Theoretische Maschinenlehre

in 4 Bänden

Theorie der Getriebe und der mechanischen Messinstrumente

Grashof, Franz

Leipzig, 1883

C. Theorie der Regulatoren

urn:nbn:de:bsz:31-282938

C. Theorie der Regulatoren.

§. 87. Einleitung.

Während in dem von der Kinematik handelnden ersten Theile dieses Abschnitts die Getriebe nur mit Rücksicht auf die von den Punkten ihrer beweglichen Glieder gleichzeitig durchlaufenen Bahnen und somit auch nur mit Rücksicht auf die Verhältnisse der gleichzeitigen Geschwindigkeiten dieser Punkte untersucht wurden, dagegen die Grössen der bewegenden Kräfte, der bewegten Massen und somit auch der dadurch bedingten Geschwindigkeiten selbst ausser Betracht blieben, sind von jenen Kräften, die im Allgemeinen in treibende Kräfte, Nutzwiderstände und Bewegungswiderstände unterschieden werden konnten, die letzteren im vorhergehenden zweiten Theile in beschränktem Umfange, nämlich als allgemeine Bewegungswiderstände besprochen worden mit Bezug auf Getriebe allgemeineren Charakters und Vorkommens im Gegensatze zu besonderen Bewegungswiderständen, die ebenso wie die Triebkräfte und Nutzwiderstände erst später bei besonderen Arten von Kraft- und Arbeitsmaschinen zu besprechen sein werden. Hier bleibt somit noch übrig die Berücksichtigung des Einflusses der bewegten Massen und der bewegenden Kräfte auf den Gang des Getriebes (resp. der im Allgemeinen als eine Verbindung von elementaren Getrieben sich darstellenden Maschine), d. h. auf die absoluten Grössen der Geschwindigkeiten, womit die Punkte der beweglichen Glieder sich zwangläufig bewegen. Ausgedrückt wird jener Einfluss durch die Gleichung der lebendigen Kraft, d. h. durch die Gleichung, welche die Aenderung der lebendigen Kraft der Maschine in irgend einer Zeit der algebraischen Summe der gleichzeitigen Arbeiten aller ihrer äusseren Kräfte gleich setzt.

Dem Zwecke einer Maschine entsprechend sollen in der Regel die Punkte gewisser ihrer Glieder mit möglichst unveränderlichen Geschwindigkeiten sich bewegen; ein solcher Punkt sei A, seine Geschwindigkeit $= v$. Indem dann die Glieder der Maschine in zweierlei Arten unterschieden werden können, jenachdem die Geschwindigkeiten ihrer Punkte constante oder variable Verhältnisse zu v haben, seien $M\frac{v^2}{2}$ und $m\frac{v^2}{2}$ die der Geschwindigkeit v des Punktes A entsprechenden lebendigen Kräfte beziehungsweise aller Glieder der ersten und der zweiten Art; M und m heissen die auf den Punkt A reducirten Massen der betreffenden Glieder, und es ist

M constant, m periodisch variabel, nämlich abhängig von den periodisch veränderlichen relativen Lagen der betreffenden Glieder. Ist andererseits P eine Triebkraft, Q ein Nutzwiderstand, R ein Bewegungswiderstand, S die Schwerkraft eines Gliedes von periodisch veränderlicher Höhenlage seines Schwerpunktes, und sind dp, dq, dr, ds die Absolutwerthe gleichzeitiger elementarer Wege dieser Kräfte (die auf die Richtungslinien der Kräfte projicirten Wege ihrer Angriffspunkte), so ist die Gleichung der lebendigen Kraft der Maschine, bezogen auf ein Zeitelement:

$$d\left[(M+m)\frac{v^2}{2}\right]=\Sigma P dp-\Sigma Q dq-\Sigma R dr+\Sigma S ds \; . \; . \; . \; . \; (1),$$

wobei die Summenzeichen Σ dem Umstande entsprechen, dass im Allgemeinen mehrere Kräfte von jeder der unterschiedenen Arten vorhanden sein können.

Indem diese Gleichung die Umstände gesondert darstellt, von denen die Geschwindigkeit v und somit der Gang einer Maschine abhängt, lässt sie insbesondere auch die Ursachen der Veränderlichkeit von v erkennen, nach denen die Hülfsmittel sich richten, die anzuwenden sind, um diese Veränderlichkeit auf ein möglichst geringes Maass zu reduciren. Solche und zwar selbstthätig wirkende Hülfsmittel oder Vorrichtungen, die selbst Getriebe sein können (dem Hauptgetriebe resp. der Maschine als Hülfsgetriebe hinzugefügt), heissen Regulatoren.

Jene Ursachen eines ungleichförmigen Ganges der Maschine sind theils solche, die eine periodische, theils solche, die eine nicht periodische Veränderlichkeit von v zur Folge haben. Erstere sind insbesondere periodische Aenderungen von m, $\Sigma P dp$ und $\Sigma Q dq$, bedingt durch die Configurationsänderungen der geschlossenen kinematischen Kette der betreffenden Maschine, indem dabei eine Periode der Zeitraum ist, in welchem die Kette ihre sämmtlichen Configurationen in stetiger Folge durchläuft. Das allgemeinste Hülfsmittel, um die von diesen Ursachen herrührenden periodischen Schwankungen von v in engere Grenzen einzuschliessen, besteht in der Vergrösserung von M, deren entsprechender Erfolg ohne Weiteres aus Gl. (1) ersichtlich ist. Insbesondere ist dieses als Massenregulator allgemein zu bezeichnende Hülfsmittel dann zweckmässig und gebräuchlich, wenn der Punkt A, dessen Geschwindigkeit v möglichst constant sein soll, einem rotirenden Gliede angehört, und besteht es dann in einem Schwungrade, das coaxial mit diesem oder mit einem anderen, mit proportionaler Winkelgeschwindigkeit gleichfalls rotirenden Gliede fest verbunden wird. Während in diesem Falle durch Anhäufung der Masse des Schwungrades in grosser Entfernung von der Axe die entsprechende reducirte Masse M beliebig vergrössert werden kann ohne die effective Masse, somit die Kosten und die Reibung in den Lagern in gleichem Maasse vergrössern zu müssen, ist das weniger allgemein thunlich, wenn der Punkt A einem nicht um eine feste Axe rotirenden Gliede, z. B. einem geradlinig bewegten Gliede angehört, und kann es dann zweckmässiger sein, das auf Vergrösserung von v abzielende überschüssige Arbeitsvermögen (anstatt wie beim Schwungrade als freies) als gebundenes Arbeitsvermögen periodisch anzusammeln, insbesondere durch Hebung eines Gewichtes als äusseres oder durch Deformation eines elastischen Körpers (z. B. durch Compression von Luft in einem Windkessel) als inneres gebundenes Arbeitsvermögen, um demnächst als Vorrath zur Unterstützung von ΣPdp bei überschüssiger Grösse von ΣQdq zur Verwendung zu kommen. Dieselben Hülfsmittel, die als Gewichtsregulatoren oder Federregulatoren zu bezeichnen sind, jenachdem ihre regulirende Wirkung in der Verticalbewegung eines Gewichtes oder in der Deformationsänderung eines elastischen Körpers besteht, können auch neben einem Schwungrade oder anstatt eines solchen Anwendung finden. Die periodische Veränderlichkeit des Gliedes $\pm \Sigma Sds$ in Gl. (1) kann in der Regel durch Gewichtsregulatoren am einfachsten beseitigt oder vermindert werden, nämlich durch Gegengewichte, die sich periodisch in stets entgegengesetztem Sinne, wie die betreffenden Maschinenglieder von der Schwere S, so auf und ab bewegen, dass der Gesammtschwerpunkt auf nahe unveränderlicher Höhe bleibt. Das Glied ΣRdr bedarf hier keiner besonderen Rücksichtnahme, da die Bewegungswiderstände als secundäre Kräfte nebst ihren Arbeiten durch die besprochenen selbstständig veränderlichen Grössen bedingt werden.

Nicht periodische und dann meistens auch auf längere Dauer sich erstreckende (viele auf einander folgende Perioden hinsichtlich der Configurationsänderungen der kinematischen Kette umfassende) Aenderungen des Ganges werden durch zufällige oder willkürlich herbeigeführte Aenderungen theils der elementaren Arbeit ΣPdp der Triebkräfte, theils und vorzugsweise der elementaren Nutzarbeit ΣQdq verursacht, z. B. durch Ein- oder Ausrückung einzelner von mehreren Arbeitsmaschinen, die von einer gemeinsamen Kraftmaschine betrieben werden, oder bei intermittirend (mit mehr oder weniger langen Pausen) zu leistender Nutzarbeit, wie bei Krahnen und anderen Hebevorrichtungen. Die Regulirung pflegt dann durch entsprechende Aenderung entweder der Triebarbeit oder der Nutzarbeit zu geschehen, somit durch Mechanismen, die als Regulatoren für Kraftmaschinen und als Regulatoren für Arbeitsmaschinen unterschieden werden können. Erstere pflegen so zu wirken, dass dadurch die Arbeitsflüssigkeit (motorische Substanz), die als Träger des zum Betriebe disponiblen Arbeitsvermögens dient (insbesondere Wasser, Wasserdampf, Luft) in veränderter Menge zugelassen wird. In ähnlicher Weise können zwar auch Regulatoren für Arbeitsmaschinen die Regelung der Geschwindigkeit durch eine Regelung der Quantität der jeweils durch die Maschine zu leistenden besonderen Art von Arbeit bewirken, sind dann aber von so mannigfach verschiedener Einrichtung wie die Arbeitsmaschinen selbst und deshalb einer zusammenfassenden allgemeinen theoretischen Besprechung, um die es sich hier handelt, kaum fähig. Dagegen kann die Ausgleichung einer variablen Nutzarbeit auch so geschehen, dass, jenachdem sie kleiner oder grösser, als der Mittelwerth für die betreffende Zeit ist, sie selbst oder die Arbeit der Triebkraft durch die Arbeit eines fremden Widerstandes, beziehungsweise einer fremden Triebkraft zeitweilig und selbstthätig unterstützt wird. Indem als solche Ergänzungskraft vorzugsweise die Schwerkraft oder Federkraft (Elasticität) geeignete Verwendung findet, sind die betreffenden Regulatoren im Princip von derselben Art wie die oben besprochenen Gewichts- und Federregulatoren zur Ausgleichung periodischer Ungleichförmigkeiten des Ganges, pflegen aber zusammen im vorliegenden allgemeineren Falle als Accumulatoren (Arbeitsammler) bezeichnet zu werden, indem sie dazu dienen, die Betriebsarbeit zur Zeit ihres augenblicklichen Ueberschusses als ein zur Deckung späteren Mangels disponibles Arbeitsvermögen anzusammeln.

Endlich kann die in Rede stehende Regulirung auch durch Aenderung, insbesondere durch Vergrösserung der Arbeit des Bewegungswiderstandes, dem Gliede $\Sigma R dr$ in Gl. (1) entsprechend, erzielt werden und trotz der damit verbundenen Verwandlung von Arbeitsvermögen in eine zu technischen Arbeitszwecken nicht weiter verwendbare Form von innerem gebundenem oder freiem Arbeitsvermögen (durch Abnutzung und Erwärmung in Folge von Reibung) doch u. U. gerechtfertigt sein, z. B. wenn es sich darum handelt, eine Last mit gleichförmiger Geschwindigkeit niederzulassen, also die beschleunigende Wirkung der Schwere als Triebkraft durch eine hier als Nutzwiderstand zu betrachtende absichtlich hervorgerufene Reibung zu verhindern, oder wenn nicht sowohl die Erhaltung eines möglichst gleichförmigen Ganges, als vielmehr die Ermässigung desselben oder gar der Stillstand der Maschine bezweckt wird und anderweitige, hinlänglich einfache und schnell wirkende mehr ökonomische Hülfsmittel dazu nicht vorhanden sind. Getriebe solcher Art heissen Bremswerke. Sind sie auch nicht als Regulatoren im engeren Sinne zu betrachten, insofern sie theils nicht selbstthätig wirken, theils nicht zur Minderung von Geschwindigkeitsänderungen, sondern gerade umgekehrt zur Bewirkung solcher Aenderungen im Sinne einer Geschwindigkeitsverkleinerung dienen, so mögen sie doch als verwandte Getriebe allgemeineren Charakters an dieser Stelle mit besprochen werden, und zwar in erster Reihe, da ihre Wirkung am unmittelbarsten auf den im vorigen Theile untersuchten Wirkungsgesetzen der allgemeinen Bewegungswiderstände beruht.

Hiernach wird im Folgenden der Reihe nach gehandelt werden von der Theorie der Bremswerke, der Schwungräder (als üblichster Form von Massenregulatoren), der Accumulatoren (die Gewichts- und Federregulatoren mit periodischer Wirkung als besondere Formen in sich begreifend) und der Regulatoren für Kraftmaschinen.

I. Bremswerke.

§. 88. Uebersicht.

Bremswerke oder Bremsen sind nach vorigem Paragraph Mechanismen, die dazu dienen, die Geschwindigkeit einer Maschine oder überhaupt einer bewegten Masse mit Hülfe eines Bewegungswiderstandes von regulirbarer Grösse möglichst constant zu erhalten oder zu vermindern, event. bis auf Null zu reduciren. Als jener Bewegungswiderstand wird meistens die Reibung, und zwar die Reibung zwischen festen Körpern verwendet, deren Grösse am unmittelbarsten durch den gegenseitigen Druck der betreffenden Körper regulirt werden kann, und wenn dann ausserdem die zu bremsende Maschine, wie es meistens der Fall ist, rotirende Wellen enthält oder zum Zwecke des Bremsens mit einer solchen Welle versehen wird, so besteht das Bremswerk im Allgemeinen aus einem Bremsrade, d. i. einem auf einer rotirenden Welle befestigten, theilweise von einer mit ihr coaxialen Umdrehungsfläche begrenzten Körper, ferner aus dem Bremskörper und endlich dem Mechanismus, der dazu dient, den Bremskörper relativ gegen das Bremsrad so zu verschieben, dass beide sich in jener Umdrehungsfläche mit einem gewissen Druck berühren, während sie wie die Elemente eines Drehkörperpaares (mit jener Umdrehungsfläche als Elementenfläche) in relativer Bewegung sind.

In Betreff des Sinnes, in welchem der Druck des Bremskörpers gegen das Bremsrad behufs des Bremsens verändert wird, können zwei Fälle stattfinden: entweder wird dabei dieser Druck überhaupt erst bis zu gewisser Grösse herbeigeführt, indem beide Körper, vorher ausser Berührung, durch den betreffenden Mechanismus einander bis zur Berührung genähert werden, oder es wird der Druck zum Zwecke des Bremsens vermindert, indem er vorher so gross war, dass eine relative Bewegung beider Körper nicht stattfinden konnte, dieselben vielmehr wie ein einziger fester Körper sich verhielten. Im ersten Falle wird das aus dem Bremsrade und Bremskörper bestehende Elementenpaar als solches zum Zwecke des Bremsens erst hergestellt oder geschlossen, im zweiten wird es zwar nicht aufgehoben oder geöffnet, aber doch gelöst, d. h. die Berührung zu einer loseren (mit geringerem Drucke stattfindenden) gemacht, weshalb die Bremsen der ersten Art als Schliessungsbremsen, die der zweiten als Lösungsbremsen bezeichnet werden mögen. Den meistens angewendeten ersteren können letztere zu grösserer Sicherheit zuweilen vorgezogen werden. Wenn es sich z. B. darum handelt, eine Last von einer gewissen Höhe mit constanter Geschwindigkeit niederzulassen, so bedarf eine dazu dienende Schliessungsbremse einer gewissen äusseren Kraft, um die ohne sie eintretende Beschleunigung des Niederfallens zu hindern, während bei Anwendung einer Lösungsbremse die äussere Kraft das Niedersinken erst möglich macht, so dass, wenn es aus irgend einem Grunde an der nöthigen Grösse solcher Kraft fehlen sollte, die Last im ersten Falle beschleunigt herunter fiele, im zweiten nur schwebend erhalten würde.

Hauptregeln für die Anordnung einer Bremse sind: möglichst gleiche Vertheilung des die Reibung erzeugenden Druckes an diametral gegenüber liegenden Stellen des Bremsrades oder rings um dasselbe herum, damit nicht durch einseitigen Druck eine nachtheilige Wirkung auf die gebremste Welle, deren Zapfen und Lager ausgeübt werde; Anbringung des Bremsrades auf einer möglichst schnell umlaufenden Welle und grosser Durchmesser desselben, damit einer kleinen Reibung eine grosse Reibungsarbeit entspreche; Anordnung des Bremsrades an einer solchen Stelle, dass die zwischen ihm und dem Angriffspunkte der bewegenden Kraft resp. der zu verzögernden Masse von grösster lebendiger Kraft befindlichen Maschinentheile, die durch das Bremsen vorzugsweise deformirt und angestrengt werden, solche Einwirkung ohne Schaden vertragen können.

Je nach Form und Beschaffenheit des Bremskörpers sind namentlich folgende Hauptarten von Bremswerken zu unterscheiden:

1. Backenbremse. Der Bremskörper ist ein meistens hölzerner Klotz, der cylindrischen Umfläche des Bremsrades entsprechend cylindrisch begrenzt, oder besser ein System von zwei solchen Klötzen, die dann an diametral gegenüber liegenden Stellen radial gegen das Bremsrad anzudrücken sind.

2. **Bandbremse.** Der Bremskörper ist ein stetiges oder gegliedertes Band von verschiedener Beschaffenheit, das Bremsrad längs einem möglichst grossen Theile seines Umfangs umschliessend; der gegenseitige Druck wird durch Anspannung dieses Bandes bewirkt.

3. **Kegelbremse.** Der Bremskörper und das Bremsrad sind als Kegel und entsprechender Hohlkegel gestaltet, gegen einander gepresst durch eine axial gerichtete Kraft. —

Bei der Anordnung einer Bremse handelt es sich vor Allem um die den Umständen entsprechende Grösse R der am Umfange des Bremsrades hervorzurufenden Reibung. Zu dem Ende sei:

M die auf diesen Umfang reducirte gesammte bewegte Masse, also die Grösse $M + m$ der Gleichung (1) in §. 87, wenn der daselbst mit A bezeichnete Reductionspunkt im Umfange des Bremsrades liegend gedacht wird, ferner

P der auf dieselbe Stelle reducirte etwaige Ueberschuss der treibenden Kräfte über alle Widerstände vor dem Bremsen, d. i. die am Umfange des Bremsrades angreifende Tangentialkraft, deren elementare Arbeit gleich der rechten Seite jener Gleichung (1), §. 87, ist.

Durch das Bremsen wird diese überschüssige Triebkraft P in einen überschüssigen Widerstand $= R - P$ verwandelt, und erfährt dadurch der Umfang des Bremsrades eine Verzögerung

$$= \frac{R - P}{M},$$

in deren Folge, wenn diese Verzögerung constant ist oder näherungsweise mit einem constanten Mittelwerthe in Rechnung gebracht wird, die Peripheriegeschwindigkeit v des Bremsrades sich in t Sekunden um

$$\Delta v = \frac{R - P}{M} t$$

vermindert. Soll also durch das Bremsen v constant erhalten werden, so ist einfach

$$R = P \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

zu machen; soll aber in t Sekunden v um Δv vermindert werden, so muss

$$R = P + M\frac{\Delta v}{t}, \text{ insbesondere } = P + \frac{Mv}{t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

sein, wenn in t Sekunden Stillstand herbeigeführt werden soll. Wäre statt der Zeit t der Weg s des Bremsradumfanges gegeben, nach dessen Durchlaufung v um Δv abgenommen resp. die Bewegung ganz aufgehört haben soll, so ergäbe sich mit

$$s = \left(v - \frac{\Delta v}{2}\right) t$$

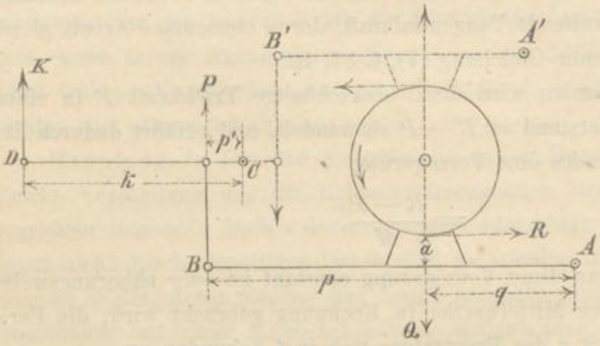
$$R = P + M \frac{\left(v - \frac{\Delta v}{2}\right) \Delta v}{s} \text{ resp.} = P + \frac{M v^2}{2 s} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (3).$$

Die Beziehung zwischen R und der Kraft, die zum Zwecke des Bremsens am Angriffspunkte des betreffenden Mechanismus ausgeübt werden muss, ist von der Beschaffenheit dieses Mechanismus und von der Art der Bremse abhängig. Beispiele enthalten die folgenden Paragraphen.

§. 89. Backenbremse.

Wie Fig. 99 andeutet, werde der Bremskörper gegen das Bremsrad durch einen Hebel AB angedrückt, der um die feste Axe A drehbar ist und bei B von der Kraft P so angegriffen wird, dass p ihr Hebelarm in Bezug auf die Axe A ist. Der dadurch verursachte Druck zwischen Bremskörper und Bremsrad sei $= Q$, angreifend gedacht im Mittelpunkte der Reibungsfläche, so dass sein Hebelarm in Bezug auf die Axe $A = q$ ist; ebenso verstanden sei R die entsprechende Reibung mit dem Hebelarme a für die Axe A. In Fig. 99 sind die Kräfte P, Q, R bezüglich ihrer Richtungen durch Pfeile so angedeutet wie sie auf den Hebel AB wirken bei Voraussetzung des durch den krummen Pfeil angedeuteten Drehungssinnes des Bremsrades. Dem Gleichgewichte dieser Kräfte entspricht dann die Gleichung:

Fig. 99.



$$Pp - Qq + Ra = 0$$

und folgt daraus mit $Q = \frac{R}{\mu}$, unter μ den Reibungscoefficienten verstanden:

$$P = \frac{R}{p}\left(\frac{q}{\mu} - a\right) = \frac{R}{\mu}\,\frac{q}{p}\left(1 - \mu \frac{a}{q}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1).$$

Bei entgegengesetztem Drehungssinne des Bremsrades hätte auch R die entgegengesetzte Richtung, entsprechend dem Ersatze von a durch $-a$ in Gl. (1). Dieselbe Aenderung von Gl. (1) hätte bei unverändertem Drehungssinne des Bremsrades mit Bezug auf den entgegengesetzt liegenden Bremshebel $A'B'$, Fig. 99, stattzufinden, so dass, wenn beide Hebel AB, $A'B'$ mit gleichen absoluten oder auch nur verhältnissmässigen Grössen ihrer Hebelarme a, p, q zugleich angewendet werden, um die Bremsklötze von entgegengesetzten Seiten gegen das Rad zu drücken, indem nun ihre Enden B, B' mit den Kräften $\frac{1}{2}P$ angezogen werden, die entsprechende Reibung an beiden Stellen zusammen sein würde:

$$R = \frac{1}{2}\mu P\frac{p}{q}\left(\frac{1}{1-\mu\frac{a}{q}} + \frac{1}{1+\mu\frac{a}{q}}\right) = \mu P\frac{p}{q}\,\frac{1}{1-\left(\mu\frac{a}{q}\right)^2}$$

oder sehr nahe, wenn $\frac{a}{q}$ ein ziemlich kleiner Bruch ist:

$$R = \mu P\frac{p}{q}, \text{ woraus } P = \frac{R}{\mu}\,\frac{q}{p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

folgt. Würden die beiden Bremshebel an den Enden B, B' nicht durch gleiche Kräfte angezogen (indem sie z. B. im Falle $A'B' = AB$ durch eine Schraube gegen einander bewegt werden), hätte vielmehr nur die Summe dieser Kräfte eine gegebene Grösse P, während ihre Vertheilung unter die zwei Angriffspunkte durch das Verhältniss der Reibungen beider Bremsklötze bedingt wird (wie es z. B. in Fig. 99 bei dem Antrieb durch die Kraft K an dem um die feste Axe C drehbaren Hebel CD der Fall ist), so würde jenes Vertheilungsverhältniss sich so lange ändern bis durch die Abnutzung der gleichen Bremsklötze auch die Reibungen zwischen ihnen und dem Rade gleich gross geworden wären, entsprechend der Gleichung:

$$P = \frac{1}{2}\,\frac{R}{\mu}\,\frac{q}{p}\left(1-\mu\frac{a}{q}+1+\mu\frac{a}{q}\right) = \frac{R}{\mu}\,\frac{q}{p},$$

d. h. der dann in aller Strenge gültigen Gleichung (2).

Ist $\frac{a}{q}$ ein sehr kleiner Bruch, so kann diese einfachere Gleichung (2) statt Gl. (1) selbst dann zu Grunde gelegt werden, wenn der Bremshebel nur einfach vorhanden ist, um so mehr, wenn nicht gleichzeitig auf die in solchem Falle stattfindende Aenderung des Zapfendruckes und somit der Zapfenreibung der Bremsradwelle Rücksicht genommen wird.

Nebenbei mag bemerkt werden, dass, wenn umgekehrt $\frac{a}{q}$ so gross gemacht würde, dass $\mu \frac{a}{q} \geqq 1$ ist, dadurch die Drehung des Bremsrades in einem Sinne schon durch eine verschwindend kleine Kraft P verhindert werden und somit der Mechanismus als Gesperre (§. 58) Verwendung finden könnte. —

Beispielsweise stelle Fig. 99 die Disposition der Dampfbremse einer Schachtförderung dar. Es sei also K der Dampfdruck auf die untere Kolbenfläche eines vertical stehenden Dampfcylinders, k der Hebelarm, an dem diese Kraft K den Hebel CD um seine feste Axe C dreht, um dadurch am Hebelarme p' (bezüglich auf dieselbe Axe C) die grössere Kraft P auf den Bremshebel AB auszuüben; die horizontale Welle des Bremsrades (Radius $= b$) trage zugleich zwei Fördertrommeln (Radius $= r$), auf deren einer sich das die zu hebende Förderschale mit den beladenen Wagen tragende Seil aufwickelt, während das die niedergehende Schale mit den leeren Wagen tragende Seil sich von der anderen abwickelt. Ist

F das Gewicht einer Förderschale,

W das Gewicht der darauf stehenden (zwei) leeren Wagen,

L das Gewicht von deren Ladung,

so hängt also an dem einen Seile die Last $F + W + L$, am anderen $F + W$, so dass nur L durch die Fördermaschine zu heben ist.

Von solchen Fällen, in denen die Bremse in Thätigkeit zu setzen ist, mag als ungünstigster angenommen werden, dass die Förderschale mit den leeren Wagen durch Seilbruch oder aus sonstigem Anlasse in Wegfall gekommen sei, und dass nun die andere Schale unabhängig von der Maschine (die zu ihrem Schutze ausgerückt worden sein oder in welcher durch die plötzliche Vergrösserung der Last vielleicht schon ein Bruch stattgefunden haben mag) mit Hülfe der Bremse ohne Beschleunigung niedergelassen werden soll. Die dazu nöthige Reibung am Umfange des Bremsrades ist

$$R = (F + W + L)\frac{r}{b}$$

und damit die erforderliche Kolbenkraft nach Gl. (2), unter H die allein zum Anheben des Hebelwerkes nöthige Grösse von K verstanden,

$$K = \frac{p'}{k} P + H = \frac{p'}{k} \frac{q}{p} \frac{R}{\mu} + H \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Z. B. für $F = 1000,\ W = 500,\ L = 1000$ Kgr.,

$$\frac{q}{p} = 0{,}4;\ \frac{p'}{k} = 0{,}1;\ \frac{r}{b} = 0{,}8;\ \mu = 0{,}4$$

ergiebt sich $R = 2500 \,.\, 0{,}8 = 2000$ Kgr.

$$K = 0{,}1 \,.\, 0{,}4 \, \frac{2000}{0{,}4} + H = 200 + H \text{ Kgr.}$$

und daraus mit dem betreffenden Werthe von H (hier etwa 100 bis 150 Kgr.) bei gegebener Dampfspannung die erforderliche Grösse der Kolbenfläche. Die Annäherung des Bremsklotzes an das Bremsrad aus einer Entfernung $= e$ Mtr. erfordert einen Kolbenhub

$$= \frac{e}{0{,}4 \,.\, 0{,}1} = 25\, e \text{ Mtr.}$$

und mit Rücksicht auf Abnutzung des Bremsklotzes im Betrage $= \Delta e$ eine Länge des oben offenen Dampfcylinders

$$= 25\,(e + \Delta e), \text{ z. B. } = 0{,}75 \text{ Mtr.}$$

$$\text{für } e = 0{,}02 \text{ Mtr. und } \Delta e = 0{,}01 \text{ Mtr. —}$$

Eine wichtige Anwendung findet die Backenbremse bei Eisenbahnfahrzeugen. In Beziehung darauf werde angenommen, der betreffende Eisenbahnzug sei ausser der Tenderbremse mit so vielen Bremsen versehen, dass dadurch der m^{te} Theil aller Wagenaxen gebremst werden kann, und sie seien kräftig genug construirt, um die bezüglichen Räder vollkommen gegen die Fahrzeuge feststellen zu können. Wenn dann ein solcher Zug auf einer längeren im Verhältnisse $1 : n$ geneigten Strecke (1 Mtr. Steigung für n Mtr. Bahnlänge) mit der Geschwindigkeit v (Meter pro Secunde) abwärts fährt, so ist die Frage, eine wie grosse Strecke $= s$ derselbe bis zum Stillstande noch durchläuft von dem Augenblicke an gerechnet, in welchem sämmtliche Wagenbremsen bis zur Feststellung der betreffenden Axen angezogen wurden, vorausgesetzt dass Tender und Locomotive (unter gleichzeitiger Abstellung des Dampfes) durch die Tenderbremse so gehemmt werden, dass der angehängte Zug sich unabhängig von ihnen bewegt. Dabei werde der Zugwiderstand, insoweit er von der durch das Bremsen verursachten Reibung unabhängig ist,

$$= \alpha + \beta v^2 \text{ Kgr. pro 1 Kgr. Zuggewicht}$$

angenommen und der Coefficient der Reibung zwischen Rädern und Schienen $= \mu$ gesetzt.

Ist nun A die Belastung incl. Eigengewicht einer Axe, so ist der Gesammtwiderstand für je m Axen, von denen eine gebremst ist,

$$= \left(\alpha + \beta v^2 - \frac{1}{n}\right) m A + \mu A,$$

folglich die Verzögerung:

$$-\frac{dv}{dt}=\frac{\left(\alpha+\beta v^2-\frac{1}{n}\right)mA+\mu A}{mA}g$$

$$=\left(\alpha-\frac{1}{n}+\frac{\mu}{m}\right)g+\beta g v^2=f\left(1+\frac{v^2}{k^2}\right)$$

mit $$f=\left(\alpha-\frac{1}{n}+\frac{\mu}{m}\right)g \text{ und } k^2=\frac{1}{\beta}\left(\alpha-\frac{1}{n}+\frac{\mu}{m}\right).$$

Daraus folgt:

$$f\left(1+\frac{v^2}{k^2}\right)=-\frac{1}{2}\,\frac{2v\,dv}{v\,dt}=-\frac{1}{2}\,\frac{d(v^2)}{ds}$$

$$ds=-\frac{1}{2f}\,\frac{d(v^2)}{1+\frac{v^2}{k^2}}=-\frac{k^2}{2f}\,d\,ln\left(1+\frac{v^2}{k^2}\right)$$

$$s=\frac{k^2}{2f}\,ln\left(1+\frac{v^2}{k^2}\right)=\frac{1}{2\beta g}\,ln\left(1+\frac{\beta}{\alpha-\frac{1}{n}+\frac{\mu}{m}}v^2\right) \quad \ldots\ldots (4).$$

Mit den durchschnittlich nahe zutreffenden Annahmen:

$$\alpha=0{,}002 \qquad \beta=0{,}000015 \qquad \mu=0{,}15$$

findet man z. B. für $v=15$, $n=200$, $m=5$:

$$s=400 \text{ Mtr.}$$

In Wirklichkeit sollen freilich die Bremsen, ausser wenn erhebliche Gefahr im Verzuge ist, nicht bis zum Schleifen der Räder auf den Schienen (verbunden mit nachtheiliger ungleichförmiger Abnutzung der Radreifen) angezogen werden, und wird dann auch der Weg s unter den angenommenen Umständen entsprechend grösser ausfallen. Zu diesem Anziehen der Bremsen dient meistens ein Schraubengetriebe von der Art, wie es im §. 75 unter 1) bezüglich seiner Reibungswiderstände und seines Wirkungsgrades beispielsweise berechnet wurde. Indem aber dabei die Schraube mit der Hand gedreht wird, ist die ausgeübte Kraft, somit der Druck der Bremsklötze gegen die Räder und die Grösse der erzeugten Reibung dem unsicheren Gefühle des Bremsers anheimgegeben; noch grössere Mängel solcher Handbremsen von Eisenbahnfahrzeugen liegen darin, dass von dem Augenblicke, in welchem der Locomotivführer die Nothwendigkeit, den Zug zum Stillstand zu bringen, erkennt, bis zu dem Augenblicke, in welchem die von ihm aufgeforderten Bremser zum Anziehen der Bremsen bereit sind, oft eine zu lange Zeit verfliesst und somit eine zu grosse Strecke vom Zuge noch durchlaufen wird, als dass einem Unfalle vorgebeugt werden könnte, ferner darin, dass die Mannschaft nicht immer ausreichend vorhanden ist, um alle Bremsen gleichzeitig bedienen zu können. Nach dem Vorgange amerikanischer und englischer Eisenbahnbetriebs-Verwaltungen sind deshalb in neuerer Zeit auch in Deutschland die Bestrebungen dahin gerichtet, solche Bremsvorrichtungen allgemeiner in Anwendung zu bringen, die vom Locomotivführerstande aus gleichzeitig für alle Bremswagen des ganzen Zuges in Thätigkeit gesetzt werden können und zwar durch eine Kraft von bestimmter, nicht von der Schätzung eines Bremsers abhängiger Grösse. Die u. A. dazu dienende, in Deutschland vereinzelt bisher zur Anwendung gekommene Heberlein-Bremse wirkt in der Weise, dass durch Gewichte, welche, von drehbaren Hebeln getragen, vom Führerstande aus vermittels einer nachzulassenden Schnur gleichzeitig an allen Bremswagen des Zuges niedergelassen werden, je zwei auf den zu bremsenden Axen festgekeilte hölzerne Rollen mit anderen, von drehbaren Hebeln getragenen Holzrollen unter bestimmtem Drucke so in Berührung kommen, dass die durch entsprechende Reibung veranlasste Drehung der letzteren die Aufwickelung von Ketten zum Anziehen der Bremsklötze zur Folge hat. Bei den in England und Amerika schon seit längerer Zeit angewendeten Bremsen von Smith, von Westinghouse und von Steel ist es Luft, die statt jener Schnur der Heberlein-Bremse die Uebertragung der bremsenden Kraft vom Führerstande auf die verschiedenen Bremsen des Zuges mit Hülfe einer entsprechenden Rohrleitung vermittelt, und zwar verdünnte Luft bei der Bremse von Smith, comprimirte Luft bei den zwei anderen. Die Luftverdünnung bei jener wird durch einen Dampfstrahl-Aspirator bewirkt, die Compression bei diesen durch eine mit der Locomotive verbundene Druckpumpe. Im letzteren Falle wird die comprimirte Luft beständig vorräthig gehalten in einem Hauptbehälter unter der Locomotive und in Hülfsbehältern unter den einzelnen Bremswagen; indem dabei die Anordnung so getroffen ist, dass die Bremsen bei Druckverminderung in der Rohrleitung durch den Ueberdruck in den Hülfsbehältern in Thätigkeit kommen, tritt letztere u. A. von selbst ein, wenn etwa eine Kuppelung und damit auch die fragliche Rohrleitung zerrissen werden sollte, während unter normalen Umständen ein Entweichen gepresster Luft aus der Rohrleitung und damit die zur Einleitung des Bremsens nöthige Druckverminderung in derselben durch Drehung eines Hahns willkürlich herbeizuführen ist.*

---

* Näheres über die Construction der erwähnten vier sogenannten „continuirlichen Bremsen" und über vergleichende Versuche, die damit im August 1877 auf einer Strecke der Main-Weser-Bahn zwischen Guntershausen und

§. 90. **Bandbremse.**

Wenn die hervorzurufende Reibung R von mässiger Grösse ist, pflegt als Bremskörper ein schmiedeisernes, in Folge seiner geringen Dicke (von höchstens etwa 4 Millimeter) hinlänglich biegsames stetiges Band benutzt zu werden, das um ein gusseisernes Bremsrad (längs etwa $^3/_4$ seines Umfanges) herumgelegt ist und durch einen Hebel, an dessen längerem Arme die Kraft K (meistens mit der Hand oder auch mit dem Fusse ausgeübt) angreift, angespannt wird. Ist dann in Beziehung auf die relative Bewegung des Bandes gegen das Bremsrad (entgegengesetzt gerichtet der Drehung des letzteren in dem ruhenden Bande)

S_1 die Spannung des relativ ablaufenden,
S_2 die Spannung des relativ auflaufenden Bandstückes, und ist
α das Verhältniss des umspannten Bogens zum Radius des Bremsrades,
μ der Reibungscoefficient,
e die Basis der natürlichen Logarithmen,

so ist nach §. 83, Gl. (1) bei Abstraction vom Biegungswiderstande des Bandes:

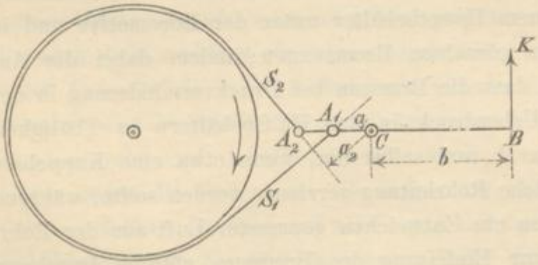
$$S_1 = m S_2 \text{ mit } m = e^{\mu \alpha}$$

und somit die Reibung am Umfange des Rades:

$$R = S_1 - S_2 = (m-1) S_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Was die Beziehung zwischen S_2 und der Kraft K betrifft, so werde im Allgemeinen angenommen, dass der um die feste Axe C drehbare und bei B am Hebelarme $BC = b$ von der Kraft K angegriffene Bremshebel (Fig. 100) an verschiedenen Stellen A_1 und A_2 gelenkartig mit den beiden Bandenden verbunden ist, bei A_1 mit dem stärker (mit S_1), bei A_2 mit dem schwächer

Fig. 100.



Gensungen angestellt wurden, enthält ein Aufsatz von C. Schneider in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrgang 1878, S. 353. Ueber die fraglichen Versuche berichtet auch die Wochenschrift des genannten Vereins für 1878, S. 68.

(mit S_2) gespannten Bandende; a_1 und a_2 seien die Hebelarme der Momente, mit denen diese Kräfte S_1 und S_2 drehend auf den Bremshebel wirken, und zwar algebraisch verstanden in der Weise, dass sie positiv gesetzt werden, wenn, wie in Fig. 100, der Drehungssinn des Momentes $S_1 a_1$ mit demjenigen des Momentes Kb der bremsenden Kraft übereinstimmt, der Drehungssinn des Momentes $S_2 a_2$ aber entgegengesetzt ist. Dem Gleichgewicht der Kräfte am Bremshebel entspricht dann die Gleichung:

$$Kb = S_2 a_2 - S_1 a_1 = S_2 (a_2 - m a_1)$$

und folgt daraus mit Rücksicht auf Gl. (1):

$$K = \frac{a_2 - m a_1}{(m-1) b} R \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

wozu noch die Kraft hinzuzufügen ist, die, bei B im Sinne von K angreifend, der Schwere des Hebels Gleichgewicht hält. Ist k die höchstens zugelassene specifische Spannung des Bremsbandes, so ist sein erforderlicher Querschnitt:

$$F = \frac{S_1}{k} = \frac{m S_2}{k} = \frac{m}{m-1} \frac{R}{k} \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Im Durchschnitt kann hier etwa $\mu = 0{,}18$ (Band von Schmiedeisen, Bremsrad von Gusseisen) gesetzt werden, so dass mit $\alpha = 3\frac{\pi}{2}$ sich m nahe $= \frac{7}{3}$ und

$$K = \frac{3\,a_2 - 7\,a_1}{4\,b} R; \quad F = \frac{7}{4} \frac{R}{k} \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

ergiebt. Durch passende Wahl von a_1 und a_2 kann K beliebig klein gemacht werden. Ein allzu kleiner Werth von K gestattet indessen keine hinlänglich feine Regulirung von R, und ist insbesondere dann, wenn diese Kraft K unmittelbar mit der Hand ausgeübt werden soll, 10 bis 20 Kgr. eine angemessene Grösse derselben. Meistens ist zu dem Ende die Anordnung so zu treffen, dass $a_1 = 0$ ist, indem etwa das mit S_1 gespannte Bandende unabhängig vom Bremshebel an einen festen Bolzen angehängt wird. —

Wenn z. B. bei der in §. 78 besprochenen Winde (Fig. 94) auf der Vorgelegewelle V ein Bremsrad von gleichem Durchmesser mit der Windetrommel sich befindet, so ist mit den dort gebrauchten Bezeichnungen und angegebenen Zähnezahlen der betreffenden Räder die Reibung R, die am Umfange des Bremsrades hervorgerufen werden muss, um die Maximallast $Q = 2500$ Kgr. mit gleichförmiger Geschwindigkeit niederlassen zu können:

$$R = Q \frac{q}{r} \frac{r'}{q} = Q \frac{z'}{z} = 2500 \cdot \frac{12}{74} = 400 \text{ Kgr.}$$

sehr nahe, bei Abstraction von der Beihülfe durch die dem Getriebe ohne Bremse eigenthümlichen Reibungswiderstände. Im Falle einer Bandbremse mit $a_1 = 0$ und mit

$$\frac{a_2}{b} = \frac{1}{15},\ k = 5 \text{ Kgr. pro Quadratmillim.}$$

ergiebt sich dann nach Gl. (4):

$$K = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{15} \cdot 400 = 20 \text{ Kgr.},$$

$$F = \frac{7}{4} \cdot \frac{400}{5} = 140 \text{ Quadratmillim.},$$

entsprechend bei 2,5 Millim. Dicke einer Breite des eisernen Bandes = 56 Millimeter. —

Wenn die im vorigen Paragraph beispielsweise berechnete Dampfbremse einer Schachtförderung als Bandbremse ausgeführt werden sollte, so würde sich mit $R = 2000$ Kgr. der Querschnitt des Bandes unter obigen Voraussetzungen

$$= \frac{7}{4} \cdot \frac{2000}{5} = 700 \text{ Quadratmillim.}$$

ergeben und damit die Biegsamkeit desselben schon allzu gering werden. In solchen Fällen und überhaupt, wenn F grösser als etwa 300 Quadratmillim. sein müsste, ist im Allgemeinen ein gegliedertes an Stelle des stetigen Eisenbandes vorzuziehen, nämlich eine Kette, deren Glieder durch Bolzen zusammenhängen und zur Ausübung der Reibung mit Holzklötzen ausgerüstet werden. Ist dann auch der Winkel α des umspannten Bogens einer solchen Gliederbremse meistens nur $= \pi$, so ist doch wegen des grösseren Reibungscoefficienten μ (etwa $= 0,4$) das Verhältniss $m = \frac{S_1}{S_2}$

Fig. 101.

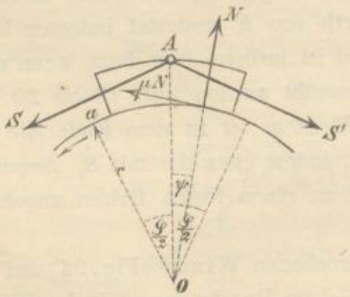
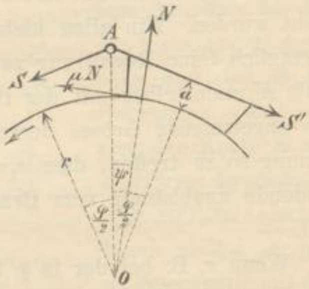


Fig. 102.



und somit auch das mit $(m - 1)$ proportional wachsende Verhältniss $\frac{R}{S_2}$ noch grösser, als im vorigen Falle. Mögen dabei die Holzklötze nach Fig. 101 mit den Bolzen oder nach Fig. 102 mit den Gliedern der Kette verbunden sein, so ergiebt sich im einen wie im anderen Falle die Beziehung zwischen S_1, S_2 und R durch folgende Erwägung. Es seien

S und S' $(S' > S)$ die Spannungen zweier auf einander folgender Kettenglieder,

φ der spitze Winkel, unter dem sie resp. die Mittellinien der betreffenden Kettenglieder gegen einander geneigt sind,

$\alpha = n\varphi$, also n die Anzahl der Ecken des von den Mittellinien der Kettenglieder auf dem Bremsrade gebildeten Polygons,

$r + a$ der Radius des diesem Polygon einbeschriebenen Kreises,

r der Radius des Bremsrades,

N der resultirende radiale Druck des letzteren auf einen Bremsklotz,

μN die dazu senkrechte betreffende Reibung,

ψ der Winkel, unter welchem die Richtungslinie von N gegen die Halbirungslinie OA des Winkels SAS' (Fig. 101 und 102) im Sinne gegen S' hin geneigt ist.

Dem Gleichgewicht der Kräfte S, S', N und μN entsprechen die Gleichungen:

$$(S' - S)(r + a) = \mu N r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$(S' - S) \cos\frac{\varphi}{2} = N(\mu \cos\psi - \sin\psi)$$

$$(S' + S) \sin\frac{\varphi}{2} = N(\cos\psi + \mu \sin\psi),$$

von denen die zwei letzten mit $\mu = tg\,\varrho$ auch geschrieben werden können:

$$(S' - S) \cos\frac{\varphi}{2} \cos\varrho = N \sin(\varrho - \psi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

$$(S' + S) \sin\frac{\varphi}{2} \cos\varrho = N \cos(\varrho - \psi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7).$$

Diese 3 Gleichungen bestimmen ψ, S' und N, wenn die übrigen Grössen gegeben sind. Für ψ erhält man aus (5) und (6) die Bestimmungsgleichung:

$$\sin(\varrho - \psi) = \frac{r}{r + a} \cos\frac{\varphi}{2} \sin\varrho \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8);$$

dann folgt aus (6) und (7):

$$\frac{S' - S}{S' + S} = tg\frac{\varphi}{2}\, tg(\varrho - \psi)$$

$$\frac{S'}{S}=\frac{1+tg\frac{\varphi}{2}tg(\varrho-\psi)}{1-tg\frac{\varphi}{2}tg(\varrho-\psi)}=\frac{cos\left(\frac{\varphi}{2}-\varrho+\psi\right)}{cos\left(\frac{\varphi}{2}+\varrho-\psi\right)}$$

$$m=\frac{S_1}{S_2}=\left(\frac{S'}{S}\right)^n=\left(\frac{cos\left(\frac{\varphi}{2}-\varrho+\psi\right)}{cos\left(\frac{\varphi}{2}+\varrho-\psi\right)}\right)^n \cdots\cdots\cdots (9).$$

Mit Rücksicht auf (5) und (9) ist endlich die ganze am Umfange des Bremsrades erzeugte Reibung:

$$R=\Sigma(\mu N)=\frac{r+a}{r}\Sigma(S'-S)$$

$$=\frac{r+a}{r}(S_1-S_2)=\frac{r+a}{r}(m-1)S_2 \;\ldots\ldots (10).$$

Nach Gl. (8) ist ψ um so kleiner, nämlich $\varrho-\psi$ um so weniger $<\varrho$, je kleiner a im Vergleich mit r und je kleiner φ ist. Setzt man $\psi=0$, so wird

$$m=\left(\frac{S'}{S}\right)^n=\left(\frac{1+\mu\,tg\frac{\varphi}{2}}{1-\mu\,tg\frac{\varphi}{2}}\right)^n$$

oder auch mit weiterer Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung:

$$m=\left(1+2\,\mu\,tg\frac{\varphi}{2}\right)^n \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11).$$

Je grösser endlich n und je kleiner also $\varphi=\frac{\alpha}{n}$ ist, desto mehr nähert sich dieser letzte Ausdruck von m, wie es sein muss, dem für ein stetiges Band genau gültigen Grenzwerthe:

$$lim\,(1+\mu\varphi)^n=lim\left(1+\frac{\mu\alpha}{n}\right)^n=e^{\mu\alpha}.$$

Ist z. B. $a=0{,}05\,r$, $\alpha=180^0$, $\mu=0{,}4\;(\varrho=21^0\,48')$, so findet man

für $n=$	3	4	5	6	
$\varphi=$	60^0	45^0	36^0	30^0	
$\psi=$	$3^0\,58'$	$2^0\,44'$	$2^0\,9'$	$1^0\,49'$	nach (8),
$m=$	3,088	3,168	3,207	3,232	nach (9),
	3,124	3,142	3,175	3,207	nach (11).

Der Fehler von Gl. (11) ist also unerheblich; dagegen ist

$$e^{\mu\alpha}=e^{0{,}4\,\pi}=3{,}513$$

wesentlich $>m$, sofern nicht n sehr gross ist.

§. 91. Kegelbremse.

Die im vorigen Paragraph besprochene Bandbremse ist nur in solchen Fällen vortheilhaft zu gebrauchen, in denen das Bedürfniss des Bremsens einer gewissen Welle nur bei einem bestimmten Drehungssinne derselben vorhanden ist; denn anderen Falles müsste (Fig. 100) $a_1 = -a_2$ gemacht werden, wodurch nach Gl. (2) im vorigen Paragraph eine bei Vertauschung von S_1 mit S_2, also von a_1 mit a_2 zwar gleich grosse, aber wesentlich grössere Kraft K zur Erzeugung der Reibung R nöthig würde. Auch bei der Backenbremse ist der Drehungssinn der zu bremsenden Welle nur näherungsweise und um so mehr gleichgültig, je kleiner die Dimension a (Fig. 99 und §. 89, Gl. 1) ist. Ganz unabhängig von diesem Drehungssinne ist dagegen die Wirksamkeit einer Kegelbremse. Sind bei einer solchen

a und b die Radien der Begrenzungskreise der Kegelfläche, in welcher sich der Kegel und der entsprechende Hohlkegel berühren, von denen nur einer um die zu bremsende Welle drehbar und ebenso nur einer längs ihr verschieblich ist, ist ferner

α der Winkel zwischen Seitenlinie und Axe dieser Kegelfläche,

P der axiale Druck, womit der verschiebliche gegen den anderen Kegel angedrückt wird, so kann das Reibungsmoment M wie bei einem kegelförmigen Spurzapfen berechnet, also, jenachdem derselbe als neu oder eingelaufen betrachtet wird, nach §. 70, Gl. (2) resp. Gl. (12) gesetzt werden:

$$M = \frac{2}{3} \mu P \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} \frac{1}{\sin \alpha} \text{ resp. } \frac{1}{2} \mu P \frac{a+b}{\sin \alpha}.$$

Indem das Verhältniss beider Werthe

$$= 1 : \frac{3}{4} \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + ab + b^2}$$

sich um so mehr der Grenze 1 nähert, je weniger a und b verschieden sind, hier aber der Unterschied dieser zwei Radien immer sehr klein ist, so kann ohne wesentlichen Fehler hier immer der einfachere Ausdruck zu Grunde gelegt, also

$$M = \frac{1}{2} \mu P \frac{a+b}{\sin \alpha}$$

gesetzt werden, so dass sich die auf den mittleren Radius $r = \frac{a+b}{2}$ reducirte Reibung

$$R = \frac{\mu P}{\sin \alpha} \text{ und daraus } P = \frac{\sin \alpha}{\mu} R \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

ergiebt. Die Beziehung zwischen P und der unmittelbar ausgeübten bremsenden Kraft ist wieder in jedem einzelnen Falle je nach der Art und den Dimensionsverhältnissen des zur Verschiebung des einen Kegels dienenden Mechanismus zu beurtheilen.

Um es zu vermeiden, dass die Welle durch die axiale Kraft P verschoben oder gegen ihre Lager gedrängt wird, kann der als Bremsrad dienende, längs der Welle unverschiebliche Kegel verdoppelt, nämlich aus zwei gleichen abgestumpften Kegeln so zusammengesetzt werden, dass dieselben als Hohlkegel mit ihren kleineren, als Vollkegel mit ihren grösseren Endflächen zusammenstossen, während im ersten Falle zwei entsprechende Vollkegel, im zweiten zwei Hohlkegel von entgegengesetzten Seiten her je mit der axialen Kraft $\frac{1}{2}P$ in den doppelten Hohlkegel resp. auf den doppelten Vollkegel geschoben werden, um die Reibung R (je $\frac{1}{2}R$ im mittleren Umfange jeder einzelnen Kegelfläche) zu bewirken.

Gegen die obige Gleichung (1) als Ausdruck der Beziehung zwischen den Kräften P und R liesse sich einwenden (und ist eingewendet worden), dass ausser der Reibung im Sinne des Umfanges auch eine solche in der Richtung der Seiten der kegelförmigen Reibungsfläche stattfinde. Indessen würde dann weder die eine noch die andere Reibung für sich, sondern nur ihre Resultante in jedem Flächenelemente eine vollständig entwickelte, d. h. $= \mu$ mal dem Normaldrucke sein können, so dass, wenn der ganze Normaldruck Q im mittleren Kreise mit dem Radius $r = \frac{a+b}{2}$ concentrirt gedacht wird, die Reibung

im Sinne des Umfanges: $R = \mu_1 Q$,

im Sinne der Kegelseiten: $S = \mu_2 Q$

zu setzen wäre, unter μ_1 und μ_2 Coefficienten verstanden, die $< \mu$ sind gemäss der Gleichung:

$$\sqrt{R^2 + S^2} = \mu Q, \text{ also } \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2} = \mu.$$

Dem Gleichgewicht der Kräfte an dem verschieblichen Kegel entspricht dann die Gleichung:

$$P = Q \sin\alpha + S \cos\alpha = Q(\sin\alpha + \mu_2 \cos\alpha) = \frac{\sin\alpha + \mu_2 \cos\alpha}{\mu_1} R \quad . \quad (2).$$

Ist auch dieser Auffassung ihre Berechtigung nicht abzusprechen, so ist es doch unrichtig, dabei (wie geschehen ist) $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ zu setzen. Indessen auch abgesehen hiervon wird die Reibung μQ, die der resultirenden relativen Bewegung stets gerade entgegengesetzt gerichtet ist, nur im ersten Augenblicke des Bremsens bei Beginn der Berührung beider Kegel in die Componenten $R = \mu_1 Q$ und $S = \mu_2 Q$ zerlegbar sein entsprechend der relativen Schraubenbewegung, womit beide Kegel zusammentreffen, indem das Verhältniss $R : S = \mu_1 : \mu_2$ durch das Steigungsverhältniss dieser relativen Schraubenbewegung, nämlich durch das Verhältniss der relativen Peripheriegeschwindigkeit des mittleren Kreises und der relativen Schiebungsgeschwindigkeit im Sinne der Axe bedingt wird. Sobald aber der verschiebliche Kegel nicht mehr axial bewegt ist, wird $\mu_2 = 0$, also $\mu_1 = \mu$ und somit Gl. (2) übereinstimmend mit Gl. (1).

Soll die Bremse durch eine im entgegengesetzten Sinne von P ausgeübte axiale Kraft P_1 wieder gelöst werden, so ist in der obigen Gleichgewichtsbedingung:

$$P = Q \sin \alpha + S \cos \alpha$$

P durch $- P_1$ und somit S durch $- S = - \mu_2 Q$ zu ersetzen, entsprechend dem entgegengesetzten Sinne auch dieser Kraft S. Die Lösung der Bremse erfordert also die Kraft:

$$P_1 = Q (\mu_2 \cos \alpha - \sin \alpha) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

die beliebig klein, selbst Null und negativ sein darf, so lange die Kegel in relativ drehender Bewegung begriffen sind, indem dann die Reibung $S = \mu_2 Q$ in dem hier in Rede stehenden Sinne nur in beliebig kleiner Grösse entwickelt zu sein braucht, um durch relative Schraubenbewegung entgegen der resultirenden Reibung $= \sqrt{R^2 + S^2}$ das Lösen der Bremse zu bewirken. Indessen muss letzteres mit genügender Leichtigkeit auch dann geschehen können, wenn durch Ausübung des axialen Druckes P auf den verschieblichen Kegel bis zum Stillstand gebremst wurde, so dass dann die Lösung nicht durch relative Schraubenbewegung geschehen kann, sondern durch relative Axialverschiebung geschehen muss, entsprechend $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = \mu$. Die dazu nöthige Kraft ist nach Gl. (3):

$$P_1 = Q (\mu \cos \alpha - \sin \alpha) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Soll sie nicht grösser sein, als die zum Bremsen ausgeübte Kraft $P = Q \sin \alpha$, so muss

$$\mu - tg\, \alpha \overset{=}{<} tg\, \alpha, \text{ also } tg\, \alpha \overset{=}{>} \frac{\mu}{2}$$

sein, z. B. für $\mu = 0{,}18 : tg\, \alpha \overset{=}{>} 0{,}09$ oder $\alpha \overset{=}{>} 5^0\, 9'$.

Wenn z. B. bei der in §. 78 besprochenen Winde (Fig. 94) auf der Vorgelegewelle V statt der im vorigen Paragraph vorausgesetzten Bandbremse eine Kegelbremse angebracht wäre, so würde, wenn der mittlere Radius ihrer Reibungsfläche $\frac{2}{3}$ so gross angenommen wird wie der Radius des Bremsrades im vorigen Paragraph, die zum Bremsen nöthige Reibung R im umgekehrten Verhältnisse grösser sein, als dort, also $= \frac{3}{2} . 400 = 600$ Kgr. Mit $\mu = 0{,}18$ und $tg\, \alpha = 0{,}1$ wäre dann auch $sin\, \alpha$ ohne in Betracht kommenden Fehler $= 0{,}1$ zu setzen, also

$$P = \frac{0{,}1}{0{,}18} 600 = 333 \text{ Kgr. nach Gl. (1).}$$

Bei der Verwendung dieser Bremse als Schliessungsbremse (§. 88) wäre der als Bremsrad dienende Kegel K' auf der Welle V zu befestigen, der als Bremskörper dienende andere Kegel K folglich cylindrisch mit V zu paaren entsprechend einer relativen axialen Verschiebbarkeit und relativen Drehbarkeit beider Elemente; die axiale Verschiebung des Kegels K durch die Kraft P hätte so zu geschehen, dass seine absolute Drehung um die geometrische Axe von V (Drehung gegen das Lagergestell) durch den betreffenden Verschiebungsmechanismus verhindert wird. Es könnte aber auch die Bremse als Lösungsbremse angeordnet werden, indem K' in fester Verbindung mit dem Rade B' (Fig. 94) durch ein Drehkörperpaar, dagegen K durch ein Prismenpaar (Feder und Nuth) mit V gepaart und ausserdem diese Welle beim Niederlassen der Last Q an rückläufiger Drehung durch ein Gesperre verhindert wird. Indem dann K gegen K', z. B. in Folge dauernder Belastung eines Bremshebels durch ein Gewicht G, einen axialen Druck $> P$ ausübt, wird dadurch V mit K, sowie K mit dem Gliede $K'B'$ zu einem einzigen Körper gekuppelt, so dass die Drehung von V in dem durch das Gesperre zugelassenen Sinne die Aufwindung von Q ermöglicht. Hört das die Welle V drehende Kraftmoment auf zu wirken, so bleibt die Last Q in der erreichten Höhe schweben, indem das Gesperre die rückläufige Drehung von V, die Reibung zwischen K und K' die rückläufige Drehung des Gliedes $K'B'$ ohne V verhindert. Das Niederlassen der Last erfordert dann den Angriff des Bremshebels in entgegengesetztem Sinne seines Belastungsgewichtes G, um davon nur einen solchen Theil wirksam bleiben zu lassen, dass der axiale Druck von K gegen K' auf P reducirt wird. Uebrigens ist leicht zu erkennen, dass der Vortheil grösserer Sicherheit einer solchen Lösungsbremse (gegen beschleunigtes Niederfallen der Last bei unzureichender Grösse der bremsenden Kraft) von dem Nachtheile begleitet wird, dass die Erhaltung der Kuppelung beim Aufwinden der Last nicht ohne beträchtlichen Arbeitsverlust durch Reibung zu ermöglichen ist, indem der axiale Druck, der dazu auf den mit V rotirenden Kegel K ausgeübt werden muss, durch einen Mechanismus vermittelt wird, der an dieser Drehung selbst nicht Theil nimmt; ohne Verdoppelung des Bremskegelpaares würde dazu noch eine weitere Reibung wegen des axialen Druckes der ganzen Welle gegen ihre Lager hinzukommen, die bei der Schliessungsbremse wenigstens nur durch das Niederlassen der Last, also dann verursacht würde, wenn sie weniger schädlich, in Bezug auf die bremsende Wirkung sogar förderlich ist.

II. Schwungräder.

§. 92. Allgemeine Untersuchung der Beziehung zwischen der auf einen gewissen Punkt der Schwungradwelle reducirten Masse einer Maschine und dem Ungleichförmigkeitsgrade der Bewegung dieses Punktes.

Der in §. 87 mit A bezeichnete Punkt, auf welchen die ganze Masse einer Maschine reducirt wurde, befinde sich in der Entfernung r von der Axe der Schwungradwelle; der constante Theil $= M$ dieser reducirten Masse rührt dann hauptsächlich her von den Maschinentheilen, die um feste Axen so rotiren, dass ihre Winkelgeschwindigkeiten zu derjenigen der Schwungradwelle constante Verhältnisse haben, insbesondere also vom Schwungrade selbst, wogegen der veränderliche Theil $= m$ jener reducirten Masse von solchen Maschinentheilen herzurühren pflegt, die, wie z. B. die Kolbenmasse einer Dampfmaschine, hin und hergehende oder auch, wie z. B. die Koppel eines Schubkurbelmechanismus, weniger einfache Bewegungen haben, die dann in der Regel als Drehungen mit veränderlichen Winkelgeschwindigkeiten um Axen von veränderlichen Lagen aufzufassen sind. Die Bewegung der Maschine sei gleichförmig periodisch (die Maschine befinde sich in periodischem Beharrungszustande), d. h. die Geschwindigkeit v des Reductionspunktes erfahre in gewissen gleichen auf einander folgenden Zeiten (Perioden) stets dieselben Aenderungen. Ist dann v' das Maximum, v'' das Minimum, c der Mittelwerth von v in jeder Periode, so heisst

$$\delta = \frac{v' - v''}{c}$$

der Ungleichförmigkeitsgrad der Bewegung des Reductionspunktes resp. der Schwungradwelle oder überhaupt aller mit proportionalen Winkelgeschwindigkeiten rotirenden Maschinentheile, deren reducirte Masse M ist, und handelt es sich um die Beziehung zwischen M und δ, während die mittlere Geschwindigkeit c des Reductionspunktes eine gegebene Constante ist und m sowie die vom Anfange der Periode an gerechnete algebraische

Summe $= A$ der Arbeiten aller auf die Maschine wirkenden Kräfte gegebene Functionen des Winkels φ sind, um den sich die Schwungradwelle seit dem Beginne der betreffenden Periode gedreht hat. Diese Beziehung ist bedingt durch die Gleichung der lebendigen Kraft, also, unter m_0 und v_0 die Werthe von m und v für den Anfang der Periode, d. h. für $\varphi = 0$ verstanden, durch die Gleichung:

$$(M + m)\frac{v^2}{2} - (M + m_0)\frac{v_0^2}{2} = A \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (1).$$

Ihrzufolge erfordert die vorausgesetzte Periodicität der Bewegung vor Allem, dass auch m und A periodische Functionen von φ und ihre Perioden derjenigen von v gleich oder aliquote Theile derselben sind, so dass jedenfalls

$$m = m_0 \text{ und } A = 0 \text{ ist für } \varphi = \alpha \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (2),$$

wenn α (gewöhnlich $= 2\pi$) den Drehungswinkel der Schwungradwelle in jeder Periode bedeutet. Aus Gl. (1) folgt:

$$v^2 = \frac{2A + (M + m_0)v_0^2}{M + m} = F(M, v_0, \varphi) \;\ldots\ldots\ldots\; (3)$$

$=$ einer Function von φ, die ausser M und gegebenen Constanten die Unbekannte v_0 enthält. Um letztere zu eliminiren, kann man bemerken, dass die Winkelgeschwindigkeit der Schwungradwelle

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{r}$$

und somit die Dauer einer Periode:

$$\frac{r\alpha}{c} = \int_{\varphi=0}^{\varphi=\alpha} dt = r\int_0^\alpha \frac{d\varphi}{v}$$

ist, woraus mit Rücksicht auf Gl. (3) folgt:

$$\frac{\alpha}{c} = \int_0^\alpha \frac{d\varphi}{v} = \int_0^\alpha \frac{d\varphi}{\sqrt{F(M, v_0, \varphi)}} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (4).$$

Durch Elimination von v_0 zwischen dieser Gleichung und Gl. (3) ergebe sich:

$$v = f(M, \varphi) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (5)$$

$=$ einer Function von φ, die ausser M nur gegebene Constante enthält. Die relativen Maxima und Minima von v in irgend einer Periode entsprechen dann den zwischen 0 und α liegenden Wurzelwerthen der Gleichung:

$$\frac{df(M, \varphi)}{d\varphi} = 0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (6),$$

und wenn insbesondere φ' der dem absoluten Maximum v' und φ'' der dem absoluten Minimem v'' entsprechende Werth von φ ist, so folgt aus

$$v' = f(M, \varphi') \text{ und } v'' = f(M, \varphi'')$$

der Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{v' - v''}{c} = \frac{f(M, \varphi') - f(M, \varphi'')}{c} \cdot \cdot (7)$.

Ist δ gegeben, so kann hieraus M und somit durch Subtraction der reducirten Massen der übrigen rotirenden Maschinentheile die erforderliche Grösse der reducirten Masse des Schwungrades bestimmt werden, der alsdann die Dimensionen desselben anzupassen sind. —

Die vorstehend angedeutete Rechnung würde ohne wesentliche Vereinfachung durch Vernachlässigung untergeordneter Umstände und durch nur näherungsweise zutreffende Annahmen meistens nicht durchführbar sein, wenigstens nicht in hinlänglich einfacher, praktisch brauchbarer Form. Indem es aber nie darauf ankommt, einen gewissen Ungleichförmigkeitsgrad δ genau zu realisiren, kann man sich stets darauf beschränken, in M und m nur die hauptsächlichsten bewegten Massen der Maschine und auch diese nur näherungsweise zu berücksichtigen. Auch kann von den Bewegungswiderständen hier meistens ganz abgesehen, unter A folglich die Summe der Arbeiten der treibenden Kräfte und der Nutzwiderstände verstanden werden. Handelt es sich dann um das Schwungrad einer Kraftmaschine von gegebener Arbeit A_1 der treibenden Kräfte in jeder Periode oder um das Schwungrad einer Arbeitsmaschine von gegebener Arbeit A_2 der Nutzwiderstände in jeder Periode, so ist im ersten Falle A_2, im zweiten A_1 so in Rechnung zu bringen, dass die Bedingung $A_1 = A_2$ des periodischen Beharrungszustandes erfüllt wird, indem erst nachträglich und unabhängig von der Schwungradbestimmung darauf Rücksicht zu nehmen ist, dass die Bewegungswiderstände thatsächlich im ersten Falle nur eine kleinere Arbeit A_2 der Nutzwiderstände zulassen, im zweiten dagegen eine grössere Arbeit A_1 der treibenden Kräfte erfordern.

Eine weitere Vereinfachung gestattet der Umstand, dass δ ein kleiner Bruch und dass überhaupt das Verhältniss irgend zweier Werthe von v höchstens um einen kleinen Bruch von einerlei Grössenordnung mit δ von der Einheit verschieden, während es bei dieser Rechnung immer zulässig ist, kleine Grössen zweiter Ordnung, die also mit δ^2 vergleichbar sind, zu vernachlässigen. Endlich ist m meistens so klein im Vergleich mit M, dass das Verhältniss $\frac{m}{M}$ höchstens von einerlei Grössenordnung mit δ oder gar $=$ Null zu setzen ist. In diesem letzten Falle ($m = m_0 = 0$) folgt aus Gl. (3):

$$\frac{v^2}{v_0^2} = 1 + \frac{2A}{Mv_0^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (8),$$

also auch mit Vernachlässigung kleiner Grössen zweiter Ordnung:

$$\frac{v}{v_0} = 1 + \frac{A}{M v_0^2} = 1 + \frac{A}{M c^2}$$

und, wenn $\frac{v_0}{c} = 1 + \gamma$ gesetzt wird, wo γ wieder ein kleiner Bruch ist:

$$\frac{v}{c} = (1+\gamma)\left(1 + \frac{A}{M c^2}\right) = 1 + \gamma + \frac{A}{M c^2}.$$

Das Maximum und Minimum (v' resp. v'') von v entspricht dem Maximum und Minimum (A' resp. A'') von A, und folgt also

$$\frac{v' - v''}{c} = \delta = \frac{A' - A''}{M c^2}$$

$$M = \frac{A' - A''}{\delta c^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9).$$

Die Kenntniss von v_0 war hierbei unnöthig, die unbequeme Gleichung (4) also entbehrlich.

Dieselbe Gleichung (9) entspricht im vorliegenden Falle $m = 0$ der Annahme:

$$v' + v'' = 2\,c.$$

Denn indem hieraus und aus $v' - v'' = \delta c$

$$\frac{v'^2 - v''^2}{2} = \delta c^2$$

folgt, ergiebt sich aus Gl. (8) unmittelbar:

$$\frac{v'^2 - v''^2}{2} = \frac{A' - A''}{M} = \delta c^2.$$

Ist m zwar nicht klein genug, um gegen M ganz ausser Acht bleiben zu dürfen, aber doch so klein, dass $\frac{m}{M}$ ein höchstens mit δ vergleichbarer kleiner Bruch ist, so folgt aus Gl. (3) mit Vernachlässigung kleiner Grössen zweiter Ordnung

$$\frac{v^2}{v_0^2} = \frac{\frac{2\,A}{M v_0^2} + 1 + \frac{m_0}{M}}{1 + \frac{m}{M}} = 1 + \frac{2\,A}{M v_0^2} - \frac{m - m_0}{M}$$

$$\frac{v}{v_0} = 1 + \frac{A}{M c^2} - \frac{1}{2}\,\frac{m - m_0}{M}$$

$$\frac{v}{c} = 1 + \gamma + \frac{A}{M c^2} - \frac{1}{2}\,\frac{m - m_0}{M} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10),$$

wenn wieder $\frac{v_0}{c} = 1 + \gamma$ gesetzt wird. Hiernach ist v am grössten und am kleinsten zugleich mit

$$A - \frac{m c^2}{2},$$

also für Wurzelwerthe der Gleichung:

$$\frac{dA}{d\varphi} - \frac{c^2}{2}\frac{dm}{d\varphi} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11),$$

die insbesondere für das absolute Maximum und das absolute Minimum wieder mit φ' und φ'' bezeichnet seien. Sind dann

A' und m' die Werthe von A und m für $\varphi = \varphi'$,
A'' und m'' die Werthe von A und m für $\varphi = \varphi''$,

so folgt aus Gl. (10):

$$\frac{v' - v''}{c} = \delta = \frac{A' - A''}{Mc^2} - \frac{1}{2}\frac{m' - m''}{M}$$

$$M = \frac{1}{\delta}\left(\frac{A' - A''}{c^2} - \frac{m' - m''}{2}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (12).$$

Die Kenntniss von v_0 war wieder unnöthig, weil γ ebenso wie m_0 aus dem Ausdrucke der Differenz irgend zweier Werthe von v verschwindet, falls letztere durch die auf der Vernachlässigung kleiner Grössen zweiter Ordnung beruhende Gleichung (10), δ und $\frac{m}{M}$ als kleine Grössen erster Ordnung vorausgesetzt, bestimmt werden.

Uebrigens ist zu bemerken, dass die durch Gleichung (11) bestimmten Winkel φ' und φ'' nicht nur mit kleinen Fehlern zweiter Ordnung, sondern schon mit solchen erster Ordnung behaftet sein können. Denn mit den abgekürzten Bezeichnungen:

$$\frac{2A}{Mc^2} = x, \quad \frac{m}{M} = y, \quad \frac{m_0}{M} = y_0$$

und mit $v_0 = (1 + \gamma)\, c$ ist streng genommen:

$$\frac{v}{c} = (1 + \gamma)\sqrt{\frac{1 + \frac{x}{(1+\gamma)^2} + y_0}{1 + y}}$$

und es entsprechen also das Maximum und Minimum von v der Gleichung:

$$(1 + y)\frac{dx}{(1+\gamma)^2} - \left(1 + \frac{x}{(1+\gamma)^2} + y_0\right) dy = 0,$$

woraus, indem γ, x, y, y_0 kleine Grössen erster Ordnung sind, mit Vernachlässigung kleiner Grössen zweiter Ordnung folgt:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{(1+\gamma)^2(1+y_0)+x}{1+y} = 1+2\gamma+x+y_0-y.$$

Wenn nun auch aus der Gleichung für $\frac{v}{c}$ mit einem nur kleinen Fehler zweiter Ordnung gefolgert werden kann:

$$\frac{v}{c} = (1+\gamma)\left(1+\frac{x+y_0-y}{2}\right) = 1+\gamma+\frac{x+y_0-y}{2},$$

so ist doch die daraus weiter als den eminenten Werthen von v entsprechend gefolgerte Gleichung:

$$dx - dy = 0 \text{ oder } \frac{dx}{dy} = 1$$

mit obiger Gleichung für $\frac{dx}{dy}$ erst bei Vernachlässigung kleiner Grössen erster Ordnung identisch. Dieser der Gleichung (11) als Bestimmungsgleichung von φ' und φ'' anhaftende Mangel ist indessen hier unschädlich, weil die Function v von φ sich um so langsamer mit φ ändert, je mehr sie sich einem Maximum oder Minimum nähert, so dass ein bei Bestimmung von φ' oder φ'' begangener kleiner Fehler nur einen solchen Fehler von v' resp. v'' zur Folge hat, der eine kleine Grösse höherer Ordnung ist, und weil es hier nicht sowohl darauf ankommt, die dem Maximum und Minimum von v entsprechenden Configurationen der Maschine, als vielmehr nur diese eminenten Werthe von v selbst mit hinlänglicher Annäherung zu finden.

Aus demselben Grunde kann sogar Gl. (11) durch die auch der Gleichung (9) zu Grunde liegende einfachere Bestimmungsgleichung

$$\frac{dA}{d\varphi} = 0$$

für φ' und φ'' ersetzt werden, wenn $\frac{mc^2}{2}$ klein im Vergleich mit A, wenn also $\frac{mc^2}{2A}$ oder auch $\frac{mc^2}{A'-A''}$ ein mit δ vergleichbarer kleiner Bruch ist, was aber, da

$$\frac{Mc^2}{A'-A''} = \frac{1}{\delta} \text{ nach Gl. (9)}$$

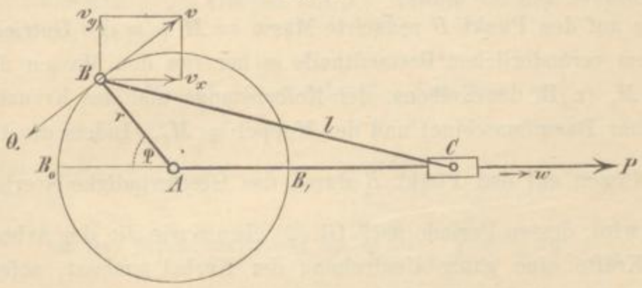
und wenigstens von derselben Grössenordnung, wie $\frac{1}{\delta}$, nach Gl. (12) ist, im Allgemeinen vorausgesetzt, dass $\frac{m}{M}$ ein selbst im Vergleich mit δ kleiner, nämlich ein Bruch von einerlei Grössenordnung mit δ^2 sei.

§. 93. Anwendung auf Schubkurbelmechanismen.

Von besonderem Interesse ist die Anwendung des im vorigen Paragraph erklärten Verfahrens auf den Schubkurbelmechanismus (§. 39 und §. 40), dessen Kurbelwelle zugleich Schwungradwelle ist, z. B. mit Rücksicht auf die (später im dritten Bande dieses Werkes weiter zu besprechende) Schwungradbestimmung für Dampfmaschinen, wobei dieser Mechanismus als Schubkurbelgetriebe, d. h. so zur Verwendung kommt, dass die Bewegung vom Schieber ausgeht, wie auch im Folgenden vorausgesetzt werden soll.

Ist r die Kurbellänge AB (Fig. 103), l die Koppellänge BC und $\lambda = \frac{r}{l}$, ferner φ der Drehungswinkel der Kurbel seit dem letzten Durchgange des Punktes B durch einen der beiden Todpunkte B_0 und B_1, x der entsprechende Schieberweg, v die Geschwindigkeit des Kurbelzapfens (des Punktes B), w die Geschwindigkeit des Schiebers (des Punktes C), so ist nach §. 40 bei Vernachlässigung der Glieder mit λ^3 und höheren Potenzen von λ:

Fig. 103.



$$x = r\left(1 - \cos\varphi \mp \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$w = v \sin\varphi\,(1 \mp \lambda\cos\varphi) \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

und gelten dabei vor den Gliedern mit λ die oberen oder unteren Vorzeichen, jenachdem die zuletzt vom Getriebe passirte Todlage eine obere oder untere war, der Winkel φ folglich von der Kurbelrichtung AB_0 oder AB_1 an gerechnet wird.

Die treibende Kraft eines solchen Schubkurbelgetriebes, angreifend im Punkte C im Sinne AC oder CA, jenachdem der Kurbelzapfen B sich vom oberen Todpunkte B_0 zum unteren B_1 oder umgekehrt bewegt, sei bezeichnet mit P; wenn sie nicht constant ist, sei sie für die Bewegung des Schiebers im einen Sinne nach demselben Gesetze veränderlich wie für den umgekehrten Bewegungssinn. Q sei der auf den Kurbelzapfen reducirte gesammte Widerstand, d. h. die in B angreifende und entgegen der Geschwindigkeit v dieses Punktes gerichtete Kraft, deren Arbeit in jedem Zeitelement der Arbeitssumme aller Widerstände gleich ist; im Folgenden wird Q stets als Constante angenommen. Die algebraische Summe der von irgend einem Augenblicke an geleisteten Arbeiten der Kräfte P und Q ist unter diesen Umständen eine periodische Function, deren Periode einer ganzen Kurbelumdrehung entspricht, weil, wenn auch die Aenderungen von P schon nach je einer halben Umdrehung der Kurbel in gleicher Weise wiederkehren, doch das Verhältniss entsprechender Wege der Angriffspunkte C und B der Kräfte P und Q nach Gl. (1) erst nach je einer ganzen Umdrehung immer denselben Werth wieder annimmt, sofern nicht $\lambda = 0$ ist, wie im Falle der Kreuzschieberkurbel (§. 42, Fig. 56).

Die auf den Punkt B reducirte Masse $= M + m$ des Getriebes rührt mit ihrem veränderlichen Bestandtheile m her von den Massen des Schiebers $= M_1$ (z. B. des Kolbens, der Kolbenstange und des Kreuzkopfes im Falle einer Dampfmaschine) und der Koppel $= M_2$. Indem die Reduction dieser Massen auf den Punkt B durch das Geschwindigkeitsverhältniss $\frac{w}{v}$ bedingt wird, dessen Periode nach Gl. (2) ebenso wie die der Arbeitssumme A der Kräfte eine ganze Umdrehung der Kurbel umfasst, sofern nicht $\lambda = 0$ ist (Kreuzschieberkurbel), so gilt nun dasselbe auch von der Periode der Kurbeldrehung, also der Geschwindigkeit v. Sie werde von der oberen Todlage aus gerechnet unbeschadet dessen, dass der Winkel φ in oben erklärter Weise für jede halbe Periode besonders von 0 bis 180° gerechnet wird.

Die Koppelmasse M_2 kann dadurch genügend berücksichtigt werden, dass sie ganz in die Schiebermasse M_1 und allenfalls ausserdem noch mit einem gewissen Theile in die auf den Kurbelzapfen reducirte rotirende Masse M eingerechnet wird. Sind nämlich v_x und v_y (Fig. 103) die Componenten der Geschwindigkeit v beziehungsweise im Sinne von w und senkrecht dazu, wird ferner die Koppel als prismatische Stange betrachtet und mit $\mu = \frac{1}{l} M_2$ ihre Masse pro Längeneinheit, mit z die Entfernung ihres Massenelementes μdz vom Punkte C bezeichnet, so ist ihre doppelte lebendige Kraft

$$=\int_0^l \mu\, dz \left\{\left[w+\frac{z}{l}(v_x-w)\right]^2+\frac{z^2}{l^2}v_y{}^2\right\}$$

$$=\mu\int_0^l dz\left[w^2+\frac{z^2}{l^2}v_y{}^2+2\,w\,\frac{z}{l}(v_x-w)+\frac{z^2}{l^2}(v_x-w)^2\right]$$

$$=M_2\left[w^2+\frac{1}{3}v_y{}^2+\frac{2\,w+v_x}{3}(v_x-w)\right].$$

Nun ist $v_x=v\,sin\,\varphi,\quad v_y=\pm\,v\,cos\,\varphi,$

$w=v_x(1\mp\lambda\,cos\,\varphi)$ nach Gl. (2), also

$$\frac{2\,w+v_x}{3}(v_x-w)=v_x{}^2\,\frac{2\,(1\mp\lambda\,cos\,\varphi)+1}{3}(\pm\,\lambda\,cos\,\varphi)$$

$$=\pm\,v_x{}^2\left(1\mp\frac{2}{3}\lambda\,cos\,\varphi\right)\lambda\,cos\,\varphi=\pm\,v_x{}^2\,\lambda\,cos\,\varphi$$

bei Vernachlässigung des Gliedes mit λ^2. Mithin ist die zweifache lebendige Kraft der Koppel

$$=M_2\left[w^2+\frac{v^2}{3}(cos^2\varphi\pm 3\,\lambda\,sin^2\varphi\,cos\,\varphi)\right]$$

im Mittel $=M_2\left(w^2+\dfrac{v^2}{6}\right)$,

da der Mittelwerth von $cos^2\varphi=\dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^\pi cos^2\varphi\,d\varphi=\dfrac{1}{2}$

und von $\pm\,sin^2\varphi\,cos\,\varphi=$ Null ist. Die Masse der Koppel ist also näherungsweise dadurch zu berücksichtigen, dass sie mit ihrem vollen Werthe in M_1 und ausserdem (worauf übrigens meistens wenig ankommen wird) mit $\dfrac{1}{6}$ desselben in M eingerechnet wird, nämlich beziehungsweise in den Punkten C und B mit den Geschwindigkeiten w und v concentrirt gedacht wird. Bei solcher Bedeutung von M_1 ist dann:

$$m=M_1\left(\frac{w}{v}\right)^2=M_1\,sin^2\varphi\,(1\mp\lambda\,cos\,\varphi)^2\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(3)$$

oder bei Vernachlässigung des Gliedes mit λ^2:

$$m=M_1\,sin^2\varphi\,(1\mp 2\,\lambda\,cos\,\varphi)\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(4).$$

Was die vom Anfange einer Periode an gerechnete Arbeitssumme $=A$ der Kräfte P und Q betrifft, so ist zunächst zu bemerken, dass, da den Annahmen zufolge die Arbeiten dieser einzelnen Kräfte für beide Hälften der Periode gleich gross sind, A schon für jede Hälfte = Null sein muss, um es gemäss der Forderung des Beharrungszustandes für die ganze Periode sein zu können. Hiernach kann unter A auch die vom Anfange der betreffenden halben Periode, also vom Durchgange durch die letzte Todlage an gerechnete Arbeit der Kräfte verstanden werden. Um sie auszudrücken, werde zur Abkürzung gesetzt:

$$\left.\begin{aligned} x = r\Phi \text{ mit } \Phi &= 1 - \cos\varphi \mp \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi \\ &= 1 \mp \frac{\lambda}{4} - \cos\varphi \pm \frac{\lambda}{4}\cos 2\varphi \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (5)$$

nach Gl. (1). Bei constanter Schubkraft P ist dann wegen

$$A = Px - Qr\varphi$$

die Bedingung des Beharrungszustandes:

$$0 = P.2r - Qr\pi \text{ oder } P = \frac{\pi}{2}Q \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

und mit Rücksicht hierauf sowie auf Gl. (5):

$$A = \left(\frac{Pr\Phi}{P.2r} - \frac{\varphi}{\pi}\right)Q\pi r = \left(\frac{\Phi}{2} - \frac{\varphi}{\pi}\right)Q\pi r \ldots\ldots\ldots (7).$$

Der Fall einer veränderlichen Schubkraft ist wegen später zu besprechender Anwendungen unter der Voraussetzung von Interesse, dass, unter x_1 eine Länge $< 2r$ und unter P_1, P_2 constante Kräfte verstanden,

für $x < x_1$: $$P = P_1 - P_2,$$

also $$A = (P_1 - P_2)x - Qr\varphi = P_1 x_1 \frac{x}{x_1} - P_2 x - Qr\varphi,$$

dagegen für $x > x_1$: $$P = P_1 \frac{x_1}{x} - P_2,$$

also $$A = P_1 x_1 + \int_{x_1}^{x} P_1 \frac{x_1}{x}\,dx - P_2 x - Qr\varphi$$

$$= P_1 x_1 \left(1 + ln\frac{x}{x_1}\right) - P_2 x - Qr\varphi$$

ist. Beide Ausdrücke von A mögen zusammengefasst werden in der Gleichung:

$$A = P_1 x_1 \left([1 + ln]\frac{x}{x_1}\right) - P_2 x - Qr\varphi,$$

worin das Zeichen $[1 + ln]$ nur die Bedeutung hat, dass

$$[1 + ln]\frac{x}{x_1} = \frac{x}{x_1} \text{ oder } = 1 + ln\frac{x}{x_1}$$

zu setzen ist, jenachdem $x < x_1$ oder $x > x_1$ ist. Mit $x_1 = \varepsilon \,.\, 2\,r$ folgt daraus die Bedingung des Beharrungszustandes:

$$0 = P_1\,\varepsilon \,.\, 2\,r\left(1 + ln\,\frac{1}{\varepsilon}\right) - P_2 \,.\, 2\,r - Q\,r\,\pi$$

$$P_1\,\varepsilon\left(1 + ln\,\frac{1}{\varepsilon}\right) - P_2 = \frac{\pi}{2}\,Q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

und mit Rücksicht hierauf sowie auf Gl. (5):

$$A = \left(\frac{P_1\,\varepsilon \,.\, 2\,r\left([1 + ln]\,\frac{\Phi}{2\,\varepsilon}\right) - P_2\,r\,\Phi}{P_1\,\varepsilon \,.\, 2\,r\left(1 + ln\,\frac{1}{\varepsilon}\right) - P_2 \,.\, 2\,r} - \frac{\varphi}{\pi}\right) Q\pi r$$

oder mit $P_2 = \beta\,P_1$:

$$A = \left(\frac{[1 + ln]\,\frac{\Phi}{2\,\varepsilon} - \beta\,\frac{\Phi}{2\,\varepsilon}}{1 + ln\,\frac{1}{\varepsilon} - \beta\,\frac{1}{\varepsilon}} - \frac{\varphi}{\pi}\right) Q\pi r \quad \ldots\ldots\ldots (9).$$

Im Falle $\varepsilon = 1$ geht dieser Ausdruck, wie es sein muss, in den Ausdruck (7) über.

Mit Rücksicht auf Gl. (5) hat man schliesslich für den Cosinus des Winkels $\varphi = \varphi_1$, welcher $x = x_1 = \varepsilon \,.\, 2\,r$ entspricht, die quadratische Gleichung:

$$\frac{x_1}{r} = 2\,\varepsilon = 1 - cos\,\varphi_1 \mp \frac{\lambda}{2}(1 - cos^2\,\varphi_1).$$

Daraus folgt: $$cos\,\varphi_1 = \pm\frac{1}{\lambda} \mp \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda} \mp 1\right)^2 \pm \frac{4\,\varepsilon}{\lambda}} \quad \ldots\ldots\ldots (10),$$

worin sämmtliche obere Vorzeichen für die erste, die unteren für die zweite Hälfte der Periode gelten, indem auch das Zeichen der Wurzelgrösse demjenigen des ersten Summanden $\frac{1}{\lambda}$ entgegengesetzt genommen werden muss, weil der Absolutwerth von $cos\,\varphi_1 < 1$, dagegen $\frac{1}{\lambda} > 1$ ist. Z. B. mit $\lambda = \frac{1}{5}$ wird

$$cos\,\varphi_1 = \begin{cases} 5 - \sqrt{16 + 20\,\varepsilon} & \text{für die erste Hälfte,} \\ -5 + \sqrt{36 - 20\,\varepsilon} & \text{für die zweite Hälfte} \end{cases}$$

der Periode, wonach beide Werthe von φ_1 um mehr als 10° verschieden sein können, z. B. $= 95°\,41'$ und $84°\,19'$ für $\varepsilon = 0{,}5$.

Ausser den hier erwähnten zwei Fällen einer constanten und einer veränderlichen Schubkraft sind ferner einfache und mehrfache Schubkurbelmechanismen zu unterscheiden. Letztere werden durch passende Verbindung von 2 oder 3 gleichen einfachen solchen Mechanismen mit einer gemeinschaftlichen Kurbel- und Schwungradwelle erhalten und gewähren, abgesehen von dem durch das Schwungrad vermittelten Massenkraftschluss, den in §. 32 besprochenen Kraftkettenschluss zu zwangläufiger Ueberschreitung der den einfachen Schubkurbelgetrieben eigenthümlichen Todlagen; zugleich bedürfen sie bei gegebenem Ungleichförmigkeitsgrade δ und unter sonst gleichen Umständen eines weniger schweren Schwungrades, als die isolirten einfachen Getriebe zusammen.

Endlich ist zu bemerken, dass bei der Verwendung des in Rede stehenden Mechanismus als Kurbelschubgetriebe, indem dabei Q die treibende Kraft und P der Widerstand ist, jetzt offenbar dieselben Maximal- und Minimalwerthe von v bei denselben Configurationen des Mechanismus, wie zuvor, stattfinden würden, wenn gleichzeitig auch der Bewegungssinn der umgekehrte wäre. Eine besondere Untersuchung dieses Falles eines Kurbelschubgetriebes ist deshalb nicht erforderlich.

§. 94. Einfache Schubkurbel mit constanter Schubkraft.

Es werde zunächst angenommen, dass das Verhältniss der Schiebermasse M_1 zu der auf den Kurbelzapfen reducirten rotirenden Masse M selbst in Vergleich mit dem Ungleichförmigkeitsgrade δ klein, nämlich ein höchstens mit δ^2 vergleichbarer Bruch ist. Die den grössten und kleinsten Werthen der Geschwindigkeit v des Kurbelzapfens (des Punktes B, Fig. 103) entsprechenden Winkel φ ($= B_0AB$ oder B_1AB beziehungsweise für die erste oder zweite Hälfte der Periode) können dann nach §. 92 gemäss der Gleichung

$$\frac{dA}{d\varphi} = 0,$$

also nach §. 93, Gl. (5) und (7) gemäss der Gleichung:

$$\frac{d\Phi}{d\varphi} = sin\,\varphi \mp \frac{\lambda}{2}\,sin\,2\varphi = \frac{2}{\pi} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

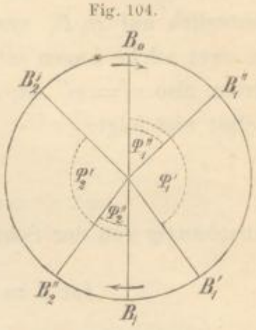
bestimmt werden, worin sich das obere Vorzeichen des Gliedes mit λ auf die erste, das untere auf die zweite Hälfte der Periode bezieht. In beiden Fällen entsprechen ihr zwei Wurzelwerthe φ zwischen 0 und 180°, die bei Voraussetzung eines Schubkurbelgetriebes bezeichnet seien mit

φ_1'' und φ_1' für die erste,

φ_2'' und φ_2' für die zweite

Hälfte der Periode, da in jeder dann zuerst ein Minimum von v erreicht wird, weil in jeder Todlage die elementare Arbeit der treibenden Kraft $P =$ Null und somit die Geschwindigkeit v in der Abnahme begriffen ist. Die der zweiten Hälfte der Periode angehörigen dieser ausgezeichneten Kurbelstellungen sind den der ersten Hälfte angehörigen symmetrisch gegenüber liegend in Bezug auf den Durchmesser $B_0 B_1$, Fig. 104, des Kurbelkreises, d. h. es ist

Fig. 104.



$$\varphi_2'' = 180^0 - \varphi_1' \text{ und } \varphi_2' = 180^0 - \varphi_1'',$$

weil durch die Substitution von $180^0 - \varphi$ für φ in Gl. (1) nur $\sin 2\varphi$ entgegengesetzt wird, während $\sin\varphi$ ungeändert bleibt. Es ist deshalb auch nur nöthig, die Winkel φ_1'' und φ_1' als Wurzeln der Gleichung

$$\sin\varphi - \frac{\lambda}{2}\sin 2\varphi = \frac{2}{\pi}$$

zu ermitteln, was durch allmählige Näherung zu geschehen hat, da diese Gleichung mit

$$\sin 2\varphi = 2\sin\varphi\cos\varphi = \pm 2\sin\varphi\sqrt{1-\sin^2\varphi}$$

vom vierten Grade in Bezug auf $\sin\varphi$ wird.

Setzt man ferner $$A = f(\varphi) \,.\, Q\pi r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

so ist nach Gl. (5) und (7) im vorigen Paragraph:

$$f(\varphi) = \frac{\Phi}{2} - \frac{\varphi}{\pi} = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\varphi + \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right) - \frac{\varphi}{\pi} \quad \ldots\ldots (3),$$

insbesondere also für die zweite Hälfte der Periode:

$$f(\varphi) = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\varphi + \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right) - \frac{\varphi}{\pi}$$

$$f(\pi - \varphi) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\varphi + \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right) - 1 + \frac{\varphi}{\pi}$$

$$= -\frac{1}{2}\left(1 - \cos\varphi - \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right) + \frac{\varphi}{\pi}$$

$= - f(\varphi)$ für die erste Hälfte. Daraus folgt, dass für solche Kurbelstellungen, die einander in Bezug auf den Durchmesser $B_0 B_1$ symmetrisch gegenüber liegen, die Werthe von $f(\varphi)$ und somit von A entgegengesetzt gleich sind, dass also auch, wenn

$$A' - A'' = \alpha Q\pi r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

gesetzt wird, $\alpha =$ dem Doppelten des grösseren Absolutwerthes von

$f(\varphi_1'')$ und $f(\varphi_1')$ ist, indem dann das absolute Maximum v' und das absolute Minimum v'' der Geschwindigkeit v des Kurbelzapfens in solchen bezüglich auf $B_0 B_1$ symmetrischen Lagen stattfinden. Weil übrigens für je zwei solche Lagen m nach Gl. (3) oder (4) im vorigen Paragraph gleich gross, also $m' = m''$ ist, so wird Gl. (12) im §. 92 identisch mit Gl. (9) daselbst und folgt:

$$M = \frac{\alpha}{\delta} \frac{Q \pi r}{c^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

unabhängig von der Schiebermasse M_1. Hiernach findet man z. B.

für	$\lambda = 0$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
$\varphi_1'' = 180^0 - \varphi_2' =$	$39^0 32'$	$44^0 21'$	$46^0 3'$	$47^0 25'$	$49^0 29'$
$\varphi_1' = 180^0 - \varphi_2'' =$	$140^0 28'$	$144^0 43'$	$145^0 59'$	$146^0 57'$	$148^0 20'$
$\alpha =$	0,2105	0,2384	0,2489	0,2577	0,2717

In allen diesen Fällen entspricht dem Winkel $\varphi = \varphi_1''$ das absolute Minimum und dem Winkel $\varphi = \varphi_2'$ das absolute Maximum von v, abgesehen vom Falle $\lambda = 0$, in welchem die zwei Maxima und ebenso die zwei Minima von v gleich gross sind, während dann auch die 4 ausgezeichneten Kurbelstellungen gemäss der Beziehung:

$$\varphi_1'' + \varphi_1' = \varphi_2'' + \varphi_2' = 180^0$$

zugleich in Beziehung auf den zu $B_0 B_1$ senkrechten Durchmesser des Kurbelkreises symmetrisch liegen. Die Werthe von α $\left(\text{für } \lambda < \frac{1}{4}\right)$ können mit einer Genauigkeit von 4 Decimalstellen zusammengefasst werden in der empirischen Formel:

$$\alpha = 0{,}2105\,(1 + 0{,}96\,\lambda + 0{,}81\,\lambda^2) \ldots\ldots\ldots (6).$$

Wenn mit μ das Verhältniss der Schiebermasse M_1 zu der nach Gl. (5) bestimmten Masse M bezeichnet, also

$$M_1 = \mu \frac{\alpha}{\delta} \frac{Q \pi r}{c^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

gesetzt und dieses Verhältniss μ nicht viel $< \delta$ gefunden wird, so ist die obige Bestimmung von M einer Correctur bedürftig. Setzt man zu dem Ende:

$$m = M_1 f_1(\varphi) \text{ mit } f_1(\varphi) = \sin^2 \varphi\,(1 \mp 2\lambda \cos \varphi)$$
$$= \frac{1 - \cos 2\varphi}{2} \mp \lambda \sin \varphi \sin 2\varphi \ldots\ldots (8)$$

nach Gl. (4) im vorigen Paragraph, so sind die den eminenten Werthen von v entsprechenden Winkel φ bestimmt durch die Gleichung (11) in §. 92, also hier durch die Gleichung:

$$Q\pi r\frac{df(\varphi)}{d\varphi}-\frac{M_1c^2}{2}\,\frac{df_1(\varphi)}{d\varphi}=0$$

$$2\,\frac{df(\varphi)}{d\varphi}-\frac{\alpha\mu}{\delta}\,\frac{df_1(\varphi)}{d\varphi}=0,$$

die wegen $\frac{df_1(\varphi)}{d\varphi}=\sin 2\varphi\mp\lambda\,(2\sin\varphi\cos 2\varphi+\cos\varphi\sin 2\varphi)$

$$=\sin 2\varphi\mp\lambda\sin\varphi\,(1+3\cos 2\varphi)$$

und mit Rücksicht auf Gl. (3) die Form erhält:

$$\sin\varphi\mp\frac{\lambda}{2}\sin 2\varphi-\frac{\alpha\mu}{\delta}\,[\sin 2\varphi\mp\lambda\sin\varphi\,(1+3\cos 2\varphi)]=\frac{2}{\pi}\quad\cdot\ (9).$$

Sie tritt an die Stelle von Gl. (1) und lässt erkennen, dass jetzt die ihren 4 Wurzelwerthen φ_1'', φ_1', φ_2'', φ_2' entsprechenden ausgezeichneten Kurbelstellungen nicht in Bezug auf den Durchmesser B_0B_1 des Kurbelkreises symmetrisch sind. Um zu erkennen, für welche von ihnen $v=v'$ und für welche $v=v''$, ob nämlich $\varphi'=\varphi_1'$ oder $=\varphi_2'$, sowie ob $\varphi''=\varphi_1''$ oder $=\varphi_2''$ ist, handelt es sich nach §. 92 um die betreffenden Werthe von

$$A-\frac{mc^2}{2}=Q\pi r f(\varphi)-\frac{M_1c^2}{2}f_1(\varphi)$$

$$=\left[f(\varphi)-\frac{\alpha\mu}{2\delta}f_1(\varphi)\right]Q\pi r,$$

also um die Function $F(\varphi)=f(\varphi)-\frac{\alpha\mu}{2\delta}f_1(\varphi)$ . . . . (10),

deren 4 ausgezeichneten Werthen $F(\varphi_1'')$, $F(\varphi_1')$, $F(\varphi_2'')$ und $F(\varphi_2')$ der grösste $=F(\varphi')$ und der kleinste $=F(\varphi'')$ zu entnehmen ist, um damit schliesslich nach §. 92, Gl. (12) einen corrigirten Werth von M zu finden:

$$M=\frac{F(\varphi')-F(\varphi'')}{\delta}\,\frac{Q\pi r}{c^2}=\frac{\alpha_1}{\delta}\,\frac{Q\pi r}{c^2}\quad\ldots\ldots\ (11).$$

So findet man z. B. für $\lambda=0$ und $\mu=\frac{1}{5}\,\delta$:

$$\varphi_1''=\varphi_2''=42^0\,44';\quad \varphi_1'=\varphi_2'=143^0\,24'$$

$$F(\varphi'')=-0{,}11436;\ F(\varphi')=0{,}09726$$

$$\alpha_1=F(\varphi')-F(\varphi'')=0{,}2116=1{,}005\,\alpha;$$

dagegen für $\lambda=0$ und $\mu=\delta$:

$$\varphi_1'' = \varphi_2'' = 56^0\,13'; \quad \varphi_1' = \varphi_2' = 152^0\,23'$$
$$F(\varphi'') = -0{,}16304; \; F(\varphi') = 0{,}07383$$
$$\alpha_1 = F(\varphi') - F(\varphi'') = 0{,}2369 = 1{,}125\,\alpha.$$

Die Schiebermasse M_1 hat also eine Verdrehung der ausgezeichneten Kurbelstellungen im Sinne der Kurbeldrehung zur Folge, sowie eine Vergrösserung des Ungleichförmigkeitsgrades δ oder der rotirenden Masse, die einem gegebenen Werthe von δ entspricht. Die Resultate obiger zwei Beispiele entsprechen der Formel:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha} = 1 + \frac{1}{8}\left(\frac{\mu}{\delta}\right)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12),$$

die mit hinlänglicher Annäherung als allgemein gültig betrachtet werden kann, wenn λ sehr klein und μ nicht viel $> \delta$ ist.

Wird aber zur Prüfung des Einflusses eines grösseren Werthes von λ auf dieses Verhältniss der Coefficienten α_1 und α z. B. $\lambda = \frac{1}{5}$ angenommen nebst $\mu = \delta$, so findet man:

$$\varphi_1'' = 69^0\,8'; \qquad \varphi_1' = 159^0\,46'; \qquad \varphi_2'' = 52^0\,48'; \qquad \varphi_2' = 146^0\,26'$$
$$F(\varphi_1'') = -0{,}20229; \; F(\varphi_1') = 0{,}04760; \; F(\varphi_2'') = -0{,}16543; \; F(\varphi_2') = 0{,}09212$$
$$= F(\varphi'') \qquad\qquad\qquad\qquad = F(\varphi')$$
$$\alpha_1 = F(\varphi') - F(\varphi'') = 0{,}2944 = 1{,}142\,\alpha$$

entsprechend der folgenden Verallgemeinerung von Gl. (12):

$$\frac{\alpha_1}{\alpha} = 1 + \frac{1 + 0{,}68\,\lambda}{8}\left(\frac{\mu}{\delta}\right)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (13).$$

§. 95. Zweifache Schubkurbel mit gleichen constanten Schubkräften.

Zwei gleiche Schubkurbelgetriebe seien mit einer gemeinschaftlichen Kurbel- und Schwungradwelle so verbunden, dass, wenn das erste sich in einer Todlage befindet, die Kurbel des zweiten sich seit dem letzten Durchgange durch die entsprechende Todlage (d. h. durch die obere, wenn jene eine obere, durch die untere, wenn jene eine untere ist) um den Winkel ω ($< \pi$) gedreht hat; dieser Winkel heisse der Voreilungswinkel des zweiten Getriebes vor dem ersten. Fallen die Schubrichtungen AC (Fig. 103) der beiden Getriebe zusammen, so bilden die Kurbelrichtungen AB selbst diesen Winkel ω; fallen die Kurbeln zusammen, so sind die Schubrichtungen unter dem Winkel ω gegen einander geneigt. Im Allgemeinen können sowohl die Kurbeln wie die Schubrichtungen gegen einander geneigt sein, so dass die Summe dieser Neigungswinkel $= \omega$ ist.

Für jedes der beiden Getriebe gelten die im Vorhergehenden für die einfache Schubkurbel gebrauchten Bezeichnungen r, l, λ, v, P, Q, M_1; dagegen sei M die gesammte auf den Abstand r von der Axe der gemeinsamen Kurbelwelle reducirte rotirende Masse und A die Arbeitsumme aller Kräfte, gerechnet vom Anfange einer Periode, der hier mit dem Durchgange des ersten Getriebes durch eine obere Todlage (der Kurbelrichtung AB_0, Fig. 103, entsprechend) zusammenfalle. Ist dann in irgend einem Augenblicke der Drehungswinkel seit dem letzten Durchgange durch eine Todlage für die erste Kurbel $= \varphi$, für die zweite $= \psi$, also

$$\psi = \omega + \varphi \text{ oder } \psi = \omega + \varphi - \pi,$$

jenachdem $$\omega + \varphi < \pi \text{ oder } > \pi$$

ist, so ergiebt sich nach Gl. (2) und (3) im vorigen Paragraph und mit Rücksicht darauf, dass für die Bewegung von einer zur folgenden Todlage die Arbeitsumme der Kräfte für jede einzelne der beiden Schubkurbeln $=$ Null ist:

$$A = [f(\varphi) + f(\psi) - f(\omega)]\, Q\pi r \;\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

mit $$f(\varphi) = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\varphi \mp \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right) - \frac{\varphi}{\pi}$$

$$f(\psi) = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\psi \mp \frac{\lambda}{2}\sin^2\psi\right) - \frac{\psi}{\pi}$$

$$f(\omega) = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\omega - \frac{\lambda}{2}\sin^2\omega\right) - \frac{\omega}{\pi}.$$

Dabei gilt das obere oder untere Vorzeichen des Gliedes mit λ im Ausdrucke von $f(\varphi)$, jenachdem das erste Getriebe, im Ausdrucke von $f(\psi)$ aber, jenachdem das zweite Getriebe zuletzt in einer oberen oder unteren Todlage sich befunden hat.

Unter der Voraussetzung, dass das Verhältniss von M_1 zu M ein höchstens mit δ^2 vergleichbarer kleiner Bruch ist, können nach §. 92 die Maxima und Minima von v als der Gleichung

$$\frac{dA}{d\varphi} = 0$$

entsprechend betrachtet werden, sofern es hier nur auf die möglichst zutreffende Kenntniss dieser Maxima und Minima selbst und nicht der Configurationen des Getriebes ankommt, in denen sie stattfinden, somit auch als entsprechend der Gleichung:

$$\frac{dF(\varphi)}{d\varphi} = 0 \text{ mit } F(\varphi) = f(\varphi) + f(\psi) \;\ldots\ldots\ldots (2).$$

Ist hiernach das grösste Maximum von $F(\varphi) = F(\varphi')$, das kleinste Minimum $= F(\varphi'')$ gefunden, so ist, da $f(\omega)$ constant,

$$A' - A'' = [F(\varphi') - F(\varphi'')]\, Q\pi r$$

und ergiebt sich damit der dem Ungleichförmigkeitsgrade δ entsprechende Werth von M nach Gl. (12) in §. 92, wenn darin ausserdem m' und m'' als die den Winkeln φ' und φ'' entsprechenden Werthe von

$$m = M_1 \left[\sin^2\varphi\,(1 \mp 2\lambda\cos\varphi) + \sin^2\psi\,(1 \mp 2\lambda\cos\psi)\right] \quad \ldots . (3)$$

nach Gl. (4) in §. 93 eingesetzt werden. In diesem Ausdrucke von m ist das erste Glied mit λ mit demselben Vorzeichen wie in $f(\varphi)$, das zweite mit demselben Zeichen wie in $f(\psi)$ zu nehmen. Bei Vernachlässigung von M_1 wird einfach:

$$M = \frac{\alpha'}{\delta}\,\frac{2\,Q\pi r}{c^2} \text{ mit } \alpha' = \frac{F(\varphi') - F(\varphi'')}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (4).$$

Gewöhnlich ist der Voreilungswinkel ω ein rechter, und wenn dann die Periode in 4 Theile getheilt wird, Drehungswinkeln von je 90° entsprechend, so ist für das erste und dritte Viertel:

$$\psi = \frac{\pi}{2} + \varphi$$

$$f(\psi) = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\psi \mp \frac{\lambda}{2}\sin^2\psi\right) - \frac{\psi}{\pi}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sin\varphi \mp \frac{\lambda}{2}\cos^2\varphi\right) - \frac{\varphi}{\pi}$$

$$F(\varphi) = \frac{1}{2}\left(1 + \sin\varphi - \cos\varphi \mp \frac{\lambda}{2}\right) - 2\,\frac{\varphi}{\pi} \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

mit dem oberen Zeichen für das erste, dem unteren für das dritte Viertel.

Für das zweite und vierte Viertel ist:

$$\psi = \frac{\pi}{2} + \varphi - \pi = \varphi - \frac{\pi}{2}$$

$$f(\psi) = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\psi \pm \frac{\lambda}{2}\sin^2\psi\right) - \frac{\psi}{\pi}$$

$$= \frac{1}{2}\left(2 - \sin\varphi \pm \frac{\lambda}{2}\cos^2\varphi\right) - \frac{\varphi}{\pi}$$

$$F(\varphi) = \frac{1}{2}\left(3 - \sin\varphi - \cos\varphi \pm \frac{\lambda}{2}\cos 2\varphi\right) - 2\,\frac{\varphi}{\pi} \quad \ldots\ldots (6)$$

mit dem oberen Zeichen für das zweite, dem unteren für das vierte Viertel.

Ein Maximum oder Minimum von $F(\varphi)$ entspricht also im ersten und dritten Viertel der Periode denjenigen spitzen Winkeln φ, für welche nach Gl. (5):

$$\sin\varphi - \cos\varphi - 4\frac{\varphi}{\pi}$$

ein Maximum oder Minimum, also

$$\cos\varphi + \sin\varphi - \frac{4}{\pi} = 0$$

$$(\cos\varphi + \sin\varphi)^2 - 1 = \sin 2\varphi = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 - 1 \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

ist. Diese Winkel sind: $\varphi = 19^0\,12'$ und $\varphi = 70^0\,48'$.

Im zweiten resp. vierten Viertel der Periode entsprechen dagegen einem Maximum oder Minimum von $F(\varphi)$ die stumpfen Winkel φ, für welche nach Gl. (6):

$$-\sin\varphi - \cos\varphi \pm \frac{\lambda}{2}\cos 2\varphi - 4\frac{\varphi}{\pi}$$

ein Maximum oder Minimum, oder den spitzen Winkeln $\varphi' = \pi - \varphi$, für welche

$$-\sin\varphi' + \cos\varphi' \pm \frac{\lambda}{2}\cos 2\varphi' + 4\frac{\varphi'}{\pi}$$

ein Maximum oder Minimum, also

$$-\cos\varphi' - \sin\varphi' \mp \lambda\sin 2\varphi' + \frac{4}{\pi} = 0$$

$$(\cos\varphi' + \sin\varphi')^2 = \left(\frac{4}{\pi} \mp \lambda\sin 2\varphi'\right)^2$$

$$1 + \sin 2\varphi' = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \mp \frac{8}{\pi}\lambda\sin 2\varphi' + \lambda^2\sin^2 2\varphi'$$

$$\sin 2\varphi'\left(1 \pm \frac{8}{\pi}\lambda - \lambda^2\sin 2\varphi'\right) = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 - 1 \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

ist, indem dabei das obere Zeichen des Gliedes mit λ sich auf das zweite, das untere auf das vierte Viertel der Periode bezieht.

Die Rechnungsresultate gemäss diesen Gleichungen (5)—(8) für verschiedene Werthe von λ enthält die folgende Zusammenstellung, in der mit φ_1, φ_2, φ_3, φ_4 die Werthe von φ beziehungsweise für das 1te, 2te, 3te, 4te Viertel der Periode bezeichnet sind, insbesondere mit den Bezeichnungen φ_1', φ_2' . . . einem Maximum, mit den Bezeichnungen φ_1'', φ_2'' . . . einem Minimum von $F(\varphi)$, also von A und von v entsprechend.

$\lambda = 0$	$\lambda = \frac{1}{8}$	$\lambda = \frac{1}{6}$	$\lambda = \frac{1}{5}$	$\lambda = \frac{1}{4}$
$\varphi_1'' = 19^\circ 12'$	$19^\circ 12'$	$19^\circ 12'$	$19^\circ 12'$	$19^\circ 12'$
$\varphi_1' = 70^\circ 48'$	$70^\circ 48'$	$70^\circ 48'$	$70^\circ 48'$	$70^\circ 48'$
$\varphi_2'' = 109^\circ 12'$	$104^\circ 8'$	$103^\circ 3'$	$102^\circ 18'$	$101^\circ 20'$
$\varphi_2' = 160^\circ 48'$	$165^\circ 52'$	$166^\circ 57'$	$167^\circ 42'$	$168^\circ 40'$
$\varphi_3'' = 19^\circ 12'$	$19^\circ 12'$	$19^\circ 12'$	$19^\circ 12'$	$19^\circ 12'$
$\varphi_3' = 70^\circ 48'$	$70^\circ 48'$	$70^\circ 48'$	$70^\circ 48'$	$70^\circ 48'$
$\varphi_4'' = 109^\circ 12'$	$123^\circ 38'$	—	—	—
$\varphi_4' = 160^\circ 48'$	$146^\circ 22'$	—	—	—
$F(\varphi_1'') = -0{,}0211$	$-0{,}0523$	$-0{,}0628$	$-0{,}0711$	$-0{,}0836$
$F(\varphi_1') = 0{,}0211$	$-0{,}0102$	$-0{,}0206$	$-0{,}0289$	$-0{,}0414$
$F(\varphi_2'') = -0{,}0211$	$-0{,}0473$	$-0{,}0566$	$-0{,}0641$	$-0{,}0756$
$F(\varphi_2') = 0{,}0211$	$0{,}0473$	$0{,}0566$	$0{,}0641$	$0{,}0756$
$F(\varphi_3'') = -0{,}0211$	$0{,}0102$	$0{,}0206$	$0{,}0289$	$0{,}0414$
$F(\varphi_3') = 0{,}0211$	$0{,}0523$	$0{,}0628$	$0{,}0711$	$0{,}0836$
$F(\varphi_4'') = -0{,}0211$	$-0{,}0010$	—	—	—
$F(\varphi_4') = 0{,}0211$	$0{,}0010$	—	—	—

Das Fehlen von Angaben an einigen Stellen dieser Tabelle wird dadurch veranlasst, dass es im letzten Viertel der Periode ein Maximum und Minimum von $F(\varphi)$ nicht giebt, wenn der mit dem unteren Zeichen genommenen Gleichung (8) ein unmöglicher Werth von $\sin 2\varphi' > 1$ entsprechen würde; das ist der Fall für

$$\lambda > -\frac{4}{\pi} + \sqrt{2}, \text{ d. i. } \lambda > 0{,}141.$$

Uebrigens ist in allen Fällen:

$$F(\varphi_1'') = -F(\varphi_3'); \; F(\varphi_1') = -F(\varphi_3''); \; F(\varphi_2'') = -F(\varphi_2');$$

ferner das kleinste Minimum dasjenige, welches im ersten Viertel, das grösste Maximum das jenem Minimum absolut genommen gleiche, welches im dritten Viertel der Periode stattfindet, also

$$\varphi'' = \varphi_1'' \text{ und } \varphi' = \varphi_3'$$

$$\alpha' = \frac{F(\varphi') - F(\varphi'')}{2} = F(\varphi_3').$$

Indem endlich der den Minimal- und Maximalwerthen von $F(\varphi)$ im ersten und dritten Viertel entsprechende Winkel φ nach Gl. (7) von λ unabhängig ist, ergiebt sich das Maximum von $F(\varphi) = F(\varphi_3') = \alpha'$ nach Gl. (5) um $\frac{\lambda}{4}$ grösser, als derjenige Werth, welcher $\lambda = 0$ entspricht, nämlich

$$\alpha' = 0{,}0211 + \frac{\lambda}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(9).}$$

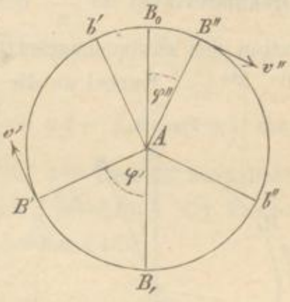
Die Vergleichung dieser Coefficienten α' von Gl. (4) mit den Coefficienten α von Gl. (5) im vorigen Paragraph ergiebt

für $\lambda = 0$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
$\alpha' = 0{,}0211$	$0{,}0523$	$0{,}0628$	$0{,}0711$	$0{,}0836$
$\alpha = 0{,}2105$	$0{,}2384$	$0{,}2489$	$0{,}2577$	$0{,}2717$
$\frac{\alpha'}{\alpha} = 0{,}100$	$0{,}219$	$0{,}252$	$0{,}276$	$0{,}308.$

Die Werthe von $\frac{\alpha'}{\alpha}$ lassen erkennen, in welchem Verhältnisse die rotirende Masse der zweifachen Schubkurbel unter sonst gleichen Umständen behufs eines gegebenen Ungleichförmigkeitsgrades δ kleiner sein darf, als diese Masse für die zwei einzelnen Schubkurbelgetriebe zusammen sein müsste, wenn sie unabhängig von einander mit besonderen Schwungrädern angeordnet würden; wie man sieht, nimmt der auf diesem Umstande beruhende Vortheil der zweifachen Schubkurbel mit wachsender Grösse von λ erheblich ab.

Zu bemerken ist schliesslich, dass die zwei Schiebermassen M_1 eine Correction von Gl. (4) nicht nöthig machen, weil auch hier, wie bei der einfachen Schubkurbel, $m' = m''$ und deshalb Gl. (12) in §. 92 mit Gl. (9) daselbst identisch ist. Indem nämlich $\varphi'' = 19^0\,12'$ und $\varphi' = 70^0\,48'$ sich zu 90^0 ergänzen, ist die dem Maximum v' von v entsprechende Kurbellage $B'Ab'$ (Fig. 105) der dem Minimum v'' entsprechenden Lage $B''Ab''$ symmetrisch gegenüber liegend in Bezug auf die Verbindungsgerade B_0B_1 der Todpunkte, so dass der von der ersten oder zweiten Schiebermasse M_1 herrührende Bestandtheil von m in der einen Lage dem von der zweiten resp. ersten Masse M_1 herrührenden Bestandtheile in der anderen Lage gleich ist. Anders wird es sich verhalten, wenn schon bei der Bestimmung von φ' und φ'' auf die Schiebermassen M_1 Rücksicht genommen wird gemäss Gl. (11) in §. 92, was dann zu geschehen hätte, wenn das Verhältniss von M_1 zu M ein nicht erst mit δ^2, sondern schon mit δ vergleichbarer Bruch wäre; hier mag indessen von einem solchen Falle abgesehen werden. —

Fig. 105.



Aus dem Umstande, dass im Falle $\lambda = 0$ sich die relativen Minima sowohl wie die relativen Maxima von $F(\varphi)$ einander gleich und die einen absolut genommen gleich den anderen ergeben haben, kann gefolgert werden, dass der dabei zu Grunde liegende Voreilungswinkel $\omega = 90^0$ in diesem Falle der vortheilhafteste ist, indem jede Aenderung desselben eine solche Verschiebung jenes gleichmässigen Wechsels von Minimal- und Maximalwerthen voraussichtlich zur Folge haben würde, wodurch das absolute Minimum verkleinert, das absolute Maximum vergrössert, also auch α' vergrössert wird. In anderen Fällen ist es aber denkbar, dass ein von 90^0 etwas verschiedener Voreilungswinkel ω einem kleineren Coefficienten α' entsprechen und somit vortheilhafter sein würde; ein erheblicher Gewinn ist indessen nicht davon zu erwarten, und mag auf die Untersuchung auch dieser Frage hier verzichtet werden.

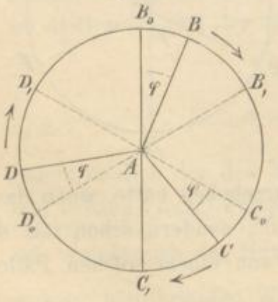
§. 96. Dreifache Schubkurbel mit gleichen constanten Schubkräften.

Wenn n gleiche Schubkurbelgetriebe mit einer gemeinschaftlichen Kurbelwelle so verbunden sind, dass die Durchgänge der einzelnen Getriebe durch entsprechende Todlagen nach Drehungen jener Welle um je $\frac{2\pi}{n}$ auf einander folgen, wie es insbesondere bei übereinstimmenden Schubrichtungen aller Einzelgetriebe dann der Fall ist, wenn ihre Kurbeln unter gleichen Winkeln $= \frac{2\pi}{n}$ gegen einander geneigt, somit symmetrisch rings um die Welle gruppirt sind, so umfasst die Periode auch nur einen solchen Drehungswinkel $= \frac{2\pi}{n}$ der Kurbelwelle, nach welchem dieselbe Configuration des zusammengesetzten Getriebes wiederkehrt, indem nun die 1^{te}, 2^{te}, 3^{te} . . . Kurbel an die vorher von der 2^{ten}, 3^{ten}, 4^{ten} . . . Kurbel eingenommene Stelle gelangt ist. Anwendung findet eine solche Anordnung zuweilen im Falle $n = 3$, der hier vorausgesetzt wird. Dabei seien (Fig. 106) die Lagen des 1^{ten}, 2^{ten}, 3^{ten} Kurbelzapfens

zu Anfang der Periode: $B_0 \quad C_0 \quad D_0$
in der Mitte „ „ $B_1 \quad C_1 \quad D_1$
zu Ende „ „ $C_0 \quad D_0 \quad B_0$,

indem die Winkel $B_0AB_1 = B_1AC_0 = C_0AC_1 = C_1AD_0 = D_0AD_1 = D_1AB_0 = \frac{\pi}{3}$ sind. Der Drehungswinkel φ wird in der ersten Hälfte der Periode von den Anfangslagen, in der zweiten Hälfte von den Mittellagen der Kurbeln an gerechnet,

Fig. 106.



im einen und anderen Falle folglich bis $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Unter diesen Umständen ist, wenn wieder r, λ, Q für jede einzelne der drei Schubkurbeln dieselben Bedeutungen haben, wie nach §. 94 für die einfache Schubkurbel, und wenn die durch Gl. (3) in §. 94 bestimmte Function $f(\varphi)$ zur Abkürzung mit $f_0(\varphi)$ oder $f_1(\varphi)$ bezeichnet wird, jenachdem sie mit dem oberen oder unteren Zeichen des Gliedes mit λ verstanden, der betreffende Winkel nämlich von der oberen oder unteren Todlage (AB_0 oder AC_1 in Fig. 106) an gerechnet ist, die Arbeitssumme aller Kräfte für die erste Hälfte der Periode:

$$A = \left[f_0(\varphi) + f_0\left(\frac{2\pi}{3} + \varphi\right) - f_0\left(\frac{2\pi}{3}\right) + f_1\left(\frac{\pi}{3} + \varphi\right) - f_1\left(\frac{\pi}{3}\right)\right] Q\pi r$$

oder, weil allgemein

$$f_0(\varphi) + f_1(\pi - \varphi) = \left\{\begin{array}{l} \quad \frac{1}{2}\left(1 - \cos\varphi - \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right) - \frac{\varphi}{\pi} \\ + \frac{1}{2}\left(1 + \cos\varphi + \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right) - \frac{\pi - \varphi}{\pi} \end{array}\right\} = 0 \text{ ist,}$$

$$A = \left[f_0(\varphi) + f_1\left(\frac{\pi}{3} + \varphi\right) - f_1\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right)\right] Q\pi r.$$

Für die Mitte der Periode $\left(\varphi = \frac{\pi}{3}\right)$ ist danach:

$$A = \left[f_0\left(\frac{\pi}{3}\right) + f_1\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right] Q\pi r = 0,$$

und deshalb für die zweite Hälfte der Periode, gerechnet von der Mitte oder auch vom Anfange der ganzen Periode:

$$A = \left[f_0\left(\frac{\pi}{3} + \varphi\right) - f_0\left(\frac{\pi}{3}\right) + f_1(\varphi) + f_1\left(\frac{2\pi}{3} + \varphi\right) - f_1\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right] Q\pi r$$

$$= \left[f_1(\varphi) + f_0\left(\frac{\pi}{3} + \varphi\right) - f_0\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right)\right] Q\pi r,$$

ein Ausdruck, der aus dem auf die erste Hälfte der Periode bezüglichen durch Vertauschung von f_0 mit f_1, also durch Umkehrung der Zeichen aller Glieder mit λ hervorgeht. Wird also in beiden Fällen

$$A = F(\varphi) \,.\, Q\pi r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

gesetzt, so ist nun

$$F(\varphi) = \left|\begin{array}{l} \quad \frac{1}{2}\left[1 - \cos\varphi \mp \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right] - \frac{\varphi}{\pi} \\ + \frac{1}{2}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \varphi\right) \pm \frac{\lambda}{2}\sin^2\left(\frac{\pi}{3} + \varphi\right)\right] - \left(\frac{1}{3} + \frac{\varphi}{\pi}\right) \\ - \frac{1}{2}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) \pm \frac{\lambda}{2}\sin^2\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right)\right] + \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi}{\pi}\right) \end{array}\right.$$

und beziehen sich dabei die oberen Zeichen auf die erste, die unteren auf die zweite Hälfte der Periode, während in jeder Hälfte φ von 0 bis $\frac{\pi}{3}$ veränderlich ist. Wegen

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}-\varphi\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=2\sin\frac{\pi}{3}\sin\varphi$$

und $\sin^2\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)-\sin^2\left(\frac{\pi}{3}-\varphi\right)=\sin\frac{2\pi}{3}\sin 2\varphi=\sin\frac{\pi}{3}\sin 2\varphi$

ist auch:

$$F(\varphi)=\frac{1}{2}\left[1-\cos\varphi+2\sin\frac{\pi}{3}\sin\varphi\pm\frac{\lambda}{2}\left(\sin\frac{\pi}{3}\sin 2\varphi-\sin^2\varphi\right)\right]-3\frac{\varphi}{\pi}$$

oder wegen $1=2\cos\frac{\pi}{3}$, also

$$\cos\varphi-2\sin\frac{\pi}{3}\sin\varphi=2\left(\cos\frac{\pi}{3}\cos\varphi-\sin\frac{\pi}{3}\sin\varphi\right)=2\cos\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)$$

und $\sin\frac{\pi}{3}\sin 2\varphi-\sin^2\varphi=\sin\frac{\pi}{3}\sin 2\varphi-\frac{1-\cos 2\varphi}{2}$

$$=\sin\frac{\pi}{3}\sin 2\varphi+\cos\frac{\pi}{3}\cos 2\varphi-\frac{1}{2}=\cos\left(\frac{\pi}{3}-2\varphi\right)-\frac{1}{2}$$

schliesslich auch:

$$F(\varphi)=\frac{1}{2}-\cos\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)\pm\frac{\lambda}{4}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}-2\varphi\right)-\frac{1}{2}\right]-3\frac{\varphi}{\pi}\ \cdot\cdot\ (2).$$

Die Maximal- und Minimalwerthe von $F(\varphi)$ entsprechen den zwischen 0 und $\frac{\pi}{3}$ liegenden Wurzeln der Doppelgleichung:

$$\frac{dF}{d\varphi}=0,\ \text{also}\ \sin\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)\pm\frac{\lambda}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3}-2\varphi\right)=\frac{3}{\pi}\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\ (3),$$

und wenn insbesondere φ' und φ'' diejenigen dieser Wurzelwerthe sind, denen das grösste Maximum und das kleinste Minimum von $F(\varphi)$ entspricht, so ist

$$A'-A''=[F(\varphi')-F(\varphi'')]\,Q\pi r$$

und nach §. 92, Gl. (9) bezw. Gl. (12) bei Vernachlässigung des Einflusses der Schiebermassen M_1:

$$M=\frac{\alpha''}{\delta}\,\frac{3\,Q\pi r}{e^2}\ \text{mit}\ \alpha''=\frac{F(\varphi')-F(\varphi'')}{3}\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\ (4).$$

Folgende Zusammenstellung enthält die Resultate der Rechnung nach den Gleichungen (2) und (3) für die zwei Fälle $\lambda=0$ und $\lambda=\frac{1}{5}$, indem dabei die dem Minimum und Maximum von $F(\varphi)$ entsprechenden Winkel für die erste Hälfte der Periode mit φ_1'' und φ_1', für die zweite mit φ_2'' und φ_2' bezeichnet sind.

$\lambda = 0$		$\lambda = \frac{1}{5}$	
$\varphi_1'' = 12^0\,44'$	$F(\varphi_1'') = -0{,}0090$	$\varphi_1'' = 0^0\,20'$	$F(\varphi_1'') = 0{,}0000$
$\varphi_1' = 47^0\,16'$	$F(\varphi_1') = 0{,}0090$	$\varphi_1' = 39^0\,18'$	$F(\varphi_1') = 0{,}0290$
$\varphi_2'' = 12^0\,44'$	$F(\varphi_2'') = -0{,}0090$	$\varphi_2'' = 20^0\,42'$	$F(\varphi_2'') = -0{,}0290$
$\varphi_2' = 47^0\,16'$	$F(\varphi_2') = 0{,}0090$	$\varphi_2' = 59^0\,40'$	$F(\varphi_2') = 0{,}0000$

Hiernach ist $\varphi' = \varphi_1'$ und $\varphi'' = \varphi_2''$; ferner nach Gl. (4)

$$\text{für } \lambda = 0:\ \alpha'' = 0{,}0060 = 0{,}029\,\alpha,$$

$$\text{für } \lambda = \frac{1}{5}:\ \alpha'' = 0{,}0193 = 0{,}075\,\alpha,$$

unter $\alpha\left(= 0{,}2105 \text{ für } \lambda = 0, \text{ bezw. } = 0{,}2577 \text{ für } \lambda = \frac{1}{5}\right)$ den Coefficienten von Gl. (5) in §. 94 verstanden. Die Verhältnisse von α'' zu α, die hier wieder in demselben Sinne und in ähnlichem Grade von λ abhängen wie bei der zweifachen Schubkurbel (§. 95) die Verhältnisse $\alpha' : \alpha$, lassen erkennen, in welchem Verhältnisse die rotirende Masse der dreifachen Schubkurbel unter sonst gleichen Umständen behufs eines gegebenen Ungleichförmigkeitsgrades δ kleiner sein darf, als diese Masse für die drei einzelnen Schubkurbelgetriebe zusammen sein müsste, wenn sie unabhängig von einander mit besonderen Schwungrädern angeordnet würden.

Aus dem Umstande, dass die Winkel $\varphi' = \varphi_1'$ und $\varphi'' = \varphi_2''$ sich zu 60^0 ergänzen, ist schliesslich leicht ersichtlich, dass die diesen zwei Winkeln entsprechenden Kurbellagen in Bezug auf den Durchmesser B_0C_1, Fig. 106, symmetrisch sind, dass also die Summen der auf die Kurbelzapfen reducirten Schiebermassen M_1 für diese zwei Kurbellagen, nämlich m' und m'' gemäss den Bezeichnungen in Gl. (12), §. 92, gleich gross sind, und dass somit obige Gleichung (4) die dem Ungleichförmigkeitsgrade δ entsprechende Grösse der rotirenden Masse M mit einer solchen Annäherung liefert, womit δ^2 gegen 1 vernachlässigt werden kann, falls auch das Verhältniss $M_1 : M$ ein mit δ^2 vergleichbarer Bruch ist.

§. 97. Einfache Schubkurbel mit veränderlicher Schubkraft.

Die Schubkraft wird in der Weise veränderlich angenommen, wie es in §. 93 vorausgesetzt wurde, dass so nach Gl. (9) daselbst die vom Anfange einer (eine ganze Umdrehung der Kurbelwelle umfassenden) Periode, nämlich vom Durchgange durch eine obere Todlage an gerechnete Arbeit der Kräfte:

$$A = f(\varphi) \,.\, Q \pi r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

ist mit

$$f(\varphi) = \frac{[1 + ln]\frac{\Phi}{2\,\varepsilon} - \beta\,\frac{\Phi}{2\,\varepsilon}}{1 + ln\,\frac{1}{\varepsilon} - \beta\,\frac{1}{\varepsilon}} - \frac{\varphi}{\pi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Darin ist

$$\Phi = 1 - \cos\varphi \mp \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi$$

mit dem oberen Vorzeichen des letzten Gliedes für die erste Hälfte, dem unteren für die zweite Hälfte der Periode, während auch in Gl. (2)

$$[1 + ln]\frac{\Phi}{2\,\varepsilon} = \frac{\Phi}{2\,\varepsilon} \text{ oder } = 1 + ln\,\frac{\Phi}{2\,\varepsilon}$$

ist, jenachdem $\varphi < \varphi_1$ oder $> \varphi_1$ ist, unter φ_1 den durch Gl. (10) in §. 93 bestimmten, von λ und ε abhängigen und ausserdem für beide Hälften der Periode im Allgemeinen verschiedenen Winkel verstanden. Diese besondere Art von Veränderlichkeit der Schubkraft entspricht näherungsweise dem Gesetze, nach welchem der Dampfdruck auf den Kolben einer Dampfmaschine bei jedem Kolbenschube sich ändert, indem dabei ε den sogenannten Füllungsgrad, β das Verhältniss des mittleren Vorderdampfdruckes zum Mittelwerthe des Hinterdampfdruckes bei der Einströmung (während des Kolbenweges $\varepsilon \,.\, 2\,r$) bedeutet.

Die grössten und kleinsten Werthe von $f(\varphi)$ und somit von A entsprechen der Gleichung:

$$\frac{d f(\varphi)}{d\varphi} = \frac{\left[\frac{2\,\varepsilon}{\Phi}\right] - \beta}{1 + ln\,\frac{1}{\varepsilon} - \beta\,\frac{1}{\varepsilon}}\,\frac{1}{2\,\varepsilon}\,\frac{d\Phi}{d\varphi} - \frac{1}{\pi} = 0,$$

in welcher Gleichung $\left[\frac{2\,\varepsilon}{\Phi}\right]$ die Bedeutung 1 oder $\frac{2\,\varepsilon}{\Phi}$ hat, jenachdem $\varphi < \varphi_1$ oder $> \varphi_1$ ist. Mit Rücksicht auf obigen Ausdruck von Φ folgt daraus:

$$\frac{d\Phi}{d\varphi} = \sin\varphi \mp \frac{\lambda}{2}\sin 2\,\varphi = \frac{1}{\pi}\left(1 + ln\,\frac{1}{\varepsilon} - \beta\,\frac{1}{\varepsilon}\right)\frac{2\,\varepsilon}{\left[\frac{2\,\varepsilon}{\Phi}\right] - \beta} \quad \ldots \quad (3),$$

und zwar hat diese Gleichung, mit Rücksicht auf die doppelten Vorzeichen der Glieder mit λ (auf der linken Seite sowie im Ausdrucke von Φ) und auf die doppelte Bedeutung von $\left[\frac{2\,\varepsilon}{\Phi}\right]$, vier verschiedene Formen, jenachdem sie auf die erste oder zweite Hälfte der Periode bezogen wird und dabei $\varphi < \varphi_1$ oder $> \varphi_1$ ist. Immer ergeben sich zwischen den hier in Betracht kommenden Grenzen im Ganzen 4 Wurzelwerthe derselben, von denen meistens jeder der 4 Formen von Gl. (3) einer angehört, entsprechend zwei kleinsten und zwei grössten Werthen von $f(\varphi)$, also von A und von v, und wenn dann wieder φ' und φ'' diejenigen dieser Winkel φ sind, die beziehungsweise dem grösseren Maximum und dem kleineren Minimum von $f(\varphi)$ entsprechen, so ist nach §. 92, Gl. (9) bei Abstraction von der Schiebermasse M_1:

$$M = \frac{\alpha}{\delta}\,\frac{Q\pi r}{v^2} \text{ mit } \alpha = f(\varphi') - f(\varphi'') \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

Während bei der Schubkurbel mit constanter Schubkraft (§. 94) der Coefficient α in der analogen Gleichung (5) daselbst nur von λ abhing, ist er hier zugleich von β und von ε abhängig. Bei dem transcendenten Charakter von Gl. (3) kann er indessen nur durch eine empirische Näherungsformel als Function dieser drei Grössen ausgedrückt werden auf Grund seiner Berechnung nach obigen Gleichungen für verschiedene Werthe von λ, β und ε, als welche beispielsweise angenommen seien:

$$\lambda = 0 \text{ und } \frac{1}{5},\ \beta = \frac{1}{20} \text{ und } \frac{1}{5},\ \varepsilon = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4} \text{ und } 1.$$

Die Annahme $\varepsilon = 1$ entspricht einer constanten Schubkraft, also den aus §. 94 bekannten (von β unabhängigen) Werthen von α. In allen diesen Fällen ergiebt sich, ebenso wie bei der Schubkurbel mit constanter Schubkraft, das in der ersten Hälfte der Periode stattfindende Minimum von $f(\varphi)$ als das kleinere, das in der zweiten Hälfte stattfindende Maximum als das grössere, ist also (mit den in §. 94 festgesetzten Bezeichnungen φ_1'', φ_1', φ_2'', φ_2'):

$$\varphi'' = \varphi_1'' \text{ und } \varphi' = \varphi_2'.$$

Ersterer Winkel ist stets kleiner, letzterer (ausser im Falle $\varepsilon = 1$) grösser, als der durch Gl. (10) in §. 93 bestimmte Winkel φ_1, nämlich

$$\begin{array}{llll}
\text{für } \lambda = 0 \text{ als } \varphi_1 = & 60^0 & 90^0 & 120^0 \text{ in jeder,} \\
\text{für } \lambda = \frac{1}{5} \text{ als } \varphi_1 = \left\{\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right. & \begin{array}{l} 65^0\,20' \\ 55^0\,24' \end{array} & \begin{array}{l} 95^0\,41' \\ 84^0\,19' \end{array} & \begin{array}{l} 124^0\,36' \text{ in der ersten,} \\ 114^0\,40' \text{ in der zweiten} \end{array} \\
\text{halben Periode für } \varepsilon = & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4}.
\end{array}$$

1) Für $\lambda = 0$ und $\beta = 0,05$ findet man

für $\varepsilon =$	$0,25$	$0,5$	$0,75$	1
$\varphi'' = \varphi_1'' =$	$21^0\,29'$	$32^0\,16'$	$37^0\,51'$	$39^0\,32'$
$\varphi' = \varphi_2' =$	$103^0\,10'$	$122^0\,23'$	$135^0\,11'$	$140^0\,28'$
$f(\varphi'') =$	$-0,0590$	$-0,0872$	$-0,1012$	$-0,10525$
$f(\varphi') =$	$0,2390$	$0,1688$	$0,1283$	$0,10525$
$\alpha =$	$0,2980$	$0,2560$	$0,2295$	$0,2105$

Diese Werthe von α können zusammengefasst werden in der Formel:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,2105 + (1-\varepsilon)(0,1531 - 0,1670\,\varepsilon + 0,0856\,\varepsilon^2) \\ &= 0,2105 + 0,1531\,(1-\varepsilon)(1 - 1,091\,\varepsilon + 0,559\,\varepsilon^2) \quad \ldots\ldots (5). \end{aligned}$$

2) Für $\lambda = 0$ und $\beta = 0,2$ ergiebt sich

für $\varepsilon =$	$0,25$	$0,5$	$0,75$	1
$\varphi'' = \varphi_1'' =$	$18^0\,24'$	$30^0\,58'$	$37^0\,33'$	$39^0\,32'$
$\varphi' = \varphi_2' =$	$95^0\,51'$	$119^0\,14'$	$134^0\,22'$	$140^0\,28'$
$f(\varphi'') =$	$-0,0507$	$-0,0839$	$-0,1004$	$-0,10525$
$f(\varphi') =$	$0,3182$	$0,1882$	$0,1332$	$0,10525$
$\alpha =$	$0,3689$	$0,2721$	$0,2336$	$0,2105$

entsprechend dem Ausdrucke:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,2105 + (1-\varepsilon)(0,3531 - 0,6842\,\varepsilon + 0,4488\,\varepsilon^2) \\ &= 0,2105 + 0,3531\,(1-\varepsilon)(1 - 1,938\,\varepsilon + 1,271\,\varepsilon^2) \quad \ldots\ldots (6). \end{aligned}$$

Die Gleichungen (5) und (6) sind zusammen zu schreiben:

$$\text{mit} \quad \left.\begin{aligned} \alpha &= 0,2105 + (1-\varepsilon)\,f(\beta)\,[1 - f_1(\beta)\,.\,\varepsilon + f_2(\beta)\,.\,\varepsilon^2] \\ f(\beta) &= 0,0864 + 1,333\,\beta \\ f_1(\beta) &= 0,808 + 5,65\,\beta;\; f_2(\beta) = 0,321 + 4,75\,\beta \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (7).$$

3) Im Falle $\lambda = 0,2$ und $\beta = 0,05$ ergiebt sich

für $\varepsilon =$	$0,25$	$0,5$	$0,75$	1
$\varphi'' = \varphi_1'' =$	$26^0\,30'$	$39^0\,11'$	$45^0\,32'$	$47^0\,25'$
$\varphi' = \varphi_2' =$	$96^0\,31'$	$114^0\,48'$	$127^0\,42'$	$132^0\,35'$
$f(\varphi'') =$	$-0,0732$	$-0,1074$	$-0,1240$	$-0,12885$
$f(\varphi') =$	$0,2708$	$0,1981$	$0,1538$	$0,12885$
$\alpha =$	$0,3440$	$0,3055$	$0,2778$	$0,2577$

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,2577 + (1-\varepsilon)(0,1389 - 0,1038\,\varepsilon + 0,0344\,\varepsilon^2) \\ &= 0,2577 + 0,1389\,(1-\varepsilon)(1 - 0,747\,\varepsilon + 0,248\,\varepsilon^2) \quad \ldots\ldots (8). \end{aligned}$$

4) Mit $\lambda = 0,2$ und $\beta = 0,2$ findet man

für $\varepsilon =$	$0,25$	$0,5$	$0,75$	1
$\varphi'' = \varphi_1'' =$	$22^0\,46'$	$37^0\,41'$	$45^0\,11'$	$47^0\,25'$

$$\begin{array}{rllll}
\varphi' = \varphi_2' = & 89^0\,42' & 111^0\,52' & 127^0\;\;0' & 132^0\,35' \\
f(\varphi'') = & -0{,}0630 & -0{,}1034 & -0{,}1231 & -0{,}12885 \\
f(\varphi') = & 0{,}3500 & 0{,}2182 & 0{,}1589 & 0{,}12885 \\
\alpha = & 0{,}4130 & 0{,}3216 & 0{,}2820 & 0{,}2577
\end{array}$$

$$\begin{aligned}\alpha &= 0{,}2577 + (1-\varepsilon)(0{,}3351 - 0{,}6094\,\varepsilon + 0{,}3896\,\varepsilon^2) \\ &= 0{,}2577 + 0{,}3351\,(1-\varepsilon)(1 - 1{,}819\,\varepsilon + 1{,}163\,\varepsilon^2) \;.\;.\;.\;.\;(9).\end{aligned}$$

Aus (8) und (9) zusammen folgt für $\lambda = 0{,}2$:

$$\left.\begin{aligned}\alpha &= 0{,}2577 + (1-\varepsilon)\,f(\beta)\,[1 - f_1(\beta)\,.\,\varepsilon + f_2(\beta)\,.\,\varepsilon^2) \\ \text{mit}\qquad f(\beta) &= 0{,}0735 + 1{,}308\,\beta \\ f_1(\beta) &= 0{,}389 + 7{,}15\,\beta;\; f_2(\beta) = -\,0{,}057 + 6{,}10\,\beta\end{aligned}\right\}\;.\;.\;.\;(10).$$

Endlich ergiebt sich durch Zusammenfassung von Gl. (7) und (10) für alle Fälle, mit Rücksicht zugleich auf §. 94, Gl. (6):

$$\left.\begin{aligned}\alpha &= 0{,}2105\,(1 + 0{,}96\,\lambda + 0{,}81\,\lambda^2) + \\ &\quad + (1-\varepsilon)\,f(\beta,\lambda)\,[1 - f_1(\beta,\lambda)\,.\,\varepsilon + f_2(\beta,\lambda)\,.\,\varepsilon^2] \\ \text{mit}\qquad f(\beta,\lambda) &= 0{,}0864 + 1{,}333\,\beta - (0{,}0645 + 0{,}125\,\beta)\,\lambda \\ f_1(\beta,\lambda) &= 0{,}808 + 5{,}65\,\beta - (2{,}095 - 7{,}50\,\beta)\,\lambda \\ f_2(\beta,\lambda) &= 0{,}321 + 4{,}75\,\beta - (1{,}890 - 6{,}75\,\beta)\,\lambda\end{aligned}\right\}\;.\;.\;(11).$$

Hiernach ist es leicht, Tabellen für den praktischen Gebrauch zu berechnen, denen die Werthe von α für beliebige Werthe von ε und wenigstens für solche Werthe von β, λ entnommen werden können, die nicht viel $> 0{,}2$ sind. —

Die Berücksichtigung der Schiebermasse M_1 kann in erster Annäherung dadurch geschehen, dass nach §. 92, Gl. (12) gesetzt wird:

$$M = \frac{1}{\delta}\left(\frac{A' - A''}{c^2} - \frac{m' - m''}{2}\right)$$

oder, da nach §. 93, Gl. (3):

$$\begin{aligned}m' &= M_1\,sin^2\,\varphi'\,(1 + \lambda\,cos\,\varphi')^2 \\ m'' &= M_1\,sin^2\,\varphi''\,(1 - \lambda\,cos\,\varphi'')^2\end{aligned}$$

ist, auch dadurch, dass statt Gl. (4) gesetzt wird:

$$M = \frac{\alpha}{\delta}\,\frac{Q\pi r}{c^2} - \frac{\alpha_1}{\delta}\,M_1 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(12)$$

mit den wie oben bestimmten Werthen von α und mit

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}\,[sin^2\,\varphi'\,(1 + \lambda\,cos\,\varphi')^2 - sin^2\,\varphi''\,(1 - \lambda\,cos\,\varphi'')^2] \;.\;.\;(13).$$

Für $\varepsilon = 1$ ist $\varphi' + \varphi'' = 180^0$, also $sin\,\varphi' = sin\,\varphi''$, $cos\,\varphi' = -\,cos\,\varphi''$ und somit $\alpha_1 = 0$. Dagegen findet man für andere Werthe von ε die in folgender Zusammenstellung enthaltenen Werthe von α_1.

		$\varepsilon = 0{,}25$	$\varepsilon = 0{,}5$	$\varepsilon = 0{,}75$
$\lambda = 0$	$\beta = 0{,}05$	0,4070	0,2141	0,0602
$\lambda = 0$	$\beta = 0{,}2$	0,4450	0,2484	0,0698
$\lambda = 0{,}2$	$\beta = 0{,}05$	0,4043	0,2033	0,0528
$\lambda = 0{,}2$	$\beta = 0{,}2$	0,4512	0,2365	0,0611

§. 98. **Zweifache Schubkurbel mit gleichen veränderlichen Schubkräften.**

Hiermit wird ein Fall vorausgesetzt, der sich von dem in §. 95 behandelten dadurch unterscheidet, dass die Schubkräfte der mit gemeinschaftlicher Kurbelwelle verbundenen zwei gleichen Schubkurbelgetriebe nicht constant, sondern in der Weise veränderlich sind, wie es im vorigen Paragraph für die einfache Schubkurbel angenommen wurde. Mit den Bezeichnungen von §. 95, unter ω insbesondere wieder den Voreilungswinkel des zweiten Getriebes vor dem ersten verstanden, ist dann auch hier ebenso wie dort die vom Anfange einer Periode (vom Durchgange des ersten Getriebes durch die obere Todlage) an gerechnete Arbeitsumme aller Kräfte:

$$A = [f(\varphi) + f(\psi) - f(\omega)]\, Q\pi r = [F(\varphi) - f(\omega)]\, Q\pi r,$$

und die dem Ungleichförmigkeitsgrade δ entsprechende, auf die Kurbelzapfen (auf den Abstand r von der Axe der Kurbelwelle) reducirte rotirende Masse bei Abstraction vom Einflusse der Schiebermassen:

$$M = \frac{\alpha'}{\delta}\,\frac{2\,Q\pi r}{c^2} \text{ mit } \alpha' = \frac{F(\varphi') - F(\varphi'')}{2} \cdots\cdots\cdots (1),$$

unter $F(\varphi')$ das grösste Maximum, $F(\varphi'')$ das kleinste Minimum von $F(\varphi) = f(\varphi) + f(\psi)$ verstanden. Nur hat jetzt $f(\varphi)$ die durch Gl. (2) im vorigen Paragraph bestimmte, weniger einfache Bedeutung und ebenso

$$f(\psi) = f(\omega + \varphi) \text{ resp. } f(\omega + \varphi - \pi),$$

jenachdem $\omega + \varphi < \pi$ oder $> \pi$ ist. Auch ist es bei der somit ziemlich complicirten Form von $F(\varphi)$ jetzt vorzuziehen, die Maxima und Minima dieser Function durch unmittelbares Probiren zu ermitteln, indem die Werthe derselben für solche Configurationen während einer Periode ermittelt werden, die mit gleichen Intervallen des Drehungswinkels φ auf einander folgen. Die Annahme dieser Intervalle zunächst etwa $= 10^0$ genügt, um diejenigen derselben zu erkennen, in denen φ' und φ'' enthalten sind, wonach durch Interpolation mit kleineren Differenzen von etwa 1 bis 2^0 innerhalb fraglicher Intervalle die Werthe $F(\varphi')$ und $F(\varphi'')$ selbst mit genügender Annäherung zu finden sind. —

Wenn wieder, wie es gewöhnlich der Fall ist, $\omega = 90^0$ und zunächst $\lambda = 0$ angenommen wird, so findet zwischen oberer und unterer Todlage, somit zwischen erster und zweiter Hälfte der Periode kein Unterschied statt; ausserdem tauschen in den zwei Hälften jeder halben Periode die Functionen $f(\varphi)$ und $f(\psi)$ nur ihre Werthe um, so dass die Berechnung von $F(\varphi) = f(\varphi) + f(\psi)$ nur für eine Vierteldrehung der Kurbelwelle nöthig ist. Beispielsweise für $\varepsilon = 0{,}25$ und $\beta = 0{,}05$ entsprechen folgende Werthe dieser Functionen den beigesetzten Winkeln φ.

$\varphi =$	0	10°	20°	26°	28°	30°	40°	50°	60°	70°	72°	73°	80°	90°
$f(\varphi) =$	0	−0,0424	−0,0587	−0,0565	−0,0538	−0,0502	−0,0189	0,0327	0,1012	0,1640	0,1738	0,1783	0,2049	0,2287
$f(\psi) =$	0,2287	0,2384	0,2365	0,2305	0,2277	0,2246	0,2041	0,1760	0,1457	0,0999	0,0909	0,0863	0,0528	0
$F(\varphi) =$	0,2287	0,1960	0,1778	0,1740	0,1739	0,1744	0,1852	0,2087	0,2469	0,2639	0,2647	0,2646	0,2577	0,2287

Daraus ist zu schliessen: $F(\varphi') = 0{,}2647$ für φ' nahe $= 72^0$,
$F(\varphi'') = 0{,}1739$ für φ'' nahe $= 28^0$,

somit $\alpha' = 0{,}0454$ für $\omega = 90^0$, $\lambda = 0$, $\varepsilon = 0{,}25$ und $\beta = 0{,}05$.

Durch die Aenderung des Verhältnisses β wird das Aenderungsgesetz der Function $F(\varphi)$ voraussichtlich nur unerheblich geändert, so dass es bei anderen Werthen von β und übrigens denselben Werthen von ω, λ, ε genügt, den Verlauf dieser Function nur in der Nähe von $\varphi = 28^0$ und $\varphi = 72^0$ zu untersuchen, um ihr Minimum und Maximum zu finden. So ergiebt sich beispielsweise für $\beta = 0{,}2$:

$\varphi =$	25°	28°	29°	30°	72°	73°	74°
$f(\varphi) =$	−0,0444	−0,0375	−0,0346	−0,0315	0,2601	0,2654	0,2703
$f(\psi) =$	0,2920	0,2839	0,2810	0,2781	0,0967	0,0915	0,0863
$F(\varphi) =$	0,2476	0,2464	0,2464	0,2466	0,3568	0,3569	0,3566

$$F(\varphi') = 0{,}3569 \text{ für } \varphi' \text{ nahe } = 73^0,$$
$$F(\varphi'') = 0{,}2463 \text{ für } \varphi'' \text{ nahe } = 28{,}5^0,$$
$$\alpha' = 0{,}0553 \text{ für } \omega = 90^0,\ \lambda = 0,\ \varepsilon = 0{,}25 \text{ und } \beta = 0{,}2.$$

Wenn λ nicht $= 0$ ist, so sind auch die beiden Todlagen nicht gleichwerthig, indem vielmehr das doppelte Vorzeichen des Gliedes mit λ im

Ausdrucke von Φ (Gl. 2, §. 97) ein verschiedenes Aenderungsgesetz von $F(\varphi)$ in beiden Hälften der Periode bedingt. Es ist dann diese Function durch die ganze Periode, also für eine volle Umdrehung der Kurbelwelle für hinlänglich viele in gleichen Intervallen auf einander folgende (in der ersten Hälfte der Periode von der oberen, in der zweiten von der unteren Todlage an gerechnete) Winkel φ zu berechnen, um ihren Verlauf vollständig zu übersehen. So ergiebt sich beispielsweise für $\omega = 90^0$, $\lambda = 0{,}2$, $\varepsilon = 0{,}25$ und $\beta = 0{,}05$ die folgende Uebersicht:

$\varphi =$	0	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
$f(\varphi) =$	0	−0,0450	−0,0689	−0,0720	−0,0548	−0,0183	0,0360	0,1021	0,1523
$f(\psi) =$	0,1851	0,2034	0,2094	0,2046	0,1902	0,1671	0,1361	0,0976	0,0522
$F(\varphi) =$	0,1851	0,1584	0,1405	0,1326	0,1354	0,1488	0,1721	0,1997	0,2045
$\varphi =$	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°
$f(\varphi) =$	0,1851	0,2034	0,2094	0,2046	0,1902	0,1671	0,1361	0,0976	0,0522
$f(\psi) =$	0	−0,0397	−0,0485	−0,0285	0,0170	0,0837	0,1617	0,2176	0,2513
$F(\varphi) =$	0,1851	0,1637	0,1609	0,1761	0.2072	0,2508	0,2978	0,3152	0,3035
$\varphi =$	0	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
$f(\varphi) =$	0	−0,0397	−0,0485	−0,0285	0,0170	0,0837	0,1617	0,2176	0,2513
$f(\psi) =$	0,2677	0,2703	0,2616	0,2435	0,2175	0,1847	0,1460	0,1021	0,0533
$F(\varphi) =$	0,2677	0,2306	0,2131	0,2150	0,2345	0,2684	0,3077	0,3197	0,3046
$\varphi =$	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°
$f(\varphi) =$	0,2677	0,2703	0,2616	0,2435	0,2175	0,1847	0,1460	0,1021	0,0533
$f(\psi) =$	0	−0,0450	−0,0689	−0,0720	−0,0548	−0,0183	0,0360	0,1021	0,1523
$F(\varphi) =$	0,2677	0,2253	0,1927	0,1715	0,1627	0,1664	0,1820	0,2042	0,2056

In jedem Viertel der Periode giebt es wieder, wie man sieht, ein Minimum und ein Maximum von $F(\varphi)$, doch sind jetzt die vier Minima und ebenso die vier Maxima verschieden, und zwar ist das kleinste Minimum im ersten Viertel zwischen $\varphi = 30^0$ und 40^0, das grösste Maximum im dritten Viertel zwischen $\varphi = 60^0$ und 70^0 zu vermuthen. In der That kann nach folgender Berechnung von Zwischenwerthen:

$\varphi =$	30°	32°	34°	68°	69°	70°
$f(\varphi) =$	— 0,0720	— 0,0701	— 0,0675	0,2083	0,2131	0,2176
$f(\psi) =$	0,2046	0,2024	0,1999	0,1113	0,1067	0,1021
$F(\varphi) =$	0,1326	0,1323	0,1324	0,3196	0,3198	0,3197

$$F(\varphi') = 0{,}3198 \text{ für } \varphi' = \varphi_2' \text{ nahe } = 69^0,$$
$$F(\varphi'') = 0{,}1322 \text{ für } \varphi'' = \varphi_1'' \text{ nahe } = 33^0,$$

also $\alpha' = 0{,}0938$ für $\omega = 90^0$, $\lambda = 0{,}2$, $\varepsilon = 0{,}25$ und $\beta = 0{,}05$ gesetzt werden.

Unter übrigens gleichen Umständen, aber mit $\beta = 0{,}2$ findet man:

	Erste Hälfte der Periode.			Zweite Hälfte der Periode.		
$\varphi =$	35^0	36^0	37^0	68^0	69^0	70^0
$f(\varphi) =$	$-0{,}0452$	$-0{,}0422$	$-0{,}0390$	0,2955	0,3008	0,3058
$f(\psi) =$	0,2514	0,2484	0,2454	0,1182	0,1131	0,1079
$F(\varphi) =$	0,2062	0,2062	0,2064	0,4137	0,4139	0,4137

und ist daraus zu schliessen:

$$F(\varphi') = 0{,}4139 \text{ für } \varphi' = \varphi_2' \text{ nahe } = 69^0,$$
$$F(\varphi'') = 0{,}2061 \text{ für } \varphi'' = \varphi_1'' \text{ nahe } = 35{,}5^0,$$
$$\alpha' = 0{,}1039 \text{ für } \omega = 90^0,\ \lambda = 0{,}2,\ \varepsilon = 0{,}25 \text{ und } \beta = 0{,}2.$$

Folgende Zusammenstellung enthält die Hauptresultate dieser Rechnungen für $\omega = 90^0$ und zugleich die Werthe von α', die nach §. 95 der Voraussetzung $\varepsilon = 1$ (unabhängig von β) entsprechen. In der vorletzten Columne sind die Werthe des Coefficienten α nach §. 97 hinzugefügt, und in der letzten die Verhältnisse von α' zu α, die wieder erkennen lassen, in welchem Verhältnisse die rotirende Masse dieser zweifachen Schubkurbel unter sonst gleichen Umständen behufs eines gegebenen Ungleichförmigkeitsgrades δ kleiner sein darf, als sie für die zwei einzelnen Schubkurbelgetriebe zusammen sein müsste, wenn dieselben unabhängig von einander mit besonderen Schwungrädern angeordnet würden.

λ	ε	β	α'	α	$\frac{\alpha'}{\alpha}$
0	0,25	0,05	0,0454	0,2980	0,152
0	0,25	0,2	0,0553	0,3689	0,150
0	1	—	0,0211	0,2105	0,100
0,2	0,25	0,05	0,0938	0,3440	0,273
0,2	0,25	0,2	0,1039	0,4130	0,252
0,2	1	—	0,0711	0,2577	0,276

Um α' oder $\frac{\alpha'}{\alpha}$ als empirische Functionen von λ, ε und β auszudrücken, sind diese 6 Gruppen zusammengehöriger Werthe kaum ausreichend, doch können sie zu schätzungsweiser Interpolation für andere Fälle dienen.

§. 99. Einfache Schubkurbel, deren Schubkraft für den Hin- und Hergang constant, aber verschieden gross ist.

In den vorhergehenden Paragraphen 93—98 wurde eine Schubkraft vorausgesetzt, die für die Bewegung des Schiebers im einen Sinne ebenso gross, bezw. ebenso veränderlich ist, wie für die Bewegung im anderen Sinne. Nicht selten kann es sich indessen auch anders verhalten, z. B. im Falle eines Kurbelschubgetriebes, dessen Schieber (etwa als Sägegatter) bei der Bewegung im einen Sinne einen grösseren Widerstand zu überwinden hat, als bei der umgekehrten Bewegung. Bei der folgenden Untersuchung dieses Falles für die einfache Schubkurbel werde indessen wieder ausgegangen von ihrer Verwendung als Schubkurbelgetriebe, und es sei

P_1 die als constant vorausgesetzte Grösse der Schubkraft für den Hingang des Schiebers, entsprechend der Bewegung des Getriebes von der oberen zur unteren Todlage oder der ersten Hälfte der Periode,

P_2 die gleichfalls constante Grösse der Schubkraft für den Hergang des Schiebers, entsprechend der Bewegung des Getriebes von der unteren zur oberen Todlage oder der zweiten Hälfte der Periode.

Setzt man dann

$$\left.\begin{array}{l} P_1 = (1-p)\,P \text{ und } P_2 = (1+p)\,P, \\ \text{so ist} \quad P = \dfrac{P_1 + P_2}{2} \text{ und } p = \dfrac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

und folgt mit übrigens den früheren Buchstabenbezeichnungen aus der Bedingung des Beharrungszustandes:

$$(P_1 + P_2)\,2\,r = Q\,.\,2\pi r$$

$$\frac{P_1 + P_2}{2} = P = \frac{\pi}{2}\,Q \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

übereinstimmend mit Gl. (6), §. 93, bei veränderter Bedeutung von P. Hiernach und mit Rücksicht auf die Bedeutung von Φ nach §. 93, Gl. (5) ist nun die vom Anfange der Periode an gerechnete Arbeitsumme der Kräfte für den Hingang:

$$A_1 = P_1 r \Phi - Q r \varphi = \left(\frac{P_1}{2P}\Phi - \frac{\varphi}{\pi}\right) Q\pi r = \left(\frac{1-p}{2}\Phi - \frac{\varphi}{\pi}\right) Q\pi r.$$

Für $\varphi = \pi$ ist $\Phi = 2$, also $A_1 = -p\,Q\pi r$, und deshalb die gleichfalls vom Anfange der ganzen Periode an gerechnete Arbeitsumme der Kräfte für den Hergang:

$$A_2 = -p\,Q\pi r + P_2 r\,\Phi - Q\,r\,\varphi = \left(-p + \frac{P_2}{2P}\,\Phi - \frac{\varphi}{\pi}\right) Q\pi r$$

$$= \left(-p + \frac{1+p}{2}\,\Phi - \frac{\varphi}{\pi}\right) Q\pi r.$$

Durch Einsetzung von $\Phi = 1 - \cos\varphi \mp \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi$, und zwar im Ausdrucke von A_1 mit dem oberen, im Ausdrucke von A_2 mit dem unteren Vorzeichen des Gliedes mit λ, ergiebt sich auch:

$$A_1 = \left[\frac{1-p}{2} - \frac{1-p}{2}\left(\cos\varphi + \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right) - \frac{\varphi}{\pi}\right] Q\pi r,$$

$$A_2 = \left[\frac{1-p}{2} - \frac{1+p}{2}\left(\cos\varphi - \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right) - \frac{\varphi}{\pi}\right] Q\pi r,$$

überhaupt also die vom Anfange der Periode an gerechnete Arbeitsumme der Kräfte:

$$A = f(\varphi)\,.\,Q\pi r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

mit

$$f(\varphi) = \frac{1-p}{2} - \frac{1\mp p}{2}\left(\cos\varphi \pm \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right) - \frac{\varphi}{\pi} \quad \ldots\ldots (4).$$

Dieser Ausdruck von $f(\varphi)$, worin die oberen Zeichen für den Hingang (die erste Hälfte der Periode), die unteren für den Hergang gelten, geht, wie es sein muss, für $p = 0$ in den Ausdruck (3), §. 94, über.

Wenn nun das Verhältniss der Schiebermasse M_1 zu der auf den Kurbelzapfen reducirten rotirenden Masse M ein selbst in Vergleich mit dem Ungleichförmigkeitsgrade δ kleiner Bruch ist und deshalb die Kurbellagen, die den Maximal- und Minimalwerthen der Geschwindigkeit des Kurbelzapfens (deren Mittelwerth $= c$ ist) entsprechen, nach §. 92 gemäss der Gleichung

$$\frac{dA}{d\varphi} = 0$$

bestimmt werden können, so ergeben sich die betreffenden Winkel φ nach Gl. (3) und (4) als Wurzeln der Doppelgleichung:

$$(1 \mp p)\left(\sin\varphi \mp \frac{\lambda}{2}\sin 2\varphi\right) = \frac{2}{\pi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5),$$

die sich von Gl. (1) in §. 94 durch den Factor $(1 \mp p)$ auf der linken Seite unterscheidet. In jeder Hälfte der Periode giebt es ein Maximum und ein Minimum von $f(\varphi)$, und wenn insbesondere wieder φ' und φ'' die dem grössten Maximum resp. kleinsten Minimum entsprechenden Wurzeln von Gl. (5) sind, so folgt aus Gl. (12) in §. 92 bei Abstraction vom Einflusse der Schiebermasse:

$$M = \frac{\alpha}{\delta}\,\frac{Q\pi r}{c^2} \text{ mit } \alpha = f(\varphi') - f(\varphi'') \,\ldots\ldots\ldots\, (6).$$

Indem aber jetzt die betreffenden ausgezeichneten Kurbelstellungen einander nicht in Beziehung auf den Durchmesser $B_0 B_1$, Fig. 104, des Kurbelkreises symmetrisch gegenüber liegen, sind m' und m'' nicht einander gleich, so dass die Schiebermasse M_1 in erster Annäherung zu berücksichtigen ist durch die Gleichung:

$$M = \frac{\alpha}{\delta}\,\frac{Q\pi r}{c^2} - \frac{\alpha_1}{\delta} M_1 \,\ldots\ldots\ldots\ldots\, (7)$$

mit $$\alpha_1 = \frac{1}{2}[\sin^2\varphi'(1 \mp \lambda\cos\varphi')^2 - \sin^2\varphi''(1 \mp \lambda\cos\varphi'')^2] \,\ldots\, (8)$$

nach §. 93, Gl. (3). Die zwei oberen und zwei unteren Vorzeichen der Glieder mit λ gehören hier nicht nothwendig zusammen, indem vielmehr an jeder Stelle das Zeichen — oder + zu nehmen ist, jenachdem der betreffende Winkel φ' resp. φ'' der ersten oder zweiten Hälfte der Periode angehört, also vom oberen oder unteren Todpunkte aus gerechnet wird.

Ist $\frac{M_1}{M}$ nicht viel $< \delta$, so ist auch das für solchen Fall in §. 94 angegebene Verfahren zur endgültigen Bestimmung von M nur mit Rücksicht auf die jetzt erweiterte Bedeutung von $f(\varphi)$ zu modificiren. Nach den Gleichungen (8)—(11) daselbst ist also obige Doppelgleichung (5) zu ersetzen durch:

$$(1 \mp p)\left(\sin\varphi \mp \frac{\lambda}{2}\sin 2\varphi\right) - \frac{\alpha\mu}{\delta}[\sin 2\varphi \mp \lambda\sin\varphi(1 + 3\cos 2\varphi)] = \frac{2}{\pi} \;.\, (9)$$

mit $\mu = \frac{M_1}{M}$, unter M hier den durch Gl. (6) bestimmten Näherungswerth verstanden, und ist dann ferner mit

$$f_1(\varphi) = \frac{1 - \cos 2\varphi}{2} \mp \lambda\sin\varphi\sin 2\varphi \,\ldots\ldots\ldots\, (10)$$

und $$F(\varphi) = f(\varphi) - \frac{\alpha\mu}{2\delta} f_1(\varphi) \,\ldots\ldots\ldots\ldots\, (11)$$

der corrigirte Werth von M:

$$M = \frac{F(\varphi') - F(\varphi'')}{\delta}\,\frac{Q\pi r}{c^2} \,\ldots\ldots\ldots\ldots\, (12).$$

§. 100. Getriebe mit unstetig veränderlichen Kräften und bewegten Massen.

Während die bisher besprochenen Anwendungen der allgemeinen Erörterungen von §. 92 sich nur auf Schubkurbelmechanismen bezogen, werde schliesslich noch ein Getriebe irgend welcher Art, dabei aber vorausgesetzt, dass die beständig wirkende treibende Kraft nur zeitweilig einen Widerstand (d. h. einen hier einzig in Betracht kommenden Nutzwiderstand) zu überwinden hat, wie es z. B. bei Hammer-, Poch- und Walzwerken, Lochmaschinen und dergleichen Arbeitsmaschinen vorkommt. Dabei kann es ausserdem der Fall sein, dass mit der plötzlichen Einwirkung des Widerstandes zugleich (wie bei Hammer- und Pochwerken) ein plötzlicher Zuwachs an bewegter Masse, somit ein Stoss mit plötzlicher Geschwindigkeitsabnahme verbunden ist. Unter solchen Umständen sei der Weg des (in unveränderlichem Abstande r von der Axe der Schwungradwelle gelegenen) Reductionspunktes während einer Periode $= a + b$, und zwar

a der mit Ueberwindung des Widerstandes zurückgelegte Theil dieses Weges (erster Theil der Periode),

b der andere Theil (Leerlauf),

P die im Reductionspunkte nach dessen Bewegungsrichtung beständig angreifend gedachte und als constant vorausgesetzte treibende Kraft,

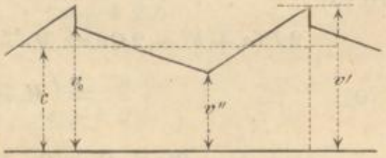
Q der gleichfalls constante und im Reductionspunkte entgegen seiner Bewegungsrichtung angreifend gedachte (auf denselben reducirte), aber nur während des ersten Theiles der Periode wirksame Widerstand,

M die unveränderliche (zumeist vom Schwungrade herrührende) auf den Abstand r von der Axe der Schwungradwelle reducirte rotirende Masse,

m die ebenso verstandene, aber nur während des ersten Theiles jeder Periode zugleich mit dem Widerstande Q hinzukommende reducirte Masse.

Das diesen Voraussetzungen entsprechende Aenderungsgesetz der Geschwindigkeit v des Reductionspunktes ist durch Fig. 107 dargestellt, indem darin die Zeiten als Abscissen und die entsprechenden Geschwindigkeiten als Ordinaten abgetragen sind. Nachdem zu Ende des Leerlaufs die Geschwindigkeit am grössten $= v'$ geworden ist, wird sie durch den Stoss der Masse M gegen die ruhende Masse m plötzlich auf v_0 erniedrigt, um dann im ersten Theile der neuen Periode noch weiter bis zum Minimum v'' abzunehmen und im zweiten Theile wieder bis v' zu wachsen; im einen wie im anderen Falle sind die bewegende Kraft und die bewegte Masse zeitweilig constant, ist also die Bewegung im ersten Theile der Periode gleichförmig verzögert, im zweiten gleichförmig beschleunigt, entsprechend je einem geraden Stücke der Geschwindigkeitslinie, Fig. 107.

Fig. 107.



Von den genannten Grössen seien gegeben: a, b, Q, m, ferner die mittlere Geschwindigkeit des Reductionspunktes $= c$ und der Ungleichförmigkeitsgrad der Bewegung der Schwungradwelle $= \delta$; unbekannt sind: P, M, v_0, v'', v'. Zur Bestimmung dieser 5 Unbekannten, von denen übrigens die drei letzten nur als Hülfsgrössen zur Bestimmung von P und M in Betracht kommen, sind 5 Gleichungen erforderlich, die sich wie folgt ergeben.

Zunächst giebt die Gleichung der lebendigen Kraft, angewendet auf den ersten und auf den zweiten Theil der Periode:

$$(M + m)(v''^2 - v_0^2) = 2(P - Q)a \; \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$M(v'^2 - v''^2) = 2Pb \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Ferner entspricht dem Umstande, dass die Bewegungsgrösse durch den Stoss keine Aenderung erfährt, die Gleichung:

$$(M + m)v_0 = Mv' \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

und der Definition des Ungleichförmigkeitsgrades die Gleichung:

$$v' - v'' = \delta c \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Endlich wird mit Rücksicht darauf, dass die Bewegung im ersten Theile der Periode gleichförmig verzögert, im zweiten gleichförmig beschleunigt ist, die Grösse c als mittlere Geschwindigkeit charakterisirt durch die Gleichung:

$$\frac{2a}{v_0 + v''} = \frac{2b}{v'' + v'} = \frac{a + b}{c} \; \ldots\ldots\ldots\ldots (5),$$

welche, indem sie zwei Ausdrücke der Periodendauer einander gleich setzt, als die dem vorliegenden Falle entsprechende Form von Gl. (4) in §. 92 zu betrachten ist.

Durch Addition von Gl. (1) und (2) ergiebt sich mit Rücksicht auf Gl. (3):

$$2P(a + b) - 2Qa = Mv'^2 - (M + m)v_0^2 + mv''^2$$

$$= \left(M - \frac{M^2}{M + m}\right)v'^2 + mv''^2$$

$$P(a + b) = Qa + \frac{Mm}{M + m}\frac{v'^2}{2} + m\frac{v''^2}{2} \; \ldots\ldots\ldots (6),$$

wie auch unmittelbar einleuchtet, da $\frac{Mm}{M + m}\frac{v'^2}{2}$ der Verlust an lebendiger Kraft durch den Stoss und $m\frac{v''^2}{2}$ die lebendige Kraft ist, womit die Masse m zu Ende des ersten Theiles jeder Periode unabhängig vom Getriebe ihre Bewegung fortsetzt.

Mit $\mu = \frac{m}{M}$ ist ferner nach Gl. (3):

$$v' = (1 + \mu) v_0$$

und mit Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung nach Gl. (4):

$$v'' = v' - \delta c = \left(1 + \mu - \delta \frac{c}{v_0}\right) v_0 = (1 + \mu - \delta) v_0.$$

Die Substitution dieser Ausdrücke von v' und v'' in Gl. (5) giebt:

$$\frac{2a}{2 + \mu - \delta} \frac{1}{v_0} + \frac{2b}{2 + 2\mu - \delta} \frac{1}{v_0} = \frac{a + b}{c},$$

also wieder mit Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung unter der Voraussetzung, dass μ ein höchstens mit δ vergleichbarer kleiner Bruch ist:

$$\frac{v_0}{c} = \frac{a}{a + b}\left(1 - \frac{\mu}{2} + \frac{\delta}{2}\right) + \frac{b}{a + b}\left(1 - \mu + \frac{\delta}{2}\right) = 1 + \frac{\delta}{2} - \frac{a + 2b}{a + b} \frac{\mu}{2} \;.\; (7),$$

somit $$\frac{v'}{c} = (1 + \mu) \frac{v_0}{c} = 1 + \frac{\delta}{2} + \frac{a}{a + b} \frac{\mu}{2} \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (8)$$

und $$\frac{v''}{c} = \frac{v'}{c} - \delta = 1 - \frac{\delta}{2} + \frac{a}{a + b} \frac{\mu}{2} \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (9).$$

Indem aus diesen zwei letzten Gleichungen

$$v' + v'' = 2c\left(1 + \frac{a}{a + b} \frac{\mu}{2}\right)$$

folgt, ergiebt sich daraus durch Multiplication mit Gl. (4):

$$v'^2 - v''^2 = 2\,\delta c^2 \left(1 + \frac{a}{a + b} \frac{\mu}{2}\right)$$

und somit nach Gl. (2):

$$M = \frac{Pb}{\delta c^2}\left(1 - \frac{a}{a + b} \frac{\mu}{2}\right) \; \ldots\ldots\ldots \; (10).$$

Endlich folgt aus (6) mit Rücksicht auf (8) und (9) und indem mit Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung

$$\frac{M}{M + m} = 1 - \mu$$

gesetzt, überhaupt die Producte kleiner Grössen gegen 1 vernachlässigt werden:

$$P(a+b)=Qa+\frac{mc^2}{2}\left[(1-\mu)\left(1+\delta+\frac{a}{a+b}\mu\right)+1-\delta+\frac{a}{a+b}\mu\right]$$

$$=Qa+mc^2\left(1-\frac{\mu}{2}+\frac{a}{a+b}\mu\right)$$

$$=Qa+mc^2\left(1+\frac{a-b}{a+b}\frac{\mu}{2}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11).$$

Wenn vorläufig $\mu=0$ gesetzt wird, ergiebt sich aus (11) ein erster Näherungswerth von P und damit aus (10) ein solcher von M; mit dem diesem letzteren entsprechenden Werthe von μ können dann aus (11) und (10) corrigirte Werthe von P und M gefunden und nöthigenfalls wiederholt in gleicher Weise corrigirt werden.

In manchen der hierher gehörigen Fällen (z. B. bei Walzwerken, Lochmaschinen und dergl.) kann übrigens ohne in Betracht kommenden Fehler endgültig

$$m=0, \quad \text{also } \mu=0$$

gesetzt werden, nach Gl. (10) und (11) folglich:

$$P=\frac{a}{a+b}Q \text{ und } M=\frac{Pb}{\delta c^2}=\frac{ab}{a+b}\frac{Q}{\delta c^2} \quad \ldots\ldots (12).$$

§. 101. **Bestimmung der Dimensionen eines Schwungrades.**

Nachdem im Vorhergehenden gezeigt wurde, wie die auf den Abstand r von der Axe der Schwungradwelle reducirte rotirende Masse M eines Getriebes, bezw. einer zusammengesetzten Maschine gemäss einem gegebenen Ungleichförmigkeitsgrade δ der rotirenden Bewegung dieser Welle bestimmt werden kann, handelt es sich noch darum, die Dimensionen des Schwungrades der Masse M entsprechend zu wählen. Ist aber M_0 der Theil von M, der event. von anderen rotirenden Massen herrührt, somit $(M-M_0)r^2$ die erforderliche Grösse des Trägheitsmoments des Schwungrades selbst für seine Axe, so kommt die Aufgabe darauf hinaus, dieses Trägheitsmoment $=J$ auch als Function der Dimensionen des Schwungrades auszudrücken, um dann in der Gleichung:

$$J=(M-M_0)r^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

die verlangte Bedingungsgleichung für die Wahl fraglicher Dimensionen zu erhalten.

J besteht aus den Trägheitsmomenten des Schwungringes und des Armsystems sammt Nabe. Was zunächst den Schwungring betrifft, so sei

m seine Masse,
μ seine specifische Masse (Masse der Volumeinheit),
R der Radius seiner Mittellinie,
F der Flächeninhalt seines Querschnittes,
dF ein Element von F in der Entfernung x von der Geraden AA, die durch den Schwerpunkt des Querschnittes gehend mit der Axe des Schwungrades parallel ist.

Dann ist, wenn x algebraisch verstanden, nämlich positiv oder negativ gesetzt wird, je nachdem die Entfernung des Flächenelements dF von der Radaxe $> R$ oder $< R$ ist, das Trägheitsmoment des Ringes

$$=\int \mu . 2\pi (R+x)\,dF . (R+x)^2 = \mu . 2\pi \int (R+x)^3\,dF$$
$$=\mu . 2\pi (R^3F + 3\,R^2\int x\,dF + 3\,R\int x^2\,dF + \int x^3\,dF),$$

alle Integrale ausgedehnt gedacht über den ganzen Querschnitt. Indem aber gemäss den Eigenschaften des Schwerpunktes

$$\int x\,dF = 0$$

und, falls der Querschnitt des Ringes, wie üblich, in Bezug auf seine Schwerpunktsaxe AA symmetrisch ist, auch

$$\int x^3\,dF = 0$$

ist, ergiebt sich mit

$$\int x^2\,dF = Ff^2$$

= dem Trägheitsmoment des Ringquerschnittes in Bezug auf jene Symmetrieaxe AA das Trägheitsmoment des Ringes für seine Axe auch

$$=\mu . 2\pi RF(R^2 + 3\,f^2) = m\,(R^2 + 3\,f^2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Ist a die grösste radiale, b die grösste axiale Dimension von F, so ist insbesondere für einen

$$\left.\begin{array}{l} \text{rechteckigen Querschnitt: } f^2 = \dfrac{a^3b}{12} : ab = \dfrac{a^2}{12} \\[2ex] \text{elliptischen Querschnitt: } f^2 = \dfrac{\pi}{4}\left(\dfrac{a}{2}\right)^3 \dfrac{b}{2} : \pi\,\dfrac{a}{2}\,\dfrac{b}{2} = \dfrac{a^2}{16} \end{array}\right\} \quad \ldots (3).$$

Was die Arme des Schwungrades betrifft, so mögen sie der Einfachheit wegen wie prismatische Stäbe in Rechnung gebracht werden, die sich (behufs Berücksichtigung des Einflusses der Nabe) bis zur Radaxe erstrecken; der dadurch begangene Fehler kommt nicht in Betracht in Vergleich mit dem oft viel grösseren, der durch Vernachlässigung oder wenigstens nur ungefähre Schätzung der oben mit M_0 bezeichneten

Masse begangen zu werden pflegt und als Consequenz der auch nur angenähert zutreffenden Berechnungsweise von M gerechtfertigt ist. Wird dann mit

m_1 die Masse eines Armes,

μ_1 seine specifische Masse,

$R_1 = R - \frac{a}{2}$ die der obigen Auffassung entsprechende Länge,

F_1 der Flächeninhalt seines Querschnittes bezeichnet, ferner mit

dF_1 ein Flächenelement im Abstande y von der mit der Radaxe parallelen Schwerpunktsaxe A_1A_1 des Querschnittes, dessen Entfernung von der Radaxe $= x$ ist, und mit

$F_1f_1^{\,2} = \int y^2 dF_1$ das Trägheitsmoment des Armquerschnittes für die Axe A_1A_1, so ergiebt sich das Trägheitsmoment des Armes für die Radaxe

$$= \int\int \mu_1 dF_1 dx (x^2 + y^2) = \mu_1 \int dF_1 \int x^2 dx + \mu_1 \int dx \int y^2 dF_1$$

$$= \mu_1 \frac{R_1^{\,3}}{3} \int dF_1 + \mu_1 F_1 f_1^{\,2} \int dx = m_1 \left(\frac{R_1^{\,2}}{3} + f_1^{\,2} \right) \ldots\ldots\ldots (4)$$

mit $m_1 = \mu_1 F_1 R_1$. Nach (3) ist dabei wieder im Falle eines

$$\left.\begin{array}{l} \text{rechteckigen Querschnittes: } f_1^{\,2} = \dfrac{h^2}{12} \\ \text{elliptischen Querschnittes: } f_1^{\,2} = \dfrac{h^2}{16} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (5),$$

unter h die Armbreite, d. i. die rechtwinkelig zur Radaxe gemessene grösste Querschnittsdimension verstanden.

Ist also $G = mg$ das Gewicht des Schwungringes und αG das Gewicht aller Arme sammt Nabe, so folgt aus Gl. (2) und (4) das Trägheitsmoment des ganzen Schwungrades:

$$J = \frac{G}{g} \left[R^2 + 3f^2 + \frac{\alpha}{3} (R_1^{\,2} + 3f_1^{\,2}) \right] \ldots\ldots\ldots (6),$$

wofür in der Regel ohne in Betracht kommenden Fehler gesetzt werden kann:

$$J = \frac{G}{g} R^2 \left(1 + \frac{\alpha}{3} \right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7).$$

Wenn durch Gleichsetzung dieses Ausdruckes mit dem Ausdrucke (1) für angenommene Werthe von R und α das Gewicht G des Schwungringes gefunden ist, so ergiebt sich sein Querschnitt F aus der Gleichung:

$$G = 2\pi RF\gamma \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8),$$

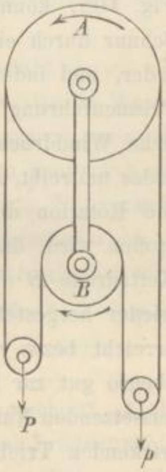
unter γ sein specifisches Gewicht verstanden.

III. Accumulatoren.

§. 102. Beispiele von Gewichts- und Federaccumulatoren.

Allgemein bekannte Beispiele des Falles von beständig andauernder Ueberwindung eines nahe gleichförmigen Widerstandes durch eine Triebkraft, die nur kurze Zeit hindurch nach langen Intervallen wirksam ist, gewähren die üblichen Uhrwerke, wobei es sich in der That darum handelt, die beim Aufziehen der Uhr geleistete Arbeit einer gewissen Triebkraft (hier gewöhnlich einer Muskelkraft) so anzusammeln, dass sie zur Ueberwindung des Bewegungswiderstandes der Uhr bis zu wiederholtem Aufziehen disponibel bleibt. Soll dieser Zweck durch einen Gewichtsaccumulator und zwar mit der Nebenbedingung erreicht werden, dass auch während des Aufziehens die gleichmässige Wirkung der Triebkraft keine Unterbrechung erleidet, so kann es beispielsweise durch das in Fig. 108 skizzirte Rollengetriebe geschehen, bestehend ausser dem festgestellten Gliede (Uhrgestell) aus den um parallele horizontale Axen drehbaren Rollen A, B und einer ohne relative Gleitung darüber hin laufenden endlosen Schnur, in deren abwärts reichenden Schlingen vermittels kleiner loser Rollen einerseits ein grösseres Gewicht P, andererseits ein nur zur Anspannung (und event. zur Verhinderung des Gleitens) der Schnur dienendes kleines Gewicht p hängt. Das Aufziehen der Uhr geschieht durch Drehung der Rolle B im Sinne des beigesetzten Pfeiles, wodurch das Gewicht P gehoben wird unter entsprechendem Niedergange von p; durch den Ueberschuss der Arbeit des nach dem Aufziehen allmählig wieder sinkenden Gewichtes P über die Arbeit des entsprechend hinaufgehenden Gewichtes p kann dann, da B durch ein Gesperre an der Drehung im umgekehrten Sinne des Pfeiles verhindert ist, die Rolle A im Sinne des ihr eingeschriebenen Pfeiles entgegen einem Bewegungswiderstande gedreht werden. Bei einer Taschenuhr wird derselbe Zweck durch einen Federaccumulator erreicht, durch eine Spiralfeder nämlich, die in einem cylindrischen Gehäuse, dem Federhause, mit ihrem äusseren Ende an diesem, mit dem inneren dagegen an einer Welle befestigt ist,

Fig. 108.



um welche coaxial das Federhaus sich drehen kann, während die Welle selbst in Folge eines mit ihr verbundenen Gesperres nur in einem Sinne drehbar ist. Wird sie in diesem Sinne beim Aufziehen der Uhr gedreht, so wird dadurch die Windungszahl der Spiralfeder vergrössert, diese selbst stärker gespannt, und nimmt dann beim Ablaufen der Uhr diese Spannung nach und nach ab, indem das Federhaus sich langsam in demselben Sinne dreht, in welchem die mit ihm coaxiale Welle beim Aufziehen schnell gedreht wurde.

Handelt es sich um eine Maschine im engeren Sinne des Wortes, bei der nicht nur ein Bewegungswiderstand, sondern zugleich ein Nutzwiderstand, namentlich ein solcher von beträchtlicherer Grösse zu überwinden ist, so wäre ein Federaccumulator von der zuletzt beschriebenen Art kaum brauchbar. Ein Gewichtsaccumulator nach Art der Skizze, Fig. 108, könnte dagegen wohl anwendbar bleiben bei Ersetzung der Schnur durch eine Kette, der Rollen *A, B* durch entsprechende Kettenräder, und indem dann das vergrösserte Gewicht *P* durch eine verticale Prismenführung zwangläufig gemacht wird. So könnte z. B. der veränderliche Winddruck, indem er das Kettenrad *B* vermittels eines Windflügelrades umtreibt, zur Ueberwindung eines constanten Nutzwiderstandes gegen die Rotation des Kettenrades *A* dienen, falls gleichzeitig Vorsorge getroffen wird, dass die Kuppelung des Windflügelrades mit dem coaxialen Kettenrade *B* durch geeignete Hülfsmechanismen selbstthätig gelöst oder wieder hergestellt wird, wenn das Gewicht *P* seine höchste zulässige Lage erreicht bezw. verlässt. Ein Accumulator von solcher Art könnte auch ebenso gut zur Bewältigung eines veränderlichen oder gar zeitweilig ganz aussetzenden Nutzwiderstandes vermittels einer stetig oder gar gleichmässig wirkenden Triebkraft dienen. Wenn aber dabei in diesem oder jenem Falle das Gewicht *P* mit sehr beträchtlicher Masse, die Kette mit entsprechend grossen Dimensionen ausgeführt werden müsste, so wäre dem Accumulator mit Zugkraftorgan ein solcher mit Druckkraftorgan vorzuziehen, wie er in der That dann ausschliesslich Anwendung findet.

§. 103. Hydraulischer Accumulator.

Als Druckkraftorgan für einen Accumulator, der zur Ausgleichung grösserer Unterschiede der gleichzeitigen Arbeiten von Triebkräften und Widerständen bestimmt ist, dient allgemein Wasser, indem es dabei überhaupt zur Kraftübertragung benutzt wird als ein Körper, der ohne in Betracht kommenden Fehler als widerstandslos deformirbar bei unveränderlichem Volumen zu betrachten ist. Ein solcher gewöhnlich als Gewichtsregulator ausgeführter hydraulischer Accumulator besteht aus einem vertical stehenden, unten geschlossenen Hohlcylinder, in welchem ein oben stark belasteter langer cylindrischer Kolben, dessen Durchmesser etwas kleiner, als der innere Durchmesser des Hohlcylinders ist, durch eine Stopfbüchse bezw. Liederung am oberen Ende dieses Hohlcylinders wasserdichte Führung findet. Meistens liegen dabei die Verhältnisse so, dass ein mit fast gleichmässiger Stärke (d. h. mit nahe constanter Grösse pro Secunde) beständig disponibles Arbeitsvermögen, z. B. die nutzbare Arbeit einer Dampfmaschine oder einer anderen Kraftmaschine, zur Bewältigung von Widerständen benutzt werden soll, die mit Unterbrechungen nur zeitweilig längs gewissen Wegstrecken wirksam sind. Insbesondere für den einfachsten Fall einer abwechselungsweise ganz fehlenden und dann mit constanter Stärke zu leistenden Nutzarbeit werde die hier in Betracht kommende Aufgabe näher ausgesprochen wie folgt.

Die Nutzarbeit der treibenden Kraftmaschine, constant $= A_0$ pro Secunde, dient zum Betriebe einer Pumpe, durch welche beständig Wasser in den Accumulator gefördert wird und deren Wirkungsgrad $= \eta_0$ sei ohne Rücksicht auf die hydraulischen Widerstände in dem Saugrohre und dem zum Accumulator führenden Druckrohre. Der gesammte Widerstandscoefficient dieser Röhren sei $= \zeta_0$ bei einem lichten Querschnitte $= q_0$. Der Accumulatorkolben sei so belastet, dass der Verticaldruck auf seine Endfläche einer Wassersäulenhöhe $= H$ entspricht, nämlich

$$H = \frac{K}{\gamma F},$$

unter γ das specifische Gewicht des Wassers, F den Querschnitt, K die Belastung sammt Eigengewicht des Kolbens verstanden. Das Product seines Querschnittes F und seiner Hubhöhe s, also das wirksame Volumen des Accumulators sei $= V$, die mittlere Höhe der unteren Endfläche dieses Kolbens über der freien Wasseroberfläche in dem Brunnen bezw. Behälter, aus dem die Pumpe das Wasser saugt, sei $= h_0$; die Reibung des Accumulatorkolbens $= \varrho K$. Jeweils auf eine Zeit $= t_0$, in welcher der Accumulator nur mit Wasser neu zu füllen ist ohne theilweisen Verbrauch desselben, folge ein Zeitintervall $= t$, während dessen zugleich pro Zeiteinheit die Arbeit A eines Nutzwiderstandes zu leisten ist. Dazu diene eine Wasserdruckmaschine (Wassersäulenmaschine), die vom Accumulator das Betriebswasser erhält und deren Wirkungsgrad $= \eta$ sei ohne Rücksicht auf die hydraulischen Bewegungswiderstände der Röhren, die vom Accumulator zu fraglicher Wasserdruckmaschine und von dieser zum Ausgusse führen, dessen mittlere Höhe über der unteren Endfläche des Accumulatorkolbens $= h$ sei. (Insbesondere wäre $h = -h_0$, wenn das Wasser behufs wiederholten Kreislaufes in den Saugbehälter der Pumpe zurücktreten sollte.) Der gesammte Widerstandscoefficient dieser zuletzt genannten Röhren sei $= \varsigma$ bei einem lichten Querschnitte $= q$.

Zu berechnen sind bei übrigens gegebenen Werthen der vorgenannten Grössen diejenigen von V und A_0, wobei die Strömungsgeschwindigkeit des Wassers in der vom Brunnen bis zum Accumulator reichenden Röhrenleitung vom Querschnitte q_0 beständig, in der übrigen während der Zeitintervalle t constant gesetzt werden mag, vorbehaltlich passender Anbringung von ausgleichenden Windkesseln. Unter Anderem kann der Accumulatorkolben selbst zugleich als ein solcher Windkessel dienen, indem er als ein unten offener Hohlcylinder gebildet wird, worin, durch das Wasser abgesperrt, sich stark gepresste Luft befindet, vermittels welcher dann wie durch ein elastisches Kissen der im Accumulator herrschende hydraulische Druck auf den inneren Theil $= F_0$ der Kolbenfläche ($=$ Querschnitt des cylindrischen Hohlraumes des Kolbens) übertragen wird. Als Endfläche des Kolbens, von der aus die oben mit h_0 und h bezeichneten mittleren Höhen gerechnet wurden, ist dann der Querschnitt desselben zu betrachten, dessen Höhe über dem unteren Rande im Verhältnisse $F_0 : F$ kleiner, als die ganze Höhe der Kolbenhöhlung ist.

Von der durch die Kraftmaschine während der Füllungszeit t_0 des Accumulators geleisteten Arbeit $= A_0 t_0$ bleibt nun, nach Abzug des Verlustes durch die der Pumpe eigenthümlichen Bewegungswiderstände, ein Betrag $= \eta_0 A_0 t_0$ übrig, der in erster Reihe dazu dient, den belasteten Accumulatorkolben auf die Höhe s zu heben, entsprechend der Arbeit:

$$Ks = \gamma F H s = \gamma V H.$$

Dass dabei gleichzeitig das Wasservolumen V im Mittel um den Betrag h_0 zu heben ist $\left(\text{anfangs um } h_0 - \frac{s}{2}, \text{ zuletzt um } h_0 + \frac{s}{2}\right)$, hat in Bezug auf Arbeitsverbrauch dieselbe Wirkung wie Vergrösserung von H um diesen Betrag h_0. Ebenso können auch die hydraulischen Bewegungswiderstände in der Leitungsröhre vom Saugwasserbehälter bis zum Accumulator, wenn

$$u_0 = \frac{1}{q_0} \frac{V}{t_0}$$

die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Wassers in derselben bedeutet, durch Zuschlag der entsprechenden Widerstandshöhe $= \varsigma_0 \frac{u_0^2}{2g}$ zu H oder

h_0 berücksichtigt werden, und da endlich noch die Reibung des Accumulatorkolbens die Arbeit

$$\varrho K s = \varrho \gamma V H$$

in Anspruch nimmt, ergiebt sich die Gleichung:

$$\eta_0 A_0 t_0 = \gamma V \left(H + h_0 + \varsigma_0 \frac{u_0^{\,2}}{2g} \right) + \varrho \gamma V H$$

$$A_0 = \frac{\gamma}{\eta_0} \frac{V}{t_0} \left[(1+\varrho) H + h_0 + \frac{\varsigma_0}{2 g q_0^{\,2}} \left(\frac{V}{t_0} \right)^2 \right].$$

Während der Umstand, dass die lebendige Kraft des in der Saugröhre (dem Röhrenstücke vom Saugwasserbehälter bis zur Pumpe) fliessenden Wassers bei seinem Eintritte in den Pumpencylinder als nutzbares Arbeitsvermögen theilweise verloren geht, durch den Wirkungsgrad η_0 der Pumpe mit berücksichtigt sein möge, kann der entsprechende Verlust, den die lebendige Kraft des in der Druckröhre (dem Röhrenstücke von der Pumpe bis zum Accumulator) fliessenden Wassers bei seinem Eintritt in den Accumulator erleidet, durch entsprechende Vergrösserung von ς_0, etwa durch Vergrösserung dieses Coefficienten um 1 berücksichtigt werden, wenn als sicherste Annahme auf vollständigen Verlust jener lebendigen Kraft gerechnet, von ihrer theilweisen Erhaltung als Compressionsarbeit von Luft in einem (z. B. nach obiger Andeutung) passend angebrachten Windkessel abgesehen wird. Um aber dem Coefficienten ς_0 die Bedeutung eines eigentlichen Widerstandscoefficienten zu erhalten, ist dann die Gleichung für A_0 vollständiger zu schreiben:

$$A_0 = \frac{\gamma}{\eta_0} \frac{V}{t_0} \left[(1+\varrho) H + h_0 + \frac{1+\varsigma_0}{2 g q_0^{\,2}} \left(\frac{V}{t_0} \right)^2 \right] \;\ldots\ldots\; (1).$$

Wäre der Querschnitt der Saugröhre $= q_1$ verschieden von demjenigen $= q_0$ der Druckröhre, so wäre unter ς_0 in Gl. (1) der auf die letztere Röhre reducirte gesammte Widerstandscoefficient beider zu verstehen:

$$\varsigma_0 = \varsigma_1 \cdot \left(\frac{q_0}{q_1} \right)^2 + \varsigma_2 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (2),$$

wenn ς_1 den betreffenden Coefficienten für die Saugröhre, ς_2 denselben für die Druckröhre allein bedeutet.

Die während der Zeit t zu leistende Nutzarbeit $= At$ erfordert eine auf die Wasserdruckmaschine zu übertragende grössere Arbeit $= \frac{A}{\eta} t$. Zu derselben ist nicht nur das im Accumulator während der vorhergegangenen Füllungszeit t_0 angesammelte Arbeitsvermögen $\gamma V H$ disponibel, sondern auch dasjenige $= \gamma X H$, welches wegen andauernder Wirkung der Pumpe während der Arbeitszeit t weiter hinzukommt, entsprechend dem in dieser Zeit von der Pumpe geförderten Wasservolumen X, das den Niedergang des Accumulatorkolbens entsprechend verlangsamt. Weil aber von diesem ganzen Arbeitsvermögen $= \gamma (V + X) H$ die Arbeiten in Abzug zu bringen sind, die durch die Erhebung des Wasservolumens $V + X$ auf die Höhe h und durch die hydraulischen Bewegungswiderstände gegen die Strömung dieses Wassers in der Leitungsröhre vom Accumulator bis zum Ausgusse mit der mittleren Geschwindigkeit

$$u = \frac{1}{q} \frac{V + X}{t}$$

verbraucht werden, sowie auch die lebendige Kraft $= \gamma (V + X) \frac{u^2}{2g}$, die dem im Accumulator fast bewegungslosen Wasser bei seinem Eintritt in die Leitungsröhre ertheilt werden muss, und die Reibungsarbeit des niedersinkenden Accumulatorkolbens $= \varrho \gamma V H$, so ergiebt sich analog dem Obigen die Gleichung:

$$\frac{A}{\eta} t = \gamma (V + X) \left[H - h - (1 + \varsigma) \frac{u^2}{2g} \right] - \varrho \gamma V H$$

$$A = \eta \gamma \frac{V + X}{t} \left[\left(1 - \frac{V}{V + X} \varrho \right) H - h - \frac{1 + \varsigma}{2 g q^2} \left(\frac{V + X}{t} \right)^2 \right] \;.\;.\; (3).$$

Wenn zwar auch die lebendige Kraft, die das Wasser in der Zuflussröhre, d. h. in dem vom Accumulator bis zur Wasserdruckmaschine reichenden Röhrenstücke besitzt, in dieser Maschine zum Theil verloren gehen mag, so dass dieselbe dann dem Wasser behufs seiner Bewegung in der Abflussröhre die entsprechende lebendige Kraft aufs Neue mittheilen muss, so ist doch dieser Umstand in ähnlicher Weise als durch den Wirkungsgrad η mit berücksichtigt zu betrachten, wie es oben hinsichtlich der Pumpe und ihres Wirkungsgrades η_0 bemerkt wurde. Desgleichen gilt auch hier, analog der Bedeutung obiger Gleichung (2), die Bemerkung, dass bei verschiedenen Querschnitten q und q'' der Zufluss- und Abflussröhre unter ς in Gl. (3) der auf erstere reducirte gesammte Widerstandscoefficient beider zu verstehen ist, also die Summe:

$$\varsigma = \varsigma' + \varsigma'' \left(\frac{q}{q''} \right)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4),$$

wenn ς' und ς'' die diesen Röhren einzeln zukommenden Widerstandscoefficienten bedeuten.

Was das in Gl. (3) vorkommende Volumen X betrifft, so ist zu bemerken, dass, wenn die Pumpe während der Zeit t mit derselben Arbeitsstärke betrieben würde, wie vorher während der Zeit t_0, dieselbe einen etwas schnelleren Gang annehmen und somit ein Wasservolumen $X > \frac{t}{t_0} V$ in den Accumulator fördern müsste, weil in diesem jetzt bei niedergehendem Kolben wegen der Reibung desselben eine Druckhöhe $= (1-\varrho) H$ herrscht, während sie vorher bei steigendem Kolben $= (1+\varrho) H$ war. Mit Rücksicht hierauf entspräche vielmehr X der Gleichung:

$$A_0 = \frac{\gamma}{\eta_0} \frac{X}{t} \left[(1-\varrho) H + h_0 + \frac{1+\varsigma_0}{2 g q_0{}^2} \left(\frac{X}{t} \right)^2 \right] \ldots \ldots . (5),$$

erhalten aus Gl. (1) mit X statt V, t statt t_0 und $-\varrho$ statt ϱ. Durch die Gleichungen (1), (3) und (5) wären X, V und A_0 unter übrigens gegebenen Umständen bestimmt, und wäre dann der resultirende Wirkungsgrad der ganzen Anlage:

$$\eta' = \frac{At}{A_0 (t_0 + t)} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots . (6).$$

Uebrigens wird den obwaltenden Umständen meistens wohl die Annahme besser entsprechen, dass die Geschwindigkeit, nicht dass die Arbeitsstärke der die Pumpe betreibenden Kraftmaschine in der Arbeitszeit t dieselbe sei wie in der Füllungszeit t_0 des Accumulators, indem z. B. der Gang dieser Kraftmaschine durch einen Regulator von der unter IV. zu besprechenden Art möglichst gleichförmig erhalten wird. Ist das der Fall, so ist

$$X = \frac{t}{t_0} V, \qquad \frac{V+X}{t} = \frac{t_0+t}{t_0 t} V, \qquad \frac{V}{V+X} = \frac{t_0}{t_0+t},$$

also nach Gl. (3):

$$A = \eta \gamma \frac{t_0+t}{t_0 t} V \left[\left(1 - \frac{t_0}{t_0+t} \varrho \right) H - h - \frac{1+\varsigma}{2 g q^2} \left(\frac{t_0+t}{t_0 t} V \right)^2 \right] . . (7).$$

Durch diese Gleichung ist V bestimmt, dann A_0 durch Gl. (1). Ist jetzt A_1 die während der Zeit t zum Betriebe der Pumpe aufgewendete Arbeitsstärke, so ist nach den Gleichungen (5) und (1) mit

$$X = \frac{t}{t_0} V, \qquad u_0 = \frac{1}{q_0} \frac{V}{t_0}, \qquad u = \frac{1}{q} \frac{t_0+t}{t_0 t} V \ldots . . (8)$$

$$A_1 = \frac{\gamma}{\eta_0} \frac{V}{t_0} \left[(1-\varrho) H + h_0 + (1+\varsigma_0) \frac{u_0{}^2}{2g} \right]$$

und damit die in der ganzen Zeit $= t_0 + t$ aufgewendete Betriebsarbeit:

$$A_0 t_0 + A_1 t = \frac{\gamma V}{\eta_0} \left\{ \begin{array}{c} (1+\varrho) H + h_0 + (1+\varsigma_0) \frac{u_0{}^2}{2g} \\ + \frac{t}{t_0} \left[(1-\varrho) H + h_0 + (1+\varsigma_0) \frac{u_0{}^2}{2g} \right] \end{array} \right\}$$

$$= \frac{\gamma V}{\eta_0} \frac{t_0 + t}{t_0} \left[\left(1 + \frac{t_0 - t}{t_0 + t} \varrho \right) H + h_0 + (1+\varsigma_0) \frac{u_0{}^2}{2g} \right],$$

also der resultirende Wirkungsgrad mit Rücksicht auf Gl. (7):

$$\eta' = \frac{A t}{A_0 t_0 + A_1 t} = \eta_0 \eta \frac{\left(1 - \frac{t_0}{t_0 + t} \varrho \right) H - h - (1+\varsigma) \frac{u^2}{2g}}{\left(1 + \frac{t_0 - t}{t_0 + t} \varrho \right) H + h_0 + (1+\varsigma_0) \frac{u_0{}^2}{2g}} \quad . . (9).$$

Sind V und A_0 bestimmt, so wird durch nachträgliche Aenderung von t auch eine solche von A bedingt oder umgekehrt, und es fragt sich, welchem Werthe von t unter übrigens gleich bleibenden Umständen das Maximum von A entspricht und wie gross dieses Maximum ist? Zur Beantwortung dieser Frage werde mit

$$x = \frac{t_0 + t}{t_0 t} = \frac{1}{t_0} + \frac{1}{t}$$

der Ausdruck von A nach Gl. (7) geschrieben:

$$A = \eta \gamma V \left\{ \left[x - \left(x - \frac{1}{t_0} \right) \varrho \right] H - x h - \frac{1+\varsigma}{2 g q^2} x^3 V^2 \right\},$$

woraus mit $\alpha = (1-\varrho) H - h$ und $\beta = \frac{1+\varsigma}{2g} \left(\frac{V}{q} \right)^2$ . . . . (10)

folgt: $$A = \eta \gamma V \left(\frac{\varrho H}{t_0} + \alpha x - \beta x^3 \right) = max$$

für $$\alpha - 3 \beta x^2 = 0,$$

also $$x = \frac{1}{t_0} + \frac{1}{t} = \sqrt{\frac{\alpha}{3\beta}} = \frac{q}{V} \sqrt{\frac{2}{3} g \frac{(1-\varrho) H - h}{1+\varsigma}} \quad . . . . (11).$$

Indem dann $\alpha - \beta x^2 = \frac{2}{3} \alpha + \frac{1}{3} (\alpha - 3 \beta x^2) = \frac{2}{3} \alpha$

ist, ergiebt sich $A_{max} = \eta \gamma V \left(\frac{\varrho H}{t_0} + \frac{2}{3} \alpha x \right)$ . . . . (12).

Wenn übrigens die Vergrösserung von A, wie es meistens der Fall sein wird, mit Verkleinerung von t verbunden ist, so hat sie auch Verkleinerung des resultirenden Wirkungsgrades η' zur Folge, der nach Gl. (9) unter übrigens gleichen Umständen zugleich mit t zu- und abnimmt. —

Schliesslich ist zu bemerken, dass der hier besprochene hydraulische Accumulator anstatt als Gewichtsregulator auch als Federregulator ausgeführt werden könnte, insbesondere mit Luft als einem elastischen Körper, zu dessen Compression der zeitweilige Ueberschuss der Betriebsarbeit verwendet wird. Unter Beseitigung des belasteten Accumulatorkolbens wäre dann der ihn enthaltende Hohlcylinder durch ein oben geschlossenes Gefäss zu ersetzen, in welchem sich stark gepresste Luft über der Oberfläche des unten ein- und austretenden Wassers befindet. Die vorstehenden Gleichungen, in denen $\varrho = 0$ zu setzen und V als die gesammte Volumenänderung der abgesperrten Luft zu verstehen wäre, müssten dann namentlich mit Rücksicht auf die Veränderlichkeit der Wasserdruckhöhe H dieser Luft gewisse Aenderungen erleiden. Abgesehen von diesem letzteren möglicherweise störenden Umstande ist es indessen auch viel schwieriger, einen grossen Behälter luftdicht, als ihn wasserdicht herzustellen, besonders wenn es sich, wie hier, um Pressungen bis zu etwa 50 Atmosphären handelt, während zudem ein unvermeidlicher Mangel an Wärmedichtigkeit wegen theilweisen Verlustes der Luftcompressionswärme durch Leitung die hier fehlende Kolbenreibung reichlich aufwiegen kann, und ist deshalb die fragliche Ausführung des hydraulischen Accumulators als Federregulator in der That nicht üblich.

Wenn ferner statt einer Wasserdruckmaschine deren mehrere behufs Leistung verschiedener Nutzarbeiten durch das vom Accumulator kommende stark gepresste Wasser zu betreiben sind und die Arbeitszeiten t derselben nicht zusammenfallen, so kann dadurch die Aufgabe wesentlich complicirter werden und behufs ihrer rechnerischen Durchführung gewisse, den jeweiligen Umständen angepasste, vereinfachende Annahmen nöthig machen, hinsichtlich welcher indessen kaum eine allgemein gültige Regel aufzustellen ist.

Wenn endlich die Nutzarbeit der Wasserdruckmaschine, die im Vorhergehenden nicht näher charakterisirt und nur periodisch während je t Secunden als constant $= A$ pro Secunde vorausgesetzt wurde, insbesondere in periodischer Hebung einer Last bestände (hydraulischer Aufzug), so wäre die eine constante Hebungsgeschwindigkeit voraussetzende Annahme constanter Nutzarbeitsstärke A nicht ganz zulässig und würden dann wenigstens ausser den vorstehend erörterten, auf constante Mittelwerthe der betreffenden Grössen Bezug nehmenden Erwägungen noch verschiedene besondere Umstände in Betracht kommen, wie insbesondere das Aenderungsgesetz der (von Null an wachsenden und wieder bis Null abnehmenden) Geschwindigkeit jener Last bei ihrer Erhebung (wobei die vom Arbeitscylinder bis zum Ausgusse sich erstreckende Abflussröhre ausser Funktion ist), das Aenderungsgesetz der Geschwindigkeit des niedergehenden Förderkorbes (wobei als Leitungsröhre für das Wasser nur jene Abflussröhre in Funktion ist), die theilweise Ausgleichung des Eigengewichtes dieses Förderkorbes bezw. ihres Ersatzes durch andere zur Aufnahme der Nutzlast dienende Maschinentheile durch geeignete Gegengewichte, die Beziehung zwischen Last, Druckhöhe H im Accumulator, Querschnitt des Arbeitskolbens und dem (z. B. durch Kettengetriebe vermittelten) Geschwindigkeitsverhältnisse von Arbeitskolben und Förderkorb, sowie andere theils statische Verhältnisse, theils mechanische Massenwirkungen. Weil indessen solche Fragen mehr die Eigenthümlichkeiten einer gewissen Art von Arbeitsmaschinen, als die prinzipielle Wirksamkeit des Accumulators betreffen und deshalb in das Gebiet der im vierten Bande dieses Werkes zu besprechenden Aufgaben gehören, mag hier von ihrer Erörterung abgesehen werden.

§. 104. Beispiel.

Als Beispiel einer hydraulischen Accumulator-Anlage von der im vorigen Paragraph besprochenen Art werde angenommen für das Meter als Längeneinheit, die Secunde als Zeiteinheit und das Meterkilogramm als Arbeitseinheit:

$$A = 750; \quad t_0 = 600; \quad t = 120$$
$$H = 400; \quad h_0 = -10; \quad h = 10$$
$$\eta_0 = 0,85; \quad \eta = 0,8; \quad \varrho = 0,05.$$

Die für h_0 und h angenommenen Werthe entsprechen dem Falle, dass das Betriebswasser einem etwas höher, als der Accumulator, gelegenen Behälter entnommen werden und in denselben wieder zurückfliessen soll. Ist l_0 die Länge der Rohrleitung von diesem Behälter zur Pumpe und weiter zum Accumulator, l die Länge der Leitung von letzterem zur Wasserdruckmaschine und zurück zu jenem Behälter, so sei

$$l_0 = 200, \quad l = 240.$$

Um die Durchmesser d_0 und d dieser Leitungsröhren passend anzunehmen, etwa so, dass die mittleren Wassergeschwindigkeiten u_0 und u in ihnen wenig von 1 Meter pro Secunde verschieden sind, werde aus Gl. (7) im vorigen Paragraph ein vorläufiger Näherungswerth von V abgeleitet mit Vernachlässigung des von u abhängigen letzten Gliedes auf der rechten Seite dieser Gleichung. Man findet V nahe $= 0,25$ Cubikmeter und damit sowie mit $u_0 = u = 1$ nach (8) daselbst:

$$q_0 = 0{,}000417, \text{ also } d_0 = 0{,}023$$
$$q = 0{,}0025, \quad \text{„} \quad d = 0{,}056.$$

Hiernach werde angenommen:

$$d_0 = 0{,}025, \text{ also } q_0 = 0{,}000491$$
$$d = 0{,}06, \quad \text{„} \quad q = 0{,}002827.$$

Wenn nun die Leitungswiderstandscoefficienten der fraglichen Röhren mit $\lambda_0 \frac{l_0}{d_0}$ und $\lambda \frac{l}{d}$ bezeichnet werden, so wäre nach Bd. I, §. 90 bei Voraussetzung vollkommen cylindrischer Röhren

$$\lambda_0 = 0{,}0269 \text{ entsprechend } \frac{1}{u_0 d_0} = \frac{1}{d_0} = 40$$
$$\lambda = 0{,}0250 \quad \text{„} \quad \frac{1}{u d} = \frac{1}{d} = 17.$$

Mit Rücksicht auf etwaige Unvollkommenheiten der cylindrischen Form werde indessen

$$\lambda_0 = 1{,}1 \,.\, 0{,}0269 = 0{,}0296 \text{ und } \lambda = 1{,}1 \,.\, 0{,}025 = 0{,}0275$$

angenommen. Die entsprechenden Werthe von

$$\lambda_0 \frac{l_0}{d_0} = 237 \text{ und } \lambda \frac{l}{d} = 110$$

sind so gross, dass die Coefficienten sonstiger Widerstände dieser Röhren, z. B. etwaiger Krümmungswiderstände derselben, nach Schätzung berücksichtigt werden können. Gemäss den obwaltenden Umständen in dieser Hinsicht ergebe sich:

$$1 + \varsigma_0 = 240 \text{ und } 1 + \varsigma = 115.$$

Durch Einsetzung der Zahlenwerthe erhält nun die das Volumen V bestimmende Gleichung (7) die Form:

$$750 = 8\,V\left(373{,}3 - 115\,\frac{u^2}{2g}\right) \text{ mit } u = 3{,}537\,V.$$

Entsprechend dem obigen Näherungswerthe $V = 0{,}25$ ist danach

$$u = 0{,}884 \text{ und } \frac{u^2}{2g} = 0{,}0398$$

und ergiebt sich damit der corrigirte Werth:

$$V = 0{,}254 \text{ Cubikmtr.}$$

$$\text{entsprechend } u = 0{,}898;\ \frac{u^2}{2g} = 0{,}0411;\ (1 + \varsigma)\frac{u^2}{2g} = 4{,}7$$
$$u_0 = 0{,}862;\ \frac{u_0^{\,2}}{2g} = 0{,}0379;\ (1 + \varsigma_0)\frac{u_0^{\,2}}{2g} = 9{,}1.$$

Aus Gl. (1) im vorigen Paragraph folgt dann

$$A_0 = 208{,}7 \text{ Meterkgr.} = \frac{A}{3{,}6}$$

und aus Gl. (9) der resultirende Wirkungsgrad:

$$\eta' = 0{,}894 \,.\, 0{,}85 \,.\, 0{,}8 = 0{,}608 \,. —$$

Mit Hülfe desselben Accumulators von $V = 0{,}254$ Cubikmtr. wirksamem Inhalte und derselben Pumpe, die, mit der Arbeitsstärke $A_0 = 208{,}7$ betrieben, in $t_0 = 600$ Secunden ihn ganz zu füllen vermag, ferner mit Hülfe desselben Systems von Leitungsröhren und einer Wasserdruckmaschine mit dem Wirkungsgrade $\eta = 0{,}8$ würde höchstens eine Nutzarbeitsstärke $= A_{max}$, die durch Gl. (12) im vorigen Paragraph bestimmt ist, während eines durch Gl. (11) daselbst bestimmten kürzern Zeitraumes t geleistet werden können. Aus dieser letzten Gleichung findet man hier:

$$x = 0{,}051055 = \frac{1}{600} + \frac{1}{t}, \text{ also } t = 20{,}25$$

und dann nach Gl. (12) mit

$$\alpha = (1 - \varrho) H - h = 370$$

$$A_{max} = 2566 = 12{,}3\, A_0$$

mit einem übrigens erheblich reducirten resultirenden Wirkungsgrade, der, weil jetzt nach Gl. (8) daselbst

$$u = x\frac{V}{q} = 4{,}587 \text{ und somit } (1 + \varsigma)\frac{u^2}{2g} = 123{,}3$$

wäre, nach Gl. (9) sich ergäbe zu $\eta' = 0{,}402$.

IV. Regulatoren für Kraftmaschinen.

§. 105. Uebersicht.

Nach §. 87 sind die hier in Rede stehenden Regulatoren als Mechanismen zu bezeichnen, die dazu dienen, den Gang einer Kraftmaschine und damit auch den davon abhängigen Gang einer jeden von ihr zu treibenden Arbeitsmaschine bei veränderlicher Grösse der Nutzarbeitsstärke (in der Zeiteinheit geleisteter Nutzarbeit) der Kraftmaschine oder bei veränderlichem Bedarfe der Arbeitsmaschinen an Betriebsarbeitsstärke (Betriebsarbeit in der Zeiteinheit) selbstthätig möglichst gleichförmig zu erhalten, und zwar durch entsprechende Aenderung der von der Kraftmaschine in der

Zeiteinheit geleisteten Nutzarbeit, insbesondere dadurch, dass die Arbeitsflüssigkeit (motorische Substanz), die als Trägerin des zum Betriebe der Kraftmaschine disponiblen und von ihr in nutzbare mechanische Arbeit umzusetzenden Arbeitsvermögens dient, in entsprechend veränderter Menge zugelassen wird. Letzteres geschieht durch Aenderung der Grösse oder periodisch unterbrochenen Eröffnungsdauer einer Durchflussöffnung, abhängig von der Stellung eines Hahnes, Schiebers, Ventils oder einer ähnlichen Vorrichtung, die hier sammt den Gliedern, wodurch sie mit dem Regulator selbst verkettet ist, kurz und allgemein als Stellzeug bezeichnet werden soll. Der Gang der Kraftmaschine werde beurtheilt durch die Grösse der Winkelgeschwindigkeit ω einer Welle, welche, indem sie als Bestandtheil der Maschine die Verbindung derselben mit dem Regulator so vermittelt, dass seine Configuration von ω abhängt, im Folgenden kurz als Regulatorwelle bezeichnet werden soll.

Als die der Gleichförmigkeit des Ganges schädlichen Arbeitsänderungen, deren Einfluss auf Aenderung von ω durch die Wirksamkeit des Regulators möglichst compensirt werden soll, kommen hier nur solche in Betracht, die bei im Allgemeinen nicht periodischem Verlauf zu gross und von zu langer Dauer sind, als dass ein Schwungrad von praktisch zulässiger Masse und Winkelgeschwindigkeit die entsprechende Veränderlichkeit des Ganges der Maschine in hinlänglich engen Grenzen zu erhalten vermöchte, und zwar sind es vorzugsweise nicht Arbeitsänderungen der Triebkraft, die dann also durch entgegengesetzte Aenderungen dieser Betriebskraft nur rückgängig zu machen wären, sondern Aenderungen des Arbeitsbedarfes der Arbeitsmaschinen, also Aenderungen des gesammten Widerstandes, den die Kraftmaschine zu überwinden hat, und die selbst von verschiedenen Ursachen herrühren können. Mit Rücksicht darauf sind die hier in Rede stehenden Regulatoren zu unterscheiden als*:

1. Regulatoren, die durch dieselbe Ursache in Thätigkeit gesetzt werden, welche den Widerstand ändert;

2. Regulatoren, welche durch die erfolgte Aenderung des Widerstandes in Thätigkeit kommen;

3. Regulatoren, die erst durch die eingetretene Geschwindigkeitsänderung wirksam werden.

---

* Siehe J. Lüders: „Ueber die Regulatoren“. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure. 1861. S. 60. Dieser Aufsatz, der eine werthvolle und sehr vollständige Uebersicht der damals bekannt gewesenen Regulatoren nebst wissenschaftlicher Besprechung ihrer Eigenschaften enthält, liegt in mancher Hinsicht der folgenden Darstellung zum Grunde.

Im Anschlusse an die von Reuleaux* für die Regulatoren der 2ten und 3ten Classe gewählten Bezeichnungen mögen die der beiden ersten Classen zusammen dynamometrische, die der dritten Classe tachometrische Regulatoren genannt werden. Der Umstand, dass letztere das zu vermindernde Uebel erst bis zu gewissem Grade anwachsen lassen müssen, bevor sie es bekämpfen können, bedingt einen nur theoretischen Mangel, denn praktisch genügt es, die Geschwindigkeitsschwankungen in gewisse Grenzen einzuengen; darin aber, dass ihre Wirksamkeit von den Ursachen der Ungleichförmigkeit des Ganges unabhängig ist, liegt ein wesentlicher und um so grösserer Vortheil, je vielfältiger jene Ursachen sein können. Thatsächlich haben auch die unter 3. genannten Regulatoren viel allgemeinere Anwendung, als die unter 1. und 2. genannten gefunden.

Jede Aenderung der Configuration eines solchen Regulators erfordert die Ueberwindung gewisser Bewegungswiderstände, besonders derjenigen des Stellzeuges, falls er mit diesem zwangläufig verkettet ist. Wenn im Beharrungszustande der Maschine, entsprechend der Winkelgeschwindigkeit ω der Regulatorwelle, jene Widerstände weder im einen noch im umgekehrten Sinne auch nicht theilweise entwickelt sind, so muss deshalb ω bis zu einer gewissen Grösse ω_1 wachsen oder bis ω_2 abnehmen, bevor die Configurationsänderung entgegen den im einen oder andern Sinne vollständig entwickelten Bewegungswiderständen eintreten kann. Der Quotient

$$\varepsilon = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

heisse dann der Unempfindlichkeitsgrad des Regulators, analog dem früher in §. 92 definirten Ungleichförmigkeitsgrade δ des Ganges einer Maschine, bezw. eines Punktes, auf den die bewegten Massen einer Maschine reducirt werden. Soll auch natürlich diese Grösse ε klein sein, so darf sie doch nicht beliebig klein, jedenfalls dann, wenn ω unbeschadet eines unveränderlichen Mittelwerthes periodisch veränderlich ist, nicht kleiner sein, als der Ungleichförmigkeitsgrad (§. 92) dieser periodischen Bewegung. Denn sonst würde der Regulator schon für die kleinen Geschwindigkeitsänderungen in den einzelnen je eine kleinere Zeitdauer umfassenden Perioden empfindlich und ein unruhiger Gang der Maschine die Folge davon sein. Während vielmehr die periodischen Geschwindigkeitsänderungen durch Schwungräder in engere Grenzen eingeschlossen werden, sollen die hier in Rede stehenden Regulatoren thatsächlich nur bewirken, dass die mittleren Geschwindigkeiten für die auf einander folgenden Perioden möglichst wenig

---

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1859, S. 165.

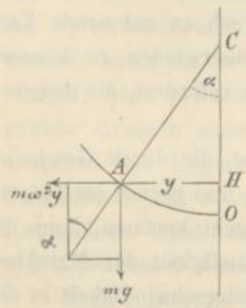
unter sich verschieden, nämlich nicht viel verschiedener seien, als die augenblicklichen Geschwindigkeiten in den einzelnen Perioden. Auch ist zu berücksichtigen, dass der Unempfindlichkeitsgrad, indem er durch den Bewegungswiderstand bedingt wird, mit diesem zugleich zu- und abnimmt, und dass deshalb das für den Regulator in Anspruch zu nehmende Vermögen, diesen Widerstand von gewisser Grösse überwinden zu können, nothwendig eine gewisse entsprechende Grösse von ε erfordert, die meistens $=0{,}04$ bis $0{,}05$ angenommen werden kann.

Bei diesen tachometrischen Regulatoren, die durch Geschwindigkeitsänderungen in Wirksamkeit gesetzt werden und ebenso im Folgenden wie in der Praxis fast ausschliesslich in Betracht kommen, kann die Abhängigkeit ihrer Configuration von der Geschwindigkeit der Maschine, nämlich von der dieselbe charakterisirenden Winkelgeschwindigkeit ω der Regulatorwelle von zweifach verschiedener Art sein. Wenn nämlich ein Gleichgewichtszustand des Regulators, bei welchem der Bewegungswiderstand gegen seine Configurationsänderung in keinem Sinne und in keinem Theilbetrage entwickelt ist, als mittlerer Gleichgewichtszustand bezeichnet wird, so kann es entweder der Fall sein, dass in solchem mittleren Gleichgewichtszustande jedem Werthe von ω nur eine bestimmte Configuration des Regulators, einer stetigen Folge wechselnder Geschwindigkeiten somit auch eine stetige Folge verschiedener Configurationen entspricht, oder es kann der Regulator überhaupt nur bei einer bestimmten Geschwindigkeit, bei dieser aber in jeder an sich möglichen Configuration sich in mittlerem Gleichgewichtszustande befinden. Wenn, abgesehen von Bewegungswiderständen, die Configuration des Regulators durch eine vorübergehende Kraftwirkung verändert wird, so kehrt er beim Aufhören der letzteren im ersten Falle in seine frühere Gleichgewichtslage zurück, im zweiten nicht. Indem also das Gleichgewicht des Regulators in jenem Falle stabil, in diesem indifferent ist, könnten die Regulatoren dieser zwei Arten selbst als stabile und indifferente unterschieden werden; doch ist es üblich geworden, sie mit Reuleaux bezw. als statische und astatische Regulatoren zu bezeichnen. Während jene den allgemeinen, stellen diese einen Grenzfall dar; sie würden nur einem Uebergangsfalle, nämlich zum Falle des labilen Gleichgewichtes entsprechen, wenn solches nicht von vornherein als unzulässig hier ausgeschlossen wäre.

Zu näherer Erläuterung des bemerkten Artunterschiedes diene das folgende Beispiel, das zugleich als ideale, aller Nebenumstände entkleidete Ausführung eines sogenannten, demnächst noch eingehender zu besprechenden, Centrifugalregulators von Interesse ist: Fig. 109. Mit der verticalen

Axe OC der Regulatorwelle sei die ebene Curve OA so verbunden, dass ihre durch OC gehende Ebene zusammen mit der Regulatorwelle rotirt. Auf dieser Curve sei ohne Reibung ein materieller Punkt von der Masse m beweglich, dessen Lagenänderung die Bewegung des Stellzeuges vermittelt. Die Lage A dieses Punktes in der Entfernung $HA = y$ von der Axe OC ist dann bei der Winkelgeschwindigkeit ω der Regulatorwelle eine Gleichgewichtslage, wenn die Resultante der auf den Punkt wirkenden Kräfte, nämlich der im Sinne CO wirkenden Schwerkraft $= mg$ und der im Sinne HA wirkenden Centrifugalkraft $= m\omega^2 y$ in die Richtung der Normale CA für den Punkt A der Leitcurve fällt, wenn also, unter α den Winkel OCA und unter $h = y\,cotg\,\alpha$ die Subnormale CH verstanden,

Fig. 109.



$tg\,\alpha = \frac{y}{h}$

$$tg\,\alpha = \frac{\omega^2 y}{g} \text{ oder } \omega^2 = \frac{g}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

ist. Indem hiernach das Gleichgewicht einen mit wachsendem Werthe von ω abnehmenden Werth von h erfordert, mit wachsender Winkelgeschwindigkeit aber der materielle Punkt durch die entsprechend vergrösserte Centrifugalkraft weiter von der Axe weg getrieben wird, so ist ein solcher Regulator statisch, wenn die Subnormale der Leitcurve im Sinne von O gegen A, nämlich mit wachsender Entfernung des betreffenden Punktes von der Axe OC abnimmt, wie es z. B. dann der Fall ist, wenn die Leitcurve ein Kreisbogen mit dem Mittelpunkte C oder allgemeiner ein nach oben concaver Ellipsenbogen mit der Hauptaxe OC ist. Ist aber diese Curve eine Parabel mit der Hauptaxe OC, so ist die Subnormale constant $= p$, entsprechend mit $OH = x$ der Parabelgleichung: $y^2 = 2px$. Nach Gl. (2) ist dann das Gleichgewicht nur für die Winkelgeschwindigkeit:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{h}} = \sqrt{\frac{g}{p}}$$

möglich, für diese aber bei jeder Lage A des materiellen Punktes; der Regulator ist astatisch. Wäre endlich die Leitcurve ein nach oben concaver Hyperbelbogen mit OC als Hauptaxe, so würde mit wachsender Winkelgeschwindigkeit, also wachsender Entfernung des Punktes A von der Axe, die Subnormale h selbst wachsen im Widerspruch mit Gl. (2).

Das Gleichgewicht des materiellen Punktes an einer gewissen Stelle A wäre labil; bei geringster Störung desselben würde er sich bis zum Scheitelpunkte O, bezw. bis zum äussersten Punkte der Leitcurve bewegen. Die Vorrichtung wäre als Regulator nicht brauchbar.

Die relative Lage der Glieder eines Regulators oder seine Configuration (z. B. die Lage des materiellen Punktes in seiner Leitcurve für den durch Fig. 109 dargestellten idealen Fall) ist zwischen zwei Grenzlagen veränderlich, die als obere und untere Grenzlage unterschieden werden mögen, beziehungsweise entsprechend dem Maximum und Minimum von ω. Ist dann insbesondere bei mittlerem Gleichgewichtszustande der Werth von ω für die obere Grenzlage $= \omega'$, für die untere $= \omega''$, so würde der Ausdruck

$$\delta = 2\,\frac{\omega' - \omega''}{\omega' + \omega''} \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (3)$$

als Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators, nämlich analog §. 92 als der durch ihn noch zugelassene Ungleichförmigkeitsgrad der Bewegung der betreffenden Maschine bezeichnet werden können, wenn die Configurationsänderung des Regulators ohne Widerstand und bei irgend einer bestimmten Aenderung des Gesammtwiderstandes der Maschine ohne Schwingungen stets nur in ebenso bestimmtem Sinne, die Geschwindigkeitsänderung der Maschine selbst ohne Schwankungen in entsprechendem Sinne stattfände; denn bei der Zufälligkeit des Gesetzes, nach welchem sich ω hier zwischen den Grenzen ω' und ω'' ändert, ist das arithmetische Mittel $= \frac{\omega' + \omega''}{2}$ am einfachsten und passendsten als Mittelwerth von ω zu betrachten. Mit Rücksicht darauf aber, dass sich der Regulator entgegen gewissen Bewegungswiderständen jenen Grenzlagen nähert, wird thatsächlich (immer noch abgesehen von Schwingungen) die obere bei einer Winkelgeschwindigkeit der Regulatorwelle erreicht, die etwas $> \omega'$, die untere bei einer solchen, die etwas $< \omega''$ ist, und zwar kann erstere $= \omega'\left(1 + \frac{\varepsilon'}{2}\right)$, letztere $= \omega''\left(1 - \frac{\varepsilon''}{2}\right)$ gesetzt werden, falls der von seiner Configuration möglicherweise abhängige Unempfindlichkeitsgrad des Regulators für die obere Grenzlage $= \varepsilon'$, für die untere $= \varepsilon''$ ist. Hiernach ist der resultirende Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators zu setzen:

$$\Delta = 2\,\frac{\omega'\left(1 + \frac{\varepsilon'}{2}\right) - \omega''\left(1 - \frac{\varepsilon''}{2}\right)}{\omega' + \omega''} = \delta + \frac{\omega'\varepsilon' + \omega''\varepsilon''}{\omega' + \omega''} \quad \dots \quad (4).$$

Uebrigens pflegt die Grösse ε, wenn überhaupt, dann doch nur wenig mit der Lage des Regulators veränderlich zu sein, und wenn deshalb $\varepsilon' = \varepsilon'' = \varepsilon$ gesetzt wird, unter ε nöthigenfalls einen Mittelwerth verstanden, so ist nach Gl. (4):

$$\varDelta = \delta + \varepsilon \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Bei einem astatischen Regulator ist $\omega' = \omega''$, also $\delta = 0$ und $\varDelta = \varepsilon$ so klein wie möglich. Indessen wird dieser Vorzug durch grössere Uebelstände mehr als aufgewogen, wie folgende Ueberlegung erkennen lässt. Wenn von einem solchen Zustande aus gerechnet, wobei sich der Regulator in mittlerem Gleichgewichtszustande befindet, die Geschwindigkeit der Maschine und somit ω in Folge einer eingetretenen Minderung des Gesammtwiderstandes wächst, so kommt der Regulator, sobald ω bis ω_1 gewachsen ist, in Wirksamkeit, d. h. in relative Bewegung solchen Sinnes, dass durch die entsprechende Bewegung des Stellzeuges der Zufluss motorischer Substanz und somit die mittlere Grösse der Triebkraft vermindert wird. Hat diese Verminderung einen solchen Grad erreicht, dass dadurch ein neuer Beharrungszustand der Maschine ermöglicht wird mit einer mittleren Geschwindigkeit, für welche sich der Regulator bei seiner augenblicklichen Configuration in mittlerem Gleichgewichtszustande befände, so ist thatsächlich doch ω in diesem Augenblicke noch grösser, als der jenem mittleren Gleichgewichtszustande entsprechende Werth, weil die betreffende Lage des Regulators unter Ueberwindung eines gewissen ihm eigenthümlichen Bewegungswiderstandes erreicht werden musste. Der Regulator bleibt also vorläufig noch in relativer Bewegung im Sinne gegen die obere Grenzlage hin um so mehr, als die der Geschwindigkeit dieser relativen Bewegung entsprechende lebendige Kraft seiner beweglichen Glieder einen plötzlichen Stillstand nicht zulässt; auch kommt dabei in Betracht, dass die Reibung im Zustande der Bewegung meistens wesentlich kleiner, als bei beginnender Bewegung ist und dass deshalb nach Beginn der relativen Bewegung des Regulators ein gewisser Theil der bis dahin vom Bewegungswiderstande aufgehobenen bewegenden Kraft zur Beschleunigung und somit zur Erzeugung jener relativen lebendigen Kraft des Regulators selbst dann disponibel werden würde, wenn ω gar nicht über ω_1 hinaus zunähme. So kann es der Fall sein, dass, wenn endlich der Zustand relativer Ruhe erreicht ist, der Regulator bereits so weit über seine den veränderten Umständen im Beharrungszustande entsprechende Gleichgewichtslage hinaus gelangte, dass in Folge des jetzt übermässig verminderten Zuflusses motorischer Substanz der entsprechende Werth von ω schon kleiner, als der betreffende Grenzwerth ω_2, somit alsbald eine rückgängige Relativbewegung des Regulators die nothwendige Folge ist. Bei ihr machen ähnliche Umstände in umgekehrtem Sinne sich geltend, und kann es so geschehen, dass der Regulator dauernd zwischen zwei Grenzlagen hin und her geht und entsprechend die Geschwindigkeit der Maschine zwischen zwei Grenzwerthen schwankt um so mehr, je mehr der Regulator seine den veränderten Umständen entsprechende Gleichgewichtslage überschreiten kann, am meisten also jedenfalls bei astatischen Regulatoren, bei denen solche Lagenänderung nur durch Bewegungswiderstände und nicht zugleich durch Gleichgewichtsstörung der übrigen Kräfte erschwert ist. In der That hat sich bei der Anwendung astatischer Regulatoren vielfach ein unruhiger Gang der Maschine als Uebelstand gezeigt, und sind ihnen deshalb in neuerer Zeit statische Regulatoren mit zwar passend verkleinerten, niemals aber bis Null verkleinerten Werthen von δ mit Recht vorgezogen worden. Die denselben nicht sehr passend beigelegte Bezeichnung: „pseudoastatische Regulatoren“ rührt daher, dass es bei ihrer Construction ursprünglich beabsichtigt war, dem Zustande eines indifferenten mittleren Gleichgewichtes so viel wie möglich nahe zu kommen, und dass es irriger Weise als ein Mangel betrachtet wurde, wenn dies nur unvollkommen gelang.

Ist auch diese vorläufige Erörterung der Mangelhaftigkeit eines astatischen Regulators durchaus nicht erschöpfend, insofern dabei namentlich von der Art seiner Verbindung mit dem Stellzeuge und vom Einflusse der Trägheit der bewegten Massen der zu regulirenden Maschine selbst abstrahirt wurde, so darf doch die Verwerflichkeit eines vollkommen astatischen Regulators auch ohne weitere Prüfung wenigstens dann schon jetzt als unzweifelhaft gelten, wenn sein astatischer Charakter auf solchen Umständen beruht, dass er durch die geringfügigste Unvollkommenheit seiner Ausführung oder nachträglich eintretende Aenderung seiner Verhältnisse in einen als Regulator offenbar ganz unbrauchbaren Mechanismus mit labilem relativem Gleichgewichtszustande übergehen könnte. —

Hinsichtlich der Art, wie ein Regulator mit dem Stellzeuge verbunden wird, sind zwei Fälle zu unterscheiden:

a) Der Regulator ist in zwangläufiger Verkettung mit dem Stellzeuge, so dass die Stellungsänderung des letzteren nur durch entsprechende Aenderung der Configuration des ersteren herbeigeführt werden kann, die daher auch zwischen weiteren Grenzen veränderlich sein muss, entsprechend einerseits der vollständigen Absperrung und andererseits dem Maximum der Zuflussöffnung oder der Zuflussdauer der motorischen Substanz, z. B. bei Dampfmaschinen der ganz geöffneten Drosselklappe oder dem Maximum des Füllungsgrades. Indem ein solcher Regulator selbst das Stellzeug bewegt, kann er direct wirkend genannt werden.

b) Bei normaler Geschwindigkeit ist der Regulator und überhaupt die Maschine ausser Verbindung (kinematischer Verkettung) mit dem Stellzeuge, und es wird (bei üblicher Anordnung: siehe §. 122) diese Verbindung nur dadurch hergestellt, dass in Folge einer kleinen Geschwindigkeitsänderung die zwischen engen Grenzen veränderliche Configuration des Regulators die eine oder andere Grenze erreicht. Indem also ein solcher nicht selbst das Stellzeug bewegt, sondern nur die zu regulirende Maschine oder auch einen besonderen Hülfsmotor zwingt, dies zu thun, ist er als indirect wirkend zu bezeichnen.

Denkt man z. B. bei dem oben besprochenen idealen Centrifugalregulator (Fig. 109) den materiellen Punkt *A* durch eine starre Linie mit einem in der Regulatoraxe *OC* beweglichen Punkt *B* verbunden, der etwa als eine mit der Regulatorwelle prismatisch gepaarte Hülse materiell ausgeführt sein mag, so ist dieser Regulator direct wirkend, wenn die Hülse z. B. vermittels einer ihre Halsnuth umgreifenden Gabel unmittelbar und beständig mit dem Stellzeuge verkettet ist, so dass jede Verschiebung der Hülse eine entsprechende Lagenänderung des Stellzeuges zur Folge hat; dagegen ist der Regulator indirect wirkend, wenn etwa die Hülse, zwischen gewissen Grenzlagen unabhängig vom Stellzeuge verschieblich, in diesen Grenzlagen selbst die Kuppelung der Regulatorwelle mit dem einen oder anderen Endgliede eines Wendegetriebes vermittelt, so dass dadurch von der Regulatorwelle aus die Bewegung des Stellzeuges im einen oder anderen Sinne bewirkt wird.

Mit Rücksicht darauf, dass die Configurationsänderung eines indirect wirkenden Regulators nur durch seine eigenen Bewegungswiderstände, nicht zugleich durch diejenigen des Stellzeuges erschwert wird und dass auch diese Aenderungen zwischen weit engeren Grenzen stattfinden, ist sowohl sein Unempfindlichkeitsgrad ε wie auch (bei Voraussetzung eines mehr oder weniger statischen Charakters) sein Ungleichförmigkeitsgrad Δ kleiner, als für einen direct wirkenden unter übrigens gleichen Umständen. Abgesehen davon indessen, dass der Ungleichförmigkeitsgrad Δ des Regulators selbst von demjenigen des Ganges der durch ihn regulirten Maschine unterschieden werden muss, welch' letzterer in Folge grösserer Geschwindigkeitsschwankungen beim Uebergange aus einem Beharrungszustande in einen anderen hier grösser, als bei einem direct wirkenden Regulator sein kann, pflegt letzterer schon seiner grösseren Einfachheit wegen meistens vorgezogen zu werden. Ist aber der Bewegungswiderstand des Stellzeuges von beträchtlicher Grösse, wie z. B. bei hydraulischen Kraftmaschinen behufs Aenderung der Aufschlagwassermenge durch Verstellung der Schütze, so ist die indirecte Wirkung vorzuziehen und kaum vermeidlich. *Jedenfalls ist dabei in noch höherem Grade, als bei directer Wirkung, ein hinlänglich statischer Charakter, d. h. genügende Stabilität des Regulators unerlässlich*, weil die sonst nach obiger Auseinandersetzung zu befürchtende beständige Schwankung desselben zwischen zwei Grenzlagen und der Maschine zwischen zwei Grenzgeschwindigkeiten (nicht zu verwechseln mit der unvermeidlichen Geschwindigkeitsänderung in den einzelnen Perioden bei periodischem Gange) dann um so leichter eintreten würde, je enger die Grenzen sind, zwischen denen hier die Configuration des Regulators veränderlich ist, und ausserdem deshalb schädlicher wäre, weil hier durch die Kuppelung der Regulatorwelle mit dem Stellzeuge im einen oder anderen Sinne nicht nur das mässige Arbeitsvermögen des Regulators selbst, sondern das grosse Arbeitsvermögen der ganzen Maschine zu ungehöriger Bewegung des Stellzeuges disponibel werden kann. Selbst die Verminderung der Stabilität durch solche demnächst näher zu besprechende Einrichtungen, wie sie den sogenannten pseudoastatischen Regulatoren eigenthümlich und bei directer Wirkung vortheilhaft sind, würde bei indirecter Wirkung durch nichts begründet sein, da der Ungleichförmigkeitsgrad Δ wegen Kleinheit des Unterschiedes zwischen ω' und ω'' für die wenig verschiedenen Grenzlagen des Regulators hier fast gar nicht vom Stabilitätsgrade abhängt. —

Diesen allgemeinen Bemerkungen über die Eigenschaften direct oder indirect wirkender Regulatoren lag zunächst die Voraussetzung einer solchen Einrichtung zum Grunde, durch welche die regulirende Wirkung lediglich von der augenblicklich stattfindenden Configuration des Regulators an sich abhängig gemacht wird, unabhängig davon, ob ihre Abweichung von der mittleren Configuration in der Zunahme oder Abnahme begriffen ist. Indessen sind auch und zwar sowohl direct wie indirect wirkende Regulatoren so eingerichtet worden, dass sie nur dann reguliren, nämlich Bewegung des Stellzeuges direct oder indirect bewirken, wenn und so lange ihre Configuration sich von der mittleren entfernt, wobei die Erwägung zum Grunde liegt, dass die störenden Geschwindigkeitsschwankungen beim Uebergange von einem Beharrungszustande in einen anderen grossen Theils dadurch verursacht werden, dass der Regulator in unverändertem Sinne den Zufluss der motorischen Substanz auch dann noch zu ändern fortfährt, wenn, nachdem durch seine Vermittelung die zu gross oder zu klein gewordene Geschwindigkeit wieder zur Abnahme oder Zunahme, also zur Annäherung an die Normalgeschwindigkeit gebracht worden ist, er selbst gegen die Mittellage hin zurückgeht. Je nachdem letzteres der Fall ist, oder aber nur bei Vergrösserung des Unterschiedes der Configuration des Regulators von der mittleren die entsprechende Bewegung des Stellzeugs bewirkt wird, kann er als zweiseitig oder einseitig, doppelt oder einfach wirkend bezeichnet werden, auch mit Bodemer und Müller-Melchiors* als continuirlich oder intermittirend wirkend. Ein Regulator der letzteren Art muss selbst dann, wenn er indirect wirkend angeordnet wird, Configurationsänderungen zwischen weiteren Grenzen gestatten, womit dann auch ein weniger statischer Charakter nicht als ebenso unmotivirt ausgeschlossen zu werden braucht wie bei indirect continuirlicher Wirkung. —

Ausser den im Vorhergehenden besprochenen Umständen kommen zur Beurtheilung der Eigenschaften eines Regulators namentlich noch in Betracht: die Möglichkeit und Leichtigkeit der Adjustirung, d. h. der Umstand, ob und wie die zugehörige Normalgeschwindigkeit ω den Umständen entsprechend verändert werden kann, und ferner die Energie. Was diese letztere Eigenschaft betrifft, so wurde schon früher hervorgehoben, dass ein Regulator, um in Wirksamkeit zu kommen, einen um so grösseren Widerstand zu überwinden vermag, je mehr auf Empfindlichkeit verzichtet, ein je grösserer Unempfindlichkeitsgrad ε also zugelassen wird. Indem aber ε über eine gewisse Grenze hinaus nicht wachsen darf und doch der Regulator, wenigstens bei directer Wirkung, einen möglichst grossen Widerstand zu überwinden im Stande sein soll, ist das Verhältniss dieses Widerstandes W zum Unempfindlichkeitsgrade ε als ein Maass der Fähigkeit zu betrachten, mit gewisser Empfindlichkeit der Wirkung einen gewissen Widerstand überwinden zu können, und es werde dieses Verhältniss:

$$E = \frac{W}{\varepsilon} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

als die Energie des Regulators bezeichnet, indem dabei W als reducirter Bewegungswiderstand des Regulators verstanden wird, reducirt nämlich (d. h. angreifend und im entgegengesetzten Bewegungssinne des Angriffspunktes wirkend) auf die Hülse, überhaupt auf das bewegliche Glied, das bei directer Wirkung unmittelbar, bei indirecter mittelbar die Bewegung des Stellzeugs veranlasst. Namentlich im ersten Falle ist die Brauchbarkeit des Regulators in hohem Grade durch einen möglichst grossen Werth von E bedingt. —

---

* Dingler's polytechnisches Journal, 1876, Bd. 222, S. 505.

Schliesslich ist zu bemerken, dass die lediglich statischen Eigenschaften eines tachometrischen Regulators, die durch seine Energie, seinen Unempfindlichkeits- und Ungleichförmigkeitsgrad zu mathematischem Ausdrucke gebracht werden, das Verhalten und den Werth desselben nur unvollständig bestimmen, dass vielmehr zu vollständiger Beurtheilung wesentlich auch die mechanische Untersuchung des Gesetzes gehört, nach welchem bei eingetretener Störung des Gleichgewichtes zwischen Triebkraft und Widerstand (Nutz- und Bewegungswiderstand) der Uebergang aus dem früheren in einen neuen Beharrungszustand des Regulators selbst und der durch ihn zu regulirenden Maschine sich vollzieht; denn es kann der Fall sein, dass dieser Uebergang mit solchen Schwingungen des Regulators und Schwankungen der Maschinengeschwindigkeit verbunden ist, dass der Unterschied zwischen grösster und kleinster Geschwindigkeit bei diesen Schwankungen und somit der entsprechende Ungleichförmigkeitsgrad wesentlich grösser ist, als derjenige, der dem früheren und dem neuen Beharrungszustande entspricht. Die erschöpfende Untersuchung dieses Einflusses eines Regulators auf den Gang der betreffenden Maschine ist mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden, indem dabei ausser seinem Stabilitätsgrade und der directen oder indirecten, continuirlichen oder intermittirenden Wirkung, deren Eigenthümlichkeiten durch jene Untersuchung erst in volles Licht gesetzt werden können, noch manche andere Umstände wesentlich mit in Betracht kommen, insbesondere die Trägheit der Massen des Regulators selbst und der zu regulirenden Maschine, ferner die Art, wie Triebkräfte und Widerstände eventuell von der Maschinengeschwindigkeit abhängen, und die Art der Einwirkung des Stellzeuges auf den Zufluss der motorischen Substanz, somit auch das Gesetz, nach welchem die Grösse der Triebkraft von der Lage des Stellzeuges abhängt. So sehr sich deshalb auch die Erfindung auf dem Gebiete des Maschinenbaues seit Jahren mit besonderer Vorliebe den Regulatoren für Kraftmaschinen zugewendet und eine nur schwer übersehbare reichhaltige Literatur zur Folge gehabt hat, so sind dabei doch fast nur die kinematischen und statischen Eigenschaften in Betracht gezogen worden, während die mechanische Untersuchung viel weniger ausgebildet ist, und zwar hauptsächlich in allgemeinen Zügen von J. Lüders* und nach seinem Vorgange mit specielleren Anwendungen auf bestimmte Fälle von L. Kargl.** Im Folgenden soll es sich zunächst um eine übersichtliche Classification und Rücksichtnahme auf die statischen

---

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrgang 1865, S. 402.

** Der Civilingenieur, Jahrgang 1871, S. 265 und S. 385; Jahrgang 1873, S. 422.

Eigenschaften der Regulatoren handeln, bevor auf die mechanische Untersuchung der tachometrischen und besonders der Centrifugalregulatoren in einem letzten Abschnitte eingegangen wird, der indessen auf erschöpfende Behandlung keinen Anspruch macht. Beispiele von indirecter und von intermittirender Wirkung werden vorher in §. 122 und in §. 123 besprochen.

a. Dynamometrische Regulatoren.

§. 106. Regulatoren, welche durch dieselbe Ursache in Thätigkeit gesetzt werden, die den Widerstand ändert.

Wegen grösstmöglicher Unmittelbarkeit ihrer Wirkung könnten solche Regulatoren auf den ersten Blick als die vollkommensten erscheinen, indem es denkbar ist, dass durch die Gleichzeitigkeit der Aenderung des Widerstandes und der durch den Regulator vermittelten, von derselben Ursache herrührenden Aenderung der bewegenden Kraft eine Geschwindigkeitsänderung ganz verhindert wird. Indessen ist zu berücksichtigen, dass eine solche nicht nur von einer Aenderung des Widerstandes, sondern auch von einer Aenderung der bewegenden Kraft herrühren kann, z. B. bei Windrädern als Folge veränderlicher Windstärke, bei hydraulischen Kraftmaschinen in Folge veränderlichen Gefälles, bei Dampfmaschinen wegen ungleichmässiger Feuerung und entsprechender Verdampfung im Kessel, oder wenn eine Dampfmaschine die Wirkung einer variablen anderen Triebkraft nur ergänzen, z. B. eine Schiffsmaschine den veränderlichen Winddruck auf die Segel unterstützen soll. Aenderungen der Geschwindigkeit, die von solchen Aenderungen der Triebkraft herrühren, würden durch entsprechende Aenderung der Zuflussmenge der motorischen Substanz (bedingt bei Windrädern durch die bedeckte Flügelfläche, bei hydraulischen Motoren durch die Schützenöffnung, bei Dampfmaschinen durch die Oeffnung des Zulassventils oder durch den Expansionsgrad des Dampfes) zu compensiren sein, werden aber thatsächlich durch Regulatoren von der hier in Rede stehenden Art nicht verhindert oder rückgängig gemacht, so dass diese schon deshalb nur in solchen Fällen nützliche Anwendung finden können, in denen es, wie bei Dampfschiffen, weniger auf Einhaltung einer Normalgeschwindigkeit, als auf den Schutz der Maschine gegen die schädliche Wirkung schnell eintretender und bedeutender Aenderungen des Widerstandes ankommt. Ausserdem liegt es in der Natur der Sache, dass ein Regulator dieser Art im Allgemeinen nur gegen eine einzige Ursache der Aenderung des Widerstandes empfindlich ist, während dergleichen besonders bei Kraftmaschinen, die ausgedehnte Gruppen von Arbeitsmaschinen zu treiben haben, thatsächlich sehr mannigfach sich geltend machen können.

Hiernach ist es erklärlich, wenn Regulatoren dieser Classe, so viel bekannt, bisher nur bei Schiffsdampfmaschinen praktische Anwendung gefunden haben. Es handelt sich hier darum, dass, wenn durch Schlingern des Schiffes (Drehung um eine Längsaxe) ein Schaufelrad allzu tief in das Wasser eingetaucht wird, somit einen schnell und beträchtlich vergrösserten Widerstand findet, sofort durch dieselbe Ursache das Dampfzulassventil weiter geöffnet, oder wenn durch das Stampfen des Schiffes (Drehung um eine Queraxe) die Schiffsschraube theilweise aus dem Wasser gehoben wird und dadurch die Maschine in beschleunigte Bewegung zu kommen droht, sofort das Ventil mehr geschlossen werde. Das zu bewirken ist auf zweierlei Weise versucht worden: durch ein mit der Drosselklappe verbundenes schweres Pendel, das dieselbe entsprechend dreht, indem es, beständig fast ganz vertical hängend, den Schwankungen des Schiffes relativ folgt, sowie auch durch Jensen's sogenannten Marine Governor, einen in der Schiffswand befestigten, nach aussen und innen offenen Cylinder mit einem darin anschliessend beweglichen, mit der Drosselklappe verbundenen Kolben, dessen Gleichgewichtslage durch den von aussen wirkenden veränderlichen hydrostatischen Druck und durch einen von innen wirkenden, mit der Einwärtsbewegung des Kolbens zunehmenden Federdruck bedingt wird.

§. 107. Regulatoren, die durch Aenderungen des Widerstandes in Thätigkeit kommen.

Haben auch solche Regulatoren nicht die mangelhafte Einseitigkeit der in §. 106 besprochenen, nur gegen eine bestimmte Ursache der Widerstandsänderung empfindlich zu sein, so theilen sie doch mit ihnen den Mangel, dass sie solche Geschwindigkeitsänderungen nicht hindern oder rückgängig machen, die von einer Aenderung der Triebkraft herrühren. Von einer bestimmten oder zwischen engen Grenzen liegenden Normalgeschwindigkeit kann deshalb auch bei ihnen nicht die Rede sein.

Wenn freilich der Widerstand, wie z. B. bei Schiffen, eine Function der Geschwindigkeit ist, so könnte es scheinen, dass Regulatoren dieser Art mittelbar auch durch Triebkraftänderungen bedingte Geschwindigkeitsänderungen reguliren könnten, indem dieselben durch die entsprechenden Widerstandsänderungen auf den Regulator einwirken. In der That aber ist das deshalb nicht der Fall, weil der Widerstand, wenn er überhaupt von der Geschwindigkeit abhängt, dann jedenfalls gleichzeitig mit ihr ab- und zunehmen wird, der Regulator aber natürlich so eingerichtet sein muss, dass er bei zu- oder abnehmendem Widerstande auch die Triebkraft im ersten Falle vergrössert, im zweiten verkleinert. Nähme nun letztere selbständig z. B. ab, so würde entsprechend die Geschwindigkeit und damit der Widerstand abnehmen, der Regulator folglich die Triebkraft noch mehr verkleinern und somit das Uebel noch vergrössern.

Jedenfalls müsste, wenn der Regulator wenigstens eine von einer Widerstandsänderung herrührende Geschwindigkeitsänderung vollkommen verhindern soll, seine Verbindung mit dem Stellzeuge so eingerichtet werden, dass eine gewisse Aenderung des Widerstandes gerade eine solche Aenderung der Triebkraft zur Folge hat, wie sie der Bedingung gleich bleibender Geschwindigkeit entspricht, was im Allgemeinen auf einfache Weise kaum zu erreichen sein, wenigstens eine gewisse Leitcurve nöthig machen wird, deren Construction die Kenntniss des Abhängigkeitsgesetzes zwischen der Grösse des Widerstandes und der Configuration des Regulators einerseits, sowie zwischen der Grösse der Triebkraft und der Lage des Stellzeuges andererseits voraussetzt.

Die in Vorschlag gebrachten Regulatoren dieser Classe beruhen darauf, dass die Transmissionswelle, durch welche die Nutzarbeit der Kraftmaschine auf die von ihr zu treibenden Arbeitsmaschinen übertragen wird, an geeigneter Stelle unterbrochen ist und beide Theile A, A' durch eine elastische Kuppelung verbunden sind. Eine Grössenänderung des Widerstandes hat eine entsprechende Formänderung jener elastischen Kuppelung und somit eine relative Verdrehung der coaxialen Wellenstücke A, A' zur Folge, die durch Uebertragung auf das Stellzeug zur Regulirung benutzt werden kann. Je nach der besonderen Beschaffenheit der elastischen Kuppelung und der Art, wie die relative Verdrehung der Wellenstücke A, A' die Lagenänderung des Stellzeuges bedingt, sind verschiedene Anordnungen möglich.

Nach einem Vorschlage von Poncelet z. B., der die in Rede stehenden Regulatoren im Princip zuerst angegeben hat, trägt das eine der Wellenstücke A, A' am Ende eine Scheibe mit hervorragenden Stiften, die sich gegen radial gerichtete Stahlfedern am Ende des anderen stützen. Nahe dieser Stelle sind auf A und A' zwei gleiche Zahnräder R und R' coaxial befestigt, die in kleinere, unter sich gleich grosse Getriebe r, r' auf einer parallel mit AA' gelagerten Welle B eingreifen. Von diesen Getrieben ist nur das eine, etwa r auf B befestigt, das andere r' aber durch ein Schraubenpaar mit B verbunden, indem die Welle B an betreffender Stelle ein Schraubengewinde und die Nabe von r' das entsprechende

Muttergewinde enthält. Wenn also mit R, R', r, r' zugleich die Theilrisshalbmesser der betreffenden Räder bezeichnet werden, so hat eine relative Verdrehung der Wellenstücke A, A' und somit der Räder R, R' um den Winkel α eine relative Verdrehung von r' gegen r und somit gegen die Welle B um den Winkel

$$\frac{R}{r}\alpha = \frac{R'}{r'}\alpha$$

zur Folge und dadurch, wenn s die Steigung des Schraubenpaares bedeutet, eine Axialverschiebung des Rades r' auf der Welle B im Betrage

$$\frac{R}{r}\frac{\alpha}{2\pi}s,$$

die zur Bewegung des Stellzeuges in ähnlicher Weise benutzt werden kann, wie die Verschiebung der Hülse eines Centrifugalregulators auf der Regulatorwelle (§. 105), und zwar in solchem Sinne, dass bei Vergrösserung des Widerstandes auch die Triebkraft, bezw. ihre durchschnittliche Arbeitsstärke vergrössert, bei Verkleinerung jenes auch diese verkleinert, und so ein möglichst gleichförmiger Gang der Maschine erhalten wird. Natürlich muss das Getriebe r' hinlänglich breit sein, um trotz seiner Axialverschiebung längs der Welle B mit dem Rade R' in Eingriff zu bleiben.

Sofern aber die Gleichförmigkeit des Ganges auch durch eine Aenderung der Triebkraft gestört werden kann, ist zu bemerken, dass dabei ein solcher Regulator nicht nur wirkungslos, sondern von schädlicher Wirkung wäre. Denn die Gestaltsänderung der elastischen Kuppelung findet in gleichem Sinne, somit auch die Axialverschiebung des Rades r' auf der Welle B in gleichem Sinne statt, mag der Widerstand mit entsprechender Geschwindigkeitsabnahme oder die Triebkraft mit entsprechender Geschwindigkeitszunahme wachsen; in beiden Fällen wird der Regulator eine Zunahme der Triebkraft, bezw. ihrer mittleren Arbeitsstärke bewirken und somit im zweiten Falle die Geschwindigkeit nur noch mehr vergrössern.

Um diesen Uebelstand zu vermeiden, könnte man die Anordnung des Regulators so abändern, dass ohne Unterbrechung der Transmission zwischen der Kraft- und den Arbeitsmaschinen von ihr eine Welle A abgezweigt wird, die vermittels elastischer Kuppelung die damit coaxiale, jetzt aber ausser Verbindung mit einer Arbeitsmaschine stehende, vielmehr nur ein Schwungrad oder überhaupt eine Masse von beträchtlichem Trägheitsmomente tragende Welle A' zu treiben hat. Bei gleichförmigem Gange der Maschine entspricht dann der die Gestalt der Kuppelung bestimmende Widerstand im Wesentlichen nur der Reibung dieser Welle in ihren Lagern. Nimmt aber die Geschwindigkeit der Maschine aus irgend einem Anlasse zu oder ab, so nimmt auch jener Widerstand zu oder ab um den Betrag der Kraft, die zu entsprechender Beschleunigung der Welle A' aufzuwenden ist, bezw. durch ihre Verzögerung auf die Welle A übertragen wird. Die Kuppelung erfährt somit eine Gestaltsänderung von entgegengesetztem Sinne im einen oder anderen Falle, die ebenso, wie vorhin bemerkt wurde, zur Regulirung benutzt werden kann. Indem ein solcher Regulator durch die Beschleunigung oder Verzögerung der Maschine in Wirksamkeit käme, bildete er den Uebergang von den durch geänderten Widerstand in Function kommenden dynamometrischen zu den durch geänderte Geschwindigkeit in Function kommenden tachometrischen Regulatoren; indem aber solche Wirkung in gleicher Weise stattfände, wie gross auch die Anfangsgeschwindigkeit sein mag, von welcher aus die Beschleunigung oder Verzögerung beginnt, so würde nach wie vor von einer Normalgeschwindigkeit auch bei solchen Regulatoren nicht die Rede sein können. Auf demselben Princip beruht ein von Siemens angegebener Regulator,* nur mit dem Unterschiede, dass statt der elastischen Kuppelung eine Zahnradkette benutzt wird, bestehend aus je einem gleichen auf A und A' fest sitzenden Kegelrade und einem in beide zugleich eingreifenden conischen Zwischenrade, das nicht fest gelagert, sondern in Verbindung mit dem Stellzeuge zwischen Grenzen beweglich ist; durch die Erfordernisse des ungestörten Zahneingriffes wird dann aber diese Beweglichkeit enger begrenzt, als die Veränderlichkeit der Form einer elastischen Kuppelung.

b. Tachometrische Regulatoren.

1. Interferenz-Regulatoren.

§. 108. Wesen und Eigenschaften im Allgemeinen.

Das Princip dieser Regulatoren ist folgendes. Von zwei Maschinentheilen A und B ist der eine A in zwangläufiger Verkettung mit der zu regulirenden Maschine, so dass seine Geschwindigkeit derjenigen der Maschine selbst stets in demselben Verhältnisse proportional bleibt, während die Geschwindigkeit des anderen Theiles B, der sich nicht in zwangläufiger

---

* G. Herrmann: Die Mechanik der Zwischenmaschinen (zweite Auflage der 1. Abtheilung des 2. Theils von Weisbach's Ingenieur- und Maschinen-Mechanik), §. 204.

Verkettung mit der Maschine befindet, oder wenigstens eine Componente dieser Geschwindigkeit constant ist. Durch Interferenz der Bewegungen von *A* und *B*, beziehungsweise der Bewegung von *A* und der constanten Bewegungscomponente von *B*, wird dann einem Gliede *C* eine Bewegung ertheilt, die im einen oder anderen Sinne stattfindet, jenachdem die Geschwindigkeit von *A* über oder unter einem gewissen Werthe liegt, welcher der Normalgeschwindigkeit der Maschine entspricht und für den die Bewegung von $C =$ Null ist. Indem das Glied *C* zwangläufig mit dem Stellzeuge verkettet wird, vermittelt es einen vermehrten oder verminderten Zufluss der motorischen Substanz, jenachdem die Geschwindigkeit der Maschine unter jene Normalgeschwindigkeit sinkt oder sich darüber erhebt.

Regulatoren dieser Art sind astatisch und direct wirkend. Durch Aenderung der constanten Geschwindigkeit bezw. Geschwindigkeitscomponente des Gliedes *B* können sie leicht verschiedenen Normalgeschwindigkeiten der Maschine angepasst werden.

Abgesehen von verschiedenen Einrichtungen des Interferenzmechanismus, der dazu dient, die Bewegung des Gliedes *C* durch Interferenz der Bewegungen von *A* und *B* zu Stande zu bringen, und der im einfachsten Falle ein einzelnes Elementenpaar *A*, *B* sein kann, dessen Element *B* eine constante und eine veränderliche Bewegungscomponente hat und hinsichtlich der letzteren selbst als das Glied *C* verwendet wird, sind verschiedene Fälle namentlich insofern zu unterscheiden, als dem Gliede *B* seine gleichförmige Bewegung bezw. Bewegungscomponente entweder selbständig durch einen besonderen Motor, z. B. durch ein Uhrwerk, oder aber durch die zu regulirende Maschine mitgetheilt wird unter Benutzung ähnlicher Hülfsmittel, wie sie bei Uhrwerken Verwendung finden, um ihren Gang von der Grösse der Triebkraft fast unabhängig zu machen.

Der Umstand, dass der Reibungswiderstand des Interferenzmechanismus eine Art von Kuppelung bildet, wodurch die Bewegung des Gliedes *B* von der des Gliedes *A* und somit vom Gange der Maschine etwas beeinflusst wird, würde als Nachtheil nicht zu betrachten sein, wenn dadurch nur die Gleichförmigkeit der Bewegung von *B* im Sinne der Bewegung von *A* etwas gestört, somit der astatische Charakter des Regulators in den eines etwas statischen verwandelt und nicht zugleich die Empfindlichkeit desselben vermindert würde. Kann auch letzterer Einfluss durch Vergrösserung des zur Bewegung des Gliedes *B* disponiblen Arbeitsvermögens der Hülfsmaschine oder der zu regulirenden Maschine selbst herabgezogen werden, so sind doch dergleichen Regulatoren besonders wegen Mangels genügender Einfachheit zu ausgedehnterer Verwendung nicht gekommen.

§. 109. **Beispiele.**

1. Bei dem speciell für Wasserräder bestimmten Regulator der Gebrüder Laukner ist die Wasserradwelle auf ihrer Verlängerung mit Schraubengewinde versehen, während die Nabe eines kleinen Hülfswasserrades das entsprechende Muttergewinde enthält; letzteres Rad rotirt bei constantem Gefälle, constanter Aufschlagwassermenge und bei constantem Bewegungswiderstande mit constanter Winkelgeschwindigkeit ω_0 um die gemeinsame Axe. Ist nun auch die Winkelgeschwindigkeit ω des zu regulirenden Hauptwasserrades $A = \omega_0$, so bleibt das Hülfsrad B in relativer Ruhe gegen dasselbe; ist aber ω von ω_0 verschieden, so erhält B gegen A, unter s die Steigung des Schraubenpaares verstanden, eine Axialverschiebung mit der Geschwindigkeit:

$$v = (\omega - \omega_0)\frac{s}{2\pi}$$

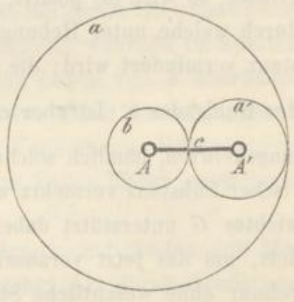
im einen oder anderen Sinne, jenachdem $\omega - \omega_0$ positiv oder negativ ist, die dann leicht zu entsprechender Stellungsänderung der Schütze des Hauptrades A benutzt werden kann. Zur Adjustirung für eine andere Normalgeschwindigkeit ω_0 bedarf es nur einer Aenderung des Aufschlagwasserquantums des kleinen Hülfsrades.

Durch den in solchem Falle beträchtlichen Widerstand des Stellzeuges wird indessen bei $\omega \gtrless \omega_0$ der Widerstand des regulirenden Rades B vergrössert, während die Reibung im Schraubengewinde eine Art von Kuppelung zwischen A und B bildet, wodurch entweder die Triebkraft des Hülfsrades B unterstützt oder sein Widerstand noch mehr vergrössert wird, jenachdem $\omega > \omega_0$ oder $\omega < \omega_0$ ist. Bei zunehmender Geschwindigkeit ω von A werden sonach zwar die Reibung des Stellzeuges einerseits und die Reibung im Gewinde andererseits sich theilweise in ihrer störenden Einwirkung auf die Gleichförmigkeit des Ganges von B aufheben, bei abnehmender Geschwindigkeit des Hauptrades aber muss auch die Geschwindigkeit von B wesentlich abnehmen, weshalb weder auf sehr kleinen Unempfindlichkeitsgrad ε, noch auf kleinen Ungleichförmigkeitsgrad Δ (§. 105) zu rechnen sein wird, falls nicht das Hülfsrad B und seine Aufschlagwassermenge ungebührlich gross gemacht werden.

2. Sehr sinnreich, allerdings auch der wünschenswerthen Einfachheit ermangelnd, ist der hierher gehörende Pendelregulator von Cohen, David und Siama. Ein um die Axe A einer fest gelagerten Welle drehbares, innen verzahntes und aussen mit einer umlaufenden Rinne ver-

sehenes Rad a (Fig. 85) wird durch eine umgelegte Schnur von der zu regulirenden Maschine angetrieben; indem es aber durch eine Spiralfeder mit einem um A drehbaren Steigrade verbunden ist, das durch Cylinderhemmung (siehe später) vermittels eines schweren Pendels in gleichförmig absetzender Bewegung erhalten wird, ist seine eigene Bewegung eine stetige Rotation um A mit nur periodisch etwas veränderlicher, im Mittel aber constanter Winkelgeschwindigkeit ω_a, während die Schnur im einen oder anderen Sinne in der Rinne relativ gleitet, wenn die Geschwindigkeit der Maschine grösser oder kleiner, als diejenige ist, welcher ohne Gleitung dieser Schnur und unabhängig vom Pendel die Winkelgeschwindigkeit ω_a des Rades a entsprechen würde. Um die Axe A ist ferner unabhängig vom Rade a ein aussen verzahntes kleineres Rad b drehbar, welches, indem es zwangläufig mit der Maschine verkettet ist, um A mit einer der Maschinengeschwindigkeit proportionalen Winkelgeschwindigkeit ω_b rotirt. Unabhängig von a und b ist endlich um A drehbar ein Hebel c, der das zugleich in a und b eingreifende Zahnrad a' trägt, indem er damit durch ein Drehkörperpaar, dessen Axe A' parallel A, gepaart ist. Der Hebel, mit horizontaler Mittellage zwischen zwei Grenzlagen schwingend, die der gänzlichen Absperrung und dem Maximalzuflusse der motorischen Substanz entsprechen, ist über A' hinaus verlängert zu denken; an dieser Verlängerung, die seine Verkettung mit dem Stellzeuge vermittelt, ist er durch ein Gewicht G belastet, das ihn im Sinne vermehrten Zuflusses der motorischen Substanz zu drehen strebt.

Fig. 85.



Die in §. 108 mit A, B und C bezeichneten Glieder sind hier beziehungsweise das Rad b, das Rad a und der Hebel c; die Winkelgeschwindigkeit, womit sich c um die Axe A dreht, sei $= \omega_c$ und zwar algebraisch verstanden, nämlich positiv oder negativ gesetzt, jenachdem der Drehungssinn mit demjenigen des Rades b oder mit demjenigen des Rades a übereinstimmend ist. Die Winkelgeschwindigkeiten ω_b und ω_a der letzteren, von denen mit Bezug auf Fig. 85 das Rad b links herum, a rechts herum rotirt, sind absolut verstanden. Aus §. 64, Gl. (4) folgt dann mit $a' = b'$ und indem a und ω_a durch $-a$ und $-\omega_a$ ersetzt werden (entsprechend der inneren Verzahnung von a und seinem Drehungssinne, der dem des Rades b und dem des Hebels bei positivem Werthe von ω_c entgegengesetzt ist):

$$\omega_b - \omega_c = \frac{a}{b}(\omega_a + \omega_c)$$

$$(a + b)\,\omega_c = b\,\omega_b - a\,\omega_a\,,$$

unter a und b hier die Theilrisshalbmesser der gleich bezeichneten Räder verstanden. Für $\omega_b = \frac{a}{b}\,\omega_a$ ist $\omega_c = 0$, d. h. der Hebel in Ruhe. Wird ω_b grösser, so wird ω_c positiv, entsprechend einer solchen Drehung des Hebels, durch welche unter Hebung des Gewichtes G der Zufluss motorischer Substanz vermindert wird; die Schnur gleitet dabei vorauseilend in der Rinne des Hohlrades a. Ist aber $\omega_b < \frac{a}{b}\,\omega_a$, so ist ω_c negativ, entsprechend einer umgekehrten, nämlich solchen Drehung des Hebels c, dass der Zufluss motorischer Substanz vermehrt wird; die Arbeit der Schwere des sinkenden Gewichtes G unterstützt dabei das Arbeitsvermögen des schwingenden Pendels, um das jetzt vorauseilende relative Gleiten des Rades a gegen die Schnur ohne wesentliche Störung der Pendelschwingungen zu ermöglichen.

Durch Veränderung der Pendellänge lässt sich dieser Regulator leicht für verschiedene Normalgeschwindigkeiten der Maschine, entsprechend verschiedenen Werthen von ω_a, einrichten; auch ist seine Empfindlichkeit ohne Zweifel genügend. Bei der Ausführung ist es rathsam, den Hebel c nicht unmittelbar mit dem Stellzeuge zu verketten, sondern vermittels eines anderen um A drehbaren Hebels, der von jenem mit Hülfe eines Stiftes am einen, in einen Schlitz am anderen eingreifend, mitgenommen wird. Bei passender Länge dieses Schlitzes kann es erreicht werden, dass der Hebel c um einen kleinen Winkel drehbar ist, ohne auf das Stellzeug zu wirken, dass also insbesondere bei periodischem Gange der Maschine der Regulator nicht schon durch die Geschwindigkeitsänderungen in den einzelnen Perioden, sondern erst durch Aenderungen der mittleren Periodengeschwindigkeit in Wirksamkeit kommt.

2. Hydraulische Regulatoren.

§. 110. Wesen und Eigenschaften im Allgemeinen.

Das Wesen dieser Regulatoren besteht darin, dass die Gleichgewichtslagen eines in verticaler Richtung beweglichen und mit dem Stellzeuge verbundenen Körpers K abhängig gemacht werden von den Mengen einer gewissen Flüssigkeit, die gleichzeitig von der Maschine in einen unter K befindlichen Gefässraum gefördert werden und aus einer Oeffnung in der

Wand des Gefässes ausfliessen. Indem erstere proportional der Geschwindigkeit der zu regulirenden Maschine ist, wird der Regulator statisch oder astatisch, jenachdem die einer gewissen Zeit entsprechende Ausflussmenge fraglicher Flüssigkeit von der Lage des Körpers K abhängig oder, z. B. entsprechend einer constanten Belastung von K, constant gemacht wird; denn aus dem Umstande, dass im Gleichgewichtszustande die Mengen gleichzeitig ein- und ausfliessender Flüssigkeit einander gleich sind, ergiebt sich im ersten Falle die Höhenlage des Körpers K bei mittlerem Gleichgewichtszustande abhängig von der Maschinengeschwindigkeit, während im zweiten Falle ein mittlerer Gleichgewichtszustand in allen Lagen von K überhaupt nur bei einer einzigen Geschwindigkeit möglich ist. Nach den allgemeinen Erörterungen in §. 105 ist es in diesem letzteren Falle unerlässlich (übrigens auch bei den selteneren Ausführungen des ersten Falles bisher geschehen), den Regulator direct wirkend anzuordnen.

Die Adjustirung für verschiedene Normalgeschwindigkeiten der Maschine kann bei statischen Regulatoren von solcher Art durch Aenderung der Beziehung zwischen der Höhenlage des Körpers K und der pro Secunde ausfliessenden Flüssigkeitsmenge, bei astatischen durch Aenderung dieser Flüssigkeitsmenge selbst, nämlich dort durch die Aenderung der Ausflussöffnung, bezw. des Ausflusswiderstandes, hier entweder ebenso oder durch Aenderung der Belastung des Körpers K geschehen. Dies wird deutlicher aus den folgenden Beispielen von Wasser- und Luftregulatoren, als welche, jenachdem die ihre Wirkung vermittelnde Flüssigkeit Wasser oder Luft ist, die hier in Rede stehenden Regulatoren unterschieden werden können.

§. 111. Beispiele.

1. Bei dem als Schwimmerregulator zu bezeichnenden statischen Wasserregulator ist der im vorigen Paragraph allgemein mit K bezeichnete Körper ein Schwimmer, steigend und sinkend mit der freien Wasseroberfläche in einem Behälter, in den die Maschine vermittels einer kleinen Pumpe beständig Wasser fördert, das durch eine Oeffnung im Boden oder durch ein Ansatzrohr wieder ausfliesst, insbesondere z. B. behufs fortgesetzter Circulation in den Saugebehälter der Pumpe zurückfliesst. Ist h die Höhe der freien Wasseroberfläche im Behälter über dem Schwerpunkte der Ausflussmündung, bezw. über dem Unterwasserspiegel, so ist unter übrigens gegebenen Umständen die Ausflussmenge pro Secunde proportional $\sqrt{h}$, während die gleichzeitig in den Behälter geförderte, im Beharrungs-

zustande ebenso grosse Wassermenge proportional der Maschinengeschwindigkeit ω ist. Sind also h' und h'' die Grenzwerthe von h, so ist nach §. 105, Gl. (3) und (5) der Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators:

$$\varDelta = 2\,\frac{\sqrt{h'}-\sqrt{h''}}{\sqrt{h'}+\sqrt{h''}} + \varepsilon.$$

Das Spiel des Schwimmers ist etwas $< h' - h''$ mit Rücksicht darauf, dass er, wenn er entgegen dem Bewegungswiderstande steigt, etwas tiefer, wenn er sinkt, etwas weniger tief eingetaucht ist, als bei mittlerem, nur durch Eigengewicht, Belastung und Auftrieb bedingtem Gleichgewichtszustande. Durch Aenderung der Ausflussöffnung oder des hydraulischen Bewegungswiderstandes im Ausflussrohre mit Hülfe eines Hahnes oder dergleichen kann das Verhältniss der Ausflussmenge pro Secunde zu $\sqrt{h}$ verändert und somit der Regulator verschiedenen Normalgeschwindigkeiten der Maschine angepasst werden.

2. Der **Regulator von Schiele** ist ein astatischer Wasserregulator. Eine Centrifugalpumpe drückt dabei Wasser in einen verticalen Cylinder unter einen mit etwas Spielraum darin beweglichen beschwerten Kolben K, so dass das Wasser durch jenen Spielraum zwischen Kolben und Cylinderwand hindurch und in den Saugebehälter der Pumpe zurückfliesst. Der Gleichgewichtszustand des schwebenden Kolbens ist dadurch bedingt, dass die den specifischen Druck desselben auf seine Unterfläche messende Wassersäulenhöhe

$$h = (1 + \varsigma)\frac{v^2}{2g}$$

ist, unter ς einen hydraulischen Widerstandscoefficienten und unter v die Geschwindigkeit verstanden, mit der das Wasser den ringförmigen Spielraum durchströmt. Indem hier h bei mittlerem Gleichgewichtszustande und bei gegebener Belastung des Kolbens constant, v aber dem pro Secunde von der Pumpe gelieferten Wasserquantum, also der Maschinengeschwindigkeit proportional ist, erfordert das Gleichgewicht unabhängig von der augenblicklichen Lage des Kolbens eine ganz bestimmte solche Geschwindigkeit, die indessen mit h, also mit der Kolbenbelastung variirt werden kann.

3. Im Princip von gleicher Wirkungsweise, wie der so eben besprochene Schiele'sche Regulator, ist der astatische **Luftregulator von Molinié**, der namentlich zur Regulirung von Wasserrädern Verwendung gefunden hat. Ein durch Krummzapfen von der Maschine betriebener doppelter Blasebalg fördert einen stetigen Luftstrom in einen Raum, der von einem unteren festen, einem oberen auf- und abwärts beweglichen Boden und

einem beide verbindenden, in Falten gelegten Ledermantel gebildet wird. Der obere Boden als der im vorigen Paragraph mit K bezeichnete Körper ist durch ein Gewicht beschwert und mit Auslassventilen für die eingeblasene Luft versehen; er steht in directer Verbindung mit dem Stellzeuge. Die Anpassung an verschiedene Normalgeschwindigkeiten wird durch Hubänderung der Auslassventile bewirkt.

3. Windflügel-Regulatoren.

§. 112. **Wesen und Eigenschaften im Allgemeinen.**

Der Windflügelregulator ist nicht zu verwechseln mit dem Windfange, wodurch bei Uhrwerken, deren gleichförmiger Gang ihr einziger oder Hauptzweck ist, der Widerstand bei zu- oder abnehmender Geschwindigkeit vergrössert oder verkleinert wird. Während dabei der Luftwiderstand rotirender Windflügel von vergleichbarer Grösse mit der Triebkraft ist und deshalb seine Aenderung den Gang des Uhrwerkes unmittelbar und wesentlich zu beeinflussen vermag, ist er hier von sehr kleiner Grösse im Vergleich mit der Triebkraft, so dass er nur mittelbar von ausreichender Wirkung sein kann.

In der Art dieser Wirkung stehen die Windflügelregulatoren den Centrifugalregulatoren am nächsten. In beiden Fällen wird eine von der Geschwindigkeit der Maschine abhängige Kraft (dort der Luftwiderstand, hier die Fliehkraft) benutzt, um in Verbindung mit einer anderen entgegen wirkenden von der Maschinengeschwindigkeit unabhängigen Kraft (Schwerkraft oder Federkraft) die Gleichgewichtslagen des direct oder indirect mit dem Stellzeuge verbundenen Regulatorgliedes, z. B. der auf der Regulatorwelle gleitenden Hülse zu bedingen. Beide Arten von Regulatoren können je nach ihrer Anordnung statisch oder astatisch sein.

So viel bekannt, sind Windflügelregulatoren besonders bei Schiffsdampfmaschinen mit Erfolg angewendet worden. Wegen veränderlicher Lage der Maschinentheile gegen die verticale Richtung muss dabei die Federkraft statt der Schwerkraft als mitwirkende Kraft benutzt werden.

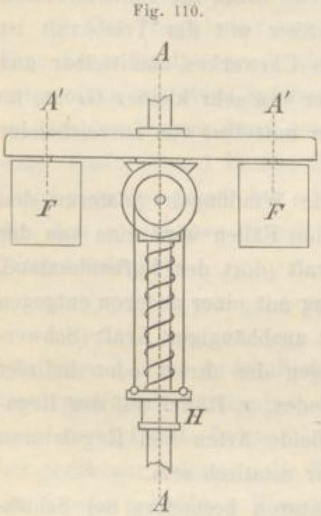
Wenn die um die Axe A der Regulatorwelle rotirenden Windflügel als materielle ebene Flächen F (ebene Platten von kleiner Dicke) ausgeführt werden, die um Axen A' parallel A drehbar und in verschiedenen Lagen feststellbar sind, so kann die Adjustirung für verschiedene Normalgeschwindigkeiten der Maschine in allen Fällen durch Aenderung des Winkels zwischen den Ebenen F und AA' bewirkt werden.

Durch Vergrösserung der Flügelfläche F wird zwar die Energie des Regulators vergrössert, aber auch gleichzeitig der durch ihn eingeführte Widerstand, also Verlust an Arbeitsvermögen der Maschine, und zwar in höherem Grade, als es bei Centrifugalregulatoren durch eine in gleicher Absicht stattfindende Vergrösserung der rotirenden Masse geschieht. Mit Rücksicht hierauf kann die Unterstützung der Energie durch ein mit dem Windflügelrade verbundenes Schwungrad von Vortheil sein, namentlich dann, wenn es sich, wie bei Schiffsmaschinen, um ihren Schutz gegen den schädlichen Einfluss sehr schnell eintretender Geschwindigkeitsänderungen handelt.

§. 113. **Beispiele.**

1. Windflügelregulator von Silver.* — Auf einer durch die Maschine in Rotation versetzten Welle (Regulatorwelle), deren Axe A (Fig. 110) nicht vertical zu sein braucht, sitzt relativ drehbar ein kleines Schwungrad mit seitwärts hervorragenden rechteckigen Windflügeln F, die durch Drehung um ihre mit A parallelen Axen A' unter verschiedenen Winkeln gegen die Ebenen AA' eingestellt werden können. Mit der Nabe des Schwungrades ist coaxial ein kleines Kegelrad fest verbunden, eingreifend in zwei andere, unter sich gleiche Kegelräder, die um je einen beiderseits von einer Verstärkung der Regulatorwelle hervorstehenden Zapfen drehbar sind. Diese letzteren Räder sind coaxial mit Kettenrollen fest verbunden, deren Ketten, bei den einander stets entgegengesetzten Drehungen der Rollen sich gleichzeitig auf- oder abwickelnd, auf die Hülse H ziehend wirken entgegen dem Drucke einer Spiralfeder, welche, die Regulatorwelle umgebend, am anderen Ende sich gegen ihre erwähnte Verstärkung stützt.

Fig. 110.



Bei mittlerem Gleichgewichtszustande der Hülse rotiren die Räder gemeinschaftlich mit der Regulatorwelle ohne sich auf einander abzuwälzen, indem das Schwungrad, trotzdem es nicht fest mit der Welle verbunden

---

* Siehe den Aufsatz von J. Lüders „über die Regulatoren" in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1861, S. 65, sowie auch dieselbe Zeitschrift, 1860, S. 20.

ist, doch dieselbe Winkelgeschwindigkeit ω mit ihr besitzt. Dieser Zustand ist bedingt durch die Gleichheit des Federdruckes auf die Hülse und des entgegengesetzt gerichteten auf sie reducirten Luftdruckes gegen die Windflügel. Ebenso wie der Luftwiderstand an sich, ist er auch nach Reduction auf die Hülse nur von ω abhängig, da das Reductionsverhältniss bei vorliegender Anordnung von der Stellung der Hülse unabhängig ist; indem aber von dieser der Federdruck wesentlich abhängt, ist der Regulator statisch. Angenähert astatisch kann er dadurch gemacht werden (Construction von Hamilton), dass die Kettenrollen und Ketten durch Kurbeln und Kurbelstangen ersetzt werden in solcher Anordnung, dass das Uebertragungsverhältniss des Luftwiderstandes von den Flügeln auf die Hülse mit deren Stellung entsprechend dem Drucke der Feder sich ändert. Ein vollkommen astatischer solcher Regulator könnte durch die Substitution von passend gekrümmten Spiralscheiben für die runden Kettenrollen oder einfacher dadurch erzielt werden, dass, was freilich nur bei stationären Maschinen anginge, unter Beibehaltung des der Anordnung gemäss Fig. 110 entsprechenden constanten Uebertragungsverhältnisses die Feder durch ein die Hülse belastendes Gewicht ersetzt würde.

Nimmt die Geschwindigkeit der Maschine zu, so wächst der Luftwiderstand, das Gleichgewicht zwischen ihm und dem Drucke der Feder oder des Belastungsgewichtes auf die Hülse wird gestört, und wenn der einseitig überschüssige Druck auf dieselbe gross genug ist, um den jetzt entwickelten Reibungswiderstand des Stellzeuges überwinden zu können, so erfolgt die Verschiebung der Hülse im Sinne einer Verstärkung des Federdruckes, bezw. Hebung des Belastungsgewichtes, wobei eine relative Drehung des Schwungrades gegen die Regulatorwelle in solchem Sinne stattfindet, dass ersteres gegen letztere zurückbleibt. Diese Wirkung wird unterstützt, also die Empfindlichkeit des Regulators erhöht durch die Trägheit des Schwungrades, vermöge welcher dasselbe schon sofort bei zunehmender Geschwindigkeit ω der Welle hinter ihr zurückzubleiben strebte. Gerade umgekehrt verhält es sich, wenn ω unter die dem mittleren Gleichgewichtszustande entsprechende Normalgeschwindigkeit sinkt. Dadurch, dass sonach durch Vergrösserung des Schwungrades die Empfindlichkeit des Apparates, die Schnelligkeit seiner Wirkung beliebig erhöht werden kann, ohne dass dabei ein allzu grosser permanenter Widerstand eingeführt wird, wie es der Fall wäre, wenn man denselben Zweck durch übermässige Vergrösserung der Flügel bei entsprechender Verstärkung der Feder erreichen wollte, sind die günstigen Erfolge zu erklären, die bei Schiffsmaschinen mit diesem Regulator erzielt wurden.

Zu näherer Erklärung seiner Wirkung sei bezeichnet mit:

m die Anzahl der Flügel, deren Fläche $= F$,

a die Entfernung der Flügelmitte von der Wellenaxe (die Entfernung der Axen A und A', Fig. 110),

a_1 der mittlere Radius des mit dem Schwungrädchen verbundenen Kegelrades,

b der mittlere Radius der zwei anderen Kegelräder,

b_1 der Radius der mit diesen verbundenen Kettenrollen (allgemein $\frac{b}{b_1}$ das Verhältniss der gleichzeitigen elementaren Wege der mittleren Theilkreise der betreffenden zwei Kegelräder und der Hülse H),

A das Trägheitsmoment des Schwungrädchens,

α der Absolutwerth der positiven oder negativen Winkelbeschleunigung, mit welcher die dem mittleren Gleichgewichtszustande entsprechende Winkelgeschwindigkeit ω der Regulatorwelle bis zu den Werthen ω_1 und ω_2 zu- bezw. abnimmt, bei denen die Hülse im einen oder anderen Sinne in Bewegung kommt,

Q die Belastung der Hülse durch Federkraft oder Schwerkräfte,

W der auf sie reducirte Bewegungswiderstand des Regulators selbst und namentlich des Stellzeuges.

Indem der Luftwiderstand für jeden Flügel, angreifend gedacht in der Axe A' normal zur Ebene AA',

$$= \vartheta \gamma F \frac{(a\omega)^2}{2g}$$

gesetzt werden kann, unter g die Beschleunigung der Schwere, γ das specifische Gewicht der Luft und unter ϑ einen nach Bd. I, §. 156 zu beurtheilenden Coefficienten verstanden, entspricht dem mittleren Gleichgewichtszustande bei der Winkelgeschwindigkeit ω die Gleichung:

$$Q = m \vartheta \gamma F \frac{(a\omega)^2}{2g} \frac{a}{a_1} \frac{b}{b_1} \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Indem aber die Belastung Q der Hülse in $Q + W$ bezw. $Q - W$ übergeht, wenn sie bei der mit der Winkelbeschleunigung oder Verzögerung α bis ω_1 resp. ω_2 veränderten Winkelgeschwindigkeit der Welle in Bewegung kommt, ist ferner mit Rücksicht darauf, dass das Schwungrädchen seiner Beschleunigung oder Verzögerung mit dem Momente $A\alpha$ Widerstand leistet:

$$Q + W = \left(m \vartheta \gamma F \frac{(a\omega_1)^2}{2g} + \frac{A\alpha}{a}\right) \frac{ab}{a_1 b_1}$$

$$Q - W = \left(m \vartheta \gamma F \frac{(a\omega_2)^2}{2g} - \frac{A\alpha}{a}\right) \frac{ab}{a_1 b_1}$$

und somit auch $Q = m\vartheta\gamma F \frac{a^2}{2g} \frac{\omega_1{}^2 + \omega_2{}^2}{2} \frac{ab}{a_1 b_1}$.

Durch Vergleichung mit (1) folgt daraus: $\omega_1{}^2 + \omega_2{}^2 = 2\omega^2$ . . . . . . (2)

und hieraus mit $\omega_1 - \omega_2 = \varepsilon\omega$, also $(\omega_1 - \omega_2)^2 = \varepsilon^2\omega^2$

durch Subtraction: $2\omega_1\omega_2 = (2 - \varepsilon^2)\omega^2$,

daraus weiter durch Addition zu (2): $\omega_1 + \omega_2 = \omega\sqrt{4 - \varepsilon^2}$,

wofür gesetzt werden kann:

$$\omega_1 + \omega_2 = 2\omega\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{8}\right) = 2\omega \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

mit einem stets zu vernachlässigenden Fehler, sofern ε nur etwa $= 0{,}05$ ist. Aus dieser (auch in anderen Fällen stets zulässigen) Gl. (3) und aus $\omega_1 - \omega_2 = \varepsilon\omega$ nach §. 105, Gl. (1) folgt:

$$\omega_1{}^2 - \omega_2{}^2 = 2\varepsilon\omega^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

und somit aus den obigen Gleichungen für $Q + W$ und $Q - W$ durch Subtraction und mit Rücksicht auf Gl. (1):

$$W = \left(m\vartheta\gamma F \frac{a^2}{2g} \frac{\omega_1{}^2 - \omega_2{}^2}{2} + \frac{A\alpha}{a}\right)\frac{ab}{a_1 b_1}$$

$$= \left(m\vartheta\gamma F \frac{(a\omega)^2}{2g}\varepsilon + \frac{A\alpha}{a}\right)\frac{ab}{a_1 b_1} = Q\varepsilon + \frac{Ab}{a_1 b_1}\alpha \quad \ldots . (5).$$

Die Energie (§. 105) des Regulators:

$$E = \frac{W}{\varepsilon} = Q + \frac{Ab}{a_1 b_1}\frac{\alpha}{\varepsilon} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

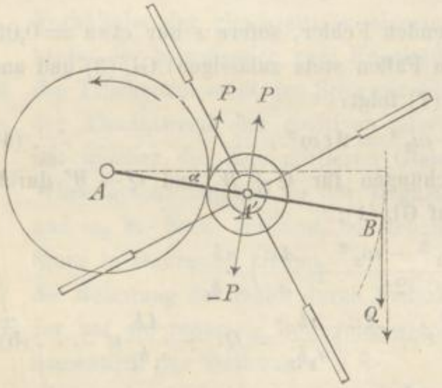
ist um so grösser, je grösser Q und A sind, und zwar wird durch das Trägheitsmoment A des Schwungrädchens um so mehr zur Vergrösserung der Energie beigetragen, je grösser α ist. Insbesondere bei Dampfmaschinen von Seeschiffen, bei denen durch sehr schnelle Veränderung des Widerstandes in Folge des Einflusses der Wellen und der Schwankungen des Schiffes der Gang der Maschine entsprechend schnellen Aenderungen unterworfen sein kann, lässt sich deshalb von diesem Schwungrädchen eine vortheilhafte Wirkung erwarten.

Nach einer Bemerkung in §. 105 darf indessen A eine solche Grösse nicht erreichen, dass dadurch der Regulator schon gegen diejenigen Winkelbeschleunigungen der Regulatorwelle empfindlich würde, welche die Folge der Ableitung ihrer Bewegung von derjenigen der Kurbelwelle und der periodisch ungleichförmigen Rotation dieser letzteren sind. Ist also die mittlere Winkelgeschwindigkeit der Regulatorwelle $n$mal so gross, wie die der Kurbelwelle, und δ für diese der Ungleichförmigkeitsgrad (§. 92) ihrer rotirenden Bewegung, so muss aus Gl. (5) sich ε wenigstens $= \delta$

ergeben, wenn darin für α das $n$fache der grössten Winkelbeschleunigung der Kurbelwelle gesetzt wird. Durch diese Forderung kann bei stationären Dampfmaschinen der Vortheil, den das Schwungrädchen zur Erhöhung der Energie dieses Regulators darbietet, sehr beschränkt werden.

2. Regulator von Reigers.* — Um die Regulatorwelle, deren hier horizontale Axe wieder mit A bezeichnet sei, ist ein mit dem Stellzeuge verketteter Rahmen drehbar (Fig. 111), der das Windflügelrad so trägt, dass dessen Drehaxe A' mit A in einer gewissen Entfernung $AA' = p$ parallel ist; seine Rotation erhält es von der Regulatorwelle aus durch Zahnräder, die in Fig. 111 durch Kreise angedeutet sind. Der Rahmen ist ausserdem bei B in der Entfernung $AB = q$ von A durch ein Gewicht belastet, das unter Einrechnung des auf diesen Punkt B reducirten Eigengewichtes des Rahmens sammt Flügelrad mit Q bezeichnet sei. Der Theilrissdruck P, den das auf der Regulatorwelle feste Rad auf das mit dem Flügelrade fest verbundene ausübt, kann ersetzt werden durch die gleich grosse und gleich gerichtete in A' angreifende Kraft P und durch ein Kräftepaar $P, -P$. Während letzteres im mittleren Gleichgewichtszustande des Regulators mit dem aus dem Luftdrucke auf die Flügel resultirenden Kräftepaare im Gleichgewicht ist, wird von der in A' angreifenden Kraft P der Rahmen in solcher Lage erhalten, dass für die Axe A das Moment von P dem entgegengesetzt drehenden Moment von Q gleich, dass also

Fig. 111.



$$Pp = Qq \cos \alpha$$

ist, unter α den Neigungswinkel der Ebene AB gegen die Horizontalebene verstanden. Wenn die Winkelgeschwindigkeit ω der Regulatorwelle wächst, so wächst mit dem Luftwiderstande auch P und nach obiger Gleichung $\cos \alpha$, nimmt also α ab; wird aber α zwischen engen Grenzen veränderlich gemacht, etwa zwischen α' und α'' so, dass α' nahe = Null und selbst α'' ein kleiner Winkel ist, so sind auch die entsprechenden Grenzwerthe ω'

---

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1870, S. 148.

und ω'' von ω nur wenig verschieden, so dass dem Regulator bei übrigens statischem Charakter doch ein hinlänglich kleiner Ungleichförmigkeitsgrad Δ wird zuertheilt werden können. Derselbe kann noch mehr verkleinert, nämlich die Stabilität der mittleren Gleichgewichtslagen des Regulators in beliebigem Grade dadurch vermindert werden, dass das Eigengewicht des Rahmens mit dem Flügelrade durch ein Gegengewicht abbalancirt und sein Belastungsgewicht Q vermittels eines Zugkraftorganes an einer passend gekrümmten cylindrischen Endfläche des Rahmens (in Fig. 111 punktirt angedeutet) aufgehängt wird, um so den Hebelarm von Q in beliebiger Weise von α abhängig zu machen. Wäre jene Auf- und Abwickelungsfläche des Zugkraftorganes eine Kreiscylinderfläche mit der Axe A, so wäre der Hebelarm von Q constant und der Regulator astatisch.

4. Centrifugal-Regulatoren.

Das Princip dieser Regulatoren wurde schon in §. 112 im Allgemeinen angegeben. Sie sind in mannigfach verschiedenen Arten der Einrichtung und Ausführung bisher fast ausschliesslich angewendet worden, indem sie sich durch die verhältnissmässige Einfachheit auszeichnen, womit ihnen die im §. 105 im Allgemeinen besprochenen und im Folgenden für die Hauptrepräsentanten dieser Gruppe noch näher zu besprechenden Eigenschaften genügender Empfindlichkeit und Energie, hinlänglich kleiner Verschiedenheit der entsprechenden Grenzgeschwindigkeiten, meistens mit leichter Adjustirbarkeit für verschiedene Normalgeschwindigkeiten, ertheilt werden können.

§. 114. **Watt'scher Regulator.**

Mit der Regulatorwelle, deren Axe AA, Fig. 112, eine verticale Lage hat, sind durch Charniere, deren Axen C und C_1 rechtwinklig gegen AA gerichtet sind, die Stangen CK und C_1K_1 mit Kugeln an ihren Enden so verbunden, dass die Mittelpunkte K und K_1 der Kugeln in einer durch AA gehenden und mit der Regulatorwelle rotirenden Ebene liegen. An diesen Kugelstangen ist vermittels der Hülsenstangen BE und B_1E_1 die längs AA gleitende Hülse so aufgehängt, dass die Axen B und E, B_1 und E_1 der betreffenden Charniere mit C und C_1 parallel sind. Der ganze Mechanismus ist symmetrisch in Bezug auf die durch AA gehende mit den Charnieraxen parallele Ebene.

Es handelt sich zunächst um die Beziehung, die bei mittlerem Gleichgewichtszustande zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω der Regulatorwelle und der Configuration des Regulators stattfindet, die ihrerseits bestimmt ist durch den Neigungswinkel α von CB oder β von EB gegen die Axe AA, indem diese zwei Winkel, wenn

$$CB = a,\quad EB = b,\quad CC_1 = 2c,\quad EE_1 = 2e$$

gesetzt wird, unter sich in der Beziehung stehen:

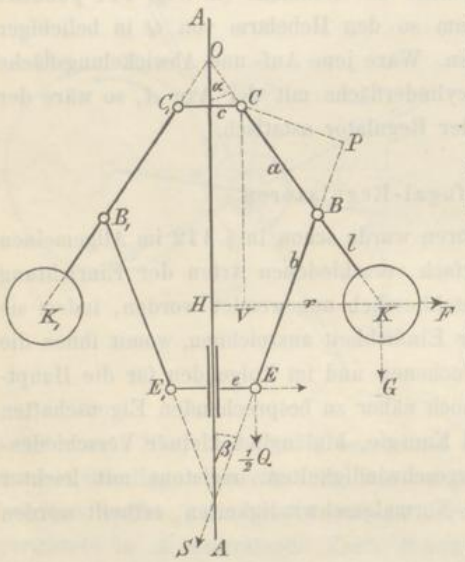
$$c + a \sin \alpha = e + b \sin \beta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1).$$

Wenn dabei vorläufig von den untergeordneten Schwerkräften und Centrifugalkräften der Stangen abgesehen wird, so ist der fragliche Zustand bedingt durch das Gleichgewicht der Schwerkräfte $= G$ der Kugeln, der entsprechenden Centrifugalkräfte $= F$ derselben und der constanten Belastung $= Q$ der Hülse, die in die Componenten $\frac{1}{2}Q$ und $\frac{1}{2}Q$, in E und E_1 angreifend, zerlegt gedacht werde oder auch in die nach BE und B_1E_1 gerichteten gleichen Kräfte

$$S = \frac{1}{2}\frac{Q}{\cos \beta}$$

nebst zwei nach E_1E und EE_1 gerichteten gleichen Kräften, die sich indessen gegenseitig aufheben und nicht weiter in Betracht kommen. Wegen der Symmetrie des Mechanismus bedarf es nur der Gleichgewichtsbedingung für seine Hälfte, die darin besteht, dass die algebraische Summe der Momente der in K angreifenden Kräfte F, G und der in E angreifenden nach BE gerichteten Kraft S in Beziehung auf die Axe C = Null sein muss, dass also, wenn in Fig. 112 die Gerade KH horizontal, CV vertical, CP normal zu BE ist, die Gleichung erfüllt wird:

Fig. 112.



$$F \,.\, CV = G \,.\, VK + S \,.\, CP,$$

d. i. mit $CK = l$ und wegen $F = \frac{G}{g} r \omega^2$ mit $HK = r$:

$$\frac{G}{g} r \omega^2 l \cos \alpha = G l \sin \alpha + \frac{1}{2}\frac{Q}{\cos \beta} a \sin (\alpha + \beta)$$

oder

$$\frac{r \omega^2}{g} = tg\, \alpha + \frac{1}{2}\frac{a}{l}\frac{Q}{G}(tg\, \alpha + tg\, \beta) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2).$$

Ist O der Schnittpunkt von AA mit CB, und

$$OH = r \cotg \alpha = h,$$

so kann diese Gleichung auch geschrieben werden:

$$\omega^2 = \frac{g}{h}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{a}{l}\frac{Q}{G}\frac{tg\,\alpha + tg\,\beta}{tg\,\alpha}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Für $Q = 0$ geht sie in die Gleichung (2) von §. 105 über. Sie vereinfacht sich bei der üblichen rhombischen Anordnung des Regulators, bei welcher

$$c = e \text{ und } a = b, \text{ also } \alpha = \beta$$

ist, und somit:

$$\omega^2 = \frac{g}{h}\left(1 + \frac{a}{l}\frac{Q}{G}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Die Berichtigung dieser Gleichungen mit Rücksicht auf den untergeordneten Einfluss der Stangengewichte ist höchstens angenäherter Weise nöthig und mag geschehen auf Grund der Annahme: $c = e = 0$. Die Schwerkraft jeder dieser prismatischen Stangen ist dann eine in ihrer Mitte angreifende Verticalkraft, die Centrifugalkraft aber eine Kraft, die zwar so gross ist, als ob die ganze Stangenmasse in ihrer Mitte vereinigt wäre,* dabei aber in einem Punkte der Mittellinie angreift, dessen Entfernung von ihrem in AA liegenden Endpunkte $= {}^2/_3$ der Länge ist. Wird also mit A die Schwerkraft einer Kugelstange CK, mit B die Schwerkraft einer Hülsenstange BE bezeichnet, und diese Kraft B in zwei

---

* Wenn allgemein eine um eine Axe A mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotirende Masse $= m$ symmetrisch ist in Bezug auf eine durch A gehende Ebene E, so ist die Centrifugalkraft jeder zu dieser Ebene senkrechten materiellen Geraden G der Masse m, deren Abstand von der Axe $A = x$ und deren Masse $= dm$ sei, in jeder Hinsicht identisch mit der Centrifugalkraft $= \omega^2 x\,dm$ des Massenelementes dm, wenn es in dem in der Ebene E gelegenen Mittelpunkte P der Geraden G concentrirt gedacht und somit die körperliche Masse m durch eine materielle Fläche von gleicher Masse m in der Ebene E ersetzt wird, weil die zu dieser Ebene senkrechten elementaren Kraftcomponenten sich paarweise aufheben. Indem aber dann die resultirende Centrifugalkraft

$$= \omega^2 \int x\,dm = \omega^2 \xi m$$

ist, unter ξ den Schwerpunktsabstand der Masse m von der Axe A verstanden, ist sie ebenso gross, als ob diese Masse in ihrem Schwerpunkte S vereinigt wäre. Es würde auch ihre Richtungslinie durch den Schwerpunkt hindurch gehen, wenn, unter y und η die Abstände der Punkte P und S von einer zur Axe A senkrechten Ebene H verstanden,

$$\omega^2 \int xy\,dm = \omega^2 \xi \eta m$$

wäre. Wenn aber x' und y' dieselben Bedeutungen für die durch S gehende gleiche in den Punkten B und E angreifende Componenten zerlegt, von denen letztere als Vergrösserung von Q zu betrachten ist, die Centrifugalkraft dieser Hülsenstange aber in zwei entsprechende Componenten, von denen die in B angreifende doppelt so gross wie die in E angreifende (durch eine gleiche in E_1 angreifende Gegenkraft aufgehobene) Componente ist, so ergiebt sich das corrigirte Moment der Schwerkraft G für die Axe C

$$= G l \sin \alpha + A \frac{l}{2} \sin \alpha + \frac{B}{2} a \sin \alpha = \left[G + \frac{1}{2} \left(A + \frac{a}{l} B \right) \right] l \sin \alpha$$

und das corrigirte Moment der Centrifugalkraft F

$$= \frac{G}{g} r \omega^2 l \cos \alpha + \frac{A}{g} \frac{r}{2} \omega^2 \cdot \frac{2}{3} l \cos \alpha + \frac{B}{g} \frac{r a}{2 l} \omega^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot a \cos \alpha$$
$$= \frac{1}{g} \left[G + \frac{1}{3} \left(A + \frac{a^2}{l^2} B \right) \right] r \omega^2 l \cos \alpha.$$

Die Berücksichtigung der Schwerkräfte und der Centrifugalkräfte der Stangen würde also in Gl. (2)—(4) die Vergrösserung von G in verschiedenem Betrage, nämlich um

$$\frac{1}{2} \left(A + \frac{a}{l} B \right) \text{ bezw. } \frac{1}{3} \left(A + \frac{a^2}{l^2} B \right)$$

erfordern, d. h. es müssten streng genommen die Formen dieser Gleichungen etwas geändert werden. Um sie in ihren oben entwickelten einfachen

---

mit A parallele Gerade A' und für die durch S gehende mit H parallele Ebene H' haben, wie x und y für A und H, so ist

$$\int x y \, d m = \int (\xi + x') (\eta + y') \, d m$$
$$= \xi \eta m + \xi \int y' d m + \eta \int x' d m + \int x' y' d m$$
$$= \xi \eta m + \int x' y' d m$$

und somit jene Bedingungsgleichung identisch mit der Gleichung:

$$\int x' y' d m = 0,$$

welche erfüllt ist, wenn die Masse m auch in Bezug auf die Ebene H' oder in Bezug auf die zu $A A'$ senkrechte durch A' gehende Ebene symmetrisch ist.

Aus dieser Ueberlegung ergiebt sich der Satz, dass 1) wenn eine um eine Axe rotirende Masse symmetrisch vertheilt ist in Bezug auf eine durch die Axe gehende Ebene, die Centrifugalkräfte eine Resultante haben, die in der Symmetrieebene liegt und ebenso gross ist, als ob die ganze Masse im Schwerpunkte vereinigt wäre; dass aber 2) diese Resultante auch durch den Schwerpunkt hindurch geht, wenn die Masse noch eine zweite Symmetrieebene hat, die auf der ersten senkrecht und zugleich entweder auf der Drehungsaxe senkrecht oder mit ihr parallel ist.

Bei dem hier in Rede stehenden Centrifugalregulator ist die Bedingung unter 1) erfüllt, sowohl für die Stangen, als für die Kugeln, die Bedingung unter 2) dagegen nur für letztere.

Formen beibehalten zu können, muss man sich begnügen, in G nur einen Mittelwerth jener Correctionen einzubegreifen, etwa das arithmetische Mittel:

$$G' = \frac{1}{12}\left[5\,A + \left(3 + 2\,\frac{a}{l}\right)\frac{a}{l}\,B\right] \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

z. B.

$$G' = \frac{5}{12}(A + 0{,}4\,B) \text{ für } \frac{a}{l} = \frac{1}{2},$$

$$G' = \frac{5}{12}(A + B) \text{ für } \frac{a}{l} = 1.$$

Auch ist in Q die Hälfte des Gewichtes jeder Hülsenstange einzubegreifen, also

$$Q = B + H + Z$$

zu setzen, unter H das um das Eigengewicht der Hülse selbst vermehrte ihr etwa unmittelbar zuertheilte Belastungsgewicht und unter Z den Druck verstanden, den das Stellzeug in Folge der Schwerkräfte seiner Glieder auf die Hülse ausübt, falls es nicht vorgezogen wird, diese Schwerkräfte im Stellzeuge selbst abzubalanciren, um dem Regulator ein möglichst freies Spiel bei mittlerem Gleichgewichtszustande zu gewähren. —

Was ferner den Unempfindlichkeitsgrad ε des Regulators betrifft, so sei nach §. 105 mit W der auf die Hülse reducirte Bewegungswiderstand, d. h. die Kraft bezeichnet, welche, an der Hülse im Sinne AA angreifend, die Reibung des Regulators selbst (der verschiedenen Charniere) und bei directer Wirkung die Reibung des Stellzeuges (bei indirecter den Einrückungswiderstand des Wendegetriebes) zu überwinden im Stande ist. Die Werthe ω_1 und ω_2, bis zu welchen die dem mittleren Gleichgewichtszustande entsprechende Winkelgeschwindigkeit ω der Regulatorwelle zu- oder abnehmen muss, um die Verschiebung der Hülse im einen oder anderen Sinne zur Folge zu haben, sind dann analog Gl. (3) durch die folgenden Gleichungen bestimmt:

$$\left.\begin{aligned} \omega_1{}^2 &= \frac{g}{h}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{a}{l}\frac{Q+W}{G}\frac{tg\alpha + tg\beta}{tg\alpha}\right) \\ \omega_2{}^2 &= \frac{g}{h}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{a}{l}\frac{Q-W}{G}\frac{tg\alpha + tg\beta}{tg\alpha}\right) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (6).$$

Daraus folgt $\omega_1{}^2 + \omega_2{}^2 = 2\,\omega^2$ oder mit ausser Acht zu lassendem Fehler, nämlich mit Vernachlässigung von nur $\frac{1}{8}\varepsilon^2$ gegen 1 gemäss §. 113, Gl. (3):

$$\omega_1 + \omega_2 = 2\,\omega$$

und weiter mit

$$\omega_1 - \omega_2 = \varepsilon\,\omega:$$

$$\omega_1{}^2 - \omega_2{}^2 = 2\,\varepsilon\,\omega^2$$

oder nach den Gleichungen (6) und (3):

$$\frac{g}{h}\frac{a}{l}\frac{W}{G}\frac{tg\alpha+tg\beta}{tg\alpha}=\varepsilon\frac{g}{h}\left(2+\frac{a}{l}\frac{Q}{G}\frac{tg\alpha+tg\beta}{tg\alpha}\right),$$

woraus für die Energie (§. 105) sich der Ausdruck ergiebt:

$$E=\frac{W}{\varepsilon}=2\frac{l}{a}G\frac{tg\alpha}{tg\alpha+tg\beta}+Q \ldots\ldots\ldots (7),$$

wachsend mit G und Q, übrigens abhängig von α, also von der Configuration des Regulators. Bei rhombischer Anordnung ($\alpha=\beta$) wird E unabhängig von α, nämlich:

$$E=\frac{l}{a}G+Q \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Die Steigerung der Energie durch Vergrösserung von Q, nämlich durch ein schweres Belastungsgewicht der Hülse, ist namentlich bei dem Porter'schen Regulator bezweckt, bei welchem übrigens $l=a$ gemacht zu werden pflegt (durch Verlegung der Kugelmittelpunkte K und K_1 in die Charnieraxen B und B_1, Fig. 112), so dass $E=G+Q$ wird.

Insoweit die Verkleinerung eines solchen Belastungsgewichtes die Energie noch hinlänglich gross lässt, bietet es ein einfaches Mittel dar, um durch seine Aenderung den Regulator gemäss Gl. (3) oder (4) verschiedenen Normalgeschwindigkeiten ω anzupassen. —

Der Ungleichförmigkeitsgrad Δ dieses Regulators mag nur für den gewöhnlichen Fall rhombischer Anordnung näher geprüft werden. Indem dann ω nach Gl. (4) umgekehrt proportional $\sqrt{h}$ ist, unter h die Strecke OH in Fig. 112 verstanden, ergiebt sich mit den Bezeichnungen:

$$\omega', h', \alpha' \quad \text{und} \quad \omega'', h'', \alpha''$$

für die Werthe von ω, h, α bezw. in der oberen und unteren Grenzlage nach §. 105, Gl. (3) und (5):

$$\left.\begin{array}{l} \Delta=\delta+\varepsilon \text{ mit } \delta=2\dfrac{\omega'-\omega''}{\omega'+\omega''}=2\dfrac{\dfrac{\omega'}{\omega''}-1}{\dfrac{\omega'}{\omega''}+1} \\ \dfrac{\omega'}{\omega''}=\sqrt{\dfrac{h''}{h'}}=\sqrt{\dfrac{l\cos\alpha''+c\,cotg\,\alpha''}{l\cos\alpha'+c\,cotg\,\alpha'}} \end{array}\right| \ldots\ldots (9).$$

Wird auch die Grösse δ um so kleiner, je weniger α' und α'' verschieden gewählt werden, so darf doch bei einem direct wirkenden Regulator dieser Art der Unterschied dieser Winkel nicht sehr klein gemacht werden, um die Verschiebung

$$s=2a(\cos\alpha''-\cos\alpha') \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

der Hülse und somit die Stellungsänderung des Stellzeuges hinlänglich gross zu erhalten. Dadurch kann dann aber auch Δ wesentlich zu gross werden.

So ergiebt sich z. B. für einen direct wirkenden Porter'schen Regulator ($l=a$) mit $\alpha'=40^0$ und $\alpha''=20^0$, entsprechend $s=0,35\,a$

für

$$c=\frac{1}{8}a \quad \text{und} \quad 0:$$

$$\frac{\omega'}{\omega''}=1,184 \quad \text{„} \quad 1,108$$

$$\delta=0,168 \quad \text{„} \quad 0,102;$$

dagegen mit $\alpha'=45^0$ und $\alpha''=25^0$, entsprechend $s=0,40\,a$

für

$$c=\frac{1}{8}a \quad \text{und} \quad 0:$$

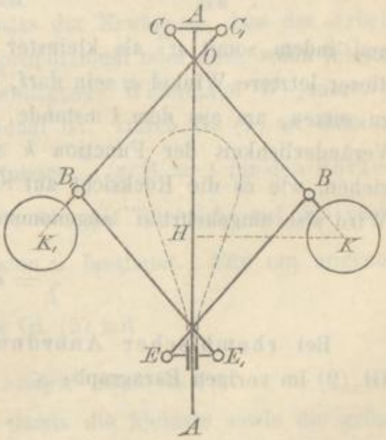
$$\frac{\omega'}{\omega''}=1,188 \quad \text{„} \quad 1,132$$

$$\delta=0,172 \quad \text{„} \quad 0,124.$$

§. 115. Watt'scher Regulator mit gekreuzten Stangen.

Wenn der Punkt C, wie in Fig. 112, auf derselben Seite der Axe AA liegt wie der Kugelmittelpunkt K, so nimmt die Grösse $h=OH$, d. i. die Subnormale der Bahn des Punktes K mit dessen wachsender Entfernung von der Axe aus doppeltem Grunde ab, insofern sich dabei H aufwärts und O abwärts bewegt. Der entsprechend stark ausgeprägte statische Charakter des Regulators wird indessen schon dadurch vermindert, dass mit der Annahme $c=0$ der Punkt O als Vereinigung der Punkte C und C_1 in der Axe festgelegt wird, wie auch die Beispiele zu Ende des vorigen Paragraph durch die der Annahme $c=0$ entsprechende Verminderung von δ zu erkennen geben. Noch mehr wird sich somit diese Grösse dadurch verkleinern lassen, dass die Charnieraxen C und C_1 auf die entgegengesetzten Seiten von AA gelegt werden, somit dann auch bei nach wie vor rhom-

Fig. 113.



bischer Anordnung die Charnieraxen E und E_1 (Fig. 113), indem jetzt bei Vergrösserung der Entfernung HK mit zunehmender Winkelgeschwindigkeit ω nicht nur der Punkt H, sondern auch der Punkt O sich aufwärts bewegt. Nur darf in solchem Falle die Aufwärtsbewegung von O nicht grösser, als die von H sein, weil, wie schon in §. 105 mit Bezug auf den idealen Fall gemäss Fig. 109 bemerkt wurde, die Stabilität des Gleichgewichtes die Abnahme der Subnormale h mit wachsender Winkelgeschwindigkeit ω, also mit wachsendem Winkel α und entsprechendem Abstande HK erfordert, wenn, wie es dort der Fall war und auch hier nach Gl. (4) im vorigen Paragraph der Fall ist, die Beziehung zwischen ω und der Configuration des Regulators die Form hat: $\omega^2 h = Const.$

Um jener Forderung zu genügen, kann man bemerken, dass, wenn mit c jetzt der Absolutwerth des negativ gewordenen früheren Abstandes c bezeichnet wird,

$$OH = h = l \cos\alpha - c \operatorname{cotg}\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

somit

$$h = 0 \text{ ist für } l\cos\alpha = c \operatorname{cotg}\alpha,$$

d. h. für

$$\cos\alpha = 0 \text{ und für } \sin\alpha = \frac{c}{l}.$$

Für einen zwischen 90° und $arc\,sin\,\frac{c}{l}$ liegenden Werth von α ist also h ein Maximum, nämlich entsprechend

$$\frac{dh}{d\alpha} = -l\sin\alpha + \frac{c}{\sin^2\alpha} = 0 \text{ für } \sin^3\alpha = \frac{c}{l}$$

und indem somit α'' als kleinster Werth von α keinesfalls kleiner, als dieser letztere Winkel α sein darf, ist es am besten, ihn demselben gleich zu setzen, um aus dem Umstande, dass in der Nähe ihres Maximums die Veränderlichkeit der Function h am kleinsten ist, insoweit Nutzen zu ziehen, wie es die Rücksicht auf Stabilität des Gleichgewichtes gestattet. Wird also umgekehrt α'' angenommen, so ergiebt sich die Regel:

$$\frac{c}{l} = \sin^3\alpha'' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Bei rhombischer Anordnung gemäss Fig. 113 ist dann nach Gl. (9) im vorigen Paragraph:

$$\frac{\omega'}{\omega''} = \sqrt{\frac{h''}{h'}} = \sqrt{\frac{\cos\alpha'' - \frac{c}{l}\operatorname{cotg}\alpha''}{\cos\alpha' - \frac{c}{l}\operatorname{cotg}\alpha'}} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

$$\delta = 2\,\frac{\dfrac{\omega'}{\omega''} - 1}{\dfrac{\omega'}{\omega''} + 1}\,;\quad \varDelta = \delta + \varepsilon \,\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4),$$

z. B. für $\alpha' = 40^0$ und $\alpha'' = 20^0$:

$$\frac{c}{l} = 0{,}040 \qquad \frac{\omega'}{\omega''} = 1{,}075 \qquad \delta = 0{,}072$$

oder für $\alpha' = 45^0$ und $\alpha'' = 25^0$:

$$\frac{c}{l} = 0{,}075 \qquad \frac{\omega'}{\omega''} = 1{,}086 \qquad \delta = 0{,}082$$

und somit δ schon wesentlich kleiner, als im vorigen Paragraph unter sonst gleichen Umständen gefunden wurde.

Uebrigens gelten nach wie vor die von c unabhängigen Gleichungen (4), (8) und (10) des vorigen Paragraph:

$$\omega^2 = \frac{g}{h}\left(1 + \frac{a}{l}\,\frac{Q}{G}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

$$E = \frac{W}{\varepsilon} = \frac{l}{a}\,G + Q \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

$$s = 2\,a\,(\cos\alpha'' - \cos\alpha') \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7).$$

Sie bestimmen noch 3 Elemente hinsichtlich der den obwaltenden Umständen anzupassenden Anordnung eines solchen Regulators.

Es werde z. B. ausser den Grenzwinkeln α' und α'', wodurch nach Obigem die Verhältnisse $\frac{c}{l}$ und $\frac{\omega'}{\omega''}$ bestimmt sind, weiter die Verschiebungsgrösse s der Hülse angenommen gemäss der Erwägung, dass das Arbeitsvermögen $= Ws$ des Regulators ihr proportional oder dass, wenn letzteres gegeben, der von der Hülse zu bewältigende Widerstand W jener Verschiebungsgrösse umgekehrt proportional ist. Durch Gl. (7) ist dann die Länge a und bei Annahme des Verhältnisses $\frac{a}{l}$ (z. B. $= 1$ für den Porter'schen Regulator) auch die Länge l, sowie mit Rücksicht auf das vorher gefundene Verhältniss $\frac{c}{l}$ die Dimension c bestimmt. Für ein angenommenes Verhältniss $\frac{Q}{G}$ kann ferner aus Gl. (5) mit

$$h = h'' = l\cos\alpha'' - c\,cotg\,\alpha'' \text{ nach Gl. (1)}$$

die Winkelgeschwindigkeit ω'' und damit die kleinste sowie die grösste dem mittleren Gleichgewichtszustande entsprechende Umdrehungszahl der Regulatorwelle pro Minute:

$$n'' = \frac{60}{2\pi}\omega'' = 9{,}55\,\omega'' \text{ und } n' = \frac{\omega'}{\omega''}n''$$

gefunden werden, somit auch die mittlere Umdrehungszahl

$$n = \frac{n' + n''}{2}.$$

Während die Verschiebungsgrösse s der Hülse die Dimensionsverhältnisse des Stellzeuges bedingt, wird durch n das Umsetzungsverhältniss bestimmt, nach welchem die Rotation der Regulatorwelle von derjenigen einer anderen Welle abzuleiten ist, der bei mittlerem Gange der Maschine eine bekannte Umdrehungszahl zukommt. Bei gegebener Energie E, entsprechend einem gegebenen Widerstande W und angenommenen Unempfindlichkeitsgrade ε, sind endlich durch Gl. (6) mit Rücksicht auf die angenommenen Verhältnisse $\frac{a}{l}$ und $\frac{Q}{G}$ die Gewichte G und Q einzeln bestimmt. —

Als ein Uebelstand der Construction des Regulators mit gekreuzten Stangen nach Fig. 113 ist der Umstand hervorzuheben, dass mit der dadurch bedingten Verlängerung jener Stangen eine entsprechend grössere Höhe der ganzen Construction verbunden ist zum Nachtheile sicherer Lagerung der Regulatorwelle. Diese Höhe, verstanden als Entfernung der Axenebenen CC_1 und EE_1, Fig. 113, also

$$H = 2a\cos\alpha'' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

kann ohne wesentliche Aenderung der Eigenschaften des Regulators dadurch vermindert werden, dass nur die Kugelstangen gekreuzt, die Hülsenstangen dagegen nach Art von Fig. 112 mit der Hülse verbunden werden. Indem dann aber der Winkel β, unter welchem die letzteren gegen die Axe AA geneigt sind, nur bei einer Configuration dem Winkel α gleich sein kann, ist es nöthig, ihn für die untere Grenzlage ($\alpha = \alpha''$) dem Winkel α gleich zu machen, um so wenigstens für diese die rhombische Anordnung beizubehalten, worauf die Gleichung (2) entsprechend der Forderung eines eben noch stabilen Gleichgewichtes beruht. Ist dann e die halbe Entfernung der (jetzt auf den umgekehrten Seiten von AA, wie in Fig. 113, liegenden) Charnieraxen E, E_1, so wird dadurch im Vergleich mit der dauernd rhombischen Anordnung nach Fig. 113 die Höhe H reducirt auf:

$$H = (a + b)\cos\alpha'' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9),$$

während die Hülsenstangen die Länge erhalten:

$$b = a - \frac{c + e}{\sin\alpha''} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

Ist nun β' der Werth von β für die obere Grenzlage, bestimmt durch die Gleichung:

$$a \sin\alpha' - c = b \sin\beta' + e \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11),$$

woraus in Verbindung mit Gl. (10)

$$\frac{\sin\beta'}{\sin\alpha'} = \frac{a - \frac{c+e}{\sin\alpha'}}{a - \frac{c+e}{\sin\alpha''}}, \text{ also } \beta' > \alpha'$$

folgt, so ergiebt sich das Verhältniss $\frac{\omega'}{\omega''}$ jetzt aus Gl. (3) im vorigen Paragraph:

$$\frac{\omega'}{\omega''} = \sqrt{\frac{h''}{h'} \frac{1 + \frac{1}{2} \frac{a}{l} \frac{Q}{G} \frac{tg\,\alpha' + tg\,\beta'}{tg\,\alpha'}}{1 + \frac{a}{l} \frac{Q}{G}}}$$

oder wenn das der rhombischen Anordnung unter sonst gleichen Umständen entsprechende durch Gl. (3) bestimmte Grenzgeschwindigkeitsverhältniss

$$\frac{\omega'}{\omega''} = \sqrt{\frac{h''}{h'}} \text{ mit } \left(\frac{\omega'}{\omega''}\right)$$

bezeichnet und zur Abkürzung

$$\frac{1}{2} \frac{tg\,\alpha' + tg\,\beta'}{tg\,\alpha'} = 1 + \lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

gesetzt wird:

$$\frac{\omega'}{\omega''} = \left(\frac{\omega'}{\omega''}\right) \sqrt{1 + \frac{\lambda}{\frac{l}{a} \frac{G}{Q} + 1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13),$$

womit dann schliesslich wieder δ nach Gl. (4) gefunden wird.

Die Gleichung (5) behält zur Anordnung des Regulators ihre Gültigkeit mit

$$\omega = \omega'' \text{ und } h = h'' = l \cos\alpha'' - c \cot g\,\alpha''.$$

Die Energie ist durch Gl. (6) für die untere Grenzlage bestimmt; für die obere ist sie nach Gl. (7) im vorigen Paragraph:

$$E' = 2 \frac{l}{a} G \frac{tg\,\alpha'}{tg\,\alpha' + tg\,\beta'} + Q = \frac{l}{a} \frac{G}{1+\lambda} + Q \quad \ldots\ldots (14),$$

der Hülsenhub wird:

$$s = a(\cos\alpha'' - \cos\alpha') + b(\cos\alpha'' - \cos\beta') \quad \ldots\ldots\ldots (15).$$

Da $\beta' > \alpha'$, nach Gl. (12) also λ positiv ist, so folgt aus Gl. (13):

$$\frac{\omega'}{\omega''} > \left(\frac{\omega'}{\omega''}\right)$$

und zwar um so mehr, je grösser Q im Vergleich mit G angenommen wird. Soll also der Ungleichförmigkeitsgrad δ durch Verzichtleistung auf die Kreuzung auch der Hülsenstangen nicht vergrössert werden, so ist bei gegebenem Werthe von α'' der Winkel α' kleiner anzunehmen, was übrigens dann um so eher zulässig ist, als bei gleichen Werthen von α' und α'' der Hülsenhub s nach Gl. (15) sich grösser, als nach Gl. (7) ergiebt. Es sei z. B.

$$l = a, \quad Q = 1{,}5\,G, \quad \alpha'' = 20^0, \quad \alpha' = 40^0,$$

folglich bei rhombischer Anordnung mit gekreuzten Kugel- und Hülsenstangen nach (2), (3), (4), (7) und (8):

$$c = 0{,}04\,a, \quad \frac{\omega'}{\omega''} = 1{,}075, \quad \delta = 0{,}072$$

$$s = 0{,}347\,a, \quad H = 1{,}879\,a = 5{,}41\,s.$$

Wird dann behufs der Anordnung mit nur gekreuzten Kugelstangen unter Beibehaltung des Werthes $c = 0{,}04\,a$ angenommen:

$$\beta'' = \alpha'' = 20^0 \quad \text{und} \quad e = 0{,}15\,b,$$

so findet man aus (10), (11), (12), (13), (4), (15) und (9):

$$b = 0{,}614\,a, \qquad \beta' = 56^0\,17', \qquad \lambda = 0{,}393$$

$$\frac{\omega'}{\omega''} = 1{,}075 \,.\, 1{,}112 = 1{,}195, \qquad \delta = 0{,}178$$

$$s = 0{,}410\,a, \quad H = 1{,}517\,a = 3{,}70\,s.$$

Hiernach würde δ mehr als verdoppelt werden. Wenn aber jetzt

$$l = a, \quad Q = 1{,}5\,G, \quad \alpha'' = 20^0, \quad \alpha' = 32^0$$

angenommen wird, womit sich bei rhombischer Anordnung ergeben würde:

$$c = 0{,}04\,a, \quad \frac{\omega'}{\omega''} = 1{,}029, \quad \delta = 1{,}029$$

$$s = 0{,}183\,a, \quad H = 1{,}879\,a = 10{,}27\,s,$$

so findet man für die Anordnung mit nur gekreuzten Kugelstangen mit

$$c = 0{,}04\,a, \quad \beta'' = \alpha'' = 20^0, \quad e = 0{,}15\,b:$$

$$b = 0{,}614\,a, \quad \beta' = 40^0\,23', \qquad \lambda = 0{,}181$$

$$\frac{\omega'}{\omega''} = 1{,}029 \,.\, 1{,}053 = 1{,}083, \qquad \delta = 0{,}080$$

$$s = 0{,}201\,a, \qquad H = 1{,}517\,a = 7{,}55\,s.$$

Das Beispiel lässt erkennen, dass die Verkleinerung der Constructionshöhe H bei nahe gleich bleibendem Werthe von δ erkauft wird durch Verkleinerung von s, also bei gegebener Arbeit $= Ws$, die von der Hülse längs dem Wege s zu leisten ist, durch Vergrösserung des Widerstandes W und somit des Unempfindlichkeitsgrades ε. Indessen ist

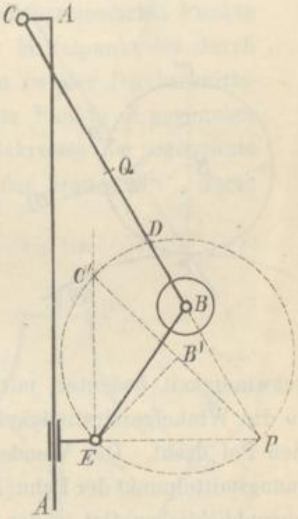
$$s = 0{,}201\,a = \frac{0{,}201}{0{,}614}\,b = 0{,}327\,b$$

in den meisten Fällen ausreichend gross.

§. 116. Regulator von Pröll.*

Um die Constructionshöhe H des Regulators noch weiter zu verkleinern, kann man jede Kugel mit der betreffenden Hülsenstange fest verbinden nach Verlegung des Kugelmittelpunktes, entsprechend $l = a$, in den Punkt B, Fig. 114, und dann die Stange $BE = b$ auf andere Weise relativ gegen die Regulatorwelle so zwangläufig machen, dass ihre Bewegung mit derjenigen nahe übereinstimmt, die sie dem vorigen Paragraph zufolge als Hülsenstange eines Watt'schen Regulators mit gekreuzten Kugelstangen haben soll. Diese Bewegung ist dadurch bestimmt, dass der Punkt E in einer Geraden geführt wird, die in der Entfernung e mit der Axe AA der Regulatorwelle auf derselben Seite parallel ist, auf welcher der Punkt B sich befindet, letzterer Punkt aber in einem Kreise mit dem Radius $BC = a$ geführt wird, dessen Mittelpunkt C auf der anderen Seite von AA die Entfernung $AC = e$ hat. Diese Führung des Punktes B ist es, wodurch die unerwünscht grosse Höhe $H =$ der Maximalhöhe von C über E verursacht wird, und hat sich deshalb Pröll die Aufgabe gestellt, sie dadurch zu ersetzen, dass statt des Punktes B ein anderer Punkt B' der Stange BE und zwar durch eine Charnierstange $B'C'$ in einem Kreise geführt wird, dessen Mittelpunkt C' in geringerer Höhe über E auf derselben Seite von AA, etwa im gleichen Abstande $= e$ davon, somit vertical über E gelegen ist. Zu dem Ende kommt es darauf an,

Fig. 114.



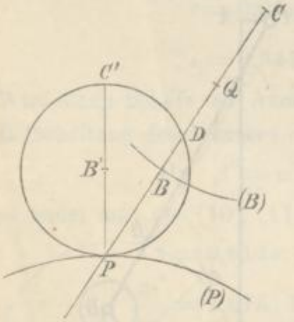
---

* Civilingenieur, 1872, Heft 3 und 4. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1873, S. 66.

die Punkte B' und C' so zu wählen, dass der kleine Kreisbogen zum Mittelpunkte C', in welchem auf diese Weise der Punkt B' beweglich wird, möglichst genau mit der richtigen, nämlich mit derjenigen Bahn dieses Punktes übereinstimme, die der Führung des Punktes B im Kreise um C entspricht, und es wird dies dann am vollkommensten der Fall sein, wenn C' der Krümmungsmittelpunkt dieser Bahn für den Ort ist, den B' in derselben bei mittlerer Configuration des Regulators einnimmt. Wie solche Punkte B' und C' durch Construction gefunden werden können, ergiebt sich aus gewissen Sätzen der reinen Kinematik.

Ist nämlich (P), Fig. 115, die der Bewegung eines ebenen Systems in seiner Ebene entsprechende Polbahn, d. h. der Ort der auf einander folgenden Punkte (Pole), um welche die elementare Drehung des Systems jeweils stattfindet, so giebt es für jede Lage des letzteren einen gewissen Kreis, der die Polbahn im augenblicklichen Pol P berührt und der Wendekreis genannt wird, weil seine sämmtlichen Punkte sich augenblicklich in Wendepunkten (Punkten mit unendlich grossen Krümmungshalbmessern) ihrer Bahnen befinden. Der Durchmesser PC' dieses Kreises ist $=\frac{u}{\omega}$, wenn u die augenblickliche Wechselgeschwindigkeit des Pols, d. h. die Geschwindigkeit bedeutet, mit welcher er in der Polbahn fortschreitet, und ω die Winkelgeschwindigkeit, mit der sich das System augenblicklich um den Pol dreht. Der Wendekreis kann ausserdem dazu dienen, den Krümmungsmittelpunkt der Bahn (B) jedes anderen Punktes B des Systems für seinen augenblicklichen Ort in der Bahn auf einfache Weise zu bestimmen. Zieht man nämlich den Polstrahl PB, dessen zweiter Schnittpunkt mit dem Wendekreise D sei, und macht man auf ihm die Strecke $PQ = 2 \cdot PB$, so ist der Krümmungsmittelpunkt C für den Punkt B der Bahn (B) der dem Punkte D zugeordnete vierte harmonische Punkt zu P, Q, D und somit leicht durch Construction zu finden. Wäre B der Mittelpunkt der Sehne PD, so würde Q mit D und folglich auch C mit D zusammenfallen; so ist insbesondere der sogenannte Wendepol C' der Krümmungsmittelpunkt der Bahn, in welcher sich der Mittelpunkt B' des Wendekreises bewegt, für den Ort, in dem er sich augenblicklich in dieser seiner Bahn befindet.

Fig. 115.



Um nun hiernach auf die Figur 114 zurückzukommen, etspreche diese Figur $ACBE$ der mittleren Configuration eines Regulators, der nach den zu Ende des vorigen Paragraph entwickelten Regeln mit gekreuzten Kugelstangen und ungekreuzten Hülsenstangen und zwar mit $l = a$ construirt ist. Der Punkt P, in welchem die Gerade CB von der Horizontalen durch E geschnitten wird, ist der augenblickliche Pol für die relative Bewegung von BE gegen die Axe AA, indem er der Punkt ist, in welchem sich die Normalen der Bahnen von B und E für die augenblicklichen Oerter dieser Punkte schneiden. Der Wendekreis geht ausser durch P auch durch den Punkt E, da dessen Bahn eine gerade Linie EC' ist, deren sämmtliche Punkte den Charakter von Wendepunkten haben. Ein dritter Punkt des Wendekreises ergiebt sich, wenn $BQ = BP$ gemacht und berücksichtigt wird, dass C der Krümmungsmittelpunkt der Bahn des Punktes B ist, in dem diesem Punkte C zugeordneten vierten harmonischen Punkte D zu den Punkten P, Q und C. Ist nun B' der Mittelpunkt des durch die Punkte P, E, D gehenden Kreises, und C' sein zweiter Durchschnittspunkt mit der Verticalen durch E, d. i. der dem Punkte P gegenüber liegende Endpunkt des Durchmessers PC' des Wendekreises (der sogenannte Wendepol), so sind B' und C' die Charnieraxen der Stange $B'C'$, durch welche die jetzt bei B' einen stumpfen Winkel bildende, die Kugel bei B tragende Stange $EB'B$ mit der Regulatorwelle zu verbinden ist.

Fig. 116.

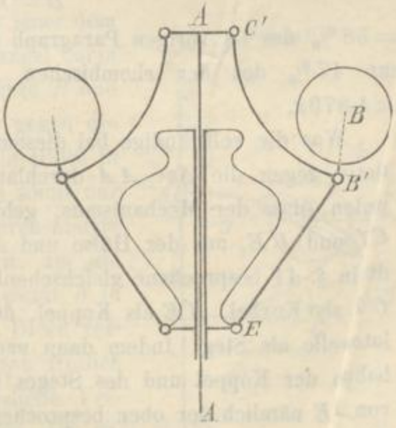


Fig. 116 zeigt die Ausführung des Regulators in einfachen Linien und lässt erkennen, wie zugleich durch den Umstand, dass der Winkel $B'EC'$ (Fig. 114) grösser, als der Winkel BEC' ist, mehr Raum zur Anbringung eines schweren Belastungsgewichtes Q innerhalb der Constructionshöhe H gewonnen wurde. Um diesen Raum so vollständig wie möglich auszunutzen, können die Stangen $C'B'$ passend so gekrümmt werden, dass sie sich in der unteren Grenzlage an die Kugeln, in der oberen an das Belastungsgewicht anlegen. Nur ist zu berücksichtigen, dass, wenn Q allein ohne G vergrössert würde, damit nach Gl. (13) im vorigen Paragraph auch

$$\frac{\omega'}{\omega''} = \left(\frac{\omega'}{\omega''}\right) \sqrt{1 + \frac{Q}{G+Q}\lambda}$$

und somt δ grösser würde, weshalb es vorzuziehen ist, die Vergrösserung der zwischen den Grenzen

$$G + Q \text{ und } \frac{G}{1+\lambda} + Q$$

veränderlichen Energie durch gleichzeitige Vergrösserung von G und Q herbeizuführen.

Wenn man, um die durch den Pröll'schen Regulator erzielte Verkleinerung der Constructionshöhe H zu prüfen, die Figur 114 entsprechend dem Beispiele zu Ende des vorigen Paragraph, also mit

$$b = 0{,}614\,a, \quad c = 0{,}04\,a, \quad e = 0{,}15\,b = 0{,}092\,a$$

aufzeichne, und zwar in der mittleren Lage, also für

$$\alpha = \frac{20^0 + 32^0}{2} = 26^0,$$

so findet man den Radius des Wendekreises:

$$C'B' = EB' = 0{,}485\,a = 0{,}79\,b$$

und dann durch Verschiebung in die untere Grenzlage ($\alpha = \alpha'' = 20^0$) die Höhe des festen Punktes C' über der tiefsten Lage des Punktes E:

$$H = 0{,}875\,a$$

$= 58\,^0/_0$ des im vorigen Paragraph gefundenen Werthes $= 1{,}517\,a$ bezw. nur $47\,^0/_0$ des der rhombischen Anordnung entsprechenden Werthes $= 1{,}879\,a$.

Was die vollständige bei diesem Regulator vom Kugelmittelpunkte B relativ gegen die Axe AA durchlaufene Bahn betrifft, so mag bemerkt werden, dass der Mechanismus, gebildet aus den gleich langen Gliedern $C'B'$ und $B'E$, aus der Hülse und der Regulatorwelle, kein anderer als der in §. 41 besprochene gleichschenklige Schubkurbelmechanismus ist mit $C'B'$ als Kurbel, $B'E$ als Koppel, der Hülse als Schieber und der Regulatorwelle als Steg. Indem dann nach Fig. 53 a. a. O. die relativen Polbahnen der Koppel und des Steges Cardanische Kreise sind, die Polbahn von $B'E$ nämlich der oben besprochene Wendekreis mit dem Mittelpunkte B' und Radius $B'E = B'C' = r$, die Polbahn der Regulatorwelle dagegen der doppelt so grosse Kreis um den Mittelpunkt C' ist, beschreibt der mit ersterem Kreise fest verbundene Punkt B nach §. 12 eine Ellipse um C' als Mittelpunkt mit den Halbaxen $r + s$ und $r - s$, wenn hier mit s die Strecke BB' bezeichnet wird. Die kleine Axe dieser Ellipse ist, wie leicht zu übersehen, gegen die Gerade $C'B'$ geneigt unter einem Winkel = der Hälfte des Winkels $BB'C'$.

Uebrigens wird bei so kleiner Winkeldifferenz $\alpha' - \alpha'' = 12^0$, wie sie bei obigem Beispiele und ähnlich auch von Pröll selbst bei seinen betreffenden Ausführungen gewählt wurde, von jener elliptischen Bahn des Punktes B thatsächlich nur ein so kleines Stück benutzt, dass es mit dem Bogen eines Kreises zum Mittelpunkte C und Radius CB, Fig. 114, ohne in Betracht kommenden Fehler als zusammenfallend angesehen werden kann, und dass somit auch die betreffenden Gleichungen des vorigen Paragraph mit ausreichender Annäherung ihre Gültigkeit für den Pröll'schen Regulator behalten.

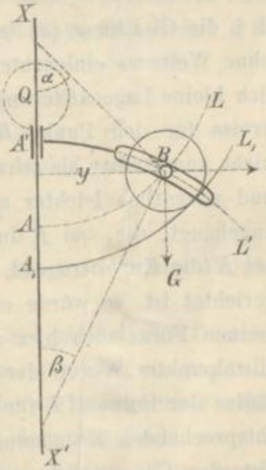
§. 117. Centrifugalregulatoren mit Leitcurven für die wirksamen Massen.

Durch die besprochene Kreuzung der Stangen eines Watt'schen Centrifugalregulators lässt sich zwar sein Ungleichförmigkeitsgrad auf einen für viele Fälle schon hinlänglich kleinen Betrag von etwa

$$\Delta = \delta + \varepsilon = 0{,}08 + \varepsilon$$

reduciren, doch bleibt es in manchen Fällen wünschenswerth, ihn unbeschadet der Stabilität des Gleichgewichtes noch mehr zu verkleinern. Zu dem Ende kann man bemerken, dass jener dem Watt'schen Regulator anhaftende Mangel darin begründet ist, dass bei ihm die Punkte B und B_1, Fig. 112 und Fig. 113, relativ gegen die Regulatorwelle sowohl wie gegen die Hülse in Kreisbögen geführt sind, und dass es somit nur des Ersatzes dieser kreisförmigen durch anders gestaltete Leitbahnen bedürfen wird, um die Stabilität des Gleichgewichtes und somit δ in beliebigem Maasse zu verkleinern. Diese verallgemeinernde Abänderung, die dann freilich die an sich erwünschte ausschliessliche Verwendung von Drehkörperpaaren für die betreffende kinematische Kette verbietet, ist in Fig. 117 (hinsichtlich einer der beiden stets symmetrisch gleichen Hälften) schematisch dargestellt, und zwar entsprechend dem Falle $l = a$, d. h. dem Zusammenfallen der Punkte K und B in Fig. 112. Die mit der Regulatorwelle fest

Fig. 117.



verbundene Leitbahn AL des Punktes B ist dadurch gegeben, dass das hier als schwere Rolle ausgeführte Gewicht G auf einer materiellen Leitfläche rollt, die nach einer mit AL äquidistanten Curve (Abstand = Rollenhalbmesser) gekrümmt ist, während die relative Bahn $A'L'$ desselben Punktes B gegen die Hülse dadurch gegeben sein mag, dass zwei beiderseits hervorragende cylindrische Zapfen der Rolle in entsprechenden Schlitzen einer sie gabelförmig umfassenden mit der Hülse verbundenen Curvenschleife geführt werden.

Sind x, y die rechtwinkligen Coordinaten des Punktes B der Curve AL für AX als x-Axe, ferner x', y die rechtwinkligen Coordinaten des entsprechenden Punktes B der Curve $A'L'$ für $A'X'$ als x'-Axe, so entspricht dem Gleichgewichte der Schwerkraft G, der Centrifugalkraft $\frac{G}{g} y\omega^2$ und der hier nur zur Hälfte in Betracht kommenden Hülsenbelastung Q nach dem Princip der virtuellen Geschwindigkeiten die Gleichung:

$$\frac{G}{g} y\omega^2 dy = G dx + \frac{1}{2} Q(dx + dx') \;\ldots\ldots\ldots\; (1)$$

oder, wenn α und β die Winkel bedeuten, unter welchen die Normalen von AL und $A'L'$ für den Punkt B gegen XX' geneigt sind, wegen

$$\frac{dx}{dy} = tg\alpha \text{ und } \frac{dx'}{dy} = tg\beta$$

$$\frac{y\omega^2}{g} = tg\alpha + \frac{1}{2}\frac{Q}{G}(tg\alpha + tg\beta) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (2),$$

d. i. die Gleichung (2) in §. 114 mit $r = y$ und $l = a$, wie übrigens auch ohne Weiteres einleuchtend gewesen wäre, da mit Bezug auf eine unendlich kleine Lagenänderung die betreffenden Curven durch ihre Krümmungskreise für den Punkt B ersetzt werden können. Wäre das Gewicht G nicht unmittelbar als schwere Rolle vorhanden, sondern an die dann kleiner und wesentlich leichter auszuführende Rolle vermittels einer Stange BK angehängt, die, bei B durch ein Drehkörperpaar mit ihr verbunden und bei K die Kugel tragend, im Gleichgewichtszustande normal zur Curve AL gerichtet ist, so würde ebenso jene Gleichung (2), §. 114, in ihrer allgemeinen Form auch hier gelten, unter r wieder den Abstand des Kugelmittelpunktes K von der Axe XX', unter a aber jetzt den Krümmungsradius der Curve AL für den Punkt B und unter l den um BK längeren entsprechenden Krümmungsradius der vom Punkte K durchlaufenen äquidistanten Curve verstanden.

Indem eine der Leitcurven AL, $A'L'$ beliebig angenommen werden kann, empfiehlt sich mit Rücksicht auf die Leichtigkeit der Ausführung und auf die Verwendbarkeit von Umschlusspaaren statt weniger dauerhafter höherer Elementenpaare, sie als Gerade oder als Kreislinie anzunehmen; letzteren Falles insbesondere kann die Verbindung der Gewichte G mit einem der beiden Theile, Regulatorwelle oder Hülse, durch Stangen und Charniere in der Weise des Watt'schen Regulators beibehalten werden. Die solcher Annahme der einen Leitcurve entsprechende Bestimmung der anderen ist zwar bisher nur in der Absicht ausgeführt worden, dadurch einen vollkommen astatischen Regulator zu erzielen, in welchem Falle sich ihre Gleichung durch Integration von Gl. (1) unter Voraussetzung eines constanten Werthes von ω und mit Rücksicht darauf, dass $x = 0$, $x' = 0$, $y = 0$ zusammengehörige, nämlich den Scheitelpunkten A und A' entsprechende Coordinaten beider Curven sind, in folgender Gestalt ergiebt:

$$G\frac{\omega^2}{g}y^2 = (2G + Q)x + Qx' \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Indessen hat es keine Schwierigkeit, durch geringe Abänderung der dieser Gleichung entsprechenden Construction einen nach §. 105 stets vorzuziehenden kleinen Grad von Stabilität des Gleichgewichtes herbeizuführen.

1. Wird, wie bei dem astatischen Regulator von Garnett, $A'L'$ als eine zur Axe XX' senkrechte Gerade angenommen, entsprechend $x' = 0$, so ergiebt sich die Curve AL als eine Parabel mit der Gleichung:

$$G\frac{\omega^2}{g}y^2 = (2G + Q)x \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Ohne Aenderung dieser Parabel kann der Regulator einer anderen constant zu erhaltenden Geschwindigkeit $\omega + \Delta\omega$ angepasst werden, indem Q durch $Q + \Delta Q$ ersetzt wird gemäss der Gleichung:

$$\left(\frac{\omega + \Delta\omega}{\omega}\right)^2 = \frac{2G + Q + \Delta Q}{2G + Q}.$$

Die Energie ist nach §. 114, Gl. (7) mit $l = a$ und $\beta = 0$:

$$E = \frac{W}{\varepsilon} = 2G + Q \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

ebenso gross wie beim Watt'schen Regulator mit rhombischer Anordnung für $l = 2a$.

Uebrigens mag bemerkt werden, dass die parabolische Gestalt der Curve AL nicht ausschliesslich an die Annahme von $A'L'$ als gerade Linie gebunden, sondern dass dazu nach Gl. (3) nur ein constantes Verhältniss von x' zu x erforderlich ist, wie es z. B. auch dann stattfände, wenn beide Curven einander congruent angenommen würden. Ebenso ist die Beziehung $x' = nx$, unter n eine Constante verstanden, auch die allgemeine Bedingung, an welche die Adjustirbarkeit des Regulators für eine andere Geschwindigkeit ω durch Aenderung von Q geknüpft ist, wie Gl. (3) unmittelbar erkennen lässt. Endlich ist auch nur unter dieser Voraussetzung die Energie des Regulators für alle seine Configurationen gleich gross gemäss §. 114, Gl. (7); denn aus $tg\beta = n\, tg\alpha$ folgt

$$dx' = n\,dx, \quad x' = nx + Const. = nx,$$

da $x = 0$ und $x' = 0$ entsprechende Werthe sind. —

Um diesem Garnett'schen Regulator seine vollständige Astasie zu nehmen, kann man entweder die Parabel AL durch den Bogen einer Ellipse ersetzen, deren in AX liegende grosse Hauptaxe sehr lang ist, oder die Gerade $A'L'$ durch einen schwach gekrümmten Kreisbogen. Sind im ersten Falle a und b die Halbaxen der Ellipse, so ist mit $p = \frac{b^2}{a}$ ihre Scheitelgleichung:

$$y^2 = 2px - \frac{p}{a}x^2.$$

Daraus folgt
$$y\,dy = p\left(1 - \frac{x}{a}\right)dx$$

und da nach Gl. (1) mit $x' = 0$ auch

$$G\frac{\omega^2}{g}y\,dy = \left(G + \frac{1}{2}Q\right)dx$$

ist, ergiebt sich:

$$p\left(1 - \frac{x}{a}\right)\omega^2 = g\left(1 + \frac{1}{2}\frac{Q}{G}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (6),$$

folglich ω wachsend mit x, aber beliebig wenig, wenn nur a hinlänglich gross gewählt wird. Die Einsetzung gegebener zusammengehöriger Grenzwerthe von ω und x liefert nach (6) zwei Gleichungen zur Bestimmung der Constanten a und p, wodurch die Ellipse bestimmt ist.

Würde andererseits AL als Parabel:

$$y^2 = 2px,$$

$A'L'$ aber als Bogen eines Kreises zum Radius b angenommen, dessen Mittelpunkt in XX' liegt, gemäss der Scheitelgleichung:

$$y^2 = 2bx' - x'^2,$$

so würde aus den entsprechenden Differentialgleichungen:

$$y\,dy = p\,dx \quad \text{und} \quad y\,dy = (b - x')\,dx'$$

mit Rücksicht auf Gl. (1) folgen:

$$G\frac{\omega^2}{g} = \left(G + \frac{1}{2}Q\right)\frac{1}{p} + \frac{1}{2}\frac{Q}{b - x'}$$
$$= \left(G + \frac{1}{2}Q\right)\frac{1}{p} + \frac{1}{2}\frac{Q}{\sqrt{b^2 - y^2}} \ldots\ldots\ldots\ldots (7),$$

also ω wachsend mit y, während jetzt b und p durch die gegebenen Grenzwerthe von ω und y zu bestimmen wären.

2. Die Bestimmung der Curve $A'L'$, Fig. 117, bei Annahme von AL als Kreisbogen und zwar als Bogen eines Kreises, dessen Mittelpunkt in der Axe XX' liegt, ist gemäss der Forderung $\omega = Const.$ von Werner bei seinem astatischen Expansionsregulator* ausgeführt worden. Dabei sind die Kugeln in der gewöhnlichen Weise des Watt'schen Regulators aufgehängt, und zwar so, dass die Axe der Regulatorwelle von der gemeinsamen Aufhängungsaxe (entsprechend $CC_1 = 2c = 0$ in Fig. 112) geschnitten wird. Die nach der Curve $A'L'$ gekrümmte Schleife geht durch einen verticalen Schlitz jeder Kugel hindurch und ist mit ihr gepaart durch einen horizontalen Bolzen, der mittels einer kleinen um ihn drehbaren Rolle in dem betreffenden curvenförmigen Schlitz der Schleife geführt wird. Letztere trägt als Hülse einen Körper, der in Folge eigenthümlich gestalteter diametral gegenüber liegender Hervorragungen, die nach unten zu einen kleiner werdenden Theil des Umfanges einnehmen, durch seine Höhenlage die Eröffnungsdauer des Expansionsventils einer Dampfmaschine bestimmt in der Weise, dass, je mehr mit dem Auseinandergehen der Kugeln die Curvenschleife mit dem Hülsenkörper in die Höhe geht, desto mehr der Füllungsgrad der Dampfmaschine verkleinert wird. Indem dieser Hülsenkörper nur kraftschlüssig (durch Federkraft) mit dem Stellzeuge gepaart ist, um seine relative Lagenänderung gegen dasselbe in entsprechender Weise zu ermöglichen, ist der Regulator bei seiner hier in Rede stehenden Anordnung indirect wirkend von besonderer Art, nämlich so, dass gleichwohl seine Configuration zwischen weiten Grenzen veränderlich ist.

Die Gleichung der Schleifencurve $A'L'$ wird unmittelbar in obiger Gl. (3) erhalten, indem darin für x die der Ordinate y entsprechende vom Scheitel A aus gerechnete Abscisse des gegebenen Kreisbogens AL gesetzt wird. Indem aber jetzt x' und x ein veränderliches Verhältniss haben, geht dem Regulator die Adjustirbarkeit durch Aenderung von Q ab, sowie auch die Unabhängigkeit seiner Energie E von der augenblicklichen Configuration. Was den Werth von E betrifft, so ist allgemein nach Gl. (2):

$$\frac{tg\,\alpha + tg\,\beta}{tg\,\alpha} = \frac{2G}{Q}\left(\frac{y\omega^2}{g\,tg\,\alpha} - 1\right)$$

und somit nach §. 114, Gl. (7) mit $l = a$:

---

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1868, S. 489.

$$E = \frac{Q}{\frac{y\omega^2}{g\,tg\,\alpha} - 1} + Q = \frac{Q}{1 - \frac{g\,tg\,\alpha}{y\omega^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

und folglich hier, wenn a den Radius des Kreisbogens AL bedeutet, wegen $y = a\sin\alpha$:

$$E = \frac{Q}{1 - \frac{g}{a\omega^2\cos\alpha}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

Um dem Gleichgewichte dieses Regulators einen beliebigen Grad von Stabilität zu verleihen, werde die Gleichung (3) der Schleifencurve $A'L'$ zwar hinsichtlich ihrer allgemeinen Form:

$$y^2 = 2px + 2qx'$$

beibehalten, jedoch mit dem Vorbehalte anderweitiger Bestimmung von p und q. Indem dann aus der Gleichung des Kreisbogens AL:

$$y^2 = 2ax - x^2$$

durch Differentiation folgt:

$$(a - x)\,dx = y\,dy$$

und damit aus obiger Gleichung von $A'L'$:

$$q\,dx' = y\,dy - p\,dx = \left(1 - \frac{p}{a - x}\right) y\,dy,$$

ergiebt sich durch Substitution dieser Ausdrücke von dx und dx' in Gl. (1):

$$G\frac{\omega^2}{g} = \left(G + \frac{1}{2}Q\right)\frac{1}{a - x} + \frac{1}{2}Q\left(\frac{1}{q} - \frac{p}{q}\,\frac{1}{a - x}\right)$$

$$\frac{2G}{Q}\,\frac{\omega^2}{g} = \frac{1}{q} + \left(\frac{2G}{Q} + 1 - \frac{p}{q}\right)\frac{1}{a - x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

Durch Einsetzung zusammengehöriger gegebener Grenzwerthe von ω und von x bezw. $a - x = a\cos\alpha$ erhält man hieraus zwei Bestimmungsgleichungen von p und q. Natürlich ergiebt sich dann die Grösse

$$\frac{2G}{Q} + 1 - \frac{p}{q},$$

die für den astatischen Regulator = Null ist, hier positiv, so dass beständig ω mit x oder α wächst, d. h. die Gleichgewichtslagen des Regulators durchweg stabil sind.

Uebrigens werden dergleichen Regulatoren mit Curvenschleifen stets nur ausnahmsweise Anwendung zu gewärtigen haben, wenn es sich zeigt, dass der durch sie erstrebte Zweck in genügender Weise auch durch solche Constructionen erreicht werden kann, deren kinematische Ketten nur mit Hülfe von Umschlusspaaren gebildet sind.

§. 118. Watt'scher Regulator mit variabler Hülsenbelastung.

Ebenso wie durch Aenderung der Hülsenbelastung Q der Watt'sche Regulator verschiedenen Normalgeschwindigkeiten ω angepasst werden kann, so kann auch die Veränderlichkeit von ω dadurch in engere Grenzen eingeschlossen und somit der Ungleichförmigkeitsgrad verkleinert werden, dass diese Belastung Q in entsprechender Weise selbstthätig veränderlich gemacht wird. Insbesondere bei rhombischer Anordnung des Regulators, für welche die Gleichung (4) in §. 114 gilt, müsste Q ab- oder zunehmen, wenn bei Aufwärts- oder Abwärtsbewegung der Hülse auch h ab- oder zunimmt. Nach der Grossmann'schen Anordnung des Watt'schen Regulators soll zu dem Ende der Hebel des Stellzeuges, der mit seinem gabelförmigen Ende die Halsnuth der Hülse umgreift, ausserhalb seiner Drehungsaxe so belastet werden, dass er einen mit sinkender Hülse zunehmenden abwärts gerichteten Druck auf dieselbe ausübt, oder vielmehr es soll, damit dieser Druck absolut genommen möglichst klein bleiben kann, derselbe bei mittlerer Höhenlage der Hülse = Null, bei ihrer höchsten Lage aber aufwärts gerichtet und ebenso gross $= \varDelta Q$ sein wie der abwärts gerichtete Druck bei tiefster Hülsenlage. Es ist dann leicht, die Grösse $\varDelta Q$ so zu bestimmen, dass ω bei mittlerem Gleichgewichtszustande zwischen gegebenen Grenzen ω' und ω'', entsprechend den Grenzwerthen h' und h'' von h, bezw. α' und α'' von α, veränderlich sei.

Wenn nämlich jetzt mit Q nur der constante Theil der Hülsenbelastung bezeichnet wird, herrührend von dem Eigengewichte der Hülse und einem unmittelbar mit ihr verbundenen Belastungsgewichte, so entsprechen jener Forderung nach §. 114, Gl. (4), die Gleichungen:

$$\omega'^2 = \frac{g}{h'}\left(1 + \frac{a}{l}\,\frac{Q - \varDelta Q}{G}\right)$$

$$\omega''^2 = \frac{g}{h''}\left(1 + \frac{a}{l}\,\frac{Q + \varDelta Q}{G}\right)$$

und folgt daraus:

$$\frac{\frac{l}{a}G + Q - \varDelta Q}{\frac{l}{a}G + Q + \varDelta Q} = \frac{h'}{h''}\left(\frac{\omega'}{\omega''}\right)^2 = \gamma$$

$$\varDelta Q = \frac{1-\gamma}{1+\gamma}\left(\frac{l}{a}G + Q\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Dabei ergiebt sich, wenn δ gegeben ist, aus Gl. (9) in §. 114:

$$\frac{\frac{\omega'}{\omega''}-1}{\frac{\omega'}{\omega''}+1}=\frac{\delta}{2}$$

$$\frac{\omega'}{\omega''}=\frac{2+\delta}{2-\delta};\quad \gamma=\frac{h'}{h''}\left(\frac{2+\delta}{2-\delta}\right)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Wird z. B. $\alpha'=45^0$, $\alpha''=25^0$ und $e=0$ angenommen, so dass nach §. 114 bei constanter Hülsenbelastung $\delta=0{,}124$ wäre, und soll dieser Werth von δ durch das hier in Rede stehende Hülfsmittel auf 0,04 reducirt werden, so ergiebt sich nach Gl. (2):

$$\gamma=\frac{\cos\alpha'}{\cos\alpha''}\left(\frac{2+\delta}{2-\delta}\right)^2=0{,}845$$

und damit nach Gl. (1):

$$\Delta Q=0{,}084\left(\frac{l}{a}G+Q\right).$$

Damit dieser Druck ΔQ auf die Hülse bei ihrer höchsten Lage aufwärts, bei der tiefsten abwärts ausgeübt werde, ist der betreffende Hebel des Stellzeuges so anzuordnen, dass bei mittlerer Höhenlage der Hülse sein die letztere angreifender Arm, dessen Länge $=q$ sei, horizontal ist, sein Schwerpunkt aber in einer gewissen Höhe p vertical über der Drehungsaxe des Hebels liegt. Ist dann P das Gewicht dieses Hebels sammt Belastung und φ sein jedenfalls sehr kleiner Ausschlagwinkel von der mittleren Lage nach jeder Seite, so ist die erforderliche Grösse von P:

$$P=\frac{\Delta Q\,.\,q\cos\varphi}{p\sin\varphi}.$$

Ist aber s die Hublänge der Hülse, so ist $\sin\varphi=\frac{1}{2}\frac{s}{q}$, während $\cos\varphi=1$ gesetzt werden kann, also

$$P=2\frac{q^2}{ps}\Delta Q \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Für obiges Beispiel wäre nach §. 114:

$$s=0{,}4a \quad \text{und somit} \quad P=5\frac{q^2}{pa}\Delta Q.$$

Die Adjustirbarkeit für verschiedene Normalgeschwindigkeiten ω durch Aenderung von Q kann bei dieser Grossmann'schen Einrichtung dem Watt'schen Regulator dadurch erhalten werden, dass das Belastungsgewicht des Stellhebels verschiebbar gemacht wird, um dadurch den Schwerpunktsabstand p von der Axe gemäss Gl. (3) in demselben Verhältnisse zu ändern wie ΔQ gemäss Gl. (1) durch Vergrösserung oder Verkleinerung von Q geändert wird. Indessen ist es ein Uebelstand, dass hier nur bei mittlerer Höhenlage der Hülse ein freies und reibungsloses Spiel derselben in der Gabel des Stellhebels möglich ist, sowie auch die passende Anordnung dieses Hebels gewisse nicht immer vorhandene räumliche Verhältnisse voraussetzt. Nach wie vor sind deshalb die Bestrebungen darauf gerichtet worden, den vorgesetzten Zweck angemessener Verkleinerung des Ungleichförmigkeitsgrades ohne die genannten Mängel der Grossmann'schen Einrichtung und doch ohne Verlust der guten Eigenschaften des, besonders von Pröll in möglichster Gedrungenheit und Formvollendung (Fig. 116) ausgeführten, Watt'schen Regulators durch anderweitige, mehr principielle Modificationen desselben zu erreichen. Namentlich sind in dieser Hinsicht hervorzuheben und sollen im Folgenden näher besprochen werden: der sogenannte Cosinus-Regulator von Gruson und der Regulator von Buss. Bei beiden ist ausser grösstmöglicher Gleichförmigkeit des Ganges zugleich die äusserste Gedrungenheit der Form, d. h. grosse Masse und entsprechend grosse Energie in möglichst kleinem Raume dadurch erzielt worden, dass die dem Mechanismus des Watt'schen Regulators zu Grunde liegende (bei rhombischer Anordnung sowie beim Pröll'schen Regulator gleichschenklige) Schubkurbelkette wenigstens im Princip durch eine rechtwinklige Kreuzschieberkette (§. 42) ersetzt wurde. Dieselbe ist beim Gruson'schen Regulator als Kreuzschiebermechanismus, bei dem Regulator von Buss als Kreuzschieberkurbel verwendet, insofern dort die relativ festgestellte Regulatorwelle, hier die bewegliche Hülse als Kreuzschieber, nämlich als das Glied der Kette erscheint, das mit den beiderseits benachbarten Gliedern durch Prismenpaare mit rechtwinklig gekreuzten Schubrichtungen gepaart ist oder wenigstens im Princip ohne wesentliche Aenderung der Eigenschaften des Regulators gepaart sein könnte. Obschon der Regulator von Buss der ältere ist, mag doch der Cosinus-Regulator zuerst besprochen werden, da bei ihm das beiden zu Grunde liegende Princip auf einfachere und mehr übersichtliche Weise zur Ausführung benutzt worden ist.

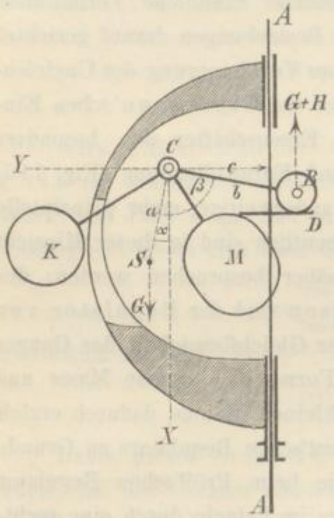
§. 119. Cosinus-Regulator.*

Die Hülse ist als eine mit der Regulatorwelle AA, Fig. 118, prismatisch gepaarte Hohlkugel gestaltet, in deren Höhlung die zwei Centrifugalpendel für alle Lagen innerhalb je eines Schwingungswinkels von 40

---

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1877, S. 97.

Fig. 118.



bis 50° eben Platz finden. Jedes dieser einander diametral gegenüber liegenden Pendel, von denen die Figur nur eines und zwar nahe der oberen Grenzlage schematisch darstellt, ist mit langer Nabe *C* um einen durch die hohlkugelförmige Hülse gesteckten horizontalen Stahlstift drehbar und besteht hauptsächlich aus zwei Massen, der Kugel *K*, deren Arm einen Schlitz der Hülsenwand durchdringt, und der ganz im Inneren der Hülse bleibenden Masse *M*; während dabei der die Kugel *K* tragende Arm von der Mitte der langen Nabe *C* abgezweigt ist, so dass der Kugelmittelpunkt in einer durch *AA* gehenden, zur Axe *C* senkrechten Ebene beweglich ist, geht der kurze Arm, der die Masse *M* mit der Nabe *C* verbindet, von einem Ende der letzteren aus, und hat jene Masse *M* eine derartig abgeflachte Form, dass sie bei den Schwingungen des Pendels an der Regulatorwelle *AA* vorbeigehen kann, die des einen Pendels an der einen, die des andern an der gegenüber liegenden Seite dieser Welle. Endlich trägt jedes der beiden Centrifugalpendel einen Zapfen *B*, dessen Axe mit der Schwingungsaxe *C* parallel ist, übrigens nicht nach Fig. 118 vermittels eines dritten von der Nabe *C* ausgehenden besonderen Armes *CB*, sondern vermittels eines seitlichen Fortsatzes der Masse *M*. Um diese Zapfen *B* sind Frictionsrollen drehbar, mit denen sich die Pendel auf eine längliche horizontale ebene Platte *D* stützen, die an der Regulatorwelle befestigt ist und zwischen den einander zugekehrten verticalen Begrenzungsebenen der Massen *M* mit etwas Spielraum Platz findet. Wenn nun bei wachsender Winkelgeschwindigkeit ω die Centrifugalpendel sich in solchem Sinne drehen, dass ihre Schwerpunkte *S* sich von *AA* entfernen, so ist damit wegen der Stützung der Frictionsrollen gegen die Platte *D* nothwendig eine Hebung der Pendelaxen *C* und somit auch der Hülse verbunden, deren Hub dabei nach oben durch die Platte *D*, nach unten durch einen Stellring auf der Regulatorwelle begrenzt wird. Auch ist ersichtlich, dass die relative Beweglichkeit der Hülse und jedes Pendels gegen die Regulatorwelle unverändert bliebe, wenn das nur zu möglichstem Ausschlusse von Reibung hier benutzte, aus der Platte *D* und einer Frictionsrolle bestehende kraftschlüssige höhere

Elementenpaar durch ein Prismenpaar ersetzt würde, dessen Schubrichtung rechtwinklig sowohl gegen die Drehkörperpaaraxen B und C, wie auch gegen die Axe AA gerichtet ist. Der Mechanismus stellt sich dann als ein Kreuzschiebermechanismus (§. 42) dar, und ergeben sich die relativen Bahnen aller Punkte der Centrifugalpendel gegen die Regulatorwelle als Ellipsen.

Wenn in der Ebene von Fig. 118, d. i. in der durch die Axe AA gehenden und zu den Pendelaxen C senkrechten Ebene die Coordinatenaxen CX und CY so angenommen werden, wie die Figur erkennen lässt, nämlich CX parallel AA und positiv nach unten, CY senkrecht dazu und positiv nach aussen, wenn ferner mit α der Winkel bezeichnet wird, den die durch den Schwerpunkt S eines Pendels und durch seine Aufhängungsaxe C gehende Ebene mit der Axe CX bildet, positiv gesetzt im Sinne XY, so handelt es sich zunächst um die dem mittleren Gleichgewichtszustande entsprechende Beziehung zwischen α und ω. Sie wird erhalten in der Gleichung, wodurch die Momentensumme aller auf das Centrifugalpendel wirkenden Kräfte für die Axe C desselben = Null gesetzt wird. Diese Kräfte sind die Centrifugalkräfte der Massenelemente, die im Schwerpunkte S angreifend zu denkende Schwerkraft $= G$ des Pendels und der in B angreifende Reactionsdruck der Platte D, der vertical aufwärts gerichtet und $= G + H$ ist, wenn H die Hälfte des Hülsengewichtes bedeutet.

Bei der eigenthümlichen Form des Pendels kann die Momentensumme $= M$ der Centrifugalkräfte hier nicht so einfach wie beim Watt'schen Regulator gefunden werden, bei dem dazu als Masse nur die in ihrem Mittelpunkte concentrirt gedachte Kugelmasse berücksichtigt zu werden brauchte, höchstens mit kleiner Correction hinsichtlich des untergeordneten Einflusses der Stangenmassen. Ist vielmehr hier dm ein Massenelement des Pendels im augenblicklichen Abstande r von AA, so kann seine radial auswärts gerichtete Centrifugalkraft $= \omega^2 r\,dm$ zunächst in zwei Componenten zerlegt werden, von denen die eine normal zur Ebene XY, die andere nach der Axe CY gerichtet ist. Erstere ist ohne Einfluss auf das Moment M, während letztere $= \omega^2 (c + y)\,dm$ ist und das Moment

$$\omega^2 x\,(c + y)\,dm$$

für die Axe C hat, wenn c den kürzesten Abstand dieser Axe von AA bedeutet und wenn x, y die Coordinaten des Punktes sind, in welchem sich das Massenelement dm bezw. ein Punkt desselben auf die Ebene XY projicirt. Hiernach ist

$$M = \omega^2 \int x\,(c + y)\,dm = \omega^2 \left(c \int x\,dm + \int xy\,dm\right)$$

$$= \omega^2 \left(c\,\frac{G}{g}\,a \cos \alpha + \int xy\,dm\right),$$

unter a den Abstand des Schwerpunktes S von der Axe C verstanden. Nun besteht aber die Eigenthümlichkeit des Gruson'schen Pendels, derentwegen es als Cosinus-Pendel, der Regulator selbst als Cosinus-Regulator bezeichnet wird, darin, dass bei ihm für alle Lagen

$$J = \int xy\,dm = 0$$

und somit
$$M = \frac{\omega^2}{g}\,G a c \cos\alpha \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

also bei gegebener Winkelgeschwindigkeit ω dem Cosinus des Ausschlagwinkels α proportional ist. Wie in der That die Massenvertheilung des Pendels so gewählt werden kann, dass das Integral J beständig $= 0$ ist, ergiebt sich durch folgende Ueberlegung.

Es seien ξ, η die unveränderlichen Coordinaten des Massenelementes dm für zwei beliebige rechtwinklige Coordinatenaxen von einerlei Ebene XCY und Ursprung C mit den Axen CX, CY, aber von fester Lage im Pendel, und es sei φ der Winkel, um welchen diese Axen gegen CX und CY im Sinne XY bei irgend einer Lage des Pendels gedreht sind. Dann ist

$$x = \xi \cos\varphi - \eta \sin\varphi; \quad y = \xi \sin\varphi + \eta \cos\varphi$$

$$xy = (\xi^2 - \eta^2) \sin\varphi \cos\varphi + \xi\eta (\cos^2\varphi - \sin^2\varphi)$$

$$= (\xi^2 - \eta^2)\frac{\sin 2\varphi}{2} + \xi\eta \cos 2\varphi,$$

folglich
$$J = \frac{\sin 2\varphi}{2}\left(\int \xi^2 dm - \int \eta^2 dm\right) + \cos 2\varphi \int \xi\eta\, dm$$

unabhängig vom Winkel φ, d. h. bei jeder Lage des Pendels = Null, wenn zugleich

$$\int \xi^2 dm - \int \eta^2 dm = 0 \quad \text{und} \quad \int \xi\eta\, dm = 0 \;\ldots\ldots\ldots (2)$$

ist. Dass diesen Bedingungen stets und zwar auf unendlich mannigfache Weise durch passende Massenvertheilung des Pendels genügt werden kann, ist einleuchtend. Hätte sich etwa nach vorläufiger Annahme seiner Gestalt und Masse ergeben:

$$\int \xi^2 dm - \int \eta^2 dm = A \quad \text{und} \quad \int \xi\eta\, dm = B,$$

so wäre eine weitere Masse m von solcher Grösse und Lage hinzuzufügen, dass für sie

$$\int \xi^2 dm - \int \eta^2 dm = -A \quad \text{und} \quad \int \xi\eta\, dm = -B$$

ist, und wenn dazu behufs einer ersten Annäherung die Masse m als materieller Punkt mit den Coordinaten ξ, η so bestimmt wird, dass

$$(\xi^2 - \eta^2)\, m = -A \quad \text{und} \quad \xi\eta m = -B$$

ist, was immer noch auf unendlich mannigfache Weise geschehen kann, so werden, wenn auch thatsächlich nur der Schwerpunkt dieser zusätzlichen

Masse in den so bestimmten Punkt ξ, η oder einen ihm nahe kommenden Punkt gelegt wird, doch für die jetzige Gesammtmasse die oben mit A und B bezeichneten Grössen schon weniger von Null verschieden sein, und können sie auf dieselbe Weise durch wiederholte Hinzufügung einer Ergänzungsmasse der Null noch näher gebracht werden u. s. f.

Durch ein aus nur zwei materiellen Punkten bestehendes Pendel würde den Bedingungen (2) Genüge geleistet, wenn die Massen und Coordinaten dieser Punkte (m_1, ξ_1, η_1 für den ersten, m_2, ξ_2, η_2 für den zweiten) so bestimmt würden, dass

$$\eta_1 = 0, \quad \xi_2 = 0 \quad \text{und} \quad m_1 \xi_1{}^2 = m_2 \eta_2{}^2$$

ist. An diesen idealen Fall schliesst sich das Gruson'sche Pendel insofern an, als die durch die Axe C gehenden Schwerpunktsebenen seiner Hauptmassen K und M (Fig. 118) nahe rechtwinklig gegen einander gerichtet und die Trägheitsmomente dieser Massen für die Axe C nahe gleich gross sind, vorbehaltlich der Correction, die nach solcher vorläufigen Annahme den vorstehenden Bemerkungen zufolge mit Berücksichtigung zugleich der untergeordneten Massenbestandtheile auszuführen ist.

Wenn nun die Entfernung der Axen B, C, Fig. 118, mit b und der Winkel BCS mit β bezeichnet wird, so ist mit Rücksicht auf Gl. (1) die dem mittleren Gleichgewichtszustande entsprechende Momentengleichung:

$$\frac{\omega^2}{g} G a c \cos\alpha = G a \sin\alpha + (G + H) b \sin(\beta - \alpha) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$= [G a - (G + H) b \cos\beta] \sin\alpha + (G + H) b \sin\beta \cos\alpha$$

$$\frac{\omega^2}{g} G a c = (G + H) b \sin\beta + [G a - (G + H) b \cos\beta]\, tg\,\alpha \quad \ldots\ldots (4).$$

Wäre $\quad G a - (G + H) b \cos\beta = 0, \quad$ also $\quad \cos\beta = \frac{G}{G + H} \frac{a}{b} \, . \, . \, (5),$

so wäre hiernach ω unabhängig von α, d. h. der Regulator astatisch. Um ihn etwas statisch, d. h. um zu machen, dass ω mit wachsendem Ausschlagwinkel etwas zunimmt, muss nach Gl. (4)

$$G a - (G + H) b \cos\beta \quad \text{etwas} \quad > 0,$$

somit β etwas grösser, als der durch Gl. (5) bestimmte Grenzwerth gemacht werden. Behufs Regulirung des Winkels β ist bei dem Gruson'schen Regulator die Einrichtung getroffen, dass der Zapfen B der Frictionsrolle im Sinne normal zur Richtung CB etwas versetzt werden kann, wodurch dem Regulator bis zu einem gewissen Betrage jeder beliebige Stabilitätsgrad zu ertheilen ist. Diese Regulirung der Stabilität ist dann am feinsten, wenn, um $tg\,\alpha$ innerhalb des angenommenen Schwingungswinkels $= \alpha' - \alpha''$ des

Pendels möglichst wenig veränderlich zu erhalten, die Anordnung so getroffen wird, dass $\alpha'' = -\alpha'$ und somit in der Mittellage $\alpha = 0$ ist. Zugleich wird dadurch die gesammte Verschiebung der Hülse bei gegebener Grösse von $\alpha' - \alpha''$ so gross wie möglich.

Was den Unempfindlichkeitsgrad ε oder die Energie E betrifft, so seien wieder ω_1 und ω_2 die Werthe, bis zu welchen ω zu- oder abnehmen muss, um eine Bewegung der Hülse auf- oder abwärts entgegen dem Widerstande W zur Folge zu haben. Dann ist nach Gl. (3):

$$\frac{\omega_1{}^2}{g} G a c \cos \alpha = G a \sin \alpha + \left(G + H + \frac{W}{2}\right) b \sin (\beta - \alpha)$$

$$\frac{\omega_2{}^2}{g} G a c \cos \alpha = G a \sin \alpha + \left(G + H - \frac{W}{2}\right) b \sin (\beta - \alpha),$$

woraus, wenn, wie in §. 113 und §. 114 mit sehr kleinem Fehler

$$\omega_1{}^2 - \omega_2{}^2 = 2 \varepsilon \omega^2$$

gesetzt wird, durch Subtraction folgt:

$$\frac{2 \varepsilon \omega^2}{g} G a c \cos \alpha = W b \sin (\beta - \alpha)$$

$$E = \frac{W}{\varepsilon} = 2 \frac{\frac{\omega^2}{g} G a c \cos \alpha}{b \sin (\beta - \alpha)}$$

oder nach Gl. (3):

$$E = 2 \left(G \frac{a}{b} \frac{\sin \alpha}{\sin (\beta - \alpha)} + G + H \right) \quad \ldots\ldots (6).$$

Der Mittelwerth der hiernach etwas variablen Energie ist entsprechend $\alpha = 0$:

$$E = 2 (G + H)$$

= dem ganzen Gewichte aller beweglichen Theile. Endlich ist der **Hülsenschub**:

$$s = b \left[\cos (\beta - \alpha') - \cos (\beta - \alpha'')\right]$$

oder mit $\alpha'' = -\alpha'$:

$$s = b \left[\cos (\beta - \alpha') - \cos (\beta + \alpha')\right] = 2 b \sin \beta \sin \alpha' \quad \ldots\ldots (7).$$

Beispielsweise ist bei einer Ausführung dieses Regulators angenommen worden:

$$H = 3\,G \quad \text{und} \quad b = \frac{3}{2} a,$$

womit nach Gl. (5) der vollkommenen Astasie entsprechen würde:

$$\cos\beta = \frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3} = \frac{1}{6};\quad \beta = 80^{0}24'.$$

Wird statt dessen $\beta = 90^{0}$ gemacht, so ergiebt sich nach Gl. (3) oder (4):

$$\omega^2 = \frac{g}{c}(6 + tg\,\alpha)$$

und daraus mit $\alpha' = -\alpha'' = 20^{0}$:

$$\frac{\omega'}{\omega''} = \sqrt{\frac{6 + tg\,20^{0}}{6 - tg\,20^{0}}} = 1{,}062$$

$$\delta = 2\,\frac{\dfrac{\omega'}{\omega''} - 1}{\dfrac{\omega'}{\omega''} + 1} = 0{,}06$$

sowie endlich der Hülsenschub nach Gl. (7):

$$s = 2b\sin\alpha' = 0{,}684\,b = 1{,}026\,a.$$

Die Grösse dieses Hülsenschubes, die Vollkommenheit der Verwerthung aller Massen zur Steigerung der Energie und die Gedrungenheit der Form dieses Regulators, sowie die Leichtigkeit, mit welcher sein Ungleichförmigkeitsgrad regulirbar ist, lassen kaum etwas zu wünschen übrig. Auch würde es keine allzu grosse Schwierigkeit haben, ihn ohne Aenderung seiner Eigenschaften für verschiedene Mittelwerthe von ω, also nach Gl. (3) mit $\alpha = 0$ für verschiedene Werthe von

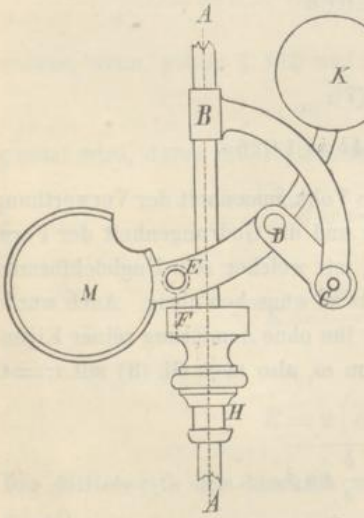
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{c}\,\frac{G + H}{G}\,\frac{b}{a}\sin\beta} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (8)$$

adjustirbar zu machen, wenn die Einrichtung getroffen würde, den Abstand c der Pendelaxen C von der Axe AA zwischen gewissen Grenzen ändern zu können. Ein Uebelstand ist höchstens mit der seitlichen Lage der Massen M ausserhalb der durch AA gehenden, zu den Axen C senkrechten Mittelebene verbunden, insofern dadurch nicht unbeträchtliche normal gegen diese Mittelebene gerichtete Centrifugalkräfte veranlasst werden, die trotz der mit Rücksicht hierauf vortheilhaften Länge der Naben, mit denen die Pendel um die Stahlstifte C drehbar sind, doch wesentlich zur Vergrösserung der betreffenden Reibung und Abnutzung beitragen werden. Indessen ist dieser Umstand nicht nothwendig mit dem Princip des Cosinus-Regulators, sondern nur zufällig mit der abänderungsfähigen hier gewählten Pendelform verbunden.

§. 120. Regulator von Buss.*

Auch bei diesem Regulator bestehen die beweglichen Theile ausser der Hülse aus zwei eigenthümlich geformten Centrifugalpendeln und aus zwei Verbindungsgliedern, die aber, während sie beim Cosinus-Regulator (als Frictionsrollen) zur Verkettung der Pendel mit der Regulatorwelle dienen, hier die Verkettung der Pendel mit der Hülse vermitteln; während dort die zur Energie nöthige Masse hauptsächlich der hohlkugelförmigen Hülse zugetheilt war, ist sie hier fast ausschliesslich in den Pendeln selbst enthalten. Zu relativ fester Lagerung der Drehungsaxen C dieser massigen Pendel gegen die Axe A der Regulatorwelle dient ein auf letzterer bei B, Fig. 119, befestigter, aus vier kreuzweise nach unten gebogenen Armen bestehender Pendelträger. In Fig. 119 ist derselbe nur zur Hälfte gezeichnet, und zwar ist diese Hälfte vorzustellen als zwei in der Zeichnung sich deckende krumme Arme BC, von denen der eine sich vor, der andere hinter die als Zeichnungsebene angenommene Mittelebene des Regulators erstreckt. An seinem unteren Ende trägt jeder dieser Arme einen horizontalen Zapfen, so dass die Axen beider in derselben Geraden, der Drehungsaxe C des in der Figur dargestellten Pendels liegen. Letzteres besteht ähnlich wie beim Cosinus-Regulator aus zwei Hauptmassen, deren durch C gehende Schwerpunktsebenen auch hier nahe rechtwinklig gegen einander gerichtet sind: aus der Kugel K und der Masse M; seine übrigen, gleichfalls ziemlich massigen Bestandtheile sind die Nabenarme CD mit ihrer Querverbindung bei D und zwei von letzterer ausgehende krumme Arme, von denen der die Kugel K tragende in der Mittelebene, der die Masse M tragende seitlich abgezweigt ist, so dass er an der Regulatorwelle vorbeigehen kann.

Fig. 119.



---

* Civilingenieur, 1872, S. 1.

Die Masse M selbst, von fassförmiger Gestalt, ist aber so angebracht, dass ihr Schwerpunkt ebenso wie der Kugelmittelpunkt K in der Mittelebene liegt und somit ein Centrifugalkräftepaar auf die Axe C hier nur in geringem Maasse von dem kurzen Arme DM herrühren kann, das von um so geringerer Bedeutung ist, als die zwei coaxialen Stahlzapfen C möglichst weit aus einander gelegt sind. Indem die fassförmige Masse M eine solche Länge erhalten hat, dass sie zwischen den Nabenarmen CD des anderen, in Fig. 119 nicht gezeichneten Centrifugalpendels gerade Platz findet, ebenso wie die Masse M dieses letzteren Pendels, deren Arm DM hinter der Regulatorwelle vorbeigeht, zwischen den Armen CD der Figur mit kleinem Spielraume schwebend zu denken ist, und indem ferner jede dieser Massen geeignete Aussparungen erhalten hat für die Querverbindung D und den Kugelarm DK des anderen Pendels, ist es möglich geworden, beide Pendel unter sich und mit dem vierzinkigen Pendelträger so zu verschlingen, dass ihnen trotz dieser Massenanhäufung in kleinem Raume doch eine gewisse Beweglichkeit blieb, die freilich nicht so gross ist und somit auch nicht einen so grossen Hülsenschub gestattet, wie es beim Cosinus-Regulator der Fall ist.

Was nun das Verbindungsglied zwischen einem Centrifugalpendel und der Hülse H betrifft, so könnte es am einfachsten ein Schieber sein, der, in einer prismatischen Nuth der Hülse rechtwinklig gegen die Axen A und C gleitend, zugleich um einen am Arme DM sitzenden Stift E drehbar wäre, dessen Axe mit der Axe C parallel ist; der Mechanismus wäre dann eine rechtwinklige Kreuzschieberkurbel mit dem Gliede CE (dem Pendel) als Kurbel und der Hülse als Kreuzschieber. Statt dessen ist beim Regulator von Buss auf dem in zwei hochkantigen flachen Rippen des krummen Pendelarmes DM befestigten Stahlstifte E ein entsprechender etwas kürzerer Hohlcylinder zugleich drehbar und verschieblich, entsprechend der Paarung nicht sowohl durch ein Drehkörperpaar, als vielmehr durch ein Cylinderpaar, und es bildet dieser Hohlcylinder zugleich den Kopf einer Schraube F, die mit verticaler Axe abwärts in ein Muttergewinde der somit daran hängenden Hülse H eindringt, während endlich letztere jetzt mit der Regulatorwelle nicht prismatisch (durch Feder und Nuth), sondern cylindrisch gepaart ist behufs Ermöglichung einer mit der relativen Gleitung verbundenen geringen Drehung. Die Elementenpaare der aus den vier Gliedern CE (Pendel), EF (Schraube), FA (Hülse) und AC (Regulatorwelle mit Pendelträger) bestehenden kinematischen Kette sind also 1) das Drehkörperpaar C, 2) das ihm gegenüber liegende Schraubenpaar F mit rechtwinklig gegen C geschränkter Axe, 3) und 4) zwei

Cylinderpaare *E* und *A*, deren Axen beziehungsweise mit der Drehkörperpaaraxe *C* und der Schraubenaxe *F* parallel sind. Denkt man sich jedes dieser Cylinderpaare aufgelöst in ein Drehkörperpaar und ein Prismenpaar, wodurch je ein weiter eingefügtes Glied mit den benachbarten Gliedern gepaart ist, so wird ersichtlich, dass die hier vorliegende kinematische Kette entstanden zu denken ist aus der einen der beiden in §. 50 unter *a*, 4) als zwangläufig nachgewiesenen sechsgliedrigen Schraubenketten, und zwar aus derjenigen, bei welcher die Schraubenpaare mit unter sich parallelen, gegen die der anderen geschränkten Axen zwei Gruppen von je drei benachbarten Paaren bilden. Aus dieser Kette entsteht die hier in Rede stehende als Specialfall dadurch, dass von den drei Schraubenpaaren der einen Gruppe zwei durch Drehkörperpaare, das dritte durch ein Prismenpaar, von den drei Schraubenpaaren der anderen Gruppe aber eines durch ein Drehkörperpaar, ein zweites durch ein Prismenpaar ersetzt wird, und dass endlich diese sechsgliedrige singuläre Schraubenkette auf eine viergliedrige reducirt wird durch Vereinigung je eines Prismenpaares mit einem benachbarten Drehkörperpaare, dessen Axe seiner Schubrichtung parallel ist, zu einem Cylinderpaare unter Beseitigung des zwischenliegenden Gliedes.

Diese eigenthümlich complicirte Beschaffenheit der kinematischen Kette des **Buss**'schen Regulators ist übrigens auf die Eigenschaften desselben in dynamischer Hinsicht nur von untergeordnetem Einflusse. Analog wie beim Cosinus-Regulator ist die mittlere Gleichgewichtslage eines Pendels bedingt durch die Centrifugal- und Schwerkräfte seiner Massenelemente und durch den bei *E* angreifenden Theil des Hülsengewichtes, der nur wenig von der Hälfte dieses Gewichtes verschieden ist, weil durch die geringe Verdrehung der Schraube *F* gegen das Muttergewinde der Hülse eine nur kleine Verschiedenheit der Verticalbewegung dieser letzteren von derjenigen des Stiftes *E* bedingt wird. Auch ist nicht zu bestreiten und wird es durch bewährte Ausführungen bestätigt, dass die Dimensionen und Massen der beiden Pendel so gewählt werden können, dass dadurch nicht nur ein gewünschter Zusammenhang zwischen ihren Ausschlagwinkeln und der Winkelgeschwindigkeit ω der Regulatorwelle erzielt, sondern auch den Ansprüchen der Energie und der praktischen Anordnung in sehr befriedigender Weise Genüge geleistet wird; allein es ist ein Nachtheil gegenüber dem Cosinus-Regulator, dass jene Wahl, insoweit wenigstens Mittheilungen darüber gemacht worden sind, nicht ebenso wie dort auf ein einfaches und durchsichtiges Princip zurückgeführt erscheint, in Ermangelung dessen solche Wahl lediglich auf weitläufigen Proberechnungen beruht, von einer Theorie aber kaum die Rede sein kann. Auch entbehrt der Regulator von

Buss des Vorzuges der Adjustirbarkeit für verschiedene Ungleichförmigkeitsgrade, die durch Verstellung des Stiftes E (analog derjenigen des Zapfens B bei Fig. 118) schon deshalb hier kaum zu erreichen wäre, weil das an demselben angreifende Hülsengewicht hier von allzu untergeordneter Bedeutung für das Gleichgewicht des Pendels ist. Als weiterer Nachtheil erscheint der geringere Hülsenschub, der bei gegebener Grösse der von der Hülse zu leistenden Widerstandsarbeit eine entsprechend grössere Intensität dieses Widerstandes W und somit einen grösseren Ungleichförmigkeitsgrad ε zur Folge hat, nicht zu gedenken der massigen Pendelträger, die im Gegensatze zu der vollkommenen Massenverwerthung beim Gruson'schen Regulator nichts zur Vergrösserung der Energie beitragen. Ueberhaupt dürfte der Cosinus-Regulator sowohl im Princip, wie auch in Bezug auf die Gedrungenheit seiner Form und die verhältnissmässige Leichtigkeit seiner Ausführung als die bis jetzt vollkommenste Gestaltung eines Centrifugalregulators zu bezeichnen sein.

§. 121. Centrifugalregulatoren mit Federkraft- statt Schwerkraftwirkung.

Indem die im Vorhergehenden besprochenen Centrifugalregulatoren eine verticale Regulatorwelle voraussetzen, sind sie im Allgemeinen nur bei stationären, d. h. bei solchen Maschinen anwendbar, deren Gestell von unveränderlicher Lage gegen die Erde ist. In anderen Fällen, z. B. bei Schiffsdampfmaschinen, müssen die Schwerkräfte der beweglichen Glieder möglichst vollständig aufgehoben werden, da ihre Wirkung mit den Lagen des Maschinengestelles, z. B. mit den Schwankungen des Schiffes, sich ändern würde. Die gewünschte Beziehung zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω und der Configuration des Regulators ist dann herbeizuführen durch das Gleichgewicht zwischen den von ersterer abhängigen Centrifugalkräften mit einer davon unabhängigen anderweitigen Kraft, als welche sich hier am einfachsten der Druck einer Feder darbietet, z. B. einer Spiralfeder, welche, die Regulatorwelle umgebend, zwischen einem vorspringenden Ringe auf derselben und der Hülse eingefügt ist.

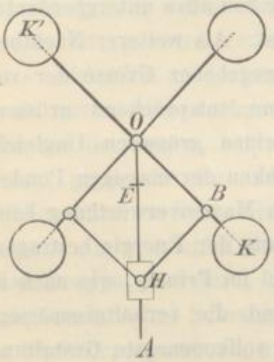
Der solchem Zwecke dienende Centrifugalregulator von Silver z. B. geht aus dem Watt'schen Regulator mit rhombischer Anordnung und centraler Aufhängung (entsprechend $a = b$ und $c = e = 0$ in Fig. 112) dadurch hervor, dass nach Fig. 120 die Kugelstangen über ihre gemeinsame Aufhängungsaxe O hinaus um je ein gleich langes Stück $OK' = OK$ verlängert, an den Enden mit Kugeln K' von gleicher Masse mit den Kugeln K

versehen und gleichzeitig die Hülsenstangen BH, sowie die Hülse selbst möglichst leicht ausgeführt werden. Um auch die Schwerkräfte dieser letzteren Theile unwirksam zu machen, wäre nur nöthig, die Kugeln K etwas leichter zu halten, als die Kugeln K', und zwar um den Betrag der Summe des auf den Punkt K reducirten Gewichtes einer Hülsenstange und halben Gewichtes der Hülse selbst. Diese Reduction ist zu bewirken durch Multiplication des Gewichtes $= B$ der Hülsenstange bezw. des halben Gewichtes $= \frac{1}{2} H$ der Hülse mit den Verhältnissen der gleichzeitigen Bewegungen der Schwerpunkte dieser Theile und des Punktes K im Sinne der Regulatoraxe A. Ist also $OB = BH = a$ und $OK = l$, so ist das Gewicht der Kugel K um

$$B\cdot\frac{3}{2}\frac{a}{l}+\frac{1}{2}H\cdot 2\frac{a}{l}=\left(\frac{3}{2}B+H\right)\frac{a}{l}$$

kleiner zu machen, als das der Kugel K'. Bei E, Fig. 120, ist der Vorsprung auf der Regulatorwelle angedeutet, gegen welchen die Spiralfeder sich stützt, um andererseits auf die Hülse einen Druck auszuüben, der den Centrifugalkräften der Kugeln und der Stangen entgegenwirkt.

Fig. 120.

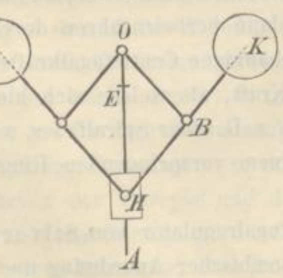


Wie derselbe Zweck durch einen Regulator mit nur zwei Kugeln und entsprechend kleinerer Constructionshöhe erreicht werden kann, zeigt Fig. 121. Wenn dabei $OB = BH = BK = a$ ist, bewegen sich bei den Configurationsänderungen des Regulators die Kugelmittelpunkte in einer durch O gehenden zur Axe A senkrechten Geraden, und liegt der Gesammtschwerpunkt beständig im Punkte O, falls von den Schwerkräften der Stangen und der Hülse zunächst wieder abgesehen wird. Um auch ihnen Rechnung zu tragen, kann man die einerseits bis zur Regulatoraxe A, andererseits bis zum Kugelmittelpunkte gerechnete Länge der Stange

$$HK = l = 2a + x$$

machen und dabei x so wählen, dass, wenn das Gewicht einer Kugel $= G$, einer Stange $OB = A$, einer Stange $HK = B$ und der Hülse $= H$ gesetzt wird, für irgend eine Configurationsänderung des Regulators die Summe

Fig. 121.



der Arbeiten der Schwerkräfte G, A, B und $\frac{1}{2}H =$ Null ist. Dieser Forderung entspricht die Gleichung:

$$\left(\frac{1}{2}A + B\right)a + \frac{1}{2}H \cdot 2a = Gx$$

und folgt daraus:

$$x = \frac{\frac{1}{2}A + B + H}{G}\,a.$$

Ist nun bei einem solchen Regulator mit vollständig ausgeglichenen Schwerkräften:

G das Gewicht einer Kugel (Fig. 121) oder die Summe der Gewichte beider an derselben Stange sitzenden Kugeln (Fig. 120),

Q der Druck, den die einerseits gegen den Vorsprung an der Regulatorwelle sich stützende Spiralfeder andererseits gegen die Hülse ausübt,

α der Winkel, unter dem die Stangen gegen die Axe der Regulatorwelle geneigt sind,

ω die Winkelgeschwindigkeit der letzteren, während a und l die im Vorhergehenden angegebenen Bedeutungen haben, so ist die Bedingungsgleichung des mittleren Gleichgewichtszustandes, welche ausdrückt, dass die Summe der Arbeiten der Centrifugalkräfte einer Kugel bezw. eines Kugelpaares und des halben Federdruckes auf die Hülse, die einer unendlich kleinen Configurationsänderung des Regulators entsprechen, $=$ Null ist,

$$\frac{G}{g}\omega^2 l \sin\alpha\, d(l \sin\alpha) + \frac{1}{2}Qd(2a\cos\alpha) = 0$$

$$\frac{G}{g}\omega^2 l^2 \sin\alpha\cos\alpha - Qa\sin\alpha = 0$$

$$\omega^2 = \frac{g}{h}\,\frac{a}{l}\,\frac{Q}{G} \quad \text{mit} \quad h = l\cos\alpha \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1).$$

Sind ω_1 und ω_2 die Werthe von ω, bei denen eine Verschiebung der Hülse im Sinne gegen O hin oder im umgekehrten Sinne entgegen dem Widerstande W eintritt, so ist

$$\omega_1{}^2 = \frac{g}{h}\,\frac{a}{l}\,\frac{Q+W}{G}, \quad \omega_2{}^2 = \frac{g}{h}\,\frac{a}{l}\,\frac{Q-W}{G}.$$

Daraus folgt:

$$\omega_1{}^2 - \omega_2{}^2 = 2\varepsilon\omega^2 = 2\,\frac{g}{h}\,\frac{a}{l}\,\frac{W}{G}$$

und somit die Energie:

$$E = \frac{W}{\varepsilon} = \omega^2\,\frac{h}{g}\,\frac{l}{a}\,G = Q\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (2).$$

Ist e die Entfernung von O, bis zu welcher die ungespannte Feder reicht, und Q_1 die Kraft, durch welche sie um die Längeneinheit zusammengedrückt wird, so ist:

$$Q = Q_1 (e - x) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

mit $x = 2 a \cos \alpha = OH$ (Fig. 120 und Fig. 121), und weil dann auch

$$h = l \cos \alpha = \frac{1}{2} \frac{l}{a} x$$

ist, so folgt aus (1) und (3):

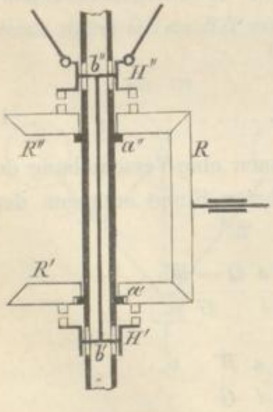
$$\omega^2 = 2 g \frac{Q_1 a^2}{G l^2} \frac{e - x}{x} \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Durch Aenderung von e, also durch Verstellung des Vorsprunges E (Fig. 120 und 121) auf der Regulatorwelle ist die Adjustirung für verschiedene Normalgeschwindigkeiten ω zu bewirken. Uebrigens lässt die Gleichung (4) einen in so hohem Grade statischen Charakter, nämlich eine so grosse Veränderlichkeit von ω mit x oder α erkennen, dass ein Regulator von solcher Art indirect wirkend angeordnet werden muss, um die Einschliessung von ω in enge Grenzen zu ermöglichen.

§. 122. Indirect wirkende Regulatoren.

Indirect wirkende Regulatoren, die nach §. 105, wie z. B. die im vorigen Paragraph besprochenen Centrifugalregulatoren mit Federkraft oder wie der gewöhnliche Watt'sche Regulator (Fig. 112) in höherem Grade statisch sein sollen, können auf mancherlei Art angeordnet werden. Einige Beispiele mögen zur Erläuterung dienen.

Fig. 122.

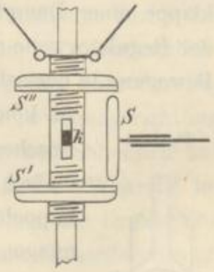


1. Bei einer solchen Anordnung, die namentlich zur Stellung der Schütze eines Wasserrades Anwendung gefunden hat, ist die Regulatorwelle in ihrem unteren Theile röhrenförmig gestaltet und die Hülse in zwei Theile H', H'' (Fig. 122) zerlegt, von denen der obere in üblicher Weise von den Hülsenstangen des Centrifugalregulators getragen wird. Jeder dieser beiden Hülsentheile ist prismatisch mit der röhrenförmigen Welle gepaart, indem H' durch den Keil b', H'' durch den Keil b'', von welchen Keilen jeder durch zwei diametral gegenüber liegende Längsschlitze der Röhrenwand hindurch geht, an relativer Drehung um die Regulator-

welle gehindert wird; zugleich dienen diese Keile dazu, vermittels der Stange $b'b''$ im Inneren der Welle die Hülsentheile H', H'' zu einem Ganzen zu vereinigen. Zwischen ihnen befinden sich zwei Kegelräder R', R'', die mit der Welle cylindrisch gepaart sind, jedoch von ringförmigen Vorsprüngen a', a'' der Welle getragen werden, so dass jene cylindrische Paarung thatsächlich einer solchen durch Drehkörperpaare gleich kommt; diese Räder R', R'' sind mit einem mittleren Kegelrade R in Eingriff, dessen Axe die Axe der Regulatorwelle rechtwinklig schneidet. An den einander zugekehrten Flächen sind H' und R', H'' und R'' mit Kuppelungszähnen versehen der Art, dass die Regulatorwelle bei mittlerer Höhenlage der Hülse weder mit R' noch mit R'' gekuppelt und somit R sowie das mit R verkettete Stellzeug, z. B. die Schütze des Wasserrades in Ruhe ist, dass aber, jenachdem die Hülse bei zunehmender Geschwindigkeit der Maschine etwas herauf oder bei abnehmender Geschwindigkeit etwas herunter geht, entweder R' oder R'' mit der Regulatorwelle gekuppelt und somit durch diese das Rad R sammt dem Stellzeuge im einen oder anderen Sinne bewegt wird. Das Getriebe, durch welches die Drehung des Rades R z. B. auf die Wasserradschütze übertragen wird, kann wieder auf sehr verschiedene Arten, z. B. so angeordnet werden, dass eine Schraube ohne Ende auf der Welle von R in ein entsprechendes Schraubenrad, ein Zahnrad auf der Welle des letzteren in eine Zahnstange an der Schütze eingreift.

2. Wenn, wie bei Dampfmaschinen, der Widerstand des Stellzeuges weniger gross ist, kann die Einrichtung durch Anwendung von Frictionsscheiben statt der Kegelräder vereinfacht werden. So wurde von Kayser bei einer Walzwerksmaschine die verlängerte Hülse eines Watt'schen Regulators, während sie vermittels zwei diametral gegenüber liegender Schlitze und eines entsprechenden durch die Regulatorwelle gesteckten Keils k (Fig. 123) an relativer Drehung gegen letztere gehindert ist, unten und oben mit Frictionsscheiben S', S'' ausgerüstet, die an ihren einander zugekehrten Flächen mit aufgeschraubten Holzscheiben und auf diesen mit aufgeleimten Lederscheiben versehen sind. Die mit kleinem Spielraume dazwischen liegende gusseiserne Frictionsscheibe S überträgt die bei zu grosser oder zu kleiner Geschwindigkeit der Maschine von S' oder S'' im einen oder anderen Sinne empfangene Drehung durch ihre Welle und eine darauf sitzende Schraube ohne Ende auf ein Schraubenradsegment zu entsprechender Aenderung des Expansionsgrades der Dampfmaschine. In die

Fig. 123.



Hülse sind feine Schraubengewinde eingeschnitten, zu denen die Scheiben S', S'' die entsprechenden Muttergewinde enthalten, und kann so durch Verstellung der letzteren der Spielraum zwischen ihnen und der Scheibe S, somit der Ungleichförmigkeitsgrad beliebig geändert, auch der Regulator durch Verstellung beider Scheiben S', S'' in gleichem Sinne für eine andere Normalgeschwindigkeit eingerichtet werden.

3. Bei Regulatoren, die zur Schützenstellung hydraulischer Motoren dienen, kann die indirecte Wirkung zweckmässig auch dadurch vermittelt werden, dass durch den Regulator eine Riemengabel verschoben wird, um einen von der Maschine aus bewegten Riemen, der bei normaler Geschwindigkeit und mittlerer Configuration des Regulators auf einer Leer-Rolle liegt, auf die eine oder andere von zwei festen Rollen zu schieben, durch welche dann vermittels entsprechender Mechanismen die Schütze im einen oder anderen Sinne bewegt wird.

4. Anstatt die indirecte Wirkung eines Regulators durch entsprechende Kuppelung des Stellzeuges mit der Regulatorwelle zu vermitteln, hat man auch wohl einen besonderen Hülfsmotor benutzt, der durch entgegengesetzte Bewegungen der Regulatorhülse selbst im entgegengesetzten Sinne, d. h. so gesteuert wird, dass er entgegengesetzte Bewegungen des Stellzeuges zur Folge hat. So ist z. B. der im §. 121 besprochene Silver'sche Regulator bei Schiffsdampfmaschinen so angeordnet worden, dass er einen kleinen Dampfcylinder steuerte, dessen Kolben mit dem Stellzeug verbunden war.

5. Indem es der Fall sein kann, dass das Stellzeug in die eine oder andere Grenzlage (z. B. der ganz geöffneten oder ganz geschlossenen Drosselklappe einer Dampfmaschine entsprechend) gelangt, während es noch mit der Regulatorwelle oder dem Hülfsmotor gekuppelt ist und somit zu weiterer Bewegung in demselben Sinne angetrieben wird, ohne diesem Antriebe folgen zu können, so muss die daraus hervorgehende Gefahr eines Bruches durch geeignete Vorkehrung beseitigt werden. Sehr einfach und ohne Weiteres geschieht das durch die Frictionskuppelungen bei den unter 2) und 3) besprochenen Anordnungen oder auch durch Anwendung eines Schaltwerkes, wie bei dem Regulator von Bersch.* Bei demselben ist an der Regulatorhülse vermittels einer durch eingeschaltete Mutter ihrer Länge nach regulirbaren Stange ein länglicher Rahmen aufgehängt, indem das nach unten gabelförmig auslaufende Ende jener Stange mit zwei Augen a (Fig. 124) starke Zapfen b umfasst,

Fig. 124.

---

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrgang 1858, S. 182.

die von dem Rahmen seitwärts vortreten. Mit diesen Zapfen ist der Rahmen um eine horizontale Spindel (in Fig. 124 mit schraffirtem Querschnitt angedeutet) lose drehbar so, dass er sich zugleich etwas heben und senken kann, zu welchem Zwecke die Zapfen b geschlitzt sind. Fest auf der Spindel sitzt centrisch eine kreisförmige Scheibe, die an zwei gegenüber liegenden Bögen mit Sperrzähnen versehen und dadurch zu einem Schaltrade gemacht ist; ihm entsprechen zwei zugehörige Klinken, die oben und unten so am Rahmen um Bolzen drehbar und durch Stellschrauben regulirbar sind, dass zwischen ihnen und dem Klinkrade bei mittlerer Höhenlage des Rahmens ein sehr kleiner Zwischenraum bleibt. Indem nun der Rahmen durch eine Zugstange von der zu regulirenden Maschine oder auch von einem Hülfsmotor in beständig pendelnder Bewegung um die Spindel erhalten wird, bewirkt das Hinauf- oder Hinabgehen des Rahmens den Eingriff der unteren oder oberen Klinke, mithin die Drehung der Spindel im einen oder anderen Sinne, bis die Klinke den ungezahnten Theil des Klinkrades erreicht. Durch Verlängerung oder Verkürzung der Aufhängestange des Rahmens lässt sich der Regulator für eine andere Normalgeschwindigkeit einrichten.

6. Bei allen vorher angeführten, sowie überhaupt bei den seither üblich gewesenen Anordnungen eines indirect wirkenden Regulators ist die Configuration des letzteren nur zwischen sehr engen Grenzen variabel und das Stellzeug nur bei der mittleren dieser wenig verschiedenen Configurationen, also nur bei einer bestimmten Normalgeschwindigkeit ω_0 der Maschine in Ruhe. Weicht die Geschwindigkeit ω von dieser normalen Grösse ab, so ist der Sinn, in welchem das Stellzeug bewegt wird, bestimmt durch den Sinn, in welchem ω von ω_0 abweicht, unabhängig davon, ob ω augenblicklich zu- oder abnimmt, während bei directer Wirkung der Sinn der Bewegung des Stellzeuges gerade umgekehrt durch die Bewegungsrichtung der Hülse unabhängig davon bestimmt wird, ob diese augenblicklich auf der einen oder anderen Seite ihrer Mittellage sich befindet. Während im letzteren Falle angemessener Weise die Schnelligkeit und die Grösse der Bewegung des Stellzeuges der Schnelligkeit und Grösse der Hülsenbewegung, im Wesentlichen also auch der Geschwindigkeitsänderung der Maschine entspricht, ist bei der üblichen Art von indirecter Wirkung die Schnelligkeit der Bewegung des Stellzeuges unveränderlich (abgesehen von den immerhin kleinen Geschwindigkeitsänderungen der Maschine selbst) gegeben durch das Umsetzungsverhältniss, nach welchem die Bewegungsübertragung von der Regulatorwelle auf das Stellzeug nach Einrückung der betreffenden Kuppelung stattfindet, wogegen die Grösse der Lagenänderung des Stell-

zeuges nur von der Zeit abhängt, während welcher die Einrückung dauert, während welcher also die Geschwindigkeit der Maschine von der Normalgeschwindigkeit abweicht, einerlei, ob diese Abweichung gross oder klein, mit grösserer oder kleinerer Geschwindigkeit in der Zu- oder Abnahme begriffen ist. Schon ohne nähere Untersuchung ist die Unvollkommenheit dieser Art von indirecter Wirkung begreiflich, bei welcher es insbesondere der Fall sein kann, dass die regulirende Bewegung des Stellzeuges bei schneller und beträchtlicher Geschwindigkeitsänderung der Maschine zu langsam oder bei langsamer Geschwindigkeitsänderung zu rasch und zu viel stattfindet. Auf Grund solcher Erwägungen sind deshalb in neuester Zeit* von Hartmann (deutsches Reichspatent vom 4. Juli 1878) und von Knüttel (Patent vom 21. Juli 1879) solche Einrichtungen von indirect wirkenden Regulatoren erfunden worden, welche zur Folge haben, dass die Bewegung der Hülse ebenso wie bei directer Wirkung zwischen weiteren Grenzen stattfindet und dass ihr die Bewegung des Stellzeuges fast ebenso vollkommen wie bei directer Wirkung entsprechend ist, so dass solche Regulatoren eine ähnlich regulirende Wirkung haben, als ob sie mit unbegrenzter Energie direct wirkend wären.

Dieser Zweck wird dadurch erreicht, dass die Kuppelungshülse eines Wendegetriebes, die bei der üblichen Anordnung (z. B. nach Fig. 122 oder Fig. 123) ein unmittelbarer Fortsatz der Regulatorhülse ist und deshalb letztere zu einer der ihrigen gleichen sehr eng begrenzten Bewegung nöthigt, als ein besonderes Glied ausgebildet und dessen kleine Verschiebung im einen oder anderen Sinne zugleich von der Bewegung der Regulatorhülse und von derjenigen des Stellzeuges so abhängig gemacht ist, dass die Einrückung behufs Herstellung der Kuppelung bei jeder Lage der Regulatorhülse und entsprechender Lage des Stellzeuges stattfinden kann. Ist jene Kuppelungshülse dadurch, dass eine Bewegung der Regulatorhülse in gewissem Sinne eintrat, in entsprechendem Sinne sehr wenig verschoben und so die Kuppelung hergestellt worden, so bewirkt die entsprechend erfolgende Bewegung des Stellzeuges eine umgekehrte Verschiebung der Kuppelungshülse, also die Auslösung der Kuppelung mit Stillstand des Stellzeuges; wenn aber die Geschwindigkeitsänderung der Maschine in unverändertem Sinne noch andauert, so wird durch die weitere Bewegung der Regulatorhülse die Kuppelung im vorigen Sinne sofort wieder hergestellt, um alsbald wieder gelöst zu werden, wenn dadurch die Regulator-

---

* Wochenschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1880, S. 341, und Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1880, S. 97.

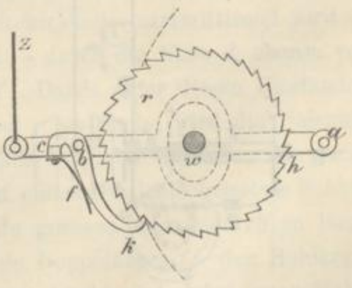
hülse in Ruhe, das Stellzeug in Bewegung gekommen ist u. s. f. Diese sich entsprechenden kleinen alternirenden Bewegungen der Regulatorhülse und des Stellzeuges, verbunden mit schnell auf einander folgenden Ein- und Ausrückungen der Kuppelungshülse, gehen indessen um so mehr in stetige Bewegungen über, je schneller einerseits die Geschwindigkeitsänderung der Maschine und demgemäss die Configurationsänderung des Regulators und je schneller andererseits die Bewegung des Stellzeuges in Folge des gewählten Umsetzungsverhältnisses von der Regulatorwelle aus bei hergestellter Kuppelung stattfindet, besonders wenn letztere nicht als Klauenkuppelung (Fig. 122), sondern als Frictionskuppelung (Fig. 123) ausgeführt ist.

Es lässt sich erwarten, dass bei gegebener plötzlicher Aenderung des von einer Kraftmaschine zu überwindenden Widerstandes dieselbe vermittels eines indirect wirkenden Regulators von der hier besprochenen Art mit wesentlich geringeren Geschwindigkeitsschwankungen in einen neuen Beharrungszustand übergeführt wird, als bei der gewöhnlichen Anordnung; weil aber dann dieser neue Beharrungszustand bei anderer Configuration des Regulators eintritt, ist es nöthig, dass letztere ebenso wie bei directer Wirkung in nur mässigem Grade mit der Geschwindigkeit variabel, d. h. dass der Regulator in nur mässigem Grade statisch sei, wenn die Geschwindigkeit des neuen Beharrungszustandes von derjenigen des früheren nicht zu sehr verschieden sein soll.

§. 123. Intermittirend wirkende Regulatoren.*

1. Als Beispiel eines direct intermittirend wirkenden Regulators zeigt Fig. 125 den wesentlichen Bestandtheil einer patentirten Construction von Hagen. Auf der Welle *w*, um deren Drehung im einen oder anderen Sinne es sich handelt behufs Verminderung oder Vermehrung des Zuflusses der motorischen Substanz, jenachdem die Maschinengeschwindigkeit sich zu- oder abnehmend von der Normalgeschwindigkeit entfernt, sind neben einander zwei Klinkräder *r*, *r'* mit entgegengesetzt gerichteten Sperrzähnen aufgekeilt, von denen hier nur eines *r* gezeichnet ist. Die zugehörigen

Fig. 125.

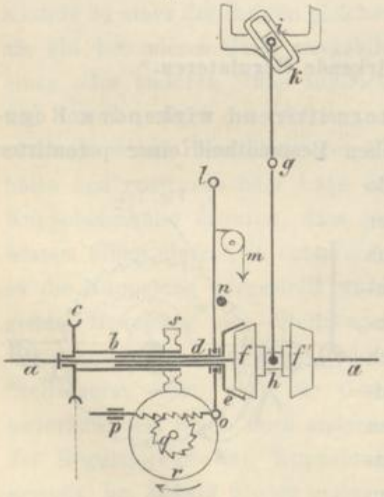


---

* Dingler's polytechnisches Journal, 1875, Bd. 217, S. 1.

Klinken *k* und *k′* (von denen in Fig. 125 auch nur *k* gezeichnet ist) sitzen drehbar um dieselbe Axe *b* an einem Hebel *h*, der einerseits um die feste Axe *a* drehbar, andererseits durch die Zugstange *z* mit der Regulatorhülse verbunden und so gestaltet ist, dass seine dem Hülsenhube entsprechende Schwingung um *a* durch die Welle *w* nicht gehindert wird. Von den Klinken *k*, *k′* ist die eine abwärts, die andere aufwärts gerichtet; beide werden durch Federn *f*, *f′* (*k* durch *f*, *k′* durch *f′*) gegen die Klinkräder *r*, *r′* angedrückt insoweit es die Anschläge *c*, *c′* gestatten. In der Mittellage des Hebels *h*, der Mittellage der Regulatorhülse entsprechend, greifen beide Klinken zwar noch zwischen die Zähne von *r*, *r′* ein, jedoch so, dass sie zugleich gegen die Anschläge sich stützen, und dass somit eine weitere Annäherung ihrer Angriffskanten an die Axe *a* unmöglich ist. Die Folge dieser Anordnung ist, dass, wenn die Hülse von ihrer Mittellage aus in die Höhe geht, das Rad *r* sammt der Welle *w* mit Rechtsdrehung von der Klinke *k* unter Anspannung der Feder *f* mitgenommen wird, während die Angriffskante der Klinke *k′* sich vom Rade *r′* entfernt. Beim Rückgange der Hülse in die Mittellage ist keine Klinke wirksam, da *k′* ausgelöst bleibt, während *k* über die Zähne von *r* weggleitet. Geht aber die Hülse noch weiter hinab, so wird *r′* sammt *w* mit Linksdrehung von *k′* herumgenommen unter Anspannung der Feder *f′*, während *k* ausgelöst wird und auch beim Rückgange in die Mittellage ausgelöst bleibt, indem dann *k′* auf den Zähnen von *r′* gleitet.

Fig. 126.



2. Indirect intermittirend wirkende Regulatoren sind, so viel bekannt, bisher nur von Bodemer construirt und mit Erfolg verwendet worden. Ein solcher, zu Regulirung des Füllungsgrades von Dampfmaschinen bestimmt, hat folgende Einrichtung: Fig. 126. Eine Welle *a*, die bei normaler Maschinengeschwindigkeit in Ruhe ist, wird bei wachsender oder abnehmender Geschwindigkeit behufs Verkleinerung oder Vergrösserung des Füllungsgrades im einen oder anderen Sinne dadurch in Umdrehung versetzt, dass sie durch die Wirkung des Regulators mit der einen oder anderen von zwei Hülsen *b*, *b′* fest verbunden wird, die an und

für sich frei drehbar um die Welle a sind und durch auf ihnen festgekeilte Schnurrollen c, c' von einer in Fig. 126 nicht gezeichneten Maschinenwelle aus beständig in entgegengesetztem Sinne in Rotation erhalten werden, indem die eine Schnur offen, die andere gekreuzt ist. Von diesen zwei Hülsen ist in Fig. 126 nur die eine b mit zugehörigem sogleich zu besprechendem Mechanismus schematisch gezeichnet, während die andere mit ihrem ganz gleichen Mechanismus auf der anderen Seite der (bei mittlerer Lage) in Bezug auf die Gerade ih symmetrischen Figur liegend vorzustellen ist. Die feste Verbindung der Welle a mit der Hülse b oder b' wird aber dadurch bewirkt, dass b mit der langen Nabe d eines Hohlkegels e und ebenso auf der anderen Seite b' mit der Nabe d' eines Hohlkegels e' prismatisch gepaart (durch Laufkeil relativ gleitbar längs der Welle a verbunden) ist, wodurch die mit a cylindrisch gepaarten Hohlkegel e, e' zu gleichen Rotationen bezw. mit b, b', unter sich also zu entgegengesetzten Rotationen gezwungen sind, und dass ferner durch Verschiebung des mit der Welle a prismatisch gepaarten Doppelkegels ff' nach links oder nach rechts derselbe in den entsprechenden Hohlkegel e oder e' hinein gepresst und somit durch Frictionskuppelung auch a zu einerlei Drehung mit e und b oder mit e' und b' genöthigt wird; seine Verschiebung erhält der Doppelkegel durch den um den Zapfen g drehbaren Hebel hi, der unten bei h die Halsnuth der die Kegel f, f' verbindenden Hülse umgreift und oben bei i in der an der Regulatorhülse hängenden schräg gerichteten Coulisse k geführt wird. Jenachdem bei wachsender oder abnehmender Maschinengeschwindigkeit diese Coulisse sich aufwärts oder abwärts bewegt, geht das obere Hebelende i nach rechts oder nach links, das untere h nach links oder nach rechts und wird folglich f in e oder f' in e' hinein gepresst. Wären die Hohlkegel e, e' fest mit den Hülsen b, b' verbunden, so dass der Doppelkegel ff' nur ein ganz kleines Spiel zwischen e und e' hätte, so wäre der Regulator indirect continuirlich wirkend; intermittirend wird er durch die prismatische Paarung von e mit b durch die Nabe d, ebenso von e' mit b' durch die entsprechende Nabe d'. Damit unter diesen Umständen der nöthige axiale Druck zwischen f und e stattfinde, wird die Halsnuth der Nabenhülse d von einem um l drehbaren Hebel umfasst, der durch eine über eine Leitrolle geführte und mit einem Gewichte belastete Schnur m beständig gegen einen Anschlag n hin gezogen und dadurch so lange gehemmt wird, bis der nach links gehende Doppelkegel ff' den Hohlkegel e mit seiner Nabe d in die Hülse b hinein drückt und dabei jenen Hebel vom Anschlage n entfernt. Die intermittirende Wirkung erfordert aber ferner, dass die Rückkehr der Regulatorhülse und somit des Doppelkegels *ff'* in die Mittellage ohne fortgesetzte Drehung der Welle *a* erfolgen könne, dass also die Frictionskuppelung von *f* mit *e* (bezw. von *f'* mit *e'*) hierbei ausgelöst sei; zu dem Ende ist der um *l* drehbare Druckhebel über die Halsnuth der Nabe *d* hinaus verlängert bis zu dem Zapfen *o*, durch welchen er mit einer bei *p* prismatisch geführten etwas federnden Sperrstange verbunden ist, deren in ein entsprechendes Sperrrädchen *q* eingreifende Zähne so gerichtet sind, dass, wenn das Rädchen ruht, die Stange zwar im Sinne *op*, nicht aber im umgekehrten Sinne beweglich ist. Damit aber endlich der Regulator nach seiner Rückkehr in die Mittellage zu neuer Wirksamkeit in beiderlei Sinn geeignet werde, was voraussetzt, dass der Hohlkegel *e*, der vorher mit dem Doppelkegel *ff'* gekuppelt war, hinter diesem her bis zur Stützung des Druckhebels gegen den Anschlag *n* zurückgehe, ist mit dem Sperrrädchen *q* ein Schneckenrad *r* coaxial fest verbunden, das im Sinne des beigesetzten Pfeils durch die auf der Hülse *b* sitzende Schnecke *s* in beständiger langsamer Drehung erhalten wird. Sollte die Maschinengeschwindigkeit, nachdem sie ein Maximum erreicht hatte, nicht sofort bis zur Normalgeschwindigkeit wieder abnehmen, sondern ein neuer Beharrungszustand mit noch übernormaler Geschwindigkeit eintreten, so würde der noch vor der Mittellage zur Ruhe kommende Doppelkegel alsbald von dem nachfolgenden rotirenden Hohlkegel *e* eingeholt und auf's Neue mit ihm gekuppelt werden; die Folge wäre eine abermalige Drehung der Welle *a* im vorigen Sinne, somit weitere Abnahme der Maschinengeschwindigkeit mit wiederholtem Rückgange von *e* und *ff'* gegen die Mittellage hin bis der Druckhebel vom Anschlage *n* aufgehalten wird und damit der Doppelkegel ausser Berührung mit *e* in der Mittellage dauernd zur Ruhe kommen kann, entsprechend einem dauernden Beharrungszustande der Maschine bei normaler Geschwindigkeit. Dass sich in Folge der in Fig. 126 nicht gezeichneten, auf der anderen Seite von *ff'* befindlichen Mechanismen, die den gezeichneten symmetrisch gleich sind, Alles gerade umgekehrt verhält, wenn die Geschwindigkeit der Maschine unter ihren Normalwerth sinkt und zu demselben zurückkehrt, bedarf keiner weiteren Ausführung. Auch mag wegen der Schwingungen der Regulatorhülse, die durch den Hebel *ih* auf den Doppelkegel *ff'* übertragen werden, in Wirklichkeit der Vorgang weniger einfach sich gestalten, vielmehr erst nach mehrmaliger Ein- und Auslösung der Frictionskuppelung zwischen *e* und *f* bezw. *e'* und *f'*, oder auch abwechselungsweise der einen und anderen, ein neuer Beharrungszustand bei normaler Geschwindigkeit eintreten.

3. Wenn der so eben besprochene Regulator in solchen Fällen angewendet werden sollte, in denen, wie bei hydraulischen Kraftmaschinen,

die Bewegung des Stellzeuges und somit die Drehung der Welle a, Fig. 126, mit einem beträchtlichen Widerstande verbunden ist, so würde die Herstellung der Frictionskuppelung einen allzu grossen Druck erfordern, als dass er durch die Regulatorhülse bei genügend kleiner Geschwindigkeitsänderung, also mit hinlänglich kleinem Unempfindlichkeitsgrade ausgeübt werden könnte. Für solche Fälle hat deshalb Bodemer einen anderen indirect intermittirend wirkenden Regulator construirt, der ebenso wie der vorige durch die Weltausstellung zu Philadelphia vom Jahre 1876 bekannt wurde. Bei dieser sehr sinnreichen, aber freilich noch wesentlich complicirteren Construction hat die Regulatorhülse nur die Aufgabe der Aus- und Einlösung einer Hemmung, um dadurch die Frictionskuppelung des Stellzeuges mit der Maschine von letzterer aus zu veranlassen oder zu unterbrechen. Anstatt des Schalt- und Schneckenradmechanismus $opqrs$ in Fig. 126 wird dabei durch einen sogenannten Correcturapparat von wesentlich anderer Einrichtung bewirkt, dass beim Rückgange der Geschwindigkeit von einem Maximum oder Minimum nicht bei über- oder unternormaler Geschwindigkeit dauernd ein neuer Beharrungszustand eintreten kann, dass vielmehr ein solcher ebenso wie bei indirect continuirlich wirkenden Regulatoren von gewöhnlicher Anordnung, jedoch ohne die denselben eigenthümlichen erheblichen Schwankungen, nur bei normaler Geschwindigkeit dauernd möglich ist mit selbstthätig wieder herbeigeführter solcher Lage aller Theile des ganzen Mechanismus, dass er bei geringster Störung dieser normalen Geschwindigkeit auf's Neue sofort in Function tritt.

5. Verhalten des Regulators und Einfluss desselben auf den Gang der Maschine bei einer Störung ihres Beharrungszustandes.

§. 124. Vorbemerkungen.

Wenn der Beharrungszustand einer Kraftmaschine durch plötzliche Aenderung des Widerstandes, z. B. durch das Ein- oder Ausrücken von Arbeitsmaschinen oder durch Aenderung der von einzelnen derselben erforderten Leistungen gestört wird, so besteht die Aufgabe des Regulators darin, durch entsprechende Aenderung der Triebkraft zu bewirken, dass nicht nur ein neuer Beharrungszustand bei einer von der früheren möglichst wenig abweichenden Geschwindigkeit eintrete, sondern dass auch der Uebergang des einen in den anderen möglichst stetig in unveränderlichem Sinne, nämlich ohne solche Schwankungen der Geschwindigkeit stattfinde, bei denen dieselbe sich vorübergehend noch wesentlich mehr von der früheren unterscheidet, als im neuen Beharrungszustande, dessen thatsächlicher Eintritt anderen Falles durch dergleichen Schwankungen sehr weit hinausgerückt oder ganz unmöglich gemacht werden könnte. Unter der Maschinengeschwindigkeit werde dabei wie bisher die Winkelgeschwindigkeit der Regulatorwelle, d. h. der rotirenden Welle verstanden, die den Zusammenhang der zu regulirenden Maschine mit dem Regulator vermittelt. Diese Winkelgeschwindigkeit sei für den ursprünglichen Beharrungszustand hier mit ω_0, für irgend einen Augenblick nach erfolgter Störung mit ω bezeichnet. Dabei wird von periodischen Aenderungen, welche, dem Wirkungsgesetze der Kräfte und dem kinematischen Bau der Maschine entsprechend, durch ihr Schwungrad und überhaupt durch ihre bewegte Masse in engere Grenzen eingeschlossen werden, abgesehen, unter ω_0 folglich die mittlere Winkelgeschwindigkeit für jede Periode des ursprünglichen Beharrungszustandes, unter ω diejenige Winkelgeschwindigkeit verstanden, welche sich von der augenblicklich stattfindenden um denselben, der periodischen Veränderlichkeit des Ganges entsprechenden Betrag unterscheidet, wie ω_0 von der Geschwindigkeit, die bei der Fortdauer des ursprünglichen Beharrungszustandes bei derselben Configuration der Maschine stattgefunden hätte.

Dasjenige Glied des Regulators, welches seinen Zusammenhang mit dem Stellzeug vermittelt, heisse hier allgemein (auch bei anderen, als Centrifugalregulatoren) die Hülse. Sie bestimmt durch ihre Entfernung x von der dem ursprünglichen Beharrungszustande entsprechenden Lage die augenblickliche Configuration des Regulators. Dabei soll x positiv oder negativ gesetzt werden, jenachdem die dadurch bestimmte Hülsenlage bei mittlerem Gleichgewichtszustande des Regulators einer vergrösserten oder verkleinerten Maschinengeschwindigkeit, somit einer zu bewirkenden Verkleinerung oder Vergrösserung der Triebkraft entspricht.

Das Stellzeug ist im Allgemeinen ein Getriebe, von dessen Gliedern eines beständig oder zeitweilig mit der Regulatorhülse gepaart ist, während ein anderes den Zufluss der motorischen Substanz unmittelbar durch seine Lage bedingt; diese Lage sei bestimmt durch die Entfernung $= \xi$ von derjenigen, die dem ursprünglichen Beharrungszustande entsprach, indem ξ positiv oder negativ gesetzt wird unter denselben Umständen wie x. Bei direct continuirlich wirkenden Regulatoren, bei denen beständig zwangläufige Verkettung des Stellzeuges mit dem Regulator stattfindet, ist ξ eine Function nur von x.

Reducirt auf einen Punkt im Abstande $= 1$ von der Axe der Regulatorwelle und abgesehen wieder von den periodischen Aenderungen, die selbst im Beharrungszustande einer Maschine stattzufinden pflegen, sei P die Triebkraft, Q der gesammte Widerstand und M die Masse der Maschine, d. h. es seien $P d\varphi$ und $Q d\varphi$ die dem (in Bogenmaass ausgedrückten) elementaren Drehungswinkel $d\varphi$ der Regulatorwelle entsprechenden mittleren elementaren Arbeiten der Triebkraft und des Widerstandes, sowie $\frac{M\omega^2}{2}$ die augenblickliche lebendige Kraft der Maschine. Die elementare Aenderung der letzteren ist = der algebraischen Summe jener elementaren Arbeiten:

$$d\left(\frac{M\omega^2}{2}\right) = (P - Q)\, d\varphi,$$

welche Gleichung, da M constant und $d\varphi = \omega dt$ ist, auch geschrieben werden kann:

$$M\omega d\omega = (P - Q)\,\omega dt; \qquad \frac{d\omega}{dt} = \frac{P - Q}{M}$$

= der Beschleunigung der Maschine, gemessen als Winkelbeschleunigung der Regulatorwelle. Da hierbei von periodischen, der betreffenden Maschine eigenthümlichen Beschleunigungen abgesehen wird, die nicht sowohl durch den hier in Rede stehenden Regulator, als vielmehr durch ein Schwungrad oder überhaupt durch eine hinlänglich grosse bewegte Masse auszugleichen sind, so ist der Beharrungszustand, charakterisirt durch gleiche Mittelwerthe der Geschwindigkeit in den auf einander folgenden Perioden, auch bestimmt durch $\omega = Const.$, also $P = Q$.

Die Kräfte P und Q sind zum Theil von ω abhängig, und zwar im Allgemeinen so, dass, wenn ω wächst, P abnimmt und Q zunimmt, um so mehr also $P - Q$ abnimmt. Dieses Verhalten giebt sich dadurch zu erkennen, dass, wenn die Differenz $P - Q$, die im Beharrungszustande = Null war, durch Abnahme von Q plötzlich positiv wird, ohne Wirkung eines Regulators die Geschwindigkeit der Maschine nicht ohne Ende zunimmt, sondern sich ihr Bewegungszustand allmählig einem neuen Beharrungszustande mit einer nur um Endliches vergrösserten Geschwindigkeit nähert, wie z. B. ein Eisenbahnzug, wenn während der Fahrt die Wagenkuppelung an irgend einer Stelle bräche, unter übrigens gleich bleibenden Umständen in einen neuen Beharrungszustand mit vergrösserter Fahrgeschwindigkeit übergehen würde. Da es sich aber hier nur um solche Geschwindigkeitsänderungen handelt, die eben durch die Wirkung des Regulators auf mässige Grössen beschränkt werden sollen, so mag auch von der Abhängigkeit der reducirten Triebkraft P und des reducirten Widerstandes Q von der Geschwindigkeit ω im Allgemeinen abgesehen, somit P als blosse Function von ξ, Q als Constante betrachtet werden, so lange nicht aus irgend einem Anlasse ein plötzlicher Uebergang von Q zu einem anderen, demnächst wieder einstweilen constant bleibenden Werthe stattfindet. Die Aufgabe, um die es sich hier handelt, ist die Untersuchung des Gesetzes, nach welchem von dem Augenblicke an, in dem nach bis dahin stattgefundenem Beharrungszustande eine solche plötzliche Aenderung von Q eintritt, die Maschinengeschwindigkeit ω sich ändert in Folge der durch den Regulator bewirkten Aenderung von ξ. Da bei entgegengesetzter Aenderung von Q auch der Erfolg offenbar entgegengesetzt ist, genügt es zur Charakterisirung der Regulatorwirkung, die plötzliche Aenderung von Q hier ein für alle Mal als in demselben Sinne stattfindend, etwa als plötzliche Abnahme vorauszusetzen, so dass ω, x und ξ wenigstens anfangs zunehmen, insbesondere x und ξ von Null an wachsend zunächst positiv werden.

Die Unterschiede des fraglichen Wirkungsgesetzes in verschiedenen Fällen werden weniger durch die Beschaffenheit des hier stets als mehr oder weniger statisch vorausgesetzten Regulators an sich, als durch seine Anordnung (Art seiner Verbindung mit dem Stellzeuge) bedingt, hinsichtlich welcher direct und indirect wirkende Regulatoren, sowie ferner die einen und anderen als continuirlich und intermittirend wirkende zu unterscheiden sind. Direct und indirect wirkende Regulatoren unterscheiden sich vor Allem dadurch, dass bei letzteren, wenigstens bei gewöhnlicher Anordnung (§. 122), wie sie im Folgenden vorausgesetzt wird, ein dauernder Beharrungszustand nur bei normaler Geschwindigkeit und bei mittlerer Lage des Regulators stattfinden kann, so dass also dann ω_0 die Normalgeschwindigkeit bedeutet und $x = 0$ der Mittellage der Hülse entspricht, wogegen bei direct wirkenden, wenigstens bei direct continuirlich wirkenden Regulatoren die anfängliche Beharrungsgeschwindigkeit ω_0 von der normalen verschieden sein kann und ebenso dann auch die Anfangslage ($x = 0$) der Hülse nicht ihre Mittellage zu sein braucht; ob Letzteres auch für direct intermittirend wirkende Regulatoren gilt, bleibt näherer Untersuchung (§. 126) vorbehalten.

Inwiefern nun die bezeichnete Aufgabe in diesen verschiedenen Fällen zu lösen ist, ergiebt sich im Princip, nämlich abgesehen von analytischen Schwierigkeiten, die sich der strengen Durchführung entgegenstellen können, durch folgende Erwägung.

Mit Rücksicht auf die kinematische Beschaffenheit des Regulators, die Massen seiner relativ gegen die Regulatorwelle beweglichen Glieder und die darauf wirkenden Kräfte kann die Beschleunigung der Hülse als Function von x und ω gefunden werden:

$$\frac{d^2 x}{d t^2} = \varphi(x, \omega) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Dabei ist streng genommen diese Function $\varphi(x, \omega)$ etwas verschieden je nach dem Bewegungssinne der Hülse wegen des Bewegungswiderstandes der letzteren, der ihrem Bewegungssinne stets entgegengesetzt gerichtet ist. Je nach der Art des Motors und der Art, wie der Zufluss seiner motorischen Substanz vom Stellzeuge bedingt wird (z. B. bei Dampfmaschinen, jenachdem der Regulator auf die Drosselklappe oder auf die Expansionsvorrichtung wirkt) ist ferner P als Function von ξ zu ermitteln und somit dann auch die Winkelbeschleunigung der Regulatorwelle:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{P - Q}{M} = f(\xi) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

unter Q hier den plötzlich geänderten Werth des reducirten Widerstandes verstanden. Die hiernach noch erforderliche dritte Gleichung, um mit Rücksicht auf die Anfangswerthe:

$$x = 0, \quad \xi = 0, \quad \frac{dx}{dt} = 0, \quad \frac{d\xi}{dt} = 0, \quad \omega = \omega_0$$

die Grössen x, ξ und ω als Functionen von t bestimmen zu können, ist verschieden je nach der Anordnung des Regulators.

Bei direct continuirlich wirkenden Regulatoren ist ξ eine Function von x, somit nach Gl. (2) auch

$$\frac{d\omega}{dt} = F(x),$$

wodurch in Verbindung mit Gl. (1) und mit Rücksicht auf die Anfangswerthe

$$x = 0, \quad \frac{dx}{dt} = 0, \quad \omega = \omega_0$$

x und ω als Functionen von t bestimmt sind.

Bei direct intermittirend wirkenden Regulatoren findet der Unterschied statt, dass ξ entweder eine Function von x oder constant ist, jenachdem die Entfernung der Hülse von ihrer Mittellage zu- oder abnimmt; auch ist ersteren Falles die Beziehung zwischen ξ und x insofern von anderer Art, als hier ξ nicht durch x an und für sich bestimmt ist, sondern durch den Werth, den ξ im Augenblicke kleinster Entfernung der Hülse von ihrer Mittellage hatte und durch die Aenderung, welche x seitdem erfahren hat.

Bei indirect continuirlich wirkenden Regulatoren ist ξ eine Function der Zeit:

$$\xi = \psi(t)$$

und somit nach Gl. (2):

$$\frac{d\omega}{dt} = \Psi(t),$$

woraus sich durch Integration auch ω als Function der Zeit ergiebt, ohne dass dazu die Gleichung (1) gebraucht würde, die in der That schon wegen der hier verschwindend kleinen Hülsenbewegung ihre Bedeutung verliert. Dabei ist freilich zu berücksichtigen, dass, wenn die Bewegung des Stellzeuges von der zu regulirenden Maschine ausgeht, indem es mit ihr durch den Regulator gekuppelt wird, jene Function $\psi(t)$ sich streng genommen nicht unmittelbar ergiebt, da vielmehr zunächst dann ξ vom Drehungswinkel φ der Regulatorwelle abhängt und erst aus

$$\xi = \psi(\varphi)$$

nach Gl. (2) sich mit $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \Psi(\varphi)$$

und daraus φ sowie demnächst $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ als Function von t ergiebt. Bei der geringen Veränderlichkeit von ω kann indessen näherungsweise

$$\xi = \psi(\varphi) = \psi(\omega_0 t)$$

gesetzt werden.

Bei indirect intermittirend wirkenden Regulatoren ist endlich ξ abwechselungsweise eine Function von t oder constant, jenachdem die Regulatorhülse sich von ihrer Mittellage entfernt oder derselben nähert.

α. Direct wirkende Regulatoren.

§. 125. Direct continuirlich wirkender Regulator.

Es werde ein Centrifugalregulator mit zwei symmetrisch angeordneten Kugeln betrachtet, deren jede das Gewicht G hat, während das Gewicht der Hülse sammt der sie belastenden Masse $= 2\,m\,G$ sei unter Abstraction von den Massen und Gewichten der Stangen, durch welche event. die Kugeln mit der Hülse und der verticalen Regulatorwelle charnierartig verbunden sind, sowie auch unter Abstraction von Bewegungswiderständen des Regulators selbst und des Stellzeuges.

Die Kugelmittelpunkte K sind in einer aufwärts concaven Bahn B beweglich, die mit der Regulatorwelle rotirt, in einer durch die Axe der letzteren gehenden verticalen Ebene liegt und in Bezug auf diese Axe symmetrisch ist; y und z seien die augenblicklichen Entfernungen eines Kugelmittelpunktes beziehungsweise von jener Axe und von einer unterhalb der Bahn gelegenen Horizontalebene H, so dass y und z zusammen mit x (§. 124) zu- und abnehmen. Bedeutet ferner ds ein Bogenelement genannter Bahn, dt ein Zeitelement und g die Beschleunigung der Schwere, so ist die Gleichung, welche ausdrückt, dass bei gestörtem relativem Gleichgewichte des Regulators der elementare Zuwachs der relativen lebendigen Kräfte der Kugelmasse $\frac{2\,G}{g}$ und Hülsenmasse $\frac{2\,m\,G}{g}$ zusammen genommen der algebraischen Summe der elementaren Arbeiten der Schwerkräfte dieser beiderlei Massen und der Centrifugalkräfte der Kugeln gleich ist:

$$\frac{m\,G}{g}\,d\,\frac{dx^2}{dt^2}+\frac{G}{g}\,d\,\frac{ds^2}{dt^2}=2\,\frac{G}{g}\,\omega^2 y\,dy-2\,m\,G\,dx-2\,G\,dz$$

oder

$$\frac{d\,(m\,dx^2+ds^2)}{dt^2}=2\,\omega^2 y\,dy-2\,g\,(m\,dx+dz)\quad\ldots\ldots\,(1).$$

Um dieser Gleichung eine für die weitere Entwickelung hinlänglich einfache Form zu geben, werde unter der Voraussetzung, dass ihre Integration jeweils zwischen engen Grenzen der überhaupt nur kleinen Configurationsänderung des Regulators ausgeführt wird,

$$\frac{dz}{dx}=a\quad\text{und}\quad\left(\frac{ds}{dx}\right)^2=b$$

gesetzt, unter a eine Constante und unter b einen Mittelwerth innerhalb der Integrationsgrenzen verstanden. Es ist dann

$$z=ax+z_0\quad\text{und}\quad b=\left(a\,\frac{ds}{dz}\right)^2=\left(\frac{a}{\sin\alpha}\right)^2,$$

wo z_0 den Werth von z für den ursprünglichen Beharrungszustand ($x=0$) und α den mittleren Winkel bedeutet, unter welchem innerhalb der jeweiligen Integrationsgrenzen die Normale der Bahn B für den betreffenden Ort des Kugelmittelpunktes K gegen die Axe der Regulatorwelle geneigt ist. Hiermit und mit

$$d\,(dx^2)=2\,dx\,d^2x$$

ergiebt sich aus Gl. (1):

$$(m+b)\,\frac{d^2x}{dt^2}=\omega^2 y\,\frac{dy}{dx}-g\,(m+a)=a\,\omega^2 y\,\frac{dy}{dz}-g\,(m+a)\,.\;.\;.\;.\,(2).$$

Bezeichnet O den Punkt, in welchem die Axe der Regulatorwelle von der Normalen der Bahn B für den Punkt K geschnitten wird (siehe Fig. 112 für den Fall eines Watt'schen Regulators) und H die Höhe des Punktes O über der Ebene H, so ist

$$y\frac{dy}{dz} = y\,cotg\,\alpha = H - z = H - z_0 - ax = h - ax,$$

unter h die im Allgemeinen zugleich mit x etwas veränderliche Höhe des Punktes O über der dem ursprünglichen Beharrungszustande entsprechenden Lage K_0 des Kugelmittelpunktes K verstanden. Damit erhält Gl. (2) die Form:

$$(m + b)\frac{d^2x}{dt^2} = a(h - ax)\omega^2 - g(m + a) \quad \ldots\ldots\ldots (3).$$

Im Gleichgewichtszustande des Regulators ist $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$, insbesondere also für den ursprünglichen Beharrungszustand ($x = 0,\ h = h_0,\ \omega = \omega_0$):

$$ah_0\omega_0{}^2 = g(m + a) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4),$$

womit der obigen Gleichung auch die Form gegeben werden kann:

$$(m + b)\frac{d^2x}{dt^2} = a(h - ax)\omega^2 - ah_0\omega_0{}^2.$$

Ihre rechte Seite ist die Aenderung, welche die Function

$$f(x, \omega) = a(h - ax)\omega^2$$

durch den Uebergang der Variablen von 0 in x und ω_0 in ω erfährt, und wenn diese Functionsänderung nach der Taylor'schen Reihe entwickelt wird, wobei zu beachten ist, dass h von x abhängt, so ist es den vorausgesetzten Kleinheiten der Configurationsänderung des Regulators und der Geschwindigkeitsänderung der Maschine entsprechend, dabei nur die Glieder mit den ersten Potenzen von x und $\omega - \omega_0$ zu berücksichtigen, also zu setzen:

$$f(x, \omega) - f(0, \omega_0) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_0 x + \left(\frac{\partial f}{\partial \omega}\right)_0 (\omega - \omega_0),$$

wo $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_0$ und $\left(\frac{\partial f}{\partial \omega}\right)_0$ die Werthe bedeuten, welche die partiellen Differentialquotienten

$$\frac{\partial f(x, \omega)}{\partial x} = a\left(\frac{dh}{dx} - a\right)\omega^2$$

$$\frac{\partial f(x, \omega)}{\partial \omega} = 2a(h - ax)\omega$$

dadurch annehmen, dass darin zugleich $x = 0$ und $\omega = \omega_0$ gesetzt wird. Somit ergiebt sich:

$$(m+b)\frac{d^2x}{dt^2}=a\left(\frac{dh_0}{dx}-a\right)\omega_0{}^2x+2\,ah_0\,\omega_0\,(\omega-\omega_0)\quad\ldots\ldots(5),$$

unter h_0 und $\frac{dh_0}{dx}$ die Werthe von h und $\frac{dh}{dx}$ verstanden, welche $x=0$, d. h. dem ursprünglichen Beharrungszustande entsprechen. Es ist wesentlich, zu bemerken, dass der Factor

$$\frac{dh_0}{dx}-a$$

des Gliedes mit x in dieser Gleichung jedenfalls negativ ist; denn er bedeutet den Werth des Differentialquotienten

$$\frac{d(h-ax)}{dx}=\frac{d(H-z)}{dx}$$

für $x=0$, während die Stabilität des Gleichgewichtes nach dem Früheren (siehe insbesondere §. 115) erfordert, dass die Subnormale der Bahn B (die Höhe des Punktes O über dem Kugelmittelpunkte K) $=H-z$ abnimmt, wenn ω und somit x wächst. Je statischer der Regulator, desto grösser ist der Absolutwerth jenes negativen Factors.

Was die Art des Motors und die Art betrifft, wie der Zufluss seiner motorischen Substanz durch das vom Regulator bewegte Stellzeug bedingt wird, so werde als gewöhnlichster und wichtigster Fall der Anwendung von direct continuirlich wirkenden Regulatoren eine Dampfmaschine vorausgesetzt und zwar mit einem Cylinder und mit solcher Anordnung des Regulators, dass durch ihn der Füllungsgrad ε des Dampfcylinders den Umständen entsprechend verändert, also bei steigender Hülse verkleinert, bei sinkender vergrössert wird. Indem hier von solchen periodischen Geschwindigkeitsänderungen abgesehen wird, die von der Veränderlichkeit des Dampfdruckes auf den Kolben und des Verhältnisses der Kolbengeschwindigkeit zur Kurbelgeschwindigkeit herrühren, ist der Gang der Maschine für jeden einfachen Kolbenschub als gleichförmig beschleunigt oder verzögert zu betrachten und nur darauf Rücksicht zu nehmen, dass der algebraische (d. h. positive oder negative) Werth der Beschleunigung $=p$ sich von einem zum folgenden Kolbenschube in Folge der inzwischen geänderten Hülsenlage und des entsprechend geänderten Füllungsgrades ε auch verändert. Wenn also die Zeit t vom Anfange eines Kolbenschubes an gerechnet und mit ω_1 die Winkelgeschwindigkeit der Regulatorwelle am Anfange desselben bezeichnet wird, ist

$$\omega=\omega_1+pt\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

und gilt diese Gleichung mit unveränderten Werthen von ω_1 und p so lange bis $t=$ der Dauer τ des betreffenden Kolbenschubes geworden ist.

Was letztere betrifft, so sei n das Winkelgeschwindigkeitsverhältniss der Regulatorwelle und der Kurbelwelle (Schwungradwelle), die durch einen Schubkurbelmechanismus mit dem Dampfkolben verkettet ist. Dann ist π der Winkelweg der Kurbelwelle, $n\pi$ der Winkelweg der Regulatorwelle während eines Kolbenschubes, somit

$$n\pi = \int_0^\tau \omega\, dt = \int_0^\tau (\omega_1 + p t)\, dt = \omega_1 \tau + \frac{p\tau^2}{2}.$$

Bei der geringen Veränderlichkeit von ω ist näherungsweise $\tau = \frac{n\pi}{\omega_1}$, und wenn dieser Näherungswerth in dem untergeordneten Gliede mit p für τ gesetzt wird, ergiebt sich

$$\tau = \frac{n\pi}{\omega_1}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{p}{\omega_1}\frac{n\pi}{\omega_1}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (7).$$

Durch Substitution des Ausdruckes (6) von ω erhält nun Gl. (5) die Form:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -k^2 x + A_1 t + B_1$$

mit
$$k^2 = \frac{a\,\omega_0{}^2}{m+b}\left(a - \frac{d h_0}{dx}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

$$A_1 = \frac{2\,a h_0 \omega_0}{m+b}\,p; \quad B_1 = \frac{2\,a h_0 \omega_0}{m+b}(\omega_1 - \omega_0).$$

Während k^2 eine positive, für die auf einander folgenden Kolbenschübe nur wenig (als Function von b) verschiedene Constante ist, sind A_1 und B_1 Coefficienten, die mit den Werthen von p und ω_1 sich von einem zum anderen Kolbenschube wesentlich ändern und dabei positiv oder negativ sein können. Setzt man zur Integration jener Differentialgleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -k^2 x + A_1 t + B_1 = x'',$$

so folgt
$$\frac{d^2x''}{dt^2} = -k^2\frac{d^2x}{dt^2} = -k^2 x''$$

mit dem allgemeinen Integral:

$$x'' = C_1 \cos(kt) + D_1 \sin(kt)$$

$$x = \frac{A_1 t + B_1}{k^2} - \frac{C_1}{k^2}\cos(kt) - \frac{D_1}{k^2}\sin(kt)$$

oder mit den Bezeichnungen:

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{A_1}{k^2} = \frac{2\,h_0}{\omega_0\left(a - \frac{d\,h_0}{d\,x}\right)}\,p \\ B &= \frac{B_1}{k^2} = \frac{2\,h_0}{\omega_0\left(a - \frac{d\,h_0}{d\,x}\right)}\,(\omega_1 - \omega_0) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

und

$$C = -\frac{C_1}{k^2}, \quad D = -\frac{D_1}{k^2}$$

$$x = At + B + C\cos(kt) + D\sin(kt) \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = A - Ck\sin(kt) + Dk\cos(kt) \quad \ldots\ldots\ldots (11).$$

Zur Bestimmung der Integrations-Constanten C, D dienen die zusammengehörigen Anfangswerthe des betreffenden Kolbenschubes:

$$t = 0, \quad x = x_1, \quad v = v_1,$$

mit welchen sich aus (10) und (11) ergiebt:

$$C = x_1 - B; \quad D = \frac{v_1 - A}{k} \quad \ldots\ldots\ldots (12).$$

Zu vollständiger Bestimmung der Aufgabe bedarf es schliesslich noch der Beziehung zwischen x und p, bedingt durch die Beziehungen zwischen x und ε, ε und p. In ersterer Hinsicht werde eine solche Verbindung der Hülse mit der Expansionsvorrichtung durch das Stellzeug angenommen, dass die Aenderungen von ε und x einander proportional sind, dass also

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{x}{x'}(\varepsilon_0 - \varepsilon'') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

ist, unter ε_0 den $x = 0$ entsprechenden Füllungsgrad im ursprünglichen Beharrungszustande und unter ε'' den kleinsten Füllungsgrad verstanden, dem der Maximalwerth x' von x entsprechen soll. Um aber nach dieser Gleichung den Werth von ε für einen gewissen Kolbenschub richtig zu finden, muss darin für x der Werth gesetzt werden, der in dem Augenblicke stattfindet, in welchem bei diesem Kolbenschube die Einströmung des Dampfes hinter dem Kolben aufhört und seine Expansion beginnt, also der Werth, der nach Gl. (10) mit $t = t_1$ gefunden wird, unter t_1 die Zeitdauer der betreffenden Dampfeinströmung verstanden. Letztere ist, wenn während derselben sich die Kurbel um den Winkel α_1 dreht und nach Gl. (7) mit hier völlig ausreichender Annäherung $\tau = \dfrac{n\pi}{\omega_1}$ gesetzt wird:

$$t_1 = \frac{\alpha_1}{\pi}\,\tau = \frac{n\,\alpha_1}{\omega_1}.$$

Der Winkel α_1 ist streng genommen für die im einen und anderen Sinne stattfindenden Kolbenschübe verschieden, wenn der entsprechende mit Dampfeinströmung zurückgelegte Kolbenweg $s_1 = \varepsilon s$, unter s den ganzen Kolbenschub verstanden, in beiden Fällen derselbe ist (siehe §. 93, Gl. 10), und zwar ist dann α_1 im einen Falle grösser, im anderen kleiner, als bei unendlich langer Koppel, d. h. bei dem Ersatze des Schubkurbelmechanismus durch eine Kreuzschieberkurbel. Hier genügt es, das diesem letzteren Falle entsprechende mittlere Verhältniss zwischen α_1 und ε der Rechnung zum Grunde zu legen, also zu setzen:

$$cos\, \alpha_1 = \frac{\frac{1}{2} s - s_1}{\frac{1}{2} s} = 1 - 2\,\varepsilon$$

$$t_1 = \frac{n}{\omega_1} arc\, cos\, (1 - 2\,\varepsilon).$$

Der dem betreffenden Kolbenschube zugehörige Füllungsgrad wird nun gefunden, indem dieses t_1 im Ausdrucke (10) von x für t gesetzt und dann dieser Ausdruck dem aus Gl. (13) sich ergebenden gleich gesetzt, indem also die Gleichung

$$At_1 + B + C\, cos\, (kt_1) + D\, sin\, (kt_1) = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon}{\varepsilon_0 - \varepsilon''} x'$$

nach ε aufgelöst wird. Weil das indessen bei der transcendenten Form der Gleichung sehr unbequem wäre, mag es genügen, als ersten Näherungswerth von ε den Füllungsgrad ε_1 zu bestimmen, der aus Gl. (13) mit $x = x_1$ gefunden wird, dann

$$t_1 = \frac{n}{\omega_1} arc\, cos\, (1 - 2\,\varepsilon_1) \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\, (14)$$

zu setzen und schliesslich aus Gl. (13) einen corrigirten Werth von ε zu berechnen mit demjenigen Werthe von x, welcher der Gleichung (10) für $t = t_1$ entspricht.

Was endlich die Beziehung zwischen p und ε betrifft, so genügt hier auch in dieser Hinsicht eine nur angenäherte Bestimmung. Wird zu dem Ende mit Abstraction von allen Nebenumständen der Vorderdampfdruck auf den Kolben constant $= P_2$, der Hinterdampfdruck während der Einströmung $= P_1$ und während der Expansion dem durchlaufenen Wege umgekehrt proportional gesetzt (ähnlich wie es in §. 93 behufs der Schwungradbestimmung geschah), so ist die ganze Betriebsarbeit für einen Kolbenschub:

$$L = P_1 s_1 + \int_{s_1}^{s} P_1 \frac{s_1}{s} ds - P_2 s = P_1 s_1 \left(1 + ln \frac{s}{s_1}\right) - P_2 s$$

oder mit $P_2 = \beta P_1$:

$$L = P_1 s \left[\varepsilon \left(1 + ln \frac{1}{\varepsilon}\right) - \beta\right] \ldots\ldots\ldots\ldots (15).$$

Daraus ergiebt sich dann:

$$P = \frac{L}{n\pi} \text{ und } p = \frac{P - Q}{M} \ldots\ldots\ldots\ldots (16),$$

wo Q den der Störung des ursprünglichen Beharrungszustandes entsprechenden geänderten Werth des auf den Abstand $= 1$ von der Axe der Regulatorwelle reducirten Widerstandes bedeutet, M die ebendahin reducirte gesammte bewegte Masse der Maschine.

Um nun die Wirkung des Regulators auf den Gang der Maschine zu untersuchen, werde der Einfachheit wegen angenommen, dass die Störung des ursprünglichen Beharrungszustandes gerade bei Beginn eines Kolbenschubes stattfindet. Für diesen sind dann die Anfangswerthe von ω, x, v und ε: $\omega_1 = \omega_0$, $x_1 = 0$, $v_1 = 0$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$, und kommt es vor Allem darauf an, hieraus der Reihe nach die Anfangswerthe derselben Grössen für den 2ten, 3ten u. s. w. Kolbenschub seit jener Störung des Beharrungszustandes abzuleiten, eine Aufgabe, die darauf hinauskommt, die Werthe jener Grössen für das Ende irgend eines Kolbenschubes zu finden, wenn sie zu Anfang desselben $= \omega_1$, x_1, v_1, ε_1 bekannt sind.

Zu dem Ende ergiebt sich zunächst, nachdem die Constanten a, n, h_0, $\frac{dh_0}{dx}$, ω_0, ε_0, die für alle Kolbenschübe ohne neue Aenderung von Q dieselben Werthe behalten, sowie auch für den betreffenden Kolbenschub die Coefficienten b und k entsprechend $x = x_1$ bestimmt worden sind, ein Näherungswerth von p für jenen Kolbenschub aus (15) und (16) mit $\varepsilon = \varepsilon_1$. Dazu findet man A und B aus (9), dann C und D aus (12); ferner t_1 aus (14) und ε aus (13) mit dem Werthe von x, welcher $t = t_1$ nach (10) entspricht. Zu diesem Werthe von ε ergiebt sich aus (15) und (16) ein corrigirter Werth von p, womit, wenn es nöthig erscheinen sollte, corrigirte Werthe von A und D nach (9) und (12) gefunden werden können. Endlich findet man τ aus (7), dann mit $t = \tau$ die gesuchten Werthe von ω, x, v für das Ende des Kolbenschubes aus (6), (10) und (11), endlich ε aus (13) mit diesem Werthe von x.

Die Maxima und Minima von ω werden durch diese für die auf einander folgenden Kolbenschübe zu wiederholende Rechnung ohne Weiteres gefunden, da sie gemäss der Form von Gl. (6) mit den Schubwechseln zusammentreffen. Ein Maximum oder Minimum von x findet dagegen im Allgemeinen während eines Kolbenschubes statt und giebt sich dadurch zu erkennen, dass die dem Anfang und Ende desselben entsprechenden Werthe von v entgegengesetzte Vorzeichen haben. Der Werth von t, dem nach (10) ein solches Maximum oder Minimum von x entspricht, ist bestimmt durch $v=0$, also nach (11) durch die Gleichung:

$$C\,sin\,(kt) - D\,cos\,(kt) = \frac{A}{k}$$

oder, wenn $\frac{D}{C} = tg\,\gamma$ gesetzt wird, durch die Gleichung:

$$sin\,(kt)\,cos\,\gamma - cos\,(kt)\,sin\,\gamma = \frac{A}{Ck}\,cos\,\gamma$$

$$sin\,(kt-\gamma) = \frac{A\,cos\,\gamma}{Ck} = \frac{A\,sin\,\gamma}{Dk} \ldots\ldots\ldots\ldots (17).$$

Dabei ist vorausgesetzt, dass die Hülse keine der beiden Grenzlagen ($x' = max.\,x$ bezw. $x'' = min.\,x$) erreicht. Wäre es der Fall, so würde eine besondere Untersuchung nöthig sein hinsichtlich der Zeit, zu welcher, und des Bewegungszustandes der Maschine, bei welchem die betreffende Grenzlage erreicht wird, sowie in Betreff der Zeitdauer, während welcher die Hülse in der Grenzlage verharrt, und der Aenderung, die unterdessen der Bewegungszustand der Maschine erfährt. —

Als **Beispiel** werde eine Dampfmaschine von $s=1$ Mtr. Schublänge des Kolbens und $\frac{6}{31}$ Quadratmtr. wirksamer Kolbenfläche vorausgesetzt, die mit

$$5\ \text{Atm.} = \frac{31}{30}\cdot 5 = \frac{31}{6}\ \text{Kgr. pro Quadratcentim.}$$

Anfangsspannung betrieben wird, entsprechend

$$P_1 = 10000\cdot\frac{6}{31}\cdot\frac{31}{6} = 10000\ \text{Kgr.}$$

Der Gegendampfdruck sei 0,2 Atm., also

$$\beta = \frac{0{,}2}{5} = 0{,}04.$$

Der ursprüngliche Beharrungszustand finde bei normalem (mittlerem) Gange statt, und es sei dabei der Füllungsgrad:

$$\varepsilon_0 = 0{,}2$$

und somit nach (15) die Arbeit des Dampfdruckes (indicirte Arbeit) pro Kolbenschub:

$$L_0 = 10000\,[0{,}2\,(1 + ln\,5) - 0{,}04] = 4819\ \text{Meterkgr.}$$

Bei diesem normalen Gange sei die Umdrehungszahl der Kurbelwelle pro Minute $= 45$, also die mittlere Kolbengeschwindigkeit $= 1,5$ Mtr. pro Secunde und die indicirte Arbeit in Pferdestärken

$$= \frac{1,5\, L_0}{75} = 96,4.$$

Der Regulator sei ein gewöhnlicher Watt'scher (Fig. 112, §. 114), und zwar von rhombischer Anordnung mit den Dimensionen:

$$l = 0,4 \text{ Mtr.}, \quad a = b = 0,25 \text{ Mtr.}, \quad c = e = 0,04 \text{ Mtr.},$$

so dass bei $\alpha_0 = 30^0$ mittlerem Elongationswinkel der Kugelstangen

$$h_0 = l \cos \alpha_0 + c \operatorname{cotg} \alpha_0 = 0,4157 \text{ Mtr.}$$

ist und nach obiger Gl. (4) bei Abstraction vom Eigengewichte der übrigens unbelasteten Hülse, d. h. mit $m = 0$:

$$\omega_0{}^2 = \frac{g}{h_0} = \frac{9,81}{h_0} = 23,6; \quad \omega_0 = 4,858.$$

Daraus folgt mit Rücksicht darauf, dass die Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle bei normalem Gange $= 1,5\,\pi$ ist,

$$n = \frac{\omega_0}{1,5\,\pi} = 1,031; \quad n\pi = 3,239; \quad \frac{1}{n\pi} = 0,3087.$$

Nach §. 97, Gl. (4) ist die doppelte lebendige Kraft aller rotirenden Massen der Maschine bei normalem Gange:

$$M\omega_0{}^2 = \frac{\alpha}{\delta} L_0.$$

Dabei ist nach Gl. (10) daselbst, entsprechend dem Verhältnisse $\lambda = 0,2$ der Kurbellänge zur Koppellänge, für $\varepsilon_0 = 0,2$ und $\beta = 0,04$:

$$\alpha = 0,3455$$

und ergiebt sich damit und mit $\delta = 0,02$ als angenommenem Ungleichförmigkeitsgrade der periodischen Rotationsbewegung der Kurbelwelle:

$$M\omega_0{}^2 = 50 \,.\, 0,3455 \,.\, 4819 = 83250$$

$$M = \frac{83250}{23,6} = 3527.$$

Auch ergiebt sich nach (16) der Werth von P für den ursprünglichen Beharrungszustand bei normalem Gange:

$$P_0 = 0,3087 \,.\, 4819 = 1488 \text{ Kgr.}$$

Der höchsten Hülsenlage entspreche der Elongationswinkel $\alpha' = 40^0$ der Kugelstangen, also

$$x' = 2 \,.\, 0,25\,(\cos 30^0 - \cos 40^0) = 0,05 \text{ Mtr.}$$

bei dem kleinsten Füllungsgrade $\varepsilon''=0{,}05$. Die plötzliche Abnahme des Werthes von Q, der im ursprünglichen Beharrungszustande $=P_0=1488$ Kgr. ist, finde jedoch nur bis zu solchem Betrage statt, dass der neue Beharrungszustand bei $\varepsilon=\varepsilon_2=0{,}1$ stattfinden würde, entsprechend nach (15) und (16):

$$L_2=2903 \text{ Meterkgr.},$$

$$Q=P_2=0{,}3087\, L_2=896 \text{ Kgr.}$$

Für die betreffende neue Gleichgewichtslage der Hülse ist nach (13):

$$x=x_2=\frac{\varepsilon_0-\varepsilon_2}{\varepsilon_0-\varepsilon''}\, x'=\frac{0{,}1}{0{,}15}\, 0{,}05=\frac{1}{30}=0{,}0333$$

und folgt damit aus

$$2\,.\,0{,}25\,(\cos 30^0-\cos \alpha_2)=\frac{1}{30}$$

$$\alpha_2=36^0 56'$$

und die Winkelgeschwindigkeit der Regulatorwelle im neuen Beharrungszustande:

$$\omega_2=\sqrt{\frac{g}{0{,}4\cos \alpha_2+0{,}04\,\mathrm{cotg}\,\alpha_2}}=5{,}129.$$

Die Constante a ergiebt sich aus den Längenverhältnissen der Kugel- und Hülsenstangen; sie ist hier nicht nur ein Mittelwerth, sondern genau constant, nämlich

$$a=\frac{dz}{dx}=\frac{0{,}4}{0{,}25}\cdot\frac{1}{2}=0{,}8.$$

Indem ferner
$$h=0{,}4\cos \alpha_0+0{,}04\,\mathrm{cotg}\,\alpha$$
$$x=2\,.\,0{,}25\,(\cos \alpha_0-\cos \alpha)$$

ist, so folgt:

$$\frac{dh}{d\alpha}=-\frac{0{,}04}{\sin^2\alpha} \quad \text{und} \quad \frac{dx}{d\alpha}=0{,}5\sin \alpha$$

$$\frac{dh}{dx}=-\frac{0{,}08}{\sin^3\alpha}; \quad \frac{dh_0}{dx}=-\frac{0{,}08}{\sin^3\alpha_0}=-0{,}64$$

$$a-\frac{dh_0}{dx}=1{,}44.$$

Endlich ist
$$b=\left(\frac{a}{\sin \alpha}\right)^2=\frac{0{,}64}{\sin^2\alpha}$$

und damit nach Gl. (8):

$$k^2=0{,}8\,\omega_0{}^2.\,1{,}44\,\frac{\sin^2\alpha}{0{,}64}=1{,}8\,\omega_0{}^2\sin^2\alpha$$

$$k=6{,}517\sin \alpha.$$

Ist α_1 der dem Anfange eines Kolbenschubes entsprechende Werth von α, bestimmt durch die Gleichung

$$x_1 = 0{,}5\,(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_1)$$

oder $$\cos\alpha_1 = \cos\alpha_0 - 2\,x_1 = 0{,}866 - 2\,x_1,$$

so kann für diesen Schub gesetzt werden:

$$k = 6{,}517\,\sin\alpha_1.$$

Als Ergebnisse der mit diesen Daten ausgeführten Rechnung für die ersten 10 Kolbenschübe sind in der folgenden Tabelle enthalten: die Winkelgeschwindigkeit ω_1 der Regulatorwelle, die Erhebung x_1 der Hülse über ihre Anfangslage und ihre Geschwindigkeit v_1 (positiv aufwärts, negativ abwärts) zu Anfang der betreffenden Kolbenschübe, ferner die von diesen Augenblicken an gerechneten Zeiten $= t_1$ Secunden bis zur Dampfabsperrung, die dann stattfindenden Füllungsgrade ε und die daraus sich ergebenden Winkelbeschleunigungen p der Regulatorwelle, ferner die Zeitdauer τ jedes dieser Kolbenschübe und endlich die von den Anfängen derselben gerechneten Zeiten t, zu welchen, wenn überhaupt, die in der letzten Columne enthaltenen Maximal- oder Minimalwerthe von x stattfinden.*

Nr. des Schubes.	ω_1	x_1	v_1	t_1	ε	p	τ	t	$\left.\begin{matrix}max\\min\end{matrix}\right\} x$
1	4,858	0	0	0,197	0,199	0,1666	0,659	0	0
2	4,968	0,0079	0,0306	0,180	0,157	0,1033	0,648		
3	5,035	0,0284	0,0151	0,142	0,112	0,0232	0,642	0,131	0,0294
4	5,050	0,0191	— 0,0246	0,158	0,152	0,0939	0,637	0,250	0,0156
5	5,110	0,0254	0,0455	0,145	0,082	— 0,0387	0,635	0,481	0,0417
6	5,085	0,0394	— 0,0297	0,118	0,095	— 0,0106	0,637		
7	5,078	0,0119	— 0,0050	0,169	0,159	0,1058	0,634	0,025	0,0118
8	5,145	0,0389	0,0629	0,117	0,064	— 0,0798	0,633	0,296	0,0498
9	5,094	0,0344	— 0,0799	0,128	0,128	0,0542	0,634	0,453	0,0082
10	5,128	0,0138	0,0602	0,165	0,121	0,0405	0,630		

Die Einwirkung dieses Regulators auf den Gang der Maschine erscheint befriedigend, indem ω sich hinlänglich allmählig der Winkel-

---

* Von der ähnlichen Rechnung **Kargl's** (Der Civilingenieur, 1871, S. 265) unterscheidet sich die hier angestellte u. A. dadurch, dass auf die Verschiedenheit der Coefficienten k für die einzelnen Kolbenschübe, auf die verschiedene Dauer der letzteren, insbesondere aber auf die Verschiedenheit der Zeitintervalle zwischen den aufeinander folgenden Dampfabschlüssen Rücksicht genommen wurde, abgesehen von theilweise anderen Voraussetzungen, z. B. hinsichtlich der Abhängigkeit des Füllungsgrades ε von der augenblicklichen Hülsenlage.

geschwindigkeit $\omega_2 = 5{,}129$ des neuen Beharrungszustandes nähert, um alsdann nur mässig um diesen Werth hin und her zu schwanken, welches Verhalten nicht nur dem wesentlich statischen Charakter des Regulators, sondern auch dem schweren Schwungrade der Maschine zu danken ist, das selbst bei beträchtlicher Abweichung des Regulators von der neuen Gleichgewichtslage und somit des Füllungsgrades ε von demjenigen $= 0{,}1$, der dem neuen Beharrungszustande entsprechen würde, doch nur eine mässige Winkelbeschleunigung p der Regulatorwelle möglich macht. Die Schwankungen der Regulatorhülse finden freilich in erheblichem und zwar zunehmendem Grade statt, so dass während des 10. Kolbenschubes die Grenzlage $x = 0{,}05$ Mtr. erreicht wird und dabei die der augenblicklichen Geschwindigkeit v entsprechende relative lebendige Kraft des Regulators durch Stoss verloren geht bis die Configurationsänderung des Regulators im Sinne gegen die Mittellage hin mit $v = 0$ wieder beginnt; eine messbare Zeit ist dazu hier nicht erforderlich, indem der Werth von ω, mit welchem die Grenzlage des Regulators erreicht wird, schon kleiner ist, als die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega' = \sqrt{\frac{g}{0{,}4\, cos\, \alpha' + 0{,}04\, cotg\, \alpha'}} = 5{,}264$$

für die Gleichgewichtslage bei $\alpha' = 40^0$, wegen

$$5{,}128 + 0{,}0405\, t < 5{,}154 \quad \text{für} \quad t < 0{,}63.$$

Abgesehen davon übrigens, dass diese erheblichen Hülsenschwankungen den Eintritt eines Beharrungszustandes der Maschine selbst nicht nothwendig zu verhindern brauchen, indem dazu nur nöthig ist, dass in den Augenblicken der Dampfabsperrung die Hülse solche Lagen hat, welche $\varepsilon = \varepsilon_2 = 0{,}1$ entsprechen, muss berücksichtigt werden, dass hier von Bewegungswiderständen des Regulators selbst und des Stellzeuges abgesehen wurde, durch welche thatsächlich die Geschwindigkeit v der Hülse verkleinert wird, freilich auf Kosten der Empfindlichkeit des Regulators. Ohne solche Beeinträchtigung der Empfindlichkeit und auf noch wirksamere Weise kann die Bewegung der Hülse verlangsamt werden durch Einführung eines mit ihrer Geschwindigkeit wachsenden, bei verschwindend kleiner Geschwindigkeit selbst verschwindend kleinen Widerstandes, insbesondere z. B. durch Verbindung des Regulators mit einem sogenannten Katarakt, d. i. einem Kolben, der anschliessend in einem beiderseits geschlossenen und mit Flüssigkeit erfüllten Cylinder beweglich ist entgegen einem beliebig (durch Hahnstellung) regulirbaren Widerstande in einem die beiden Cylinderenden verbindenden Rohr, das die Flüssigkeit bei der Bewegung des

Kolbens passiren muss, um von der einen auf die andere Seite des Kolbens zu gelangen. —

Um über das Verhalten direct continuirlich wirkender Regulatoren vollständigen Aufschluss zu erhalten, müssten die dem obigen Beispiele zu Grunde liegenden Voraussetzungen mehrfach variirt werden; wenn dabei auch nach wie vor ein Watt'scher Regulator in Verbindung mit der Expansionsvorrichtung einer Dampfmaschine vorausgesetzt würde, so wären doch wenigstens dem Coefficienten m, der oben $= 0$ gesetzt wurde, verschiedene Werthe beizulegen, entsprechend verschiedenen Hülsenbelastungen, und wäre namentlich der Stabilitätsgrad des Regulators nach und nach anders, insbesondere kleiner zu wählen, indem den Abständen c, e der Charnieraxen C, E von der Axe AA (Fig. 112) statt der oben angenommenen positiven die Werthe Null oder gar negative Werthe beigelegt würden nach Maassgabe des im §. 115 besprochenen Watt'schen Regulators mit gekreuzten Stangen (Fig. 113). Indessen ist die Rechnung, die zu den in obiger Zusammenstellung enthaltenen Resultaten geführt hat, so zeitraubend, dass auf ihre Wiederholung bei veränderten Annahmen verzichtet werden mag um so mehr, als sie bei Abstraction von Bewegungswiderständen doch nur sehr beschränkten praktischen Werth hat, bei der Rücksichtnahme auf diese Widerstände aber noch umständlicher ausfallen würde. Um über den Einfluss des Stabilitätsgrades ein allgemeines Urtheil zu gewinnen, mag hier nur noch der Grenzfall eines vollkommen *astatischen Regulators* in Betracht gezogen werden.

Für einen solchen ist in Gl. (2) die Subnormale der relativen Bahn jedes Kugelmittelpunktes:

$$y\frac{dy}{dz} = y\,cotg\,\alpha = H - z = h_0$$

= einer Constanten zu setzen, also

$$(m+b)\frac{d^2x}{dt^2} = a h_0 \omega^2 - g(m+a) = a h_0 (\omega^2 - \omega_0{}^2)$$

nach Gl. (4), oder

$$\frac{d^2x}{dt^2} = C(\omega^2 - \omega_0{}^2) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18),$$

unter C einen nur wenig veränderlichen Coefficienten verstanden. Wie bei jedem direct continuirlich wirkenden Regulator stehen ausserdem t, x und ω in einer Beziehung von der Form:

$$\frac{d\omega}{dt} = p = F(x) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (19),$$

indem z. B. die Hülsenlage (x) den Füllungsgrad ε einer Dampfmaschine, dieser die (auf den Abstand $=1$ von der Regulatoraxe) reducirte Triebkraft P und somit bei gegebener Grösse Q des reducirten Widerstandes die Winkelbeschleunigung p der Regulatorwelle bestimmt. Die Function $F(x)$ ist dabei von solcher Art, dass x und p sich in entgegengesetztem Sinne gleichzeitig ändern, dass also insbesondere

$$x = min \quad \text{und} \quad p = max$$
$$x = max \quad \text{„} \quad p = min$$

sich gleichzeitig entsprechen. Nach (19) gehören ferner

$$p = 0 \quad \text{und} \quad \omega = max \text{ oder } min$$

zusammen, nach (18) und wegen $\dfrac{dx}{dt} = v$ auch:

$$\omega = \omega_0 \quad \text{und} \quad v = max \text{ oder } min$$
$$v = 0 \quad \text{„} \quad x = max \quad \text{„} \quad min.$$

Wenn nun wieder ein durch

$$x = 0, \quad \omega = \omega_0 \quad \text{und} \quad v = 0$$

charakterisirter Beharrungszustand durch plötzliche Aenderung von Q, z. B. durch Abnahme von Q gestört wird, so wird p positiv und nimmt

$$\omega = \omega_0 + \int p\,dt$$

zu, so dass die Hülse und zwar mit nach (18) wachsender Beschleunigung in die Höhe geht bis

$$F(x) = 0, \quad \text{also} \quad p = 0$$

und somit ω ein Maximum geworden ist. Die Hülse hat jetzt die Lage, die sie für den dem geänderten Werthe von Q entsprechenden Beharrungszustand der Maschine haben muss; indem sie aber noch in Bewegung und zwar sogar mit dem Maximum ihrer aufwärts gerichteten Beschleunigung in Bewegung ist, geht sie mit jetzt abnehmender Beschleunigung weiter in die Höhe, wobei p negativ wird, also ω abnimmt bis mit $\omega = \omega_0$ nach (18) die Hülsenbeschleunigung $= 0$ geworden ist. Der Regulator würde sich jetzt in einer relativen Gleichgewichtslage befinden, wenn $\omega = \omega_0$ bliebe und wenn nicht die Beschleunigung, sondern die Geschwindigkeit v der Hülse $= 0$ wäre; thatsächlich ist aber v ein Maximum und geht deshalb die Hülse mit jetzt verzögerter Bewegung noch weiter in die Höhe, während mit weiter abnehmender negativer Winkelbeschleunigung p der Regulatorwelle die Winkelgeschwindigkeit ω derselben unter den Anfangswerth ω_0 sinkt, bis endlich $v = 0$, x ein Maximum und p ein negatives Minimum geworden ist. Diesem noch negativen Werthe von p entsprechend nimmt ω weiter ab und erreicht sein Minimum erst dann, wenn durch den wieder abnehmenden Werth von x die Winkelbeschleunigung p bis Null gewachsen ist u. s. f. Die Zusammengehörigkeit der aufeinander folgenden ausgezeichneten Werthe von x, p, ω, v wird für einen Hin- und Hergang der Hülse, vorausgesetzt, dass sie dabei ihre Grenzlagen noch nicht erreicht, durch folgende, in ähnlicher Weise beliebig fortzusetzende Zusammenstellung veranschaulicht.

$$\begin{array}{llll}
x = 0 = min, & p = max, & \omega = \omega_0, & v = 0 = min \\
 & p = 0, & \omega = max & \\
 & & \omega = \omega_0, & v = max \\
x = max, & p = min, & & v = 0 \\
 & p = 0, & \omega = min & \\
 & & \omega = \omega_0, & v = min \\
x = min, & p = max, & & v = 0 \text{ u. s. f.}
\end{array}$$

Wie man sieht, kann ohne Vermittelung der hier ausser Acht gebliebenen Bewegungswiderstände ein neuer Beharrungszustand nicht eintreten, da die ihn charakterisirende Gleichzeitigkeit der Werthe

$$p = 0, \quad \omega = \omega_0, \quad v = 0$$

durch den im Allgemeinen dargestellten thatsächlichen Verlauf der gleichzeitigen Bewegungen des Regulators und der Maschine selbst ausgeschlossen ist. Bei einem statischen Regulator verhält es sich insofern anders, als dabei das Maximum und Minimum von v, entsprechend $\frac{d^2 x}{d t^2} = 0$, nicht nach Gl. (18) an die Bedingung $\omega = \omega_0$ geknüpft sind, so dass dann auch z. B. beim Uebergange vom Anfangswerthe $v = 0$ zum ersten Maximum von v nicht vorher ω ein Maximum und $p = 0$ zu werden brauchen. Dann braucht auch das dem ersten Maximum von x entsprechende Minimum von p nicht negativ zu sein, ja es könnte dieses Minimum von p = Null, und somit durch das Zusammentreffen von

$$p = 0 \quad \text{und} \quad v = 0$$

ein neuer Beharrungszustand vermittelt werden bei einem gewissen Werthe ω_2 von ω, welcher, je statischer der Regulator, desto mehr hier von ω_0 verschieden ist. Mag aber in der That auch ein solches Zusammentreffen noch so unwahrscheinlich sein, so lässt sich doch wenigstens bei dem statischen Regulator auf geringere Maximalabweichungen der Winkelgeschwindigkeit ω von ω_2, als bei dem astatischen von ω_0 rechnen. Dass dabei auch die Differenz

$$max\, \omega - \omega_0$$

im ersten Falle kleiner sein müsse, als im zweiten, kann freilich nicht ohne Weiteres behauptet werden, indem

die Verkleinerung von $max\,\omega - \omega_2$
durch die Vergrösserung von $\omega_2 - \omega_0$

aufgewogen werden kann. Vermuthlich giebt es vielmehr in jedem Falle einen gewissen von der Art des Regulators und den sonstigen Umständen abhängigen vortheilhaftesten Stabilitätsgrad, für welchen die Summe

$$(max\,\omega - \omega_2) + (\omega_2 - \omega_0)$$

am kleinsten ist, indem mit wachsendem Stabilitätsgrade ihr erster Bestandtheil ab-, der zweite zunimmt.

Die theoretische Ermittelung dieser günstigsten Verhältnisse mit Berücksichtigung aller wesentlichen Umstände, insbesondere auch der Bewegungswiderstände, und zwar sowohl der als constant vorauszusetzenden, die Empfindlichkeit benachtheiligenden und deshalb möglichst klein zu haltenden Reibungswiderstände des Regulators selbst und des Stellzeuges, als auch des etwa absichtlich eingeführten, mit v wachsenden hydraulischen Widerstandes eines mit dem Regulator verbundenen Kataraktes oder dergl., scheitert an kaum überwindlichen Schwierigkeiten. Von Nutzen sind deshalb solche Einrichtungen des Regulators, die es gestatten, seinen Stabilitätsgrad innerhalb gewisser Grenzen willkürlich zu ändern und den Verhältnissen durch Probiren anzupassen, wie es z. B. bei dem Cosinus-Regulator (§. 119) verhältnissmässig leicht geschehen kann. —

Schliesslich mag noch bemerkt werden, dass ebenso wie ein zugleich mit v wachsender und abnehmender Widerstand des Regulators durch Verkleinerung seiner Schwingungen von vortheilhaftem Einflusse auf die Regulatorwirkung ist, so auch durch einen mit ω wachsenden und abnehmenden Widerstand der Maschine selbst die Schwankungen von ω vermindert und überhaupt die Aenderungen von ω verlangsamt werden. Denn wenn mit ω auch Q wächst und somit $p = \frac{P - Q}{M}$ (abgesehen von gleichzeitiger Aenderung der Kraft P) abnimmt, so wird dadurch die Schnelligkeit des Wachsens von ω verkleinert; ebenso die Schnelligkeit der Abnahme von ω bei gleichzeitiger Abnahme von Q, also Zunahme von p. Pflegt nun zwar auch dem Sinne nach eine solche Abhängigkeit des Widerstandes Q von der Geschwindigkeit ω thatsächlich zu bestehen (siehe §. 124), so ist sie doch meistens nur von solcher Grösse, dass auf ihren günstigen Einfluss bei so kleinen Geschwindigkeitsänderungen, wie sie hier in Betracht kommen, nicht wesentlich gerechnet werden kann.

§. 126. **Direct intermittirend wirkender Regulator.**

Um die Wirkungsweise eines direct intermittirend wirkenden und übrigens statischen Regulators, z. B. eines Regulators von der durch Fig. 125 dargestellten, in §. 123 unter 1) besprochenen Einrichtung zu erkennen, besonders auch den Unterschied seines regulirenden Einflusses auf den Gang der betreffenden Maschine und desjenigen eines übrigens gleichen, aber continuirlich wirkenden Regulators, mag zunächst von der Trägheit seiner relativ beweglichen Glieder abgesehen, also angenommen werden, dass die Configuration des Regulators zu jeder Zeit dem Gleichgewichtszustande bei der betreffenden Winkelgeschwindigkeit ω der Regulatorwelle entsprechend und somit durch ω allein bestimmt sei, falls ausserdem von Bewegungswiderständen abgesehen wird, die thatsächlich einen gewissen Spielraum von ω bei derselben Hülsenlage oder der letzteren bei gegebenem Werthe von ω zulassen. Die Geschwindigkeit ω_0 des ursprünglichen Beharrungszustandes sei beispielsweise grösser, als die normale, die entsprechende Hülsenlage folglich oberhalb der mittleren. Wenn dann durch plötzliche Verkleinerung des Widerstandes Q der Maschine eine weitere Zunahme von ω und Aufwärtsbewegung der Hülse verursacht wird, so verhält sich der intermittirend wirkende Regulator, da seine Hülse sich von der Mittellage entfernt, nicht anders, als ein continuirlich wirkender: in beiden Fällen tritt ein neuer Beharrungszustand ein bei einer gewissen Geschwindigkeit $> \omega_0$ und entsprechender noch höherer Hülsenlage, da Schwingungen, bei denen sich beide Regulatoren allerdings verschieden verhalten würden, durch die Abstraction von der Trägheit ihrer bewegten Massen zunächst ausgeschlossen sind. Indessen ist trotz dieser Abstraction das Verhalten der Regulatoren und der Maschine in beiden Fällen dann wesentlich verschieden, wenn der ursprüngliche Beharrungszustand durch plötzliche Vergrösserung von Q gestört wird. Indem dadurch die Winkelbeschleunigung

$$p = \frac{P - Q}{M}$$

der Regulatorwelle, die im Beharrungszustande $= 0$ war, plötzlich einen negativen Werth erhält, nimmt ω ab und geht die Hülse abwärts, bis im Falle des continuirlich wirkenden Regulators bei $\omega = \omega_1$ ein neuer Beharrungszustand dadurch eintritt, dass durch die der gleichzeitigen Bewegung des Stellzeuges entsprechende Vergrösserung der Triebkraft P die Beschleunigung p allmählig bis Null wieder zunimmt. Im Falle des intermittirend wirkenden Regulators ist dagegen bei der Annäherung der abwärts gehenden Hülse an die Mittellage ihre Verbindung mit dem Stellzeuge aufgehoben, so dass, wie gering auch die plötzlich stattgefundene Vergrösserung von Q gewesen sein und wie wenig demnach $\omega_1 < \omega_0$ sein mag, der plötzlich eingetretene negative Werth von p so lange unverändert bleibt, bis die Hülse ihre Mittellage erreicht und ω bis zur Normalgeschwindigkeit abgenommen hat. Erst dann wird durch die weiter abwärts gehende und somit von ihrer Mittellage sich nach der anderen Seite wieder entfernende Hülse das Stellzeug in solchem Sinne bewegt, dass P zunimmt, bis dadurch p wieder auf Null gebracht und ein neuer Beharrungszustand herbeigeführt ist bei einer Geschwindigkeit ω_2, die nun jedenfalls kleiner, als die Normalgeschwindigkeit Ω sein wird um so mehr, je mehr im Falle des continuirlich wirkenden Regulators unter übrigens gleichen Umständen $\omega_1 < \omega_0$ ist. Nur wenn

$$\omega_0 - \omega_1 < \omega_1 - \Omega$$

ist, lässt sich somit erwarten, dass auch

$$\Omega - \omega_2 < \omega_1 - \Omega$$

sein, dass also der intermittirend wirkende Regulator durch grössere Annäherung der Geschwindigkeit ω an den normalen Werth Ω einen besser regulirenden Einfluss, als der continuirlich wirkende, ausüben werde. Wäre dagegen z. B. $\omega_1 = \Omega$, die continuirlich regulirende Wirkung also vollkommen, so würde die Hülse des intermittirend wirkenden Regulators nahe ebenso tief unter die Mittellage gelangen, wie sie vorher darüber sich befand, bei einer Geschwindigkeit ω_2, die nahe ebenso viel $< \Omega$ wäre, wie vorher $\omega_0 > \Omega$ war.

Wenn nun auch hieraus ein Vorzug der direct intermittirenden vor der continuirlichen Wirkung nicht zu erkennen ist, so könnte es jedoch der Fall sein, dass ein solcher durch die hier einstweilen ausser Acht gelassenen, den Massen seiner relativ beweglichen Glieder entsprechenden Schwingungen des Regulators vermittelt wird. Die folgende Ueberlegung lässt darauf in der That schliessen.

Würde nämlich im Beharrungszustande bei beliebiger, im Allgemeinen von der normalen abweichender Geschwindigkeit ω_0 die Hülse eines continuirlich wirkenden Regulators ohne Aenderung von Q durch äusseren Anstoss in Schwingungen versetzt, so würde dadurch P periodisch vergrössert und verkleinert, p entsprechend positiv und negativ und ω zu Schwankungen um den Mittelwerth ω_0 veranlasst werden. Die gleicher Weise in Schwingungen versetzte Hülse eines intermittirend wirkenden Regulators würde dagegen nur zeitweilig, so lange ihre Entfernung von der Mittellage zunimmt, eine Aenderung von P und zwar in solchem Sinne bewirken, dass dadurch die Abweichung der Winkelgeschwindigkeit ω von ihrem normalen Werth verkleinert wird; die Schwingungen der Hülse würden also um eine Lage herum stattfinden, die sich immer mehr der Mittellage nähert, und dann zuletzt ω nicht, wie im vorigen Falle, um ω_0, sondern um Ω hin und her schwanken nach Anfangs stetiger Annäherung an Ω.

Wenn also auch durch stattgefundene Aenderung von Q zunächst eine grössere Entfernung der Hülse von ihrer Mittellage und der Geschwindigkeit ω von ihrem normalen Werthe Ω bewirkt worden sein mag, so werden doch die Schwingungen der Hülse eines direct intermittirend wirkenden Regulators alsbald eine Annäherung derselben an die Mittellage und von ω an Ω bewirken, ermöglicht durch den Umstand, dass die augenblickliche Lage des Stellzeuges hier nicht sowohl durch die gleichzeitige Lage der Hülse, als vielmehr durch die vorhergegangene Bewegung derselben bestimmt wird und somit jede beliebige, der Gleichheit von P mit dem augenblicklichen Werthe von Q entsprechende sein kann, während die Hülse in der Mittellage und $\omega = \Omega$ ist. —

Um dieses Verhalten des intermittirend wirkenden Regulators für einen bestimmten Fall zu prüfen, werde das Beispiel des vorigen Paragraph unter übrigens gleichen Voraussetzungen auf den Fall der intermittirenden Wirkung übertragen. Es gelten dann die dortigen Gleichungen mit dem einzigen Unterschiede, dass der Füllungsgrad ε für einen Kolbenschub, der nach Gl. (13) daselbst und gemäss den Daten des Beispiels

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{x}{x'}(\varepsilon_0 - \varepsilon'') = 0{,}2 - 3x$$

war, unter x die Entfernung der Hülse (positiv nach oben) von der als Anfangslage angenommenen Mittellage verstanden, jetzt constant zu setzen ist, so lange der Absolutwerth von x abnimmt, dagegen

$$\varepsilon = (\varepsilon) - 3 \cdot \Delta x$$

während der Zunahme des Absolutwerthes von x, falls (ε) den Füllungsgrad bedeutet, der während der vorhergegangenen Abnahme des Absolutwerthes von x, insbesondere also auch noch zur Zeit des kleinsten Hülsenabstandes von der Mittellage stattfand, und Δx die seitdem stattgefundene Aenderung des algebraischen Werthes von x bis zum Augenblicke der Dampfabsperrung für den betreffenden Kolbenschub. Auch hat die Begrenzung des Hülsenweges jetzt nicht entsprechende Grenzen von ε zur Folge. Die Rechnungsergebnisse sind für die ersten 8 Kolbenschübe der betreffenden Dampfmaschine in folgender Zusammenstellung enthalten.

Nr. des Schubes.	ω_1	x_1	v_1	t_1	ε	p	τ	t	$\left.\begin{matrix}max\\ min\end{matrix}\right\} x$
1	4,858	0	0	0,197	0,199	0,1666	0,659	0	0
2	4,968	0,0079	0,0306	0,180	0,157	0,1033	0,648		
3	5,035	0,0284	0,0151	0,142	0,112	0,0232	0,642	0,131	0,0294
4	5,050	0,0191	$-0,0246$	0,158	0,112	0,0232	0,640	0,280	0,0153
5	5,065	0,0218	0,0315	0,126	0,080	$-0,0417$	0,641	0,464	0,0324
6	5,038	0,0303	$-0,0240$	0,102	0,061	$-0,0873$	0,646		
7	4,982	0,0055	$-0,0202$	0,103	0,061	$-0,0873$	0,654	0,185	0,0036
8	4,925	0,0111	0,0206	0,082	0,033	$-0,1602$	0,665	0,233	0,0140
9	4,818	0,0014	$-0,0543$						

Für die drei ersten Kolbenschübe sind diese Zahlen übereinstimmend mit denjenigen der Zusammenstellung im vorigen Paragraph; bei dem dritten Schube tritt zwar das Maximum von x nach $t = 0,131$ Secunden vom Anfange des Schubes an gerechnet schon während der Dampfeinströmung ein, die $t_1 = 0,142$ Secunden dauert, allein der von jenem Augenblicke des Maximums von x an zunächst constant bleibende Füllungsgrad ε ist fast ebenso gross wie derjenige $= 0,112$, welcher dem zur Zeit der Absperrung wieder etwas kleiner gewordenen x im vorigen Falle des continuirlich wirkenden Regulators entsprach. Bei den folgenden Kolbenschüben geht das Verhalten der beiden Regulatoren mehr und mehr auseinander. Bei der Anordnung für intermittirende Wirkung bleibt ω wesentlich kleiner, als im anderen Falle, auch wird eine Grenzlage von der schwingenden Hülse nicht erreicht. Bei Beginn des 9ten Schubes ist ω, von dem zu Anfange des 5ten Schubes erreichten Maximum $= 5,065$ zurückgehend, schon etwas kleiner als die Normalgeschwindigkeit $= 4,858$ geworden, während die Hülse im Begriffe ist, abwärts gehend die Mittellage zu überschreiten; sobald das geschieht, nehmen ε und p wieder zu sowie demnächst auch ω, nachdem p wieder positiv geworden ist. Ueberhaupt wird dann ω um die Normalgeschwindigkeit, die Hülse um ihre Mittellage oscilliren, und erweist sich die intermittirende Wirkung entschieden besser, als die continuirliche. Während dabei die Schwingungen der Hülse stets auf Annäherung von ω an die Normalgeschwindigkeit bei mittlerer Hülsenlage hinwirken, wird durch die Bewegungswiderstände des Regulators und des Stellzeuges der wirkliche Eintritt eines neuen Beharrungszustandes bei normaler Geschwindigkeit vermittelt, so dass die obige Betrachtung, nach welcher sich die intermittirende Wirkung unter Umständen als schlechter regulirend zu ergeben schien, nicht nur wegen Abstraction von den bis zu gewissem Grade hier erwünschten Schwingungen des Regulators, sondern auch deshalb auf nicht zutreffenden Voraussetzungen beruhte, weil dabei von einem anfänglichen Beharrungszustande mit grösserer oder kleinerer Geschwindigkeit, als der Normalgeschwindigkeit, ausgegangen wurde.

β. Indirect wirkende Regulatoren.

§. 127. **Indirect continuirlich wirkender Regulator.**

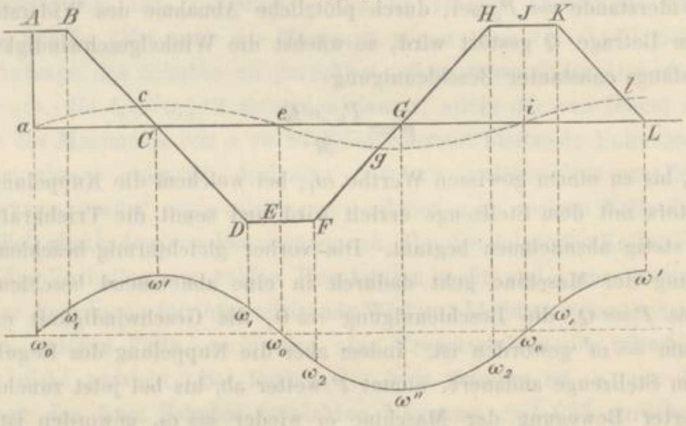
Wenn der Beharrungszustand einer mit einem solchen Regulator in üblicher Weise ausgerüsteten Maschine, der bei normaler Winkelgeschwindigkeit ω_0 der Regulatorwelle stattfindet und bei welchem, reducirt auf den Abstand $= 1$ von der Axe dieser Welle (§. 124), die Triebkraft = dem Widerstande $= P_0$ sei, durch plötzliche Abnahme des Widerstandes bis zum Betrage Q gestört wird, so wächst die Winkelgeschwindigkeit ω mit Anfangs constanter Beschleunigung

$$p = \frac{P_0 - Q}{M}$$

von ω_0 bis zu einem gewissen Werthe ω_1, bei welchem die Kuppelung des Regulators mit dem Stellzeuge erzielt wird und somit die Triebkraft von P_0 an stetig abzunehmen beginnt. Die vorher gleichförmig beschleunigte Bewegung der Maschine geht dadurch in eine abnehmend beschleunigte über bis $P = Q$, die Beschleunigung $= 0$, die Geschwindigkeit ω ein Maximum $= \omega'$ geworden ist. Indem aber die Kuppelung des Regulators mit dem Stellzeuge andauert, nimmt P weiter ab, bis bei jetzt zunehmend verzögerter Bewegung der Maschine ω wieder $= \omega_1$ geworden ist und die Kuppelung ausgelöst wird. Mit dem erreichten Maximum der Verzögerung, also mit gleichförmig verzögerter Bewegung sinkt die Geschwindigkeit weiter auf ω_0 und darunter, bis bei einem gewissen Werthe ω_2, der nahe ebenso viel $< \omega_0$ wie $\omega_1 > \omega_0$ ist, die entgegengesetzte Kuppelung eingerückt wird, durch welche P wieder zunimmt, die Bewegung der Maschine also abnehmend verzögert wird, bis P wieder $= Q$, die Verzögerung $= 0$, die Geschwindigkeit ω ein Minimum $= \omega''$ geworden ist. Die andauernde Kuppelung des Regulators mit dem Stellzeuge bewirkt aber fortgesetzte Zunahme von P, bis bei jetzt zunehmend beschleunigter Bewegung ω wieder $= \omega_2$ geworden ist und die Kuppelung ausgerückt wird, um auf der anderen Seite im Sinne abnehmender Triebkraft wieder eingerückt zu werden, wenn mit gleichförmig beschleunigter Bewegung ω nach dem Durchgange durch die Normalgeschwindigkeit ω_0 wieder bis ω_1 zugenommen hat u. s. f.

Der beschriebene Vorgang wird durch Fig. 127 veranschaulicht. Dieselbe enthält im oberen Theile zwei Linien, deren von einer gemeinsamen (nicht gezeichneten) horizontalen Abscissenaxe an gerechnete Ordinaten = den Werthen von P und Q sind, die den Werthen des stetig wachsenden Drehungswinkels φ der Regulatorwelle als Abscissen entsprechen; die Curve im unteren Theile der Figur stellt durch ihre von einer anderen Abscissenaxe an gerechneten Ordinaten, entsprechend denselben Drehungswinkeln φ als Abscissen, die gleichzeitig stattfindenden Geschwindigkeiten ω dar. Die Kraftlinie $ABCDEFGHJK\ldots$ besteht aus im Allgemeinen krummen, hier nur der Einfachheit wegen geradlinig gezeichneten, abwechselungsweise schräg abfallenden und ansteigenden Strecken BD, $FH\ldots$,

Fig. 127.



die durch horizontale gerade Strecken AB, DEF, $HJK\ldots$, den Perioden unterbrochener Kuppelung des Regulators mit dem Stellzeuge entsprechend, getrennt sind. Die Widerstandslinie $aCeGiL\ldots$ ist gemäss der vorläufigen Annahme eines constanten Widerstandes Q als eine mit der Abscissenaxe parallele Gerade gezeichnet. Den horizontalen Strecken AB, DEF, $HJK\ldots$ der Kraftlinie entsprechen die am stärksten gegen die Abscissenaxe geneigten Strecken $\omega_0\omega_1$, $\omega_1\omega_0\omega_2$, $\omega_2\omega_0\omega_1\ldots$ der Geschwindigkeitscurve, die näherungsweise, nämlich mit derjenigen Annäherung geradlinig sind, mit welcher der Drehungswinkel φ proportional der Zeit gesetzt werden kann. Den abfallenden und ansteigenden Theilen BD, $FH\ldots$ der Kraftlinie entsprechen dagegen die entgegengesetzt gekrümmten Theile $\omega_1\omega'\omega_1$, $\omega_2\omega''\omega_2\ldots$ der Geschwindigkeitscurve, insbesondere die Scheitelpunkte ω', $\omega''\ldots$ der letzteren den Durchschnittspunkten C, $G\ldots$ der Kraft- und der Widerstandslinie.

Eine Fläche, die von der Kraftlinie, der Widerstandslinie und von zwei den Abscissen φ_1 und φ_2 entsprechenden Ordinaten begrenzt wird, ist

$$= \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (P - Q)\, d\varphi$$

= der positiven oder negativen Arbeit der Kräfte während des Drehungswinkels $= \varphi_2 - \varphi_1$ der Regulatorwelle, positiv oder negativ, jenachdem die Kraftlinie an der betreffenden Stelle über oder unter der Widerstandslinie liegt. So ist insbesondere die Fläche $aABC$ die zum Uebergange aus der Normalgeschwindigkeit ω_0 in die Maximalgeschwindigkeit ω' verbrauchte Arbeit:

$$aABC = M\,\frac{\omega'^2 - \omega_0^2}{2}$$

und die Fläche $CDEe$ die durch den Rückgang der Geschwindigkeit von ω' zu ω_0 gewonnene Arbeit:

$$M\,\frac{\omega'^2 - \omega_0^2}{2} = CDEe.$$

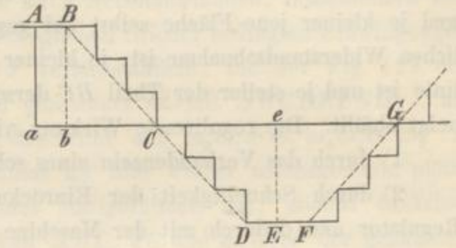
Beide Flächen $aABC$ und $CDEe$ sind folglich gleich gross, ebenso aus gleichem Grunde die Flächen $eEFG$ und $GHJi$ u. s. f. Insofern ausserdem die Einwirkung der Maschine auf das Stellzeug bei der Kuppelung im einen und anderen Sinne demselben Gesetze folgt, die Theile BD und FH etc. der Kraftlinie somit einander paarweise symmetrisch sind, ergiebt sich, dass in dem hier einstweilen angenommenen Falle eines constanten Widerstandes Q auch die Flächen $CDEe$ und $eEFG$ gleich gross, weil symmetrisch liegend congruent sind, also $\omega'^2 - \omega_0^2 = \omega_0^2 - \omega''^2$ ist, dann auch die Flächen $aABC$ und $GHJi$ symmetrisch liegend congruent, weil inhaltsgleich, $aABC$ und $iJKL$ gleich gross, weil gleich liegend congruent sind, dass also das zweite Maximum ω' dem ersten gleich ist u. s. f. Daraus folgt, dass die wellenförmige Geschwindigkeitscurve aus aufeinander folgenden gleichen Wellen besteht, dass also die Geschwindigkeit ω ohne Ende zwischen denselben Grenzen ω' und ω'', deren Quadrate bezw. um gleich viel grösser und kleiner, als ω_0^2 sind, hin und her schwanken würde, wenn nicht thatsächlich Umstände vorhanden wären, die eine allmählige Abnahme dieser Wellen, somit die Annäherung an einen neuen Beharrungszustand mit der Normalgeschwindigkeit ω_0 zur Folge haben.

Ein solcher Umstand ist besonders die stets in gewissem Grade stattfindende Abhängigkeit des Widerstandes Q von der Geschwindigkeit ω der Art, dass beide gleichzeitig zu- und abnehmen (§. 124), und somit Q nach seiner plötzlichen Abnahme von P_0 etwa bis Q_0 demnächst periodischen

Schwankungen unterworfen ist entsprechend den Schwankungen von ω. Die Widerstandslinie (Fig. 127) ist dann nicht eine mit der Abscissenaxe parallele Gerade $aCeGiL\ldots$, sondern eine wellenförmige Linie $acegil\ldots$, die mit jener Geraden nur die den Normalgeschwindigkeiten ω_0 entsprechenden Punkte a, e, $i\ldots$ gemein hat. Unter diesen Umständen ist die zum erstmaligen Wachsen der Geschwindigkeit von ω_0 bis ω' disponible Arbeit = der Fläche $aABc$ etwas kleiner, somit auch schon das erste Maximum ω' der Geschwindigkeit etwas kleiner, als im vorigen Falle. Indem ferner die Fläche $aABc$ wieder = der Fläche $cDEe$ sein muss, ist in Fig. 127 die Horizontale DF hinauf-, die Verticale Ee nach links gerückt zu zeichnen, und da der Figur zufolge die Fläche $eEFg$ jetzt offenbar kleiner, als die Fläche $cDEe$ ist, so folgt, dass das Quadrat des ersten Minimums ω'' der Geschwindigkeit sich noch weniger von $\omega_0{}^2$ unterscheidet, als das Quadrat des ersten Maximums ω'. Da ferner die Fläche $eEFg$ nothwendig = der Fläche $gHJi$ ist, die deshalb in Fig. 127 jetzt so gezeichnet werden muss, dass die Punkte H und i näher an G gerückt erscheinen, die Fläche $iJKl$ aber offenbar $< gHJi$ ist, so muss das Quadrat des zweiten Maximums ω' der Geschwindigkeit wieder weniger, als das des ersten Minimums ω'', vom Quadrat der Normalgeschwindigkeit ω_0 verschieden sein u. s. f. So ist ersichtlich, dass die aufeinander folgenden Maxima und Minima von P sich immer mehr dem Mittelwerthe Q_0 von Q, sowie die Maximal- und Minimalwerthe ω' und ω'' von ω immer mehr der Normalgeschwindigkeit ω_0 nähern.

Wenn es sich, wie bei den Beispielen der vorigen Paragraphen, um den Regulator einer Dampfmaschine handelt, der so angeordnet ist, dass er seine regulirende Wirkung durch Aenderung des Füllungsgrades des Dampfcylinders ausübt, so ist die reducirte Triebkraft P während je eines Kolbenschubes constant und nur bei jedesmaligem Schubwechsel sprungweise veränderlich anzunehmen, entsprechend den Unterschieden der Arbeit des Dampfdruckes für die aufeinander folgenden Kolbenschübe; denn die periodischen Aenderungen von ω, die der Veränderlichkeit von P während der einzelnen Schübe entsprechen, können und sollen nicht durch den hier in Rede stehenden Regulator ausgeglichen, sondern durch das Schwungrad, überhaupt durch Vergrösserung der bewegten rotirenden Masse in engere Grenzen eingeschlossen werden. Unter diesen Umständen treten dann an die Stelle der stetigen Kraftlinien BD, $FH\ldots$ von Fig. 127 treppenförmig gebrochene Linien nach Art von Fig. 128, deren einzelne Stufen aus je einer horizontalen Strecke von überall gleicher Länge und aus einer vertical bis zur (punktirt gezeichneten) stetigen Kraftlinie abfallenden oder ansteigenden Strecke zusammengesetzt sind. Indem durch diese Abänderung der stetigen Kraftlinie von Fig. 127 die Fläche $aABC$ dieser Figur vergrössert, die Fläche $CDEe$ verkleinert, $eEFG$ wieder vergrössert wird u. s. f., ist ihr Einfluss entgegengesetzt demjenigen so eben als vortheilhaft erkannten, der durch die wellenförmige Krümmung der Widerstandslinie $acegil\ldots$ ausgeübt wird. Indem diese Krümmung um so schwächer wird, je weniger ω' und ω'' von ω_0 verschieden geworden sind, wird bei gewissen Werthen von ω' und ω'' der günstige Einfluss dieser Krümmung der Widerstandslinie von dem nachtheiligen Einflusse der gebrochenen Kraftlinie compensirt, so dass dann ω beständig zwischen diesen Grenzwerthen hin und her schwanken muss, ein neuer Beharrungszustand also nicht eintreten kann. Ein indirect continuirlich wirkender Regulator ist deshalb weniger vortheilhaft so zu verwenden, dass er den Zufluss der motorischen Substanz absatzweise, als so, dass er ihn stetig ändert (so lange die Kuppelung nicht unterbrochen wird), wie bei hydraulischen Kraftmaschinen durch Aenderung der Schützenstellung oder auch bei Dampfmaschinen durch Stellungsänderung der Drosselklappe.

Fig. 128.



Der günstige Einfluss, den die in gleichem Sinne mit der von ω stattfindende Veränderlichkeit von Q auf die Wirkung eines Regulators von der hier in Rede stehenden Art ausübt, wird verstärkt, wenn auch P von ω abhängt, aber in umgekehrtem Sinne, nämlich so, dass P ab- oder zunimmt, wenn ω zu- oder abnimmt, wie es in der That der Fall zu sein pflegt. Bei einer Dampfmaschine z. B. wird durch die mit der Geschwindigkeit wachsenden hydraulischen Widerstände, die der Dampf bei seinem Eintritt in den Cylinder und beim Austritt zu überwinden hat, bei zunehmender Geschwindigkeit der Dampfdruck hinter dem Kolben verkleinert, vor demselben vergrössert. Bei hydraulischen Kraftmaschinen findet eine solche dem Verhalten des indirect continuirlich wirkenden Regulators vortheilhafte Abhängigkeit der Triebkraft P von der Geschwindigkeit ω in noch höherem Grade statt.

Wenn nun auch verschiedene Umstände zusammenwirken, um die aufeinander folgenden Maxima und Minima von ω der ursprünglichen Normalgeschwindigkeit ω_0 immer näher zu bringen, so muss doch verlangt werden, dass auch schon die ersten jener Maxima und Minima nur wenig von ω_0 verschieden seien. Mit Bezug auf Fig. 127 wird aber das erste Maximum ω' um so weniger $> \omega_0$ sein, auf eine je grössere reducirte Masse M sich die der Fläche $aABc$ gleiche Arbeit des Kraftüberschusses erstreckt und je kleiner jene Fläche selbst bei gegebener Grösse $= Aa$ der plötzlichen Widerstandsabnahme ist, je kleiner also die Strecke AB der Kraftlinie ist und je steiler der Theil BC derselben gegen die Abscissenaxe geneigt abfällt. Die regulirende Wirkung wird folglich unterstützt:

1) durch das Vorhandensein eines schweren Schwungrades;

2) durch Schnelligkeit der Einrückung der das Stellzeug mit dem Regulator und dadurch mit der Maschine selbst verbindenden Kuppelung;

3) durch rasche Bewegung des Stellzeuges nach Herstellung jener Verbindung.

Die vortheilhafte Wirkung eines Schwungrades ist allen Regulatoren für Maschinen mit rotirender Bewegung gemeinsam. Mit Rücksicht auf die Schnelligkeit der Einrückung sind solche Kuppelungen von Vortheil, die eine feine Regulirung des Spielraumes der Hülse gestatten, wie z. B. die unter 2) und 5) in §. 122 besprochenen Einrichtungen; auch wirkt die Klauen- oder Zahnkuppelung nach 1) und 5) daselbst schneller, als die Frictionskuppelung gemäss der Einrichtung unter 2), bei der die Kuppelung um so grösseren Druck zwischen den Frictionsscheiben, also um so grössere Geschwindigkeitsänderung der Regulatorwelle erfordert, je grösser der Bewegungswiderstand des Stellzeuges ist, so dass bei Regulatoren für hydraulische Kraftmaschinen diese Frictionskuppelung jedenfalls nicht am Platze wäre. Was endlich die Steilheit der Curven BD, $FH\ldots$, Fig. 127, nämlich die Schnelligkeit der Bewegung des Stellzeuges betrifft, so ist sie, wenn dadurch der Füllungsgrad einer Dampfmaschine entsprechend verändert werden soll, durch die Rücksicht darauf beschränkt, dass der oben besprochene nachtheilige Einfluss, den die dann treppenförmige Gestaltung jener Curven gemäss Fig. 128 auf die Regulatorwirkung ausübt, bei gegebener Grösse $= h$ der horizontalen Strecken dieser gebrochenen Linien in um so höherem Grade stattfindet, je steiler die Curven ihrem (punktirt gezeichneten) mittleren Verlaufe nach gegen die Abscissenaxe geneigt sind. Ist z. B. $BC = a$ in Fig. 128 eine unter dem Winkel α gegen die Abscissenaxe geneigte gerade Linie, so ist das Verhältniss der Inhaltssumme der dreieckigen Hervorragungen über diese Gerade BC zu dem Inhalte des Dreiecks BbC

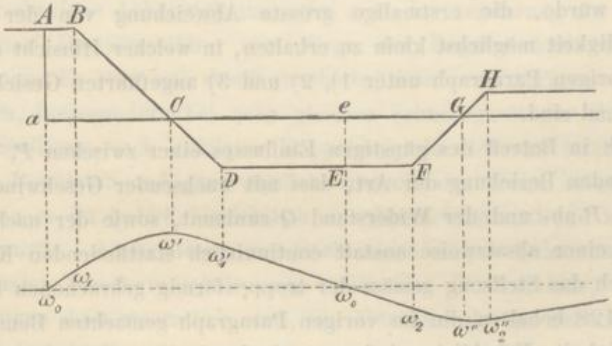
$$= \frac{h a \sin\alpha}{2} : \frac{a^2 \sin\alpha \cos\alpha}{2} = \frac{h}{a \cos\alpha}$$

um so grösser, je grösser α ist.

§. 128. Indirect intermittirend wirkender Regulator.

Die Wirkungsweise eines solchen Regulators (§. 123) wird im Princip, nämlich abgesehen zunächst von allen Nebenumständen, insbesondere von den durch die Trägheit seiner beweglichen Glieder bedingten Schwingungen des Regulators, durch Fig. 129 veranschaulicht, die der Fig. 127 des vorigen Paragraph entsprechend gezeichnet ist mit $ABCDEFGH\ldots$ als Kraftlinie, $aCeG\ldots$ als Widerstandslinie und $\omega_0\omega_1\omega'\omega_1'\omega_0\omega_2\omega''\omega_2''\ldots$ als Geschwindigkeitslinie. Nachdem die hier wieder vorausgesetzte plötzliche Abnahme des Widerstandes stattgefunden hat, stimmt zunächst, nämlich entsprechend den Stücken ABC, aC und $\omega_0\omega_1\omega'$ der genannten drei Linien, die Wirkung dieses Regulators mit derjenigen des im vorigen Paragraph besprochenen überein ausschliesslich des Umstandes, dass die Regulatorhülse, die jetzt nicht nur zwischen sehr engen, sondern zwischen weiteren Grenzen beweglich ist, ihre aufwärts gerichtete Bewegung selbst während der Kraftabnahme von P_0 bis Q und der Geschwindigkeitszunahme von ω_0 bis ω' fortgesetzt hat. In Folge der lebendigen Kraft, die in dem Augenblicke, in welchem $P = Q$ und $\omega = \omega'$ geworden ist, den in relativer Bewegung begriffenen Theilen des Regulators eigen ist, setzt sich zudem die Configurationsänderung des letzteren auch über den genannten Augenblick hinaus in gleichem Sinne noch weiter fort, also auch die Abnahme von P gemäss der Kraftlinie CD, Fig. 129, so dass nun ω wieder abnimmt bis bei einem gewissen Werthe, der, sofern er im Allgemeinen zwischen ω' und ω_1 liegen wird, mit ω_1' bezeichnet sei, die Regulatorhülse ihre rückläufige Bewegung beginnt und damit die Einwirkung auf das Stellzeug zeitweilig unterbrochen wird. Die Kraft bleibt jetzt vorläufig unverändert,

Fig. 129.



entsprechend der Kraftlinie DE, während ω mit constanter Verzögerung, entsprechend dem geradlinigen Stücke $\omega_1'\omega_0$ der Geschwindigkeitslinie, abzunehmen fortfährt, langsamer als sie vorher zugenommen hatte, bis bei einem gewissen Werthe ω_2, der nahe ebenso viel $< \omega_0$ wie $\omega_1 > \omega_0$ ist, die Einwirkung auf das Stellzeug im Sinne zunehmender Kraft P beginnt und so lange dauert, bis, nachdem ω einen Minimalwerth ω'' erreicht hatte, bei einem gewissen zwischen ω'' und ω_2 liegenden Werthe ω_2'' der Geschwindigkeit die Einwirkung auf das Stellzeug abermals unterbrochen wird u. s. f. Indem unter diesen Umständen $EF < ED$ und somit, da die Kraftlinien CD und FG symmetrisch gleich sind, die Fläche $eEFG$ kleiner als die der Fläche $aABC$ gleiche Fläche $CDEe$ ist, ergiebt sich ω''^2 weniger von $\omega_0{}^2$ verschieden, als ω'^2, ebenso dann das zweite Maximum von ω^2 wieder weniger, als ω''^2 u. s. f., so dass es nur noch darauf ankommen würde, die erstmalige grösste Abweichung von der Normalgeschwindigkeit möglichst klein zu erhalten, in welcher Hinsicht auch hier die im vorigen Paragraph unter 1), 2) und 3) angeführten Gesichtspunkte maassgebend sind.

Auch in Betreff des günstigen Einflusses einer zwischen P, Q und ω stattfindenden Beziehung der Art, dass mit wachsender Geschwindigkeit ω die Kraft P ab- und der Widerstand Q zunimmt, sowie der nachtheiligen Wirkung einer absatzweise anstatt continuirlich stattfindenden Kraftänderung durch das Stellzeug gemäss der treppenförmig gebrochenen Kraftlinie von Fig. 128 behalten die im vorigen Paragraph gemachten Bemerkungen ihre Gültigkeit. Erheblicher indessen, als durch diese Umstände, kann das durch Fig. 129 dargestellte ideale Wirkungsgesetz eines Regulators von der hier in Rede stehenden Art durch die von der Trägheit seiner Glieder herrührenden Schwingungen des Regulators modificirt werden.

Die strenge Untersuchung dieses letzteren Einflusses erfordert weitläufige Entwickelungen. Z. B. bei der in §. 123 unter 2) besprochenen, durch Fig. 126 skizzenhaft dargestellten Einrichtung eines solchen Regulators müsste vor Allem ermittelt werden, wo und wann, nachdem bei Beginn einer rückläufigen Schwingung der Regulatorhülse und somit des Doppelkegels ff' gegen die Mittellage hin die Frictionskuppelung des Kegels f mit dem Hohlkegel e gelöst worden war, dieser letztere, indem er durch das Gewicht m mit einer durch die Wirksamkeit des Getriebes $srqpo$ bedingten Geschwindigkeit auch gegen die Mittellage hin bewegt wird, mit dem schwingenden Doppelkegel wieder zusammentrifft. Wenn man aber annimmt, dass dieses Zusammentreffen in demselben Augenblicke erfolgt, in welchem ff' sich wieder von der Mittellage weg zu bewegen beginnt, so unterscheidet sich die hier in Rede stehende indirecte von der in §. 126 an einem Beispiele näher geprüften directen intermittirenden Wirkung bei Abstraction vom Bewegungswiderstande des Stellzeuges nur dadurch, dass, während dort die Stellungsänderung des letzteren (bezw. für das fragliche Beispiel die entsprechende Aenderung des Füllungsgrades einer Dampfmaschine) vom Wege der Hülse bei ihrer Bewegung von der Mittellage weg abhing (im Beispiele diesem Wege proportional erfolgte), sie hier proportional der Zeit ist, welche dieser Hülsenweg erfordert oder vielmehr proportional dem Winkel, um den sich die Regulatorwelle während der fraglichen Hülsenbewegung dreht. Durch diesen Unterschied kann an und für sich eine wesentlich verschiedene Wirkungsweise beider Anordnungen des Regulators kaum bedingt werden, wenigstens keine grössere Verschiedenheit, als sie beim direct intermittirend wirkenden Regulator durch verschiedene Abhängigkeitsgesetze z. B. der Aenderung des Füllungsgrades einer Dampfmaschine vom Wege der Regulatorhülse verursacht werden kann. Es lässt sich somit annehmen, dass unter übrigens ähnlichen Umständen, insbesondere bei nahe gleicher Schnelligkeit der Einwirkung auf das Stellzeug nach erfolgter Kuppelung, der indirect intermittirend wirkende Regulator auf ganz ähnlich vortheilhafte Weise seinen Zweck erfüllt, wie es im §. 126 hinsichtlich des direct intermittirend wirkenden erkannt wurde. Auch dieser vermittelt einen neuen Beharrungszustand mit normaler Geschwindigkeit, nur mit dem Unterschiede, dass die Schwingungen dazu wesentlich sind, die hier nur als ein nebensächlicher Umstand erscheinen.

Je mannigfaltiger übrigens die Umstände sind, von welchen, und je weniger einfach die Gesetze, nach welchen von ihnen die Eigenschaften eines Regulators abhängen, so dass es, wie hier, kaum möglich oder wenigstens allzu umständlich ist, dieselben in jedem Falle theoretisch genügend nachzuweisen, desto mehr sind solche Einrichtungen zweckmässig, durch welche die wesentlichsten der fraglichen Umstände willkürlich verändert und den jeweiligen Verhältnissen durch Probiren angepasst werden können, wie namentlich der Stabilitätsgrad des Regulators und die Schnelligkeit seiner Einwirkung auf das Stellzeug, bedingt durch das Geschwindigkeitsverhältniss seines von der Regulatorhülse angegriffenen Anfangspunktes und seines andererseits auf eine Drosselklappe, Expansionsvorrichtung, Schütze etc. wirkenden, somit die Zuflussmenge der motorischen Flüssigkeit unmittelbar bestimmenden Endpunktes.