

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Theoretische Maschinenlehre

in 4 Bänden

Theorie der Getriebe und der mechanischen Messinstrumente

Grashof, Franz

Leipzig, 1883

II. Unselbstständige Elementenpaare und kinematische Ketten

[urn:nbn:de:bsz:31-282938](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-282938)

entsprechend anzunehmen sind, in welche die Gl. (3) für diesen Fall übergeht. Für Linienberührung kommen aber nach Gl. (4) und (5) noch die weiteren Bedingungen

$$\rho \pm \rho' = \pm e; \varphi' = \varepsilon. \dots \dots \dots (9)$$

hinzu, woraus dann für ρ und ρ' sich dieselben Ausdrücke ergeben wie für die Theilkreishalbmesser von Cylinderrädern, deren Axenentfernung = e

und deren Winkelgeschwindigkeitsverhältniss = $\frac{\omega}{\omega' \cos \varepsilon}$ ist. Dieser (von

Olivier in seiner *théorie géométrique des engrenages* für sich erörterte) Eingriff ist übrigens an die Voraussetzung $\varepsilon < 90^\circ$ gebunden.

Sind endlich beide Räder Cylinderräder mit Evolventenverzahnung, d. h. $\varphi = 0$ und $\varphi' = 0$, so geht die Bedingung (3), der die Halbmesser ρ, ρ' ihrer Hilfskreise (Hülfszylinder) zu entsprechen haben, in die Form (6) über. Sollen sich die Zähne in geraden Linien berühren, so müssen die Axen A, A' parallel sein, entsprechend $\varepsilon = 0$ nach Gl. (5), während dann Gl. (4) als Bedingung dafür, dass die Cylinderflächen C, C' eine gemeinsame Berührungsebene haben, fortfällt. Bei geänderter Entfernung e der parallelen Axen findet deshalb ein solcher Eingriff nach wie vor mit Linienberührung in richtiger Weise, einem gegebenen Verhältnisse $\frac{\omega}{\omega'}$, entsprechend, statt, während er durch gleichzeitige oder alleinige Aenderung von ε in einen richtigen Eingriff mit Punktberührung übergeht.

II. Unselbständige Elementenpaare und kinematische Ketten.

Wenn der im §. 1 aufgestellte Begriff einer Maschine allgemein zutreffend sein soll, wenn also jede Maschine als eine zwangläufig geschlossene kinematische Kette mit einem festgestellten Gliede soll betrachtet werden können, so ist nun eine nachträgliche Erweiterung der Voraussetzungen nöthig, die dem Begriffe einer zwangläufig geschlossenen Kette bisher zu Grunde lagen; insbesondere gilt das in Betreff der seitherigen Voraussetzungen, dass die Elemente eines Paares und die Glieder einer Kette durchaus starre Körper seien, sowie dass die Geschlossenheit eines Paares oder einer Kette eine selbständige, d. h. durch die Gestalt der Elemente resp. durch die Verbindungsweise der Glieder allein vermittelte sei.

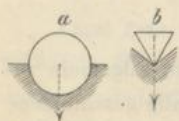
a. Unselbständige Elementenpaare.

§. 27. Kraftschlüssige Elementenpaare.

Während die selbständige Geschlossenheit eines Elementenpaares darin besteht, dass jede mit dem kinematischen Charakter des Paares unverträgliche gegenseitige Bewegung seiner Elemente durch deren Starrheit und Gestalt verhindert wird, heisst ein Elementenpaar nach Reuleaux kraftschlüssig, wenn bei materiell nur unvollständig ausgeführter gegenseitiger Stützung der Elemente dieselbe in einem gewissen Sinne nicht sowohl durch den Widerstand vermittelt wird, den die Elemente selbständig vermöge ihrer Gestalt und Starrheit ihrer relativen Bewegung in diesem Sinne entgegenzusetzen, sondern durch eine anderweitige Kraft, die sogenannte Schliessungskraft. Dabei können zwei Fälle stattfinden, indem die Schliessungskraft entweder nur die Aufgabe hat, die beiden Elemente und somit ihre Axoide in Berührung zu erhalten, oder zugleich dazu dienen soll, eine bestimmte gegenseitige Bewegung dieser Axoide zu erzwingen, insbesondere z. B. dieselben, wenn sie abwickelbare Flächen sind, zu relativer Rollung zu nöthigen unter Ausschluss jeder relativ gleitenden Bewegung.

Erstere Function der Schliessungskraft genügt zur Sicherung des kinematischen Charakters eines Elementenpaares, dessen Axoide zusammenfallen, also eines niederen Paares. So können ein Cylinder mit horizontaler Axe und ein nur im unteren Theile seiner Oberfläche ihn berührender, theilweise (höchstens halb) ausgeführter Hohlcyliner (z. B. das offene, deckellose Lager einer horizontalen Welle, Fig. 27, a) durch die

Fig. 27.



Wirkung der Schwerkraft als Schliessungskraft zu einem kraftschlüssigen Cylinderpaare werden resp. zu einem kraftschlüssigen Drehkörperpaare, wenn die axiale Gleitbarkeit auf bekannte Weise verhindert ist. — Unter Umständen ist die Wahl eines unselbständigen kraftschlüssigen anstatt eines selbständig geschlossenen Paares nicht nur zur Vereinfachung zulässig, sondern durch anderweitige Rücksichten bedingt. So kann ein Cylinderpaar als Umschlusspaar nicht so ausgeführt werden, dass die Axoide (zwei in der geometrischen Axe zusammenfallende Gerade) in den Oberflächen liegen, die Elemente sich also mit ihren Axoiden selbst materiell berühren und somit ohne Gleitung und entsprechende Reibung nur aufeinander rollen, wogegen dies dadurch möglich ist, dass das Paar als Keilschneide mit zugehöriger Pfanne (Fig. 27, b) aus-

geführt wird, wie es zu möglichstem Ausschluss von Reibung bei Waagen üblich ist und dann nothwendig einen unselbständigen Kraftschluss erfordert.

Wenn aber bei höheren Elementenpaaren ihre abwickelbaren Axoide durch die Schliessungskraft nicht nur in Berührung erhalten, sondern auch zu reiner Rollung genöthigt werden sollen, so kann das diese Kraft nicht unmittelbar, sondern nur vermittels der ihr entsprechenden Reibung, wie es insbesondere bei Reibungsrädern (§. 15), z. B. bei den Rädern von Fuhrwerken der Fall ist. Ein solches Rad bildet mit der Fahrbahn, die als Stück eines Rades von unendlich grossem Halbmesser betrachtet werden kann, ein kraftschlüssiges höheres Elementenpaar mit cylindrischen Axoiden, wobei wieder die Schwerkraft als Schliessungskraft dient, während die ihr entsprechende Reibung bei hinlänglicher Grösse das Gleiten des Rades auf der Fahrbahn verhindert.

§. 28. Bildsame Körper als Paarelemente.

Wenn auch streng genommen alle, selbst festen Körper unter der Einwirkung äusserer Kräfte einer gewissen Deformation unterworfen sind, so erhalten doch die aus ihnen bestehenden Maschinentheile im Allgemeinen solche Dimensionen, dass sie durch die wirksamen Kräfte kaum merklich deformirt werden, und sie deshalb als Paarelemente ohne in Betracht kommenden Fehler als starr betrachtet werden können. Unter bildsamen Körpern dagegen, um die es sich hier handelt, sollen solche verstanden werden, die in Folge ihrer inneren Beschaffenheit oder ihrer Gestalt in hohem Grade und schon durch mässige Kräfte deformirt werden können. Dass auch solche Körper zur Elementenbildung u. U. geeignet sind, ist die Folge der im vorigen §. besprochenen Zulässigkeit des Kraftschlusses unselbständiger Paare, sofern nur die fraglichen Körper sich gegen Kräfte, die als Schliessungskräfte in gewissem Sinne auf sie wirken, in ähnlichem Grade widerstandsfähig verhalten wie jene bei genügenden Dimensionen als starr betrachteten festen Körper allseitig widerstandsfähig sind.

Bildsame Körper von (innerhalb praktischer Grenzen) beliebig zu steigernder Widerstandsfähigkeit gegen Zugkräfte, von Reuleaux deshalb Zugkraftorgane genannt, sind insbesondere Seile (aus Faserstoffen oder Draht), Bänder (aus Geweben, aus Metallen oder — als Riemen — aus Leder) und Ketten (Gliedketten, Gelenkketten). Sie können mit abgerundeten starren Körpern, längs denen sie gleiten, oder mit Trommeln, auf die sie sich auf- oder von denen sie sich abwickeln, oder mit Rollen bei

gleichzeitig an verschiedenen Stellen stattfindender Auf- und Abwicklung gepaart werden, indem solche an und für sich unselbständige Paare durch Kräfte, die am Seil, Band oder an der Kette ziehend wirken, geschlossen werden. Bei der Rolle mit gleichzeitig sich auf- und abwickelndem Zugkraftorgan haben die Schliessungskräfte nicht nur, wie in den übrigen Fällen, die Berührung beider Theile, sondern auch (durch Reibung) die Verhinderung des Gleitens zu vermitteln. Indem übrigens das jeweils ohne Gleiten auf der Rolle liegende Stück des Zugkraftorgans kinematisch als mit der Rolle fest verbunden, d. h. als ein Theil derselben zu betrachten ist, müssen das auflaufende und das ablaufende Stück des Zugkraftorgans als besondere Elemente betrachtet werden, die mit der als Verbindung von zwei gleichen Elementen zu betrachtenden Rolle kraftschlüssig gepaart sind, gleich als ob letztere eine conaxiale feste Verbindung von zwei gleichen Rollen wäre, auf deren eine ein Zugkraftorgan sich aufwickelt, während ein gleich langes Stück eines anderen von der anderen Rolle sich abwickelt.

Bildsame Körper, die nur gegen Druckkräfte eine gewisse Widerstandsfähigkeit haben und deshalb mit Reuleaux als Druckkraftorgane bezeichnet werden mögen, sind namentlich Flüssigkeiten verschiedener Art. Sie können mit Hohlkörpern (Gefässen, Röhren) gepaart werden, indem die Schliessung solcher an und für sich unselbständiger Elementenpaare durch Kräfte, die auf die Flüssigkeit drückend wirken, vermittelt wird. Während das Zugkraftorgan durch die Zugkräfte in beständiger Berührung mit der Aussenfläche des zugehörigen starren Elementes erhalten wird, wird das Druckkraftorgan durch die Druckkräfte in Berührung mit der Innenfläche des zugehörigen starren Hohlkörpers erhalten, und so in beiden Fällen die das Elementenpaar charakterisirende gegenseitige Stützung beider Elemente bewirkt.

Solche bildsame Körper, denen das durch diese Bezeichnung ausgedrückte Verhalten nur vermöge ihrer Gestalt, nicht vermöge ihrer inneren Beschaffenheit zukommt, können unter Umständen als Zugkraft- oder als Druckkraftorgane auftreten je nach der Art, wie sie mit einem starren Körper gepaart werden. So hat ein Metallband die Function eines Zugkraftorgans, wenn es in Berührung mit der (äusseren) Oberfläche eines Cylinders an beiden Enden von tangentialen Zugkräften, dagegen die Function eines Druckkraftorgans, wenn es in Berührung mit der (inneren) Oberfläche eines Hohlcyllinders beiderseits von tangentialen Druckkräften angegriffen wird; in beiden Fällen kann es z. B. als Bremsband dienen.

Ausser den Zug- und Druckkraftorganen sind endlich noch Federn als solche bildsame Körper zu erwähnen, die im Gegensatz zu jenen für

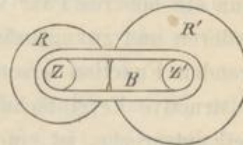
beliebige Angriffsweisen äusserer Kräfte der Art durch entsprechende Gestaltung widerstandsfähig gemacht werden können, dass sie als Elementekraftschlüssiger Paare geeignet werden, immer aber unter Einschränkung auf eine einzige Angriffsweise in jedem besonderen Falle. Namentlich finden sie in Verbindung mit starren Körpern als Paarelemente Verwendung, um unselbständige Elementenpaare durch Federkraft zu schliessen, so bei Kolbendichtungen, Sperrklinken etc.

§. 29. Kettenschlüssige Elementenpaare.

Ebenso wie nach einer schon im §. 1 gemachten Bemerkung eine kinematische Kette zwangläufig geschlossen sein kann, ohne dass alle ihre einzelnen Elementenpaare zwangläufig sind, kann sie es auch sein, ohne dass ihre sämtlichen Elementenpaare selbständig geschlossen oder kraftschlüssig, nämlich durch äussere, von der Kette selbst unabhängige Kräfte geschlossen zu sein brauchen, indem vielmehr solche Elementenpaare als kettenschlüssige eben durch die kinematische Verkettung ihrer Elemente geschlossen werden.

So können z. B. zwei Cyklerräder R, R' zwar so verzahnt werden, dass ihre Profile nach Richtung der gemeinsamen Tangente beider Theilkreise in beiderlei Sinn, sowie auch nach der Centrale gegen Annäherung sich stützen. Sie bleiben aber noch ungestützt nach Richtung der Centrale bezüglich auf Entfernung von einander, bilden also ein an und für sich ungeschlossenes oder unselbständiges Paar. Um dasselbe zu schliessen, können die Räder mit centralen Zapfen (Drehkörpern) Z resp. Z' versehen und diese durch einen sie gemeinschaftlich umschliessenden Bügel B verbunden werden: Fig. 28. Auf solche Weise entsteht eine zwangläufig geschlossene Kette von 3 Gliedern $RZ, B, Z'R'$, in der nun auch die beiden Räder eine vollständige Stützung erhalten haben ohne Beschränkung der ihren Axoiden entsprechenden gegenseitigen Beweglichkeit, und zwar enthält diese Kette Elementenpaare, die sogar alle 3 unselbständig sind.

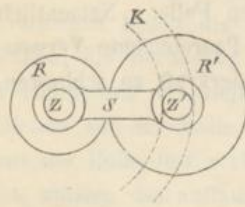
Fig. 28.



Ist aber, wie gewöhnlich, ein Spielraum zwischen den Zahnscheiteln jedes Rades und dem Grunde der Zahnluken des anderen vorhanden, so dass beide sich nur im Sinne der gemeinsamen Theilkreistangente stützen, so wird die Schliessung der Kette und damit des Räderpaares R, R' herbeigeführt, indem die beiden unselbständigen Drehkörperpaare Z, B und Z', B

durch selbständige Z, S und Z', S (Fig. 28) ersetzt werden, nämlich der die beiden Zapfen gemeinschaftlich umfassende Bügel B durch einen Steg S

Fig. 29.



ersetzt wird, der die Zapfen mit entsprechenden Hohlformen einzeln rings umschliesst, wobei im Uebrigen die Gestaltung dieses Steges kinematisch gleichgültig ist, derselbe insbesondere auch, wie es gewöhnlich der Fall ist, aus je zwei Zapfenlagern bestehen kann, von denen die je zwei Zapfen der beiden Radwellen umschlossen, und welche durch eine Lagerplatte oder anderweitig

durch den festen Boden anstatt des Steges unter sich verbunden werden.

Uebrigens könnte das in Rede stehende, aus den gezahnten Rädern R, R' bestehende, unselbständige Elementenpaar auch schon durch eine zweigliedrige Kette geschlossen werden, indem etwa statt des Steges S und des einen Zapfens Z das zu letzterem gehörige Rad R mit einer Scheibe fest verbunden, und diese mit einer (in Fig. 29 punktirt angedeuteten) mit R concentrischen kreisförmigen Rinne K versehen würde, deren mittlerer Halbmesser = der Axenentfernung von R und R' , und deren Querschnitt (Meridianschnitt) dem Meridianschnitt des Zapfens Z' congruent, deren Oberfläche nämlich, insoweit sie hier als Berührungsfäche mit dem Zapfen Z' in Betracht kommt, die Umhüllungsfläche aller Lagen ist, welche die Oberfläche (Umfläche) des letzteren bei irgend einer der relativen Beweglichkeit des Paares R, R' entsprechenden Bewegung des Gliedes $R'Z'$ gegen das Glied RK der Kette einnimmt. Die Elemente K und Z' bilden dann ein höheres Paar von zweifacher Beweglichkeit, wodurch die je zwei niederen und zwangläufigen Elementenpaare S, Z und S, Z' in ihrer resultirenden Function ersetzt werden. Ob solcher kinematischen auch eine constructive Vereinfachung der Kette und überhaupt ein praktischer Vortheil entspreche, ist eine andere Frage, auf die es hier zunächst nicht ankommt.

b. Unselbständige kinematische Ketten.

Unter dieser Bezeichnung sollen solche kinematische Ketten verstanden werden, die entweder unbedingt, nämlich in allen gegenseitigen Lagen ihrer Glieder und unabhängig von ihrer besonderen Verwendungsart als Getriebe, oder nur bedingungsweise, nämlich in gewissen gegenseitigen Lagen ihrer Glieder bei gewissen Verwendungsarten als Getriebe besonderer Hülfsmittel zu ihrer zwangläufigen Schliessung bedürfen.

§. 30. Kraft- und Kettenschluss offener Ketten.

Unbedingt unselbständig sind namentlich offene Ketten, die durch ähnliche Mittel, wie unselbständige Elementenpaare, nämlich durch äussere Kräfte oder durch weitere kinematische Verkettung zwangläufig geschlossen werden können. Ein Beispiel ist die dreigliedrige Kette, Fig. 29, welche aus den in Eingriff befindlichen Zahnrädern R, R' und aus dem ihre Zapfen Z und Z' mit entsprechenden Hohlformen umschliessenden Stege S besteht, falls zwischen den Zahnflanken ein gewisser Spielraum vorhanden, die Zahndicke jedes Rades nämlich kleiner, als die Weite der Zahnluken des anderen ist; die Schliessung erfolgt hier durch die Theilrisskraft, wodurch bei stetiger Drehung in gewissem Sinne die Zähne des einen mit denen des anderen Rades in Berührung erhalten werden.

Eine unselbständige Kette mit Zugkraftorgan ist beispielsweise eine drehbar gelagerte Rolle mit einem darüber hingeführten gespannten

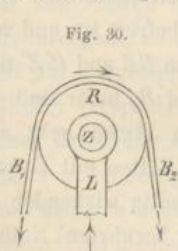


Fig. 30.

Riemen: Fig. 30. Sie besteht aus den 4 Gliedern: auflaufendes Riemenstück B_1 , ablaufendes Riemenstück B_2 , Rolle R mit Zapfen Z , Lagerkörper L ; sie wird geschlossen durch Zugkräfte an den Riemen B_1 und B_2 nebst einer Gegenkraft am Lager L . Von ihren 4 Gliedern ist RZ ternär, durch R kraftschlüssig mit B_1 und mit B_2 , durch Z selbständig mit L gepaart; die übrigen 3 Glieder sind einfache Elemente.

Eine viergliedrige unselbständige Kette mit Druckkraftorgan ist z. B. ein mit Wasser W gefülltes geschlossenes Gefäss G , in welches durch prismatische Oeffnungen zwei entsprechende Kolben K_1 und K_2 eintreten; die Schliessung der Kette erfolgt durch Druckkräfte an K_1 und K_2 nebst einer Gegenkraft an G . Die beiden Glieder G und W sind ternär (enthalten je 3 Elemente), indem G selbständig mit K_1 und K_2 und ausserdem kraftschlüssig mit W , das Wasser W aber ausser mit G auch mit K_1 und K_2 kraftschlüssig gepaart ist; K_1 und K_2 sind binäre Glieder. — Die Vergleichung dieser Kette mit der vorerwähnten (Fig. 30) lässt K_1 und B_1 , K_2 und B_2 , W und RZ , G und L als entsprechende Glieder erkennen. W und RZ sind beide ternär; die zwei Elemente, von denen das eine zu K_1 im Vergleich mit B_1 , das andere zu K_2 im Vergleich mit B_2 hier hinzugekommen ist, sind gepaart mit den zwei Elementen, die G hier mehr enthält, als L dort.

Bei allen diesen Beispielen wurde die unselbständige Kette durch

äußere Kräfte geschlossen. Die Ersetzung dieses Kraftschlusses durch Kettenschluss kann namentlich bei den zwei letzten Beispielen durch Verdoppelung geschehen, nämlich durch Verbindung von zwei gleichartigen kraftschlüssigen Ketten in solcher Weise, dass die Schliessungskräfte der einen denen der anderen entgegengesetzt gleich sind und deshalb durch innere Kräfte der vereinigten betreffenden Glieder ersetzt werden können. So geht aus zweien der besprochenen viergliedrigen kraftschlüssigen Ketten mit Zugkraftorgan (Riemen) durch Verbindung der zwei einzelnen zu einem endlosen Riemen und der zwei Lagerkörper durch einen Steg, eine gemein-

Fig. 31.

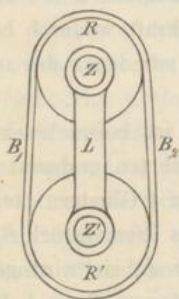
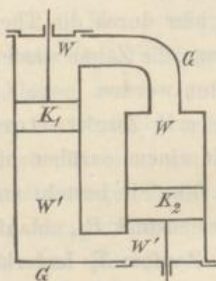


Fig. 32.



same Lagerplatte oder dergl. das bekannte Riemengetriebe (Fig. 31) hervor, d. i. eine fünfgliedrige zwangläufig geschlossene Kette, die nun als solche (d. h. als Kette, nicht bezüglich ihrer einzelnen Elemente) vom Kraftschluss befreit ist, und von deren Gliedern RZ und $R'Z'$ ternär, L , B_1 und B_2 binär sind. — Auf ähnliche Weise geht aus zweien der besprochenen viergliedrigen kraftschlüssigen Ketten mit Druckkraftorgan (Wasser) durch Verbindung von je zwei einseitig wirkenden zu einem zweiseitig wirkenden (d. h. beiderseitig von Wasser berührten) Kolben und der zwei Gefäße zu einem zusammenhängenden Gefäße (durch Leitungsröhren verbundene Hohlzylinder darstellend) das doppelt wirkende Wassergestänge (Fig. 32) hervor, gleichfalls eine fünfgliedrige zwangläufig geschlossene, als solche vom Kraftschluss befreite Kette, bestehend aus den unter sich getrennten Wassermassen W und W' als ternären Gliedern (den auch ternären Gliedern RZ und $R'Z'$ von Fig. 31 entsprechend), ferner dem Gefäße G als quaternärem Gliede (dem binären L in Fig. 31 entsprechend) und den zwei Kolben K_1 und K_2 als ternären Gliedern (den binären B_1 und B_2 in Fig. 31 entsprechend). — Durch verschiedene Durchmesser der Rollen oder der Kolben können dort die Winkelgeschwindigkeiten, hier die Translationsgeschwindigkeiten derselben in beliebige Verhältnisse gesetzt werden, die dadurch bedingt sind, dass ebenso wie bei Fig. 31 die Riemen B_1 und B_2 stets gleiche Weglängen, so bei Fig. 32 die ihnen entsprechenden Kolben K_1 und K_2 stets gleiche Räume durchlaufen.

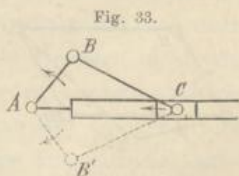
als
rul
ges
nis
äu
sor
ges
ang
die
änd
nur
der
bis
hin
auf
Gli
ein
dur
das
Sol
sein
hat
Zw

beg
lag
dar
nur
trie
gew
Se
tet,
den
and
Ku

§. 31. Todlagen von Getrieben.

Die zweite Art von Unselbständigkeit kinematischer Ketten, welche als nur bedingungsweise ihnen zukommend oben hervorgehoben wurde, beruht auf dem folgenden Umstande. Wenn eine im Allgemeinen zwangsläufig geschlossene Kette durch Feststellung eines gewissen Gliedes zum Mechanismus gemacht ist, und ein anderes Glied durch eine dasselbe angreifende äussere Kraft in gewissem Sinne in Bewegung gesetzt, der Mechanismus somit zum Getriebe wird (§. 1), so werden auch seine übrigen nicht festgestellten Glieder in bestimmter Weise mitbewegt, indem die das eine Glied angreifende Kraft von Glied zu Glied bis zum festgestellten Gliede durch die ganze Kette hindurch unter entsprechender Grössen- und Richtungsänderung und Zerlegung in Componenten übertragen wird. Dabei kann es nun der Fall sein, dass in gewissen Lagen des Getriebes die Richtungslinie der durch eines seiner Glieder übertragenen Kraft durch Stützpunkte aller bis zum festen Gliede noch folgenden (wenigstens zwei) Elementenpaare hindurchgeht, so dass dann die fragliche Kraft von dem betreffenden Gliede auf das festgestellte Glied übertragen wird ohne die dazwischen liegenden Glieder (resp. das wenigstens eine dazwischen liegende Glied) zu irgend einer Bewegung anzutreiben, während von solcher Lage aus diese Glieder durch anderweitige Kräfte in beiderlei Sinn bewegt werden können, ohne dass dadurch auch die übrigen in ihrem Bewegungssinne beeinflusst würden. Solche Lagen eines Getriebes heissen Todlagen desselben, weil es in ihnen seinen übrigens vorhandenen Charakter als zwangsläufige Kette eingebüsst hat, in Beziehung auf diese zur Erreichung des betreffenden machinalen Zweckes wesentliche Eigenschaft es also gewissermassen todt ist.

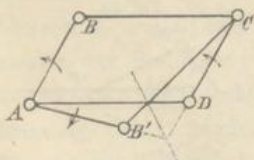
Dass bei dem hier vorausgesetzten (freilich nicht allgemein üblichen) begrifflichen Unterschiede zwischen Mechanismus und Getriebe die Todlagen nicht sowohl gewissen kinematischen Ketten oder selbst gewissen daraus hervorgehenden Mechanismen als solchen, sondern im Allgemeinen nur gewissen Verwendungsarten derselben als Getriebe zukommen, mag an einem Beispiel nachgewiesen werden. Es werde z. B. der bekannte Schubkurbelmechanismus (Fig. 33) betrachtet, bestehend aus Kurbel, Koppel, Schieber und dem festgestellten, einerseits das Kurbellager, andererseits die geradlinige Schieberbahn enthaltenden Stege; Steg und Kurbel, Kurbel und Koppel, Koppel und Schieber sind durch Drehkörper-



paare, deren parallele Axen beziehungsweise mit A, B, C bezeichnet seien, verbunden, Schieber und Steg durch ein Prismenpaar, dessen Schubrichtung rechtwinklig gegen A, B und C gerichtet und mit der Ebene AC parallel ist. Dieser Mechanismus liefert ein unbedingt selbständiges Getriebe, wenn die Kurbel durch die treibende Kraft unmittelbar gedreht wird (Kurbelschubgetriebe), dagegen hat das Getriebe, welches aus demselben Mechanismus dadurch hervorgeht, dass der Schieber durch die treibende Kraft hin und her bewegt wird (Schubkurbelgetriebe), zwei Todlagen, den Grenzlagen des Schiebers entsprechend. In diesen Lagen wird die den Schieber angreifende Kraft ohne Zerlegung und Richtungsänderung durch die Koppel und die Kurbel auf den festen Steg übertragen, indem ihre Richtungslinie, die jetzt in einer Ebene liegenden Axen A, B, C rechtwinklig schneidend, durch die Stützpunkte hindurchgeht, in denen sich die Elemente der den Schieber mit der Koppel, diese mit der Kurbel, diese mit dem Stege verbindenden Paare berühren; Kurbel und Koppel sind dann je von entgegengesetzt gleichen Kräften angegriffen, die sich an ihnen Gleichgewicht halten, während durch anders gerichtete, z. B. die Kurbel in fraglicher Lage angreifende Kräfte sie selbst und die Koppel im einen oder anderen Sinne aus jener Lage herausbewegt werden können unbeschadet der in beiden Fällen gleichen Bewegung des Schiebers.

In Betreff dieses den Todlagen eines Getriebes eigenthümlichen Umstandes, dass von ihnen aus ein Theil der Kettenglieder in beiderlei Sinn bewegt werden kann, unbeschadet des stets gleichen Bewegungssinnes der übrigen, verdient der Fall besonders hervorgehoben zu werden, dass bei jenen entgegengesetzten Bewegungen des einen Theils der Kettenglieder der kinematische Charakter des Getriebes ein anderer wird, einen Wechsel erfährt, in welchem Falle mit Reuleaux die betreffende Todlage eine Wechsellage des Getriebes genannt werden möge. Die Todlagen des oben besprochenen Schubkurbelgetriebes (Fig. 33) haben diesen Charakter nicht; denn wenn dasselbe von einer solchen Lage aus mit dem einen

Fig. 34.



oder anderen Drehungssinne der Kurbel in die zweite Todlage übergeht, so sind die aufeinander folgenden Configurationen der Kette in beiden Fällen einander symmetrisch gleich, und gleichen Wegen des Schiebers entsprechen in beiden Fällen gleich grosse Drehungswinkel der Kurbel. Handelt es sich aber z. B. um einen Zwillings-

kurbelmechanismus (Fig. 34), bestehend aus zwei (von Axe zu Axe gerechnet) gleich langen Kurbeln AB und CD , die einerseits durch eine

Kopp
verm
sind
aus d
Zusan
aber
einer
in gl
Kurb
Mal
ständ
die S
Viere
treibe
ander
rakte
trisc

durch
Kette
lagen
schlie

nur z
kung
wird
dem
rende
kurbe
insbes
überh
mit n
schritt
dern
I
Kraft

Koppel BC , andererseits durch einen ebenso langen festgestellten Steg AD mittels 4 Drehkörperpaare mit parallelen Axen A, B, C, D verbunden sind, so hat das durch primäre Drehung der einen oder anderen Kurbel aus diesem Mechanismus hervorgehende Getriebe auch zwei Todlagen, dem Zusammenfallen der Ebene BC mit der festen Ebene AD entsprechend, die aber hier in der That Wechsellagen sind. Denn wenn das Getriebe aus einer dieser Lagen in die andere, während die treibende Kurbel CD stets in gleichem Sinne rotirt, das eine Mal so übergeht, dass die getriebene Kurbel (AB in Fig. 34) der treibenden beständig parallel bleibt, das andere Mal so, dass die getriebene Kurbel (AB' in Fig. 34) der treibenden beständig symmetrisch gegenüber liegt in Beziehung auf die Gerade, welche die Schnittpunkte der gleichen Gegenseiten AB', CD und $B'C, DA$ des Vierecks $AB'CD$ verbindet, so entsprechen gleichen Drehungswinkeln der treibenden Kurbel nicht auch in beiden Fällen gleiche Drehungswinkel der anderen. Die Getriebe beider Fälle haben verschiedene kinematische Charaktere und sind etwa als Parallelkurbelgetriebe und als symmetrisches Zwillingenkurbelgetriebe ausdrücklich zu unterscheiden.

§. 32. Zwangläufige Ueberschreitung der Todlagen.

Die einem Getriebe in seinen Todlagen fehlende Zwangläufigkeit kann durch verschiedene Mittel herbeigeführt werden: durch Kraftschluss, durch Kettenschluss, oder durch Elementenpaare, die nur in der Nähe der Todlagen zu gegenseitiger Stützung gelangen und dadurch die Kette zwangläufig schliessen.

Der Kraftschluss kann zuweilen durch Kräfte bewirkt werden, die nur zeitweise bei der Annäherung des Getriebes an eine Todlage zur Wirkung kommen, z. B. durch Gewichte, denen die Unterstützung entzogen wird. Häufiger wird er aber mittelbar durch die lebendige Kraft einer mit dem Getriebe in beständiger Bewegung befindlichen, besonders einer rotirenden Masse, eines sogenannten Schwungrades bewirkt (bei dem Schubkurbelgetriebe z. B. durch ein Schwungrad auf der Kurbelwelle), und zwar insbesondere dann, wenn es darauf ankommt, dass die Todlagen nicht nur überhaupt mit bestimmtem Bewegungssinne jedes Gliedes, sondern zugleich mit möglichst unveränderlichen Geschwindigkeiten gewisser Glieder überschritten werden, eine Aufgabe, die indessen nicht bloß kinematischer, sondern zugleich mechanischer Natur ist.

Dieser Massenkraftschluss, wie er als ein durch die lebendige Kraft bewegter Massen vermittelter Kraftschluss näher bezeichnet werden

kann, ist für sich allein unzureichend, wenn das Getriebe von jeder, insbesondere also auch von einer Todlage aus erst in Bewegung soll gesetzt werden können. Der dann meistens angewendete Kettenschluss besteht in der Zuhülfenahme eines zweiten, dem ersten gleichen Getriebes, welches mit jenem so verbunden wird, dass niemals beide zugleich in Todlagen sich befinden. Sofern das auf unendlich mannigfache Weise geschehen kann, bleibt die nähere Bestimmung der besten Verbindungsweise beider Getriebe (ebenso wie beim Kraftschluss durch ein Schwungrad die Bestimmung der zweckdienlichsten Masse und Massenvertheilung desselben) ein vorwiegend mechanisches Problem, bedingt durch die Anforderungen, die an den Gang der betreffenden Maschine, an das Aenderungsgesetz der Geschwindigkeiten gewisser Bestandtheile derselben gestellt werden. So können die Todlagen eines Schubkurbelgetriebes zwangläufig überschritten werden durch Verbindung von zwei gleichen solchen Getrieben mit gemeinschaftlicher Kurbelwelle (z. B. bei sogenannten Zwillingdampfmaschinen), die dann behufs möglichst gleichförmiger Rotation dieser Welle so angeordnet zu werden pflegen, dass die Summe des spitzen Winkels α , unter dem die beiden Kurbelrichtungen, und des spitzen Winkels β , unter dem die beiden Schubrichtungen gegen einander geneigt sind, $= 90^\circ$ ist, dass insbesondere $\alpha = 90^\circ$ (rechtwinklig versetzte Kurbeln) für $\beta = 0$ (gleiche Schubrichtungen), oder $\alpha = 0$ (gleich gerichtete Kurbeln, die dann auch zu einer beiden Getrieben gemeinschaftlichen vereinigt werden können) für $\beta = 90^\circ$ (rechtwinklig sich kreuzende Schubrichtungen) ist.

Der hier zunächst erwähnte Kettenschluss, insofern er in der Zuhülfenahme eines zweiten Getriebes, also eines selbst durch eine äussere Kraft angegriffenen Mechanismus besteht, kann näher als Kraftkettenschluss bezeichnet und von einem reinen Kettenschluss unterschieden werden. Gewöhnlich ist er mit Massenkraftschluss combinirt, so bei Zwillingdampfmaschinen mit einem Schwungrade, das dann aber leichter sein darf, als unter sonst gleichen Umständen die Schwunräder der isolirten Maschinen zusammen. Auch bei Locomotiven (Zwillingdampfmaschinen, dem Falle $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 0$ entsprechend) ist zugleich Massenkraftschluss vorhanden, bewirkt durch die lebendige Kraft des ganzen Zuges unter Vermittelung der Reibung zwischen den Triebrädern und den Schienen.

Der reine Kettenschluss zur zwangläufigen Ueberschreitung der Todlagen eines Getriebes besteht in der Verbindung des letzteren mit einem anderen, dem seinigen gleichartigen Mechanismus, der nicht auch durch eine besondere äussere Kraft angegriffen wird, vielmehr nur dazu dient, die Uebertragung der Kraft und der Bewegung von dem unmittelbar an-

gegriffenen zu dem festgestellten Gliede des ursprünglichen Mechanismus unter diesem und dem hinzugefügten so zu vertheilen, dass sie in den Todlagen des ersteren von letzterem allein und zwar zwangläufig übernommen werden kann. So können die Todlagen des Parallelkurbelgetriebes $ABCD$ (Fig. 34, §. 31) kettenschlüssig überschritten werden durch Verbindung mit einem Mechanismus gleicher Art, der mit jenem den Steg AD gemein hat, und dessen unter sich (nicht nothwendig auch mit AB und CD) gleich lange Kurbeln AB' und $C'D$ beziehungsweise mit den Kurbeln AB und CD durch die gemeinschaftlichen Axen A und D in solcher Weise fest verbunden sind, dass die gleichen Winkel BAB' , CDC' von 0 und 180° verschieden, insbesondere etwa $= 90^\circ$ sind (Locomotiven mit gekuppelten Axen); oder auch dadurch, dass eine dritte Kurbel $A'B'$, die (in einer Ebene mit den ebenso langen Kurbeln AB und CD) um eine fest gelagerte, mit A und D parallele, aber nicht in derselben Ebene liegende Axe A' drehbar ist, mit den Kurbelzapfen B und C durch Koppeln von den Längen $B'B = A'A$ und $B'C = A'D$ verbunden wird, die dann auch mit der ersten Koppel BC zu einem dreieckigen Rahmen BCB' vereinigt werden können.

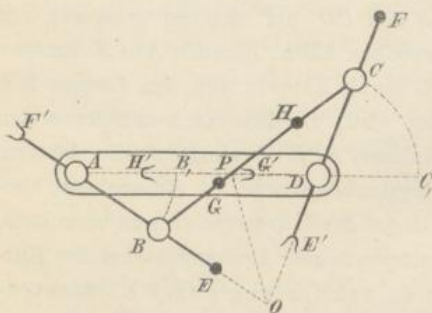
Bei dem symmetrischen Zwillingkurbelgetriebe ist ein analoges Verfahren, die Ueberschreitung der Todlagen durch Kettenschluss zu vermitteln, wegen des variablen Verhältnisses entsprechender Drehungswinkel der Kurbeln nicht ausführbar; dagegen führt die Schliessung durch Elementenpaare hier zum Ziele. Bei dieser Methode im Allgemeinen müssen von den Axoiden der aushülfsweise vorübergehend zu paarenden zwei Kettenglieder G , G' (jedenfalls solcher, die nicht schon beständig gepaart sind, also nicht benachbarter Glieder) kleine Stücke beiderseits von ihrer Berührungslinie (Polaxe) in der Todlage des Getriebes bekannt sein, insbesondere im gewöhnlichen Falle cylindrischer Axoide kleine Stücke ihrer Querschnitte (Polbahnen) B , B' beiderseits von ihrem der Todlage entsprechenden Berührungspunkte (Pol) P . Verzeichnet man in diesem Falle ein kleines Stück der Bahn F' , das der in der Todlage mit P zusammenfallende Punkt F der Polbahn B beiderseits von dieser Lage relativ gegen B' durchläuft (entsprechend dem Rollen von B auf B'), so kann man nach den Methoden der Punktverzahnung und des Ersatzes von Elementenprofilen durch äquidistante Curven (§. 18) als das Profil des mit dem Gliede G zu verbindenden Elementes einen aus F als Mittelpunkt mit irgend einem kleinen Halbmesser ρ beschriebenen Kreis, und als das entsprechende Profil des anderen Elementes eine mit F' in der Entfernung ρ äquidistante Curve wählen. Das in der Todlage die Glieder G , G' paarende und dadurch bei passender Wahl dieser Glieder die Kette zwangläufig schliessende Elementenpaar ist

dann ein triebstockförmiger einzelner Zahn mit einer gabelförmigen entsprechenden einzelnen Zahnücke.

Wenn nun z. B. das symmetrische Zwillingsskurbelgetriebe $ABCD$ in seinen Todlagen durch Elementenpaarung zwangläufig gemacht werden soll, so kann das durch Paarung entweder der Kurbeln AB und CD , oder der Koppel BC mit dem Stege AD geschehen, und es ergeben sich die diesen beiden Gliederpaaren als Elementenpaare entsprechenden Polbahnen durch folgende Betrachtung.

Es sei $ABCD$ (Fig. 35) irgend eine Lage des Getriebes, entsprechend den von der Todlage AB, C, D aus gerechneten, in entgegengesetztem Sinne beschriebenen Drehungswinkeln

Fig. 35.



B, AB und C, DC der Kurbeln, deren Länge hier kleiner, als die von Steg und Koppel vorausgesetzt ist; P sei der Durchschnittspunkt der Geraden AD und BC , O der Schnittpunkt von AB und CD . Wegen Gleichheit der Seiten sind die Dreiecke ABD und CDB congruent und symmetrisch liegend in Beziehung auf die Normale ihrer gemeinsamen Seite BD im Mittelpunkte derselben, so dass sie durch Drehung um diese Symmetrieaxe zur Deckung gebracht werden können. Letztere enthält deshalb die Punkte O, P und halbiert die Winkel AOC, APC (ihre Normale in P die Scheitelwinkel APB, CPD), und es ist:

$$\begin{aligned} OA &= OC, & OB &= OD, \\ PA &= PC, & PB &= PD. \end{aligned}$$

Nun besteht die augenblickliche Bewegung von CD gegen AB in einer Drehung um P als Pol, nämlich als den Punkt, in dem sich die entsprechenden Halbmesser der von C um B und von D um A beschriebenen Kreise schneiden, und da

$$AP + BP = AD = DP + CP$$

ist, so folgt, dass die Polbahnen der Kurbeln AB und CD congruente Ellipsen sind mit den grossen Axen EF' und $E'F = AD$ und mit den Brennpunkten A, B resp. C, D .* Diese Ellipsen berühren

* Die Beziehungen zwischen entsprechenden Drehungswinkeln von solchen um je einen ihrer Brennpunkte drehbaren congruenten elliptischen Polbahnen,

sich mit PO als gemeinsamer Tangente in einem wechselnden Punkte P von AD . In der einen Todlage AB, C, D fallen E und E' in der einen Grenzlage von P , in der anderen fallen F und F' in der anderen Grenzlage von P zusammen. E und E' , F und F' sind deshalb an entsprechenden Verlängerungen der Kurbeln als Zähne E, F und Zahnlücken E', F' (Triebstöcke und Gabeln) zu gestalten, um die Kurbeln zusammen zu paaren.

Was die Paarung der Koppel mit dem Stege betrifft, so kann man bemerken, dass die augenblickliche Bewegung von BC gegen AD (Fig. 35) eine Drehung um O , und dass

$$OA - OD = AB$$

ist. Daraus folgt, dass die Polbahn des Steges AD eine Hyperbel mit den Brennpunkten A, D und mit der reellen Axe $G'H' =$ der Kurbellänge ist, ebenso dann natürlich auch die Polbahn des (mit AD vertauschbaren) Gliedes BC die jener congruente Hyperbel mit den Brennpunkten B, C und der Axe $GH = G'H'$. Beide Hyperbeln berühren sich im Durchschnittspunkte O der Kurbelrichtungen (Mittellinien der Kurbeln) mit gemeinsamer Tangente OP . In den Todlagen des Getriebes fallen G, G' resp. H, H' mit dem Pol O zusammen, und es kann etwa die Koppel bei G und H mit Triebstöcken, der Steg bei G' und H' mit Gabeln als entsprechenden Zahnlücken versehen werden.

Ebenso wie durch Kettenschluss ist, übrigens auch durch Elementenpaare die Ueberschreitung der Todlagen eines Getriebes nicht immer ausführbar; denn es ist dazu nöthig, dass der Pol der zu paarenden Glieder in zugänglicher Entfernung und auch nicht in der Richtungslinie der treibenden Kraft liege. Bei dem Schubkurbelgetriebe (Fig. 33) ist es also nicht möglich, weil in den Todlagen der Pol sowohl für die relative Bewegung von Kurbel und Schieber (d. i. der mit A zusammenfallende Schnittpunkt von BC mit der in A auf AC errichteten Senkrechten) wie für die relative Bewegung von Koppel und Steg (d. i. der mit C zusammenfallende Schnittpunkt von AB mit der in C auf AC errichteten Senkrechten) in die Richtungslinie AC der den Schieber angreifenden Kraft fällt; bei dem Parallelkurbelgetriebe (Fig. 34) ist es deshalb unthunlich, weil der Pol sowohl für die relative Bewegung der Kurbeln (Schnittpunkt von Koppel und Steg) wie für die relative Bewegung von Koppel und Steg (Schnittpunkt der Kurbeln) im Unendlichen liegt.

die also auch für entsprechende Drehungswinkel der Kurbeln AB und CD des vorliegenden Getriebes gelten, wurden in §. 22 unter 2) einer näheren Betrachtung unterworfen.