Theoretische Maschinenlehre

in 4 Bänden

Theorie der Getriebe und der mechanischen Messinstrumente

Grashof, Franz

Leipzig, 1883

I. Bremswerke

änderungen, sondern gerade umgekehrt zur Bewirkung solcher Aenderungen im Sinne einer Geschwindigkeitsverkleinerung dienen, so mögen sie doch als verwandte Getriebe allgemeineren Charakters an dieser Stelle mit besprochen werden, und zwar in erster Reihe, da ihre Wirkung am unmittelbarsten auf den im vorigen Theile untersuchten Wirkungsgesetzen der allgemeinen Bewegungswiderstände beruht.

Hiernach wird im Folgenden der Reihe nach gehandelt werden von der Theorie der Bremswerke, der Schwungräder (als üblichster Form von Massenregulatoren), der Accumulatoren (die Gewichts- und Federregulatoren mit periodischer Wirkung als besondere Formen in sich begreifend) und der Regulatoren für Kraftmaschinen.

I. Bremswerke.

§. 88. Uebersicht.

Bremswerke oder Bremsen sind nach vorigem Paragraph Mechanismen, die dazu dienen, die Geschwindigkeit einer Maschine oder überhaupt einer bewegten Masse mit Hülfe eines Bewegungswiderstandes von regulirbarer Grösse möglichst constant zu erhalten oder zu vermindern, event. bis auf Null zu reduciren. Als jener Bewegungswiderstand wird meistens die Reibung, und zwar die Reibung zwischen festen Körpern verwendet, deren Grösse am unmittelbarsten durch den gegenseitigen Druck der betreffenden Körper regulirt werden kann, und wenn dann ausserdem die zu bremsende Maschine, wie es meistens der Fall ist, rotirende Wellen enthält oder zum Zwecke des Bremsens mit einer solchen Welle versehen wird, so besteht das Bremswerk im Allgemeinen aus einem Bremsrade, d. i. einem auf einer rotirenden Welle befestigten, theilweise von einer mit ihr coaxialen Umdrehungsfläche begrenzten Körper, ferner aus dem Bremskörper und endlich dem Mechanismus, der dazu dient, den Bremskörper relativ gegen das Bremsrad so zu verschieben, dass beide sich in jener Umdrehungsfläche mit einem gewissen Druck berühren, während sie wie die Elemente eines Drehkörperpaares (mit jener Umdrehungsfläche als Elementenfläche) in relativer Bewegung sind.

In Betreff des Sinnes, in welchem der Druck des Bremskörpers gegen das Bremsrad behufs des Bremsens verändert wird, können zwei Fälle stattfinden: entweder wird dabei dieser Druck überhaupt erst bis zu gewisser Grösse herbeigeführt, indem beide Körper, vorher ausser Berührung, durch den betreffenden Mechanismus einander bis zur Berührung genähert werden, oder es wird der Druck zum Zwecke des Bremsens vermindert, indem er vorher so gross war, dass eine relative Bewegung beider Körper nicht stattfinden konnte, dieselben vielmehr wie ein einziger fester Körper sich verhielten. Im ersten Falle wird das aus dem Bremsrade und Bremskörper bestehende Elementenpaar als solches zum Zwecke des Bremsens erst hergestellt oder geschlossen, im zweiten wird es zwar nicht aufgehoben oder geöffnet, aber doch gelöst, d. h. die Berührung zu einer loseren (mit geringerem Drucke stattfindenden) gemacht, weshalb die Bremsen der ersten Art als Schliessungsbremsen, die der zweiten als Lösungsbremsen bezeichnet werden mögen. Den meistens angewendeten ersteren können letztere zu grösserer Sicherheit zuweilen vorgezogen werden. Wenn es sich z. B. darum handelt, eine Last von einer gewissen Höhe mit constanter Geschwindigkeit niederzulassen, so bedarf eine dazu dienende Schliessungsbremse einer gewissen äusseren Kraft, um die ohne sie eintretende Beschleunigung des Niederfallens zu hindern, während bei Anwendung einer Lösungsbremse die äussere Kraft das Niedersinken erst möglich macht, so dass, wenn es aus irgend einem Grunde an der nöthigen Grösse solcher Kraft fehlen sollte, die Last im ersten Falle beschleunigt herunter fiele, im zweiten nur schwebend erhalten würde.

Hauptregeln für die Anordnung einer Bremse sind: möglichst gleiche Vertheilung des die Reibung erzeugenden Druckes an diametral gegenüber liegenden Stellen des Bremsrades oder rings um dasselbe herum, damit nicht durch einseitigen Druck eine nachtheilige Wirkung auf die gebremste Welle, deren Zapfen und Lager ausgeübt werde; Anbringung des Bremsrades auf einer möglichst schnell umlaufenden Welle und grosser Durchmesser desselben, damit einer kleinen Reibung eine grosse Reibungsarbeit entspreche; Anordnung des Bremsrades an einer solchen Stelle, dass die zwischen ihm und dem Angriffspunkte der bewegenden Kraft resp. der zu verzögernden Masse von grösster lebendiger Kraft befindlichen Maschinentheile, die durch das Bremsen vorzugsweise deformirt und angestrengt werden, solche Einwirkung ohne Schaden vertragen können.

Je nach Form und Beschaffenheit des Bremskörpers sind namentlich folgende Hauptarten von Bremswerken zu unterscheiden:

1. Backenbremse. Der Bremskörper ist ein meistens hölzerner Klotz, der cylindrischen Umfläche des Bremsrades entsprechend cylindrisch begrenzt, oder besser ein System von zwei solchen Klötzen, die dann an diametral gegenüber liegenden Stellen radial gegen das Bremsrad anzudrücken sind.

2. Bandbremse. Der Bremskörper ist ein stetiges oder gegliedertes Band von verschiedener Beschaffenheit, das Bremsrad längs einem möglichst grossen Theile seines Umfangs umschliessend; der gegenseitige Druck wird durch Anspannung dieses Bandes bewirkt.

3. Kegelbremse. Der Bremskörper und das Bremsrad sind als Kegel und entsprechender Hohlkegel gestaltet, gegen einander gepresst durch eine axial gerichtete Kraft. —

Bei der Anordnung einer Bremse handelt es sich vor Allem um die den Umständen entsprechende Grösse R der am Umfange des Bremsrades hervorzurufenden Reibung. Zu dem Ende sei:

M die auf diesen Umfang reducirte gesammte bewegte Masse, also die Grösse $M + m$ der Gleichung (1) in §. 87, wenn der daselbst mit A bezeichnete Reductionspunkt im Umfange des Bremsrades liegend gedacht wird, ferner

P der auf dieselbe Stelle reducirte etwaige Ueberschuss der treibenden Kräfte über alle Widerstände vor dem Bremsen, d. i. die am Umfange des Bremsrades angreifende Tangentialkraft, deren elementare Arbeit gleich der rechten Seite jener Gleichung (1), §. 87, ist.

Durch das Bremsen wird diese überschüssige Triebkraft P in einen überschüssigen Widerstand $= R - P$ verwandelt, und erfährt dadurch der Umfang des Bremsrades eine Verzögerung

$$= \frac{R - P}{M},$$

in deren Folge, wenn diese Verzögerung constant ist oder näherungsweise mit einem constanten Mittelwerthe in Rechnung gebracht wird, die Peripheriegeschwindigkeit v des Bremsrades sich in t Sekunden um

$$\Delta v = \frac{R - P}{M} t$$

vermindert. Soll also durch das Bremsen v constant erhalten werden, so ist einfach

$$R = P \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

zu machen; soll aber in t Sekunden v um Δv vermindert werden, so muss

$$R = P + M\frac{\Delta v}{t}, \text{ insbesondere } = P + \frac{Mv}{t} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

sein, wenn in t Sekunden Stillstand herbeigeführt werden soll. Wäre statt der Zeit t der Weg s des Bremsradumfanges gegeben, nach dessen Durchlaufung v um Δv abgenommen resp. die Bewegung ganz aufgehört haben soll, so ergäbe sich mit

$$s = \left(v - \frac{\varDelta v}{2}\right) t$$

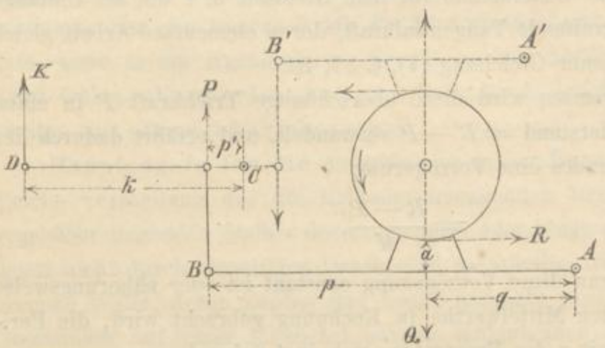
$$R = P + M \frac{\left(v - \frac{\varDelta v}{2}\right) \varDelta v}{s} \text{ resp. } = P + \frac{M v^2}{2 s} \cdots\cdots (3).$$

Die Beziehung zwischen R und der Kraft, die zum Zwecke des Bremsens am Angriffspunkte des betreffenden Mechanismus ausgeübt werden muss, ist von der Beschaffenheit dieses Mechanismus und von der Art der Bremse abhängig. Beispiele enthalten die folgenden Paragraphen.

§. 89. Backenbremse.

Wie Fig. 99 andeutet, werde der Bremskörper gegen das Bremsrad durch einen Hebel AB angedrückt, der um die feste Axe A drehbar ist und bei B von der Kraft P so angegriffen wird, dass p ihr Hebelarm in Bezug auf die Axe A ist. Der dadurch verursachte Druck zwischen Bremskörper und Bremsrad sei $= Q$, angreifend gedacht im Mittelpunkte der Reibungsfläche, so dass sein Hebelarm in Bezug auf die Axe $A = q$ ist; ebenso verstanden sei R die entsprechende Reibung mit dem Hebelarme a für die Axe A. In Fig. 99 sind die Kräfte P, Q, R bezüglich ihrer Richtungen durch Pfeile so angedeutet wie sie auf den Hebel AB wirken bei Voraussetzung des durch den krummen Pfeil angedeuteten Drehungssinnes des Bremsrades.

Fig. 99.



Dem Gleichgewichte dieser Kräfte entspricht dann die Gleichung:

$$Pp - Qq + Ra = 0$$

und folgt daraus mit $Q = \frac{R}{\mu}$, unter μ den Reibungscoefficienten verstanden:

$$P = \frac{R}{p}\left(\frac{q}{\mu} - a\right) = \frac{R}{\mu}\,\frac{q}{p}\left(1 - \mu\frac{a}{q}\right) \cdots\cdots\cdots (1).$$

Bei entgegengesetztem Drehungssinne des Bremsrades hätte auch R die entgegengesetzte Richtung, entsprechend dem Ersatze von a durch $-a$ in Gl. (1). Dieselbe Aenderung von Gl. (1) hätte bei unverändertem Drehungssinne des Bremsrades mit Bezug auf den entgegengesetzt liegenden Bremshebel $A'B'$, Fig. 99, stattzufinden, so dass, wenn beide Hebel AB, $A'B'$ mit gleichen absoluten oder auch nur verhältnissmässigen Grössen ihrer Hebelarme a, p, q zugleich angewendet werden, um die Bremsklötze von entgegengesetzten Seiten gegen das Rad zu drücken, indem nun ihre Enden B, B' mit den Kräften $\frac{1}{2}P$ angezogen werden, die entsprechende Reibung an beiden Stellen zusammen sein würde:

$$R=\frac{1}{2}\mu P\frac{p}{q}\left(\frac{1}{1-\mu\frac{a}{q}}+\frac{1}{1+\mu\frac{a}{q}}\right)=\mu P\frac{p}{q}\frac{1}{1-\left(\mu\frac{a}{q}\right)^2}$$

oder sehr nahe, wenn $\frac{a}{q}$ ein ziemlich kleiner Bruch ist:

$$R=\mu P\frac{p}{q}, \text{ woraus } P=\frac{R}{\mu}\frac{q}{p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

folgt. Würden die beiden Bremshebel an den Enden B, B' nicht durch gleiche Kräfte angezogen (indem sie z. B. im Falle $A'B'=AB$ durch eine Schraube gegen einander bewegt werden), hätte vielmehr nur die Summe dieser Kräfte eine gegebene Grösse P, während ihre Vertheilung unter die zwei Angriffspunkte durch das Verhältniss der Reibungen beider Bremsklötze bedingt wird (wie es z. B. in Fig. 99 bei dem Antrieb durch die Kraft K an dem um die feste Axe C drehbaren Hebel CD der Fall ist), so würde jenes Vertheilungsverhältniss sich so lange ändern bis durch die Abnutzung der gleichen Bremsklötze auch die Reibungen zwischen ihnen und dem Rade gleich gross geworden wären, entsprechend der Gleichung:

$$P=\frac{1}{2}\frac{R}{\mu}\frac{q}{p}\left(1-\mu\frac{a}{q}+1+\mu\frac{a}{q}\right)=\frac{R}{\mu}\frac{q}{p},$$

d. h. der dann in aller Strenge gültigen Gleichung (2).

Ist $\frac{a}{q}$ ein sehr kleiner Bruch, so kann diese einfachere Gleichung (2) statt Gl. (1) selbst dann zu Grunde gelegt werden, wenn der Bremshebel nur einfach vorhanden ist, um so mehr, wenn nicht gleichzeitig auf die in solchem Falle stattfindende Aenderung des Zapfendruckes und somit der Zapfenreibung der Bremsradwelle Rücksicht genommen wird.

Nebenbei mag bemerkt werden, dass, wenn umgekehrt $\frac{a}{q}$ so gross gemacht würde, dass $\mu\frac{a}{q} \overline{\overline{>}} 1$ ist, dadurch die Drehung des Bremsrades in einem Sinne schon durch eine verschwindend kleine Kraft P verhindert werden und somit der Mechanismus als Gesperre (§. 58) Verwendung finden könnte. —

Beispielsweise stelle Fig. 99 die Disposition der Dampfbremse einer Schachtförderung dar. Es sei also K der Dampfdruck auf die untere Kolbenfläche eines vertical stehenden Dampfcylinders, k der Hebelarm, an dem diese Kraft K den Hebel CD um seine feste Axe C dreht, um dadurch am Hebelarme p' (bezüglich auf dieselbe Axe C) die grössere Kraft P auf den Bremshebel AB auszuüben; die horizontale Welle des Bremsrades (Radius $= b$) trage zugleich zwei Fördertrommeln (Radius $= r$), auf deren einer sich das die zu hebende Förderschale mit den beladenen Wagen tragende Seil aufwickelt, während das die niedergehende Schale mit den leeren Wagen tragende Seil sich von der anderen abwickelt. Ist

F das Gewicht einer Förderschale,

W das Gewicht der darauf stehenden (zwei) leeren Wagen,

L das Gewicht von deren Ladung,

so hängt also an dem einen Seile die Last $F + W + L$, am anderen $F + W$, so dass nur L durch die Fördermaschine zu heben ist.

Von solchen Fällen, in denen die Bremse in Thätigkeit zu setzen ist, mag als ungünstigster angenommen werden, dass die Förderschale mit den leeren Wagen durch Seilbruch oder aus sonstigem Anlasse in Wegfall gekommen sei, und dass nun die andere Schale unabhängig von der Maschine (die zu ihrem Schutze ausgerückt worden sein oder in welcher durch die plötzliche Vergrösserung der Last vielleicht schon ein Bruch stattgefunden haben mag) mit Hülfe der Bremse ohne Beschleunigung niedergelassen werden soll. Die dazu nöthige Reibung am Umfange des Bremsrades ist

$$R = (F + W + L)\frac{r}{b}$$

und damit die erforderliche Kolbenkraft nach Gl. (2), unter H die allein zum Anheben des Hebelwerkes nöthige Grösse von K verstanden,

$$K = \frac{p'}{k}P + H = \frac{p'}{k}\frac{q}{p}\frac{R}{\mu} + H \qquad (3)$$

Z. B. für $F = 1000,\ W = 500,\ L = 1000$ Kgr.,

$$\frac{q}{p} = 0{,}4;\ \frac{p'}{k} = 0{,}1;\ \frac{r}{b} = 0{,}8;\ \mu = 0{,}4$$

ergiebt sich $R = 2500 \,.\, 0{,}8 = 2000$ Kgr.

$$K = 0{,}1 \,.\, 0{,}4 \frac{2000}{0{,}4} + H = 200 + H \text{ Kgr.}$$

und daraus mit dem betreffenden Werthe von H (hier etwa 100 bis 150 Kgr.) bei gegebener Dampfspannung die erforderliche Grösse der Kolbenfläche. Die Annäherung des Bremsklotzes an das Bremsrad aus einer Entfernung $= e$ Mtr. erfordert einen Kolbenhub

$$= \frac{e}{0{,}4 \,.\, 0{,}1} = 25\, e \text{ Mtr.}$$

und mit Rücksicht auf Abnutzung des Bremsklotzes im Betrage $= \Delta e$ eine Länge des oben offenen Dampfcylinders

$$= 25\,(e + \Delta e), \text{ z. B. } = 0{,}75 \text{ Mtr.}$$
$$\text{für } e = 0{,}02 \text{ Mtr. und } \Delta e = 0{,}01 \text{ Mtr.} —$$

Eine wichtige Anwendung findet die Backenbremse bei **Eisenbahnfahrzeugen**. In Beziehung darauf werde angenommen, der betreffende Eisenbahnzug sei ausser der Tenderbremse mit so vielen Bremsen versehen, dass dadurch der m^{te} Theil aller Wagenaxen gebremst werden kann, und sie seien kräftig genug construirt, um die bezüglichen Räder vollkommen gegen die Fahrzeuge feststellen zu können. Wenn dann ein solcher Zug auf einer längeren im Verhältnisse $1 : n$ geneigten Strecke (1 Mtr. Steigung für n Mtr. Bahnlänge) mit der Geschwindigkeit v (Meter pro Secunde) abwärts fährt, so ist die Frage, eine wie grosse Strecke $= s$ derselbe bis zum Stillstande noch durchläuft von dem Augenblicke an gerechnet, in welchem sämmtliche Wagenbremsen bis zur Feststellung der betreffenden Axen angezogen wurden, vorausgesetzt dass Tender und Locomotive (unter gleichzeitiger Abstellung des Dampfes) durch die Tenderbremse so gehemmt werden, dass der angehängte Zug sich unabhängig von ihnen bewegt. Dabei werde der Zugwiderstand, insoweit er von der durch das Bremsen verursachten Reibung unabhängig ist,

$$= \alpha + \beta v^2 \text{ Kgr. pro 1 Kgr. Zuggewicht}$$

angenommen und der Coefficient der Reibung zwischen Rädern und Schienen $= \mu$ gesetzt.

Ist nun A die Belastung incl. Eigengewicht einer Axe, so ist der Gesammtwiderstand für je m Axen, von denen eine gebremst ist,

$$= \left(\alpha + \beta v^2 - \frac{1}{n}\right) m A + \mu A,$$

folglich die Verzögerung:

$$-\frac{dv}{dt}=\frac{\left(\alpha+\beta v^2-\frac{1}{n}\right)mA+\mu A}{mA}g$$

$$=\left(\alpha-\frac{1}{n}+\frac{\mu}{m}\right)g+\beta g v^2=f\left(1+\frac{v^2}{k^2}\right)$$

mit $$f=\left(\alpha-\frac{1}{n}+\frac{\mu}{m}\right)g \text{ und } k^2=\frac{1}{\beta}\left(\alpha-\frac{1}{n}+\frac{\mu}{m}\right).$$

Daraus folgt:

$$f\left(1+\frac{v^2}{k^2}\right)=-\frac{1}{2}\frac{2v\,dv}{v\,dt}=-\frac{1}{2}\frac{d(v^2)}{ds}$$

$$ds=-\frac{1}{2f}\frac{d(v^2)}{1+\frac{v^2}{k^2}}=-\frac{k^2}{2f}d\,ln\left(1+\frac{v^2}{k^2}\right)$$

$$s=\frac{k^2}{2f}ln\left(1+\frac{v^2}{k^2}\right)=\frac{1}{2\beta g}ln\left(1+\frac{\beta}{\alpha-\frac{1}{n}+\frac{\mu}{m}}v^2\right) \quad \ldots . (4).$$

Mit den durchschnittlich nahe zutreffenden Annahmen:

$$\alpha=0{,}002 \quad \beta=0{,}000015 \quad \mu=0{,}15$$

findet man z. B. für $v=15$, $n=200$, $m=5$:

$$s=400 \text{ Mtr.}$$

In Wirklichkeit sollen freilich die Bremsen, ausser wenn erhebliche Gefahr im Verzuge ist, nicht bis zum Schleifen der Räder auf den Schienen (verbunden mit nachtheiliger ungleichförmiger Abnutzung der Radreifen) angezogen werden, und wird dann auch der Weg s unter den angenommenen Umständen entsprechend grösser ausfallen. Zu diesem Anziehen der Bremsen dient meistens ein Schraubengetriebe von der Art, wie es im §. 75 unter 1) bezüglich seiner Reibungswiderstände und seines Wirkungsgrades beispielsweise berechnet wurde. Indem aber dabei die Schraube mit der Hand gedreht wird, ist die ausgeübte Kraft, somit der Druck der Bremsklötze gegen die Räder und die Grösse der erzeugten Reibung dem unsicheren Gefühle des Bremsers anheimgegeben; noch grössere Mängel solcher Handbremsen von Eisenbahnfahrzeugen liegen darin, dass von dem Augenblicke, in welchem der Locomotivführer die Nothwendigkeit, den Zug zum Stillstand zu bringen, erkennt, bis zu dem Augenblicke, in welchem die von ihm aufgeforderten Bremser zum Anziehen der Bremsen bereit sind, oft eine zu lange Zeit verfliesst und somit eine zu grosse Strecke vom Zuge noch durchlaufen wird, als dass einem Unfalle vorgebeugt werden könnte, ferner darin, dass die Mannschaft nicht immer ausreichend vorhanden ist, um alle Bremsen gleichzeitig bedienen zu können. Nach dem Vorgange amerikanischer und englischer Eisenbahubetriebs-Verwaltungen sind deshalb in neuerer Zeit auch in Deutschland die Bestrebungen dahin gerichtet, solche Bremsvorrichtungen allgemeiner in Anwendung zu bringen, die vom Locomotivführerstande aus gleichzeitig für alle Bremswagen des ganzen Zuges in Thätigkeit gesetzt werden können und zwar durch eine Kraft von bestimmter, nicht von der Schätzung eines Bremsers abhängiger Grösse. Die u. A. dazu dienende, in Deutschland vereinzelt bisher zur Anwendung gekommene Heberlein-Bremse wirkt in der Weise, dass durch Gewichte, welche, von drehbaren Hebeln getragen, vom Führerstande aus vermittels einer nachzulassenden Schnur gleichzeitig an allen Bremswagen des Zuges niedergelassen werden, je zwei auf den zu bremsenden Axen festgekeilte hölzerne Rollen mit anderen, von drehbaren Hebeln getragenen Holzrollen unter bestimmtem Drucke so in Berührung kommen, dass die durch entsprechende Reibung veranlasste Drehung der letzteren die Aufwickelung von Ketten zum Anziehen der Bremsklötze zur Folge hat. Bei den in England und Amerika schon seit längerer Zeit angewendeten Bremsen von Smith, von Westinghouse und von Steel ist es Luft, die statt jener Schnur der Heberlein-Bremse die Uebertragung der bremsenden Kraft vom Führerstande auf die verschiedenen Bremsen des Zuges mit Hülfe einer entsprechenden Rohrleitung vermittelt, und zwar verdünnte Luft bei der Bremse von Smith, comprimirte Luft bei den zwei anderen. Die Luftverdünnung bei jener wird durch einen Dampfstrahl-Aspirator bewirkt, die Compression bei diesen durch eine mit der Locomotive verbundene Druckpumpe. Im letzteren Falle wird die comprimirte Luft beständig vorräthig gehalten in einem Hauptbehälter unter der Locomotive und in Hülfsbehältern unter den einzelnen Bremswagen; indem dabei die Anordnung so getroffen ist, dass die Bremsen bei Druckverminderung in der Rohrleitung durch den Ueberdruck in den Hülfsbehältern in Thätigkeit kommen, tritt letztere u. A. von selbst ein, wenn etwa eine Kuppelung und damit auch die fragliche Rohrleitung zerrissen werden sollte, während unter normalen Umständen ein Entweichen gepresster Luft aus der Rohrleitung und damit die zur Einleitung des Bremsens nöthige Druckverminderung in derselben durch Drehung eines Hahns willkürlich herbeizuführen ist.*

* Näheres über die Construction der erwähnten vier sogenannten „continuirlichen Bremsen“ und über vergleichende Versuche, die damit im August 1877 auf einer Strecke der Main-Weser-Bahn zwischen Guntershausen und

§. 90. **Bandbremse.**

Wenn die hervorzurufende Reibung R von mässiger Grösse ist, pflegt als Bremskörper ein schmiedeisernes, in Folge seiner geringen Dicke (von höchstens etwa 4 Millimeter) hinlänglich biegsames stetiges Band benutzt zu werden, das um ein gusseisernes Bremsrad (längs etwa $^3/_4$ seines Umfanges) herumgelegt ist und durch einen Hebel, an dessen längerem Arme die Kraft K (meistens mit der Hand oder auch mit dem Fusse ausgeübt) angreift, angespannt wird. Ist dann in Beziehung auf die relative Bewegung des Bandes gegen das Bremsrad (entgegengesetzt gerichtet der Drehung des letzteren in dem ruhenden Bande)

S_1 die Spannung des relativ ablaufenden,
S_2 die Spannung des relativ auflaufenden Bandstückes, und ist
α das Verhältniss des umspannten Bogens zum Radius des Bremsrades,
μ der Reibungscoefficient,
e die Basis der natürlichen Logarithmen,

so ist nach §. 83, Gl. (1) bei Abstraction vom Biegungswiderstande des Bandes:

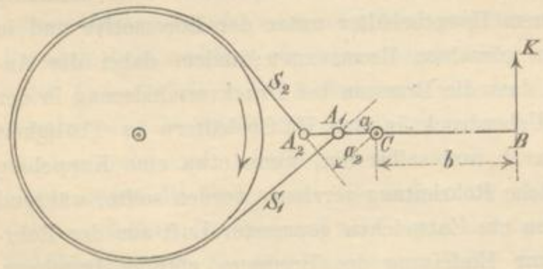
$$S_1 = m S_2 \text{ mit } m = e^{\mu\alpha}$$

und somit die Reibung am Umfange des Rades:

$$R = S_1 - S_2 = (m-1) S_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Was die Beziehung zwischen S_2 und der Kraft K betrifft, so werde im Allgemeinen angenommen, dass der um die feste Axe C drehbare und bei B am Hebelarme $BC = b$ von der Kraft K angegriffene Bremshebel (Fig. 100) an verschiedenen Stellen A_1 und A_2 gelenkartig mit den beiden Bandenden verbunden ist, bei A_1 mit dem stärker (mit S_1), bei A_2 mit dem schwächer

Fig. 100.



Gensungen angestellt wurden, enthält ein Aufsatz von C. Schneider in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrgang 1878, S. 353. Ueber die fraglichen Versuche berichtet auch die Wochenschrift des genannten Vereins für 1878, S. 68.

(mit S_2) gespannten Bandende; a_1 und a_2 seien die Hebelarme der Momente, mit denen diese Kräfte S_1 und S_2 drehend auf den Bremshebel wirken, und zwar algebraisch verstanden in der Weise, dass sie positiv gesetzt werden, wenn, wie in Fig. 100, der Drehungssinn des Momentes $S_1 a_1$ mit demjenigen des Momentes Kb der bremsenden Kraft übereinstimmt, der Drehungssinn des Momentes $S_2 a_2$ aber entgegengesetzt ist. Dem Gleichgewicht der Kräfte am Bremshebel entspricht dann die Gleichung:

$$Kb = S_2 a_2 - S_1 a_1 = S_2 (a_2 - m a_1)$$

und folgt daraus mit Rücksicht auf Gl. (1):

$$K = \frac{a_2 - m a_1}{(m-1)\,b} R \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

wozu noch die Kraft hinzuzufügen ist, die, bei B im Sinne von K angreifend, der Schwere des Hebels Gleichgewicht hält. Ist k die höchstens zugelassene specifische Spannung des Bremsbandes, so ist sein erforderlicher Querschnitt:

$$F = \frac{S_1}{k} = \frac{m S_2}{k} = \frac{m}{m-1} \frac{R}{k} \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Im Durchschnitt kann hier etwa $\mu = 0{,}18$ (Band von Schmiedeisen, Bremsrad von Gusseisen) gesetzt werden, so dass mit $\alpha = 3\frac{\pi}{2}$ sich m nahe $= \frac{7}{3}$ und

$$K = \frac{3\,a_2 - 7\,a_1}{4\,b} R;\quad F = \frac{7}{4} \frac{R}{k} \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

ergiebt. Durch passende Wahl von a_1 und a_2 kann K beliebig klein gemacht werden. Ein allzu kleiner Werth von K gestattet indessen keine hinlänglich feine Regulirung von R, und ist insbesondere dann, wenn diese Kraft K unmittelbar mit der Hand ausgeübt werden soll, 10 bis 20 Kgr. eine angemessene Grösse derselben. Meistens ist zu dem Ende die Anordnung so zu treffen, dass $a_1 = 0$ ist, indem etwa das mit S_1 gespannte Bandende unabhängig vom Bremshebel an einen festen Bolzen angehängt wird. —

Wenn z. B. bei der in §. 78 besprochenen Winde (Fig. 94) auf der Vorgelegewelle V ein Bremsrad von gleichem Durchmesser mit der Windetrommel sich befindet, so ist mit den dort gebrauchten Bezeichnungen und angegebenen Zähnezahlen der betreffenden Räder die Reibung R, die am Umfange des Bremsrades hervorgerufen werden muss, um die Maximallast $Q = 2500$ Kgr. mit gleichförmiger Geschwindigkeit niederlassen zu können:

$$R = Q\frac{q}{r}\frac{r'}{q} = Q\frac{z'}{z} = 2500 \cdot \frac{12}{74} = 400 \text{ Kgr.}$$

sehr nahe, bei Abstraction von der Beihülfe durch die dem Getriebe ohne Bremse eigenthümlichen Reibungswiderstände. Im Falle einer Bandbremse mit $a_1 = 0$ und mit

$$\frac{a_2}{b} = \frac{1}{15},\ k = 5 \text{ Kgr. pro Quadratmillim.}$$

ergiebt sich dann nach Gl. (4):

$$K = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{15} \cdot 400 = 20 \text{ Kgr.},$$

$$F = \frac{7}{4} \cdot \frac{400}{5} = 140 \text{ Quadratmillim.},$$

entsprechend bei 2,5 Millim. Dicke einer Breite des eisernen Bandes = 56 Millimeter. —

Wenn die im vorigen Paragraph beispielsweise berechnete Dampfbremse einer Schachtförderung als Bandbremse ausgeführt werden sollte, so würde sich mit $R = 2000$ Kgr. der Querschnitt des Bandes unter obigen Voraussetzungen

$$= \frac{7}{4} \cdot \frac{2000}{5} = 700 \text{ Quadratmillim.}$$

ergeben und damit die Biegsamkeit desselben schon allzu gering werden. In solchen Fällen und überhaupt, wenn F grösser als etwa 300 Quadratmillim. sein müsste, ist im Allgemeinen ein gegliedertes an Stelle des stetigen Eisenbandes vorzuziehen, nämlich eine Kette, deren Glieder durch Bolzen

Fig. 101.

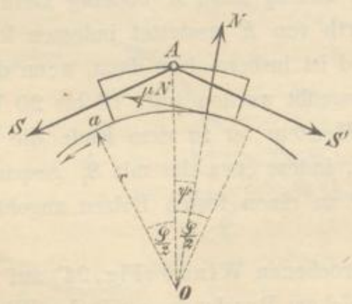
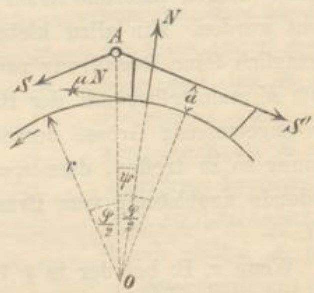


Fig. 102.



zusammenhängen und zur Ausübung der Reibung mit Holzklötzen ausgerüstet werden. Ist dann auch der Winkel α des umspannten Bogens einer solchen **Gliederbremse** meistens nur $= \pi$, so ist doch wegen des grösseren Reibungscoefficienten μ (etwa $= 0{,}4$) das Verhältniss $m = \frac{S_1}{S_2}$

und somit auch das mit $(m-1)$ proportional wachsende Verhältniss $\frac{R}{S_2}$ noch grösser, als im vorigen Falle. Mögen dabei die Holzklötze nach Fig. 101 mit den Bolzen oder nach Fig. 102 mit den Gliedern der Kette verbunden sein, so ergiebt sich im einen wie im anderen Falle die Beziehung zwischen S_1, S_2 und R durch folgende Erwägung. Es seien

S und S' $(S' > S)$ die Spannungen zweier auf einander folgender Kettenglieder,

φ der spitze Winkel, unter dem sie resp. die Mittellinien der betreffenden Kettenglieder gegen einander geneigt sind,

$\alpha = n\varphi$, also n die Anzahl der Ecken des von den Mittellinien der Kettenglieder auf dem Bremsrade gebildeten Polygons,

$r + a$ der Radius des diesem Polygon einbeschriebenen Kreises,

r der Radius des Bremsrades,

N der resultirende radiale Druck des letzteren auf einen Bremsklotz,

μN die dazu senkrechte betreffende Reibung,

ψ der Winkel, unter welchem die Richtungslinie von N gegen die Halbirungslinie OA des Winkels SAS' (Fig. 101 und 102) im Sinne gegen S' hin geneigt ist.

Dem Gleichgewicht der Kräfte S, S', N und μN entsprechen die Gleichungen:

$$(S' - S)(r + a) = \mu N r \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

$$(S' - S) \cos\frac{\varphi}{2} = N(\mu \cos\psi - \sin\psi)$$

$$(S' + S) \sin\frac{\varphi}{2} = N(\cos\psi + \mu \sin\psi),$$

von denen die zwei letzten mit $\mu = tg\,\varrho$ auch geschrieben werden können:

$$(S' - S) \cos\frac{\varphi}{2} \cos\varrho = N \sin(\varrho - \psi) \quad \ldots \ldots \ldots (6)$$

$$(S' + S) \sin\frac{\varphi}{2} \cos\varrho = N \cos(\varrho - \psi) \quad \ldots \ldots \ldots (7).$$

Diese 3 Gleichungen bestimmen ψ, S' und N, wenn die übrigen Grössen gegeben sind. Für ψ erhält man aus (5) und (6) die Bestimmungsgleichung:

$$\sin(\varrho - \psi) = \frac{r}{r + a} \cos\frac{\varphi}{2} \sin\varrho \quad \ldots \ldots \ldots (8);$$

dann folgt aus (6) und (7):

$$\frac{S' - S}{S' + S} = tg\frac{\varphi}{2}\, tg(\varrho - \psi)$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{1 + tg\frac{\varphi}{2}\,tg(\varrho - \psi)}{1 - tg\frac{\varphi}{2}\,tg(\varrho - \psi)} = \frac{cos\left(\frac{\varphi}{2} - \varrho + \psi\right)}{cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varrho - \psi\right)}$$

$$m = \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{S'}{S}\right)^n = \left(\frac{cos\left(\frac{\varphi}{2} - \varrho + \psi\right)}{cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varrho - \psi\right)}\right)^n \cdots\cdots\cdots (9).$$

Mit Rücksicht auf (5) und (9) ist endlich die ganze am Umfange des Bremsrades erzeugte Reibung:

$$R = \Sigma(\mu N) = \frac{r + a}{r}\,\Sigma(S' - S)$$

$$= \frac{r + a}{r}(S_1 - S_2) = \frac{r + a}{r}(m - 1)\,S_2 \;\ldots\ldots\; (10).$$

Nach Gl. (8) ist ψ um so kleiner, nämlich $\varrho - \psi$ um so weniger $< \varrho$, je kleiner a im Vergleich mit r und je kleiner φ ist. Setzt man $\psi = 0$, so wird

$$m = \left(\frac{S'}{S}\right)^n = \left(\frac{1 + \mu\,tg\frac{\varphi}{2}}{1 - \mu\,tg\frac{\varphi}{2}}\right)^n$$

oder auch mit weiterer Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung:

$$m = \left(1 + 2\,\mu\,tg\frac{\varphi}{2}\right)^n \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11).$$

Je grösser endlich n und je kleiner also $\varphi = \frac{\alpha}{n}$ ist, desto mehr nähert sich dieser letzte Ausdruck von m, wie es sein muss, dem für ein stetiges Band genau gültigen Grenzwerthe:

$$lim\,(1 + \mu\varphi)^n = lim\left(1 + \frac{\mu\alpha}{n}\right)^n = e^{\mu\alpha}.$$

Ist z. B. $a = 0{,}05\,r$, $\alpha = 180^0$, $\mu = 0{,}4$ $(\varrho = 21^0\,48')$, so findet man

für $n =$	3	4	5	6	
$\varphi =$	60^0	45^0	36^0	30^0	
$\psi =$	$3^0\,58'$	$2^0\,44'$	$2^0\,9'$	$1^0\,49'$	nach (8),
$m =$	3,088	3,168	3,207	3,232	nach (9),
	3,124	3,142	3,175	3,207	nach (11).

Der Fehler von Gl. (11) ist also unerheblich; dagegen ist

$$e^{\mu\alpha} = e^{0{,}4\,\pi} = 3{,}513$$

wesentlich $> m$, sofern nicht n sehr gross ist.

§. 91. Kegelbremse.

Die im vorigen Paragraph besprochene Bandbremse ist nur in solchen Fällen vortheilhaft zu gebrauchen, in denen das Bedürfniss des Bremsens einer gewissen Welle nur bei einem bestimmten Drehungssinne derselben vorhanden ist; denn anderen Falles müsste (Fig. 100) $a_1 = -a_2$ gemacht werden, wodurch nach Gl. (2) im vorigen Paragraph eine bei Vertauschung von S_1 mit S_2, also von a_1 mit a_2 zwar gleich grosse, aber wesentlich grössere Kraft K zur Erzeugung der Reibung R nöthig würde. Auch bei der Backenbremse ist der Drehungssinn der zu bremsenden Welle nur näherungsweise und um so mehr gleichgültig, je kleiner die Dimension a (Fig. 99 und §. 89, Gl. 1) ist. Ganz unabhängig von diesem Drehungssinne ist dagegen die Wirksamkeit einer Kegelbremse. Sind bei einer solchen

a und b die Radien der Begrenzungskreise der Kegelfläche, in welcher sich der Kegel und der entsprechende Hohlkegel berühren, von denen nur einer um die zu bremsende Welle drehbar und ebenso nur einer längs ihr verschieblich ist, ist ferner

α der Winkel zwischen Seitenlinie und Axe dieser Kegelfläche,

P der axiale Druck, womit der verschiebliche gegen den anderen Kegel angedrückt wird, so kann das Reibungsmoment M wie bei einem kegelförmigen Spurzapfen berechnet, also, jenachdem derselbe als neu oder eingelaufen betrachtet wird, nach §. 70, Gl. (2) resp. Gl. (12) gesetzt werden:

$$M = \frac{2}{3}\mu P \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} \frac{1}{\sin\alpha} \text{ resp. } \frac{1}{2}\mu P \frac{a+b}{\sin\alpha}.$$

Indem das Verhältniss beider Werthe

$$= 1 : \frac{3}{4} \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + ab + b^2}$$

sich um so mehr der Grenze 1 nähert, je weniger a und b verschieden sind, hier aber der Unterschied dieser zwei Radien immer sehr klein ist, so kann ohne wesentlichen Fehler hier immer der einfachere Ausdruck zu Grunde gelegt, also

$$M = \frac{1}{2}\mu P \frac{a+b}{\sin\alpha}$$

gesetzt werden, so dass sich die auf den mittleren Radius $r = \frac{a+b}{2}$ reducirte Reibung

$$R = \frac{\mu P}{\sin\alpha} \text{ und daraus } P = \frac{\sin\alpha}{\mu} R \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

ergiebt. Die Beziehung zwischen P und der unmittelbar ausgeübten bremsenden Kraft ist wieder in jedem einzelnen Falle je nach der Art und den Dimensionsverhältnissen des zur Verschiebung des einen Kegels dienenden Mechanismus zu beurtheilen.

Um es zu vermeiden, dass die Welle durch die axiale Kraft P verschoben oder gegen ihre Lager gedrängt wird, kann der als Bremsrad dienende, längs der Welle unverschiebliche Kegel verdoppelt, nämlich aus zwei gleichen abgestumpften Kegeln so zusammengesetzt werden, dass dieselben als Hohlkegel mit ihren kleineren, als Vollkegel mit ihren grösseren Endflächen zusammenstossen, während im ersten Falle zwei entsprechende Vollkegel, im zweiten zwei Hohlkegel von entgegengesetzten Seiten her je mit der axialen Kraft $\frac{1}{2}P$ in den doppelten Hohlkegel resp. auf den doppelten Vollkegel geschoben werden, um die Reibung R (je $\frac{1}{2}R$ im mittleren Umfange jeder einzelnen Kegelfläche) zu bewirken.

Gegen die obige Gleichung (1) als Ausdruck der Beziehung zwischen den Kräften P und R liesse sich einwenden (und ist eingewendet worden), dass ausser der Reibung im Sinne des Umfanges auch eine solche in der Richtung der Seiten der kegelförmigen Reibungsfläche stattfinde. Indessen würde dann weder die eine noch die andere Reibung für sich, sondern nur ihre Resultante in jedem Flächenelemente eine vollständig entwickelte, d. h. $= \mu$ mal dem Normaldrucke sein können, so dass, wenn der ganze Normaldruck Q im mittleren Kreise mit dem Radius $r = \frac{a+b}{2}$ concentrirt gedacht wird, die Reibung

im Sinne des Umfanges: $R = \mu_1 Q$,

im Sinne der Kegelseiten: $S = \mu_2 Q$

zu setzen wäre, unter μ_1 und μ_2 Coefficienten verstanden, die $< \mu$ sind gemäss der Gleichung:

$$\sqrt{R^2 + S^2} = \mu Q, \text{ also } \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2} = \mu.$$

Dem Gleichgewicht der Kräfte an dem verschieblichen Kegel entspricht dann die Gleichung:

$$P = Q \sin\alpha + S \cos\alpha = Q(\sin\alpha + \mu_2 \cos\alpha) = \frac{\sin\alpha + \mu_2 \cos\alpha}{\mu_1} R \quad . \quad (2).$$

Ist auch dieser Auffassung ihre Berechtigung nicht abzusprechen, so ist es doch unrichtig, dabei (wie geschehen ist) $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ zu setzen. Indessen auch abgesehen hiervon wird die Reibung μQ, die der resultirenden relativen Bewegung stets gerade entgegengesetzt gerichtet ist, nur im ersten Augenblicke des Bremsens bei Beginn der Berührung beider Kegel in die Componenten $R = \mu_1 Q$ und $S = \mu_2 Q$ zerlegbar sein entsprechend der relativen Schraubenbewegung, womit beide Kegel zusammentreffen, indem das Verhältniss $R : S = \mu_1 : \mu_2$ durch das Steigungsverhältniss dieser relativen Schraubenbewegung, nämlich durch das Verhältniss der relativen Peripheriegeschwindigkeit des mittleren Kreises und der relativen Schiebungsgeschwindigkeit im Sinne der Axe bedingt wird. Sobald aber der verschiebliche Kegel nicht mehr axial bewegt ist, wird $\mu_2 = 0$, also $\mu_1 = \mu$ und somit Gl. (2) übereinstimmend mit Gl. (1).

Soll die Bremse durch eine im entgegengesetzten Sinne von P ausgeübte axiale Kraft P_1 wieder gelöst werden, so ist in der obigen Gleichgewichtsbedingung:

$$P = Q \sin \alpha + S \cos \alpha$$

P durch $-P_1$ und somit S durch $-S = -\mu_2 Q$ zu ersetzen, entsprechend dem entgegengesetzten Sinne auch dieser Kraft S. Die Lösung der Bremse erfordert also die Kraft:

$$P_1 = Q(\mu_2 \cos \alpha - \sin \alpha) \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (3),$$

die beliebig klein, selbst Null und negativ sein darf, so lange die Kegel in relativ drehender Bewegung begriffen sind, indem dann die Reibung $S = \mu_2 Q$ in dem hier in Rede stehenden Sinne nur in beliebig kleiner Grösse entwickelt zu sein braucht, um durch relative Schraubenbewegung entgegen der resultirenden Reibung $= \sqrt{R^2 + S^2}$ das Lösen der Bremse zu bewirken. Indessen muss letzteres mit genügender Leichtigkeit auch dann geschehen können, wenn durch Ausübung des axialen Druckes P auf den verschieblichen Kegel bis zum Stillstand gebremst wurde, so dass dann die Lösung nicht durch relative Schraubenbewegung geschehen kann, sondern durch relative Axialverschiebung geschehen muss, entsprechend $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = \mu$. Die dazu nöthige Kraft ist nach Gl. (3):

$$P_1 = Q(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (4).$$

Soll sie nicht grösser sein, als die zum Bremsen ausgeübte Kraft $P = Q \sin \alpha$, so muss

$$\mu - tg\, \alpha \overline{<} tg\, \alpha, \text{ also } tg\, \alpha \overline{>} \frac{\mu}{2}$$

sein, z. B. für $\mu = 0{,}18 : tg\, \alpha \overline{>} 0{,}09$ oder $\alpha \overline{>} 5^0\, 9'$.

Wenn z. B. bei der in §. 78 besprochenen Winde (Fig. 94) auf der Vorgelegewelle V statt der im vorigen Paragraph vorausgesetzten Bandbremse eine Kegelbremse angebracht wäre, so würde, wenn der mittlere Radius ihrer Reibungsfläche $\frac{2}{3}$ so gross angenommen wird wie der Radius des Bremsrades im vorigen Paragraph, die zum Bremsen nöthige Reibung R im umgekehrten Verhältnisse grösser sein, als dort, also $= \frac{3}{2} . 400 = 600$ Kgr. Mit $\mu = 0{,}18$ und $tg\,\alpha = 0{,}1$ wäre dann auch $sin\,\alpha$ ohne in Betracht kommenden Fehler $= 0{,}1$ zu setzen, also

$$P = \frac{0{,}1}{0{,}18}\,600 = 333 \text{ Kgr. nach Gl. (1).}$$

Bei der Verwendung dieser Bremse als Schliessungsbremse (§. 88) wäre der als Bremsrad dienende Kegel K' auf der Welle V zu befestigen, der als Bremskörper dienende andere Kegel K folglich cylindrisch mit V zu paaren entsprechend einer relativen axialen Verschiebbarkeit und relativen Drehbarkeit beider Elemente; die axiale Verschiebung des Kegels K durch die Kraft P hätte so zu geschehen, dass seine absolute Drehung um die geometrische Axe von V (Drehung gegen das Lagergestell) durch den betreffenden Verschiebungsmechanismus verhindert wird. Es könnte aber auch die Bremse als Lösungsbremse angeordnet werden, indem K' in fester Verbindung mit dem Rade B' (Fig. 94) durch ein Drehkörperpaar, dagegen K durch ein Prismenpaar (Feder und Nuth) mit V gepaart und ausserdem diese Welle beim Niederlassen der Last Q an rückläufiger Drehung durch ein Gesperre verhindert wird. Indem dann K gegen K', z. B. in Folge dauernder Belastung eines Bremshebels durch ein Gewicht G, einen axialen Druck $> P$ ausübt, wird dadurch V mit K, sowie K mit dem Gliede $K'B'$ zu einem einzigen Körper gekuppelt, so dass die Drehung von V in dem durch das Gesperre zugelassenen Sinne die Aufwindung von Q ermöglicht. Hört das die Welle V drehende Kraftmoment auf zu wirken, so bleibt die Last Q in der erreichten Höhe schweben, indem das Gesperre die rückläufige Drehung von V, die Reibung zwischen K und K' die rückläufige Drehung des Gliedes $K'B'$ ohne V verhindert. Das Niederlassen der Last erfordert dann den Angriff des Bremshebels in entgegengesetztem Sinne seines Belastungsgewichtes G, um davon nur einen solchen Theil wirksam bleiben zu lassen, dass der axiale Druck von K gegen K' auf P reducirt wird. Uebrigens ist leicht zu erkennen, dass der Vortheil grösserer Sicherheit einer solchen Lösungsbremse (gegen beschleunigtes Niederfallen der Last bei unzureichender Grösse der bremsenden Kraft) von dem Nachtheile begleitet wird, dass die Erhaltung der Kuppelung beim Aufwinden der Last nicht ohne beträchtlichen Arbeitsverlust durch Reibung zu ermöglichen ist, indem der axiale Druck, der dazu auf den mit V rotirenden Kegel K ausgeübt werden muss, durch einen Mechanismus vermittelt wird, der an dieser Drehung selbst nicht Theil nimmt; ohne Verdoppelung des Bremskegelpaares würde dazu noch eine weitere Reibung wegen des axialen Druckes der ganzen Welle gegen ihre Lager hinzukommen, die bei der Schliessungsbremse wenigstens nur durch das Niederlassen der Last, also dann verursacht würde, wenn sie weniger schädlich, in Bezug auf die bremsende Wirkung sogar förderlich ist.

II. Schwungräder.

§. 92. Allgemeine Untersuchung der Beziehung zwischen der auf einen gewissen Punkt der Schwungradwelle reducirten Masse einer Maschine und dem Ungleichförmigkeitsgrade der Bewegung dieses Punktes.

Der in §. 87 mit A bezeichnete Punkt, auf welchen die ganze Masse einer Maschine reducirt wurde, befinde sich in der Entfernung r von der Axe der Schwungradwelle; der constante Theil $= M$ dieser reducirten Masse rührt dann hauptsächlich her von den Maschinentheilen, die um feste Axen so rotiren, dass ihre Winkelgeschwindigkeiten zu derjenigen der Schwungradwelle constante Verhältnisse haben, insbesondere also vom Schwungrade selbst, wogegen der veränderliche Theil $= m$ jener reducirten Masse von solchen Maschinentheilen herzurühren pflegt, die, wie z. B. die Kolbenmasse einer Dampfmaschine, hin und hergehende oder auch, wie z. B. die Koppel eines Schubkurbelmechanismus, weniger einfache Bewegungen haben, die dann in der Regel als Drehungen mit veränderlichen Winkelgeschwindigkeiten um Axen von veränderlichen Lagen aufzufassen sind. Die Bewegung der Maschine sei gleichförmig periodisch (die Maschine befinde sich in periodischem Beharrungszustande), d. h. die Geschwindigkeit v des Reductionspunktes erfahre in gewissen gleichen auf einander folgenden Zeiten (Perioden) stets dieselben Aenderungen. Ist dann v' das Maximum, v'' das Minimum, c der Mittelwerth von v in jeder Periode, so heisst

$$\delta = \frac{v' - v''}{c}$$

der Ungleichförmigkeitsgrad der Bewegung des Reductionspunktes resp. der Schwungradwelle oder überhaupt aller mit proportionalen Winkelgeschwindigkeiten rotirenden Maschinentheile, deren reducirte Masse M ist, und handelt es sich um die Beziehung zwischen M und δ, während die mittlere Geschwindigkeit c des Reductionspunktes eine gegebene Constante ist und m sowie die vom Anfange der Periode an gerechnete algebraische