## Theoretische Maschinenlehre

in 4 Bänden

Theorie der Kraftmaschinen


**Grashof, Franz**



**Leipzig, 1890**


a. Luftmotoren mit offener Feuerung

eines Capitals verbrauchen, welches uns auf unabsehbare Zeiten mit der Sonnenwärme, überhaupt mit ausserhalb der Erde liegenden Quellen gegeben ist.*

## a. Luftmotoren mit offener Feuerung.

### 1. Geschlossene Maschinen.

#### α. Allgemeine Erörterungen.

#### §. 122. Theoretische Grundlagen.

Für den Gebrauch im folgenden seien hier die theoretischen Grundlagen gemäss Bd. I mit einigen Ergänzungen zusammengestellt, und zwar in der Weise verallgemeinert, dass jetzt nicht vom Volumen $v$ der Gewichtseinheit (spec. Volumen), sondern vom ganzen Volumen $= V$ Cubikm. der jeweils in Betracht kommenden Luftmenge $= G$ Kgr. gesprochen, dass also $v = \frac{V}{G}$ gesetzt, und unter $GdU$ bezw. $GdQ$ mit der Bezeichnung $dU$ bezw. $dQ$ die Zunahme des inneren Arbeitsvermögens bezw. die von

* Wenn der Werth eines Brennstoffes nur als Arbeitswerth desselben aufgefasst wird, bedingt durch die damit durch Verbrennung und umkehrbare Zustandsänderungen höchstens erzielbare mechanische Arbeit, entsprechend dem von Zeuner so genannten „effectiven Wirkungsgrad der ganzen Anlage" = dem Verhältniss der effectiv gewonnenen Arbeit zu jenem Arbeitswerth (nicht Arbeitsvermögen oder Energie) des dazu verwendeten Brennstoffs, so ergiebt sich dieser Wirkungsgrad natürlich grösser, als der oben so genannte wirthschaftliche Wirkungsgrad, indem damit der erwähnte principielle Mangel jeder Arbeitsgewinnung aus Verbrennungswärme im Wesentlichen eliminirt wird. Allein jener Arbeitswerth des Brennstoffs ist nicht eine allgemein, sondern nur auf Grund gewisser Voraussetzungen bestimmbare Grösse, die insbesondere von den Umständen abhängt, unter welchen die Verbrennung stattfindet. Beide Auffassungen, diejenige von Zeuner und die von ihm so genannte Redtenbacher'sche, haben je nach dem Gesichtspunkt ihre Berechtigung, und es kann nicht mit Recht die eine als schlechtweg unrichtig und veraltet infolge der Lehren der mechanischen Wärmetheorie, die andere als allein richtig bezeichnet werden. Hier ist es vorgezogen worden, Redtenbacher's Auffassung zugrunde zu legen, weil der wirthschaftliche Wirkungsgrad eine allgemein nicht nur definirbare, sondern auch zahlenmässig bestimmbare Grösse ist, die den Zeuner'schen effectiven Wirkungsgrad als Factor enthält, weil ferner der seinen Preis bestimmende Werth eines Brennstoffs nur zum Theil durch seinen Arbeitswerth bedingt, und weil schliesslich die durch den Gesammtwerth bedingte Wirthschaftlichkeit der Verwerthung für die Vortheilhaftigkeit einer betreffenden Anlage, insbesondere auch eines Wärmemotors massgebend ist, insoweit dieselbe vom Brennstoff überhaupt abhängt.

aussen mitgetheilte Wärme für diese ganze Luftmenge bei ihrer elementaren, als umkehrbar vorausgesetzten Zustandsänderung verstanden werden soll. Ist dann nach wie vor $p$ der Druck (Kgr. pro Quadratm.), $T$ die absolute Temperatur, so ist nach Bd. I, §. 18, Gl. (4):

$$pV = GRT \quad \ldots \quad (1),$$

unter $R$ eine Constante verstanden, welche für irgend ein Gas mit der Dichtigkeit $\delta$ in Beziehung auf atmosphärische Luft von gleichem Druck und gleicher Temperatur den Werth hat:

$$R = \frac{29{,}27}{\delta}.$$

Sind ferner $c_p$ und $c_v$ die spec. Wärmen bezw. für constanten Druck und für constantes Volumen, und ist $A$ der Wärmewerth der Arbeitseinheit, so ist nach den Gleichungen (5), (6), (7) a. a. O.

$$dQ = \frac{1}{R}(c_p\, p\, dV + c_v\, V dp) \quad \ldots \quad (2)$$

$$= Gc_v dT + ApdV \quad \ldots \quad (3)$$

$$= Gc_p dT - AVdp \quad \ldots \quad (4).$$

Darin ist $A = \frac{1}{424}$ und für atmosphärische Luft nach Bd. I, §. 17:

$$c_p = 0{,}2375 \quad \text{und} \quad c_v = 0{,}1684,$$

während für irgend ein Gas die beiden sogenannten Hauptgleichungen zusammenfallen in der Gleichung (Bd. I, §. 19, Gl. 1):

$$c_p - c_v = AR \quad \ldots \quad (5),$$

wofür nach Bd. I, §. 19, Gl. (2) und (3) auch sehr nahe gesetzt werden kann:

$$c_p - c_v = \frac{0{,}0691}{\delta} = \frac{2}{m},$$

unter $m$ das Molekulargewicht (Wasserstoff = 2) verstanden; für einen beobachteten Werth von $c_p$ ergiebt sich daraus $c_v$. Nach Bd. I, §. 19, Gl. (4) und (5) ist endlich:

$$dU = G\frac{c_v}{A}dT = \frac{d(pV)}{n-1} \quad \ldots \quad (6)$$

mit

$$n = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}41 \text{ für atm. Luft. —}$$

Nach Bd. I, §. 14, Gl. (6) ist für jeden umkehrbaren Kreisprocess:

$$\int \frac{dQ}{T} = 0,$$

also auch bei Multiplication mit $\frac{G}{A}$ und der jetzigen Bedeutung von $dQ$:

$$\int \frac{dQ}{AT} = 0.$$

Es ist also $\frac{dQ}{AT}$ das vollständige Differential einer Function der den Wärmezustand charakterisirenden Elemente, z. B. von $p$ und $V$; wird es $= dP$ gesetzt, also

$$dP = \frac{dQ}{AT}, \text{ so ist } \Delta P = \int \frac{dQ}{AT} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7).$$

Indem $dQ = 0$ und $dP = 0$ sich gegenseitig bedingen, kann $P =$ Const. als Gleichung einer adiabatischen Zustandscurve gelten; und wenn in der Gleichung (7) für $\Delta P$ das Integral längs einer beliebigen Zustandscurve von einem Punkte der Adiabate $P = P_1$ bis zu einem Punkte der Adiabate $P = P_2$ genommen wird, so heisse $\Delta P$ die Zunahme des Wärmegewichts beim Uebergange von der Adiabate $P_1$ zur Adiabate $P_2$. Wäre jene Zustandscurve eine Isotherme, also $T$ constant $= T_1$, so wäre $\Delta P = \frac{Q}{AT_1}$, welche Grösse bereits in Gl. (61) dieses Bandes nach Zeuner als ein Wärmegewicht bezeichnet worden war.

Ist $a_1 a_2$ irgend eine Zustandscurve, bezogen also auf rechtwinklige Axen der $V$ und der $p$, ist ferner $\alpha_1 \alpha_2$ die Curve, deren Punkte die den Punkten von $a_1 a_2$ entsprechenden Werthe von $P$ und $T$ zu rechtwinkligen Coordinaten haben, so hat diese von Zeuner als Abbildung von $a_1 a_2$ bezeichnete Curve $\alpha_1 \alpha_2$ die Eigenschaft, dass ein elementarer Flächenstreifen derselben, der von ihr, von der $P$-Axe und von den dazu senkrechten Ordinaten der Endpunkte eines Curvenelements von $\alpha_1 \alpha_2$ begrenzt wird, also der Flächenstreifen

$$= T dP = \frac{dQ}{A} \text{ ist nach (7),}$$

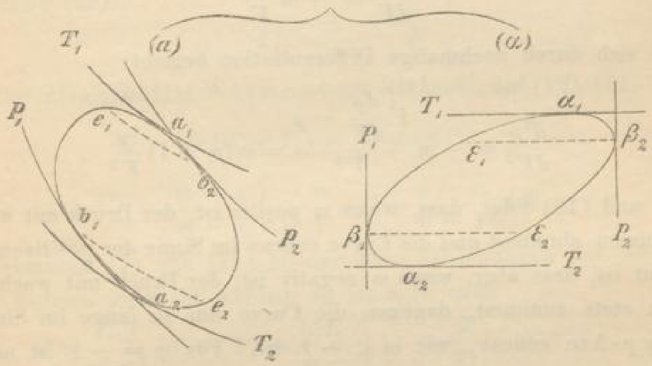
und dass folglich, wenn $Q$ die bei der Zustandsänderung längs $a_1 a_2$ mitgetheilte Wärme bedeutet,

$$\frac{Q}{A} = \int T dP = \text{Fläche } \beta_1 \alpha_1 \alpha_2 \beta_2$$

ist, unter $\beta_1$ und $\beta_2$ die Projectionen von $\alpha_1$, $\alpha_2$ auf die $P$-Axe verstanden. Ist die Abbildung $\alpha_1 \alpha_2$ einmal gezeichnet, wozu die Ausdrücke (2) — (4) von $dQ$ mit der Gleichung (1) zwischen $p$, $V$ und $T$ nebst der Beziehung (7) die Hülfsmittel darbieten, so ist diese graphische Bestimmung von $Q$ bequemer und auch sicherer, als die in Bd. I, §. 16, besprochene, weil die durch $a_1$ gehende Isodyname und die durch $a_2$ gehende Adiabate sich oft unter sehr kleinem Winkel schneiden.

Nach Obigem ist natürlich die Abbildung einer Isotherme eine mit der $P$-Axe, die Abbildung einer Adiabate eine mit der $T$-Axe parallele Gerade, ferner die Abbildung einer geschlossenen Zustandscurve, einem Kreisprocess entsprechend, selbst eine geschlossene Curve.

Fig. 105.




In diesem Sinne sei in Fig. 105 die Figur $(\alpha)$ die Abbildung von $(a)$, so dass die Berührungspunkte $\alpha_1$ und $\alpha_2$ der ersteren mit den Abbildungen $T_1$, $T_2$ der einschliessenden Isothermen den Berührungspunkten $a_1$ und $a_2$ der letzteren mit $T_1$, $T_2$ entsprechen, die Berührungspunkte $\beta_1$ und $\beta_2$ der ersteren Figur mit den Abbildungen $P_1$, $P_2$ der einschliessenden Adiabaten den Berührungspunkten $b_1$ und $b_2$ der letzteren mit $P_1$, $P_2$. Auf dem Wege $b_1 a_1 b_2$ bezw. $\beta_1 \alpha_1 \beta_2$ findet Mittheilung einer gewissen Wärmemenge $Q_1$, auf dem Wege $b_2 a_2 b_1$ bezw. $\beta_2 \alpha_2 \beta_1$ findet Entziehung einer gewissen Wärmemenge $Q_2$ statt. Dabei wird $\frac{Q_1 - Q_2}{A}$, also die gewonnene Arbeit, sowohl durch die von der einen, als durch die von der anderen Curve umschlossene Fläche dargestellt, im Falle von Fig. $(\alpha)$ nur auch jede der beiden Arbeiten $\frac{Q_1}{A}$ und $\frac{Q_2}{A}$ einfach durch die leicht zeichenbare Fläche, welche zwischen $P_1$ und $P_2$, der $P$-Axe und $\beta_1 \alpha_1 \beta_2$ bezw. $\beta_2 \alpha_2 \beta_1$ liegt. Sind $\beta_1 \varepsilon_2$ und $\beta_2 \varepsilon_1$ horizontal, entsprechend den Isothermen $b_1 e_2$ und $b_2 e_1$, so kann die auf dem Wege $\beta_2 \varepsilon_2$ bezw. $b_2 e_2$ entzogene Wärme, wenn sie zeitweilig in einem sogenannten Regenerator aufgespeichert wird, zur Unterstützung der zwischen denselben Temperaturen stattfindenden Wärmemittheilung auf dem Wege $\beta_1 \varepsilon_1$ bezw. $b_1 e_1$ wieder benutzt werden. Uebrigens soll solche Regeneratorwirkung erst später bei ausgeführten Wärmemotoren näher in Betracht gezogen werden. —

Für eine polytropische Zustandscurve mit der Gleichung:

$$p\,V^m = \text{Const.} \quad \ldots \quad (8),$$

unter $p$ und $V$ positive Grössen und unter $m$ eine beliebige Zahl zwischen $-\infty$ und $+\infty$ verstanden, ist nach Bd. I, §. 20:

$$\frac{dp}{dV} = -m\frac{p}{V} \quad \ldots \quad (9),$$

während sich durch nochmalige Differentiation ergiebt:

$$\frac{d^2p}{dV^2} = -m\frac{V\frac{dp}{dV} - p}{V^2} = m(m+1)\frac{p}{V^2} \quad \ldots \quad (10).$$

Aus (9) und (10) folgt, dass, wenn $m$ positiv ist, der Druck mit wachsendem Volumen abnimmt und die Curve concav im Sinne der positiven $p$-Axe gekrümmt ist, dass aber, wenn $m$ negativ ist, der Druck mit wachsendem Volumen stets zunimmt, dagegen die Curve nur so lange im Sinne der positiven $p$-Axe concav, wie $m < -1$ ist. Für $m = -1$ ist nach (9) und (10):

$$\frac{dp}{dV} = \frac{p}{V} \text{ und } \frac{d^2p}{dV^2} = 0,$$

die Curve folglich eine durch den Ursprung der Coordinaten gehende Gerade. Liegt sie zwischen den Geraden, welche $m = -1$ und $m = 0$ entsprechen, so ist sie convex im Sinne der positiven $p$-Axe.

Für eine solche der Gleichung (8) entsprechende Zustandscurve, von welcher zwei Punkte die Coordinaten $p_1$, $V_1$ und $p$, $V$ haben, ist nach Bd. I, §. 20:

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^m \text{ und } \frac{T}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^{m-1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} \quad \ldots \quad (11)$$

und die specifische Wärme $c$ constant, nämlich:

$$c = \frac{m-n}{m-1}c_v \quad \ldots \quad (12).$$

Letztere ist immer positiv, ausser wenn $m$ zwischen 1 und $n$, die Curve also zwischen zwei durch denselben Punkt gehenden solchen Curven liegt, von denen die eine isothermisch, die andere adiabatisch ist.

Bei einem solchen Uebergange vom Zustande $p_1$, $V_1$, $T_1$ zum Zustande $p$, $V$, $T$ ist ferner die Expansionsarbeit mit Rücksicht auf (9):

$$E = \int_{V_1}^{V} p\,dV = pV - p_1 V_1 - \int_{V_1}^{V} V\,dp = pV - p_1 V_1 + m \int_{V_1}^{V} p\,dV$$

$$E = \frac{pV - p_1 V_1}{1 - m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (13),$$

ferner die Zunahme an innerem Arbeitsvermögen gemäss (6):

$$\varDelta U = G\frac{c_v}{A}(T - T_1) = \frac{pV - p_1 V_1}{n - 1} \quad \ldots\ldots\ (14)$$

oder wegen (13):

$$\varDelta U = \frac{1 - m}{n - 1} E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (15)$$

Die dabei mitgetheilte Wärme ist mit Rücksicht auf (12), (14) und (15):

$$Q = Gc(T - T_1) = \frac{c}{c_v} \varDelta(AU) \quad \ldots\ldots\ldots\ (16)$$

$$= \frac{m - n}{m - 1}\,\frac{1 - m}{n - 1} AE = \frac{n - m}{n - 1} AE \ldots\ldots\ (17).$$

Vermittels (1) und (11) können diese Gleichungen auf verschiedene andere Formen gebracht werden; so ist z. B. auch

$$E = \frac{GR}{m - 1}(T_1 - T) = \frac{GRT_1}{m - 1}\left(1 - \frac{T}{T_1}\right) \ldots\ldots\ldots\ (18)$$

$$= \frac{p_1 V_1}{m - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V}\right)^{m-1}\right] = \frac{p_1 V_1}{m - 1}\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}\right] \ldots (19).$$

Ist insbesondre die Zustandscurve eine Isotherme, also

$$T = T_1 \qquad m = 1 \qquad c = \infty \qquad \varDelta U = 0,$$

so werden $E$ und $Q$ logarithmisch, nämlich nach §. 20 a. a. O.

$$E = GRT_1\, ln \frac{V}{V_1} = GRT_1\, ln \frac{p_1}{p} = \frac{Q}{A} \ldots\ldots\ (20).$$

Endlich erhält man auch für die Zunahme $\varDelta P$ des Wärmegewichts beim Uebergang vom Zustande $p_1$, $V_1$, $T_1$ zum Zustande $p$, $V$, $T$ gemäss Gl. (8), weil nach (7):

$$A\,dP = \frac{dQ}{T} = Gc\frac{dT}{T}$$

ist, mit Rücksicht auf (11) und (12):

$$A\varDelta P = Gc\, ln \frac{T}{T_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (21)$$

$$= Gc(m - 1)\, ln \frac{V_1}{V} = Gc_v(m - n)\, ln \frac{V_1}{V} \ \ldots\ldots\ (22)$$

$$= Gc\frac{m - 1}{m}\, ln \frac{p}{p_1} = Gc_v \frac{m - n}{m}\, ln \frac{p}{p_1} \ \ldots\ldots\ (23).$$

## §. 123. Kreisprocesse zwischen zwei Paaren gleichartiger polytropischer Curven.

Die Zustandscurve des Kreisprocesses der Luft bestehe (Fig. 106) aus zwei Curvenpaaren

$$a_2 a_0 \text{ und } a_1 a \text{ mit der Gleichung } p V^{m_1} = \text{Const.}$$
$$a_0 a_1 \text{ und } a a_2 \text{ mit der Gleichung } p V^{m_2} = \text{Const.}$$

Die specifische Wärme sei im ersten Falle $= c_1$, im zweiten $= c_2$, bestimmt durch Gleichung (12) im vorigen Paragraph bezw. mit $m = m_1$ und $m = m_2$. Druck, Volumen und Temperatur, letztere hier immer als absolute Temperatur verstanden, seien in den Punkten (Zuständen) $a_2$, $a_0$, $a_1$, $a$ bezw.

$$p_2 V_2 T_2 \qquad p_0 V_0 T_0 \qquad p_1 V_1 T_1 \qquad p V T.$$

Diese Grössen stehen in folgenden Beziehungen zu einander. Indem nach (11), §. 122:

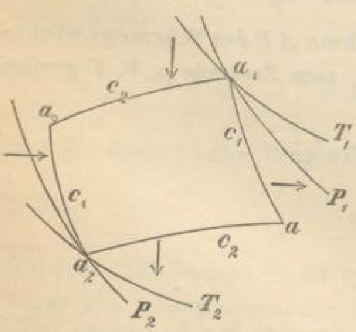
$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{V}{V_1}\right)^{m_1 - 1} \text{ und } \frac{T_2}{T_0} = \left(\frac{V_0}{V_2}\right)^{m_1 - 1}$$
$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{m_2 - 1} \text{ und } \frac{T_2}{T} = \left(\frac{V}{V_2}\right)^{m_2 - 1}$$

ist, ergiebt sich durch Multiplication der in der ersten und zweiten Reihe stehenden je zwei dieser Gleichungen:

$$\frac{T_1 T_2}{T_0 T} = \left(\frac{V_0 V}{V_1 V_2}\right)^{m_1 - 1} = \left(\frac{V_0 V}{V_1 V_2}\right)^{m_2 - 1}.$$

Letztere können wegen Verschiedenheit von $m_1$ und $m_2$ zusammenbestehen nur im Falle:

Fig. 106.




$$\frac{V_0 V}{V_1 V_2} = 1 = \frac{T_1 T_2}{T_0 T}$$

und folgt also:

$$T_1 T_2 = T_0 T \text{ und } V_1 V_2 = V_0 V \quad . . (1),$$

dann wegen (1), §. 122 auch:

$$p_1 p_2 = p_0 p \quad . . . . . . (2).$$

Die Zustandscurve liege zwischen den durch $a_1$, $a_2$ gehenden Isothermen $a_1 T_1$, $a_2 T_2$ und Adiabaten $a_1 P_1$, $a_2 P_2$, so dass $m_1$ und $m_2$ nicht positiv $> 1$ und $< n$ sein sollen. $T_1$ ist dann die grösste, $T_2$ die kleinste Temperatur, und sind nach vorigem Paragraph $c_1$ und $c_2$ positiv, findet also Mittheilung von Wärme $= Q_1$ längs $a_2 a_0 a_1$, Entziehung von Wärme $= Q_2$ längs $a_1 a a_2$ statt, die eine wie die andere zwischen denselben Temperaturgrenzen, so dass im Princip $Q_2$ ganz und gar zur Mittheilung von $Q_1$ wieder benutzt werden könnte.

Die Prüfung des Kreisprocesses soll nach §. 121 mit Rücksicht auf seinen Wirkungsgrad (oder den calorischen Wirkungsgrad $\eta_c$) und auf die Raumarbeit, bezw. auf

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \text{ und } \frac{Q_1 - Q_2}{AV'}$$

geschehen, unter $V'$ das grösste Volumen der Arbeitsluft verstanden. Was den Wirkungsgrad betrifft, so ist

$$Q_1 = G\left[c_2(T_1 - T_0) + c_1(T_0 - T_2)\right] \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

$$Q_2 = G\left[c_1(T_1 - T) + c_2(T - T_2)\right] \quad \ldots\ldots\ldots (4),$$

also

$$Q_1 - Q_2 = G(c_2 - c_1)(T_1 - T_0 + T_2 - T) \quad \ldots\ldots (5)$$

oder, weil mit $T = \frac{T_1 T_2}{T_0}$ nach (1):

$$T_1 - T_0 + T_2 - T = \frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0} \quad \ldots\ldots (6)$$

ist, auch

$$Q_1 - Q_2 = G(c_2 - c_1)\frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0} \quad \ldots\ldots (7).$$

In (6) und (7) kann auch $T_0$ mit $T$ vertauscht werden, weil dasselbe in (1) und in $T_1 - T_0 + T_2 - T$ geschehen kann. Aus (7) und (3) folgt endlich:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\dfrac{c_2 - c_1}{T_0}}{\dfrac{c_2}{T_0 - T_2} - \dfrac{c_1}{T_0 - T_1}} \quad \ldots\ldots\ldots (8).$$

Wenn die Curven $a_0 a_1$ und $a a_2$ bezw. in den Isothermen $a_1 T_1$ und $a_2 T_2$ liegen, also $c_2 = \infty$ ist, so erscheint die rechte Seite von Gl. (8) in unbestimmter Form, entsprechend dem Umstande, dass dann $Q_1$ und $Q_2$ theilweise anders geartete Functionen sind. Gemäss §. 122, Gl. (20) ist dann nämlich

$$Q_1 = G\left[c_1(T_0 - T_2) + ART_1 \ln\frac{p_0}{p_1}\right]$$

$$Q_2 = G\left[c_1(T_1 - T) + ART_2 \ln\frac{p_2}{p}\right]$$

oder weil in diesem Falle

$$T_0 = T_1 \text{ und } T = T_2$$

sowie nach (2) und §. 122, Gl. (11):

$$\frac{p_0}{p_1} = \frac{p_2}{p} = \frac{p_0}{p}\frac{p_2}{p_0} = \frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m_1}{m_1-1}}$$

ist, wobei $p_0$ und $p$ hier im Falle $m_1 > n$ und $< 0$ die Grenzwerthe des Drucks sind,

$$Q_1 = G\left[c_1(T_1 - T_2) + ART_1 \, ln \frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m_1}{m_1-1}}\right] \quad \ldots\ldots (9)$$

$$Q_2 = G\left[c_1(T_1 - T_2) + ART_2 \, ln \frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m_1}{m_1-1}}\right] \quad \ldots\ldots (10).$$

Daraus folgt:

$$Q_1 - Q_2 = GAR(T_1 - T_2) \, ln \frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m_1}{m_1-1}} \quad \ldots\ldots (11),$$

hieraus und aus (9) der Wirkungsgrad des Kreisprocesses.

Die Raumarbeit ist, wenn entsprechend

$$V' = \frac{GRT'}{p'}$$

$T'$ und $p'$ die dem grössten Volumen $V'$ der Arbeitsluft entsprechenden Werthe von Temperatur und Druck bedeuten, nach Gl. (7):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = \frac{c_2 - c_1}{AR}\frac{p'}{T'}\frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0} \quad \ldots\ldots (12)$$

und, wenn dieser Ausdruck im Falle $c_2 = \infty$, $T_0 = T_1$ in unbestimmter Form erscheint, gemäss Gl. (11):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = \frac{p'}{T'}(T_1 - T_2) \, ln \frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m_1}{m_1-1}} \quad \ldots\ldots (13).$$

Im Folgenden sei gesetzt:

$$\lambda = \frac{T_1}{T_2} \text{ und } \mu = \frac{P_1}{P_2},$$

unter $P_1$ den grössten, $P_2$ den kleinsten Druck verstanden, und zwar höchstens etwa

$$\lambda = 2, \text{ z. B. } T_2 = 300 - 350, \; T_1 = 600 - 700$$
$$\mu = 5, \text{ z. B. } P_2 = 1 \text{ Atm.}, \quad P_1 = 5 \text{ Atm.}$$

Dabei ist es aber nicht immer der Fall, dass diese Grenzwerthe von $\lambda$ und $\mu$ gleichzeitig stattfinden können.

Befinden sich z. B. die zwei Paare polytropischer Curven in den Grenzlagen, in welchen das eine Paar adiabatisch, das andere isothermisch ist, entsprechend dem Carnot'schen Processe mit

$$m_1 = n,\ \ m_2 = 1 \text{ und } c_1 = 0,\ \ c_2 = \infty,$$

so ist nach (9) und (11):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{\lambda - 1}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14),$$

also $\eta_c = 1$ (§. 121, Gl. 2) so gross wie möglich. Aber dieser grosse Wirkungsgrad müsste durch sehr kleine Raumarbeit erkauft werden. Nach Gl. (13) ist nämlich wegen

$$T' = T = T_2,\ \ p' = p = P_2 = \frac{P_1}{\mu}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \lambda \text{ und } \frac{p_0}{p} = \frac{P_1}{P_2} = \mu$$

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = P_1 \frac{\lambda - 1}{\mu}\, ln \frac{\mu}{\lambda^{\frac{n}{n-1}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15),$$

und damit dieser Ausdruck positiv sei, muss vor Allem

$$\mu > \lambda^{\frac{n}{n-1}},\ \text{ also } \mu > 10{,}845 \text{ für } \lambda = 2$$

sein mit $n = 1{,}41$; oder wenn $\mu$ höchstens $= 5$ sein soll,

$$lg\lambda < \frac{n-1}{n}\, lg\mu,\ \text{ also } \lambda < 1{,}597 \text{ für } \mu = 5.$$

Die hiermit positive Raumarbeit wäre aber vielleicht nur verschwindend klein: damit sie bei gegebenen Werthen von $P_1$ und $\mu$ ($P_1$ und $P_2$) möglichst gross sei, nach (15) also

$$(\lambda - 1)\left(ln\mu - \frac{n}{n-1} ln\lambda\right) = max$$

$$(\lambda - 1)\left(-\frac{n}{n-1}\frac{1}{\lambda}\right) + ln\mu - \frac{n}{n-1} ln\lambda = 0,$$

müsste $\lambda$ gemäss der Gleichung

$$\frac{n}{n-1}\left(ln\lambda + \frac{\lambda - 1}{\lambda}\right) = ln\mu$$

bestimmt werden, wodurch gefunden wird:

$$\lambda = 1{,}282 \text{ für } \mu = 5,$$

nach (14) und (15) folglich:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}22 \text{ und } \frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = 0{,}0426\ P_1 \quad \ldots\ldots (16),$$

worin $P_1$ in Kgr. für 1 Quadratmtr. auszudrücken ist, um die Raumarbeit in Meterkgr. für 1 Cubikmtr. zu erhalten.

Wäre die Zustandscurve des Kreisprocesses ein Rechteck mit verticalen und horizontalen Seiten (die $V$-Axe hier immer horizontal gedacht), entsprechend

$$m_1 = \infty, \quad m_2 = 0 \text{ und } c_1 = c_v, \quad c_2 = c_p,$$

so wäre, weil bei constantem Volumen die absolute Temperatur der Pressung proportional ist, $T_0 = \mu T_2$ und nach Gl. (8):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\dfrac{c_p - c_v}{\mu T_2}}{\dfrac{c_p}{(\mu - 1) T_2} - \dfrac{c_v}{\mu T_2 - T_1}}$$

$$= \frac{1}{\mu} \frac{c_p - c_v}{\dfrac{c_p}{\mu - 1} - \dfrac{c_v}{\mu - \lambda}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (17)$$

und nach (12) wegen

$$\frac{p'}{T'} = \frac{p_1}{T_1} = \frac{P_1}{T_1}$$

und mit Rücksicht auf Gl. (5), §. 122:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = \frac{c_p - c_v}{AR} \frac{P_1}{T_1} \frac{(T_1 - \mu T_2)(\mu - 1) T_2}{\mu T_2}$$

$$= P_1 \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\lambda}\right)(\mu - 1) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (18).$$

Damit diese Raumarbeit positiv sei, muss $\mu < \lambda$, damit sie aber auch bei gegebenen Werthen von $P_1$ und $\lambda$ möglichst gross sei, also

$$1 - \frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\lambda} = max, \quad -\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu^2} = 0,$$

wäre $\mu = \sqrt{\lambda}$ zu machen. Damit und mit $\lambda = 2$ würde aus (17) und (18):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}0568 \text{ und } \frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = 0{,}0858\, P_1 \quad \ldots \ldots (19)$$

gefunden. Bei gegebener grösster Pressung $P_1$ wäre also im Vergleich mit dem Carnot'schen Process hier die erzielbare Raumarbeit zwar das Doppelte, dagegen der Wirkungsgrad nur wenig mehr, als ein Viertel.

Beide hier beispielsweise betrachtete Kreisprocesse erscheinen als unvortheilhaft; in den folgenden Paragraphen sollen solche besprochen werden, bei welchen das eine der beiden Paare von Zustandscurven adiabatisch oder isothermisch ist, wobei, was das andere Paar betrifft, besonders verticale und horizontale Gerade in Betracht kommen werden.

**§. 124. Kreisprocesse zwischen zwei Adiabaten und einem anderen Paar gleichartiger polytropischer Curven.**

Entsprechend dieser Voraussetzung sei in Fig. 106:

$$m_1 = n \text{ und } c_1 = 0;$$

dann ist nach Gl. (8) im vorigen Paragraph:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

der Wirkungsgrad eines solchen Kreisprocesses also um so grösser bei gegebenen Temperaturen $T_1$ und $T_2$, je grösser $T_0$.

Wenn ferner hier $m_2$ mit $m$, $c_2$ mit $c$ bezeichnet wird, so sei

$$-\infty < m < 0, \text{ also } c_v < c < c_p.$$

Es ist dann

$$V' = V \text{ und } P_1 = p_1, \quad P_2 = p_2 \quad \ldots\ldots\ldots (2),$$

nach Gl. (12) im vorigen Paragraph folglich

$$\frac{Q_1 - Q_2}{A V'} = \frac{c}{AR} \frac{p}{T} \frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0}$$

oder wegen

$$\frac{p}{T} = \frac{T_0}{T_1 T_2} p_1 \left(\frac{T}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}} = \frac{T_0}{T_1 T_2} P_1 \left(\frac{T_2}{T_0}\right)^{\frac{n}{n-1}} = \frac{P_1}{T_1} \left(\frac{T_2}{T_0}\right)^{\frac{1}{n-1}}$$

$$\frac{Q_1 - Q_2}{A V'} = \frac{c}{AR} P_1 \frac{T_2^{\frac{1}{n-1}}}{T_1} \frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0^{\frac{n}{n-1}}} \quad \ldots\ldots (3).$$

Auch ist

$$\mu = \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1}{p_0} \frac{p_0}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{m}{m-1}} \left(\frac{T_0}{T_2}\right)^{\frac{n}{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots (4).$$

Bei gegebenen Werthen von $T_1$, $T_2$ und $P_1$ ist also der Wirkungsgrad dieses Kreisprocesses durch $T_0$ bedingt, während die Raumarbeit und $\mu$ (somit $P_2$) ausserdem von $m$ abhängen, indem auch $c$ nach §. 122, Gl. (12) durch $m$ bestimmt ist.

Um $T_0$ so zu bestimmen, dass die Raumarbeit, insoweit sie von $T_0$ abhängt, möglichst gross sei, ist nach (3)

$$\frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0^{\frac{n}{n-1}}} = max$$

zu machen, also mit $\frac{n}{n-1} = x$:

$$-T_0^{2-x} + (T_1 + T_2)\,T_0^{1-x} - T_1\,T_2\,T_0^{-x} = max$$

$$-(2-x)\,T_0^{1-x} + (1-x)(T_1 + T_2)\,T_0^{-x} + x\,T_1\,T_2\,T_0^{-1-x} = 0$$

oder, wenn mit $-(2-x)$ dividirt, mit $T_0^{1+x}$ multiplicirt wird,

$$T_0^2 - \frac{1-x}{2-x}(T_1 + T_2)\,T_0 - \frac{x}{2-x}\,T_1\,T_2 = 0$$

oder endlich wegen

$$\frac{1-x}{2-x} = \frac{-1}{n-2} \text{ und } \frac{x}{2-x} = \frac{n}{n-2}:$$

$$T_0^2 - \frac{T_1 + T_2}{2-n}\,T_0 + \frac{n}{2-n}\,T_1\,T_2 = 0.$$

Dieser Gleichung entspricht:

$$T_0 = \frac{1}{2-n}\left(\frac{T_1 + T_2}{2} - \sqrt{\left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right)^2 - n\,(2-n)\,T_1\,T_2}\right) \quad . \; . \; (5);$$

das positive Vorzeichen der Wurzel ist ausgeschlossen, weil mit $T_1 = \lambda\,T_2$ und $n = 1{,}41$

$$\frac{T_1 + T_2}{2\,(2-n)} = \frac{1 + \frac{1}{\lambda}}{1{,}18}\,T_1 > T_1$$

und $T_0 < T_1$ ist.

Aus (5) folgt mit $n = 1{,}41$ und $T_1 = 2\,T_2$:

$$T_0 = 1{,}2447\,T_2; \qquad T = \frac{T_1\,T_2}{T_0} = 1{,}6068\,T_2.$$

Der Ueberschuss der Lufttemperatur, mit welcher die Wärmeentziehung beginnt, über diejenige, mit welcher die Wärmemittheilung anfängt, ist

$$T - T_0 = 0{,}3621\,T_2 = 108{,}6 \text{ bei } T_2 = 300,$$

und dieser Temperatur entsprechend wäre eine Regeneratorwirkung möglich. Die Einsetzung obigen Verhältnisses von $T_0$ zu $T_2$ in Gl. (1) giebt den Wirkungsgrad des Kreisprocesses:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}1966$$

und die Einsetzung in (3) zusammen mit $\lambda = 2$, $n = 1{,}41$ und

$$A\,R = c_p - c_v = 0{,}2375 - 0{,}1684 = 0{,}0691$$

giebt die Raumarbeit:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{A\,V} = 0{,}6300\,c\,P_1.$$

Letztere ist innerhalb der hier vorausgesetzten Grenzen von $m$ proportional $c$, am grössten für $c = c_p$. Beispielsweise gelten für $\lambda = 2$ und folgende Werthe von $m$ die darunter stehenden Werthe von $c$ (§. 122, Gl. 12), der Raumarbeit im Verhältniss zu $P_1$ und von $\mu$ nach Gl. (4):

$$\begin{array}{rlll} m = & -\infty & -1 & 0 \\ c = & 0{,}1684 & 0{,}2029 & 0{,}2375 \\ \dfrac{Q_1 - Q_2}{A\,V'}\,\dfrac{1}{P_1} = & 0{,}1061 & 0{,}1278 & 0{,}1496 \\ \mu = & 3{,}411 & 2{,}691 & 2{,}123 \end{array}$$

Die Vergleichung mit den im vorigen Paragraph besprochenen Grenzfällen lässt die relative Vortheilhaftigkeit dieses Kreisprocesses mit $m = 0$ erkennen. Man könnte sie vielleicht noch etwas erhöhen, indem $m$ etwas $> 0$ gemacht würde, jedenfalls aber nur wenig;* ungefähr kann man sagen, dass von den Kreisprocessen zwischen zwei Adiabaten derjenige am geeignetsten ist, welcher ausserdem zwischen zwei horizontalen Geraden stattfindet, entsprechend der Mittheilung von Wärme bei constantem grössten Druck und der Entziehung von Wärme bei constantem kleinsten Druck. Mit $\lambda = 2$ und $\mu = 2{,}123$ ist dann:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}1966 \quad \text{und} \quad \frac{Q_1 - Q_2}{A\,V'} = 0{,}1496\,P_1 \quad \ldots\ldots (6),$$

dabei $T - T_0 = 0{,}362\,T_2 = 0{,}362\,(T_1 - T_2)$ die Temperatur, gemäss welcher eine Aufspeicherung von Wärme im Princip stattfinden könnte.

## §. 125. Kreisprocesse zwischen zwei Isothermen und einem anderen Paar gleichartiger polytropischer Curven.

In Fig. 106 seien jetzt $a\,a_2$ und $a_0\,a_1$ Isothermen, entsprechend

$$m_2 = 1 \quad \text{und} \quad c_2 = \infty.$$

Für die andern zwei Curven sei $m_1$ mit $m$, $c_1$ mit $c$ bezeichnet, und es sei

$$-\infty < m < 0, \qquad c_v < c < c_p.$$

In diesen Fällen ist

$$V' = V_1 \quad \text{und} \quad P_1 = p_0, \quad P_2 = p \quad \ldots\ldots\ldots (1),$$

---

* J. Engel findet z. B. in dem Aufsatze, welcher in der Anmerkung zu §. 121 angeführt wurde, die Raumarbeit am grössten (jedoch nur sehr wenig grösser, als für $m = 0$) für $m = 0{,}16$ bei Voraussetzung von $T_2 = 303$ und $T_1 = 473$.

so dass sich der Wirkungsgrad des Processes aus §. 123, Gl. (9) und (11) mit $T_1 = \lambda T_2$ und $P_1 = \mu P_2$ ergiebt:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{(\lambda - 1)\, ln \dfrac{\mu}{\lambda^{\frac{m}{m-1}}}}{\dfrac{c}{AR}(\lambda - 1) + \lambda\, ln \dfrac{\mu}{\lambda^{\frac{m}{m-1}}}} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

und die Raumarbeit aus §. 123, Gl. (13):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = p_1 \frac{\lambda - 1}{\lambda}\, ln \frac{\mu}{\lambda^{\frac{m}{m-1}}} = P_1 \frac{\lambda - 1}{\lambda} \frac{\lambda^{\frac{m}{m-1}}}{\mu}\, ln \frac{\mu}{\lambda^{\frac{m}{m-1}}} \quad \ldots (3)$$

wegen

$$p_1 = p \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{m}{m-1}} = P_1 \frac{\lambda^{\frac{m}{m-1}}}{\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Setzt man

$$\frac{\mu}{\lambda^{\frac{m}{m-1}}} = x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5),$$

so muss wenigstens $x > 1$ sein, was innerhalb der vorausgesetzten Grenzen vom $m$ mit $\mu > \lambda$ der Fall ist. Damit aber bei gegebenen Werthen von $\lambda$ und $P_1$ die Raumarbeit möglichst gross sei, ist

$$\frac{lnx}{x} = max, \quad \text{also } x\frac{1}{x} - lnx = 0,$$

$$lnx = 1, \quad x = e = 2{,}718 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

zu machen, somit das den isothermischen Zustandsänderungen entsprechende Compressions- und Expansionsverhältniss:

$$\frac{p_2}{p} = \frac{p_0}{p_1} \text{ nach §. 123, Gl. (2)}$$

$$= \frac{P_1}{p_1} \text{ nach (1)}$$

$$= x = e \text{ nach (4) — (6).}$$

Die grösste Raumarbeit ist dann aber unabhängig von der Art der nicht isothermischen Zustandsänderungen innerhalb der vorausgesetzten Grenzen von $m$, nämlich nach (3):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = \frac{\lambda - 1}{\lambda e} P_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7),$$

während der entsprechende Wirkungsgrad nach (2) wird:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\frac{c}{AR} + \frac{\lambda}{\lambda - 1}} \quad \text{. . . . . . . . . . . (8).}$$

Die Gleichung $x = e$, aus welcher wegen (5)

$$\lambda^{\frac{m}{m-1}} = \frac{\mu}{e}, \quad \text{also} \quad \frac{m}{m-1} = \frac{ln\,\mu - 1}{ln\,\lambda} \quad \text{. . . . . . . . (9)}$$

folgt, entspricht übrigens, wenn ausser $\lambda$ auch $\mu$ (ausser $P_1$ auch $P_2$) gegeben ist, bestimmten Werthen von $m$, $c$ und $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$. Wäre etwa $\lambda = 2$, $\mu = 5$, so folgte aus (9):

$$m = \frac{ln\,\mu - 1}{ln\,\mu - 1 - ln\,\lambda} = -\,7{,}28$$

$$c = \frac{m - n}{m - 1} c_v = 1{,}0495\, c_v \text{ (§. 122, Gl. 12)}$$

$$\frac{c}{AR} = \frac{c}{c_p - c_v} = \frac{1{,}0495}{n - 1} = 2{,}56 \text{ (§. 122, Gl. 5).}$$

Der Wirkungsgrad wäre also nach (8):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{2{,}56 + \frac{\lambda}{\lambda - 1}} \quad \text{. . . . . . . . . . (10).}$$

Entsprechend $\lambda = 2$, $\mu = 5$, $m = -\,7{,}28$ und bei isothermischem Expansions- und Compressionsverhältniss $= e$ folgt endlich aus (10) und (7):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}2193 \quad \text{und} \quad \frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = 0{,}184\, P_1 \quad \text{. . . . . (11).}$$

Wie die Vergleichung mit Gl. (6) im vorigen Paragraph erkennen lässt, ist ein Kreisprocess zwischen zwei Isothermen noch vortheilhafter einzurichten, als zwischen zwei Adiabaten. —

Bei unverändertem Werthe von $x = e$, somit auch der Raumarbeit gemäss (7) oder (11) bei ausserdem unveränderten Werthen von $\lambda$ und $P_1$, könnte übrigens der Wirkungsgrad gemäss (8) noch etwas vergrössert werden durch Verkleinerung von $c$ bis $c_v$, entsprechend $m = -\infty$ oder verticalen Geraden $a_2 a_0$ und $a_1 a$ als nicht isothermischen Zustandscurven. Mit $\lambda = 2$ wäre dann

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\frac{1}{n-1} + 2} = 0{,}2253 \quad \text{. . . . . . . . . (12);}$$

nach (5) wäre dann aber auch $\mu = \lambda e = 2e$, also der kleinste Druck $P_2$ etwas kleiner, als der Atmosphärendruck zu machen, wenn der grösste nicht mehr, als 5 Atm. betragen soll.

Wären unter sonst gleichen Umständen $a_2 a_0$ und $a_1 a$ horizontale Gerade, entsprechend $m = 0$, $c = c_p$, so wäre

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\frac{n}{n-1} + 2} = 0{,}1839 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

bei unveränderter Raumarbeit, nach (5) dabei $\mu = e$. Die Druckschwankung würde dadurch gegenüber dem vorigen Falle auf die Hälfte reducirt, der Wirkungsgrad aber verkleinert, und selbst noch etwas kleiner, als gemäss (6) im vorigen Paragraph bei horizontalen geraden Zustandscurven zwischen Adiabaten. —

Hierbei ist, wie bisher bei Kreisprocessen in einem einzigen Raume, die Wirksamkeit eines in solchem Falle praktisch unausführbaren Regenerators nicht weiter berücksichtigt worden. In der That könnte diese Wirksamkeit (bei entsprechender Aenderung der im Folgenden zu besprechenden praktischen Ausführung) gerade bei Kreisprocessen von der hier in Rede stehenden Art, welche Indicatordiagrammen mit zwei Isothermen entsprechen, besonders gross sein, eine erhebliche Vergrösserung des Wirkungsgrades zur Folge haben. Gemäss den Gleichungen (9) und (10) im §. 123 sind nämlich die Wärmemengen, welche bei den nicht isothermischen Zustandsänderungen längs $a_2 a_0$ und $a_1 a$ (Fig. 106) bezw. mitgetheilt und entzogen werden, gleich gross

$$= G c_1 (T_1 - T_2),$$

und indem sie auch zwischen denselben Temperaturgrenzen mitzutheilen bezw. zu entziehen sind, könnte im Princip die eine wiederholt aufgespeichert werden, um dann jedesmal die andere gerade zu ersetzen. Wäre das mit Hülfe eines Regenerators vollkommen ausführbar, so würde die von aussen jeweils neu mitgetheilte Wärme nur längs $a_0 a_1$ (Fig. 106) mitgetheilt, die nach aussen abgeführte Wärme nur längs $a a_2$ abgeführt. In obiger Gleichung (8) würde dann das Glied mit $c$ (bezw. $c_1$) wegfallen, und der Wirkungsgrad

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\lambda - 1}{\lambda} = 0{,}5 \text{ für } \lambda = 2$$

sein, entsprechend einem möglichst grossen calorischen Wirkungsgrad $\eta_c = 1$. —

Sind $B_0$ mit der Pressung $b_0$ und $B_1$ mit der Pressung $b_1$ irgend zwei solche Punkte bezw. der polytropischen Curven $a_2 a_0$ und $a a_1$, welche auf einer Isotherme $B_0 B_1$ liegen, so ist nach §. 122, Gl. (23) die Zunahme des Wärmegewichts beim Uebergang von $B_0$ nach $B_1$, entsprechend $m = 1$:

$$\Delta P = G \frac{c_v}{A}(1-n)\, ln \frac{b_1}{b_0} = G \frac{c_p - c_v}{A}\, ln \frac{b_0}{b_1}$$

$$= G R\, ln \frac{b_0}{b_1} = G R\, ln \frac{p_0}{p_1}$$

mit Rücksicht auf §. 122, Gl. (5), und wegen $b_0 p_1 = b_1 p_0$ nach §. 123, Gl. (2). Die Abbildungen (Fig. 105, §. 122) aller solcher Isothermenstrecken $B_0 B_1$ sind also gleich lange horizontale Strecken, oder die Abbildungen der polytropischen Curven $a_2 a_0$ und $a a_1$ sind horizontal äquidistant, so dass sie durch Verschiebung im Sinne der $P$-Axe von Fig. 105 ($\alpha$) zur Deckung gebracht werden können.

Damit übrigens die Abbildungen von zwei Curven horizontal äquidistant seien, muss nur das Verhältniss der Pressungen $b_0$, $b_1$ von zwei Punkten $B_0$, $B_1$ derselben, die in einer Isotherme liegen, constant sein, ohne dass die Curven polytropisch zu sein brauchen. Denn es ist beim Uebergange von $B_0$ zu $B_1$ nach §. 122, Gl. (7):

$$\Delta P = \int \frac{dQ}{AT}$$

und folglich nach (4) und (1) daselbst mit $dT = 0$:

$$\Delta P = -\int \frac{V\,dp}{T} = -G R \int \frac{dp}{p}$$

$$= -G R\, ln \frac{b_1}{b_0} = G R\, ln \frac{b_0}{b_1} = \text{Const.},$$

wenn $\frac{b_0}{b_1}$ constant ist. Hiernach kann, wenn eine jener Curven gegeben ist, die andre leicht gefunden werden.

## §. 126. Zustände eines Gases in zwei communicirenden veränderlichen Räumen bei Mittheilung von Wärme an dieselben.

Die Zustandsänderung der Arbeitsflüssigkeit eines Wärmemotors findet nicht, wie bisher vorausgesetzt wurde, in demselben Raume statt, sondern in verschiedenen und zwar im Allgemeinen veränderlichen Räumen, in deren jedem die Zustandsänderung als umkehrbar gelten kann, und welche, während sie einzeln geheizt oder gekühlt oder weder geheizt noch gekühlt sind, so durch in der Regel enge Verbindungswege zusammenhängen, dass die augenblicklichen Pressungen in ihnen zwar als gleich anzunehmen sind, die Temperaturen jedoch wesentlich verschieden sein können. Den Untersuchungen über das Verhalten der Arbeitsluft in ausgeführten Wärmemotoren liegen deshalb unter anderem die Beziehungen zugrunde, die zwischen den Elementen und ihren gleichzeitigen Aenderungen stattfinden, welche die Wärmezustände in zwei solchen communicirenden Räumen charakterisiren, und zwischen den Wärmemengen, die diesen gleichzeitig mitgetheilt werden.*

Die beiden Räume seien mit $A$ und $B$ bezeichnet; die Gewichte, Volumina und absoluten Temperaturen der gleichzeitig in ihnen befindlichen Luftmengen seien

$$\begin{array}{ccccc} G_x & V_x & T_x & \text{in} & A \\ G_y & V_y & T_y & \text{in} & B \end{array}$$

bei demselben Drucke $= p$. Mit den Bezeichnungen

$$G = G_x + G_y \quad \text{und} \quad V = V_x + V_y \ldots\ldots\ldots (1),$$

wobei $G$ constant ist, sei durch die Gleichung (Zustandsgleichung):

$$p V = R G T \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$T$ als die augenblicklich mittlere Temperatur in $A$ und $B$ zusammen definirt. Indem dann gemäss der Zustandsgleichung auch

$$p V_x = R G_x T_x \quad \text{und} \quad p V_y = R G_y T_y \ldots\ldots\ldots (3)$$

ist, folgt aus (3), (1) und (2):

$$G_x T_x + G_y T_y = \frac{p V}{R} = G T \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\frac{V_x}{T_x} + \frac{V_y}{T_y} = \frac{R G}{p} = \frac{V}{T} \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Es sei nun $B$ derjenige von beiden Räumen, in welchen während eines Zeitelements eine Luftmenge $= dG_y$ Kgr. aus dem andern Raume $A$ zuströmt; unterdessen werde $A$ die Wärme $dQ_x$, $B$ die Wärme $dQ_y$ (algebraisch verstanden) mitgetheilt. Erstere kann ebenso, als ob $A$ hierbei abgesperrt wäre, berechnet, also nach §. 122, Gl. (4) gesetzt werden:

$$dQ_x = G_x c_p d T_x - A V_x dp \ldots\ldots\ldots\ldots (6);$$

denn wenn auch thatsächlich eine unendlich kleine Luftmenge ausströmt, und infolge dessen die Zustandsänderung etwas anders ist, als bei abgesperrtem Raume, so hat das doch nur eine verschwindende, weil verhältnissmässig unendlich kleine Aenderung des selbst unendlich kleinen $dQ_x$ zur Folge. Mit Rücksicht auf (3) und auf §. 122, Gl. (5) folgt aus (6):

* Diese Aufgabe wurde von Zeuner zuerst im „Civilingenieur", 1883, Bd. 29, S. 557 behandelt unter der Ueberschrift: „Ueber die Wirkung des Verdrängers bei Heiss- und Kaltluftmaschinen".

$$dQ_x = Ap\,V_x\left(\frac{c_p}{AR}\,\frac{dT_x}{T_x} - \frac{dp}{p}\right)$$
$$= Ap\,V_x\left(\frac{n}{n-1}\,\frac{dT_x}{T_x} - \frac{dp}{p}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7).$$

Für $dQ_y$ gilt nun aber nicht nur der Ausdruck, welcher aus dieser letzten Gleichung durch Vertauschung von $x$ mit $y$ hervorgeht, sondern es ist ihm ausserdem der Ausdruck der Wärme hinzuzufügen, die dem Uebergang der in $B$ einströmenden Luftmenge $dG_y$ von der Temperatur $T_x$ zu $T_y$ bei dem Drucke $p$ entspricht, und ist also:

$$dQ_y = Ap\,V_y\left(\frac{n}{n-1}\,\frac{dT_y}{T_y} - \frac{dp}{p}\right) + c_p\,(T_y - T_x)\,dG_y \quad \ldots (8);$$

der zweite Summand dieses Ausdrucks ist nämlich von derselben Grössenordnung wie der erste, weil die in $B$ stattfindende Zustandsänderung der zwar unendlich kleinen Luftmenge $dG_y$ doch von verhältnissmässig endlicher Grösse sein kann.

Wenn für $dQ_x$ der erste Ausdruck (6), und für das erste Glied von $dQ_y$ der entsprechende Ausdruck gesetzt wird, so ergiebt sich mit $V = V_x + V_y$ die beiden Räumen zusammen in einem Zeitelement mitgetheilte Wärme $dQ = dQ_x + dQ_y$:

$$dQ = c_p\,(G_x\,dT_x + G_y\,dT_y) - AV\,dp + c_p\,(T_y - T_x)\,dG_y$$

oder, weil wegen $dG_y = -\,dG_x$ und mit Rücksicht auf (4)

$$c_p\,(T_y - T_x)\,dG_y = c_p\,(T_x\,dG_x + T_y\,dG_y)$$
$$= c_p\,(G\,dT - G_x\,dT_x - G_y\,dT_y)$$

ist, auch:
$$dQ = G\,c_p\,dT - AV\,dp \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

Die Vergleichung mit der übereinstimmenden Gleichung (4), §. 122, lässt erkennen, dass diese ganze Wärmemenge $dQ$ ebenso gross ist, als ob die Luft in $A$ und $B$ zusammen ausser dem gleichen Drucke $p$ stets auch dieselbe Temperatur = der mittleren Temperatur $T$ hätte. Ausgedrückt durch $p$ und $V$ kann gemäss (2) und (5) daselbst auch geschrieben werden:

$$dQ = \frac{1}{R}\,(c_p\,p\,dV + c_v\,V\,dp)$$
$$= \frac{A}{n-1}\,(np\,dV + V\,dp) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

Damit übrigens, wie hier vorausgesetzt wurde, $A$ der Abfluss-, $B$ der Zuflussraum sei, muss mit Rücksicht auf (3) natürlich sein:

$$d\,\frac{G_y}{G_x} = d\left(\frac{V_y}{V_x}\,\frac{T_x}{T_y}\right) > 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11).$$

β. Ausgeführte Maschinen.

## §. 127. Kreisprocess in vier Räumen.

Einem solchen Kreisprocesse der Arbeitsluft entsprach die Maschine, welche ursprünglich schon im Jahre 1833 von Ericsson vorgeschlagen wurde. Wenn sie auch praktische Verwendung weder bisher gefunden hat, noch in der Folge verspricht, seitdem an eine Concurrenz des Luftmotors (ausgenommen etwa des Gasmotors) mit der Dampfmaschine im Grossen vorläufig nicht mehr gedacht wird, ihre Anwendung vielmehr im Wesentlichen auf das Kleingewerbe beschränkt worden ist, wobei thunlichste Einfachheit und Gedrängtheit als ein Haupterforderniss erscheint, mag sie doch hier zuerst besprochen werden, weil die Zerlegung des Kreisprocesses in vier verschiedene Vorgänge bei ihr am deutlichsten, nämlich auch äusserlich hervortritt. Dieser Kreisprocess ist derselbe, welcher unter den zwischen zwei Adiabaten stattfindenden im §. 124 principiell als besonders vortheilhaft erkannt wurde, indem er ausserdem einer Mittheilung und Entziehung von Wärme je bei constantem Drucke entspricht. Er stimmt also im Princip überein mit der im §. 80 besprochenen Verwirklichung des Kreisprocesses einer Dampfmaschine in einem Kessel, Expansionscylinder, Condensator und Compressionscylinder; nur war dort ein solcher Kreisprocess zugleich der ideale, was hier nicht der Fall ist, weil die horizontalen geraden Linien constanten Drucks nicht zugleich Isothermen sind. Statt des Dampfkessels und Condensators werde hier allgemeiner vom Heizraum $R_1$ und Kühlraum $R_2$ gesprochen, während Expansions- und Compressionscylinder, beide beiderseits geschlossen, also doppeltwirkend, bezw. mit $C_1$ und $C_2$ bezeichnet seien; das Hubvolumen von $C_1$ ist grösser, als das von $C_2$.

Infolge entsprechender Grössen von $R_1$ und $R_2$ werden die Pressungen darin als constant, bezw. $= p_1$ und $= p_2$ vorausgesetzt; der Kolben $K_1$ in $C_1$ sei im Begriff, einen neuen Hub zu beginnen, der Kolben $K_2$ in $C_2$ befinde sich an einer mittleren Stelle. Indem jetzt $K_1$ sich bis zu einer mittleren Stelle, $K_2$ bis zum Hubende bewegt, strömt die Luft vom Gewichte $G$ aus $C_2$ vor $K_2$ durch $R_1$ in $C_1$ hinter $K_1$ mit constanter Pressung $p_1$ ein und mit einer Temperatur, die entsprechend von $T_0$ vor $K_2$ bis $T_1$ hinter $K_1$ hierbei zunehme; die derselben dazu in $R_1$ mitzutheilende Wärme ist

$$Q_1 = G c_p (T_1 - T_0) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1).$$

Im jetzt folgenden zweiten Theile des Kreisprocesses bleibe $K_2$ am Hubende stehen, während die betreffende Verbindung von $C_1$ mit $R_1$ geschlossen wird und $K_1$ sich bis zum Hubende weiter bewegt; die hinter $K_1$ in $C_1$ abgesperrte Luft dehne sich dabei adiabatisch aus bis zum Drucke $p_2$ und zur Temperatur $T$, entsprechend der Gleichung:

$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \mu^{\frac{n-1}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Im dritten Zeitabschnitte sollen sich beide Kolben vom einen zum andern Ende jedes Cylinders zurückbewegen, so dass bei geöffneten betreffenden Verbindungen mit $R_2$ die Luft $= G$ Kgr. aus $C_1$ vor $K_1$ durch $R_2$ hindurch in $C_2$ hinter $K_2$ einströmt mit constanter Pressung $p_2$ und mit einer Temperatur, welche von $T$ vor $K_1$ bis $T_2$ hinter $K_2$ abnimmt. Die Wärme, welche ihr dabei im Kühlraume $R_2$ entzogen werden muss, ist

$$Q_2 = G c_p (T - T_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Endlich werde $C_2$ von $R_2$ abgesperrt und die Luft in $C_2$ durch den abermals bis zur anfänglichen Mittelstelle zurückkehrenden Kolben $K_2$ bis zum Zustande $p_1$, $T_0$ adiabatisch comprimirt gemäss der Gleichung:

$$\frac{T_0}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \mu^{\frac{n-1}{n}} = \frac{T_1}{T} \quad \ldots\ldots\ldots (4).$$

Ist die Maschine doppeltwirkend, können also die Cylinder $C_1$, $C_2$ an beiden Enden mit $R_1$, $R_2$ in Verbindung gebracht werden so, dass die Ueberströmung aus $C_2$ in $C_1$ nebst Compression in $C_2$ und Expansion in $C_1$ immer gleichzeitig mit Ueberströmung aus $C_1$ in $C_2$ auf den andern Kolbenseiten stattfindet, so wird bei jedem Doppelhub der Kolben eine indicirte Arbeit

$$E = 2\,\frac{Q_1 - Q_2}{A} = 2\,G\,\frac{c_p}{A}\,(T_1 - T_0 + T_2 - T)$$

gewonnen, oder mit Rücksicht auf §. 123, Gl. (6) und auf obige Gl. (4):

$$E = 2\,G\,\frac{c_p}{A}\,\frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0}$$

$$= 2\,G\,\frac{c_p}{A}\,\frac{\left(T_1 - T_2\,\mu^{\frac{n-1}{n}}\right)\left(\mu^{\frac{n-1}{n}} - 1\right)}{\mu^{\frac{n-1}{n}}}$$

$$= 2\,G\,\frac{c_p}{A}\,T_2\left(\frac{\lambda}{\mu^{\frac{n-1}{n}}} - 1\right)\left(\mu^{\frac{n-1}{n}} - 1\right) \quad \ldots\ldots (5).$$

Derselbe Ausdruck wäre auch durch Ausdruck der Ein- und Ausströmungsarbeiten, der Expansions- und bezw. Compressionsarbeiten für beide Cylinder, und durch algebraische Addition dieser Ausdrücke gefunden worden. Der Wirkungsgrad des Kreisprocesses ohne Regenerator ergiebt sich wie im §. 124, Gl. (1). Zur Vergleichung der indicirten Arbeit mit dem ganzen dazu nöthigen, den Preis der Anlage bedingenden lufterfüllten Raume müsste aber hier $E$ mit der Summe der Räume von $C_1$, $C_2$, $R_1$, $R_2$ verglichen, und würde das betreffende Verhältniss nur klein gefunden werden, um so mehr, als die Voraussetzung constanten Drucks im Heizraum und im Kühlraum natürlich um so zutreffender ist, je grösser dieselben sind; die Expansion und die Compression werden wegen des Einflusses der Cylinderwandungen auch nicht ganz adiabatisch sein.

Ein Regenerator, welcher wegen $T > T_0$ (§. 124) wenigstens einem Theil der Temperaturdifferenz $T_1 - T_2$ entsprechen könnte, wäre so anzuordnen, dass er von der Arbeitsluft auf dem Wege von $C_1$ zu $R_2$ im einen Sinne, auf dem Wege von $C_2$ zu $R_1$ im andern Sinne durchströmt wird.

## §. 128. Kreisprocess in drei Räumen.

Ein Kreisprocess von solcher Art kann auf folgende Weise verwirklicht werden, wie es thatsächlich u. A. bei der Maschine von Laubereau-Schwartzkopff geschehen ist, und, wie es scheint, auch bei dem ältesten praktisch brauchbaren Luftmotor der Gebr. Stirling vom Jahre 1827.* Auch neuere geschlossene Luftmotoren, z. B. die Maschine von Zipf und Langsdorff**, sind von solcher Art. In einem beiderseits geschlossenen Cylinder, der an der einen Seite bis nahe zur Mitte von aussen geheizt, an der andern bis nahe zur Mitte von aussen gekühlt wird, ist ein gleichfalls cylindrischer Verdränger $D$ axial beweglich, dessen Länge ungefähr halb so gross, wie die Länge, und dessen Durchmesser wenig kleiner ist, als der Durchmesser jenes ihn enthaltenden Cylinders. In letzterem bleiben dann beiderseits von $D$ zwei Räume übrig, ein heisser $= H$ und ein kalter $= K$, welche je nach der Stellung von $D$ veränderlich sind; ihre (abgesehen von schädlichen Räumen) gleich grossen Maximalwerthe, den Stellungen von $D$ dicht am einen oder dicht am anderen Ende des Cylinders entsprechend, seien mit $J$ bezeichnet. Mit $K$ steht durch einen möglichst kurzen und nicht zu weiten Canal ein Arbeitscylinder $C$ in

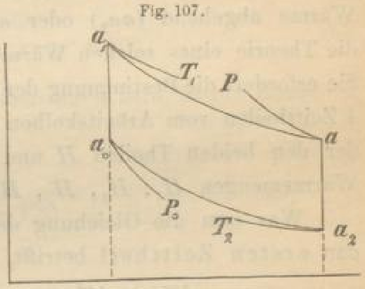
* J. O. Knoke, „die Kraftmaschinen des Kleingewerbes", S. 74.

** Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1887, S. 951.

Verbindung, und zwar an dem Ende, an welchem $C$ durch einen Deckel geschlossen, während er andrerseits offen ist; in $C$ ist ein Arbeitskolben anschliessend beweglich. Im Princip und unter der Voraussetzung, dass in $H$ constant die höchste Temperatur $T_1$, in $K$ constant die niedrigste Temperatur $= \frac{1}{\lambda} T_1$ herrscht, und dass die Wand des weder geheizten, noch gekühlten Cylinders $C$ keine Wärme während eines Spieles durchlässt, finde nun das letztere, bestehend aus 4 Theilen, folgendermassen statt, wobei mit $C$ zugleich das Hubvolumen des ebenso bezeichneten Arbeitscylinders bezeichnet werde.

Zu Anfang eines Doppelhubes befinde sich der Arbeitskolben dicht am Deckel von $C$, der Verdränger dicht am kalten Ende des betreffenden Cylinders, so dass (abgesehen von den bei dieser principiellen Betrachtung stets unberücksichtigt gelassenen schädlichen Räumen) $H = J$, $K = 0$ ist und die ganze Arbeitsluft das Volumen $J$ und die Temperatur $T_1$ hat; der Druck sei dann $= p_1$, entsprechend dem Punkte $a_1$ mit dieser Ordinate $p_1$ des Indicatordiagramms für den Arbeitscylinder $C$ (Fig. 107).

Fig. 107.




Im ersten Zeittheil bleibe nun $D$ in Ruhe, während der Arbeitskolben seine ganze Hublänge gegen das offene Ende von $C$ durchläuft. Wäre dabei $H$ ungeheizt wie der Arbeitscylinder, so fiele die betreffende Strecke $a_1 a$ der Indicatorcurve mit der Adiabate durch $a_1$ zusammen; indem aber immer Luft von der Temperatur $T_1$ nachströmt, wird $a_1 a$ thatsächlich zwischen jener Adiabate und der Isotherme durch $a_1$ liegen, ohne übrigens eine polytropische Curve sein zu müssen. In diesen Beziehungen finden also die Voraussetzungen von §. 123 (Fig. 106) hier nicht statt. Im zweiten Zeittheil bleibe der Arbeitskolben in Ruhe, $D$ bewege sich bis zum heissen Ende des Verdrängercylinders, die Luft in letzterem aus $H = J$ bis 0 in $K = 0$ bis $J$ drängend, also aus der Temperatur $T_1$ in $T_2$ versetzend. Indem dadurch bei unverändert bleibender Gesammtgrösse aller Räume, insbesondere auch des Raumes $C$ für sich, der Druck in ihnen abnimmt, ist das entsprechende Stück des Indicatordiagramms für den Arbeitscylinder eine verticale Gerade $aa_2$, Fig. 107. Im dritten Zeittheil sei $D$ unbewegt, der Arbeitskolben kehre in die Anfangslage zurück. Wäre die Luft in $C$ hierbei abgesperrt, so würde der Druck darin adiabatisch wachsen; wegen des Ausströmens von Luft aus $C$ nimmt er aber weniger schnell zu, liegt also die Druckcurve $a_2 a_0$ unter der Adiabate durch $a_2$, jedoch über der Isotherme, welche Druckcurve wäre, wenn die Temperatur auch im Arbeitscylinder constant $= T_2$ wäre. Dem vierten Zeittheil entspricht die Druckcurve $a_0 a_1$, Fig. 107, wenn $D$ in die Anfangslage zurückkehrt, während der Arbeitskolben ruht. Die Wärmemittheilung erfolgt hier auf dem Wege $a_0 a_1 a$, die Wärmeentziehung auf dem Wege $a a_2 a_0$, während $a_1$ nach wie vor der höchsten, $a_2$ der niedrigsten Temperatur, bezw. $T_1$ und $T_2$, entspricht.

Ein Regenerator wäre hier am einfachsten so anzuordnen, dass der ganze Raum des Verdrängers $D$ mit locker geschichteten guten Wärmeleitern von grosser Oberfläche gefüllt würde, so dass bei seiner Bewegung die Luft aus $H$ in $K$ und umgekehrt grösstentheils ihn durchströmt, Wärme abgebend $(a a_2)$ oder aufnehmend $(a_0 a_1)$. Im Folgenden werde die Theorie eines solchen Wärmemotors ohne Regenerator besprochen. Sie erfordert die Bestimmung der algebraischen Werthe der in den einzelnen 4 Zeittheilen vom Arbeitskolben geleisteten Arbeiten $L_1$, $L_2$, $L_3$, $L_4$ und der den beiden Theilen $H$ und $K$ des Verdrängercylinders mitgetheilten Wärmemengen $H_1$, $H_2$, $H_3$, $H_4$ und $K_1$, $K_2$, $K_3$, $K_4$.*

Was nun die Gleichung der Druckcurve $a_1 a$ im Arbeitscylinder für den ersten Zeittheil betrifft, so ist nach §. 126, Gl. (7) mit

$$dT_x = dT_1 = 0,\ V_x = J \text{ und } dQ_x = dQ:$$

$$dQ = -AJdp \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1).$$

Nach §. 126, Gl. (10), ist aber auch, wenn mit $V$ das von 0 bis $C$ zunehmende augenblickliche Luftvolumen im Arbeitscylinder, mit $p$ der entsprechende Druck bezeichnet, also dort $J + V$ statt $V$ geschrieben wird,

$$dQ = \frac{A}{n-1}\left[np\,dV + (J + V)\,dp\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2),$$

und aus der Gleichsetzung beider Ausdrücke von $dQ$ folgt die Differentialgleichung:

$$np\,dV + (nJ + V)\,dp = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3),$$

welche dem Integral

$$p\,(nJ + V)^n = \text{Const.} = p_1\,(nJ)^n \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

als Gleichung von $a_1 a$ (Fig. 107) entspricht, wenn $p_1$ den Luftdruck im Arbeitscylinder am Anfang des fraglichen Zeittheils bedeutet. Ueberhaupt seien jetzt die Zustände in letzterem in den durch $a_1$, $a$, $a_2$, $a_0$ in Fig. 107 charakterisirten Augenblicken beziehungsweise mit

* Siehe Zeuner's technische Thermodynamik, Bd. I, S. 65.

$$p_1,\ T_1 \qquad p,\ T \qquad p_2,\ T_2 \qquad p_0,\ T_0$$

bezeichnet, während zur Verhütung von Verwechselungen die in $K$ herrschende constante Temperatur jetzt mit $\frac{1}{\lambda} T_1$ bezeichnet sei. Nach (4) ist dann mit dieser neuen Bedeutung von $p$, für welche $V = C$ ist,

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{nJ}{nJ + C}\right)^n \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

und ferner, weil das Gewicht der Arbeitsluft in allen Räumen zusammen am Anfang und am Ende des ersten Zeittheils gemäss der Zustandsgleichung:

$$G R = \frac{p_1 J}{T_1} = \frac{p J}{T_1} + \frac{p C}{T}$$

ist, auch

$$\frac{T}{T_1} = \frac{p}{p_1 - p} \frac{C}{J} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6).$$

Die Arbeit, welche auf den Arbeitskolben übertragen wird, ist mit Rücksicht auf (4):

$$L_1 = \int_0^C p\, dV = p_1 (nJ)^n \int_0^C \frac{dV}{(nJ + V)^n}$$

$$= p_1 (nJ)^n \frac{1}{n-1} \left[\frac{1}{(nJ)^{n-1}} - \frac{1}{(nJ + C)^{n-1}}\right]$$

$$= \frac{n}{n-1} p_1 J \left[1 - \left(\frac{nJ}{nJ + C}\right)^{n-1}\right] \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

oder auch wegen (5):

$$L_1 = \frac{n}{n-1} p_1 J \left(1 - \frac{p}{p_1} \frac{nJ + C}{nJ}\right)$$

$$= \frac{1}{n-1} [n (p_1 - p) J - p C] \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8).$$

Endlich ist die dem heissen Raume mitgetheilte Wärme gemäss (1):

$$H_1 = A (p_1 - p) J \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9).$$

Im zweiten Zeittheile ist $H + K + C$ constant, dabei auch $C$ constant, $K$ zunehmend von 0 bis $J$, $H$ abnehmend von $J$ bis 0. Der Druck am Ende dieser Zeit ist durch das als gegeben vorausgesetzte grösste Druckverhältniss $\mu = \frac{p_1}{p_2}$ bestimmt, während die entsprechende Temperatur im Arbeitscylinder durch Gleichsetzung der Gewichte vorhandener Arbeitsluft in den Zuständen gefunden wird, welche für den Arbeitscylinder den

Punkten $a_1$ und $a_2$, Fig. 107, entsprechen, nämlich aus der Gleichung gefunden wird:

$$(GR=)\,\frac{p_1 J}{T_1}=\frac{p_2 J}{\frac{1}{\lambda}\,T_1}+\frac{p_2 C}{T_2},$$

woraus folgt:

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{p_2 C}{(p_1-\lambda p_2)\,J}=\frac{1}{\mu-\lambda}\,\frac{C}{J}\;\ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

Arbeit wird nicht geleistet: $L_2=0$. In Betreff der mitgetheilten Wärme werde mit Zeuner die unbedenkliche Annahme gemacht, dass die für zwei communicirende Räume entwickelte Gleichung (10), §. 126, auch für mehr, als zwei solche Räume gilt, wenn darin unter $V$ immer das Gesammtvolumen derselben, hier constant $=C+J$, verstanden wird. Wegen $dV=0$ ist ihr auf den zweiten Zeittheil bezogenes Integral hier:

$$K_2+H_2=\frac{A}{n-1}(C+J)(p_2-p)\;\ldots\ldots\ldots (11).$$

Um die Wärmen $K_2$ und $H_2$ einzeln zu finden, wäre freilich streng genommen die Untersuchung von §. 126 auf drei Räume unter den hier in Betracht kommenden Umständen auszudehnen. Zwar ist Gl. (7) daselbst auf den hier vorliegenden veränderlichen Abflussraum $V_x=H$ von constanter Temperatur $T_x=T_1$ ohne Zweifel anwendbar, also für ein Element des in Rede stehenden Zeittheils zu setzen:

$$dH_2=-AH\,dp,$$

unter $p$ den augenblicklichen Druck im Gesammtraume $H+K+C$ verstanden; was aber die Beziehung zwischen $H$ und $p$ betrifft, so werde in $C$ während dieses ganzen Zeittheils die Temperatur mit Zeuner constant = einem Mittelwerth zwischen $T$ und $T_2$ gesetzt

$$=\frac{1}{\lambda_0}\,T_1\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12).$$

Dann ergiebt sich für jeden Augenblick dieses Zeitraums mit $K=J-H$ nach der Zustandsgleichung:

$$(GR=)\,\frac{p_1 J}{T_1}=\frac{pC}{\frac{1}{\lambda_0}\,T_1}+\frac{pH}{T_1}+\frac{p\,(J-H)}{\frac{1}{\lambda}\,T_1}$$

und somit:

$$\frac{p_1}{p}\,J=\lambda_0 C+H+\lambda\,(J-H);\qquad H=\frac{1}{\lambda-1}\left(\lambda_0 C+\lambda J-\frac{p_1}{p}\,J\right)\;(13)$$

und nach Substitution dieses Ausdrucks von $H$ in obiger Gleichung für $dH_2$ durch Integration derselben:

$$H_2 = -\frac{A}{\lambda - 1}\left[(\lambda_0 C + \lambda J)(p_2 - p) - p_1 J \int_p^{p_2} \frac{dp}{p}\right]$$

$$= \frac{A}{\lambda - 1}\left[(\lambda_0 C + \lambda J)(p - p_2) - p_1 J \, ln \frac{p}{p_2}\right] \quad \ldots (14).$$

Durch (11) und (14) ist endlich auch $K_2$ bestimmt.*

Im dritten Zeittheil bewegt sich bei ruhendem Verdränger der Arbeitskolben zurück zur Anfangslage, so dass die Arbeitsluft in den

---

* Um obige Annahme einer constant bleibenden Mitteltemperatur in $C$ zu vermeiden, müsste die Temperatur $T$ in $C$ als weitere Unbekannte und damit auch eine weitere Gleichung aufgestellt werden, nämlich ausser obiger Gleichung (11) und ausser (§. 126, Gl. 7)

$$d H_2 = - A H \, dp \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

auch noch eine Gleichung für $dK_2$. Was letztere betrifft, so kann man bemerken, dass in $K$ nicht nur aus $H$, sondern auch aus $C$ Arbeitsluft einströmt. Denn wenn die in $H$ und in $C$ augenblicklich enthaltenen Luftgewichte mit $G_h$ und $G_c$ bezeichnet werden, ihre gleichzeitigen elementaren Aenderungen mit $dG_h$ und $dG_c$, so ist mit Rücksicht auf die Zustandsgleichung

$$pC = G_c R T,$$

da $p$ abnimmt und die verhältnissmässige Aenderung von $T$ wesentlich kleiner ist, $G_c$ abnehmend, $dG_c$ negativ wie $dG_h$. Analog §. 126, Gl. (8) ist dann mit $T_y$ = einer Constanten, $V_y = K = J - H$:

$$dK_2 = - A(J - H)\,dp - c_p\left(\frac{T_1}{\lambda} - T_1\right) dG_h$$
$$- c_p\left(\frac{T_1}{\lambda} - T\right) dG_c$$

oder auch wegen

$$G_h = \frac{pH}{RT_1}; \qquad dG_h = \frac{1}{RT_1} d(pH)$$

$$G_c = \frac{pC}{RT}; \qquad dG_c = \frac{C}{R} d\frac{p}{T}$$

$$dK_2 = - A(J - H)\,dp + \frac{c_p}{R}\left[\frac{\lambda - 1}{\lambda} d(pH) + \frac{\lambda T - T_1}{\lambda} C d\frac{p}{T}\right] \quad \ldots (b).$$

Die Gleichungen (a) und (b) ergeben $dH_2$ und $dK_2$ als Differentialfunctionen von $H, p, T$, welche behufs der Integration durch zwei Beziehungen auf Functionen von einer Veränderlichen zu reduciren wären. Eine erste solche Beziehung ergiebt sich, indem wieder die Summe der durch die (absoluten) Temperaturen dividirten Producte von Druck und Volumen für alle drei communicirenden Räume zusammen und für irgend einen Augenblick des in Rede stehenden Zeitabschnitts $= \frac{p_1 J}{T_1} =$ jener Grösse zu Anfang des ganzen Kreisprocesses, und dabei

$$T \text{ statt } \frac{1}{\lambda_0} T_1, \quad \text{also } \lambda_0 = \frac{T_1}{T}$$

Kühlraum $K = J$ zusammengedrängt wird. Wenn jetzt für irgend einen Augenblick während dieses Vorgangs mit $V$, $p$, $T$ die zusammengehörigen Werthe von Volumen, Druck und Temperatur der Luft bezeichnet werden, welche zwischen Kolben und Deckel des Arbeitscylinders enthalten ist, so ist, indem dieser Raum Abflussraum ist, nach Gl. (7), §. 126, mit $dQ_x = 0$, $V_x = V$, $T_x = T$:

$$\frac{n}{n-1}\frac{dT}{T} = \frac{dp}{p}, \text{ also } \frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots (15),$$

insbesondere die Beziehung zwischen Druck und Temperatur am Anfang und Ende der Compressionscurve $a_2 a_0$, Fig. 107,

$$\frac{T_2}{T_0} = \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16),$$

gleich als ob die betreffende Zustandsänderung in einem Raume bei unveränderter Luftmenge adiabatisch wäre. Thatsächlich ist ihre Gleichung bestimmt durch die Zustandsgleichung, bezogen auf irgend einen und auf den letzten Augenblick der mit Ausnahme dieses letzten hierbei in zwei Räumen befindlichen Arbeitsluft:

$$(GR =) \frac{pV}{T} + \frac{pJ}{\frac{1}{\lambda}T_1} = \frac{p_0 J}{\frac{1}{\lambda}T_1},$$

---

gesetzt wird. So folgt aus (13):

$$(\lambda - 1)H - \lambda J = \frac{T_1}{T}C - \frac{p_1}{p}J \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (c).$$

Eine zweite Beziehung wird erhalten, wenn das Differential von Gl. (11), wobei $p$ constant und $p_2$ allein veränderlich $= p$ zu setzen ist, mit $dH_2 + dK_2$ gemäss (a) und (b) verglichen wird. So findet man wegen

$$\frac{A}{n-1}(C + J)\,dp + AJ\,dp = A\frac{C + nJ}{n-1}\,dp$$

und wegen

$$\frac{AR}{c_p} = \frac{c_p - c_v}{c_p} = 1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}:$$

$$\frac{C + nJ}{n}\,dp = \frac{\lambda - 1}{\lambda}\,d(pH) + \frac{\lambda T - T_1}{\lambda}\,C\,d\frac{p}{T} \quad \ldots\ldots\ldots (d).$$

Im Princip sind nun zwar durch (c) und (d) zwei der drei Grössen $H$, $p$, $T$ als Functionen der dritten bestimmt, so dass dann die Gleichungen (a) und (b) in Bezug auf diese übrig gebliebene dritte integrirt werden könnten, um $H_2$ und $K_2$ zu erhalten. Doch stände die Umständlichkeit des Verfahrens zum Genauigkeitsbedürfnisse nicht in angemessenem Verhältniss.

in welcher Gleichung, weil die Temperatur $T_0$ der aus dem Arbeitscylinder in den Kühlraum ganz verdrängten Luft = der Temperatur in diesem, d. h.

$$T_0 = \frac{1}{\lambda} T_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

sein muss, auch $T_0$ an die Stelle von $\frac{1}{\lambda} T_1$ gesetzt werden darf, so dass daraus folgt:

$$\frac{p}{p_0} V \frac{T_0}{T} + \frac{p}{p_0} J = J$$

oder mit Rücksicht auf (15):

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{V}{J} + \frac{p}{p_0} = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

als Gleichung der Compressionscurve $a_2 a_0$, Fig. 107. Mit $p = p_2$ und $V = C$ ergiebt sich daraus $p_0$, damit $T_0$ aus (16).

Die (negative) Expansionsarbeit $L_3$ ist

$$L_3 = \int p\, dV$$

oder, weil nach (18):

$$\frac{V}{J} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{-\frac{1}{n}} - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1-\frac{1}{n}}$$

$$\frac{dV}{J} = -\frac{1}{n}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{-\frac{1}{n}-1} \frac{dp}{p_0} - \frac{n-1}{n}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{-\frac{1}{n}} \frac{dp}{p_0}$$

ist,

$$L_3 = -J\int_{p_2}^{p_0}\left[\frac{1}{n}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{-\frac{1}{n}} + \frac{n-1}{n}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] dp$$

oder mit $x = \frac{p}{p_0}$ und $a = \frac{p_2}{p_0}$:

$$L_3 = Jp_0\int_1^a\left(\frac{1}{n}x^{-\frac{1}{n}} + \frac{n-1}{n}x^{\frac{n-1}{n}}\right) dx$$

$$= Jp_0\left(\frac{1}{n}\,\frac{a^{-\frac{1}{n}+1}-1}{-\frac{1}{n}+1} + \frac{n-1}{n}\,\frac{a^{\frac{2n-1}{n}}-1}{\frac{2n-1}{n}}\right)$$

$$L_3 = Jp_0\left[\frac{1}{n-1}\left\{\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right\} + \frac{n-1}{2n-1}\left\{\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{2n-1}{n}} - 1\right\}\right]. \quad (19).$$

Was endlich die natürlich auch negative Wärme $K_3$ betrifft, die dem Kühlraume, somit überhaupt der Arbeitsluft mitgetheilt wird, so ist nach §. 126, Gl. (10), worin $V$ das Gesammtvolumen bedeutet,

$$dK_3 = \frac{A}{n-1}\left[np\,dV + (J+V)\,dp\right]$$

$$= \frac{A}{n-1}\left[np\,dV + d\{p(J+V)\} - p\,dV\right]$$

$$= \frac{A}{n-1}\,d\left[p(J+V)\right] + Ap\,dV$$

$$K_3 = \frac{A}{n-1}\left[p_0 J - p_2(J+C)\right] + AL_3 \; . \; . \; . \; . \; . \; (20).$$

Indem im vierten Zeittheil die Arbeitsluft bei constantem Volumen aus dem kalten in den heissen Raum verdrängt, also aus der Temperatur $T_0 = \frac{1}{\lambda}T_1$ in die höchste Temperatur $T_1$ versetzt wird, wird ihre Pressung im Verhältniss

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{T_1}{T_0} = \lambda \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (21)$$

erhöht. Die Arbeit ist dabei $L_4 = 0$. Nach §. 126, Gl. (10) ist ferner

$$K_4 + H_4 = \frac{AJ}{n-1}(p_1 - p_0) = \frac{AJp_1}{n-1}\,\frac{\lambda-1}{\lambda} \; . \; . \; . \; . \; . \; (22)$$

und nach Gl. (7) daselbst mit $V_x = K$, $T_x = \text{Const.}$:

$$dK_4 = -AK\,dp.$$

Die zur Integration dieser Differentialgleichung nöthige Beziehung zwischen $K$ und $p$ ergiebt sich aus der Zustandsgleichung, bezogen auf einen beliebigen und auf den letzten Augenblick des in Rede stehenden Zeittheils, nämlich aus der Gleichung:

$$(GR =)\,\frac{pK}{\frac{1}{\lambda}T_1} + \frac{p(J-K)}{T_1} = \frac{p_1 J}{T_1}.$$

Daraus folgt:

$$(\lambda-1)pK + pJ = p_1 J$$

$$dK_4 = -A\frac{(p_1-p)J}{(\lambda-1)p}\,dp = \frac{AJ}{\lambda-1}\left(dp - p_1\frac{dp}{p}\right)$$

$$K_4 = \frac{AJ}{\lambda-1}\left(p_1 - p_0 - p_1\, ln\frac{p_1}{p_0}\right)$$

$$= \frac{AJp_1}{\lambda-1}\left(\frac{\lambda-1}{\lambda} - ln\lambda\right) = AJp_1\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{ln\lambda}{\lambda-1}\right) \; . \; . \; . \; . \; (23).$$

Aus (22) und (23) ergiebt sich:

$$H_4 = AJp_1\left(\frac{1}{\lambda}\,\frac{\lambda - n}{n-1} + \frac{l n \lambda}{\lambda - 1}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (24).$$

Die ganze indicirte Arbeit, welche durch einen Kreisprocess gewonnen wird, ist nun

$$E = L_1 + L_3 = (8) + (19) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (25),$$

die dem heissen Raume dabei im Ganzen mitgetheilte Wärme:

$$Q_1 = H_1 + H_2 + H_4 = (9) + (14) + (24) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (26)$$

und die dem kalten Raume entzogene Wärme:

$$Q_2 = -(K_2 + K_3 + K_4) = -[(11) - (14) + (20) + (23)] \quad . \; (27).$$

Durch Einsetzen der durch Bezifferung angezogenen Ausdrücke findet man, wie es sein muss, $Q_1 - Q_2 = AE$, nämlich:

$$E = \frac{Q_1 - Q_2}{A} = \frac{1}{n-1}\left[n(p_1 - p)J - pC\right] + L_3 \quad . \; . \; . \; . \; (28).$$

Das Verhältniss der Räume $C$ und $J$ ist dadurch bestimmt, dass die Arbeitsluft, wenn sie am Ende des dritten Zeittheils in den kalten Raum zusammengedrängt ist, eine Temperatur besitzt, welche einerseits gemäss Fig. 107 mit $T_0$ bezeichnet wurde, andrerseits $= \frac{1}{\lambda} T_1 =$ der als constant vorausgesetzten Temperatur des Kühlraums sein muss, entsprechend Gl. (17). Aus Gl. (18) folgt nämlich mit Rücksicht auf (15) für den dritten Zeittheil:

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{n-1}} \cdot \frac{V}{J} + \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{n}{n-1}} = 1\,.$$

Setzt man hierin für den Anfang dieses Zeittheils

$$V = C \quad \text{und} \quad T = T_2,$$

dann nach (17) und (10):

$$\frac{T_2}{T_0} = \frac{T_1}{T_0}\,\frac{T_2}{T_1} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}\,\frac{C}{J} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (29),$$

so ergiebt sich:

$$\left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\,\frac{C}{J}\right)^{\frac{1}{n-1}} \cdot \frac{C}{J} + \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\,\frac{C}{J}\right)^{\frac{n}{n-1}} = 1$$

$$\left(\frac{J}{C}\right)^{\frac{n}{n-1}} = \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right)^{\frac{n}{n-1}} + \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right)^{\frac{1}{n-1}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (30).$$

Würde mit Zeuner beispielsweise $\lambda = 2$, $\mu = 4$ angenommen, so wäre mit $n = 1{,}41$ nach (30) und (29):

$$\frac{J}{C} = 2^{\frac{n-1}{n}} = 1{,}223 \text{ und } \frac{T_2}{T_0} = \frac{1}{1{,}223}$$

sowie das Verhältniss der höchsten Temperatur (im heissen Raume) zur niedrigsten Temperatur (im Arbeitscylinder zu Anfang der Compression):

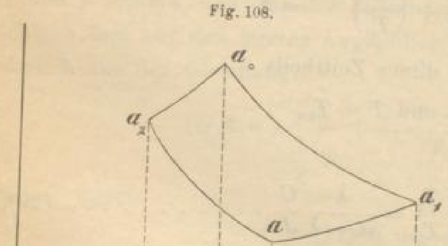
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_1}{T_0}\,\frac{T_0}{T_2} = 2\,.\,1{,}223 = 2{,}45.$$

Die Raumarbeit wäre mit Rücksicht auf den Raum des Arbeits- und des Verdrängercylinders zusammen zu beurtheilen, also etwa im Verhältniss $C : C + 2J$ kleiner zu setzen, als wenn der Kreisprocess in einem Raume stattfände zwischen zwei verticalen Geraden und zwei polytropischen Curven, die zwischen Isothermen und Adiabaten enthalten sind.

## §. 129. Kreisprocess in zwei Räumen.

Luftmotoren, bei welchen der Kreisprocess der Arbeitsluft (abgesehen von schädlichen Räumen) lediglich in einem geheizten und in einem gekühlten Raume stattfindet, haben als geschlossene Motoren bisher vorzugsweise Anwendung gefunden, und zwar entspricht dieser Process einem Volumendruckdiagramm (Abscisse = Gesammtvolumen, Ordinate = entsprechendem überall gleichem Druck), welches im Princip, nämlich unter der Voraussetzung, dass im Heizraum und im Kühlraum beständig die höchste bezw. niedrigste Temperatur ($T_1$ bezw. $T_2$) stattfindet, durch zwei Isothermen und durch zwei andere gleichartige polytropische Curven gebildet wird: siehe Fig. 108 und §. 125. Es wird im Sinne $a a_2 a_0 a_1 a$ vom mittleren Zustande der Arbeitsluft durchlaufen, deren Pressungen und Gesammtvolumina in den Zuständen $a$, $a_2$, $a_0$, $a_1$ bezw. mit $p$ und $V$, $p_2$ und $V_2$, $p_0$ und $V_0$, $p_1$ und $V_1$ bezeichnet seien. Längs $a a_2$ befindet sich die Luft nur im Kühlraum mit der Temperatur $T_2$, längs $a_0 a_1$ nur im Heizraum mit der Temperatur $T_1$; längs $a_2 a_0 a_1$ findet

Fig. 108.



überwiegend oder ausschliesslich Wärmemittheilung, längs $a_1 a a_2$ findet überwiegend oder ausschliesslich Wärmeentziehung statt. Mit Zeuner* gehe die Betrachtung des principiellen Kreisprocesses vom Zustande $a$ aus, so dass die Zeitabschnitte, welche den Zustandsänderungen $a a_2$, $a_2 a_0$, $a_0 a_1$ und $a_1 a$ entsprechen, bezw. als erster, zweiter, dritter und vierter Zeittheil bezeichnet werden.

Maschinen der in Rede stehenden Art sind in zwei wesentlich verschiedenen Anordnungen, nach Rider und nach Lehmann ausgeführt worden; im ersten Falle werden die zwei Räume in zwei getrennten, aber communicirenden Cylindern durch Arbeitskolben begrenzt, im andern Falle in einem einzigen Cylinder durch Arbeitskolben und Verdränger. Die letztere, gedrängteste Ausführung fand in Deutschland fast allein grössere Verbreitung. In beiden Fällen kann durch einen gerade hier besonders vortheilhaften Regenerator, bei der Rider-Maschine von Anfang an in der That ausgeführt, der Wirkungsgrad sehr erhöht werden, wie im §. 125 allgemein besprochen wurde.

1) Bei der Anordnung nach Rider sind zwei Cylinder $C_1$ und $C_2$, beide einerseits durch Deckel geschlossen, andrerseits offen, von aussen (ausgenommen in der Nähe der offenen Seiten) bezw. geheizt und gekühlt, so dass die Temperaturen $T_1$ und $T_2$ constant darin herrschen mögen. Diese Cylinder, in welchen hohle Taucherkolben $K_1$ und $K_2$ anschliessend beweglich sind, stehen innerhalb der Anschlussflächen, nämlich an solchen Stellen, wo $K_1$ und $K_2$ nicht ganz anschliessen, durch einen kurzen Canal in Verbindung; zwischen $K_1$ und $K_2$ befindet sich die Arbeitsluft, durch den Verbindungscanal in zwei Theile geschieden, deren Volumina veränderlich und verschieden, deren Pressungen veränderlich gleich, und deren Temperaturen unveränderlich ungleich, bezw. $= T_1$ und $= T_2$ sind. Die grössten Werthe dieser Volumina, nämlich die Hubvolumina der ebenso bezeichneten Cylinder, seien bezw. $= C_1$ und $= C_2$. Damit sich $K_1$ nicht längs zu heisser Dichtungsfläche bewege, ist letztere von einem Ringcanal in der Wand von $C_1$ umgeben, der von Kühlwasser durchströmt wird.

Anfangs befinde sich $K_1$ zunächst dem Deckel von $C_1$, $K_2$ am offenen Ende von $C_2$, so dass, abgesehen von schädlichen Räumen, das Volumen der Arbeitsluft $V = C_2$ ist mit dem Drucke $p$, die Temperatur $= T_2$. Im ersten Zeittheil ist $K_1$ in Ruhe, während sich $K_2$ um den Betrag des Volumens $C_2 - V_2$ einwärts bewegt, bei constanter Temperatur $T_2$ die Arbeitsluft bis zum Zustande $V_2$, $p_2$ in $C_2$ comprimirend: $a_2$, Fig. 108.

* Technische Thermodynamik, Bd. I, §. 61 u. ff.

Im zweiten Zeittheil bewegt sich $K_1$ auswärts um das Volumen $V_0$ in eine mittlere Lage, $K_2$ geht weiter bis zum Deckel, die Arbeitsluft ganz in das Volumen $V_0$ von $C_1$ verdrängend und ihren Zustand in $V_0$, $p_0$, $T_1$ überführend. Ob und wie der Druck hierbei wächst, hängt vom Verhältniss der Volumina $V_0$, $V_2$ ab.

Im dritten Zeittheil ruht $K_2$, während $K_1$ sich weiter um das Volumen $C_1 - V_0$ ganz nach aussen bewegt, so dass die Arbeitsluft in $C_1$ bei constanter Temperatur $T_1$ expandirt bis zum Zustande $V_1 = C_1$, $p_1$, entsprechend dem Punkte $a_1$, Fig. 108.

Im vierten Zeittheil endlich bewegt sich $K_1$ um das Volumen $C_1$ zurück bis zum Deckel des betreffenden Cylinders, $K_2$ um das Volumen $C_2$ zurück bis zum offenen Ende dieses anderen Cylinders. Die Arbeitsluft geht in das anfängliche Volumen $V = C_2$ über bei von $T_1$ bis $T_2$ abnehmender Temperatur. Ob und wie der Druck dabei von $p_1$ bis $p$ veränderlich ist, hängt von den Bewegungen und Raumgeschwindigkeiten beider Kolben ab, welche bei möglicher Weise noch unendlich grosser Mannigfaltigkeit von solcher Art vorausgesetzt sind, dass $a_1 a$ und $a_2 a_0$, Fig. 108, gleichartige polytropische Curven werden.

Kurz zusammengefasst sind die aufeinander folgenden 4 Vorgänge: 1. Compression im kalten Raum, 2. Ueberströmen aus diesem in den heissen, 3. Expansion im heissen Raum, 4. Ueberströmen aus diesem in den kalten.

Im Cylinder $C_1$ findet die Volumvergrösserung der darin befindlichen Luft längs $a_2 a_0 a_1$, Fig. 108, bei durchschnittlich grösserem Drucke statt, als die Verkleinerung dieses Volumens längs $a_1 a$; ein davon abgenommenes Indicatordiagramm bei Bewegung der Indicatorrolle durch $K_1$ zeigt also einen rechtläufigen Kreisprocess, einer positiven Expansionsarbeit entsprechend. In $C_2$ dagegen findet die Verkleinerung des Volumens der eingeschlossenen Luft längs $a a_2 a_0$ bei durchschnittlich höherem Drucke statt, als die Vergrösserung desselben längs $a_1 a$, so dass ein abgenommenes Indicatordiagramm bei Bewegung der Indicatorrolle durch $K_2$ einem rückläufigen Kreisprocess mit überschüssig aufgewendeter Compressionsarbeit entspricht. Durch die Differenz der von zwei solchen Indicatordiagrammen umgrenzten Flächen wird die indicirte Arbeit gemessen, die bei einem Spiel der Maschine gewonnen wird.

Die Anwendung eines Regenerators geschieht in der Weise, dass er in dem Verbindungscanal zwischen beiden Cylindern angebracht wird, um von der Arbeitsluft im zweiten und vierten Zeittheil, Wärme bezw. aufnehmend und abgebend, durchströmt zu werden. Die Dimensionen dieses Verbindungscanals sind dann entsprechend zu vergrössern, so dass sein Volumen kaum mehr (als schädlicher Raum) zu vernachlässigen ist.

2) Bei der Anordnung nach Lehmann sind die beiden Cylinder $C_1$, $C_2$ in einem einzigen vereinigt, der einerseits durch einen Boden geschlossen, andrerseits offen, an der ersten Seite von aussen geheizt, an der letzten von aussen gekühlt ist. In diesem Cylinder, und zwar ungefähr halb so lang wie derselbe, ist hier $K_1$ als Verdränger axial beweglich, so dass auf seinen beiden Seiten im Princip stets gleicher Druck herrscht; am gekühlten offenen Ende bewegt sich $K_2$ anschliessend als Arbeitskolben. Während im vorigen Falle unter 1) die beiden Kolben an den offenen Seiten der betreffenden Cylinder unmittelbar mit Kurbeln der Schwungradwelle verbunden werden konnten, ist hier die Stange zur Bewegung des Verdrängers gedichtet durch die Mitte des Arbeitskolbens geführt, der seinerseits mit zwei seitlichen Kolbenstangen verbunden ist.

Unter der Voraussetzung, dass in dem Raum zwischen Cylinderdeckel und Verdränger (heisser Raum) beständig die Maximaltemperatur $T_1$, in dem Raum zwischen Verdränger und Arbeitskolben (kalter Raum) beständig die Minimaltemperatur $T_2$ herrscht, gilt auch hier das Volumendruckdiagramm Fig. 108, als Indicatordiagramm hier zu erhalten bei Bewegung der Indicatorrolle durch den Arbeitskolben, entsprechend wieder den aufeinander folgenden 4 Vorgängen: 1. Compression im kalten Raum, 2. Ueberströmen aus diesem in den heissen, 3. Expansion im heissen Raum, 4. Ueberströmen aus diesem in den kalten. Die gleichzeitigen Bewegungen von Verdränger und Arbeitskolben sind dabei im Princip folgende, wenn die Stellungen derselben zunächst dem Deckel oder dem offenen Ende des Cylinders bezw. als innerste oder als äusserste Stellung bezeichnet werden.

Anfangs (*a*, Fig. 108) befindet sich der Verdränger in innerster, der Arbeitskolben in einer mittleren Stellung. Während ersterer ruht, bewegt sich letzterer im ersten Zeittheil einwärts auch bis zur innersten Stellung, wobei das Volumen der Arbeitsluft von $V$ bis zum Minimum $V_2$ abnimmt, ihr Druck bei constanter kleinster Temperatur von $p$ bis $p_2$ zunimmt.

Im zweiten Zeittheil bewegen sich Verdränger und Arbeitskolben zusammen nach aussen in mittlere Stellungen, ersterer aber mehr, als letzterer, so dass beide zu Ende des Zeitabschnitts fast zur Berührung kommen und dann die Arbeitsluft aus dem kalten in den heissen Raum verdrängt ist. Ihr Volumen ist dann $= V_0$ geworden = der Raumbewegung des Verdrängers, ihr Druck $= p_0$, die Temperatur $= T_1$.

Im dritten Zeittheil bleiben Verdränger und Arbeitskolben beständig in Berührung, indem sie sich weiter auswärts bis zur äussersten Stellung bewegen. Das Volumen der im heissen Raum expandirenden Arbeitsluft geht dabei in das Maximum $V_1$ über, der Druck abnehmend in $p_1$.

Im vierten Zeittheil bewegen sich Verdränger und Arbeitskolben zusammen einwärts, ersterer erheblich mehr, als letzterer, nämlich bis zur anfänglichen innersten, der Arbeitskolben bis zur anfänglichen Mittelstellung. Temperatur und Volumen der Arbeitsluft nehmen dabei bezw. von $T_1$ bis $T_2$, $V_1$ bis $V$ ab, während ihr Druck von $p_1$ in $p$ übergeht.

Während also mit Bezug auf Fig. 108 in den unterschiedenen vier Zeitabschnitten die Raumbewegungen von $K_1$ (des jetzigen Verdrängers) ebenso, wie im vorigen Falle,

$$\text{bezw.} = 0 \qquad OV_0 \qquad V_0V_1 \qquad V_1O$$

sind, sind die Raumbewegungen von $K_2$ (des alleinigen Arbeitskolbens der Lehmann'schen Maschine) in genannter Figur jetzt

$$\text{nicht} = VV_2 \qquad V_2O \qquad 0 \qquad OV,$$
$$\text{sondern} = VV_2 \qquad V_2V_0 \qquad V_0V_1 \qquad V_1V.$$

Das Hubvolumen von $K_1$ ist also wieder $C_1 = OV_1$, dasjenige von $K_2$ aber $C_2 = V_1V_2$ statt $= OV$.

Die Lehmann'sche Maschine wurde früher, etwa seit 1868, mit liegendem Cylinder gebaut, wobei der lange Verdränger durch eine Führungsrolle unterstützt war. Mit Ersparung dieser Rolle und mit erheblicher Verkleinerung der zur Aufstellung der Maschine nöthigen Grundfläche wurde später die stehende Anordnung vorgezogen,* wobei ausserdem zur Unterstützung des Temperaturwechsels der Luft zwischen $T_1$ und $T_2$ durch Vergrösserung der Heiz- und Kühlfläche der Verdränger nicht ohne, sondern mit Anschluss und Dichtung im betreffenden Cylinder coaxial beweglich ist, indem die Luft genöthigt wird, einen anderen zusammengesetzten hohlcylindrischen und ringförmigen engen Canal von grosser Oberfläche zu durchströmen, um von der einen auf die andre Seite des Verdrängers zu gelangen, freilich mit Vergrösserung des Druckunterschiedes auf diesen beiden Seiten durch Vergrösserung des betreffenden Widerstandes; charakteristisch für den Verdränger als solchen ist in der That nicht der hohlcylindrische Spielraum zwischen ihm und dem festliegenden äusseren Cylinder, sondern die hierdurch nur am einfachsten erreichbare grundsätzliche Gleichheit des Drucks bei Verschiedenheit der Temperatur in den Räumen auf beiden Seiten des Verdrängers.

Die Lehmann'sche Anordnung und Wirkungsweise hat anderen

---

* J. O. Knoke „die Kraftmaschinen des Kleingewerbes", Fig. 92.

Heissluftmaschinen mehrfach als Muster gedient. Im Princip ist sie z. B. nicht verschieden von O. Stenberg's Maschine (1877), welche sich im Wesentlichen nur durch eine andere Bewegung des Verdrängers und des dazu dienenden Mechanismus von jener unterscheidet. Hier, wo eine principiell ruckweise statt thatsächlich in der Regel stetiger Bewegung von Arbeitskolben und Verdränger vorausgesetzt, die Art der constructiven Ausführung überhaupt nicht berücksichtigt wird, kommen jene Unterschiede nicht in Betracht.

Die Maschine von Rennes* in Utrecht, ursprünglich gemäss der principiellen Anordnung und Wirkungsweise gebaut, welche im vorigen Paragraph besprochen wurden, nur mit schwingendem Arbeitscylinder, wurde später wesentlich umgestaltet zu einer Zwillingsmaschine, System Lehmann, bei eigenartiger constructiver Ausführung. —

Ohne auf die vielfachen constructiven Anordnungen weiter einzugehn, welche sich im Princip an die Lehmann'sche Maschine anschliessen, sei nur kurz auf die Art der Regelung bei zu schnellem Gange der Maschine hingewiesen. Während dieselbe gewöhnlich bisher mit Verlust von Arbeitsvermögen durch Bremsung der Schwungradwelle oder durch Ausströmung gespannter Luft aus einem sich öffnenden Ventil zu geschehen pflegte, selbstthätig mit Hülfe eines Regulators zu erzielen, wurde von Slaby darauf hingewiesen, dass es richtiger sei, den Verdrängerhub zu diesem Zweck veränderlich zu machen, ein Gedanke, welcher von Buschbaum ausgeführt wurde durch eine Maschine freilich, welche dem in §. 128 besprochenen System mit Kreisprocess in drei Räumen beizurechnen ist.**

Das Sinken des Luftdrucks unter den Atmosphärendruck kann durch ein an passender Stelle anzubringendes, einwärts sich öffnendes Ventil verhindert werden. Sollte dieser Druck nicht kleiner werden, als ein gewisser grösserer Minimalwerth $P_2$, so könnte man durch die Maschine eine kleine Hülfsluftpumpe betreiben, welche die Luft in einem Windkessel comprimirt, so lange sie nicht bei einem Drucke $> P_2$ aus einem in die Atmosphäre sich öffnenden belasteten Ventil entweicht, ferner diesen Windkessel mit dem Maschinencylinder verbinden mit einem Ventil an der Verbindungsstelle, welches sich in den Cylinder öffnet, wenn darin der Druck $< P_2$ werden sollte.

Die Anwendung eines Regenerators, bei der Lehmann'schen Maschine ebenso berechtigt, wie bei der Rider'schen, kann in der Weise

* J. O. Knoke, S. 134 u. ff.

** J. O. Knoke, Fig. 119 und folgende.

geschehen, dass er bei thunlichster Verkleinerung der Spielraumweite zwischen der Innenwand des fest liegenden Cylinders und der Aussenwand des Verdrängers in diesem so angebracht wird, dass er in der Hauptsache von der Arbeitsluft auf ihrem Wege vom kalten zum heissen Raum und umgekehrt durchströmt werden muss.

## §. 130. Theorie des Luftmotors nach Rider, aber ohne Regenerator.

Wie im §. 128 seien wieder mit $H_1$, $H_2$, $H_3$, $H_4$ die Wärmemengen bezeichnet, welche dem heissen Raume, mit $K_1$, $K_2$, $K_3$, $K_4$ diejenigen, welche dem kalten Raume bezw. im ersten, zweiten, dritten und vierten Zeitabschnitt (entsprechend $a a_2$, $a_2 a_0$, $a_0 a_1$, $a_1 a$, Fig. 108 im vorigen Paragraph) mitgetheilt werden, wobei $K_1$ und $K_2$ als Grössen nicht verwechselt werden können mit $K_1$ und $K_2$ als Bezeichnungen der beiden Arbeitskolben. Da die Luft im ersten Zeittheil ganz im kalten Raume comprimirt wird, im dritten ganz im heissen Raume expandirt, ist dann $H_1 = 0$ und $K_3 = 0$, sowie nach §. 122, Gl. (20) und mit Rücksicht auf Fig. 108:

$$K_1 = G A R T_2 \ln \frac{p}{p_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$H_3 = G A R T_1 \ln \frac{p_0}{p_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Im zweiten Zeittheil, in welchem die Arbeitsluft aus dem Volumen $V_2$ des kalten in das Volumen $V_0$ des heissen Raums übergeht, ist die diesen beiden Räumen zusammen mitgetheilte Wärme gemäss der zu Ende von §. 126 im Anschluss an Gl. (9) daselbst gemachten Bemerkung:

$$Q = G c (T_1 - T_2),$$

wenn mit $c$ die specifische Wärme für diese in einem Raume stattfindend gedachte Zustandsänderung bezeichnet wird, entsprechend dem Exponenten $m$ der Gleichung $p V^m =$ Const. des Curvenstücks $a_2 a_0$, Fig. 108. Indem dann nach §. 122, (12) und (5)

$$c = \frac{m-n}{m-1} c_v = \frac{m-n}{m-1} \frac{AR}{n-1}$$

ist, ergiebt sich auch:

$$Q = G A R \frac{m-n}{(m-1)(n-1)} (T_1 - T_2) \ldots\ldots\ldots (3).$$

Diese Wärme ist $= H_2 + K_2$. Dabei ist die elementare Wärme $dK_2$, welche dem Abflussraum in einem Zeitelement mitgetheilt wird, während bei constanter Temperatur $T_x = T_2$ sein Volumen $V_x$ von $V_2$ bis 0 abnimmt und der Druck $p$ von $p_2$ bis $p_0$ zunimmt, nach §. 126, Gl. (7):

$$dK_2 = -AV_x\,dp,$$

woraus, weil nach §. 126 (5), unter $V$ das augenblickliche Gesammtvolumen der Luft verstanden,

$$\frac{V_x}{T_2} + \frac{V - V_x}{T_1} = \frac{GR}{p} \text{ mit } pV^m = p_2 V_2^m$$

ist, folglich

$$V_x\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) = \frac{GR}{p} - \frac{V}{T_1} = \frac{GR}{p} - \frac{V_2}{T_1}\left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{1}{m}},$$

sich nach Einsetzung des hieraus zu entnehmenden Ausdrucks von $V_x$ durch Integration ergiebt:

$$K_2 = -A\frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\int_{p_2}^{p_0}\left[\frac{GR}{p} - \frac{V_2}{T_1}\left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{1}{m}}\right]dp$$

$$= AV_2\frac{T_2}{T_1 - T_2}p_2^{\frac{1}{m}}\frac{1}{\frac{1}{m} - 1}\left(-\frac{1}{p_0^{\frac{1}{m}-1}} + \frac{1}{p_2^{\frac{1}{m}-1}}\right) - GAR\frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\ln\frac{p_0}{p_2}$$

oder wegen

$$p_2 V_2 = GRT_2$$

$$K_2 = GAR\left[\frac{T_2^2}{T_1 - T_2}\,\frac{m}{1-m}\left\{1 - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{1-m}{m}}\right\} - \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\ln\frac{p_0}{p_2}\right]$$

oder endlich, weil das erste Glied des grossen Klammerausdrucks

$$= \frac{mT_2}{m-1}\;\frac{\left(\frac{p_0}{p_2}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1}{\frac{T_1}{T_2} - 1} = \frac{mT_2}{m-1}$$

ist gemäss §. 122 (11),

$$K_2 = GAR\left(\frac{mT_2}{m-1} - \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\ln\frac{p_0}{p_2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (4).$$

Aus (3) und (4) folgt dann $H_2 = Q - K_2$, also

$$H_2 = GAR\left[\frac{m-n}{(m-1)(n-1)}T_1 - \frac{n}{n-1}T_2 + \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\ln\frac{p_0}{p_2}\right]. \ (5).$$

Im vierten Zeittheil ist der heisse Raum Abflussraum; aus (4) und (5) erhält man deshalb durch Vertauschung von $H$ und $K$, $T_1$ und $T_2$, und indem $p_2$ durch $p_1$, $p_0$ durch $p$ ersetzt wird,

$$H_4 = GAR\left(\frac{m T_1}{m-1} - \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{p_1}{p}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

$$K_4 = GAR\left[\frac{m-n}{(m-1)(n-1)} T_2 - \frac{n}{n-1} T_1 + \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{p_1}{p}\right] \; . \; (7).$$

Die Wärmemengen $Q_1$ und $Q_2$, welche im Ganzen bezw. dem heissen Raume mitzutheilen, dem kalten zu entziehen sind, ergeben sich nun gemäss obigen Gleichungen (1), (2) und (4) — (7) mit Rücksicht auf

$$p_1 p_2 = p_0 p \;\; (\S.\ 123,\ \text{Gl. } 2)$$

$$AR = \frac{n-1}{n} c_p \;\; (\S.\ 122,\ \text{Gl. } 5)$$

$$\frac{p_0}{p_1} = \frac{p_2}{p} = \frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}} \;\; (\S.\ 122,\ \text{Gl. } 11)$$

$$Q_1 = H_2 + H_4 + H_3$$

$$= GAR\left(\frac{n}{n-1} T_1 - \frac{n}{n-1} T_2 + T_1 \ln \frac{p_0}{p_1}\right)$$

$$= G\left[c_p (T_1 - T_2) + ART_1 \ln \frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}}\right] \quad \ldots\ldots (8),$$

$$Q_2 = -(K_2 + K_4 + K_1)$$

$$= GAR\left(-\frac{n}{n-1} T_2 + \frac{n}{n-1} T_1 + T_2 \ln \frac{p_2}{p}\right)$$

$$= G\left[c_p (T_1 - T_2) + ART_2 \ln \frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}}\right] \quad \ldots\ldots (9).$$

Die Ausdrücke von $Q_1$ und $Q_2$ unterscheiden sich von den Gleichungen (9) und (10) in §. 123, welche der Zustandsänderung zwischen zwei Isothermen in einem einzigen Raume entsprechen, falls auch in diesen, wie hier, $m_1$ und $c_1$ mit $m$ und $c$ bezeichnet werden, nur dadurch, dass $c_p$ an die Stelle von $c$ getreten ist, so dass ein Unterschied überhaupt nicht stattfände, wenn die Druckcurven $a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 108, horizontale Gerade wären, entsprechend $m = 0$, $c = c_p$.

Mit $AR = \frac{n-1}{n} c_p$ und

$$\frac{T_1}{T_2} = \lambda, \quad \frac{p_0}{p} = \mu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

ist nach (8) und (9) auch

$$Q_1 = G c_p T_2 \left[\lambda - 1 + \frac{n-1}{n} \lambda \, ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)\right] \quad \ldots\ldots (11)$$

$$Q_2 = G c_p T_2 \left[\lambda - 1 + \frac{n-1}{n} ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)\right] \quad \ldots\ldots (12),$$

oder wegen $V = C_2 =$ dem Hubvolumen des kalten Cylinders und

$$G c_p \frac{n-1}{n} T_2 = G A R T_2 = A p C_2$$

$$Q_1 = A p C_2 \left[\frac{n}{n-1}(\lambda - 1) + \lambda \, ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)\right] \quad \ldots\ldots (13)$$

$$Q_2 = A p C_2 \left[\frac{n}{n-1}(\lambda - 1) + ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)\right] \quad \ldots\ldots (14)$$

ferner die bei jedem Spiel in Arbeit verwandelte Wärme:

$$Q_1 - Q_2 = A p C_2 (\lambda - 1) \, ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \quad \ldots\ldots (15)$$

und der Wirkungsgrad des Kreisprocesses:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\frac{n}{n-1} \frac{1}{ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)} + \frac{\lambda}{\lambda - 1}} \quad \ldots\ldots (16).$$

Bei gegebenem Temperaturverhältniss $\lambda$ ist letzterer um so grösser, je grösser $\mu$; damit er positiv sei, muss jedenfalls sein:

$$\mu > \lambda^{\frac{m}{m-1}} \quad \ldots\ldots (17).$$

Damit der Vorgang in vorausgesetzter Weise stattfinde, müssen die Hubvolumina $C_1$, $C_2$ der ebenso bezeichneten Cylinder und die Räume $V_0$, $V_2$ derselben, in welchen die Arbeitsluft sich zeitweilig zusammengedrängt befindet, gewisse Verhältnisse zu einander haben. Mit Rücksicht auf die Vorgänge im zweiten und im vierten Zeitabschnitt ist nämlich

$$\frac{p_2}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V_2}\right)^m = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}} \text{ und } \frac{p}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^m = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}},$$

also wegen $V_1 = C_1$ und $V = C_2$, mit $\lambda = \frac{T_1}{T_2}$:

$$\frac{p_2}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V_2}\right)^m = \lambda^{\frac{m}{1-m}} = \frac{p}{p_1} = \left(\frac{C_1}{C_2}\right)^m.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{V_0}{V_2} = \frac{C_1}{C_2} = \lambda^{\frac{1}{1-m}} \quad \ldots\ldots (18)$$

und mit $\mu = \frac{p_0}{p}$, sowie mit Rücksicht auf die isothermische Beschaffenheit von $a_0 a_1$, Fig. 108:

$$\frac{V_0}{C_1} = \frac{V_2}{C_2} = \frac{p_1}{p_0} = \frac{p}{p_0}\,\frac{p_1}{p} = \frac{1}{\mu\,\lambda^{\frac{m}{1-m}}} \quad \ldots\ldots\ldots (19).$$

Durch (18) und (19) sind $C_1$, $C_2$, $V_0$, $V_2$ bestimmt, wenn eine dieser Grössen ausser $m$, $\lambda$, $\mu$ gegeben ist.

Die durch ein Spiel gewonnene indicirte Arbeit ist nach (15):

$$E = \frac{Q_1 - Q_2}{A} = p\,C_2\,(\lambda - 1)\,ln\left(\mu\,\lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \quad \ldots\ldots (20).$$

Um diese Arbeit mit dem dazu benöthigten Raum, wäre hier $E$ etwa mit $C_1 + C_2$ zu vergleichen, und wenn der betreffende Quotient hier als Raumarbeit bezeichnet wird, wäre diese nach (20) und (18):

$$\frac{E}{C_1 + C_2} = p\,\frac{(\lambda - 1)\,ln\left(\mu\,\lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)}{\lambda^{\frac{1}{1-m}} + 1} \quad \ldots\ldots\ldots (21).$$

Bei gegebenem kleinsten Druck $p$ und bei sonst gegebenen Grössen ist auch sie, wie der Wirkungsgrad, um so grösser, je grösser $\mu$.

Indem freilich $\mu$, also der grösste Druck $p_0 = \mu p$ beschränkt ist, wäre, wenn $p_0$ gegeben ist, die Raumarbeit am grössten

$$\text{mit } \lambda^{\frac{m}{1-m}} = a \text{ für } \frac{ln\,(a\mu)}{\mu} = max$$

$$\mu\,\frac{a}{a\mu} - ln\,(a\mu) = 0; \qquad ln\,(a\mu) = 1$$

$$\mu = \frac{e}{a} = e\,\lambda^{\frac{m}{m-1}}; \qquad ln\mu = 1 + \frac{m}{m-1}\,ln\lambda \quad \ldots\ldots (22),$$

wenn also $\mu$ das $e$-fache des Grenzwerths gemäss (17) ist. In solchem Falle wäre nach (16) der Wirkungsgrad:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\frac{n}{n-1} + \frac{\lambda}{\lambda - 1}} \quad \ldots\ldots\ldots (16\,a)$$

und nach (21) die Raumarbeit:

$$\frac{E}{C_1 + C_2} = p\,\frac{\lambda - 1}{\lambda^{\frac{1}{1-m}} + 1} \quad \ldots\ldots\ldots (21\,a).$$

Beispielsweise sei übrigens $p$ gegeben, dabei

$$\lambda = 2 \text{ und } \mu = 4,$$

während jede der Curven $a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 108, eine gerade Linie sei, und zwar entweder eine verticale ($m = \infty$), oder eine durch den Ursprung gehende ($m = -1$), oder eine horizontale ($m = 0$). Man findet dann mit $n = 1{,}41$ nach (18), (16) und (21)

| | | | |
|---|---|---|---|
| für | $m = \infty$ | $-1$ | $0$ |
| | $\dfrac{C_1}{C_2} = 1$ | $1{,}414$ | $2$ |
| | $\dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}144$ | $0{,}188$ | $0{,}223$ |
| | $\dfrac{E}{C_1 + C_2}\dfrac{1}{p} = 0{,}347$ | $0{,}431$ | $0{,}462$ |
| | $\lambda^{\frac{m}{m-1}} = 2$ | $1{,}414$ | $1 < \mu$ . . . . . (17). |

Unter den vorausgesetzten Umständen ist es hiernach vortheilhaft, die Einrichtung thunlichst so zu treffen, dass im zweiten und vierten Zeitabschnitt, bei der Ueberströmung der Luft aus einem in den anderen Cylinder, der Druck constant bleibt. Bei den Ausführungen der Rider'schen Maschine, freilich mit Regenerator, mit stetigen Kolbenbewegungen und mit schädlichen Räumen, verhält es sich thatsächlich anders, indem dabei $C_1$ nahe $= C_2$ zu sein pflegt.

### §. 131. Theorie des Luftmotors, System Rider, mit Regenerator.

Der Regenerator befindet sich in dem entsprechend weit und lang gemachten Canal, der die beiden Cylinder verbindet, deren Hubvolumina mit $C_1$ und $C_2$ bezeichnet wurden; er sei mit Drahtgeflecht oder dergl. von hinlänglicher Masse erfüllt, um annehmen zu dürfen, dass die im zweiten Zeittheil von $C_2$ nach $C_1$ hindurchströmende Luft in ihm von $T_2$ auf $T_1$ erwärmt, die im vierten Zeittheil von $C_1$ nach $C_2$ strömende Luft in ihm von $T_1$ bis $T_2$ abgekühlt wird. Man kann sich nämlich dann vorstellen, dass sich im Beharrungszustande (nach vielmaligem Hin- und Herströmender Arbeitsluft) drei Schichten im Regenerator herstellen: zwei äussere zunächst den Cylindern $C_1$ und $C_2$ mit den Temperaturen $T_1$ und $T_2$ von Drahtgeflecht und Luft in dessen Hohlräumen, dazwischen eine mittlere Schicht, in welcher ein stetiger Uebergang von der einen in die andere Grenztemperatur stattfindet; bei jedesmaliger Luftströmung von $C_2$ nach $C_1$ wird in demselben Sinne diese mittlere Schicht im Regenerator etwas verschoben und die mittlere Temperatur in demselben etwas erniedrigt, während es sich in beiden Beziehungen umgekehrt bei umgekehrter Luftströmung verhält. Es lässt sich annehmen, dass die mittlere

Temperatur im Regenerator um den Mittelwerth $\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ hin- und herschwankt, abnehmend im zweiten, zunehmend im vierten Zeitabschnitt, jenachdem nämlich die Arbeitsluft, aus $C_2$ nach $C_1$ strömend, Wärme dem Regenerator entzieht, oder umgekehrt. Einigermassen werden solche Schwankungen der Mitteltemperatur im Regenerator auch im ersten und dritten Zeittheil stattfinden. Wenn nämlich im ersten die Luft im kalten Cylinder verdichtet wird, so muss sich solche Verdichtung auch in den Luftraum des Regenerators hinein erstrecken, einer Erhöhung der Temperatur darin entsprechend als Fortsetzung derselben im vorhergegangenen vierten Zeittheil; ebenso erstreckt sich im dritten die Ausdehnung der Luft im heissen Cylinder auch zurück in den Regenerator, einer Erniedrigung der Temperatur darin entsprechend als Fortsetzung derselben im vorhergegangenen zweiten Zeittheil. Sofern übrigens die Temperaturen der sich berührenden Luft- und Metalltheile im Regenerator stets als gleich gross zu betrachten sind, kann bei sehr überwiegender Masse der letzteren die in Rede stehende Temperaturschwankung nur sehr unbedeutend sein, noch geringfügiger, als bei dem Hindurchströmen der Arbeitsluft im zweiten und im vierten Zeitabschnitt.

Von solchen Erwägungen, welche dazu führen würden, von Schwankungen der mittleren Temperatur im Regenerator im ersten und dritten Zeittheil unbedingt, für den ganzen Verlauf des Kreisprocesses wenigstens unter der Voraussetzung zu abstrahiren, dass die Masse der Metallfüllung desselben vielmal grösser ist, als diejenige der Arbeitsluft in der Maschine, geht nun Zeuner hier nicht aus; zu Gunsten grosser Einfachheit der sich ergebenden Ausdrücke nimmt er vielmehr eine erhebliche Veränderlichkeit jener mittleren Temperatur an, und zwar eine solche, dass das Product derselben und des Gesammtvolumens der in den Cylindern befindlichen Arbeitsluft unveränderlich ist*. Ist nämlich

$V$ das augenblickliche Volumen der Arbeitsluft, welche sich in den Cylindern, ausschliesslich des constanten Luftraums

$C_3$ des Regenerators befindet,

$T'$ die entsprechende augenblickliche mittlere Temperatur in diesem,

$p$ der entsprechende Druck in allen communicirenden Räumen,

$G$ das constante Gesammtgewicht der in allen diesen Räumen $V$ und $C_3$ befindlichen Luft, so wird angenommen:

$$VT' = \text{Const.} \quad \text{. . . . . . . . . . . . . .} \quad (1).$$

* Ausdrücklich stellt Zeuner diese Hypothese zwar nur für die isothermischen Aenderungen im ersten und dritten Zeittheil auf, wendet sie aber demnächst auch für den zweiten und vierten Zeittheil an. „Technische Thermodynamik", Bd. I. §. 66.

Im ersten Zeittheil, in welchem die Luft, ganz im kalten Cylinder und im Regenerator sich befindend, darin comprimirt wird, in ersterem gemäss der Zustandscurve $a a_2$, Fig. 108 in §. 129, ist nun nach der Zustandsgleichung, bezogen auf diese beiden Luftmengen,

$$\frac{GR}{p} = \frac{V}{T_2} + \frac{C_3}{T'}; \qquad G R T_2 = \left(1 + \frac{C_3 T_2}{V T'}\right) p V$$

oder, wenn gemäss (1), unter $q$ eine Constante und unter $T_3$ den Werth von $T'$ im Anfangszustande $a$, Fig. 108, verstanden, in welchem $V = C_2$ ist,

$$\frac{C_3 T_2}{V T'} = \frac{C_3 T_2}{C_2 T_3} = q \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

gesetzt wird,

$$G R T_2 = (1 + q) p V \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3).$$

Entsprechend ist im dritten Zeittheil für die Expansion im heissen Cylinder und im Regenerator:

$$\frac{GR}{p} = \frac{V}{T_1} + \frac{C_3}{T'}$$

$$G R T_1 = \left(1 + \frac{C_3 T_1}{V T'}\right) p V = (1 + \lambda q) p V \quad \ldots \ldots \ldots (4)$$

nach (2) und mit $\lambda = \dfrac{T_1}{T_2}$.

Die Gleichungen (3) und (4) zeigen, dass bei Zeuner's Hypothese (1) den Curven $a a_2$ und $a_0 a_1$, Fig. 108, Gleichungen von der Form $p V = \text{Const.}$ zugeschrieben werden, dass sie also, weil sie constanten Temperaturen entsprechen, als polytropische Curven angenommen werden ($p V^m = \text{Const.}$ mit $m = 1$), gleich als ob $V$ die Volumina unveränderlicher Luftgewichte wären, also auch der Luftgehalt des Regenerators weder im ersten Zeittheil zunähme, noch im dritten abnähme, thatsächlich im Gegensatz zu Zeuner's Annahmen selbst. Aus demselben Grunde sind auch $a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 108, indem ihnen nach wie vor die Gleichung $p V^m = \text{Const.}$ beigelegt wird, keine polytropische Curven, werden aber gleichwohl als solche betrachtet, entsprechend den betreffenden Gleichungen in §§. 122, 123, insbesondere der Gleichung:

$$p_1 p_2 = p_0 p,$$

indem nach wie vor Druck und Volumen für die Zustände $a$, $a_2$, $a_0$, $a_1$ bezw. bezeichnet werden mit $p$ und $V = C_2$, $p_2$ und $V_2$, $p_0$ und $V_0$, $p_1$ und $V_1 = C_1$.

Gemäss (3) und (4) ist insbesondere, unter $p$ jetzt nicht einen veränderlichen, sondern jenen Druck im Anfangszustande verstanden,

$$GRT_2 = (1+q)pC_2 = (1+q)p_2V_2 \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

$$GRT_1 = (1+\lambda q)p_0V_0 = (1+\lambda q)p_1C_1 \quad \ldots \ldots \quad (6).$$

Es folgt daraus wegen

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{p}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}} = \lambda^{\frac{m}{1-m}}$$

$$\frac{V_0}{V_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1+q}{1+\lambda q}\lambda^{1+\frac{m}{1-m}} = \frac{1+q}{1+\lambda q}\lambda^{\frac{1}{1-m}} \quad \ldots \quad (7)$$

und mit $\mu = \frac{p_0}{p}$ wegen

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{p}{p_2} = \frac{p}{p_0}\frac{p_1}{p} = \frac{1}{\mu\lambda^{\frac{m}{1-m}}}$$

$$\frac{V_0}{C_1} = \frac{V_2}{C_2} = \frac{1}{\mu\lambda^{\frac{m}{1-m}}} \quad \ldots \ldots \quad (8).$$

Letztere Gleichung ist mit (19) im vorigen Paragraph identisch, (7) mit (18) daselbst nur um so mehr, je kleiner $q$ ist.

Was nun die dem heissen und dem kalten Raum mitzutheilenden Wärmemengen $H_1, H_2, H_3, H_4$ und $K_1, K_2, K_3, K_4$ betrifft, so ergeben sie sich sehr einfach für den ersten und dritten Zeittheil. Im ersten ist $H_1 = 0$ und nach §. 126 (6):

$$dK_1 = -AVdp = -Ad(pV) + ApdV,$$

also, da $pV$ constant ist, $dK_1 =$ dem Wärmewerth der elementaren Arbeit, folglich $K_1$ bei Division von $G$ durch $1+q$ gemäss (3):

$$K_1 = \frac{GART_2}{1+q}\, ln\frac{p}{p_2} \quad \ldots \ldots \quad (9),$$

analog Gl. (1) im vorigen Paragraph. Für den dritten Zeittheil ergiebt sich ebenso $K_3 = 0$ und mit Rücksicht auf (4)

$$H_3 = \frac{GART_1}{1+\lambda q}\, ln\frac{p_0}{p_1} \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

analog Gl. (2) im vorigen Paragraph. Wenn auch der heisse Cylinder hierbei Zuflussraum ist, sofern Luft in denselben aus dem Regenerator zuströmt (trotz der gegentheiligen obigen Folgerung), so würde doch diese Luft mit der im heissen Cylinder herrschenden Temperatur $T_1$ zuströmen, somit einen zusätzlichen Summand von $H_3$ gemäss §. 126, Gl. (8) nicht zur Folge haben.

Für den zweiten und vierten Zeittheil brauchen $K_2$, $H_2$ und $K_4$, $H_4$ überhaupt nicht einzeln berechnet zu werden, weil

$$K_2 + K_4 = H_2 + H_4 = 0$$

ist, wie sich durch folgende Ueberlegung ergiebt. Bedeutet nämlich $V_x$ das Luftvolumen im kalten Cylinder und $p$ den entsprechenden augenblicklichen Druck, so ist nach §. 126, (7) und (8)

$$dK_2 = dK_4 = -AV_x\,dp,$$

weil, wenn auch $V_x$ im vierten Zeitabschnitt Zuflussraum ist, doch die Luft mit der darin schon herrschenden Temperatur ihm zuströmt. Auch ist dabei in beiden Fällen

$$\frac{V_x}{T_2} + \frac{V - V_x}{T_1} + \frac{C_3}{T'} = \frac{GR}{p},$$

also wegen

$$\frac{C_3}{T'} = q\,\frac{V}{T_2}$$

gemäss der als allgemein gültig vorausgesetzten Gleichung (2):

$$V_x\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) = \frac{GR}{p} - V\left(\frac{1}{T_1} + \frac{q}{T_2}\right) = \frac{GR}{p} - \frac{1+\lambda q}{T_1}\,V,$$

somit

$$K_2 = -A\,\frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\left[GR\int_{p_2}^{p_0}\frac{dp}{p} - \frac{1+\lambda q}{T_1}\int_{p_2}^{p_0} V\,dp\right]$$

$$= -A\,\frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\left[GR\,ln\,\frac{p_0}{p_2} - \frac{1+\lambda q}{T_1}\left(p_0V_0 - p_2V_2 - \int_{V_2}^{V_0} p\,dV\right)\right].$$

Ebenso ist:

$$K_4 = -A\,\frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\left[GR\,ln\,\frac{p}{p_1} - \frac{1+\lambda q}{T_1}\left(pV - p_1V_1 - \int_{V_1}^{V} p\,dV\right)\right],$$

unter $p$ hier wieder (ausser unter dem Integralzeichen) den Druck im Zustande $a$, Fig. 108, statt des veränderlichen augenblicklichen Drucks verstanden. Dass diese Werthe von $K_2$ und $K_4$ entgegengesetzt gleich sind, folgt aus

$$\frac{p_0}{p_2} = \frac{p_1}{p}, \qquad p_0V_0 = p_1V_1, \qquad pV = p_2V_2$$

und aus der entgegengesetzten Gleichheit der beiden Integrale, sofern deren Summe, entsprechend der Zustandsgleichung $pV^m =$ Const., nach §. 122 (13)

$$= \frac{1}{1-m}(p_0 V_0 - p_2 V_2 + pV - p_1 V_1) = 0$$

ist. Ebenso ergiebt sich $H_2 + H_4 = 0$. Freilich setzt jene Gleichung (13) in §. 122 ein unveränderliches Luftgewicht voraus, gleich als ob auch beim Ueberströmen der Luft durch den Regenerator hindurch der Luftgehalt des letzteren sich nicht änderte, sofern wenigstens $a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 108, überhaupt polytropische Curven sein sollen.

Hiernach ist nun die Wärmemenge ($Q_1$ bezw. $Q_2$), die bei einem Kreisprocess dem heissen Raume mitzutheilen, dem kalten zu entziehen ist, mit Rücksicht auf (10) und (6), (9) und (5):

$$Q_1 = H_2 + H_4 + H_3 = H_3 = Ap_1 C_1 \, ln \frac{p_0}{p_1}$$

$$Q_2 = -(K_2 + K_4 + K_1) = -K_1 = ApC_2 \, ln \frac{p_2}{p}$$

oder wegen

$$\frac{p_0}{p_1} = \frac{p_2}{p} = \frac{p_0}{p} \frac{p}{p_1} = \mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}$$

und weil mit Rücksicht auf (7)

$$\frac{p_1 C_1}{p C_2} = \lambda^{\frac{m}{m-1}} \frac{1+q}{1+\lambda q} \lambda^{\frac{1}{1-m}} = \frac{\lambda(1+q)}{1+\lambda q}$$

ist,

$$Q_1 = ApC_2 \frac{\lambda(1+q)}{1+\lambda q} \, ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

$$Q_2 = ApC_2 \, ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12).$$

Die indicirte Arbeit für einen Kreisprocess ist

$$E = \frac{Q_1 - Q_2}{A} = pC_2 \frac{\lambda - 1}{1+\lambda q} \, ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \quad \ldots\ldots \quad (13),$$

im Verhältniss $\frac{1}{1+\lambda q}$ kleiner, als $E$ gemäss Gl. (20) im vorigen Paragraph. Wesentlich anders und (bei hinlänglich kleinem $q$) grösser ist aber der Wirkungsgrad des Kreisprocesses:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{1+\lambda q}{\lambda(1+q)} = \frac{\lambda - 1}{\lambda(1+q)} \quad \ldots\ldots \quad (14),$$

entsprechend dem calorischen Wirkungsgrad (dem Verhältniss der Wirkungsgrade des realen und des idealen oder Carnot'schen Processes zwischen denselben Grenztemperaturen):

$$\eta_c = \frac{1}{1+q} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (15),$$

welcher sich um so mehr der Einheit nähert, je kleiner $q$, je kleiner also nach (2) das Luftvolumen $C_3$ im Regenerator ist. —

Jedenfalls ist es möglich, diesen Luftraum vortheilhafter Weise so klein zu machen, dass er mit anderen hier stets unberücksichtigt gebliebenen schädlichen Räumen vergleichbar ist, dass nämlich der Regenerator eben noch ohne in Betracht kommenden Widerstand und entsprechenden Druckunterschied auf beiden Seiten desselben von der Luft durchströmt werden kann. Wäre das der Fall, so wäre diese ganze Untersuchung der Rider'schen Maschine mit Regenerator überflüssig, und mit Vermeidung einer zweifelhaften Hypothese in Betreff der darin herrschenden Temperatur nur die Theorie der Maschine ohne Regenerator im vorigen Paragraph entsprechend zu ändern gewesen. Solche Aenderung bezieht sich nur auf die Wärmemengen $H_2$, $K_4$ und deren Folgen; diese Wärmemengen sind jetzt andere, weil die Luft im zweiten Zeittheil in den heissen Raum mit der Temperatur $T_1$, im vierten in den kalten Raum mit der Temperatur $T_2$ einströmt, somit keiner Wärmemittheilung bedarf, um auf solche Temperatur gebracht zu werden.

Indem deshalb hier $dK_2$ denselben Ausdruck hat, wie $dK_2 = -AV_x dp$ im vorigen Paragraph, ergiebt sich leicht aus der Art und Weise, wie dort Gl. (4)

$$K_2 = GAR\left(\frac{mT_2}{m-1} - \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\, ln \frac{p_0}{p_2}\right)$$

gefunden wurde, dass darin, um $K_4$ zu erhalten, nur $\frac{p_0}{p_2}$ durch $\frac{p}{p_1}$ zu ersetzen ist, bei der Entwicklung des ersten Klammergliedes auch $p_2$, $V_2$ durch $p_1$, $V_1$, also wegen

$$p_2 V_2 = GRT_2, \qquad p_1 V_1 = GRT_1$$

auch einmal der Factor $T_2$ durch $T_1$. Dieses erste Glied entstand dort aus:

$$\frac{mT_2}{m-1}\,\frac{\left(\frac{p_0}{p_2}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1}{\frac{T_1}{T_2} - 1} = \frac{mT_2}{m-1},$$

wofür also hier zu setzen ist:

$$\frac{m\,T_1}{m-1}\,\frac{\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}-1}{\frac{T_1}{T_2}-1}=\frac{m\,T_1}{m-1}\,\frac{\frac{1}{\lambda}-1}{\lambda-1}=-\frac{m\,T_2}{m-1},$$

so dass

$$K_4=GAR\left(-\frac{m\,T_2}{m-1}+\frac{T_1\,T_2}{T_1-T_2}\,ln\frac{p_1}{p}\right)=-K_2$$

wird, wegen $\frac{p_0}{p_2}=\frac{p_1}{p}$. Ebenso findet man $H_2+H_4=0$, und ergeben sich dann überhaupt sofort die obigen Gleichungen (7), (8) und (11) — (15) mit $q=0$. —

Ist $C_3$, somit $q$ grösser, so ist es von $m$, also von der Beschaffenheit der Curvenstücke $a_2a_0$ und $a_1a$, Fig. 108, abhängig, ob die Zeuner'sche Hypothese (1) mehr oder weniger zutrifft. Wären z. B., entsprechend $m=\infty$, $a_2a_0$ und $a_1a$ verticale Gerade, so bliebe im zweiten und vierten Zeitabschnitt $V$ unveränderlich, nach (1) also auch $T'$, obschon die den Regenerator durchströmende Luft Wärme in ihm aufgenommen, bezw. abgegeben hätte. Richtiger könnte Gleichung (1) sein, wenn $m$ einen gewissen negativen Werth hätte, entsprechend solchen Lagen der Curvenstücke $a_2a_0$ und $a_1a$, wie die Figur andeutet; denn dann wäre im zweiten Zeittheil die Vergrösserung von $V$ und die Aufnahme von Wärme vom Regenerator nach (1) mit Verkleinerung von $T'$, im vierten Zeittheil die Verkleinerung von $V$ und die Abgabe von Wärme an den Regenerator nach (1) mit Vergrösserung von $T'$ verbunden. Trotz der Bedenken fraglicher Hypothese soll sie wegen der Einfachheit ihrer rechnerischen Ergebnisse im Folgenden zugrunde gelegt werden, indem sie vor allem um so weniger fehlerhaft ist, je kleiner $q$, indem aber nach (2) $q<\frac{C_3}{V}$ ist, und $C_3$ ohne Schwierigkeit auf solche Grössen beschränkt werden kann, welche mit sonstigen schädlichen Räumen vergleichbar sind, die bei den principiellen Untersuchungen hier immer im Vergleich mit $V$ vernachlässigt wurden.

Wäre z. B. $\lambda=2$, $\mu=4$, ferner

$$T_3=\frac{T_1+T_2}{2}=\frac{\lambda+1}{2}\,T_2,\ \text{also}\ \frac{T_2}{T_3}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{C_3}{C_2}=\frac{1}{4},\ \text{nach (2) also}\ q=\frac{1}{6},$$

so wäre $\frac{C_1}{C_2}$ nach (7) $= \frac{7}{8}$ des betreffenden Verhältnisswerthes gemäss (18), §. 130. $C_1$ und $C_2$ wären gleich gross, wie es bei ausgeführten Rider'schen Maschinen der Fall zu sein pflegt, für $m = -4{,}2$. Nach (14) ist der Wirkungsgrad $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ nur von $\lambda$ und $q$ abhängig, hier nahe $= 0{,}43$; er wird, wie die Beispiele zu Ende des vorigen Paragraph erkennen lassen, durch den Regenerator verhältnissmässig um so mehr vergrössert, je steiler die Curven $a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 108, verlaufen, wenigstens aber (für $m = 0$) ungefähr verdoppelt. Dieser Vortheil desselben wird durch den Umstand nicht aufgewogen, dass $E$ nach (13) bei gleichen Werthen von $m$, $\lambda$, $\mu$, $p$, $C_2$ nur 0,75 so gross ist. Die Verhältnisse, in welchen $Q_1$ und $Q_2$ gemäss (11) und (12) im Vergleich mit (13) und (14) im vorigen Paragraph durch den Regenerator sich ändern, sind unter verschiedenen Umständen verschieden.

## §. 132. Luftmotor, System Lehmann, ohne und mit Regenerator.

Für dieses, wenigstens ohne Regenerator bisher am meisten verbreitete Luftmotorensystem gelten bei demselben Diagramm Fig. 108 auch dieselben Gleichungen, die in den beiden vorhergehenden Paragraphen entwickelt wurden. Nur ist jetzt, wenn wieder mit $C_1$ das Hubvolumen des an die Stelle des Arbeitskolbens $K_1$ dort tretenden Verdrängers, mit $C_2$ das Hubvolumen des Arbeitskolbens $K_2$ bezeichnet wird, $C_2$ und somit das Verhältniss $C_2 : C_1$ von anderer Bedeutung und Ausdrucksform. Es ist nämlich, wie schon im §. 129 hervorgehoben wurde, hier zwar ebenso, wie bei Rider's Maschine,

$$C_1 = V_1, \text{ dagegen } C_2 = V_1 - V_2.$$

1) Für Lehmann's Maschine ohne Regenerator ist also wegen

$$p_1 V_1 = G R T_1 \quad \text{und} \quad p_2 V_2 = G R T_2$$

$$\frac{C_2}{C_1} = 1 - \frac{V_2}{V_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \frac{p_1}{p_2}$$

oder mit $\lambda = \frac{T_1}{T_2}$ und $\mu = \frac{p_0}{p}$ wegen

$$p_1 p_2 = p_0 p, \quad \text{also} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_0}{p_2} \frac{p}{p_2} = \left(\frac{p_0}{p_2}\right)^2 \frac{p}{p_0} = \frac{\lambda^{\frac{2m}{m-1}}}{\mu}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = 1 - \frac{\lambda^{\frac{m+1}{m-1}}}{\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

z. B. mit $\lambda = 2,\ \mu = 4$

$$\begin{array}{llll} \text{für } m = & \infty & -1 & 0 \\ \frac{C_2}{C_1} = & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & \frac{7}{8}. \end{array}$$

Die Ausdrücke von $Q_1$, $Q_2$ und $E$ bei gegebenen Werthen von $m, \lambda, \mu, p$ und $C_1$ erhält man aus §. 130, (13), (14) und (20), wenn darin gemäss (18) daselbst

$$C_2 = C_1 \lambda^{\frac{1}{m-1}}$$

gesetzt wird, somit

$$Q_1 = Ap\,C_1 \lambda^{\frac{1}{m-1}} \left[\frac{n}{n-1}(\lambda - 1) + \lambda\, ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)\right] \ \ldots\ldots (2)$$

$$Q_2 = Ap\,C_1 \lambda^{\frac{1}{m-1}} \left[\frac{n}{n-1}(\lambda - 1) + ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)\right] \ \ldots\ldots (3)$$

$$E = p\,C_1 \lambda^{\frac{1}{m-1}} (\lambda - 1)\, ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \ \ldots\ldots (4).$$

Für den Wirkungsgrad des Kreisprocesses gilt Gl. (16), §. 130. Als Raumarbeit kann hier das Verhältniss $\frac{E}{C_1 + K_1}$ betrachtet werden, unter $K_1$ das Volumen des Verdrängers verstanden; indem $K_1 > C_2$ zu sein pflegt, ist es als kleiner zu erachten, als die Raumarbeit $= \frac{E}{C_1 + C_2}$ von Rider's Maschine ohne Regenerator unter sonst gleichen Umständen. Durch lange Taucherkolben der letzteren kann übrigens dieser verhältnissmässige Raumunterschied mehr als ausgeglichen werden.

2) Für eine Lehmann'sche Maschine mit Regenerator ist nach den Gleichungen (5) und (6) im vorigen Paragraph:

$$\frac{C_2}{C_1} = 1 - \frac{V_2}{C_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}\frac{1+\lambda q}{1+q}\frac{p_1}{p_2},$$

also mit Rücksicht auf obige Entwicklung von Gl. (1):

$$\frac{C_2}{C_1} = 1 - \frac{1+\lambda q}{1+q}\frac{\lambda^{\frac{m+1}{m-1}}}{\mu} \ \ldots\ldots (5),$$

z. B. mit $\lambda = 2,\ \mu = 4$ und $q = \frac{1}{6}$

$$\begin{array}{llll} \text{für } m = & \infty & -1 & 0 \\ \frac{C_2}{C_1} = & \frac{3}{7} & \frac{5}{7} & \frac{6}{7}. \end{array}$$

Würde hier der ganze Hohlraum des Verdrängers zur Aufnahme des Regenerators verwendet, so wäre freilich dessen Luftvolumen $C_3$ wohl kaum auf $\frac{1}{4}\,C_2$ zu beschränken, so dass $q = \frac{1}{6}$ würde mit $\frac{T_2}{T_3} = \frac{2}{3}$, wie zu Ende des vorigen Paragraph für das Beispiel einer Rider-Maschine mit Regenerator angenommen wurde. Indessen wäre es schon mit Rücksicht auf die Schwere des hier mit dem Verdränger hin- und herzubewegenden Regenerators rathsam, zu seiner Aufnahme nur einen gewissen centralen Theil des Verdrängerraums zu benutzen.

Die Ausdrücke von $Q_1$, $Q_2$ und $E$ bei gegebenen Werthen von $m$, $\lambda$, $\mu$, $p$ und $C_1$ erhält man aus §. 131, (11), (12) und (13), wenn darin gemäss Gl. (7) daselbst

$$C_2 = C_1 \frac{1+\lambda q}{1+q}\,\lambda^{\frac{1}{m-1}}$$

gesetzt wird, somit

$$Q_1 = A p C_1 \lambda^{\frac{m}{m-1}}\, ln\left(u\,\lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (6)$$

$$Q_2 = A p C_1 \frac{1+\lambda q}{1+q}\,\lambda^{\frac{1}{m-1}}\, ln\left(u\,\lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \; \ldots\ldots\ldots \; (7)$$

$$E = p C_1 \frac{\lambda - 1}{1+q}\,\lambda^{\frac{1}{m-1}}\, ln\left(u\,\lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (8).$$

Für den calorischen und für den Wirkungsgrad des Kreisprocesses gelten die Gleichungen (15) und (14) im vorigen Paragraph; letzterer wird durch den Regenerator unter gleichen Umständen in demselben Verhältniss vergrössert, wie bei der Rider-Maschine, unter den hier vorausgesetzten Umständen also wenigstens verdoppelt gemäss der Ermittelung zu Ende des vorigen Paragraph. Sind auch die thatsächlichen Verhältnisse in mancher Hinsicht andere, so ist doch der Ansicht Zeuner's beizupflichten, dass durch Hinzufügung eines Regenerators die Lehmann'sche Maschine ohne Zweifel sehr zu verbessern wäre.

## §. 133. Luftmotoren mit Kreisprocess in zwei Räumen bei stetiger Schubkurbelbewegung der Kolben.

Die im Vorhergehenden vorausgesetzten absatzweisen, ev. durch zeitweilige Stillstände unterbrochenen Kolbenbewegungen, welche ein Volumendruckdiagramm zur Folge hatten, das aus 4 verschiedenen, zu je zwei als gleichartig und polytropisch angenommenen Theilen besteht, finden sich bei ausgeführten Maschinen thatsächlich durch stetige Bewegungen ersetzt. Hier sei als einfachste solche Bewegung eine derartige vorausgesetzt, wie sie von einer rotirenden Welle aus durch einen Kurbelschubmechanismus mit sehr langer Kurbelstange bewirkt wird, und zwar sowohl bezüglich der beiden Kolben $K_1$, $K_2$, als bezüglich des Kolbens $K_2$ und des Verdrängers $K_1$ einer Maschine mit Kreisprocess in zwei Räumen (abgesehen vom Luftraume eines etwa vorhandenen Regenerators), in welchen bezw. die constanten Temperaturen $T_1$ und $T_2$ erhalten werden, gemäss den Systemen Rider und Lehmann.*

1) Zunächst handle es sich um eine Rider'sche Maschine und zwar

a. mit Regenerator von derartig vollkommener Wirkung, dass die ihm entströmende Luft in den heissen Raum mit der Temperatur $T_1$, in den kalten mit der Temperatur $T_2$ einströmt. Die gleichzeitigen Grössen dieser beiden Räume seien bezw. $= V_x$ und $= V_y$ für den Drehungswinkel $\omega$ der Kurbelwelle, welcher von einem Augenblick an gerechnet sein soll, in welchem $V_x = 0$ ist, also $K_1$ sich in innerster Lage befindet, während dann $K_2$ in Bewegung gegen seine innerste Lage hin begriffen sei, entsprechend dem Winkel $\alpha < \pi$, um welchen die Kurbel von $K_2$ derjenigen von $K_1$ nacheile. Sind dann $C_1$ und $C_2$ bezw. die Maxima von $V_x$ und $V_y$ (die Hubvolumina der Kolben $K_1$ und $K_2$ bei Abstraction von schädlichen Räumen), so ist:

$$V_x = \frac{1}{2} C_1 (1 - \cos\omega); \qquad V_y = \frac{1}{2} C_2 [1 - \cos(\omega - \alpha)] \quad . . (1).$$

Ist ferner wieder $C_3$ das Luftvolumen des Regenerators, $T'$ die augenblickliche Mitteltemperatur in demselben, so ist nach der Zustandsgleichung, wenn sie auf den augenblicklichen Gesammtraum $= V_x + V_y + C_3$ mit dem Drucke $p$ des darin befindlichen constanten Luftgewichtes $G$ bezogen wird,

$$\frac{GR}{p} = \frac{V_x}{T_1} + \frac{V_y}{T_2} + \frac{C_3}{T'}$$

oder mit $T_1 = \lambda T_2$, und wenn mit $V = V_x + V_y$ gemäss §. 131, Gl. (1) und (2) wieder

$$VT' = \text{Const. und } \frac{C_3 T_2}{VT'} = q \quad . . . . . . . . . . . (2)$$

gesetzt wird,

$$\frac{GRT_1}{p} = V_x + \lambda V_y + \lambda q (V_x + V_y)$$

$$= (1 + \lambda q) V_x + \lambda (1 + q) V_y \quad . . . . . . . . (3).$$

* Zeuner, technische Thermodynamik, Bd. I, §. 68.

Wenn diese Gleichung differenzirt und dann mit $p$ multiplicirt wird, ergiebt sich:

$$-G R T_1 \frac{dp}{p} = (1 + \lambda q) p\, d V_x + \lambda (1 + q) p\, d V_y$$

gültig für jedes Element des Kreisprocesses. Das Integral der linken Seite dieser Differentialgleichung für eine ganze Umdrehung der Kurbelwelle ist $= 0$, weil $p$ am Anfang und am Ende gleich ist; folglich ist auch das entsprechende Integral der rechten Seite $= 0$, oder es ist, wenn

$$E_1 = \int p\, d V_x \quad \text{und} \quad E_2 = -\int p\, d V_y,$$

beide Integrale auf einen ganzen Kreisprocess bezogen, die Arbeiten bedeuten, welche bezw. durch die Bewegungen von $K_1$ und $K_2$ gewonnen und verbraucht werden,

$$(1 + \lambda q) E_1 - \lambda (1 + q) E_2 = 0.$$

Hieraus und aus

$$E_1 - E_2 = E,$$

unter $E$ die resultirende indicirte Arbeit für ein Spiel verstanden, folgt:

$$E_1 = \frac{\lambda (1 + q)}{\lambda - 1} E \quad \text{und} \quad E_2 = \frac{1 + \lambda q}{\lambda - 1} E \ldots\ldots\ldots (4).$$

Die dem heissen Raume in einem Zeitelement mitgetheilte Wärme ist nach §. 126, Gl. (7) und (8) $= -A V_x dp$, einerlei ob $V_x$ Ab- oder Zuflussraum ist, sofern im letzten Falle die Luft mit der in $V_x$ herrschenden Temperatur zufliesst. Die Wärme, welche bei einem ganzen Spiel mitgetheilt wird, ist somit bei entsprechender Ausdehnung des Integrals zwischen wiederkehrenden Grenzwerthen von $p$ und von $V_x$:

$$Q = -A \int V_x dp = -A \int [d(p V_x) - p\, d V_x]$$

$$= A \int p\, d V_x = A E_1; \text{ ebenso ist } Q_2 = A E_2 \ldots\ldots (5)$$

$=$ der Wärme, welche dem kalten Raum bei einem Spiel entzogen wird. Der Wirkungsgrad des Kreisprocesses ergiebt sich also mit Rücksicht auf (4):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = \frac{\lambda - 1}{\lambda (1 + q)} \ldots\ldots\ldots (6)$$

ebenso, wie im §. 131, Gl. (14). Mit $q = 0$ geht er in die Grenze $\frac{\lambda - 1}{\lambda}$ $=$ dem Wirkungsgrad des Carnot'schen Processes zwischen den Temperaturgrenzen $T_1$ und $T_2$ über. Es leuchtet ein, dass dieses Ergebniss, indem es unabhängig von den Gleichungen (1) erhalten wurde, allgemein gültig ist, sofern die Temperaturen $T_1$, $T_2$ der Räume $V_x$, $V_y$ constant und, falls $C_3$ nicht $= 0$ ist, die Gleichungen (2) erfüllt sind.

Zur Bestimmung der indicirten Arbeit $E$ genügt gemäss (4) die Berechnung einer der Arbeiten $E_1$, $E_2$, wozu, nachdem $V_x$, $V_y$ durch (1) als Functionen von $\omega$ gegeben sind, auch $p$ durch $\omega$ auszudrücken ist. Zu dem Ende folgt aus (3) und (1):

$$\frac{2GRT_1}{p} = (1+\lambda q)\,C_1(1-\cos\omega) + \lambda(1+q)\,C_2[1-\cos(\omega-\alpha)]$$

oder mit der Bezeichnung:

$$a = \frac{1+\lambda q}{\lambda(1+q)}\,\frac{C_1}{C_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$\frac{2GRT_2}{(1+q)C_2}\,\frac{1}{p} = a(1-\cos\omega) + 1 - \cos\omega\cos\alpha - \sin\omega\sin\alpha$$
$$= a + 1 - (a+\cos\alpha)\cos\omega - \sin\alpha\sin\omega$$

oder endlich mit den weiteren Bezeichnungen:

$$b = \frac{2GRT_2}{(1+q)\,C_2\,(a+1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8),$$

$$\varepsilon\cos\beta = \frac{a+\cos\alpha}{a+1} \text{ und } \varepsilon\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{a+1} \quad \ldots\ldots (9)$$

$$p = \frac{b}{1-\varepsilon\cos(\omega-\beta)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

Hiernach werden die Pressungen $p$ dargestellt durch die Längen der vom Brennpunkte aus gezogenen Fahrstrahlen einer Ellipse, deren halber Parameter $= b$ und deren verhältnissmässige Excentricität (Verhältniss der absoluten oder linearen Excentricität zur halben grossen Axe) $= \varepsilon$ ist; und zwar entspricht dem Drehungswinkel $\omega$ der Kurbelwelle ein solcher Strahl, welcher mit der grossen Axe, verstanden im Sinne vom Brennpunkte gegen den Mittelpunkt, den Winkel $\omega - \beta$ bildet.

Ist $p_1$ der grösste, $p_2$ der kleinste Druck, so ist, bezw. entsprechend $\omega = \beta$ und $\omega = \pi + \beta$,

$$p_1 = \frac{b}{1-\varepsilon} \text{ und } p_2 = \frac{b}{1+\varepsilon}.$$

Daraus folgt:

$$\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} = \frac{p_1}{p_2}; \qquad \varepsilon = \frac{p_1-p_2}{p_1+p_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

$$b = (1+\varepsilon)\,p_2 = \frac{2\,p_1 p_2}{p_1+p_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12),$$

während die zwei Gleichungen (9) ergeben:

$$tg\,\beta = \frac{\sin\alpha}{a + \cos\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13).$$

Mit Rücksicht auf (1) und (10) ist nun die Expansionsarbeit im heissen Cylinder für ein Spiel:

$$E_1 = \int p\,d\,V_x = \frac{b\,C_1}{2}\int\frac{\sin\omega\,d\,\omega}{1 - \varepsilon\cos(\omega - \beta)},$$

wenn die Integration zwischen zwei solchen Werthen von $\omega$ oder von $\omega - \beta$ ausgeführt wird, welche sich um $2\pi$ unterscheiden, oder mit $\omega - \beta = \delta$ wegen

$$\sin\omega = \sin(\omega - \beta + \beta) = \sin\delta\cos\beta + \cos\delta\sin\beta$$

$$E_1 = \frac{b\,C_1}{2}\left(\cos\beta\int_0^{2\pi}\frac{\sin\delta\,d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta} + \sin\beta\int_0^{2\pi}\frac{\cos\delta\,d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta}\right) \quad \ldots \quad (14).$$

Es ist aber

$$\int_0^{2\pi}\frac{\sin\delta\,d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta} = \frac{1}{\varepsilon}\,ln\,\frac{1 - \varepsilon\cos 2\pi}{1 - \varepsilon\cos 0} = 0,$$

ferner wegen

$$\cos\delta = \frac{-(1 - \varepsilon\cos\delta) + 1}{\varepsilon}$$

$$\int\frac{\cos\delta\,d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta} = -\frac{\delta}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon}\int\frac{d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta}$$

mit

$$\int\frac{d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta} = \frac{2}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}\,arctg\left(\sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}}\,tg\,\frac{\delta}{2}\right),$$

wie sich durch Differentiation dieser letzten Gleichung leicht ergiebt, also, indem hier die Differenz der Werthe von *arctg* (0), welche $\delta = 0$ und $\delta = 2\pi$ entsprechen, $= \pi$ gesetzt werden muss,

$$\int_0^{2\pi}\frac{\cos\delta\,d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta} = -\frac{2\pi}{\varepsilon} + \frac{2\pi}{\varepsilon\sqrt{1 - \varepsilon^2}},$$

somit endlich gemäss (14):

$$E_1 = \frac{\pi\,b\,C_1}{\varepsilon}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} - 1\right)\sin\beta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15).$$

Weil nach (11) und (12)

$$1-\varepsilon^2=\frac{4\,p_1\,p_2}{(p_1+p_2)^2}$$

$$\frac{b}{\varepsilon}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}-1\right)=\frac{2\,p_1\,p_2}{p_1-p_2}\left(\frac{p_1+p_2}{2\sqrt{p_1\,p_2}}-1\right)=\sqrt{p_1\,p_2}\,\frac{\sqrt{p_1}-\sqrt{p_2}}{\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2}}$$

ist, ferner gemäss (7) und der zweiten Gleichung (9)

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\varepsilon\,(a+1)=\frac{p_1-p_2}{p_1+p_2}\,\frac{(1+\lambda\,q)\,C_1+\lambda\,(1+q)\,C_2}{\lambda\,(1+q)\,C_2},$$

so folgt aus der ersten Gleichung (4) und aus (15) schliesslich die indicirte Arbeit mit $\mu=\frac{p_1}{p_2}$:

$$E=\frac{\lambda-1}{\lambda\,(1+q)}\,\pi\,C_1\,p_2\sqrt{\mu}\,\frac{\sqrt{\mu}-1}{\sqrt{\mu}+1}\,\frac{\mu+1}{\mu-1}\,\frac{\lambda\,(1+q)\,C_2}{(1+\lambda q)\,C_1+\lambda\,(1+q)\,C_2}\sin\alpha$$

$$=\frac{\pi\,(\lambda-1)\,C_1\,C_2\,p_2}{(1+\lambda\,q)\,C_1+\lambda\,(1+q)\,C_2}\,\frac{(\mu+1)\sqrt{\mu}}{(\sqrt{\mu}+1)^2}\sin\alpha\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(16).$$

Aus dieser Gleichung kann nicht ohne Weiteres geschlossen werden, dass $E$ unter sonst gleichen Umständen am grössten ist für $\alpha=90^0$, weil die Grössen

$$\frac{C_1}{C_2},\ \lambda,\ q,\ \alpha,\ \mu$$

in einer gewissen Beziehung stehen, analog wie Gl. (7) in §. 131 eine Beziehung zwischen den drei ersten dieser Grössen und dem Exponenten $m$ zum Ausdruck brachte. Nach (11) ist nämlich

$$\frac{p_1}{p_2}=\mu=\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon},$$

nach der zweiten Gleichung (9) folglich

$$\mu=\frac{(a+1)\sin\beta+\sin\alpha}{(a+1)\sin\beta-\sin\alpha}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(17).$$

Jenachdem nun in Gl. (13)

$$a+\cos\alpha\gtreqless 0,\ \text{also}\ \beta\lesseqgtr 90^0$$

ist, ist ihr zufolge:

$$\sin\beta=\frac{tg\,\beta}{\pm\sqrt{1+tg^2\beta}}=\frac{\sin\alpha}{\sqrt{(a+\cos\alpha)^2+\sin^2\alpha}}$$

und somit auch:

$$\mu=\frac{a+1+\sqrt{a\,(a+2\cos\alpha)+1}}{a+1-\sqrt{a\,(a+2\cos\alpha)+1}}\quad\ldots\ldots\ldots\quad(17\,a),$$

in welcher Gleichung $a$ durch (7) als Function von $\frac{C_1}{C_2}$, $\lambda$, $q$ bestimmt ist. Wäre z. B.

$$C_1 = C_2, \quad \lambda = 2, \quad q = 0{,}2$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| und | $\alpha = 90^0$ | $100^0$ | $110^0$ |
| so ergäbe sich | $\mu = 6{,}44$ | $5{,}17$ | $4{,}16$ |
| $\frac{(\mu+1)\sqrt{\mu}}{(\sqrt{\mu}+1)^2} \sin\alpha$ | $= 1{,}51$ | $1{,}29$ | $1{,}07$ |

In der That wäre also $E$ für $\alpha = 90^0$ am grössten; gleichwohl könnte es vorgezogen werden, die Kurbel von $K_2$ derjenigen von $K_1$ um mehr, als $90^0$ nachfolgen zu lassen, um nicht für $\mu$ einen allzugrossen Werth zu erhalten.

Was in Gl. (16) die Grösse

$$q = \frac{C_3 T_2}{V T'}$$

betrifft, so genügt ihre ungefähre Bestimmung mit Rücksicht auf die Unzuverlässigkeit der Annahme $VT' =$ Const. Wird dieses constante Product so berechnet, dass dabei $V =$ dem Mittelwerth von $V = V_x + V_y$ und $T' =$ dem Mittelwerth $T$ der mittleren Temperatur im Raume $V_x + V_y$ gesetzt wird, so ist nach §. 126, Gl. (5):

$$\frac{V}{T} = \frac{1}{2}\left(\frac{C_1}{T_1} + \frac{C_2}{T_2}\right); \quad VT' = \frac{1}{2}\left(\frac{C_1}{T_1} + \frac{C_2}{T_2}\right) T^2$$

und mit der Annahme $T^2 = T_1 T_2$:

$$VT' = \frac{C_1 T_2 + C_2 T_1}{2}; \quad q = \frac{2 C_3 T_2}{C_1 T_2 + C_2 T_1} = \frac{2 C_3}{C_1 + \lambda C_2} \quad . \quad (18),$$

z. B. $C_3 = 0{,}3\, C_1$ mit den obigen Annahmen: $C_1 = C_2$, $\lambda = 2$, $q = 0{,}2$. —

Mit **Zeuner** ist hier schliesslich die folgende Bemerkung zu machen, welche demnächst die **Lehmann**'sche auf die **Rider**'sche Maschine mit Kurbelbewegung zurückzuführen gestatten wird. Bei dieser ist nämlich nach Obigem die indicirte Arbeit für ein Spiel:

$$E = E_1 - E_2 = \int p\,(d V_x + d V_y) = \int p\, d V,$$

d. h. ebenso gross, als ob der Kreisprocess in einem Raume stattfände, dessen Volumen $V = V_x + V_y$ nach (1):

$$V = \frac{C_1 + C_2}{2} - \frac{1}{2}\left[(C_1 + C_2 \cos\alpha)\cos\omega + C_2 \sin\alpha \sin\omega\right]$$

ist. Setzt man hierin

$$C_1 + C_2 \cos\alpha = C_0 \cos\alpha_0 \quad \text{und} \quad C_2 \sin\alpha = C_0 \sin\alpha_0 \;.\;.\;.\;. \;(19)$$

oder

$$C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + 2\,C_1\,C_2 \cos\alpha} \quad \text{und} \quad tg\,\alpha_0 = \frac{C_2 \sin\alpha}{C_1 + C_2 \cos\alpha} \;.\; (20),$$

so wird

$$V = \frac{C_1 + C_2}{2} - \frac{C_0}{2} \cos(\omega - \alpha_0) \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \;(21)$$

$$V_{min} = \frac{C_1 + C_2 - C_0}{2} \quad \text{für } \omega = \alpha_0$$

$$V_{max} = \frac{C_1 + C_2 + C_0}{2} \quad \text{für } \omega = \pi + \alpha_0 \,.$$

Es bedeutet also $C_0$ den Unterschied des Maximums und des Minimums von $V$ = dem Volumen, welches in einem Cylinder ein auch durch eine Kurbel bewegter Kolben hin und her durchlaufen müsste, um dieselbe Arbeit $E$ zu leisten bei demselben Aenderungsgesetze (10) des Drucks, entsprechend $\omega = \alpha_0$ zu Anfang eines Hubes, also entsprechend dem Nacheilungswinkel $\alpha_0$ der betreffenden Kurbel hinter derjenigen von $K_1$.

b. Ohne Regenerator ist $C_3 = 0$, $q = 0$, somit gemäss (4) und (16):

$$E_1 = \frac{\lambda}{\lambda - 1} E; \qquad E_2 = \frac{1}{\lambda - 1} E \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \;(22)$$

$$E = \frac{\pi(\lambda - 1)\,C_1\,C_2\,p_2}{C_1 + \lambda C_2} \; \frac{(\mu + 1)\sqrt{\mu}}{(\sqrt{\mu} + 1)^2} \sin\alpha \;.\;.\;.\;.\;.\;. \;(23).$$

Dabei besteht zwischen $\frac{C_1}{C_2}$, $\lambda$, $\alpha$, $\mu$ die Beziehung (17a), aber jetzt nach (7) mit $a = \frac{1}{\lambda}\,\frac{C_1}{C_2}$. Wäre z. B.

$$C_1 = C_2,\; \lambda = 2,$$

$$\text{also } a = 0{,}5 \text{ und } \mu = \frac{1{,}5 + \sqrt{1{,}25 + \cos\alpha}}{1{,}5 - \sqrt{1{,}25 + \cos\alpha}},$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| so folgte für | $\alpha = 90^0$ | $100^0$ | $110^0$ |
| | $\mu = 6{,}85$ | 5,48 | 4,48 |
| | $\frac{(\mu + 1)\sqrt{\mu}}{(\sqrt{\mu} + 1)^2} \sin\alpha = 1{,}57$ | 1,34 | 1,12 |

Indem nun aber die bei jedem Spiel wechselsweise vom kalten in den heissen Cylinder und umgekehrt strömende Luftmenge hierbei ohne Druckänderung bezw. von $T_2$ bis $T_1$ erwärmt oder von $T_1$ bis $T_2$ abgekühlt werden muss durch eine Wärmemenge $= A E_0$, welche dazu dem heissen Cylinder mitzutheilen, bezw. dem kalten zu entziehen ist, ist hier nicht $Q_1 = A E_1$ und $Q_2 = A E_2$ nach (5), sondern

$$Q_1 = A(E_1 + E_0) \text{ und } Q_2 = A(E_2 + E_0) \quad \ldots \ldots (24)$$

und dann auch der Wirkungsgrad des Kreisprocesses:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_0} = \frac{E}{\frac{\lambda}{\lambda - 1} E + E_0} = \frac{1}{\frac{\lambda}{\lambda - 1} + \frac{E_0}{E}} \quad \ldots (25).$$

Zur Bestimmung von $E_0$ kann man bemerken, dass nach §. 126, Gl. (11) der kalte Raum $V_y$ oder der heisse Raum $V_x$ der Zuflussraum ist, jenachdem

$$d\left(\frac{V_y}{V_x}\frac{T_1}{T_2}\right) \gtreqless 0$$

ist, so dass der Augenblick der Umkehrung des Strömungssinnes der Gleichung entspricht:

$$V_x d V_y - V_y d V_x = 0$$

oder nach (1):

$$(1 - \cos\omega)\sin(\omega - \alpha) = [1 - \cos(\omega - \alpha)]\sin\omega$$

$$\sin\omega - \sin(\omega - \alpha) = \sin\omega\cos(\omega - \alpha) - \cos\omega\sin(\omega - \alpha)$$

$$2\cos\left(\omega - \frac{\alpha}{2}\right)\sin\frac{\alpha}{2} = \sin\alpha$$

$$\cos\left(\omega - \frac{\alpha}{2}\right) = \cos\frac{\alpha}{2}.$$

Diese Gleichung wird zwischen $\omega = 0$ und $\omega = 2\pi$ erfüllt durch

$$\omega = 0, \quad \omega = \alpha \text{ und } \omega = 2\pi,$$

und zwar findet von $\omega = 0$ bis $\omega = \alpha$ die Einströmung in $V_x$ statt, weil hierbei $V_x$ von Null an wächst, während $V_y$ bis Null abnimmt. Ist $\Delta G_x$ das dabei in $V_x$ einströmende Luftgewicht, so ist

$$A E_0 = c_p (T_1 - T_2)\Delta G_x = c_p (T_1 - T_2)\Delta\frac{p V_x}{R T_1}$$

oder wegen $A R = c_p - c_v = (n - 1) c_v$ und mit $T_1 = \lambda T_2$:

$$E_0 = \frac{c_p}{A R}\frac{\lambda - 1}{\lambda}\Delta(p V_x) = \frac{n}{n - 1}\frac{\lambda - 1}{\lambda}\Delta(p V_x) \quad \ldots (26).$$

Die Aenderung des Products $p V_x$, während $\omega$ von 0 bis $\alpha$ zunimmt, ist aber nach (1) und (10):

$$\Delta(p V_x) = \frac{b}{1 - \varepsilon\cos(\alpha - \beta)}\frac{C_1}{2}(1 - \cos\alpha)$$

oder, indem nach den Gleichungen (9):

$$\varepsilon \cos(\alpha - \beta) = \frac{(a + \cos\alpha)\cos\alpha + \sin^2\alpha}{a+1} = \frac{a\cos\alpha + 1}{a+1}$$

und nach Gl. (7) mit $q = 0$:

$$a = \frac{1}{\lambda}\frac{C_1}{C_2},$$

somit

$$1 - \varepsilon\cos(\alpha - \beta) = 1 - \frac{C_1\cos\alpha + \lambda C_2}{C_1 + \lambda C_2} = \frac{C_1(1 - \cos\alpha)}{C_1 + \lambda C_2}$$

ist, auch

$$\varDelta(p V_x) = \frac{b}{2}(C_1 + \lambda C_2) = \frac{p_1}{\mu + 1}(C_1 + \lambda C_2)$$

nach (12) und mit $p_1 = \mu p_2$. Schliesslich ist also nach (26):

$$E_0 = \frac{n}{n-1}\frac{\lambda - 1}{\lambda}\frac{p_1}{\mu + 1}(C_1 + \lambda C_2) \quad \ldots\ldots\ (27)$$

und mit Rücksicht auf (23):

$$\frac{E_0}{E} = \frac{n}{n-1}\frac{1}{\lambda}\frac{(C_1 + \lambda C_2)^2}{C_1 C_2}\left(\frac{\sqrt{\mu} + 1}{\mu + 1}\right)^2 \frac{\sqrt{\mu}}{\pi\sin\alpha} \quad \ldots\ (28).$$

Wenn ein Regenerator zwar vorhanden, aber von sehr unvollkommener Wirkung wäre, die Luft bei ihrem Durchflusse durch denselben eine Erhöhung oder Erniedrigung der Temperatur erführe, die viel kleiner ist, als $T_1 - T_2$, so würde $E$ nach (16), der Wirkungsgrad nach (25) mit einem aliquoten Theil von $E_0$ zu berechnen sein, und könnte dann der Vortheil des Regenerators hinsichtlich des Wirkungsgrades durch den Nachtheil bezüglich der Arbeit grossentheils aufgewogen werden. Letztere ist dann nämlich nach (16) und (23) kleiner im Verhältnisse

$$\frac{C_1 + \lambda C_2}{(1 + \lambda q)C_1 + \lambda(1 + q)C_2}$$

multiplicirt mit dem Verhältnisse, in welchem auch

$$\frac{(\mu + 1)\sqrt{\mu}}{(\sqrt{\mu} + 1)^2}\sin\alpha$$

etwas kleiner ist, z. B. für

$$C_1 = C_2, \quad \lambda = 2, \quad q = 0{,}2 \ \text{ und } \ \alpha = 90^0 \text{ bis } 110^0$$

ungefähr kleiner im Verhältnisse 0,76.

2) Die Berechnung der Maschine von Lehmann kann auf die der Rider'schen zurückgeführt werden. Die Vergleichung beider lässt den im letzteren Falle mit $K_1$ bezeichnet gewesenen Kolben als dem

Verdränger bei Lehmann entsprechend erscheinen, der auch den heissen Luftraum seiner Grösse nach bestimmt, während $K_2$ dort dem Arbeitskolben hier insofern entspricht, als derselbe nach aussen den kalten Luftraum begrenzt. Der principielle Unterschied besteht nur darin, dass das Gesammtvolumen der Arbeitsluft dort durch die Bewegungen beider Kolben, hier durch die Bewegung des Arbeitskolbens allein bestimmt wird. Nachdem aber oben zu Ende des Abschnitts a. durch Gl. (20) das Hubvolumen $C_0$ ausgedrückt worden ist, welches ein einziger das Gesammtvolumen bestimmender und durch eine Kurbel bewegter Kolben haben, sowie der Winkel $\alpha_0$, um welchen seine Kurbel derjenigen von $K_1$ nacheilen müsste, wenn bei demselben Aenderungsgesetze des Drucks auch dieselbe Arbeit geleistet werden soll, ist nun, wenn für eine Lehmann'sche Maschine

$C_1 =$ dem Hubvolumen des Verdrängers,

$C_0 =$ dem Hubvolumen des Arbeitskolbens,

$\alpha_0 =$ dem Nacheilungswinkel der Kurbel des letzteren hinter der des ersteren gegeben sind, diese Maschine ebenso zu berechnen, wie eine Rider'sche, welcher bei demselben Werthe von $C_1$ solche Werthe von $C_2$ und $\alpha$ entsprechen, die gemäss (19) bestimmt sind durch die Gleichungen:

$$C_2 = \sqrt{C_1^2 + C_0^2 - 2\,C_1 C_0 \cos\alpha_0} \text{ und } tg\,\alpha = \frac{C_0 \sin\alpha_0}{C_0 \cos\alpha_0 - C_1} \ . \quad (29).$$

Sollte sich hierbei $C_2 = C_1$ ergeben, so müsste nach (20) gegeben sein:

$$C_0 = C_1 \sqrt{2(1 + \cos\alpha)} = 2\,C_1 \cos\frac{\alpha}{2}$$

$$tg\,\alpha_0 = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} = tg\frac{\alpha}{2}; \quad \alpha_0 = \frac{\alpha}{2}.$$

Z. B. bei Versuchen, welche von Dr. Slaby und Brauer im Jahre 1878 mit verschiedenen Lehmann'schen Luftmaschinen (ohne Regenerator) angestellt wurden,* war u. A.

$$C_1 = 0{,}06754 \text{ Cub. Mtr.}, \quad C_0 = 0{,}705\,C_1, \quad \alpha_0 = 73^0.$$

Damit folgt aus (29):

$$C_2 = 1{,}042\,C_1 \text{ und } \alpha = 139^0\,40'.$$

Ferner war die indicirte Leistung dieser Maschine $= 5{,}42$ Pferdestärken bei 89 Umdrehungen in der Minute und bei einer gebremsten Leistung

* Beiträge zur Theorie der geschlossenen Luftmaschinen. Von Dr. A. Slaby, 1878. Sonderabdruck aus den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses.

= 2,3 Pferdestärken (entsprechend einem indicirten Wirkungsgrad von nur 0,42) gemessen worden, also die indicirte Arbeit für ein Spiel:

$$E = \frac{5{,}42\,.\,75\,.\,60}{89} = 274 \text{ Meterkgr.}$$

Ausserdem wurden

$$p_1 = 1{,}984 \text{ und } p_2 = 0{,}975 \text{ Atm., also } u = 2{,}035$$

durch Messung bestimmt. Die Einsetzung dieser Werthe ($p_2 = 0{,}975\,.\,10333$) in Gl. (23) ergiebt $E$ als Function von $\lambda$, und durch ihre Vergleichung mit $E = 274$:

$$\lambda = 1{,}722.$$

Zur Controle kann damit

$$\text{nach (7): } a = \frac{1}{\lambda}\frac{C_1}{C_2} = 0{,}5573 \text{ und nach (13): } \beta = 107^0\,34',$$

$$\text{dann nach (17): } \mu = 2{,}546 = 1{,}25\,.\,2{,}035$$

berechnet werden, also freilich $\mu$ um 25 % zu gross, was durch die von den Voraussetzungen obiger Theorie abweichenden Verhältnisse, insbesondere z. B. durch die Luftlässigkeit der Kolbenliederung und dadurch erklärlich ist, dass die Bewegungen des Kolbens und des Verdrängers nicht einfache Schubkurbelbewegungen waren.

Eine weitere Controle wird durch die Messung der Kühlwassermenge = 357 Liter = 357 Kgr. für eine Stunde und gebremste Pferdestärke dargeboten, sowie der mittleren Temperaturerhöhung dieses Wassers um 35,5° C. Danach ist nämlich

$$Q_2 = \frac{357\,.\,2{,}3}{60\,.\,89} \cdot 35{,}5 = 5{,}46 \text{ Cal.}$$

Nach (24) ist aber auch:

$$Q_2 = A\,(E_2 + E_0) = \frac{E_2 + E_0}{424}$$

und dabei nach (22):

$$E_2 = \frac{274}{0{,}722} = 380,$$

nach (27):

$$E_0 = \frac{1{,}41}{0{,}41}\,\frac{0{,}722}{1{,}722}\,\frac{1{,}984\,.\,10333}{3{,}035}\,(1 + 1{,}722\,.\,1{,}042)\,0{,}06754 = 1838,$$

also $Q_2 = 5{,}23$ wenig verschieden vom gemessenen Werthe. Der Wirkungsgrad des Kreisprocesses ergiebt sich schliesslich nach Gl. (25):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\dfrac{1{,}722}{0{,}722} + \dfrac{1838}{274}} = 0{,}11.$$

§. 134. **Graphische Untersuchung geschlossener Luftmaschinen mit Kreisprocess in zwei Räumen.**

Die Bewegungen der Kolben, bezw. des Kolbens und des Verdrängers einer geschlossenen Luftmaschine weichen oft von den bisher vorausgesetzten einfachen Bewegungen erheblich ab, und sind dabei auch die schädlichen Räume verhältnissmässig so gross, dass ihre Vernachlässigung unzulässig ist. In solchen Fällen kann eine graphische oder wenigstens theilweise graphische Untersuchung um so mehr vorgezogen werden, als die betreffenden Rechnungen und entsprechenden Formeln schon auf Grund der bisherigen Annahmen zum Theil sehr weitläufig und unbequem wurden. Wie eine solche Untersuchung ausgeführt werden kann, soll hier in theilweisem Anschluss an die Darstellung von Slaby* gezeigt wurden. Dabei wird nach wie vor angenommen, dass die Gewichtsmenge der in der Maschine enthaltenen Arbeitsluft, und dass die Temperaturen derselben im geheizten und im gekühlten Raume constant sind; allmähliche Uebergänge der einen Temperatur in die andere bleiben unberücksichtigt, oder werden wenigstens nur näherungsweise insofern berücksichtigt, als die betreffenden Räume, in welchen diese Uebergänge stattfinden, zu entsprechenden Theilen nach Schätzung dem heissen oder dem kalten Raume zugerechnet werden. Thatsächlich sind freilich die Temperaturen in letzteren Räumen um so veränderlicher, je schneller die Maschine läuft, je schneller also die Luft abwechselnd aus dem einen in den andern Raum überströmen muss, dabei wahrscheinlich mehr veränderlich im kalten, als im heissen Raume, wegen kleineren Unterschiedes der inneren und äusseren Temperatur bezüglich auf jenen, also wegen langsameren Wärmedurchgangs durch die Wandung; allein abgesehen davon, dass die Messung dieser Temperaturschwankungen kaum ausführbar wäre, würde ihre rechnerische oder graphische Berücksichtigung unverhältnissmässige Erschwerungen zur Folge haben. Die Constanz des Luftgewichts in der Maschine würde infolge Durchlässigkeit der glühend heissen Wand des Heizraumes für gepresste Luft im Sinne stetiger Abnahme erheblich gestört werden, wenn nicht die Maschine mit Einrichtungen zu entsprechendem Ersatz der verlorenen Luft versehen wäre, insbesondere z. B. mit einer solchen Kolbenliederung, welche sich einwärts öffnet, wenn die Pressung in der Maschine unter die der Atmosphäre sinkt.

Mit Slaby werde zunächst die meistens bisher ausgeführte Lehmann'sche Maschine ohne Regenerator vorausgesetzt. $T_1$ und $T_2$ seien

* Beiträge zur Theorie der geschlossenen Luftmaschinen von Dr. A. Slaby, 1878.

die Temperaturen bezw. des heissen und des kalten Luftraums, $V_x$ und $G_x$, $V_y$ und $G_y$ deren veränderliche Volumina und Luftgewichte, $p$ der gemeinschaftliche augenblickliche Druck, $G = G_x + G_y$ das unveränderliche Gesammtgewicht der eingeschlossenen Luft; in $V_x$ und $V_y$ sind die zugehörigen schädlichen Räume einbegriffen, nämlich ausser den kleinsten Räumen, welche zwischen dem Verdränger und einerseits dem geheizten Boden des zugehörigen Cylinders, andererseits dem Arbeitskolben wenigstens vorhanden sind, noch die nach Schätzung zu bestimmenden Theile des den Verdränger umgebenden Ringcanals, in welchem ein allmählicher Uebergang der Temperatur von $T_1$ bis $T_2$ stattfindet. Es ist dann

$$G = G_x + G_y = \frac{p}{R}\left(\frac{V_x}{T_1} + \frac{V_y}{T_2}\right)$$

oder mit

$$\frac{T_1}{T_2} = tg\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

unter $\alpha$ hier den nach Slaby sogenannten Temperaturwinkel verstanden,

$$p\,(V_x \cot g\,\alpha + V_y) = G\,R\,T_2$$

oder endlich, wenn $F$ den Querschnitt des Cylinders bedeutet, worin Verdränger und Arbeitskolben beweglich sind, mit

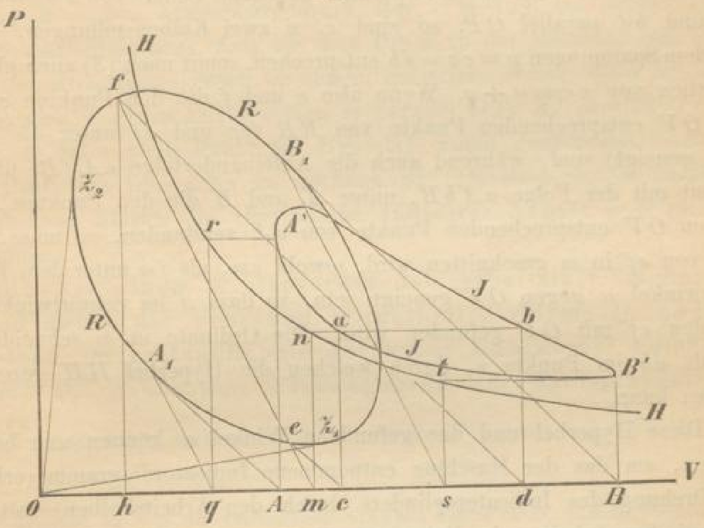
$$V_x = Fx \quad \text{und} \quad V_y = Fy \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$p\,(x \cot g\,\alpha + y) = \frac{G\,R\,T_2}{F} = \text{Const.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Bei bekanntem Temperaturwinkel $\alpha$ ist durch diese Gleichung der Druck $p$ für jede Kolbenstellung bestimmt, nämlich für jedes Paar zusammengehöriger, dem kinematischen Zusammenhange entsprechender durch Zeichnung bestimmbarer Werthe von $x$ und $y$, sobald für eine Kolbenstellung jener Druck bekannt ist.

Für eine gegebene Maschine findet man den Temperaturwinkel $\alpha$ mit Hülfe eines derselben entnommenen Indicatordiagramms durch Zeichnung, Fig. 109, auf folgende Weise. $OV$ und $OP$ seien rechtwinklige Axen, längs welchen die Längen $x$, $y$ und die Pressungen $p$ als Abscissen und Ordinaten abgetragen werden sollen. $OA$ sei die kleinste, $OB$ die grösste Länge $x + y$, so dass $A$ der innersten, $B$ der äussersten Lage des Arbeitskolbens entspricht und $AB$ = seiner Hublänge im Massstabe der Zeichnung ist. $JJ$ sei das auf die Länge $AB$ der Grundlinie reducirte Indicatordiagramm, über derselben in solcher Lage gezeichnet, dass im gewählten Massstabe seine Ordinaten (im Sinne $OP$) = den betreffenden Pressungen $p$ sind. $RR$ sei eine Curve, die Curve der relativen Volumina nach Slaby, deren Abscissen (im Sinne $OV$) $= y$ und deren Ordinaten $=$ den entsprechenden Werthen von $x$ sind, z. B. $Oh = y$, $hf = x$. Jeder Punkt $f$ von $RR$ entspricht einer gewissen Kolbenstellung $d$, welche erhalten wird, indem $fd$ unter $45^0$ gegen die

Fig. 109.




Coordinatenaxen geneigt bis zum Schnittpunkte $d$ mit $OV$ gezogen wird, weil dann $Od = fh + Oh = x + y$ ist; den Todtlagen $A$ und $B$ des Kolbens entsprechen insbesondere die Berührungspunkte $A_1$ und $B_1$ von $RR$ mit Geraden, die durch $A$ und $B$ unter $45^0$ gegen die Axen geneigt gezogen sind. Die kleinste Entfernung der Curve $RR$ von $OV$ ist etwas grösser, als die kleinste Entfernung des Verdrängers vom geheizten Boden des Verdrängercylinders (grösser um die Höhe des auf die Grundfläche $F$ reducirten Theils des zu $V_x$ gerechneten, den Verdränger umgebenden hohlcylindrischen Canals), der kleinste Abstand von $RR$ und $OP$ ist aus demselben Grunde etwas grösser, als die kleinste Entfernung des Verdrängers vom Kolben; sind $C_1 = Fc_1$ und $C_2 = Fc_2$ die Hubvolumina der letzteren, so ist $c_1 =$ der Länge der Projection von $RR$ auf $OP$, dagegen ist $c_2 = AB$ nicht nothwendig $=$ der Strecke, in welcher sich $RR$ auf $OV$ projicirt, weil die Bewegung des Kolbens allein nur $x + y$ bestimmt, während $y$ für sich zugleich durch die Bewegung des Verdrängers bedingt ist. Der einer Kolbenstellung $d$ entsprechende Werth von $x \cot g \alpha + y$ ist $= Om$, wenn $fm$ unter dem Winkel $\alpha$ gegen $OV$ geneigt ist; $Om$ und die entsprechende Ordinate $mn = p$ sind nach Gl. (3) Coordinaten einer gleichseitigen Hyperbel $HH$ mit den Asymptoten $OV$ und $OP$, welche durch den Punkt $n$ bestimmt ist. Der entsprechende Punkt $b$ von $JJ$ ist der Durchschnittspunkt der durch $d$ und durch $n$ bezw. mit $OP$ und $OV$ parallel gezogenen Geraden.

Ist nun $ab$ eine mit $OV$ parallel gezogene Sehne von $JJ$, und sind $ac$ und $bd$ parallel $OP$, so sind $c$, $d$ zwei Kolbenstellungen, welche gleichen Spannungen $p = ca = db$ entsprechen, somit nach (3) auch gleichen Werthen von $x \cot g \alpha + y$. Wenn also $e$ und $f$ die den Punkten $c$ und $d$ von $OV$ entsprechenden Punkte von $RR$ ($ce$ und $df$ unter $45^0$ gegen $OV$ geneigt) sind, während auch die Aufeinanderfolge $eA_1fB_1$ übereinstimmt mit der Folge $aA'bB'$, unter $A'$ und $B'$ die den Punkten $A$ und $B$ von $OV$ entsprechenden Punkte von $JJ$ verstanden, so muss, wenn $OV$ von $ef$ in $m$ geschnitten wird, sowohl $em$, als $fm$ unter dem Temperaturwinkel $\alpha$ gegen $OV$ geneigt sein, so dass $\alpha$ im Schnittwinkel der Geraden $ef$ mit $OV$ gefunden wird. Die Ordinate in $m$ schneidet die Gerade $ab$ im Punkte $n$, durch welchen die Hyperbel $HH$ gezeichnet werden kann.

Diese Hyperbel und der gefundene Winkel $\alpha$ können nun benutzt werden, um das der Maschine entnommene Indicatordiagramm (erhalten bei Drehung des Indicatorcylinders durch den Arbeitskolben) mit dem theoretischen Arbeits- oder Volumendruckdiagramm zu vergleichen, welches, durch $a$ und $b$ gehend, der Fundamentalgleichung (3) entspricht. Sollte z. B. der Punkt $A'$ dieses theoretischen Diagramms gefunden werden, welcher, in der Ordinate zu $A$ gelegen, der innersten Kolbenstellung entspricht, so wäre durch den entsprechenden Punkt $A_1$ von $RR$ die Gerade $A_1q$ unter dem Winkel $\alpha$ gegen $OV$ geneigt (parallel $fem$) zu ziehen, $qr$ parallel $OP$ bis zum Schnittpunkte $r$ mit der Hyperbel, endlich $rA'$ parallel $OV$ bis zum Schnittpunkte mit der Ordinate zu $A$. Der theoretisch grösste Druck wäre = der bis zur Hyperbel gerechneten Ordinate zu dem Punkte, in welchem die äusserste gegen $OP$ zu gelegene und parallel $fe$ gezogene Tangente von $RR$ die Axe $OV$ schneidet u. s. f.

Die von Slaby so gezeichneten Diagramme ergaben eine befriedigende Uebereinstimmung mit den betreffenden Indicatordiagrammen; $tg\,\alpha$ ergab sich insbesondere für die Lehmann'sche Maschine durchschnittlich nahe $= 2{,}25$. Was die Einzeltemperaturen $T_1$ und $T_2$ betrifft, so nimmt Slaby nach Schätzung an:

$$T_2 = 273 + 100 = 373^0,$$

entsprechend durchschnittlich:

$$T_1 = 2{,}25 \,.\, 373 = 839^0 = 273 + 566.$$

Für eine zu entwerfende Maschine müsste ausser dem kinematischen Zusammenhang, wodurch die Curve $RR$ der relativen Volumina bestimmt ist, $tg\,\alpha$ zur Construction des theoretischen Diagramms angenommen werden, ausserdem $p$ für eine gewisse Kolbenstellung, etwa für die äusserste Stellung $B$ = dem Atmosphärendruck $BB'$, Fig. 109, bei solcher Liederung des Arbeitskolbens, dass sie dem Druck in der Maschine nur wenig unter den Atmosphärendruck zu sinken gestattet. Würde dann $B_1 s$ unter dem Winkel $\alpha$ gegen $OV$ geneigt, $st$ parallel $OP$, $B't$ parallel $OV$ gezogen, so wäre $t$ ein Punkt der Hyperbel, womit diese selbst, dann mit ihrer Hülfe das Diagramm zu zeichnen ist. Dasselbe ergiebt durch die umschlossene Fläche die theoretische indicirte Arbeit $= E$ für eine Umdrehung.

Die bei einem Kreisprocess der Arbeitsluft im heissen Raume durch die Feuerung mitgetheilte Wärme $Q_1$ und die derselben im kalten Raume durch das Kühlwasser entzogene Wärme $Q_2$, somit der Wirkungsgrad des Kreisprocesses $= \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ sind folgendermassen zu beurtheilen.* Gemäss §. 126, Gl. (11)

* Hierbei ist von der Darstellung Slaby's abgewichen, welche vielmehr der folgenden Erwägung entspricht. Das Gewicht der in der Maschine eingeschlossenen Luft ist nach (3):

$$G = \frac{Fp}{RT_2}\,(x\,cotg\,\alpha + y).$$

Indem aber ein Theil davon, welcher jeweils zu Ende des Ueberströmens aus dem kalten in den heissen Raum oder umgekehrt bezw. im ersten oder zweiten zurückbleibt, an dieser Strömung nicht theilnimmt, und indem Slaby dieses Luftgewicht $= G_0$ von unverändert bleibenden Temperaturen

$$G_0 = \frac{Fp_m}{RT_2}\,(x_0\,cotg\,\alpha + y_0)$$

setzt, unter $x_0$ und $y_0$ die kleinsten Werthe von $x$ und $y$, und unter $p_m$ den Mittelwerth von $p$ verstanden, setzt er die Wärme, welche jeweils zur Erwärmung oder zur Abkühlung der (in jedem Zeitelement bei ungeändert bleibendem Druck) überströmenden Luft aufzuwenden ist,

$$Q_0 = (G - G_0)\,c_p\,(T_1 - T_2)$$

und dann $Q_1 = Q_0$, $Q_2 = Q_0 - AE$. Gegen diese Berechnung von $Q_0$ kann aber eingewendet werden, dass der Druck $p$ zu Ende der Strömung im einen oder im anderen Sinne nicht $= p_m$ ist, und dass, wenn auch die dadurch zu viel oder zu wenig gerechnete Wärmemenge nur einen kleinen Theil von $Q_0$ betragen sollte, sie ist der heisse Raum $V_x$ Zuflussraum, so lange $\frac{V_x}{V_y} = \frac{x}{y}$ zunimmt. Das ist, wenn die Curve $RR$ der relativen Volumina, Fig. 109, von $Oz_1$ und $Oz_2$ in $z_1$ und $z_2$ berührt wird, von derjenigen Lage an der Fall, welcher der Punkt $z_1$ entspricht, bis zu derjenigen, welcher $z_2$ entspricht. Sind $V_1 = Fx_1$ und $V_2 = Fx_2$ die zugehörigen Werthe von $V_x$, ferner $p'$ und $p''$ die zugehörigen Pressungen = den bis zur Hyperbel oder bis zur Indicatorcurve $JJ$ gerechneten Ordinaten zu den Punkten, in welchen $OV$ bezw. von Geraden geschnitten wird, welche durch $z_1$ und $z_2$ unter den Winkeln $\alpha$ oder $45^0$ gegen $OV$ geneigt gezeichnet werden, so ist das Gewicht $\Delta G$ der bei jedem Spiele überströmenden Luft = dem Ueberschuss des Luftgewichts vom Zustande $p''$, $T_1$ im Volumen $V_2$ über dasselbe vom Zustande $p'$, $T_1$ in $V_1$, also

$$\Delta G = \frac{p'' V_2 - p' V_1}{R T_1} = \frac{F}{R T_1}(p'' x_2 - p' x_1).$$

Die zur Temperaturänderung dieses Luftgewichtes um $T_1 - T_2$ ohne Druckänderung erforderliche Wärme ist:

$$A E_0 = \Delta G \,.\, c_p (T_1 - T_2)$$

oder mit Rücksicht auf den Ausdruck von $\Delta G$ und mit

$$\frac{c_p}{AR} = \frac{c_p}{c_p - c_v} = \frac{n}{n-1}$$

$$E_0 = \frac{n}{n-1} \frac{F}{T_1}(p'' x_2 - p' x_1)(T_1 - T_2)$$

$$= \frac{n}{n-1} \frac{\lambda - 1}{\lambda} F (p'' x_2 - p' x_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Sind nun $AE_1$ und $AE_2$ die Wärmemengen, welche behufs der Arbeitsleistung $= E$ für ein Spiel bezw. dem heissen Raume mitgetheilt, dem kalten entzogen werden müssen, wobei natürlich $E_1 - E_2 = E$ ist, so ergiebt sich:

$$Q_1 = A(E_1 + E_0) \text{ und } Q_2 = A(E_2 + E_0) \quad \ldots\ldots (5).$$

Der entsprechende Wirkungsgrad des Kreisprocesses

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_0} = \frac{E}{E_1 + E_0} \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

---

doch im Vergleich mit $AE$ zu gross sein kann, um vernachlässigt werden zu dürfen. Insbesondere aber ist nicht nur $Q_2$, sondern auch $Q_1$ ausser von $Q_0$ zugleich von der Arbeitsleistung abhängig, wie schon daraus zu folgern ist, dass, wenn die Maschine mit einem vollkommen wirkenden Regenerator versehen, somit $Q_0 = 0$ wäre, nicht $Q_1 = 0$ und $Q_2 = -AE$ sich ergeben dürfte.

muss gemäss der Bemerkung zu Gl. (6) im vorigen Paragraph, wenn die Maschine mit einem vollkommen wirkenden Regenerator versehen und somit $E_0 = 0$ ist, allgemein $= \frac{\lambda - 1}{\lambda}$ sein; es ist also

$$E_1 = \frac{\lambda}{\lambda - 1} E \text{ und } E_2 = \frac{1}{\lambda - 1} E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7).$$

Der Wirkungsgrad des Kreisprocesses wird dadurch:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\frac{\lambda}{\lambda - 1} + \frac{E_0}{E}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8),$$

der Form nach übereinstimmend mit Gl. (25) im vorigen Paragraph.

Durch Messung des für ein Spiel gebrauchten Kühlwassergewichtes $W$ und seiner Temperaturerhöhung $\varDelta T$ lässt sich mit Rücksicht auf die freilich nur unsicher bekannten Gesetze des Wärmedurchgangs durch feste Wände eine Controle für $Q_2$ und eine Gleichung zur Bestimmung der von Slaby nach Schätzung angenommenen Temperatur $T_2$ gewinnen. Es ist nämlich unter der Voraussetzung, dass der Kühlwassermantel sich bis zu der mittleren Lage der Grenze erstreckt, bis zu welcher auch im hohlcylindrischen Raum zwischen Verdränger und Cylinder die Lufttemperatur $T_2$ als vorhanden anzunehmen ist, die vom Kühlwasser für ein Spiel aufgenommene Wärme

$$= W.\varDelta T = Q_2 - Q_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9),$$

unter $Q_3$ die Wärme verstanden, welche gleichzeitig durch die Aussenwand des Kühlwassermantels, in welchem die bestimmbare absolute Temperatur $T_3$ des abfliessenden Kühlwassers herrscht, an die umgebende Luft von bekannter Temperatur $T_0$ abgegeben wird. Diese Wärmemenge $Q_3$ ist als Function der Grösse jener Aussenwand, ferner von $T_3 - T_0$ mit Hülfe eines erfahrungsmässigen Coefficienten auszudrücken, und ergiebt sich so aus (9) ein Controlwerth von $Q_2$. Wird aber auch $Q_2$ ausgedrückt, nämlich als Function der mittleren Grösse der an den kalten Luftraum $V_y$ grenzenden Innenwand des Kühlwassermantels, ferner des Temperaturunterschiedes $T_2 - T_3$ und eines erfahrungsmässigen Coefficienten, so liefert die Vergleichung des Werthes dieses Ausdrucks von $Q_2$ mit

$$Q_2 = W.\varDelta T + Q_3$$

eine Gleichung mit der Unbekannten $T_2$.

Z. B. bei den mehrerwähnten Versuchen von Brauer und Slaby wurde u. A. eine nominell einpferdige Lehmann'sche Maschine ohne Regenerator untersucht, für welche

$$F = 0{,}1087 \text{ Quadratm.}$$

war und durch das oben erklärte graphische Verfahren

$$tg\,\alpha = \lambda = 2{,}20$$

gefunden wurde. Ausserdem wurde bei durchschnittlich 106 Umdrehungen in der Minute

die indicirte Pferdestärke $= 2{,}37$
die gebremste Pferdestärke $= 1{,}31$

im Durchschnitt gefunden, so dass

$$E = \frac{2{,}37 \,.\, 75 \,.\, 60}{106} = 100{,}6 \text{ Meterkgr.}$$

sowie nach (7):

$$E_1 = 184{,}4 \text{ und } E_2 = 83{,}8 \text{ Meterkgr.}$$

war. Dem von Slaby bezüglich dieser Maschine mitgetheilten Diagramm kann ferner entnommen werden:

$$x_1 = 0{,}03 \quad \text{und } x_2 = 0{,}252 \text{ Mtr.}$$
$$p' = 1{,}104 \text{ und } p'' = 1{,}818 \text{ Atm.,}$$

womit und mit $n = 1{,}41$ nach Gl. (4) gefunden wird:

$$E_0 = 895{,}4 \text{ Meterkgr.,}$$

somit nach (5) und (6):

$$Q_1 = 2{,}547; \quad Q_2 = 2{,}309 \text{ Cal.}; \quad \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}093$$

statt 2,183 1,915 0,12

gemäss den Bestimmungen von Slaby. — Bezogen auf die Stunde und gebremste Pferdestärke wurden 163,4 Kgr. Kühlwasser gebraucht, die sich dabei um durchschnittlich 32,6° erwärmten, entsprechend

$$W.\Delta T = \frac{1{,}31 \,.\, 163{,}4 \,.\, 32{,}6}{60 \,.\, 106} = 1{,}097 \text{ Cal.}$$

und gemäss (9):

$$Q_3 = 2{,}309 - 1{,}097 = 1{,}212 \text{ Cal.,}$$

so dass $Q_3$ einen grösseren Theil von $Q_2$ ausmachen würde, als die vom Kühlwasser aufgenommene Wärme. Zur Vergleichung mit sonstigen Erfahrungen fehlen in dieser Hinsicht die nöthigen Angaben. Indessen lässt sich doch schliessen, dass

$$T_2 - T_3 \text{ etwas } < \frac{Q_2}{Q_3}(T_3 - T_0)$$
$$< \frac{2{,}309}{1{,}212}(40 - 15),$$

also etwas $< 48^0$ gewesen sein wird bei Voraussetzung einer Lufttemperatur von $15^0$ und weil das Kühlwasser mit ungefähr $40^0$ abfloss. Die Temperatur im kalten Luftraum war dann $< 88^0$, und zwar um so kleiner, als der Kühlwassermantel sich bis zu solchen Stellen des langen hohlcylindrischen Raums zwischen Verdränger und Cylinder erstreckte, wo darin thatsächlich eine absolute Temperatur herrschte, die wesentlich $> T_2$ war, so dass im Uebrigen ein entsprechend kleinerer Temperaturunterschied $T_2 - T_3$ ausreichte, um den Rest der Wärmemenge $Q_2$ zunächst an das Kühlwasser zu übertragen. Die mittlere Temperatur im kalten Luftraum der Maschine dürfte deshalb mit $100^0$ etwas zu gross geschätzt sein. — Setzt man die Wärmemenge, welche für eine Stunde und Bremspferdestärke der Arbeitsluft in der Maschine mitzutheilen war, nämlich

$$\frac{2{,}547 \,.\, 106 \,.\, 60}{1{,}31} = 6000\,\eta\,K,$$

unter $K$ Kgr. die ebenso verstandene verbrauchte Kohlenmenge, unter $\eta\,(=\eta_1\,\eta_2$, §. 62) den Wirkungsgrad der Heizanlage verstanden, und wenn der fraglichen Kohle mit Slaby ein Heizwerth $= 6000$ Cal. zugeschrieben wird, so ergiebt sich

$$\eta\,K = 2{,}06$$

und weil thatsächlich ungefähr 4,5 Kgr. Kohle pro Stunde und Nutzpferdestärke gebraucht wurden,

$$\eta = \frac{2{,}06}{4{,}5} = 0{,}46. \text{ —}$$

Für eine Lehmann'sche Maschine mit Regenerator im Verdränger können die im Vorhergehenden besprochenen Untersuchungen und die betreffenden Gleichungen unverändert gelassen werden, wenn der Luftraum des Regenerators mit entsprechenden Theilen in $V_x$ und in $V_y$ eingerechnet wird; nur ist in den Gleichungen (5), (6) und (8) unter $E_0$ dann nur ein Theil der durch (4) bestimmten Grösse zu verstehen, und zwar ein um so kleinerer Theil, als je vollkommener die Wirkung des Regenerators vorausgesetzt wird.

Bei der Rider'schen Maschine ohne oder mit Regenerator ändern sich, nachdem vorher ihr kalter Cylinder nöthigenfalls auf den Querschnitt $F$ des heissen reducirt worden ist durch solche Aenderungen der Entfernungen $y$ seines Kolbens $K_2$ vom betreffenden Cylinderdeckel, dass die eingeschlossenen Luftvolumina unverändert bleiben, nur die Bedeutungen gewisser Dimensionen in Fig. 109. Während dann nämlich der Unterschied der grössten und kleinsten Ordinate $x$ von $RR$ bei der Lehmann'-

schen Maschine dem Hubvolumen $C_1$ des Verdrängers, bei der Rider'schen dem Hubvolumen $C_1$ des Kolbens $K_1$ als Hublänge entspricht, wird bei ersterer die Hublänge des Arbeitskolbens durch die Strecke $AB$ dargestellt, bei letzterer dagegen die reducirte Hublänge des Kolbens $K_2$ durch den Unterschied der grössten und kleinsten Abscisse $y$ von $RR$.

## 2. Offene Maschinen.

### §. 135. Allgemeine Erörterungen.

Das Wesen eines offenen Luftmotors im Gegensatz zu einem geschlossenen geht am deutlichsten aus dem in §. 127 besprochenen Beispiel des letzteren hervor, indem man sich von den 4 besonderen Räumen, in welchen sich der Kreisprocess vollzieht, den Kühlraum weggelassen denkt, so dass die Arbeitsluft mit atmosphärischer Pressung und Temperatur in den Compressionscylinder angesaugt und nach ihrer Compression in diesem, ferner nach ihrer Wärmeaufnahme im Heizraum und nach der Ausdehnung im Expansionscylinder wieder mit atmosphärischen Druck, aber mit höherer als atmosphärischer Temperatur in die äussere Luft entweicht. Der diesem letzteren Umstande entsprechende Wärmeverlust kann durch einen Regenerator vermindert werden, den die entweichende Luft im einen, die dann angesaugte Luft im umgekehrten Sinne durchströmt; für eine derartige Maschine von Wilcox wird z. B. der auffallend kleine Verbrauch von 2,5 Kgr. Anthracitkohle für die Bremspferdestärke und Stunde angegeben.* Gemeinsam ist es allen offenen Luftmotoren bei sonst verschiedener Einrichtung, dass der kleinste Druck der Arbeitsluft dem atmosphärischen gleich ist; übrigens sind sie z. Z. vom Markte ganz verschwunden. Selbst die Ericsson'sche betreffende Maschine, welche mit der ihr zuletzt gegebenen thunlichst gedrängten und in mancher Hinsicht bemerkenswerthen, freilich des Regenerators entbehrenden Einrichtung eine Zeit lang Anwendung in der Kleinindustrie fand, hat nur noch historisches Interesse, soll aber doch im folgenden Paragraph als Vertreterin ihrer Gattung eine nähere Betrachtung erfahren um so mehr, als sie der seitdem vorzugsweise in Gebrauch gekommenen Maschine von Lehmann bezüglich ihrer Anordnung als Muster gedient hat.

Zuvor sei analog den allgemeinen Erörterungen (§§. 123—125) für geschlossene Maschinen, betreffend einen gedachten umkehrbaren Kreisprocess der Arbeitsluft in einem einzigen Raume, so dass das Volumen-

* Die Kraftmaschinen des Kleingewerbes. Von J. O. Knoke, 1887, S 83.

druckdiagramm (Indicatordiagramm) zugleich eine Zustandscurve, und zwar eine aus zwei Paaren gleichartiger polytropischer Curven bestehende Zustandscurve ist (§. 123, Fig. 106), darauf hingewiesen, dass, indem hier die Compression und die Expansion im Princip adiabatisch stattfinden, auch nur Kreisprocesse zwischen zwei Adiabaten ($a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 106) und einem anderen Paar gleichartiger polytropischer Curven ($pv^m =$ const. mit $-\infty < m < 0$) gemäss §. 124 in Betracht kommen, wenn es sich darum handelt, den mit Rücksicht auf Wirkungsgrad und Raumarbeit vortheilhaftesten Verlauf des Kreisprocesses zu bestimmen. Nach (1) und (3), §. 124, ist dann der erstere:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_0},$$

die letztere:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = \frac{c}{AR} P_1 \frac{T_2^{\frac{1}{n-1}}}{T_1} \frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0^{\frac{n}{n-1}}}$$

$$\text{mit } c = \frac{m-n}{m-1} c_v \quad \text{und} \quad n = 1{,}41$$

und wobei hier $P_1$ den grössten Druck (Kgr. für 1 Quadratm.), $T_2$ die atmosphärische und kleinste, $T_1$ die grösste, $T_0$ diejenige absolute Temperatur bedeutet, welche durch die adiabatische Compression erreicht wird. Bezüglich auf letztere ist die Raumarbeit am grössten gemäss (5) a. a. O. für

$$T_0 = \frac{1}{2-n}\left(\frac{T_1 + T_2}{2} - \sqrt{\left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right)^2 - n(2-n)\, T_1 T_2}\right),$$

z. B. mit $T_1 = 2\, T_2$ sehr nahe für $T_0 = 1{,}25\, T_2$, bezüglich auf $m$ (also auf $c$) für $m = 0$, wenn also der Kreisprocess ausser zwischen Adiabaten zugleich zwischen zur $v$-Axe parallelen Geraden stattfindet, entsprechend der Wärmeentziehung bei constantem atmosphärischen, der Wärmemittheilung bei constantem grössten Druck. Ist $T_1 = 2\, T_2$, $T_0 = 1{,}25\, T_2$ und $m = 0$, so ist sehr nahe:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}20 \quad \text{und} \quad \frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = 0{,}15 \cdot P_1 = 0{,}15 \,.\, 2{,}123 \,.\, 10333$$

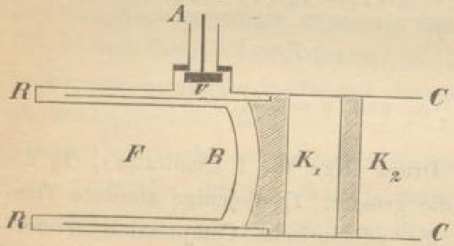
Meterkgr. Arbeit für 1 Cubikm. grössten Luftvolumens. Bezüglich dieses Processes mit adiabatischer Expansion und Compression, Mittheilung und Entziehung von Wärme je bei constantem Druck, gelten durchaus die Formeln von §. 127, indem der dort betrachtete Kreisprocess, obschon in

4 Räumen stattfindend, doch dem allein wesentlichen Umstande entspricht, dass der Zustand der Arbeitsluft jederzeit in allen Punkten derselbe ist; dabei bedeutet $p_1$ den oben mit $P_1$ bezeichneten grössten, $p_2$ den atmosphärischen Druck, $T_2$ die atmosphärische Temperatur, $Q_2$ die Wärme, welche bei jedem Spiel von der austretenden Luft an die Atmosphäre abgegeben wird, sofern sie einfach wirkend und ein Regenerator nicht vorhanden ist.

## §. 136. Offene Maschine von Ericsson.

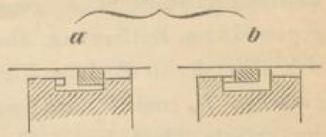
Die dieser Maschine zuletzt gegebene Einrichtung ist im Wesentlichen folgende. Ein horizontaler Cylinder $CC$ ist einerseits offen, andrerseits durch einen hineinreichenden Feuertopf $B$ geschlossen, zwischen welchem und dem Cylinder ein ringförmiger Raum $RR$ verbleibt mit einem davon ins Freie führenden Abflussrohr $A$, Fig. 110. Das Ventil $V$ in letzterem wird durch einen die Ventilstange angreifenden, seinerseits von einer Feder angegriffenen Hebel geschlossen erhalten, so lange nicht die Oeffnung erzwungen wird durch den dem Zug der Feder entgegenwirkenden Druck eines Daumens, welcher mit der Schwungradwelle, die quer über dem offenen Ende des Cylinders $CC$ gelagert ist, rotirt. In diesem Cylinder bewegen sich zwei Kolben, der dicke und mit schlechten Wärmeleitern ausgefüllte Speisekolben $K_1$, an welchen ein in $RR$ hineinreichender Blechcylinder angesetzt ist, und der mit einer Ledermanschette dicht anschliessende Arbeitskolben $K_2$. Die Kolbenstange von $K_1$ geht durch eine Stopfbüchse im Kolben $K_2$, der zwei seitwärts liegende Kolbenstangen hat. Alle diese Stangen sind durch Hebel und Kurbelstangen mit dem Kurbelzapfen der Schwungradwelle verbunden, so dass bei deren Rotation $K_1$ und $K_2$ gleichzeitige Wege hin und her durchlaufen von solcher Art, dass sich die Räume $V_x$ zwischen $B$ und $K_1$, $V_y$ zwischen $K_1$ und $K_2$ wechselsweise vergrössern und verkleinern. Der Arbeitskolben $K_2$ hat leichte, aber grosse, einwärts sich öffnende Ventile, die durch Gewicht oder Feder geschlossen bleiben, so lange sie nicht durch einen kleinen Ueberdruck von aussen geöffnet werden. Der Speisekolben $K_1$ bildet am ganzen Umfange ein

Fig. 110.



Ringventil, indem er ringsum mit einer Nuth versehen und im Cylinder nicht dicht anschliessend beweglich, sondern durch zahnartige Vorsprünge mit Zwischenräumen unter sich geführt ist, Fig. 111; den Ventildeckel bildet ein Ring, der bei schneller Einwärtsbewegung von $K_1$ (ohne Ueberdruck in $V_y$) die Lage *a* annimmt und dadurch $V_x$ gegen $V_y$ abschliesst, während er bei schneller Auswärtsbewegung von $K_1$ (ohne Ueberdruck in $V_x$) sich gegen vereinzelte Vorsprünge, wie in Fig. 111 *b*, angedeutet, anlegt, so dass $V_x$ und $V_y$ mit einander communiciren. Durch diese Anordnungen wird beabsichtigt, dass die Luftbewegung nur durch die geöffneten Ventile von $K_2$ in den kalten Raum $V_y$, von da durch das geöffnete Ringventil von $K_1$ in den heissen Raum $V_x$, von hier endlich durch das geöffnete Ventil $V$, Fig. 110, in das Abflussrohr $A$ erfolgen soll. Erwähnenswerth ist noch ein in Fig. 110 nicht angedeuteter Blechcylinder, welcher, an der ringförmigen Schlusswand des Raumes $R\,R$ befestigt, sich in den schmalen Raum zwischen der Aussenwand von $R\,R$ und dem an $K_1$ befestigten Blechcylinder hinein erstreckt; indem dann die ausströmende heisse Luft auf zickzackförmigem Wege an diesen cylindrischen Blechwänden entlang strömt, kann sie einen Theil ihrer Wärme an dieselben absetzen, um demnächst der umgekehrt aus $V_y$ zuströmenden kalten Luft zurückgegeben zu werden. Es wird dadurch eine Art von Regeneratorwirkung ausgeübt, welcher aber, da die betreffenden Blechwände im dauernden Betriebe eine nur sehr wenig schwankende Temperatur annehmen werden, eine nur so geringe Erheblichkeit beizulegen ist, dass sie rechnerisch ausser Betracht bleiben kann. Ein Schwungkugelregulator verhindert zu schnellen Gang der Maschine durch Oeffnen eines besonderen Ventils zu unmittelbarem Entweichen eines Theils der Arbeitsluft.

Fig. 111.



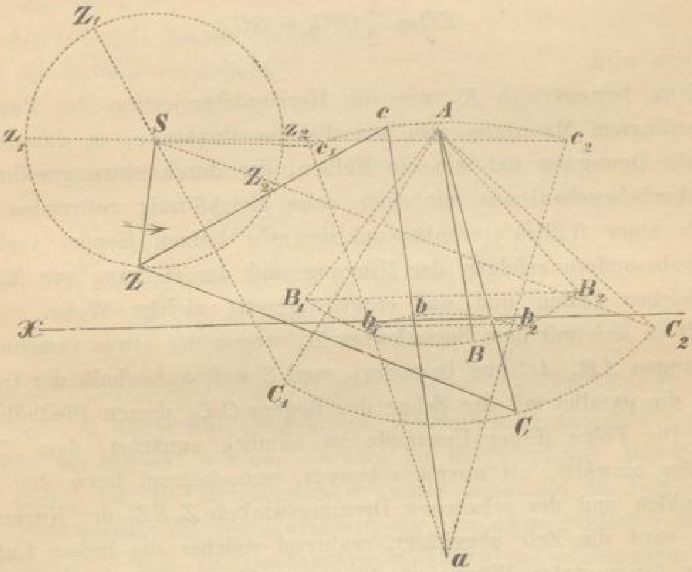

Im Princip liegt nun dem Vorgange folgende Anschauung zugrunde bei Voraussetzung gewisser idealer Bewegungen von $K_1$ mit der Hublänge $H$ und von $K_2$ mit der kleineren Hublänge $h$ der Art, dass sich passend 3 Zeittheile einer Hin- und Herbewegung beider, einer Kurbelumdrehung entsprechend, unterscheiden lassen. Zu Anfang des ersten Zeittheils befinden sich beide Kolben in ihren äussersten Stellungen am offenen Ende des Cylinders $C\,C$ in kleiner Entfernung von einander. Während sie dann bei offen gehaltenem Ventil $V$ gleichzeitig einwärts in ihre innersten Stellungen bewegt werden, vergrössert sich ihre Entfernung um $H - h$, so dass bei geschlossenem Ringventil von $K_1$, der Fig. 111, $a$ entsprechend, und bei geöffneten Ventilen von $K_2$ äussere Luft in den kalten Raum $V_y$ angesaugt, heisse Luft aus $V_x$ durch $A$ ausgeblasen wird. Jetzt wird zu Anfang des zweiten Zeittheils $V$ geschlossen und, während $K_2$ stillsteht, $K_1$ gegen $K_2$ zurückbewegt bis zur früheren kleinsten gegenseitigen Entfernung, also um die Wegstrecke $H - h$. Dabei stellt das sich öffnende, in die Lage Fig. 111, $b$ kommende Ringventil die Verbindung zwischen $V_x$ und $V_y$ her, während die Ventile von $K_2$ sich schliessen; der grösste Theil der in $V_y$ befindlichen kalten Luft tritt in den heissen Raum $V_x$ über und wird darin erhitzt bei wachsender, in beiden Räumen gleicher Pressung $p$. Endlich werden im dritten Zeittheil bei geschlossen bleibendem Ausblaseventil $V$ beide Kolben gemeinschaftlich, nämlich mit gleich bleibender kleinster Entfernung um die Strecke $h$ in ihre äussersten Lagen zurückbewegt, wobei auch die Ventile von $K_2$ geschlossen bleiben (sofern nicht der innere Druck schliesslich unter den Atmosphärendruck sinkt) und das Ringventil offen bleibt, so dass der abnehmenden Pressung entsprechend noch etwas Luft aus $V_y$ nach $V_x$ überströmen kann. Indem nun bei Abstraction von Reibungen im ersten Zeittheil nur eine kleine negative Arbeit wegen Ueberdrucks auf die Vorderfläche von $K_1$ und eine kleine positive Arbeit wegen Ueberdrucks auf die Hinterfläche von $K_2$ geleistet wird, im zweiten Zeittheil eine kleine negative Arbeit wegen Ueberdrucks auf die jetzt auf der anderen Seite liegende Vorderfläche von $K_1$, welche kleinen Arbeiten den Reibungsarbeiten hinzugerechnet werden mögen, wird die einzige positive Arbeit $= E$ für ein Spiel, welche wesentlich in Betracht kommt, während des dritten Zeittheils geleistet infolge des Ueberdrucks auf die Hinterfläche des mit $K_1$ zusammen nach aussen bewegten Arbeitskolbens $K_2$. Während des ganzen Vorgangs werde dabei die absolute Temperatur im Raume $V_x$ constant $= T_1$, in $V_y$ constant $= T_2$ (etwas grösser, als die atmosphärische Temperatur) gesetzt. Letzteres kann unbedenklich erscheinen, sofern eine Luftbewegung aus $V_x$ nach $V_y$ nie stattfindet, nur durch Leitung der Metallwände Wärmeübertragung an die Luft in $V_y$ vermittelt wird; was freilich die Temperatur in $V_x$ betrifft, so muss sie thatsächlich im ersten Zeittheile wachsen, und würde sie, wenn $G_2$ das Luftgewicht ist, welches im zweiten Zeittheil von $V_y$ nach $V_x$ überströmt, während des zweiten und dritten Zeittheils eigentlich nur dann durchschnittlich nahe gleich gross zu setzen sein, wenn sich diese Zeitabschnitte verhielten

$$= G_2 c_v (T_1 - T_2) : A E_1$$

bei Voraussetzung gleichmässiger Wärmemittheilung durch den Heiztopf, und unter $E_1$ die Expansionsarbeit der eingeschlossenen Luft im dritten Zeittheil verstanden.

Um den Erfolg der vorausgesetzten idealen Kolbenbewegung ohne zeitweiligen Stillstand von $K_2$ angenähert zu erzielen, ist folgende An-

Fig. 112.




ordnung getroffen: Fig. 112, worin die Gerade $X$ die horizontale Cylinderaxe, der Punkt $S$ die dazu senkrechte horizontale Axe der Schwungradwelle, $A$ und $a$ zwei mit dieser parallele Schwingungsaxen bedeuten, $A$ in gleicher Höhe mit $S$ und vertical über $a$ gelegen. Mit $A$ sind die etwas verschieden gerichteten Hebel $AB$ und $AC$, mit $a$ die gleich gerichteten Hebel $ab$ und $ac$ verbunden; $B$ und $b$ hängen bezw. mit den zu $K_1$ und $K_2$ gehörigen Kolbenstangen zusammen, $C$ und $c$ werden von den Kurbelstangen $ZC$ und $Zc$ angegriffen. $B$ schwingt in einem Bogen $B_1 B_2$, dessen Sehne $= H$ parallel $X$ ist, und dessen Pfeil von $X$ halbirt wird; $b$ schwingt in einem Bogen $b_1 b_2$, dessen Sehne $= h$ auch parallel $X$ ist und dessen Pfeil von $X$ halbirt wird. Dadurch sind bei gegebenen Werthen von $H$, $h$ und bei angenommenen Lagen von $A$, $a$ die Winkel $B_1 A B_2 = C_1 A C_2$ und $b_1 a b_2 = c_1 a c_2$, sowie die Längen $AB$ und $ab$ bestimmt. Auch ist, sofern $A$ der Mittelpunkt des Pfeils des Schwingungsbogens $c_1 c_2$ von $c$ sein soll, die Hebellänge $ac$ bestimmt, ferner bei angenommener Lage von $S$ die Kurbellänge $SZ = r$ und die Kurbelstangenlänge $Zc = l$ durch die Gleichungen

$$l + r = Sc_2 \text{ und } l - r = Sc_1 .$$

Endlich lässt sich die Länge $AC$ durch Probieren so bestimmen, dass

$$SC_2 - SC_1 = 2r,$$

wonach die Länge der Kurbelstange

$$ZC = \frac{1}{2}(SC_2 + SC_1)$$

gefunden wird.

Nun bewegt sich $K_2$ wie die Horizontalprojection des Punktes $b$, in verjüngtem Massstabe also wie die des Punktes $c$, so dass $K_2$ eine ähnliche Bewegung hat wie ein Kolben, der durch einen gewöhnlichen Schubkurbelmechanismus mit einer nahe gleichförmig rotirenden Welle mittels einer freilich verhältnissmässig sehr kurzen Koppel verbunden ist; insbesondere erfolgen der Hingang und der Hergang von $K_2$ nahe in gleichen Zeiten und auf entgegengesetzt gleiche Weise. Anders verhält es sich mit dem Speisekolben $K_1$ wegen der etwas verschiedenen Richtungen $AB$, $AC$ und besonders, weil $S$ weit ausserhalb der Geraden liegt, die parallel mit der Sehne des Bogens $C_1C_2$ dessen Pfeilhöhe halbirt. Die Folge dieser Umstände ist nämlich zunächst, dass $K_1$ sich schneller einwärts, als auswärts bewegt, entsprechend bezw. den Zeiten des hohlen und des erhabenen Drehungswinkels $Z_2SZ_1$ der Kurbel; dadurch wird die Zeit abgekürzt, während welcher die heisse Luft mit nutzlos fortgesetzter Wärmeaufnahme ausgeblasen wird. Ferner finden die Grenzlagen von $K_1$ und $K_2$ nicht gleichzeitig statt, indem der erste Kolben dem zweiten bei nicht ganz gleichem Bewegungsgesetze voreilt. Während der Bewegung des Kurbelzapfens von $Z_2$ bis $z_2$ bewegen sich $K_1$ und $K_2$ auseinander, so dass die Ventile von $K_2$ sich leicht und schnell öffnen; während seiner Bewegung von $z_2$ bis $Z_1$ gehen beide einwärts, indem zugleich ihre Entfernung wächst, so dass heisse Luft ausgeblasen, kalte eingesaugt wird. Bei der Bewegung des Kurbelzapfens von $Z_1$ bis $z_1$ bewegen sich beide Kolben gegeneinander, so dass sich ihre Entfernung schnell verkleinert und dadurch ungefähr der Vorgang verwirklicht wird, welcher nach dem zugrunde liegenden Gedanken im zweiten Zeittheil (Stillstand von $K_2$) stattfinden sollte; endlich während der Bewegung von $z_1$ bis $Z_2$ bewegen sich $K_1$ und $K_2$ beide nach aussen, wobei sich ihre Entfernung zunächst zu verkleinern fortfährt, und ist das die fast eine halbe Umdrehung in Anspruch nehmende Zeit der Expansionswirkung infolge des im vorigen Zeittheil gestiegenen Drucks. —

Es sei nun in irgend einem Augenblick, während das Ausblaseventil geschlossen, das Ringventil von $K_1$ offen ist und die Ventile von $K_2$ geschlossen sind,

$G$ das Gewicht der in den Räumen $V_x$ und $V_y$ zusammen enthaltenen Luft,

$T_1$ die als constant vorausgesetzte absolute Temperatur in $V_x$,

$T_2$ dieselbe in $V_y$,

$p$ der Druck in beiden Räumen,

$F$ der Cylinderquerschnitt,

so ist mit

$$V_x = Fx \quad \text{und} \quad V_y = Fy$$

gemäss der Zustandsgleichung:

$$G = \frac{Fp}{R}\left(\frac{x}{T_1} + \frac{y}{T_2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

somit die Expansionsarbeit für ein Zeitelement

$$= Fp\,d(x+y) = GR\,\frac{d(x+y)}{\dfrac{x}{T_1} + \dfrac{y}{T_2}}.$$

Zur Integration dieser Gleichung müsste die Beziehung zwischen $x$ und $y$ analytisch ausgedrückt werden, die aber bei der wirklichen Maschine so wenig einfach ist, dass es vorgezogen werden muss, auf die Berechnung dieser Expansionsarbeit bei Voraussetzung der oben erklärten idealen Kolbenbewegung sich zu beschränken vorbehaltlich erfahrungsmässiger Bestimmung eines hinzuzufügenden Correctionscoefficienten. Das ist um so mehr gerechtfertigt, als schon die Voraussetzung constanter Werthe von $T_1$ und $T_2$ mehr oder weniger fehlerhaft sein wird.

Wird dann der kleinste Werth von $x$, dem schädlichen Raum von $V_x$ entsprechend, mit $s$ bezeichnet, der kleinste Werth von $y$ aber $= 0$ gesetzt, und steigt der Druck $p$ im zweiten Zeittheil (Stillstand von $K_2$) vom atmosphärischen Drucke $p_0$ bis $p_1$, wonach er im dritten Zeittheil wieder bis $p_2$ (etwas $> p_0$) abnimmt, so ist gemäss (1):

$$p_0\left(\frac{s}{T_1} + \frac{H-h}{T_2}\right) = p_1\,\frac{s+H-h}{T_1} = p_2\,\frac{s+H}{T_1},$$

also mit

$$\lambda = \frac{T_1}{T_2}, \quad \alpha = \frac{H-h}{H}, \quad \sigma = \frac{s}{H} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{s + (H-h)\lambda}{s+H-h} = \frac{\alpha\lambda + \sigma}{\alpha + \sigma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{s + (H - h)\lambda}{s + H} = \frac{\alpha\lambda + \sigma}{1 + \sigma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Damit der Voraussetzung gemäss $p_2 > p_0$ sei, also die Ventile von $K_2$ bis zum Ende der gemeinschaftlichen Auswärtsbewegung im dritten Zeittheil geschlossen bleiben, muss nach (4) mit Rücksicht auf (2):

$$\alpha > \frac{1}{\lambda}; \quad \frac{h}{H} = 1 - \alpha < \frac{\lambda - 1}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

sein. Als indicirte Arbeit $E$ kommt nur der Ueberschuss der Expansionsarbeit im dritten Zeittheil über die Arbeit zur Ueberwindung des Atmosphärendrucks auf $K_2$ in Betracht, also

$$E = F(s + H)\, p_2\, ln \frac{p_1}{p_2} - Fhp_0$$

$$= FHp_0 \left[(\alpha\lambda + \sigma)\, ln \frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} - (1 - \alpha)\right] \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

mit Rücksicht auf (2), (4) und (5).

Als Raumarbeit kann hier das Verhältniss $\frac{E}{F(s + H)}$ gelten; als Function von $\alpha$ betrachtet ist sie nach (7) am grössten für

$$(\alpha\lambda + \sigma)\, ln \frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} + \alpha = max$$

$$(\alpha\lambda + \sigma) \frac{\alpha + \sigma}{1 + \sigma} \frac{-(1 + \sigma)}{(\alpha + \sigma)^2} + \lambda\, ln \frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} + 1 = 0$$

$$ln \frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{\alpha\lambda + \sigma}{\alpha + \sigma} - 1\right) = \frac{\lambda - 1}{\lambda}\, \frac{\alpha}{\alpha + \sigma} \quad \ldots\ldots (8).$$

Das durch diese Gleichung bestimmte Hubverhältniss entspricht der Bedingung (6). Denn da $\alpha$ ein ächter, $\sigma$ ein kleiner Bruch, ist

$$\frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} \text{ wenig } < \frac{1}{\alpha}, \quad \frac{\alpha}{\alpha + \sigma} \text{ wenig } < 1,$$

so dass Gl. (8) mit $\beta = 1 - \alpha$ angenähert zu schreiben ist:

$$ln \frac{1}{\alpha} = -ln(1 - \beta) = \beta + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{1}{3}\beta^3 + \ldots = \frac{\lambda - 1}{\lambda},$$

entsprechend $\beta = 1 - \alpha < \frac{\lambda - 1}{\lambda}$ in Uebereinstimmung mit (6). Bei Voraussetzung von (8) ist $E$ nach (7) als Function von $\sigma$ betrachtet um so grösser,

$$\text{je grösser } \frac{\alpha\lambda + \sigma}{\alpha + \sigma}, \text{ also je kleiner } \sigma$$

ist, so dass $Fs = \sigma FH$ die Bezeichnung als schädlicher Raum verdient.

Zur Bestimmung des besten Hubverhältnisses gemäss (8) werde

$$\frac{1+\sigma}{\alpha+\sigma} = \delta, \quad \text{also } \alpha = \frac{1+\sigma}{\delta} - \sigma$$

gesetzt; nach (8) ist dann $\delta$ bei gegebenen Werthen von $\lambda$ und $\sigma$ bestimmt durch die Gleichung:

$$ln\,\delta = \frac{\lambda - 1}{\lambda} \frac{\frac{1+\sigma}{\delta} - \sigma}{\frac{1+\sigma}{\delta}} = \frac{\lambda-1}{\lambda}\left(1 - \frac{\sigma}{1+\sigma}\delta\right) \ldots \ldots (9),$$

womit nach (6) gefunden wird:

$$\frac{h}{H} = 1 - \alpha = (1+\sigma)\left(1 - \frac{1}{\delta}\right) \ldots \ldots \ldots \ldots (10),$$

z. B. für $\lambda = 2$, $\sigma = 0{,}2 : \delta = 1{,}46$ und $\frac{h}{H} = 0{,}398$. Wird hiernach als durchschnittlich passend angenommen:

$$1 - \alpha = \frac{h}{H} = 0{,}4 \text{ mit } \sigma = \frac{s}{H} = 0{,}2$$

entsprechend $\lambda > \frac{5}{3}$ nach (6), so ergiebt sich nach (7)

$$\begin{array}{lllll} \text{für } \lambda = & 1{,}7 & 1{,}8 & 1{,}9 & 2 \\ \frac{E}{FHp_0} = & 0{,}0947 & 0{,}1190 & 0{,}1433 & 0{,}1677. \end{array}$$

Ist endlich $\eta_i$ ein indicirter Wirkungsgrad, der ausser den Nebenwiderständen zugleich der Abweichung des Vorgangs in der wirklichen Maschine von dem hier vorausgesetzten principiellen Vorgange Rechnung trägt, so ist bei $u$ Umgängen der Schwungradwelle in einer Minute die Nutzarbeit in Sekundenmeterkgr.:

$$E_n = \frac{u}{60}\eta_i E \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (11).$$

Bei einer ausgeführten Maschine war z. B. nach Boëtius:

$$F = 0{,}1641 \text{ Quadratm.}, \quad H = 0{,}419 \text{ Mtr.}$$

$$\frac{h}{H} = 1 - \alpha = 0{,}53 \text{ und } \sigma = 0{,}2;$$

sind ferner $t_1$ und $t_2$ die (vom Gefrierpunkte des Wassers aus gerechneten) Temperaturen bezw. der ausgeblasenen und der äusseren atmosphärischen Luft, so wurde gemessen:

$$t_1 = 300, \quad t_2 = 10, \quad E_n = 68 \text{ bei } u = 45.$$

Schmidt fand bei einer Maschine von denselben Abmessungen:

$$t_1 = 255, \quad E_n = 38{,}4 \text{ bei } u = 41.$$

Wird auch im letzteren Falle $t_2 = 10$ angenommen, in beiden Fällen

$$T_1 = 273 + t_1 \text{ und } T_2 = 273 + t_2$$

gesetzt, also etwa in runden Zahlen:

$$\lambda = 2, \quad \text{entsprechend } t_1 = 293 \text{ im ersten,}$$

$$\lambda = 1{,}85, \text{ entsprechend } t_1 = 251 \text{ im zweiten}$$

Falle bei $t_2 = 10$, so findet man aus (7) mit $p_0 = 10333$:

$$E = 95{,}5 \text{ und } 66{,}3 \text{ Meterkgr.,}$$

somit nach (11), wenn auch $\eta_i$ entsprechend verstanden wird,

$$\eta_i = 0{,}95 \text{ und } 0{,}85; \text{ im Mittel } \eta_i = 0{,}9.$$

Dieser Werth des indicirten Wirkungsgrades $\eta_i$ beruht aber auf unsicheren und willkürlichen Voraussetzungen, auf der Annahme einer idealen Kolbenbewegung und constanter Temperaturen $T_1$, $T_2$, welche zudem bezw. den absoluten Temperaturen der ausgeblasenen und der äusseren Luft gleichgesetzt wurden. Ohne Zweifel wird aber damit besonders $T_2$ zu klein, also $\lambda$ zu gross, insofern auch $E$ zu gross, $\eta_i$ zu klein gesetzt sein, und weil thatsächlich die Reibung jedenfalls mehr, als 0,1 der indicirten Arbeit beanspruchen wird, so muss man schliessen (die Zuverlässigkeit der benutzten Angaben vorausgesetzt), dass infolge abweichender Kolbenbewegung und Veränderlichkeit von $T_1$, $T_2$ die indicirte Hubarbeit gemäss (7) erheblich zu klein gefunden wird.

Ob die Beziehung zwischen $\lambda$ und dem Hubverhältniss $\frac{h}{H}$ passend war, ist hiernach auch nicht sicher zu entscheiden; nach (6) hätte

$$\frac{h}{H} < 0{,}5 \quad \text{für } \lambda = 2$$

$$< 0{,}46 \quad \text{für } \lambda = 1{,}85$$

$$\text{sein sollen statt } \frac{h}{H} = 0{,}53.$$

Die im ersten Zeittheil durch die Feuerung zugeführte Wärme, welche (bis auf die im schädlichen Raum verbleibende) mit der ausgeblasenen Luft nutzlos entweicht, werde dem Wärmeverlust zugerechnet, der in dem Ausdrucke (1), §. 121, durch den Factor $1 - w$ berücksichtigt ist. Die ausserdem bei einer Umdrehung mitgetheilte Wärme $= (1 - w)\, Q_1$ hat im zweiten Zeittheil das Luftgewicht $F(H - h)\frac{p_0}{R\,T_2}$ auf die Temperatur $T_1$

zu erhöhen, im dritten die Arbeit $E_1 = E + Fhp_0$ zu leisten; jene Erhitzung kann als bei constantem Volumen stattfindend angenommen werden, weil, wenn auch thatsächlich hierbei die aus $V_y$ nach $V_x$ überströmende Luft etwas ausgedehnt, die im schädlichen Raume $= Fs$ vorhanden gewesene etwas zusammengedrückt wird, die betreffenden Arbeiten und entsprechenden Wärmen sich ausgleichen. Somit ist

$$(1 - w)\,Q_1 = F(H - h)\frac{p_0}{R\,T_2}c_v(T_1 - T_2) + A(E + Fhp_0)$$

$$= FHp_0\,\frac{\alpha c_v}{R}(\lambda - 1) + AFHp_0 \cdot \varphi$$

mit

$$\varphi = (\alpha\lambda + \sigma)\,ln\,\frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (12)$$

nach (7), oder mit

$$AR = (n - 1)\,c_v$$

$$(1 - w)\,Q_1 = AFHp_0\left(\frac{\lambda - 1}{n - 1}\alpha + \varphi\right).$$

Der Wirkungsgrad des Kreisprocesses = dem Product aus demjenigen des Carnot'schen Processes $\frac{\lambda - 1}{\lambda}$ und dem calorischen Wirkungsgrade $\eta_c$ ist somit:

$$\frac{\lambda - 1}{\lambda}\,\eta_c = \frac{AE}{(1 - w)\,Q_1} = \frac{\varphi - 1 + \alpha}{\frac{\lambda - 1}{n - 1}\alpha + \varphi} \quad \ldots\ldots\ (13).$$

Man findet ihn für obige Beispiele

$$= 0{,}074 \quad \text{und} \quad = 0{,}059$$

$$\eta_c = 0{,}148 \quad \text{und} \quad = 0{,}128.$$

Für das Beispiel einer einpferdigen Lehmann'schen Maschine wurde er im §. 134 zu 0,093 bei $\lambda = 2{,}2$ berechnet, somit $\eta_c = 0{,}170$. Dazu kommt, dass hier $1 - w$ ein kleinerer Bruch ist; in der That verbrauchte diese Ericsson'sche offene Maschine etwa 7,5 Kgr. Steinkohle für eine Stundenpferdestärke gegen 4,5 Kgr. Verbrauch der Maschine von Lehmann, wozu auch der Umstand beitragen mochte, dass im andauernden Betriebe die Wärmeleitung durch die ganze Masse des ungekühlten Cylinders jener offenen Maschine recht erheblich, $T_2$ wesentlich grösser war, als hier vorausgesetzt wurde.