchtig erwähnt zu werden brauchen. Die Messung des Winkelweges eines beständig in einerlei Sinn um eine Axe rotirenden Körpers ist ohne Weiteres einerlei mit dem Zählen der betreffenden Rotationen; doch kann auch die Messung des bei einer Progressivbewegung in einer gewissen Zeit zurückgelegten Weges auf dasselbe Princip zurückgeführt werden durch Anordnung eines längs diesem Wege sich abwälzenden Rades von bekanntem Umfange, falls ein solches nicht schon wie bei Fuhrwerken vorhanden ist: der Weg ergiebt sich — dem Product aus dem Umfange und der Umdrehungszahl dieses Rades mit der Annäherung, mit welcher die thatsächliche Wälzungsstrecke der geometrischen gleich gesetzt werden kann, von der sie (§. 81) streng genommen selbst bei scheinbar rein rollender Relativbewegung in Folge des Einflusses von Deformationen mehr oder weniger verschieden zu sein pflegt.

Wenn ferner ein hin und her gehender Maschinentheil wie gewöhnlich der Art zwangsläufig ist, dass nicht nur seine Bahn, sondern auch die im einen und anderen Sinne wiederholt zu durchlaufende Strecke dieser Bahn unabänderlich gegeben ist, so kommt wieder die Messung des in einer gewissen Zeit von ihm durchlaufenen Weges einfach auf eine Schubzählung hinaus. Indessen kann es auch der Fall sein, dass nur die Bahn gegeben, die Schublänge aber veränderlich ist, z. B. in Betreff der hin und her gehenden

Bewegung des Dampfkolbens einer rotationslosen Wasserhaltungsmaschine, eines Dampfhammers u. s. f., während es doch von Interesse sein kann, die in einer gewissen längeren Zeit durchlaufene Weglänge zu kennen, z. B. behufs der Bestimmung von Prämien für Heizer und Maschinist nach Maassgabe des Kohlenverbrauches für eine gewisse nach der Weglänge des Kolbens zu beurtheilende Leistung einer Wasserhaltungsmaschine*. In solchen Fällen ist nur nöthig, die bei einem Hubzähler übliche Schaltung um je einen Zahn des mit dem Zählwerke verbundenen Schaltrades durch eine solche zu ersetzen, die jeweils um mehrere der hier möglichst klein und zahlreich zu machenden Zähne des Schaltrades stattfindet, entsprechend der betreffenden Schublänge, oder besser die Schaltklinke durch eine Schiene, das Schaltrad durch ein Frictionsrad zu ersetzen, welches von der Schiene bei ihrer Bewegung nach einer Richtung durch Reibung mitgenommen wird, während bei der umgekehrten Bewegungsrichtung die Schiene auf dem Frictionsrade gleitet, indem dessen rückläufige Drehung durch Frictionsperrung verhindert wird.

Durch Fig. 135 ist eine solche Anordnung im Princip angedeutet gemäss dem in der Anmerkung erwähnten Hubmesser für Wasserhaltungsmaschinen von Büttner. Auf dem um die horizontale Axe C drehbaren Frictionsrade liegt die horizontal hin und her bewegte Zugschiene Z , ange-drückt bei A durch den um die Axe D drehbaren Druckhebel DA ; G sei der verticale Druck, den die Zugschiene nur durch ihr Eigengewicht auf das Rad ausübt, G' aber derjenige, den sie selbst durch die Schwere des Druckhebels emp-fängt, α der Winkel zwischen



den Richtungen CA und AD . Ferner ist SB der um die horizontale Axe S drehbare Sperrhebel, β der Winkel zwischen den Richtungen CB und BS . Anstatt durch den Druckhebel könnte der Eigengewichtsdruck G der Zugschiene auf das Frictionsrad auch durch irgend eine andere von oben her

* Ein dazu dienender Kolbenwegmesser ist von A. Büttner mitgetheilt in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1872, S. 123.

wirkende Kraft unterstützt werden, doch bietet der Hebel auf einfache Weise den Vortheil dar, dass der Gesamtdruck N' zwischen ihm und der Zugschiene, somit auch der Druck N zwischen dieser und dem Frictionsrade bei der rückläufigen Bewegung (von links nach rechts in Fig. 135), wobei die Schiene auf dem gesperrten Rade gleitet, in beliebigem Verhältnisse kleiner erhalten werden kann, als bei der Schaltbewegung, wobei das Rad von der Schiene ohne relative Gleitung durch Reibung mitgenommen werden soll. Die entsprechende Anordnung des Druckhebels beruht auf folgender Ueberlegung, wobei der Coefficient der Reibung zwischen dem Rade und der Schiene mit μ , zwischen dieser und dem Druckhebel mit μ' bezeichnet ist; letzterer kann besonders dann wesentlich verschieden von μ sein, wenn etwa der Druckhebel bei A mit einer Frictionsrolle aufliegt, in welchem Falle $\mu' =$ dem im Verhältnisse des Zapfendurchmessers zum Rollendurchmesser verkleinerten Zapfenreibungcoefficient wäre.

Bei der Schaltbewegung (von rechts nach links, Fig. 135) der Schiene Z sei D die Kraft, mit welcher der Druckhebel im Sinne DA auf die Schiene wirkt ausser dem verticalen Gewichtsdrucke G' , während die Schiene auf den Hebel zurückwirkt mit der Normalkraft N' und der entsprechenden Reibung $\mu' N'$. Dem Gleichgewicht dieser Kräfte entsprechen die zwei Gleichungen:

$$\mu' N' = \mu' (G' + D \cos \alpha) = D \sin \alpha$$

und folgt daraus:
$$D = \frac{\mu' G'}{\sin \alpha - \mu' \cos \alpha}.$$

Damit nicht D unendlich gross oder negativ werde als Zeichen dafür, dass der Hebel als Sperrhebel wirkt, muss

$$\operatorname{tg} \alpha > \mu' \dots \dots \dots (1),$$

d. h. der Winkel α grösser, als der betreffende Reibungswinkel sein, einerlei welchen Werth G' haben möge. Mit Rücksicht auf den Ausdruck von D ergibt sich

$$N' = \frac{D \sin \alpha}{\mu'} = \frac{G'}{1 - \mu' \operatorname{cotg} \alpha} \dots \dots \dots (2).$$

Ist ferner P die Kraft, die tangential am Umfange des Frictionsrades wirken muss, um seine Drehung entgegen den Widerständen des Zählwerkes zu bewirken, so muss zur Verhinderung des relativen Gleitens zwischen ihm und der Schiene

$$\mu N = \mu (G + N') > P, \text{ also } N' > \frac{P}{\mu} - G$$

sein und somit nach Gl. (2):

$$1 - \mu' \cotg \alpha = \frac{G'}{N'} < \frac{G'}{\frac{P}{\mu} - G}$$

$$\mu' \cotg \alpha > \frac{\frac{P}{\mu} - G - G'}{\frac{P}{\mu} - G}; \quad \text{tg } \alpha < \mu' \frac{\frac{P}{\mu} - G}{\frac{P}{\mu} - G - G'} \dots \dots (3).$$

Um den Winkel α zwischen den Grenzwerten (1) und (3) mit einem gewissen durch die Unsicherheit der Reibungscoefficienten gebotenen Spielraume passend annehmen zu können, darf G' , also das Gewicht des Druckhebels nicht beliebig klein sein.

Für die rückläufige Bewegung der Schiene Z sind die Kräfte D und $\mu' N'$ entgegengesetzt wie in Fig. 135 gerichtet; ihrem Gleichgewicht mit den Kräften N' und G' entsprechen dann die Gleichungen:

$$\mu' N' = \mu' (G' - D \cos \alpha) = D \sin \alpha$$

und folgt daraus:

$$D = \frac{\mu' G'}{\sin \alpha + \mu' \cos \alpha}; \quad N' = \frac{G'}{1 + \mu' \cotg \alpha} \dots \dots (4).$$

Sollte nun z. B. dieser Druck N' nur $\frac{1}{3}$ so gross wie derjenige sein, der nach Gl. (2) der Schaltbewegung entspricht, so müsste

$$\frac{1 - \mu' \cotg \alpha}{1 + \mu' \cotg \alpha} = \frac{1}{3}; \quad \mu' \cotg \alpha = \frac{1}{2} \dots \dots (5)$$

gemacht werden. Der Bedingung (1) würde dadurch mit doppelter Sicherheit genügt; um aber auch der Bedingung (3) zu entsprechen, müsste

$$\frac{P}{\mu} - G - G' < \frac{1}{2} \left(\frac{P}{\mu} - G \right),$$

also

$$G' > \frac{1}{2} \left(\frac{P}{\mu} - G \right) \dots \dots (6)$$

gemacht werden.

Was endlich die Anordnung des Sperrhebels betrifft, so sei S der Druck, den er, wenn die rückläufige Schiene Z eine entsprechende Rechtsdrehung des Frictionsrades zu bewirken strebt, im Sinne SB auf letzteres ausübt ausser dem von der Schwere dieses Hebels herrührenden Verticaldrucke V , entsprechend dem Winkel $VBC = \varphi$ (Fig. 135). Den Kräften S und V wirkt das Frictionsrad entgegen mit dem Normaldrucke N_1 im Sinne CB und mit der an den Stützpunkt B versetzten, auf Drehung des Rades abzielenden Tangentialkraft Q , die mit Rücksicht auf Gl. (4) die Grösse

$$Q = \mu \left(G + \frac{G'}{1 + \mu' \cot \alpha} \right)$$

hat, insbesondere mit $\mu' \cot \alpha = \frac{1}{2}$:

$$Q = \mu \left(G + \frac{2}{3} G' \right).$$

Würde diese Drehung thatsächlich erzielt, so wäre, unter μ_1 den betreffenden Reibungscoefficient verstanden, der Bestandtheil $\mu_1 N_1$ von Q mit den Kräften N_1 , S und V im Gleichgewicht; die Drehung wäre also unmöglich, wenn Q kleiner, als die Summe des jenem Gleichgewicht entsprechenden Werthes von $\mu_1 N_1$ und derjenigen Kraft wäre, welche, tangential am Frictionsrade wirkend, die rückläufige Drehung desselben ohne den Einfluss des Hebels SB bewirken kann. Soll aber, was vorzuziehen ist, bei jeder Grösse von Q die Sperrung des Rades durch den Hebel SB vermittelt werden, so ist nur nöthig, letzteren so anzuordnen, dass aus der Bedingung des Gleichgewichtes der Kräfte $\mu_1 N_1$, N_1 , S und V , nämlich aus den Gleichungen:

$$\mu_1 N_1 = \mu_1 (V \cos \varphi + S \cos \beta) = S \sin \beta - V \sin \varphi$$

sich für

$$S = \frac{\sin \varphi + \mu_1 \cos \varphi}{\sin \beta - \mu_1 \cos \beta} V$$

ein unmöglicher negativer Werth ergebe, was unabhängig von V und φ erfordert, dass

$$\operatorname{tg} \beta < \mu_1 \dots \dots \dots (7),$$

also β kleiner, als der betreffende Reibungswinkel ist.

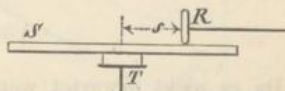
§. 134. Linearplanimeter.

Die seither vorzugsweise in Gebrauch gekommenen und hier allein zu betrachtenden Planimeter sind Instrumente, welche den Inhalt einer gezeichneten ebenen Fläche durch blosses Umfahren ihres Umfanges mit einem Stift oder einer sonstigen Marke und durch Ablesung der dadurch entsprechend veränderten Stellung eines Zeiger- oder Zählwerkes zu bestimmen gestatten. Jenachdem das Instrument auf einer Registrirung der mit dem Umfahren der Fläche verbundenen Aenderungen von Linear- oder Polarcoordinaten der Umfangspunkte beruht, kann man Linear- und Polarplanimeter unterscheiden. Erstere wurden (nach Bauernfeind) von dem bayerischen Trigonometer J. M. Hermann schon 1814 erfunden und 1817 angewendet, jedoch wenig bekannt und beachtet; unabhängig davon

wurden solche Instrumente 1825 von dem Italiener Gonella (nach Laboulaye, traité de cinématique), 1827 von dem schweizerischen Ingenieur Oppikofer construiert, später von Ernst in Paris, von Wetli in Zürich und von Hansen in Gotha verbessert. Der folgenden Besprechung liegen hauptsächlich die Linearplanimeter von Wetli und von Hansen zum Grunde.

Bei denselben befindet sich der Fahrstift am Ende eines Lineals, während ein Schlitten einerseits mit diesem Lineal, andererseits mit dem Gestell des Instrumentes prismatisch gepaart ist, so dass die Schubrichtungen beider Prismenpaare rechtwinklig gegen einander und parallel mit der horizontalen Ebene der mit dem Stift zu umfahrenden Figur gerichtet sind. Der Schlitten trägt die um eine verticale Axe drehbare horizontale Kreisscheibe S (Fig. 136), mit welcher unter geeignetem (relatives Gleiten ausschliessendem) Drucke die Rolle R so in Berührung ist, dass die horizontale Axe ihrer in festen Lagern des Gestelles drehbaren Welle

Fig. 136.



mit der Schubrichtung des Schlittens parallel ist und die Axe der Scheibe S rechtwinklig schneidet. Die mit dieser Scheibe coaxial fest verbundene Trommel T wird von einem feinen Silberdrahte umschlungen, der längs dem Lineal, an beiden Enden desselben befestigt, ausgespannt ist. Eine relative Verschiebung des Lineals gegen den Schlitten bewirkt somit eine entsprechende Drehung von T mit S und dadurch auch eine Drehung von R , abhängig zugleich vom Abstände des Berührungspunktes zwischen S und R vom Mittelpunkte der Scheibe, folglich von der Lage des Schlittens. Der Drehungswinkel φ von R , durch ein Zählwerk registriert, ist dem Flächeninhalte F der vom Stift umfahrenen Figur proportional.

Wird nämlich letztere auf rechtwinklige Coordinaten x, y in ihrer Ebene bezogen, so dass die x -Axe parallel mit der Schubrichtung des Lineals gegen den Schlitten, die y -Axe parallel mit der Schubrichtung des Schlittens selbst ist, und sind r, t die Radien bzw. der Rolle R und der Trommel T , während s die augenblickliche Entfernung des Mittelpunktes der Scheibe S von ihrem Berührungspunkte mit der Rolle R bedeutet, so hat die Verschiebung des Fahrstiftes längs einem Bogenelement des Umfanges von F , entsprechend den elementaren Verschiebungen dx und dy im Sinne der Axen, eine unendlich kleine Drehung der Scheibe $= \frac{dx}{t}$, also die Drehung

$$d\varphi = \frac{s}{r} \frac{dx}{t}$$

der Rolle R zur Folge; zugleich ändert sich s um $ds = dy$ in Folge der Verschiebung des Schlittens, so dass sich s und y nur durch eine Constante s_0 unterscheiden und deshalb mit $s = y - s_0$ aus obiger Gleichung durch Integration hervorgeht:

$$rt\varphi = \int y dx - s_0 \int dx.$$

Ist aber der Fahrstift zu seiner Anfangslage zurückgekehrt, so ist

$$\int dx = 0 \quad \text{und} \quad \int y dx = F$$

geworden, also

$$F = rt\varphi.$$

Wenn etwa der n te Theil einer Umdrehung von R einer Flächeneinheit, z. B. einem Quadratmillimeter entsprechen soll, so müssen r und t in Millimetern ausgedrückt der Gleichung entsprechen:

$$1 = rt \frac{2\pi}{n}, \quad \text{also} \quad rt = \frac{n}{2\pi}.$$

Da es nicht erwartet werden kann, dass die Radien r und t , von denen letzterer bis zur Mittellinie des die Trommel T umschlingenden Silberdrahtes zu rechnen ist, von vorn herein ganz richtig getroffen werden, so empfiehlt es sich, die Rolle R zunächst ein wenig zu gross zu machen und vorsichtig so lange zu verkleinern, bis der Inhalt einer Figur F von bekannter Grösse, z. B. eines Kreises von möglichst grossem Durchmesser im Mittel aus vielen Umfahrungen mit einem zu vernachlässigenden Fehler richtig gefunden wird. Wäre die Rolle R etwas zu klein geworden, so könnte durch Anwendung eines etwas dickeren Silberdrahtes geholfen werden.

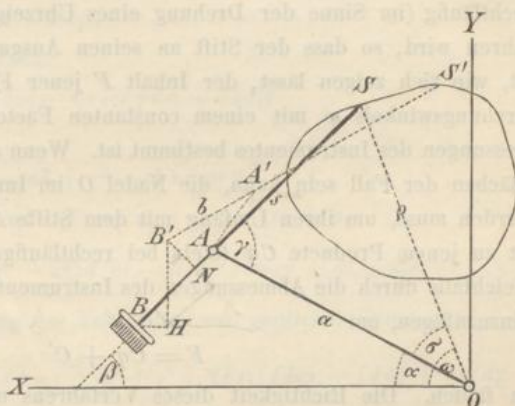
Die Genauigkeit der Flächeninhaltsbestimmung mit Hilfe eines solchen Linearplanimeters beträgt nach Bauernfeind etwa $0,001 F$ für $F = 1200$ bis 1500 Quadratmillimeter; bei kleineren Flächen ist der verhältnissmässige Fehler grösser, bei grösseren kleiner.

§. 135. Polarplanimeter.

Einfacher und entsprechend billiger bei kaum geringerer Genauigkeit, als die im vorigen Paragraph besprochenen Linearplanimeter, und deshalb in viel allgemeineren Gebrauch gekommen ist das von J. Amsler-Laffon im Jahre 1854 erfundene Polarplanimeter. Es besteht im Wesentlichen aus zwei Stäben OA und BAS (Fig. 137), bei A durch ein Gelenk verbunden, dessen Axe zur Ebene der Figur senkrecht zu denken ist. Am Ende des Stabes OA ist bei O eine Nadel eingesetzt, deren Spitze nur

wenig hervorragt und beim Gebrauch des Instrumentes auf das Papier aufgesetzt wird, auf welchem die zu messende Fläche = F gezeichnet ist; um diesen Punkt O als Pol (bezw. um die in O zur Zeichenebene senkrechte Axe) ist somit das Instrument drehbar. Der andere Stab trägt an seinem Ende bei S einen Stift, mit dessen Spitze der Umfang der auszumessenden Fläche umfahren wird; ausserdem ist dieser Stab jenseits A (oder auch zwischen A und S) mit einer Hülse verbunden, in welcher

Fig. 137.



eine Laufrolle B mit ihrer in Spitzen auslaufenden Welle leicht drehbar so gelagert ist, dass ihre geometrische Axe in der durch die Axe A und die Spitze S des Fahrstiftes gehenden Ebene liegt. Die Rolle besteht aus einem abgerundeten etwas vortretenden Rande und aus einem cylindrischen Theile von etwas kleinerem Durchmesser; der Berührungspunkt B zwischen dem Rollenrande und der Zeichenfläche ist der dritte Stützpunkt des Instrumentes ausser der Nadelspitze O und der Spitze S des Fahrstiftes. Der cylindrische Theil der Rolle ist in 100 gleiche Theile getheilt, während mit Hülfe eines an der Hülse befestigten Nonius auch noch Zehntel dieser Theile, also Tausendtel einer Umdrehung der Rolle abgelesen werden können; ihre ganzen Umdrehungen werden durch eine Zifferscheibe registriert, die mit einem Schraubenrädchen verbunden ist, das von einer mit der Laufrolle rotirenden Schraube ohne Ende in langsame Drehung versetzt wird.

Beim Gebrauch des Instrumentes wird die Nadelspitze O wo möglich ausserhalb der zu messenden Fläche so aufgesetzt, dass der Umfang dieser Fläche mit dem Stifte S umfahren werden kann. Wird dann letzterer etwa von S bis S' (Fig. 137) längs jenem Umfange hin bewegt, so erfährt auch der Berührungspunkt der Laufrolle mit der Zeichenebene in dieser eine entsprechende Verrückung von B bis B' , die in eine nach BS gerichtete Componente = BN und in eine Componente normal dazu = NB' zerlegt werden kann; nur der letzteren entspricht eine Drehung der mit einem Umfangsbogen = NB' sich abwälzenden Rolle und zwar um einen

Winkel φ , der aus den Ablesungen der betreffenden Skalen zu Anfang und zu Ende der fraglichen Bewegung als ein Vielfaches des Drehungswinkels $= \frac{2\pi}{1000}$ gefunden wird. Wenn insbesondere mit dem Stifte S eine Figur rechtläufig (im Sinne der Drehung eines Uhrzeigers) gerade ein mal umfahren wird, so dass der Stift an seinen Ausgangspunkt zurückkehrt, so ist, wie sich zeigen lässt, der Inhalt F jener Figur = dem Product des Drehungswinkels φ mit einem constanten Factor C , der durch die Abmessungen des Instrumentes bestimmt ist. Wenn aber, wie es bei grösseren Flächen der Fall sein kann, die Nadel O im Inneren derselben aufgesetzt werden muss, um ihren Umfang mit dem Stifte S umfahren zu können, so ist zu jenem Producte $C\varphi$ (stets bei rechtläufiger Umfahrung) noch eine gleichfalls durch die Abmessungen des Instrumentes bestimmte Constante C' hinzuzufügen, um

$$F = C\varphi + C'$$

zu finden. Die Richtigkeit dieses Verfahrens und die Ausdrücke von C und C' ergeben sich durch die folgende Entwicklung.

Mit Bezug auf Fig. 137 sei

$$OA = a, \quad AS = s, \quad AB = b,$$

unter B den Berührungspunkt der Rolle mit der Zeichenfläche verstanden, während die Bedeutungen der Winkel $\alpha, \beta, \gamma, \sigma, \omega$ ohne Weiteres aus der Figur hervorgehen, in welcher OX und OY zwei übrigens beliebig von O aus in der Zeichenfläche gezogene rechtwinklige Coordinatenaxen sind. Für dieselben sind die Coordinaten des Punktes B :

$$x = a \cos \alpha + b \cos \beta$$

$$y = a \sin \alpha - b \sin \beta.$$

Ist dann SS' ein unendlich kleines Umfangselement der zu messenden Fläche, also auch NB' unendlich klein $= r d\varphi$, unter $d\varphi$ den entsprechenden elementaren Drehungswinkel der Laufrolle und unter r ihren Radius (den Radius ihres die Zeichenfläche berührenden Umfangskreises) verstanden, ist ferner

$$BH = -dx \text{ parallel } OX,$$

$$HB' = dy \text{ parallel } OY,$$

so ist

$$r d\varphi = HB' \cdot \cos \beta - BH \cdot \sin \beta$$

$$= dy \cdot \cos \beta + dx \cdot \sin \beta.$$

Dabei ist $d\varphi$ positiv, also φ wachsend vorausgesetzt bei einer Drehung der Laufrolle in solchem Sinne, dass sie einem in S befindlichen Auge rechtläufig erscheint. Wird aber, wie es hier geschehen soll, umgekehrt φ

wachsend angenommen bei einer für den Anblick im Sinne BS rechtläufigen Drehung, so ist

$$\begin{aligned} -rd\varphi &= dy \cdot \cos \beta + dx \cdot \sin \beta \\ &= (a \cos \alpha d\alpha - b \cos \beta d\beta) \cos \beta - (a \sin \alpha d\alpha + b \sin \beta d\beta) \sin \beta \\ &= a \cos(\alpha + \beta) d\alpha - b d\beta. \end{aligned}$$

Wegen $\alpha + \beta = \gamma$ folgt daraus:

$$rsd\varphi = -as \cos \gamma d\alpha + bs d\beta$$

oder mit $OS = \rho$ wegen

$$\rho^2 = a^2 + s^2 - 2as \cos \gamma,$$

$$\alpha = \omega - \sigma \quad \text{und} \quad \beta = \gamma - \alpha = \gamma - \omega + \sigma$$

$$rsd\varphi = \frac{1}{2}(\rho^2 - a^2 - s^2)d(\omega - \sigma) + bs d(\gamma - \omega + \sigma)$$

und somit für eine Bewegung des Fahrstiftes von endlicher Grösse:

$$rs\varphi = \frac{1}{2} \int \rho^2 d\omega - \frac{1}{2} \int \rho^2 d\sigma - \frac{1}{2}(a^2 + s^2 + 2bs)(\int d\omega - \int d\sigma) + bs \int d\gamma.$$

Wenn insbesondere der Stift die Fläche F rings umfahren hat, so ist

$$\frac{1}{2} \int \rho^2 d\omega = F$$

geworden. Ebenso ist $\frac{1}{2} \int \rho^2 d\sigma$ der Inhalt der Fläche, welche von der relativen Bahn des Punktes S gegen den Stab OA umgrenzt wird; indem aber diese relative Bahn ein Kreisbogen aus A als Mittelpunkt mit $AS = s$ als Radius ist, in welchem der Punkt S seinen anfänglichen Ort wieder einnimmt, wenn er den Umfang von F umfahren hat und damit das ganze Instrument in seine anfängliche Lage und Configuration zurückgekehrt ist, ergibt sich:

$$\frac{1}{2} \int \rho^2 d\sigma = 0.$$

Ebenso ist auch $\int d\sigma = 0$ und $\int d\gamma = 0$, folglich:

$$F = rs\varphi + \frac{1}{2}(a^2 + s^2 + 2bs)\int d\omega.$$

Was $\int d\omega$ betrifft, so sind zwei Fälle zu unterscheiden, jenachdem O ausserhalb oder innerhalb der Fläche F liegt. Im ersten Falle ist $\int d\omega = 0$, also

$$F = rs\varphi,$$

im zweiten dagegen ist $\int d\omega = 2\pi$, also

$$F = rs\varphi + \pi(a^2 + s^2 + 2bs).$$

In diesen Ausdrücken sind r , a , s absolute Grössen, während b negativ wird, wenn die Laufrolle auf der anderen Seite von A (zwischen A und S) liegt. Der Winkel φ wird, wie schon bemerkt, in Tausendtheilen einer Umdrehung der Laufrolle abgelesen, so dass, wenn z_1 und z_2 die bezw. zu Anfang und zu Ende der Operation abgelesenen Zahlen sind,

$$\varphi = \frac{2\pi}{1000}(z_2 - z_1)$$

ist und somit $F = \frac{\pi r s}{500}(z_2 - z_1)$

bezw. $F = \frac{\pi r s}{500} \left(z_2 - z_1 + 500 \frac{a^2 + s^2 + 2bs}{rs} \right)$.

Zur Erleichterung des Gebrauches werden r und s so gewählt, dass $\frac{\pi r s}{500}$ einem runden Vielfachen der Flächeneinheit oder überhaupt einer bestimmten Fläche f gleich ist, z. B. = 10 Quadratmillimeter, entsprechend

$$s = \frac{5000}{\pi r} \text{ Millimeter,}$$

falls auch r in Millimetern ausgedrückt ist. Meistens sind zudem die Instrumente so eingerichtet, dass durch Verstellung des Stabes AS gegen die Hülse der Abstand s geändert werden kann und damit auch die Fläche

$$f = \frac{\pi r s}{500},$$

welche der Einheit der Ablesungsdifferenz $= z_2 - z_1$ entspricht. Mit s ändert sich auch der Summand

$$S = 500 \frac{a^2 + s^2 + 2bs}{rs},$$

mit welchem, wenn O im Inneren der Fläche, liegt,

$$F = f(z_2 - z_1 + S)$$

gefunden wird, und sind deshalb die zusammengehörigen Werthe von f und S auf dem Stabe AS verzeichnet neben den Marken, die zu seiner Einstellung auf die betreffenden Werthe von f dienen.

Es versteht sich von selbst, dass jedes Planimeter allgemein als Integrator, d. h. zur mechanischen Bestimmung eines bestimmten Integrals dienen kann, indem ein solches stets als Inhalt einer ebenen Fläche aufzufassen oder dazu in einfache Beziehung zu setzen ist. Besonders einfach gestaltet sich das Verfahren zur Bestimmung des Momentes ersten oder zweiten Grades (statischen oder Trägheitsmomentes) einer gegebenen ebenen Fläche F für eine in ihrer Ebene liegende Axe A . Ist nämlich y eine

Sehne von F in der Entfernung x von A , so ist das statische Moment:

$$M = \int xy dx = a \int \frac{x}{a} y dx = a \int y_1 dx$$

= a mal dem Inhalte einer Fläche F_1 , die aus der Fläche F dadurch erhalten wird, dass ihre sämtlichen mit A parallelen Sehnen y ohne Aenderung ihrer Entfernungen x von A in den Verhältnissen $\frac{x}{a}$ verkleinert werden, was constructiv leicht vermittels einer im Abstände a parallel mit A gezogenen Geraden geschehen kann. Das Trägheitsmoment von F für die Axe A ist ebenso

$$J = \int x^2 y dx = a^2 \int \frac{x}{a} y_1 dx = a^2 \int y_2 dx$$

= a^2 mal dem Inhalte einer Fläche F_2 , die aus F_1 ebenso hervorgeht wie F_1 aus F .*

§. 136. Gasmesser.

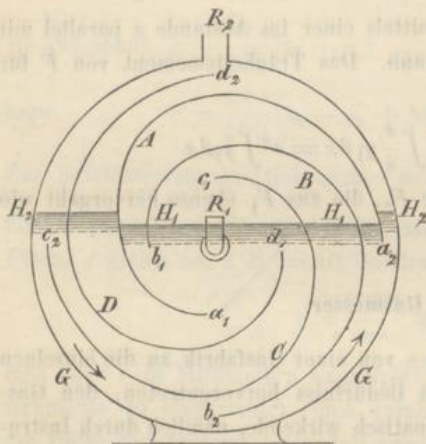
Bei der Abgabe des Leuchtgases von einer Gasfabrik an die einzelnen Consumenten ist am frühesten das Bedürfniss hervorgetreten, den Gasverbrauch der letzteren durch automatisch wirkende, nämlich durch Instrumente zu messen, die ohne weiteres Dazuthun, nur in Folge einer kleinen Druckdifferenz des zu- und abströmenden Gases, die Quantität desselben anzeigen. Die dazu vorgeschlagenen und benutzten Instrumente sind zwar im Einzelnen von vielfach verschiedener Einrichtung, kommen aber im Allgemeinen darauf hinaus, dass ein bestimmter Raum wiederholt mit dem Gase angefüllt und wieder entleert und die Anzahl dieser Wiederholungen durch ein Zählwerk registriert wird; jenachdem dabei Wasser oder überhaupt eine tropfbare Flüssigkeit zur Abgrenzung jenes Maassraumes benutzt wird oder nicht, unterscheidet man nasse und trockene Gasmesser.

Die nassen Gasmesser als die ältesten und auch heute noch am häufigsten benutzten haben im Princip die durch Fig. 138 angedeutete

* Auf ähnlichen Principien beruhend, wie das besprochene einfache Polarplanimeter, hat Amsler auch zusammengesetztere Instrumente construirt, die dazu dienen, ausser dem Inhalte einer ebenen Fläche unmittelbar ihre Momente ersten und zweiten Grades für beliebige Gerade in ihrer Ebene zu bestimmen. Einrichtung, Theorie und Gebrauch derselben sind erläutert in den Schriften Amsler's: „Ueber die mechanische Bestimmung des Flächeninhaltes, der statischen Momente und der Trägheitsmomente ebener Figuren, Schaffhausen 1856“ und „Anwendung des Integrators zur Berechnung des Auf- und Abtrages bei Anlage von Eisenbahnen, Strassen und Canälen, Zürich 1875“.

Einrichtung. Ein mit horizontaler Axe aufgestelltes cylindrisches Gehäuse G ist etwas mehr als zur Hälfte mit Wasser erfüllt. In ihm befindet sich eine um die Gehäuseaxe drehbare Trommel, bestehend aus zwei zur Axe senkrechten kreisförmigen Platten und aus n in gleichen Abständen dazwischen eingefügten Wänden, die hier vorläufig als spiralförmig gekrümmte

Fig. 138.



cylindrische materielle Flächen vorgestellt werden mögen, deren erzeugende Geraden parallel mit der Axe sind. Jede dieser Zwischenwände erstrecke sich vom Abstände r_1 bis zum grösseren Abstände r_2 von der Axe, so dass durch sie der zwischen den concentrischen Cylinderflächen mit den Radien r_1 und r_2 befindliche Trommelraum in n gleiche Kammern getheilt wird, die nach innen und aussen offen sind. Das im Gehäuse enthaltene Wasser steht unter diesen Umständen inner-

halb und ausserhalb der Trommel gleich hoch, abgesehen von solchen kleinen Niveaudifferenzen, die von Druckunterschieden des zu- und abströmenden Gases herrühren. Der gesammte Windungswinkel jeder der n Zwischenwände ist ungefähr

$$= \pi + \frac{2\pi}{n} = \left(1 + \frac{2}{n}\right)\pi,$$

so dass, wenn entsprechend dem durch die Pfeile in Fig. 138 angezeigten Drehungsinne der Trommel eine solche Wand A mit ihrem äusseren Rande a_2 eben noch in das Wasser eingetaucht ist, die folgende B eben angefangen hat, mit ihrem inneren Rande b_1 auf der anderen Seite der Axe einzutauchen. In der Figur ist $n = 4$ angenommen, der Windungswinkel der spiralförmigen Wände A, B, C, D also nahe $= \frac{3}{2}\pi$. Die Zuleitung des Gases erfolgt durch ein Rohr R_1 , welches eine Seitenwand des Gehäuses dicht schliessend in der Mitte durchdringt, durch die nächstliegende Seitenwand der Trommel mit beliebigem, wenn nur ganz unter Wasser liegendem Spielraume hindurch geht und dann aufwärts gebogen im Inneren der Trommel etwas über oder in der Wasseroberfläche selbst

münde
Stelle

Trom
 V_1, V_2
Zustr
währe
nicire
Lage
und o
oberfl
mit C
Raum
Raum

wenn
und γ
beden
sperrt
abhän
fläche
Ebene
Fläch
Wand
zwei
raum
zwich
gestel
in de
Wass
etwas
 $H_1 H_2$
auch
komm
Instru
somit
jenes
der R

mündet; die Gasableitung kann an irgend einer über Wasser liegenden Stelle der Gehäusewand, etwa durch das Rohr R_2 stattfinden.

Unter den erklärten Umständen können nun bei jeder Lage der Trommel zweierlei oder dreierlei mit Gas erfüllte Theile V_1, V_2 bzw. V_1, V, V_2 des Gehäuseraumes unterschieden werden, so dass V_1 mit dem Zuströmungsrohr R_1, V_2 mit dem Abströmungsrohr R_2 communicirt, während zwischen beiden zeitweilig ein weder mit R_1 noch mit R_2 communicirender ganz abgesperrter Raum V liegt. Bei der in Fig. 138 dargestellten Lage der Trommel ist Letzteres der Fall, nämlich V_1 der von der Wand B und der Wasseroberfläche, V der von den Wänden A, B und der Wasseroberfläche begrenzte Theil des Trommelraumes, V_2 endlich der übrige mit Gas erfüllte Theil des ganzen Gehäuseraumes. Dabei liegt die den Raum V_1 begrenzende Wasseroberfläche H_1H_1 etwas tiefer, als die den Raum V_2 begrenzende Wasseroberfläche H_2H_2 , nämlich um

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\gamma},$$

wenn p_1 den Druck des zuströmenden, p_2 den des abströmenden Gases und γ das spezifische Gewicht des Wassers, überhaupt der Sperrflüssigkeit bedeutet. Die Höhenlage der Wasseroberfläche, welche den ganz abgesperrten Gasraum zwischen A und B begrenzt, ist von den Umständen abhängig. Denkt man sich nämlich um die Trommelaxe eine Kreiscylinderfläche K beschrieben mit dem Radius $h_1 =$ der Höhe der horizontalen Ebene H_1H_1 über jener Axe und nun eine Berührungsebene E dieser Fläche K aus der Lage, in welcher sie durch den inneren Rand b_1 der Wand B hindurch geht, in die Lage H_1H_1 gedreht, so können dabei ihre zwei Durchschnittsflächen mit dem zwischen A und B befindlichen Trommelraum im Allgemeinen verschiedene Volumina durchlaufen, so dass das zwischen A und B abgesperrte Gasvolumen bei der durch Fig. 138 dargestellten Lage der Trommel nicht genau demjenigen gleich ist, welches in dem Augenblicke abgesperrt wurde, als der Rand b_1 der Wand B die Wasseroberfläche erreichte, somit auch der Druck dieses Gases von p_1 etwas verschieden und also die Wasseroberfläche zwischen A und B von H_1H_1 etwas verschieden ist. Indessen ist solche Verschiedenheit, die ja auch nur zeitweilig während der Absperrung eines Gasvolumens V vorkommen kann, nicht von wesentlicher Bedeutung für die Wirksamkeit des Instrumentes, und mag hier angenommen werden, dass das Volumen und somit der Druck des zwischen A und B befindlichen Gases unverändert, jenes $= V$, dieser $= p_1$ bleiben, so lange die Absperrung dauert, also bis der Rand a_2 sich aus dem Wasser erhebt, dass somit die Wasseroberfläche H_1H_1

in Fig. 138 sich beiderseits nicht nur bis zur Wand B , sondern bis zur Wand A erstreckt. In diesem Falle findet an dem über Wasser befindlichen Theile der Wand A auf der concaven Seite der spezifische Druck p_1 , auf der convexen Seite der Druck p_2 statt, während im Uebrigen alle diese Wände an allen Stellen von beiden Seiten gleich stark gedrückt werden. Der spezifische Ueberdruck $p = p_1 - p_2$ auf den über Wasser befindlichen Theil der Wand A veranlasst somit die Drehung der Trommel im Sinne der beigezeichneten Pfeile mit einem leicht zu berechnenden Kraftmomente M . Ist nämlich a die axiale Dimension der Trommel im Lichten und ds ein Bogenelement der spiralförmigen Querschnittscurve einer Zwischenwand, ρ seine Entfernung von der Axe, so ist der Ueberdruck auf das entsprechende Flächenelement ads der Wand $= pad s$, seine zu ρ normale Componente $= pad \rho$ und sein Moment in Bezug auf die Axe:

$$dM = pa \rho d\rho,$$

folglich das ganze auf Drehung der Trommel abzielende Kraftmoment:

$$M = pa \int \rho d\rho = pa \frac{\rho_2^2 - \rho_1^2}{2},$$

unter ρ_1 und ρ_2 die Entfernungen der Axe von den zwei Durchschnitten der Wand A mit der Ebene $H_1 H_1$ verstanden. Wenn sich in Folge dieser Drehung die Wand A mit ihrem äusseren Rande a_2 aus dem Wasser erhoben hat, so fällt der Gasdruck in dem bis dahin abgesperrten Raume zwischen A und B auf p_2 und steigt die ihn begrenzende Wasseroberfläche bis zur Ebene $H_2 H_2$; die weitere Drehung der Trommel wird dann übernommen von dem Ueberdrucke auf den über Wasser befindlichen Theil der folgenden Wand B mit einem Momente M , welches den stetig variablen Werthen von ρ_1 und ρ_2 entsprechend im Allgemeinen etwas variabel ist. Indessen ist solche Veränderlichkeit nur von untergeordneter Grösse und Bedeutung, indem ihr bei constanter Grösse des Widerstandsmomentes gegen die Drehung der Trommel eine periodisch nur sehr wenig veränderliche Höhendifferenz $h = \frac{p}{\gamma}$ der Wasseroberflächen $H_1 H_1$ und $H_2 H_2$ entspricht. Dieselbe ist um so weniger veränderlich, je kleiner sie überhaupt ist, je langsamer also die Trommel sich dreht, da mit ihrer Winkelgeschwindigkeit auch ihr Widerstandsmoment (wenigstens insoweit es von der Reibung zwischen den Trommelwänden und dem Wasser herrührt) und somit $p = p_1 - p_2$ abnimmt. In der That pflegen deshalb die Dimensionen der Trommel für einen gewissen Zweck so bemessen zu werden, dass sie

stündlich höchstens etwa 120 Umdrehungen macht, entsprechend einer Umdrehungszeit von 30 Secunden.

Bei n Zwischenwänden der Trommel zeigt jede Umdrehung derselben eine hindurch gegangene Gasmasse an, deren Volumen beim Drucke $p_1 = nV$ ist, unter V das Volumen verstanden, welches die Ebene $H_1 H_1$ von einer Kammer zwischen zwei benachbarten Wänden A, B der Trommel dann abschneidet, wenn die hintere B derselben mit ihrem vorausgehenden Rande b_1 gerade in die Sperrflüssigkeit eintaucht und damit die Gasabsperrung in der Kammer beginnt. Diese Gasmasse ist bei gegebener Trommel um so grösser, je weniger Sperrflüssigkeit im Gehäuse enthalten und je grösser h , ferner je grösser p_1 und je niedriger die Temperatur des Gases ist.

Ohne wesentliche Aenderung der Wirksamkeit eines solchen Gasmessers ist besonders die Einrichtung der Trommel einer grossen Mannigfaltigkeit fähig, wenn nur stets die Zwischenwände so angeordnet werden, dass die dadurch gebildeten gleichen Kammern durch ihre Mündungen auf der einen Seite, falls sie über Wasser liegen, mit dem Gaszuströmungsraum, durch ihre über Wasser liegenden Mündungen auf der anderen Seite mit dem Gasabströmungsraum communiciren, dass aber zeitweilig beide Mündungen derselben Kammer unter Wasser liegen, um das zu messende Gasvolumen abzusperren. Während zu diesen letzterwähnten Zeiten beide den Maassraum begrenzende Zwischenwände von entgegengesetzten Seiten verschieden stark gedrückt sein und so zusammen die Drehung der Trommel vermitteln können, ist es während der übrigen Perioden nur eine Zwischenwand, welche, indem sie an ihrem über Wasser liegenden Theil einerseits dem Drucke p_1 , andererseits dem kleineren Drucke p_2 auf die Flächeneinheit ausgesetzt ist, dadurch als Angriffsfläche des die Trommel drehenden Ueberdruckes dient. Insbesondere bei dem am meisten verbreiteten Crosley'schen Gasmesser liegen die Kammermündungen nicht, wie in Fig. 138 angenommen, in zwei concentrischen Cylinderflächen, sondern die Einflussmündungen in der einen, die Ausflussmündungen in der anderen Seitenfläche der Trommel, so dass das Gas nicht von innen nach aussen, sondern seitlich durch die Trommel hindurch geht, die dabei aussen durch eine cylindrische Wand abgeschlossen und auf der Einströmungsseite mit einem gewölbten Boden versehen ist zur Begrenzung des Raumes, in welchem das aufwärts gekrümmte Gasrohr R_1 mündet (Fig. 139). Die besondere zweifach geknickte Gestalt der die Kammern bildenden Blechwände des Crosley'schen Gasmessers hat eine beträchtliche Verengung dieser Kammern gegen ihre Mündungen hin zur Folge, ist aber im Uebrigen

mehr von constructiver, als von principieller Bedeutung, und mag davon hier ebenso wie von der besonderen Einrichtung des Zählwerkes zur Registrirung der Trommelumdrehungen abgesehen werden.

Unter der Voraussetzung, dass ein Gasmesser so construirt und mindestens in solchem Betrage mit Wasser gefüllt ist, dass das Zufluss- und das Abflussrohr des Gases niemals communiciren, dass also kein Gas ungemessen, d. h. ohne zeitweilig in einer Maasskammer der Trommel nach beiden Seiten abgesperrt gewesen zu sein, den Gasmesser passiren kann, hängt die einer Umdrehung entsprechende Gasmasse nach Obigem ab vom Wassergehalt, von der Niveaudifferenz h der bezw. unter den Pressungen p_1 und p_2 befindlichen Wasseroberflächen $H_1 H_1$ und $H_2 H_2$, sowie vom Zustande des Gases selbst, d. h. von seinem Drucke p_1 und seiner Temperatur. Die Messung ist um so zuverlässiger, je mehr diese Umstände constant und denjenigen gleich bleiben, bei welchen die Aichung, d. h. die Controle der Angaben des Zählwerkes bei anderweitiger Bestimmung des hindurch gegangenen Gasquantums stattfand. Auf eine grosse Genauigkeit ist dabei nicht zu rechnen, und pflegen auch die amtlichen Aichungsordnungen einen Fehler von 2% zu gestatten.

Was den Zustand des Gases betrifft, so ist die Veränderlichkeit des Druckes p_1 nur von untergeordneter Bedeutung; denn wenn auch Druckdifferenzen bis zu 30 Millimeter Wassersäule in der Hauptleitung vorkommen, so entsprechen dieselben doch nur einer verhältnissmässigen Differenz der specifischen Masse des Gases von 0,3%. Viel grösser ist der Einfluss der Temperatur, indem eine Aenderung der specifischen Masse von 2% schon durch eine Temperaturänderung von etwa $5\frac{1}{2}$ Grad C. bewirkt wird. Die Aufstellung des Gasmessers an einem Orte von möglichst constanter Temperatur ist deshalb wesentlich zu fordern.

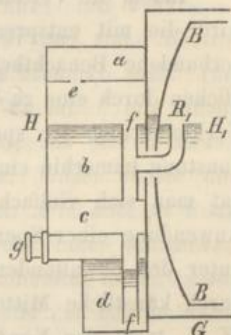
Die Niveaudifferenz h ist proportional dem Widerstandsmoment gegen die Drehung der Trommel, welches zum Theil, besonders sofern es von der Reibung zwischen den Trommelwänden und dem Wasser herrührt, mit der Drehungsgeschwindigkeit wächst; doch ist auch im Uebrigen der Widerstand, namentlich der durch das Zählwerk verursachte, in hohem Grade veränderlich. Bei 120 Umdrehungen in der Stunde ist h im Mittel etwa = 4 Millimeter, und sind bei verschiedenen Geschwindigkeiten auf Höhenunterschiede der Horizontalebene $H_1 H_1$ von etwa 2 Millimeter zu rechnen. Die Genauigkeit der Messung wird dadurch um so weniger beeinträchtigt, je kleiner die zwei Querschnitte sind, in welchen die Ebene $H_1 H_1$ eine Maasskammer zur Zeit der Gasabspernung in ihr schneidet, je mehr also diese Kammern gegen ihre Mündungen hin verengt sind, wie es bei den

üblichen Gasmessern in Folge besonderer Gestaltung der Zwischenwände befriedigend der Fall ist.

Am wichtigsten ist die Erhaltung einer bestimmten Wasserfüllung, also einer bestimmten Höhenlage der Ebene H_1H_1 bei gegebener Niveaudifferenz h . Zu dem Ende hat das Gehäuse G der üblichen nassen Gasmesser an der Eintrittsseite des Gases einen kastenförmigen Vorbau, der, soweit er hier in Betracht kommt, aus 4 Kammern

a, b, c, d (Fig. 139) besteht. Die erste Kammer a , in welche das Gas zunächst eintritt, communicirt mit der zweiten b durch eine Ventilöffnung e , die Kammer b mit c und d durch ein Rohr ff , welches innerhalb b in der Ebene H_1H_1 , innerhalb d dagegen nahe dem Boden unter Wasser mündet. Unterhalb H_1H_1 communicirt ausserdem die Kammer b mit dem Wasserraum des Gehäuses G und der Trommel, und ist durch die betreffenden Oeffnungen hindurch das Gasrohr R_1 vom Rohre ff abgezweigt, um innerhalb des durch den gewölbten

Fig. 139.

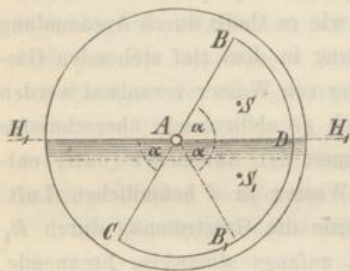


Boden BB begrenzten Trommelraumes in der Ebene H_1H_1 zu münden. Das Gas gelangt somit auf dem Wege $aefR_1$ in die Trommel. Unter diesen Umständen ist ein Steigen des Wasserspiegels H_1H_1 über die oberen Mündungen der Röhren ff und R_1 hinaus, wie es theils durch Ansammlung von Condensationswasser aus der Rohrleitung in dem tief stehenden Gasmesser, theils durch absichtliche Nachfüllung von Wasser veranlasst werden könnte, so lange unmöglich, als das durch ff abfließende überschüssige Wasser noch nicht diese ganze Röhre sammt der Kammer e (unter entsprechender Compression der über dem Wasser in d befindlichen Luft) ausfüllt. Wäre Letzteres der Fall, so würde die Gasströmung durch R_1 unterbrochen und der Consument durch anfangs stossweise brennende, demnächst ganz verlöschende Flammen darauf aufmerksam gemacht. Durch Oeffnen der Schraube g , die den Luftraum der untersten Kammer d für gewöhnlich schliesst, kann dann das angesammelte Wasser hier abgelassen werden, was namentlich stets bei der Nachfüllung von Wasser zu geschehen hat. Ist nun auf solche Weise dem Steigen der Wasseroberfläche H_1H_1 über eine gewisse Grenze hinaus (im Interesse des Consumenten) sicher vorgebeugt, so ist dagegen das Sinken derselben unter diese Grenze, herbeigeführt durch überwiegende Verdunstung des Wassers, nicht gehindert; zwar wird die Oeffnung e durch ein Ventil geschlossen, wenn der dasselbe vermittels einer Ventilstange tragende (in Fig. 139 nicht gezeichnete)

Schwimmer mit dem Wasserstande in der Kammer b unter eine gewisse Grenze sinkt, doch muss diese hinlänglich tief gelegt werden, um ein lästiges Verlöschen der Flammen nur in Ausnahmefällen eintreten zu lassen, so dass unterdessen schon längst eine erheblich fehlerhafte Messung (zum Nachtheile des Producenten) stattgefunden haben kann, wogegen die Gasfabriken durch periodisches Nachfüllen von Wasser in längeren Fristen sich einigermaassen zu schützen pflegen.

Indem die Verdunstung des Wassers mit seiner Temperatur zunimmt, wird die mit entsprechender Erniedrigung der Wasseroberfläche $H_1 H_1$ verbundene Benachtheiligung des Gasproducenten zwar theilweise ausgeglichen durch eine zu Ungunsten des Consumenten gleichzeitig stattfindende Verkleinerung der specifischen Masse des Gases, doch bleibt diese Verdunstung immerhin eine Quelle erheblicher Unsicherheit der Messung, und hat man sich vielfach bemüht, dem Uebelstande abzuhelpfen theils durch Anwendung einer Sperrflüssigkeit, welche, wie Glycerin, der Verdunstung unter den obwaltenden Umständen nur sehr wenig unterworfen ist, theils durch künstliche Mittel zur Erhaltung einer constanten Wasseroberfläche $H_1 H_1$ trotz der Verdunstung. Sehr einfach wird dieser letztere Zweck erreicht durch den von Elster angegebenen und bei seinen Gasmessern

Fig. 140.



seit langer Zeit mit gutem Erfolge* benutzten Schwimmer: Fig. 140. Diese Figur stelle einen dem Gasmessergehäuse vorgebauten cylindrischen Kasten dar, in welchem oben das Gas eintritt, während das unten in ihm enthaltene Wasser mit dem Wasser im Gehäuse und in der Trommel communicirt. In diesem Kasten befinde sich ein Schwimmer von halbcylindrischer Form, nämlich mit halbkreisförmigen Endflächen ABB_1C , bestehend (wie wenigstens zunächst angenommen werde) als massiver Körper aus einer homogenen Substanz, die nur halb so schwer ist wie Wasser; er sei leicht drehbar um die horizontale Axe A des Kastens, die zugleich die geometrische Axe des Kreiscylinders ist, von welchem der Schwimmer die Hälfte darstellt. Unter diesen Umständen ist leicht einzusehen, dass der Schwimmer nur dann, in diesem Falle aber bei jeder Neigung $\alpha = H_1AC = DAB = DAB_1$ gegen H_1H_1 im Gleichgewichte sein kann, wenn H_1H_1 durch die Axe A hindurch geht. Ist das nämlich bei irgend einem Neigungswinkel α der Fall, so haben für den Sector CAB_1 des

Schwimmers die eigene Schwere und der Auftrieb des Wassers eine die Axe A schneidende, somit nicht auf Drehung abzielende Resultante, während der andere Sector BAB_1 durch H_1H_1 in zwei Hälften getheilt wird, deren Schwerpunkte S und S_1 vertical über einander liegen, so dass der in S_1 angreifende Auftrieb des Wassers mit der Resultanten = der Summe der in S und S_1 angreifenden Schwerkkräfte der Sektoren DAB und DAB_1 im Gleichgewichte ist. Wenn aber die Wasseroberfläche sinkt, so wird das Gleichgewicht gestört, bis durch die im Sinne einer Verkleinerung von α erfolgende Drehung des Schwimmers so viel mehr Wasser verdrängt ist, dass H_1H_1 wieder durch die Axe A hindurch geht. Die Veränderlichkeit von α ist zwischen einem spitzen Winkel α_1 und einem stumpfen Winkel α_2 begrenzt, und wenn das Instrument bis zu dieser letzteren Grenze $\alpha = \alpha_2$ mit Wasser angefüllt ist (wobei wieder ein etwaiger Ueberschuss durch ein oben in der Höhe von A mündendes Rohr abläuft), so dauert es lange, bis durch Verdunstung von Wasser die untere Grenze $\alpha = \alpha_1$ erreicht ist, bei welcher man die Gaszuleitung durch diesen Regulirungsschwimmer kann schliessen lassen an Stelle des gewöhnlichen im Anschlusse an Fig. 139 besprochenen Ventilschwimmers. Zu bemerken ist schliesslich, dass der hier besprochene Schwimmer thatsächlich nicht als massiver Körper, sondern als ein hohler Halbcylinder aus Blech angefertigt zu werden pflegt, dessen Gewicht ohne die stets für sich im Gleichgewicht um die Axe A befindliche ebene Blechplatte BAC halb so gross sein soll wie das Gewicht eines gleich grossen Wasservolumens. Ein solcher Schwimmer entspricht zwar der erklärten Wirkungsweise nicht vollkommen, jedoch mit um so grösserer Annäherung, je mehr sein Gewicht in die zwei halbkreisförmigen ebenen Blechplatten verlegt, aus je dünnerem Blech also die halbcylindrisch gebogene Wand hergestellt wird. —

Die Schwierigkeit der Sicherung eines unveränderlichen Wasserstandes, sowie auch die Störungen, denen nasse Gasmesser bei Frost und bei beträchtlichen Druckdifferenzen unterworfen sind, haben Veranlassung zur Construction von trockenen Gasmessern gegeben, die seit 1844 besonders durch A. Croll und W. Richards eine praktisch bewährte Form erhielten. Die Einrichtung ist in der Hauptsache folgende. In einem Kasten K ist eine mit einer ebenen Wand desselben parallele runde Scheibe S normal zu jener Wand und somit zu sich selbst beweglich, während sie am Rande mit einem entsprechenden auf der Kastenwand befestigten Ringe durch einen eigens präparirten ringförmigen Leder Schlauch verbunden ist; derselbe bildet einen ringsum laufenden Wulst, der sich um so mehr abflacht (einem Hohlcyliner nähert), je mehr sich

die Scheibe S von der Kastenwand entfernt. Indessen ist diese Entfernung dadurch in bestimmte Grenzen eingeschlossen, dass die Scheibe durch einen geeigneten Mechanismus (Schwingkurbelmechanismus, dessen Schwinde von S hin und her gedreht wird) mit einer rotirenden Welle W zwangsläufig zusammenhängt, von welcher aus zugleich ein Muschelschieber in einem Schieberkasten bewegt wird behufs einer solchen Vertheilung des in diesen Kasten mit dem Drucke p_1 einströmenden Gases, dass es abwechselungsweise in die erste und zweite der beiden Abtheilungen einströmt, in welche der Kasten K durch die Scheibe S nebst Lederschlauch getheilt wird, während gleichzeitig aus der anderen Abtheilung das beim vorigen Spiel eingeströmte Gas durch die Höhlung des Schiebers hindurch in das Gasabflussrohr R_2 mit dem kleineren Drucke p_2 entweicht. Der ganze Mechanismus ist demjenigen einer ohne Expansion doppelt wirkenden Dampfmaschine entsprechend, deren Dampfzylinder durch den Kasten K und deren Kolben durch die mit dem Lederschlauch verbundene Scheibe S ersetzt ist, die ebenso wie der Kolben, aber ohne Reibung und doch mit dichtem Abschlusse abwechselungsweise im einen und anderen Sinne ein stets gleiches Volumen V als Einheit des zu messenden Gasvolumens durchläuft. Die Bewegung wird unterhalten durch die Druckdifferenz $= p_1 - p_2$ des ein- und ausströmenden, also des einer- und andererseits von der Scheibe S befindlichen Gases, die sich dem Widerstande entsprechend von selbst regulirt. Die Gleichförmigkeit des Gasstromes und des Druckes p_2 im Abflussrohr R_2 wird dadurch erhöht, dass zwei gleiche solche Apparate mit derselben rotirenden Welle W so verbunden werden, dass von den zwei Scheiben S sich stets die eine in einer mittleren Lage befindet, wenn die andere am Ende ihres Weges angekommen ist.

Die Abhängigkeit der gemessenen Gasmasse vom Zustande (Druck und Temperatur) des Gases ist natürlich bei trockenen Gasmessern dieselbe wie bei nassen, kann aber nöthigenfalls in Rechnung gestellt werden. Im Uebrigen sind auch die trockenen Gasmesser mit Mängeln behaftet, die besonders in beschränkter Geschmeidigkeit und Haltbarkeit des Leders und in der Mangelhaftigkeit des dichten Schieberabschlusses ihren Grund haben; auch können merkliche Aenderungen des Messungsergebnisses durch kleine Aenderungen der Gasvertheilung, nämlich dadurch verursacht werden, dass Oeffnung und Schliessung der Gaswege durch den Vertheilungsschieber nicht immer genau denselben Lagen der beweglichen Scheibe S entsprechen. Indessen sind diese Fehler von solcher Art, dass sie durch sorgfältige Ausführung erheblich vermindert werden können. Ob sie dann kleiner zu erhalten sind, als diejenigen von nassen Gasmessern, ist lediglich Sache

der Erfahrung, welche vielfach, besonders in England, auch in manchen Städten Deutschlands, zum Ersatze der nassen Gasmesser durch trockene Veranlassung gegeben hat.

§. 137. Wassermesser.

Instrumente zur Messung von Wasser, überhaupt von wässerigen Flüssigkeiten, die im Allgemeinen je nach den Umständen und Anforderungen besonderer Zwecke von sehr mannigfach verschiedener Art sein können, sollen hier nur unter der Voraussetzung besprochen werden, dass sie ähnlich wie die im vorigen Paragraph betrachteten Gasmesser nicht nur ganz automatisch wirken, sondern auch an beliebiger Stelle in eine Rohrleitung eingeschaltet werden können, ohne einen grösseren, als zur Ueberwindung von Widerständen unvermeidlichen Druckverlust zur Folge zu haben, so dass also z. B. das in einer städtischen Wasserleitung zugeführte Wasser auch nach seiner Messung noch bis zum Dache des betreffenden Gebäudes aufzusteigen, das Speisewasser eines Dampfkessels in diesen einzuströmen im Stande ist u. s. f. Wassermesser von solcher Art beruhen entweder auf demselben Princip wie die erwähnten Gasmesser, nämlich darauf, dass ein bestimmter Raum wiederholt mit dem Wasser abwechselungsweise angefüllt und entleert und die Anzahl dieser Wiederholungen durch ein Zählwerk registriert wird, oder auf indirecter Messung des relativen Weges, längs welchem das Wasser durch einen bestimmten Querschnitt fliesst, durch Registrirung der Umdrehungen eines rotirenden festen Körpers, dessen Winkelgeschwindigkeit in bestimmter Weise von jener relativen Geschwindigkeit abhängt, mit welcher das Wasser den fraglichen Querschnitt durchströmt. Mit Rücksicht auf diese zweierlei Wirkungsweisen von Wassermessern können sie als stereometrische und tachometrische unterschieden werden.

Bei den stereometrischen Wassermessern wird der Schluss (die Begrenzung) des periodisch mit Wasser anzufüllenden und zu entleerenden, übrigens von einer starrwandigen Kammer gebildeten Maassraumes durch einen relativ gegen die Kammerwand beweglichen Körper vermittelt, der ein gleichfalls starrer Körper (ein Kolben) oder ein zwar fester, aber ganz oder theilweise biegsamer Körper (eine Membran) oder eine Flüssigkeit sein kann, so dass danach diese Wassermesser als solche mit Kolbenschluss, Membranschluss oder Flüssigkeitsschluss zu unterscheiden sind.

Die Ausführungsform eines stereometrischen Wassermessers mit Kolbenschluss, bei welchem die relative Bewegung des den Maass-

raum durchlaufenden Kolbens durch eine gewisse Druckdifferenz des auf beiden Seiten desselben befindlichen Wassers bewirkt wird, kann ebenso mannigfach verschieden sein, wie diejenige einer analogen Kraftmaschine, bei welcher nur der Unterschied stattfindet, dass der entsprechend grössere Ueberdruck auf den Kolben ausser der Ueberwindung von Bewegungswiderständen der Maschine selbst noch eine anderweitige Arbeit zu leisten hat. Vor Allem kann hier wie dort der Kolben entweder eine hin- und hergehende und dann am besten geradlinige oder eine stetig in einerlei Sinn rotirende Bewegung haben.

Der erste Fall empfiehlt sich dadurch, dass ein geradlinig in entsprechendem Hohlcylinder beweglicher Kolben viel besser dicht schliessend zu erhalten ist, als ein rotirender, und haben deshalb solche Wassermesser zu technischen Zwecken, z. B. zur Messung des Speisewassers von Dampfkesseln, mehrfach nützliche Anwendung gefunden. Durch den Umstand aber, dass sie einer besonderen Steuerung bedürfen, um das zu messende Wasser abwechselungsweise auf die eine und andere Seite des Kolbens zu leiten, wird für die gewöhnliche Verwendung zum Zwecke der Zumessung des Wassers aus einer städtischen Leitung an die einzelnen Consumenten ihre Einrichtung zu complicirt und ihr Preis zu hoch, während es andererseits bei dem geringen Preise des Wassers an sich hier zulässig erscheint, möglichste Einfachheit, Dauerhaftigkeit und Billigkeit bis zu gewissem Grade durch Verminderung der Messungsgenauigkeit zu erkaufen. Wenn für einen Pfennig als kleinste Wertheinheit 0,1 Cubikmeter Wasser geliefert wird, so kann es auf Messungsfehler von solcher Grösse beim Wasserverkauf nicht ankommen, während sie für technische Messungszwecke sehr erheblich sein mögen.

Wassermesser mit rotirender Kolbenbewegung sind im Allgemeinen so eingerichtet, dass in die Rohrleitung ein Gehäuse von der Form eines hohlen Umdrehungskörpers eingeschaltet ist, in welchem durch den Ueberschuss des Druckes im Zuflussrohr über denjenigen im Abflussrohr ein drehbarer Kolben (von sehr mannigfacher Form) bezw. ein System von Kolben in Rotation versetzt wird, während diese so angeordnet sind, dass die von ihnen begrenzten Maasskammern bei der Rotation abwechselungsweise sich vergrössernd mit dem Zuflussrohre, sich verkleinernd mit dem Abflussrohre communiciren, dazwischen aber möglichst ohne Grössenänderung nach beiden Seiten abgesperrt sind.

Stereometrische Wassermesser mit Membranschluss, z. B. nach Art der im vorigen Paragraph besprochenen trockenen Gasmesser, erfüllen zwar insofern, als sie bei fehlerfreier Beschaffenheit der Membran

einen dichten Abschluss ohne Reibung gestatten, den Messungszweck bei leichtem Gange so vollkommen wie möglich; abgesehen davon aber, dass sie analog den Kolbenapparaten mit hin- und hergehender Kolbenbewegung einer besonderen Steuerung bedürfen, um das Wasser abwechselungsweise auf die eine und die andere Seite der mit ihrem Rande an der Gehäusewand befestigten Membran zu leiten, ist ihrer allgemeineren Benutzung die allzu beschränkte Widerstandsfähigkeit der aus welcher Substanz immer bestehenden Membran gegen den Einfluss ihrer oft wiederholten Deformation unter grösserem Druck und gegen die Einwirkung des Wassers im Wege, besonders wenn dieses, wie z. B. zur Dampfkesselspeisung, von höherer Temperatur ist. Bei Gasmessern macht sich dieser Uebelstand weniger geltend, weil höhere Temperaturen dabei nicht vorkommen und auch die Druckdifferenzen stets sehr klein sind.

Ein stereometrischer Wassermesser mit Flüssigkeitsschluss und rotirender Bewegung würde aus dem nassen Gasmesser (Fig. 138, §. 136) dadurch hervorgehen, dass als Sperrflüssigkeit eine solche verwendet würde, die schwerer als Wasser, und nicht mischbar mit ihm ist, wie namentlich Quecksilber, wenn es sich nicht aus leicht begreiflichen Gründen verböte. Auch könnte dieser Gasmesser in umgekehrter Stellung als Wassermesser dienen, entsprechend einer Drehung von Fig. 138 um 180° , so dass die Röhren R_1 und R_2 nach unten mündeten und der dort mit Gas erfüllte Raum Wasser, der Wasserraum Luft als Sperrflüssigkeit enthielte; in dem mit der Zufuhröhre R_1 communicirenden Trommelraume stände das Wasser höher, als in dem mit R_2 communicirenden übrigen Trommel- und Gehäuseräume. Bei der durch die umgekehrte Figur 138 dargestellten Lage wäre die Kammer BC in der Füllung mit Wasser begriffen, in der Kammer AB das zu messende Wasser abgesperrt, die Kammer DA in der Entleerung begriffen und CD ganz mit Luft erfüllt, aber eben im Begriff, mit ihrer vorderen Mündung in das Wasser einzutauchen; die Scheidewand A wäre diejenige, auf deren unter Wasser befindlichen Theil augenblicklich der die Trommel drehende Ueberdruck wirkt, um aber alsbald, nachdem ihr äusserer Rand a_2 in das Wasser eingetaucht ist, diese Function an die folgende Wand B abzutreten. Für eine unter atmosphärischem Drucke stattfindende Messung wäre eine solche Einrichtung nicht unbrauchbar, aber bei Einschaltung in eine ununterbrochene Rohrleitung würde die Erhaltung der comprimirtten Luft im oberen Theile des Gehäuses noch viel grössere Schwierigkeit machen, als die des Wassers in einem nassen Gasmesser.

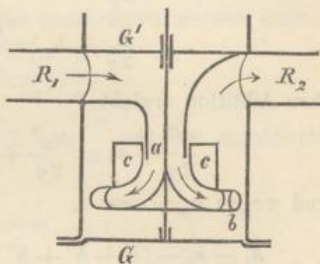
Wenn somit die nach Art von Fig. 138 eingerichteten Wassermesser

sich zu stereometrischer Functionirung kaum eignen, so empfehlen sie sich doch durch compendiöse Form, Einfachheit und Dauerhaftigkeit, indem sie abgesehen vom Zählwerke nur einen einzigen beweglichen und zwar um eine Axe rotirenden starren Körper enthalten, der nur durch die Lagerung dieser Axe Veranlassung zu Abnutzung giebt. Ihre allgemeine Form liegt deshalb auch den tachometrischen Wassermessern zum Grunde, die z. Z. fast ausschliesslich bei städtischen Wasserleitungen zur Registrirung des Wasserverbrauches der Consumenten benutzt werden. Die Ausführung derselben ist namentlich durch Siemens seit 1856, von welchem Jahre das erste bezügliche englische Patent datirt, zu einem höheren Grade von Vollkommenheit gebracht worden, indem dabei der rotirende Körper ursprünglich als ein Reactionsrad mit je nach der Grösse variirender Zahl von gekrümmten Canälen, später auch besonders für kleinere Dimensionen noch einfacher als ein Stossrad mit ebenen radial gestellten Flügeln (Schaufeln) ausgeführt wurde. Trotzdem hier zwischen dem Zufluss- und dem Abflussrohre des Wassers eine beständige Communication stattfindet, so dass bei sehr kleiner Durchflussgeschwindigkeit des Wassers ihr Verhältniss zur Drehungsgeschwindigkeit des Rades allerdings sehr schwankend sein, ja das Rad ganz in Ruhe bleiben, das Wasser ganz ungemessen das Instrument durchfliessen kann, lehrt doch die Erfahrung, dass im Durchschnitt diese Wassermesser ohne Reparaturbedürftigkeit während etwa dreijährigem Dienste eine Messungsgenauigkeit von 3⁰/₁₀ gestatten und damit dem Bedürfnisse des Wasserverkaufs (im Gegensatze zu den Anforderungen technisch-wissenschaftlicher Zwecke, die nach wie vor eine stereometrische Messungsmethode vorziehen lassen) genügend entsprechen.

Die Trommel des im Princip durch Fig. 138 dargestellten Gasmessers würde sich als ein Wasser messendes Reactionsrad verhalten, wenn der ganze Trommel- und Gehäuseraum mit Wasser erfüllt, das Zuflussrohr R_1 aber wasserdicht durch die betreffende Seitenwand der Trommel hindurchgeführt wäre, um das Wasser zu hindern, auf anderem Wege zum Abflussrohr R_2 zu gelangen, als dadurch, dass es die gekrümmten Canäle zwischen den Wänden A, B, C, D durchströmend und aussen bei a_2, b_2, c_2, d_2 ausfliessend die Trommel durch den Reactionsdruck in Drehung versetzt. Bei dem Siemens'schen Wassermesser mit Reactionsrad sind die Mittellinien der Canäle des letzteren doppelt gekrümmte Curven; seine Einrichtung und Anordnung ist durch Fig. 141 angedeutet. Das aus dem Rohr R_1 kommende Wasser fliesst in das Reactionsrad im Sinne seiner Axe bei a ein vermittels eines Mundstückes, welches wasserdicht in das darum rotirende Rad hineinreicht. Am Umfange des letzteren, u. A. bei b

in Fig. 141, fließt das Wasser horizontal in tangentialer Richtung aus, um demnächst im Gehäuse G aufwärts und durch R_2 weiter zu fließen. Die bei c, c angedeuteten radialen Flügel sollen ähnlich wie die Windfänge gewisser Uhrwerke eine regulirende Wirkung auf die Drehung des Rades ausüben, dessen Welle wasserdicht in ein Gehäuse G' hineinreicht, um das darin befindliche Zählwerk in Bewegung zu setzen.

Fig. 141.



Zu näherer Untersuchung des Wirkungsgesetzes dieses Gasmessers werde angenommen, dass die Axe des Reactionsrades vertical ist und dass die Mittellinien der Röhren R_1, R_2 in einer horizontalen Geraden liegen;

a sei die Höhe dieser Geraden über der Einflussmündung a in das Rad,
 b die Höhe der letzteren über den Mittelpunkten der Ausflussmündungen b ,
 F die Summe der Flächeninhalte dieser Ausflussmündungen,

r ihr Mittelpunktsabstand von der Axe,

u die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Wassers in den gleich weiten Röhren R_1 und R_2 ,

h_1 seine Druckhöhe in R_1 ,

h_2 seine Druckhöhe in R_2 ,

u_1 die Geschwindigkeit in der Mündung a (zugleich absolute Ausflussgeschwindigkeit aus R_1 und relative Einflussgeschwindigkeit in das Rad),

H_1 die Druckhöhe daselbst,

w die relative, u_2 die absolute Ausflussgeschwindigkeit aus der Mündung b ,

H_2 die Druckhöhe daselbst,

ω die Winkelgeschwindigkeit, $v = r\omega$ die Peripheriegeschwindigkeit des Rades.

Mit Rücksicht darauf, dass die Arbeit der Centrifugalkraft pro 1 Kgr. Wasser auf dem Wege von a bis b :

$$k = \frac{\omega^2}{g} \int_0^r x dx = \frac{\omega^2 r^2}{g \cdot 2} = \frac{v^2}{2g}$$

ist, gelten dann im Beharrungszustande für die absolute Bewegung von R_1 bis a , für die relative Bewegung von a bis b und für die absolute Bewegung von b bis R_2 , für welche die Widerstandshöhen bezw. $= k', k'', k'''$ seien, die folgenden Gleichungen der lebendigen Kraft (siehe Bd. I, §. 78, Gl. 3):

$$\begin{aligned} \frac{u_1^2}{2g} + H_1 &= \frac{u^2}{2g} + h_1 + a - h' \\ \frac{w^2}{2g} + H_2 &= \frac{u_1^2}{2g} + H_1 + b + \frac{v^2}{2g} - h'' \\ \frac{u^2}{2g} + h_2 &= \frac{u_2^2}{2g} + H_2 - a - b - h''' \end{aligned}$$

Ihre Addition ergibt:

$$\frac{w^2}{2g} + h_2 = \frac{u_2^2}{2g} + h_1 + \frac{v^2}{2g} - (h' + h'' + h''')$$

und wegen $u_2 = w - v$:

$$h_1 - h_2 - (h' + h'' + h''') = \frac{w^2 - v^2 - (w - v)^2}{2g} = \frac{(w - v)v}{g}.$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist der Theil des ganzen Verlustes $= h_1 - h_2$ an Druckhöhe, welcher durch den Drehungswiderstand des Rades verursacht wird, nämlich = der Arbeit dieses Widerstandes pro 1 Kgr. hindurch fließenden Wassers. Ist also Rr das betreffende Widerstandsmoment oder R die auf den Abstand r von der Axe reducirte Grösse des Widerstandes, ferner Q_1 das Volumen, γQ_1 das Gewicht des pro Secunde hindurch fließenden Wassers, so folgt

$$h_1 - h_2 - (h' + h'' + h''') = \frac{Rv}{\gamma Q_1} = \frac{(w - v)v}{g}$$

und mit $Q_1 = Fw$:

$$w - v = \frac{gR}{\gamma Fw} \dots \dots \dots (1).$$

Der Widerstand R besteht aus zwei Theilen, von denen der eine, herührend vom Widerstande des Zählwerkes und von der Reibung der Radwelle in ihren Lagern, als unabhängig von v zu betrachten ist, der andere aber, entsprechend der Bewegung des Rades im Wasser des Gehäuses G , proportional v^2 gesetzt werden kann. Mit $R = C + cv^2$, unter C und c Constante verstanden, ergibt sich dann:

$$w - v = \frac{g}{\gamma F} \frac{C + cv^2}{w} \dots \dots \dots (2).$$

Ist nun Q das in irgend einer Zeit $= t$ durch das Instrument hindurch fließende Wasservolumen, welches durch die gleichzeitige Umdrehungszahl $= z$ des Rades gemessen werden soll, so ist

$$\left. \begin{aligned} Q &= Fwt \\ z &= \frac{vt}{2\pi r} \end{aligned} \right\} \text{ also } \frac{Q}{z} = 2\pi r F \frac{w}{v} \dots \dots \dots (3).$$

Die solcher Messung zu Grunde liegende Voraussetzung, dass Q und z einander proportional sind, ist also, da $2\pi rF$ ein constanter Factor ist, um so zutreffender, mit je grösserer Annäherung w und v einander proportional gesetzt werden können. Das Verhältniss dieser Geschwindigkeiten ist durch die Gleichung (2) bestimmt, welche geschrieben werden kann:

$$\frac{w}{v} - 1 = \frac{gc}{\gamma F} \left(1 + \frac{C}{cv^2}\right) \frac{v}{w}$$

Derselben entspricht ein constanter Werth von $\frac{w}{v}$ mit der Annäherung, mit welcher

$$\frac{gc}{\gamma F} \left(1 + \frac{C}{cv^2}\right) = m \dots \dots \dots (4)$$

= einer Constanten gesetzt werden kann, nämlich

$$\left(\frac{w}{v}\right)^2 - \frac{w}{v} = m; \quad \frac{w}{v} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + m} \dots \dots \dots (5)$$

Jene mit m bezeichnete Grösse ist aber um so weniger veränderlich, je kleiner C im Vergleich mit cv^2 , d. h. je kleiner die Reibung des Zählwerkes und der Radwelle im Vergleich mit den Widerständen des Rades im Wasser ist; dadurch sind die Flügel c, c , Fig. 141, als nützlich für die Genauigkeit der Messung begründet. Die Vergrösserung von cv^2 durch Vergrösserung von v zu erzielen, ist beschränkt dadurch, dass entsprechend auch w durch Verkleinerung von F vergrössert werden müsste, womit die Widerstandshöhe h'' und somit der ganze Verlust an Druckhöhe = $h_1 - h_2$ vergrössert würde.

Von der Genauigkeit der Messung, bedingt durch einen möglichst constanten Werth von $\frac{Q}{z}$, also $\frac{w}{v}$, also von m , ist ihre Empfindlichkeit zu unterscheiden, bedingt durch einen möglichst kleinen Werth der Wassermenge Q_1 , welche pro Secunde ganz ungemessen, d. h. ohne Bewegung des Reactionsrades dasselbe durchfliessen könnte. Dieselbe ist = Fw , wenn w die relative Ausflussgeschwindigkeit aus den Mündungen b bedeutet, welche $v=0$ entspricht, nach Gl. (12) also

$$w = \sqrt{\frac{gC}{\gamma F}}; \quad Q_1 = \sqrt{\frac{gCF}{\gamma}} \dots \dots \dots (6)$$

Die Empfindlichkeit wird somit gesteigert durch Verkleinerung von C und von F ; doch ist die Verkleinerung von F auch hier beschränkt, weil die ihr entsprechende Vergrösserung von w und von v eine durch das Zählwerk zu bewirkende stärkere Uebersetzung ins Langsame, somit ein mit grösserer Reibung verbundenes complicirteres Zählwerk erfordern würde.

lustes
l des
s pro
Wider-
grösse
eunde

(1).

her-
Rad-
ndere
ses G ,
und c

(2).

durch
gszahl

(3).

Der bei diesen Entwicklungen vorausgesetzte Beharrungszustand findet nicht statt zu Anfang und zu Ende der Wasserströmung durch das Instrument hindurch, und kann in der That durch häufige Unterbrechung derselben die Genauigkeit der Messung beeinträchtigt werden. Zwar gleichen sich die Einflüsse der zu beschleunigenden und zu verzögernden Masse insofern aus, als dadurch der Eintritt des Beharrungszustandes bei Beginn der Wasserströmung ebenso verlangsamt wird wie später der Eintritt der Ruhe des Rades; dagegen hat der Bewegungswiderstand, haben also insbesondere die Flügel c , c in dieser Hinsicht eine nachtheilige Wirkung, indem dadurch zwar auch der Eintritt des Beharrungszustandes verzögert, später aber der Eintritt der Ruhe beschleunigt wird. Bei häufiger Unterbrechung der Wasserströmung zeigt also das Instrument eine etwas zu kleine Durchflussmenge an, ebenso wie bei dauernder Wasserströmung mit sehr kleiner Geschwindigkeit, entsprechend nach Gl. (3)—(5) etwas grösseren Werthen von m , $\frac{w}{v}$ und $\frac{Q}{z}$.

Uebrigens ist wegen unsicherer Kenntniss mehrerer der in den Gleichungen (3)—(5) vorkommender Buchstabengrössen in allen Fällen der Werth von $\frac{Q}{z}$, welcher mittleren Werthen von Q_1 entspricht und der Skala des Zählwerkes behufs unmittelbarer Ablesung von Q zu Grunde liegt, durch Versuche zu bestimmen.

In noch höherem Grade ist das nöthig bei dem Siemens'schen Wassermesser mit Stossrad. Bei demselben strömt das Wasser in mehreren, gewöhnlich 4 Strahlen in nahezu tangentialer Richtung in ein Gehäuse ein, das in die Rohrleitung eingeschaltet ist und in welchem dadurch das Wasser in eine wirbelnde Bewegung versetzt wird, bevor es, durch Stauschaufeln beruhigt, weiterfliesst. Das in diesem Gehäuse coaxial mit ihm gelagerte Stossrad wird dadurch in Drehung versetzt mit einer Winkelgeschwindigkeit ω , die derjenigen ω_1 jenes Wasserwirbels um so näher kommt, je kleiner die Reibungswiderstände sind, die sich der Drehung des Rades entgegensetzen und je vollständiger der Axialschnitt des Gehäuses von den Flügeln des Stossrades ausgefüllt wird. Indem aber ω_1 nach einem von den Dimensionen des Gehäuses abhängigen Verhältnisse dem pro Secunde hindurch strömenden Wasservolumen Q_1 proportional ist, ergibt sich auch ω nahe proportional Q_1 oder für irgend eine Zeit t die Umdrehungszahl $z = \frac{\omega t}{2\pi}$ des Rades proportional der Wassermenge $Q = Q_1 t$.