

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Theoretische Maschinenlehre

in 4 Bänden

Theorie der Kraftmaschinen

Grashof, Franz

Leipzig, 1890

g. Dampfverbrauch

[urn:nbn:de:bsz:31-282943](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-282943)

zwei Cylindern unter Voraussetzung meist gebräuchlicher Füllungen mitgetheilt werden. Diesen Tabellen sind beispielsweise die folgenden Werthe entnommen:

$\frac{N_n}{c} = 5$	10	20	50	100	200
$\eta_1 = 0,72$	0,75	0,78	0,82	0,84	0,86
$\eta_2 = 0,68$	0,71	0,75	0,79	0,82	0,84
$\eta_3 = -$	0,68	0,72	0,77	0,79	0,81

$\eta_1 = \eta$ für Auspuffmaschinen,

$\eta_2 = \eta$ für Condensationsmaschinen mit einem Cylinder,

$\eta_3 = \eta$ für Condensationsmaschinen mit zwei Cylindern.

g. Dampfverbrauch.

§. 112. Nutzbarer Dampfverbrauch und Uebersicht der Dampfverluste.

Die Dampfmenge = D Kgr., welche eine Dampfmaschine zu ihrem Betriebe stündlich verbraucht, kann aus 3 Theilen A , B , C zusammengesetzt betrachtet werden, welche mit Hrabák bezw. als nutzbarer Dampfverbrauch, als Abkühlungsverlust und als Dampfklärungsverlust bezeichnet seien.

Was zunächst den für einen Hub nutzbaren Dampfverbrauch = A_1 betrifft, welcher bei einer Hublänge = s Mtr. und mittleren Kolbengeschwindigkeit = c Sek. Mtr. zu A in der Beziehung steht:

$$\frac{A}{A_1} = \frac{3600 c}{s} \dots \dots \dots (1),$$

so sind dafür ausser den betreffenden Dampfspannungen die Abmessungen des Cylinders, bei Mehrcylindermaschinen die des Hochdruckcylinders massgebend. Ist m der Coefficient seines schädlichen Raums, F die vorläufig in Quadratmtr. ausgedrückte dampfberührte Kolbenfläche und s_1 Mtr. der Kolbenweg während der Einströmung, so ist der zu Ende der letzteren hinter dem Kolben vom Dampfe eingenommene Raum

$$= F(s_1 + ms) \text{ Cubikmtr.}$$

und die Spannung in demselben etwas kleiner, als die mittlere Hinterdampfspannung p_1 bei der Einströmung. Wird aber gleichwohl das entsprechende specifische Dampfgewicht = γ_1 gesetzt = dem Gewichte in Kgr. eines Cubikmeters gesättigten Dampfes von der Spannung p_1 , um dem durchschnittlichen Wassergehalt dieses Dampfes einigermaßen Rechnung zu tragen, so wäre

$$A_1 = F(s_1 + ms) \gamma_1 \text{ Kgr.},$$

wenn nicht noch berücksichtigt werden müsste, dass der betreffende Raum schon eine gewisse vom vorigen Kolbenhube restirende Dampfmenge enthielt, welche, unter p_c die Compressions-Endspannung, unter γ_c das entsprechende specifische Gewicht des als gesättigt und trocken anzunehmenden betreffenden Dampfes verstanden, $= Fms\gamma_c$ ist, jedoch mit hinlänglicher Annäherung

$$= Fms \frac{p_c}{p_1} \gamma_1 \text{ Kgr.}$$

gesetzt werden kann. Mit $s_1 = e_1 s$ ergibt sich dann:

$$A_1 = Fs \left[e_1 + m \left(1 - \frac{p_c}{p_1} \right) \right] \gamma_1$$

und mit Rücksicht auf (1), wenn jetzt F , wie bisher, in Quadratcentimeter ausgedrückt wird, der stündliche nutzbare Dampfverbrauch:

$$A = 0,36 Fc \left[e_1 + m \left(1 - \frac{p_c}{p_1} \right) \right] \gamma_1 \text{ Kgr.} \dots \dots \dots (2).$$

Der als entsprechender Mehrverbrauch von Dampf gerechnete stündliche Abkühlungsverlust B rührt zu kleinem Theile von der Wärmeabgabe des Dampfeylinders nach aussen, bei Mantelmaschinen auch von der Wärmeübertragung des Manteldampfes an den Betriebsdampf im Innern des Cylinders her; dieser Theil kann nach Analogie von Erfahrungen über den Abkühlungsverlust in Dampfleitungen (§. 85) beurtheilt werden. Vorzugsweise beruht aber B auf der (in §. 83 im Allgemeinen und bezüglich des Einflusses eines Dampfmantels besprochenen) thermischen Wechselwirkung zwischen Dampf und Cylinderwand, ist nämlich B Kgr. die Dampfmenge, welche stündlich jeweils bei der Einströmung an dem Theil der Cylinderwand einschliesslich Kolben- und Canalwand, womit der einströmende Dampf in Berührung kommt, condensirt wird, um demnächst bei der Expansion und besonders bei der Ausströmung wieder verdampft zu werden. Die theoretische Bestimmung dieser Grösse soll im Anschluss an die betreffende Schrift von Dr. Kirsch* in den folgenden Paragraphen erörtert werden. Weil aber solche Bestimmung auf einstweilen zum Theil sehr unsicheren Annahmen beruht und mit erheblichen Weitläufigkeiten verbunden ist, mögen hier vorläufig nur die von Hrabák in seinem „Hilfsbuch für Dampfmaschinen-Techniker“ empfohlenen und benutzten betreffenden empirischen Formeln mitgetheilt werden, indem sie wenigstens angemessener, als andere solche bisher aufgestellte Formeln zu sein scheinen.

* Die Bewegung der Wärme in den Cylinderwandungen der Dampfmaschine, 1886.

Er setzt, wenn ausser den obigen Bezeichnungen e_1, m, s, p_1 mit d der Kolbendurchmesser und mit p_2 die Spannung des ausströmenden Dampfes bezeichnet wird, für Eincylindermaschinen:

$$B = \beta (e_1 + m) d (d + s) (p_1 - p_2) \text{ Kgr.} \dots \dots \dots (3)$$

mit $\beta = 370$ bis 460 ; ferner für Zweicylindermaschinen, wenn e_1, m und p_1 mit obigen Bedeutungen auf den Hochdruckcylinder, d und s auf den Niederdruckcylinder bezogen, sowie mit v das Verhältniss des Hubvolumens des letzteren zu dem des ersteren Cylinders und mit $\varepsilon = \frac{e_1}{v}$ der resultierende auf den Niederdruckcylinder reducirte Füllungsgrad bezeichnet wird,

$$B = \beta \left(\varepsilon + \frac{m}{v} \right) d (d + s) (p_1 - p_2) \text{ Kgr.} \dots \dots \dots (4)$$

mit $\beta = 300$ bis 400 . Für die Wahl von β zwischen den angeführten Grenzen soll in beiden Formeln nur die „Vollkommenheit der Maschine“, nicht das Vorhandensein oder Fehlen eines Dampfmantels massgebend sein, indem angenommen wird, dass die durch äussere Heizung des Cylinders bewirkte Verkleinerung des Abkühlungsverlustes durch den Verbrauch von Heizdampf aufgewogen werde, der in den Formeln für B einbegriffen ist. Wenn übrigens auch bei dieser Annahme der verhältnissmässige Abkühlungsverlust, nämlich sein Verhältniss zur Leistung der Maschine genügend zutreffend gefunden werden mag, sofern die Leistung von Mantelmaschinen nach Hrabák entsprechend günstiger berechnet wird, so wird doch zur Veranschlagung des Abkühlungsverlustes an und für sich der Coefficient β in (3) und (4) kleiner für Maschinen mit, als für solche ohne Dampfmantel anzunehmen sein.

Während die für diesen Coefficienten angeführten Zahlenwerthe erfahrungsmässig bestimmt sind, liegt der Form jener Gleichungen (3) und (4) die Erwägung zugrunde, dass der Abkühlungsverlust B mit der Grösse der Berührungsfläche zwischen Eisenwand und einströmendem Dampfe, sowie mit dem Ueberschusse der Temperatur t_1 des letzteren über diejenige t_2 des ausströmenden Dampfes, ungefähr also auch mit dem Druckunterschiede $p_1 - p_2$ und zwar nahe proportional wachsen wird. Ausser dem schon erwähnten Einflusse äusserer Heizung des Dampfeylinders werden dabei freilich auch noch andere Umstände in solchem Grade sich geltend machen können, dass ihnen durch schätzungsweise Annahme von β zwischen gewissen Grenzen nicht genügend Rechnung getragen werden kann, insbesondere z. B. die Schnelligkeit des Ganges, charakterisirt durch die mittlere Kolbengeschwindigkeit c . Indem nämlich die Wärme um so

schneller in die Eisenwand einströmt, je steiler die Temperaturvertheilungscurve A, B in ihr (Fig. 80 und Fig. 81, §. 83) von ihrem Anfangspunkte A_1 an abfällt, seit je kürzerer Zeit also der einströmende Dampf mit der kälteren Wand in Berührung gekommen ist, wird diese Wärmeströmung durchschnittlich um so intensiver sein, je öfter die Kolbenwechsel während einer gewissen Zeit stattfinden. Der Abkühlungsverlust B wird folglich mit c wachsen, wenn auch in geringerem Grade, so dass das Verhältniss von B zum nutzbaren Dampfverbrauch A , oder auch der stündliche Abkühlungsverlust pro indicirte Pferdestärke zwar um so kleiner wird, je grösser c , jedoch nicht in so hohem Grade, nämlich proportional $\frac{1}{c}$ mit zunehmender Schnelligkeit des Ganges abnehmen wird, wie es nach Hrabák der Fall sein sollte.

Der Einfluss der Dampfdurchlässigkeit von Kolbenliederungen, Stopfbüchsen und inneren Steuerorganen ist bei gutem Zustande einer Dampfmaschine zwar als verhältnissmässig gering zu erachten, kann aber anderenfalls erheblich zunehmen. Hrabák setzt diesen, theoretischen Bestimmungen unzugänglichen stündlichen Dampflossungsverlust bei Voraussetzung eines noch ziemlich befriedigenden Betriebszustandes:

$$C = \alpha \sqrt{\frac{N_i}{c}} + \beta \frac{N_i}{c} \text{ Kgr.} \dots \dots \dots (5)$$

mit $\alpha = 17,6$ und $\beta = 1$ für Eincylindermaschinen,
 $\alpha = 12,3$ und $\beta = 0,7$ für Zweicylindermaschinen,

also wegen

$$\frac{N_i}{c} = \frac{F p_i}{75} \text{ proportional } d^2 p_i$$

C = der Summe von zwei Gliedern, welche bezw. $d\sqrt{p_i}$ und $d^2 p_i$ proportional sind. Das erste dieser Glieder hat die Form einer von Völckers früher für den ganzen Dampfverlust aufgestellten empirischen Formel, welche denselben aber für kleine Maschinen verhältnissmässig zu gross, für grosse zu klein ergiebt, so dass sie angemessener Weise durch ein weiteres Glied zu ergänzen war, dessen Verhältniss zum ersten mit d wächst. Das Verhältniss dieses Dampflossungsverlustes C zum nutzbaren Dampfverbrauch A oder zur indicirten Arbeitsstärke N_i ist der mittleren Kolbengeschwindigkeit c umgekehrt proportional, ein schneller Gang in dieser Beziehung deshalb noch vortheilhafter, als hinsichtlich des Verlustes B .

Wenn unter dem gesammten Dampfverbrauch D nicht sowohl die Dampfmenge verstanden wird, welche stündlich in die Maschine einzuführen,

sondern diejenige, welche dazu stündlich im Kessel zu entwickeln ist, so muss natürlich schliesslich noch die in der Dampfzuleitung durch Abkühlung stündlich condensirte Dampfmenge (§. 85) zu D hinzugerechnet werden, wenigstens bei längeren Leitungen, während anderenfalls oder in Ermangelung weiterer Anhaltspunkte das berechnete $D = A + B + C$ nach Schätzung um einige Procente vergrössert werden mag.

§. 113. **Wärmebewegung in der Wandung eines ungeheizten, aber gegen Wärmeverluste nach aussen geschützten Dampfzylinders.**

Der im vorigen Paragraph als Abkühlungsverlust bezeichnete Mehrverbrauch von Betriebsdampf infolge des thermischen Einflusses der Cylinderwandung würde zutreffender, als durch die dort angeführten oder durch andere empirische Formeln gefunden werden können, wenn die Gesetzmässigkeit der ganzen Wärmebewegung in jener Wandung während eines Doppelhubes bekannt wäre. Bei der Unmöglichkeit von zuverlässigen unmittelbaren betreffenden Messungen lässt sich solche Kenntniss nur mit Hilfe der Theorie gewinnen, wie es in besonders eingehender und umfassender Weise von Dr. Kirsch durch seine im vorigen Paragraph angeführte Schrift gelehrt worden ist, nachdem früher ein Specialfall in anderer Auffassungsweise vom Verf.* behandelt worden war. Die folgenden betreffenden Erörterungen folgen in der Hauptsache der Darstellung von Kirsch.

Vorausgesetzt wird zunächst im Beharrungszustande der Maschine ein ungeheizter Cylinder, welcher gegen Abgabe von Wärme an seine Umgebung vollkommen geschützt gedacht ist. Ausserdem wird, vorbehaltlich späterer betreffender Prüfung, von folgenden Annahmen ausgegangen:

1. Die Wärmeleitung der Cylinderwand sei unabhängig von ihrer Temperatur.
2. Die innere Wandfläche werde nie trocken, so dass der Uebergang von Wärme durch sie zum Betriebsdampfe durch Verdampfung von Wasser vermittelt wird, welches durch Condensation von Dampf bei dem umgekehrten Wärmeübergange als Wasserbeslag an der Wand entstanden war.
3. Unter solchen Umständen finde dieser Wärmeübergang im einen und andern Sinne ohne Widerstand statt, so dass die Temperatur der

* Ueber die Wärmeleitung in den Cylinderwänden von Dampfmaschinen; von F. Grashof, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1884, S. 293.

innersten unendlich dünnen Wandschicht derjenigen des angrenzenden Dampfes stets gleich ist.

4. Die Wand sei so dick, dass ihre periodischen Temperaturschwankungen sich nicht bis zur äussern Oberfläche erstrecken.

Abgesehen wird ferner

5. von Krümmungen und Kanten der Wand, sowie

6. von Wärmebewegungen längs derselben.

Gemäss diesen Annahmen handle es sich also um eine als Theil des Dampfeylinders betrachtete homogene und gleichförmig dicke ebene Wand, deren Flächengrösse = 1 Quadratmtr. sei, deren Temperatur an der äusseren Fläche constant, an der inneren in gegebener Weise periodisch veränderlich ist, während auch die Temperaturen in jeder dieser Flächen und somit in jeder damit parallelen Schnittfläche in allen ihren Punkten gleichzeitig gleich gross sind, die periodische Wärmebewegung also nur in normaler Richtung zu denselben stattfindet.

Sind nun E und E' zwei Schnittebenen beziehungsweise in den Entfernungen x und $x + dx$ Millim. von der Innenfläche der Wand, τ und $\tau + d\tau$ die augenblicklichen Temperaturen in denselben, so ist die Wärmemenge, welche infolge des Temperaturgefälles $\frac{\partial \tau}{\partial x}$ im Sinne von E' gegen E , also im Sinne gegen die Innenfläche in einem Zeitelement dt durch E hindurchfliesst, $= \lambda \frac{\partial \tau}{\partial x} dt$, unter λ den Wärmeleitungscoefficient, nämlich hier die Wärmemenge verstanden, welche durch eine Fläche = 1 Quadratm. in 1 Sek. infolge eines Temperaturgefälles = 1 (1° für 1 Millim.) hindurchströmt. Die gleichzeitig und in gleicher Richtung im Zeitelement dt durch E' strömende Wärme ist dann

$$= \lambda \left(\frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} dx \right) dt, \text{ folglich } \lambda \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} dx dt$$

die Wärme, welche mehr durch E' , als durch E im Sinne von E' gegen E geleitet, und durch welche die Temperatur der Schicht zwischen beiden Ebenen um $\frac{\partial \tau}{\partial t} dt$ erhöht wird, entsprechend der Gleichung:

$$c \gamma dx \cdot \frac{\partial \tau}{\partial t} dt = \lambda \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} dx dt \dots \dots \dots (1),$$

wenn mit c die spezifische Wärme des Materials der Wand, mit γ das Gewicht einer Wandschicht von 1 Quadratm. Fläche und 1 Millim. Dicke bezeichnet wird. Mit der ferneren Bezeichnung

$$k = \frac{\lambda}{c\gamma} \dots \dots \dots (2)$$

folgt aus (1) die folgende Differentialgleichung für τ als Function von x und t :

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = k \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} \dots \dots \dots (3).$$

Während λ ein Mass der Wärmeleitungsfähigkeit des Materials der Wand ist, kann k in Gl. (3) mit Weber als Mass der Temperaturleitungsfähigkeit bezeichnet werden; gemäss (2) ist nämlich k die Temperaturzunahme einer Schicht von 1 Millim. Dicke, also vom Gewicht γ , infolge Mittheilung der Wärmemenge λ . Bei Voraussetzung gleichförmiger Rotation der vom Kolben angetriebenen Kurbel werde nun in (3) die Zeit t , welche vom Beginn eines Kolbenhubes an gerechnet sei, durch den gleichzeitigen Kurbelwinkel α ersetzt, für welchen, unter u die Umdrehungszahl in 1 Min. verstanden, die Beziehung gilt:

$$\alpha = \frac{2\pi u}{60} t \dots \dots \dots (4).$$

Indem dann

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial \alpha} \frac{2\pi u}{60}$$

ist, geht Gl. (3) über in:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \alpha} = \frac{1}{2} \frac{60k}{\pi u} \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2}$$

oder, wenn auch noch statt der absoluten Schnitt- oder Schichttiefe x die relative Tiefe

$$\xi = x \sqrt{\frac{\pi u}{60k}}, \text{ also } \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} \frac{\pi u}{60k} \dots \dots \dots (5)$$

eingeführt wird, in:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \alpha} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} \dots \dots \dots (6).$$

Gemäss dem Wesen der vorliegenden Aufgabe muss man versuchen, das Integral dieser Differentialgleichung (6) in solcher Form darzustellen, dass τ als periodische Function von α (mit der Periode $\alpha = 2\pi$ oder = einem aliquoten Theil von 2π) und als solche Function von ξ erscheint, dass mit zunehmender relativer Tiefe ξ die periodischen Temperaturschwankungen abnehmen. Eine solche Function ist:

$$\tau = C e^{-p\xi} \cos(n\alpha - q\xi - \delta) \dots \dots \dots (7).$$

unter e die Basis der natürlichen Logarithmen und unter C, δ, n, p, q positive Constante verstanden; es fragt sich, ob letztere so bestimmt

werden können, dass der Differentialgleichung genügt wird. Nun ist nach (7), wenn

$$n\alpha - q\xi - \delta = \omega$$

gesetzt wird,

$$\frac{\partial \tau}{\partial \xi} = Ce^{-p\xi}(q \sin \omega - p \cos \omega)$$

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} = Ce^{-p\xi}(-q^2 \cos \omega - pq^2 \sin \omega - pq \sin \omega + p^2 \cos \omega)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} = Ce^{-p\xi} \left(\frac{p^2 - q^2}{2} \cos \omega - pq \sin \omega \right),$$

welcher Ausdruck mit

$$\frac{\partial \tau}{\partial \alpha} = Ce^{-p\xi}(-n \sin \omega)$$

gemäss (6) identisch ist, wenn

$$p = q = \sqrt{n}, \text{ also } \tau = Ce^{-\xi\sqrt{n}}(\cos n\alpha - \xi\sqrt{n} - \delta) \dots (8)$$

gesetzt wird. Dieser Gleichung zufolge wäre τ in irgend einer relativen

Tiefe gleich gross für solche Kurbelwinkel α , welche sich um $\frac{m}{n} 2\pi$ unter-

scheiden, unter m irgend eine ganze Zahl verstanden; nach der Natur der Aufgabe ist aber τ gleich gross für je zwei Kurbelwinkel, welche um 2π verschieden sind. In (8) ist deshalb $n = m =$ irgend einer ganzen Zahl zu setzen. Wenn aber zudem dieser Ausdruck von τ durch entsprechende Bestimmung der Constanten jedem beliebigen mit der Periode $\alpha = 2\pi$ gegebenen Aenderungsgesetz der Temperatur des angrenzenden Dampfes, somit der innersten Wandschicht ($\xi = 0$) soll angepasst werden können, so muss im Allgemeinen $\tau =$ einer Summe von Gliedern von der Form (8) gesetzt werden, in welchen bei verschiedenen Werthen der Constanten C und δ auch der ganzen Zahl n verschiedene Werthe beigelegt werden, am einfachsten und angemessensten der Reihe nach die Werthe $n = 1, 2, 3 \dots$ Schliesslich kann dem allgemeinen Integral von Gl. (6) noch irgend ein Glied hinzugefügt werden, welches bei den in dieser Gleichung angedeuteten Differentiationen wegfällt. Ein solches Glied muss in Beziehung auf α constant, in Beziehung auf ξ linear sein, hat also im Allgemeinen die Form:

$$A_0 + a\xi,$$

unter A_0 und a Constante verstanden; indem es aber als nicht periodisches Glied den Mittelwerth von τ darstellt, der im vorliegenden Falle von ξ nicht abhängt, ist hier $a = 0$. Als allgemeiner Ausdruck von τ ergibt sich also:

$$\tau = A_0 + \sum C_n e^{-\xi \sqrt{Vn}} \cos(n\alpha - \xi \sqrt{Vn} - \delta_n) \dots \dots \dots (9),$$

wenn jetzt für das 1., 2., 3. . . nte Glied der durch \sum angedeuteten Summe,

$$\begin{array}{ccccccc} \text{nämlich für } n = & 1 & 2 & 3 & \dots & n & \\ C = & C_1 & C_2 & C_3 & \dots & C_n & \\ \delta = & \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \dots & \delta_n & \end{array}$$

gesetzt wird. Weil

$$\cos(n\alpha - \xi \sqrt{Vn} - \delta_n) = \cos(n\alpha - \xi \sqrt{Vn}) \cos \delta_n + \sin(n\alpha - \xi \sqrt{Vn}) \sin \delta_n$$

ist, kann mit

$$A_n = C_n \cos \delta_n \quad \text{und} \quad B_n = C_n \sin \delta_n \dots \dots \dots (10)$$

dem Ausdrucke auch die Form gegeben werden:

$$\tau = A_0 + \sum A_n e^{-\xi \sqrt{Vn}} \cos(n\alpha - \xi \sqrt{Vn}) + \sum B_n e^{-\xi \sqrt{Vn}} \sin(n\alpha - \xi \sqrt{Vn}) \quad (11).$$

Sind die Coefficienten in Gl. (9) oder (11) bekannt, so lässt sich für jede relative Tiefe ξ mit den Abscissen α und zugehörigen Ordinaten τ eine Curve zeichnen, welche das Aenderungsgesetz der Temperatur τ in dieser Tiefe darstellt. Jede dieser Temperaturcurven besteht aus congruenten Theilen je von der Länge 2π im Sinne der Abscissenaxe; ihre Höhe = dem Unterschiede der grössten und kleinsten betreffenden Temperatur ist entsprechend dem Factor $e^{-\xi \sqrt{Vn}}$ um so kleiner, je grösser ξ , so dass mit wachsender Tiefe sich die Curven mehr und mehr einer Geraden nähern, welche mit der Abscissenaxe im Abstände A_0 = der mittleren Wandtemperatur parallel ist. Der Summand $-\xi \sqrt{Vn}$ neben $n\alpha$ lässt erkennen, dass auch die Abscissen der Scheitelpunkte der gleichen Curvenstrecken um so grösser sind, dass also in jeder Periode die grösste und die kleinste Temperatur um so später eintritt, je grösser ξ ist. An der innern Wandfläche ($\xi = 0$) ist die Gleichung der Temperaturcurve nach (11):

$$\begin{aligned} \tau &= A_0 + \sum A_n \cos n\alpha + \sum B_n \sin n\alpha \\ &= A_0 + A_1 \cos \alpha + A_2 \cos 2\alpha + A_3 \cos 3\alpha + \dots \left. \vphantom{\sum A_n \cos n\alpha}} \right\} \dots (12). \\ &\quad + B_1 \sin \alpha + B_2 \sin 2\alpha + B_3 \sin 3\alpha + \dots \left. \vphantom{\sum B_n \sin n\alpha}} \right\} \end{aligned}$$

Indem aber dieses $\tau = f(\alpha)$ durch das dem Indicordiagramm entsprechende Aenderungsgesetz der Temperatur des berührenden gesättigten Dampfes gegeben ist, gewährt Gl. (12) das Mittel zur Bestimmung der Coefficienten A und B . Es könnten ausser A_0 noch n der übrigen Coefficienten A nebst den entsprechenden n Coefficienten B bestimmt werden durch Auflösen der $2n + 1$ Gleichungen, welche aus (12) durch Einsetzen von

$2n + 1$ Coordinatenpaaren der gegebenen Temperaturcurve $\tau = f(\alpha)$ erhalten werden.

Ein solches Bestimmungsverfahren wäre indessen sehr weitläufig und liesse es auch zweifelhaft, wie jene $2n + 1$ Punkte der gegebenen Temperaturcurve am besten auszuwählen sind. Die grösste Annäherung der Curve (12) an die gegebene $\tau = f(\alpha)$, welche bei Annahme gewisser Glieder in der Gleichung der ersteren möglich ist, wird nun aber dann erreicht, wenn die Summe der Quadrate aller zwischen $\alpha = 0$ und $\alpha = 2\pi$ vorkommenden Fehler

$$A_0 + \sum A_n \cos n\alpha + \sum B_n \sin n\alpha - f(\alpha)$$

oder wenn die Summe der Producte dieser Fehlerquadrate und der Constanten $d\alpha$, nämlich das Integral

$$\int_0^{2\pi} [A_0 + \sum A_n \cos n\alpha + \sum B_n \sin n\alpha - f(\alpha)]^2 d\alpha = \min.$$

ist. Würde etwa

$$\tau = A_0 + A_m \cos m\alpha + B_m \sin m\alpha + A_n \cos n\alpha + B_n \sin n\alpha$$

gesetzt, unter m und n irgend zwei ganze Zahlen verstanden, so würden solche Werthe der Coefficienten A, B die grösste Annäherung gewähren, welche der Gleichung entsprechen:

$$\int_0^{2\pi} [A_0 + A_m \cos m\alpha + B_m \sin m\alpha + A_n \cos n\alpha + B_n \sin n\alpha - f(\alpha)]^2 d\alpha = \min. \quad (13).$$

Durch Zerlegung dieses Integrals in die Bestandtheile, welche den Gliedern des entwickelten Quadrats unter dem Integralzeichen entsprechen, geht mit Rücksicht darauf, dass, wenn alle Integrale zwischen den Grenzen $\alpha = 0$ und $\alpha = 2\pi$ genommen werden,

$$\int \cos m\alpha d\alpha = \int \sin m\alpha d\alpha = \int \cos n\alpha d\alpha = \int \sin n\alpha d\alpha = 0$$

$$\int \cos m\alpha \sin m\alpha d\alpha = \int \cos n\alpha \sin n\alpha d\alpha = 0$$

$$\int \cos m\alpha \cos n\alpha d\alpha = \int \sin m\alpha \sin n\alpha d\alpha = 0$$

$$\int \cos m\alpha \sin n\alpha d\alpha = \int \sin m\alpha \cos n\alpha d\alpha = 0$$

$$\int \cos^2 m\alpha d\alpha = \int \sin^2 m\alpha d\alpha = \int \cos^2 n\alpha d\alpha = \int \sin^2 n\alpha d\alpha = \pi$$

ist, die Bedingung (13) über in:

$$\pi (2A_0^2 + A_m^2 + B_m^2 + A_n^2 + B_n^2) -$$

$$- \int_0^{2\pi} [2A_0 + 2A_m \cos m\alpha + 2B_m \sin m\alpha + 2A_n \cos n\alpha + 2B_n \sin n\alpha - f(\alpha)] f(\alpha) d\alpha = \min.$$

Der Ausdruck auf der linken Seite ist hier als Function von A_0, A_m, B_m, A_n, B_n zu betrachten, deren nach den einzelnen dieser Coefficienten genommene Differentiale somit gemäss der Forderung $= 0$ sein müssen. Das Differential nach A_0 liefert mit Rücksicht darauf, dass alle diese Coefficienten A, B als unabhängig von α aus den betreffenden Theilintegralen herausgeschrieben werden können, die Gleichung:

$$4\pi A_0 - 2 \int_0^{2\pi} f(\alpha) d\alpha = 0,$$

den Differentialen nach A_n und nach B_n entsprechen die Gleichungen:

$$2\pi A_n - 2 \int_0^{2\pi} f(\alpha) \cos n\alpha d\alpha = 0$$

$$2\pi B_n - 2 \int_0^{2\pi} f(\alpha) \sin n\alpha d\alpha = 0,$$

so dass sich ergibt:

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) d\alpha \\ A_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) \cos n\alpha d\alpha \\ B_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) \sin n\alpha d\alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14).$$

Aus der Herleitung ist klar, dass dieselben Ausdrücke gefunden worden wären, wenn die Glieder mit A_m und B_m fortgelassen, oder wenn noch beliebige andere hinzugezogen worden wären. Mit A_n und B_n findet man für jedes n nach (10):

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \text{ und } \delta_n = \arctg \frac{B_n}{A_n} \dots \dots \dots (15),$$

so dass die Temperaturänderungen für jede relative Tiefe ξ oder gemäss (5) für jede absolute Tiefe x nun auch vermittels Gl. (9) verfolgt werden können. —

In Betreff der Wärmemenge $= Q$, welche während einer gewissen Kurbeldrehung vom Dampfe zur Cylinderwand durch 1 Quadratmeter ihrer Innenfläche übergeht (oder umgekehrt, entsprechend einem negativen Q), kann man zunächst bemerken, dass die

durch 1 Quadratmeter eines mit dieser Wandfläche parallelen Schnitts im Zeitelement dt im Sinne von aussen nach innen strömende Wärme

$$= \lambda \frac{\partial \tau}{\partial x} dt,$$

also die von innen nach aussen während der Kurbeldrehung $d\alpha$ strömende Wärme

$$dQ = -\lambda \frac{\partial \tau}{\partial \xi} \frac{d\xi}{dx} \frac{dt}{d\alpha} d\alpha$$

ist, oder gemäss (4) und (5):

$$dQ = -\lambda \frac{30}{\pi u} \sqrt{\frac{\pi u}{60k}} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} d\alpha = -\lambda \sqrt{\frac{30}{2\pi u k}} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} d\alpha.$$

Indem nun nach (9):

$$\frac{\partial \tau}{\partial \xi} = \sum C_n \sqrt{n} e^{-\xi \sqrt{n}} [-\cos(n\alpha - \xi \sqrt{n} - \delta_n) + \sin(n\alpha - \xi \sqrt{n} - \delta_n)]$$

ist, ergibt sich insbesondere mit $\xi = 0$ das Element der vom Dampf in die Wand strömenden Wärme:

$$dQ = \lambda \sqrt{\frac{30}{2\pi u k}} \cdot \sum C_n \sqrt{n} [\cos(n\alpha - \delta_n) - \sin(n\alpha - \delta_n)] d\alpha.$$

Durch Integration, Multiplication mit \sqrt{u} und Hinzufügung einer Constanten S_0 folgt daraus:

$$Q\sqrt{u} = S_0 + \lambda \sqrt{\frac{30}{2\pi k}} \cdot \sum \frac{C_n}{\sqrt{n}} [\sin(n\alpha - \delta_n) + \cos(n\alpha - \delta_n)],$$

welcher Ausdruck wegen

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4}$$

und indem

$$S_n = \lambda \sqrt{\frac{30}{\pi k}} \frac{C_n}{\sqrt{n}} \dots \dots \dots (16)$$

gesetzt wird, auch geschrieben werden kann:

$$Q\sqrt{u} = S_0 + \sum S_n \sin\left(n\alpha - \delta_n + \frac{\pi}{4}\right) \dots \dots \dots (17).$$

Dieser Gleichung zufolge ist die Wärme Q , welche während einer gewissen Kurbeldrehung, insbesondere z. B. während der Einströmung des Dampfes von diesem an die Wand übergeht, unter sonst gleichen Umständen umgekehrt proportional \sqrt{u} , und dasselbe gilt von dem als Mehrverbrauch von Dampf gerechneten



Abkühlungsverlust B_1 für einen Hub, nämlich, unter r_1 die der Einströmungsspannung entsprechende spezifische Verdampfungswärme verstanden, von

$$B_1 = \frac{Q}{r_1}.$$

Der im vorigen Paragraph mit B bezeichnete und ebenso verstandene stündliche Abkühlungsverlust wäre also

$$B = 60 \cdot 2u \frac{Q}{r_1} \text{ proportional } \sqrt{u}$$

entsprechend der Bemerkung im vorigen Paragraph, dass dieses B unter übrigens gleichen Umständen mit der Schnelligkeit des Ganges zwar wachsen werde, jedoch in geringerem Verhältnisse wie diese, somit wie die stündliche Leistung der Maschine oder wie der entsprechende nutzbare Dampfverbrauch. —

Würde unter Q die Wärmemenge verstanden, welche während einer gewissen Kurbeldrehung, nämlich von einer gewissen Kurbellage an, von der die Integrationsconstante S_0 abhängt, bis zu der durch α bestimmten Lage einen Schnitt in der relativen Tiefe ξ pro 1 Quadratmeter im Sinne von innen nach aussen durchströmt, so wäre offenbar in (17) nur S_n mit $e^{-\xi\sqrt{n}}$ zu multipliciren, sowie $\xi\sqrt{n}$ von $n\alpha$ zu subtrahiren.

Für jede relative Tiefe ξ lässt sich mit den Abscissen α und zugehörigen Ordinaten $Q\sqrt{u}$ eine Curve zeichnen, deren jede ebenso wie jede der oben so genannten Temperatureurven aus congruenten Theilen je von der Länge 2π im Sinne der Abscissenaxe besteht, und wobei verschiedene Constante S_0 nur verschiedenen Höhenlagen der horizontalen Abscissenaxe entsprechen. Alle diese Wärmecurven, von welchen übrigens nur die auf die innere Wandfläche ($\xi = 0$) sich beziehende von unmittelbarem Interesse und gemeint ist, wenn von der Wärmecurve ohne weitere Bezeichnung die Rede sein wird, sind gemäss den Erörterungen dieses Paragraph durch die Temperatureurve $\tau = f(\alpha)$ für $\xi = 0$ bestimmt, sobald die durch λ und k gemessenen Leitungsfähigkeiten der Wand für Wärme und Temperatur bekannt sind.

§. 114. Praktische Durchführung der formell gelösten Aufgabe.

Die im vorigen Paragraph behandelte Aufgabe hat zwar durch die Gleichungen (14), (15), (16), (17) ausser (9) oder (11) ihre formelle Lösung gefunden, doch wird deren Ausführung mit Rücksicht auf die vor Allem zu bestimmenden Coefficienten A_0 , A_n , B_n gemäss (14) durch den

Umstand erschwert, dass die in Betracht kommende Dampftemperatur $\tau = f(\alpha)$ durch ein betreffendes Indicatorgramm nur als empirische Function, d. h. vermittels einzelner zusammengehöriger Werthe von τ und α gegeben ist, und zwar mit Rücksicht auf die lediglich empirische Beziehung zwischen Druck und Temperatur gesättigten Dampfes selbst dann wenn bezüglich jenes Indicatorgramms eine mathematisch bestimmte Gesetzmässigkeit angenommen wird.

Die Bestimmung von A_0 in einem gegebenen Falle betrifft übrigens jene Bemerkung insofern nicht, als die Temperaturcurve $\tau = f(\alpha)$ von $\alpha = 0$ bis $\alpha = 2\pi$ einen hinlänglich einfachen solchen Verlauf zu haben pflegt, dass sie für mässig grosse Intervalle $\Delta\alpha$ mit genügender Annäherung durch geradlinige Strecken, im Ganzen somit durch ein einbeschriebenes Polygon mit nicht allzu kleinen Seitenlängen ersetzt werden kann. Wird dann etwa

$$2\pi = 2m\delta, \text{ also } \delta = \frac{\pi}{m} \dots \dots \dots (1)$$

gesetzt, unter m eine mässig grosse ganze Zahl verstanden, und ist für

$$\begin{array}{ccccccc} \alpha = 0 & \delta & 2\delta & \dots & (2m-1)\delta & 2m\delta \\ \tau = \tau_0 & \tau_1 & \tau_2 & \dots & \tau_{2m-1} & \tau_{2m} \end{array}$$

so kann nach (14)

$$A_0 = \frac{\delta}{2\pi} \left(\frac{\tau_0 + \tau_1}{2} + \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} + \dots + \frac{\tau_{2m-1} + \tau_{2m}}{2} \right)$$

gesetzt werden, also mit Rücksicht auf (1) und wegen $\tau_0 = \tau_{2m}$:

$$A_0 = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_{2m}}{2m} \dots \dots \dots (2).$$

Anders verhält es sich mit den Coefficienten A_n und B_n wegen des unter dem Integralzeichen zu $\tau = f(\alpha)$ hinzukommenden Factors $\cos n\alpha$ bzw. $\sin n\alpha$. Die wellenförmige Curve mit solcher Ordinate für die Abscisse α besteht von $\alpha = 0$ bis $\alpha = 2\pi$ aus n ganzen Wellen, so dass $2m$ sehr erheblich $> n$ sein müsste, um die Curve in den Intervallen $\Delta\alpha = \delta = \frac{\pi}{m}$ mit genügender Annäherung durch gerade Linien ersetzen zu können. Wenn unter solchen Umständen mit τ und τ' irgend zwei aufeinander folgende der Temperaturwerthe $\tau_0, \tau_1, \tau_2 \dots$ bezeichnet werden, welche den Kurbelwinkeln α und $\alpha + \delta$ entsprechen, und wenn die Temperaturecurve $\tau = f(\alpha)$ für dieses Intervall wieder durch eine gerade Linie ersetzt, also

$$\left. \begin{array}{l} \tau = \alpha + b\alpha \\ \tau' = \alpha + b(\alpha + \delta) \end{array} \right\} \text{ mit } b = \frac{\tau' - \tau}{\delta} \dots \dots \dots (3)$$

gesetzt wird, so ist das Integral im Ausdrucke von A_n , Gl. (14), deren Variable auch mit irgend einem andern Buchstaben ϑ bezeichnet werden kann, nachdem hier unter α ein bestimmter Werth derselben verstanden wurde, in $2m$ Theile von der Form

$$AJ = \int (a + b \vartheta) \cos n \vartheta d \vartheta$$

zu zerlegen, und weil nun das unbestimmte Integral abgesehen von einer hinzuzufügenden Constanten:

$$\begin{aligned} \int (a + b \vartheta) \cos n \vartheta d \vartheta &= \frac{1}{n} \int (a + b \vartheta) d \sin n \vartheta \\ &= \frac{1}{n} \left[(a + b \vartheta) \sin n \vartheta - \frac{b}{n} \int \sin n \vartheta \cdot n d \vartheta \right] \\ &= \frac{a + b \vartheta}{n} \sin n \vartheta + \frac{b}{n^2} \cos n \vartheta \end{aligned}$$

ist, ergibt sich mit Rücksicht auf (3):

$$\Delta A_n = \frac{1}{\pi} \Delta J = \frac{-\tau \sin n \alpha + \tau' \sin n(\alpha + \delta)}{n \pi} + \frac{\tau - \tau'}{n^2 \pi \delta} [\cos n \alpha - \cos n(\alpha + \delta)] \quad (4).$$

In der Summe der analog dieser Gleichung gebildeten Ausdrücke aller $2m$ Bestandtheile von A_n fallen die ersten Glieder dieser Ausdrücke fort, indem sie mit Rücksicht darauf, dass

$$\tau_0 = \tau_{2m} \quad \text{und} \quad \sin 0 = \sin n \cdot 2\pi$$

ist, aus paarweise entgegengesetzt gleichen Gliedern bestehen. Man findet also:

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{1}{n^2 \pi \delta} [(\tau_0 - \tau_1)(\cos n \cdot 0 - \cos n \delta) + (\tau_1 - \tau_2)(\cos n \delta - \cos 2n \delta) + \dots \\ &\quad \dots + (\tau_{2m-1} - \tau_{2m})(\cos(2m-1)n \delta - \cos 2m n \delta)] \\ &= \frac{1}{n^2 \pi \delta} \sum_{k=1}^{k=2m} \tau_k [-\cos(k-1)n \delta + 2 \cos k n \delta - \cos(k+1)n \delta] \end{aligned}$$

oder wegen

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

also

$$\cos(k+1)n \delta + \cos(k-1)n \delta = 2 \cos k n \delta \cos n \delta$$

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{2(1 - \cos n \delta)}{n^2 \pi \delta} \sum_{k=1}^{k=2m} \tau_k \cos k n \delta \\ &= \frac{4}{n^2 \pi \delta} \sin^2 \frac{n \delta}{2} (\tau_1 \cos n \delta + \tau_2 \cos 2n \delta + \dots + \tau_{2m} \cos 2m n \delta) \dots (5). \end{aligned}$$

Ebenso findet man:

$$B_n = \frac{4}{n^2 \pi \delta} \sin^2 \frac{n \delta}{2} (\tau_1 \sin n \delta + \tau_2 \sin 2 n \delta + \dots + \tau_{2m} \sin 2 m n \delta) \quad (6).$$

Die Ausdrücke von A_n und B_n , wenn nach der Regel gebildet, welcher der Ausdruck (2) von A_0 entspricht, wären = den durch m dividiren, in (5) bzw. (6) eingeklammerten Summen; sie waren aber hier noch mit dem Factor

$$\frac{4 m}{n^2 \pi \delta} \sin^2 \frac{n \delta}{2} = \frac{4}{n^2 \delta^2} \sin^2 \frac{n \delta}{2} = \left(\frac{\sin \frac{n \delta}{2}}{\frac{n \delta}{2}} \right)^2$$

zu multipliciren, der < 1 ist und, wie es natürlich der Fall sein musste, um so mehr sich der Grenze 1 nähert, je kleiner δ ist.

Wenn statt (5) und (6)

$$\left. \begin{aligned} A_n &= \frac{2(1 - \cos n \delta)}{n^2 \pi \delta} r_n \cos \delta_n \\ B_n &= \frac{2(1 - \cos n \delta)}{n^2 \pi \delta} r_n \sin \delta_n \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

gesetzt wird, unter r_n eine positive Grösse, und unter δ_n einen positiven oder negativen spitzen oder stumpfen Winkel verstanden, so dass $\cos \delta_n$ und $\sin \delta_n$ jede Grösse zwischen -1 und $+1$ haben können, so hat r_n die Bedeutung einer gewissen Temperatur, während δ_n gemäss (15) im vorigen Paragraph den schon in Gl. (9) daselbst ebenso bezeichneten Winkel bedeutet; r_n und δ_n sind dann bestimmt durch die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} r_n \cos \delta_n &= \sum \tau_k \cos k n \delta \\ r_n \sin \delta_n &= \sum \tau_k \sin k n \delta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8),$$

beide Summen von $k = 1$ bis $k = 2 m$ genommen. Die Bestimmung dieser Summen für viele Werthe 1, 2, 3 ... von n wäre besonders zeitraubend und lästig; man kann aber bemerken, dass die Werthe von r_n und δ_n gleich sind für je zwei solche Werthe von n , welche sich um $2 m$ oder um ein Vielfaches $2 m'$ von $2 m$ unterscheiden, weil dann die betreffenden zwei

Werthe von $k n \delta = k n \frac{\pi}{m}$ um

$$k \cdot 2 m' \frac{\pi}{m} = k \frac{m'}{m} \cdot 2 \pi,$$

d. h. um ein Vielfaches von 2π verschieden sind. Nachdem also r_n und δ_n von $n = 1$ bis $n = 2 m$ bestimmt sind, kehren dieselben Werthe in derselben Reihenfolge für grössere n periodisch wieder. Innerhalb einer

Periode ($n = 1$ bis $n = 2m$) sind ferner paarweise die Werthe von r_n gleich gross, von δ_n entgegengesetzt gleich; denn

$$\text{für } n' + n = 2m \text{ ist } kn'\delta + kn\delta = k \cdot 2\pi, \\ \text{folglich} \quad \cos kn'\delta = \cos kn\delta \quad \text{und} \quad \sin kn'\delta = -\sin kn\delta.$$

Indem endlich nach (8) für $n = m$:

$$r_m \cos \delta_m = -\tau_1 + \tau_2 - \tau_3 + \dots + \tau_{2m} \dots \dots \dots (9), \\ r_m \sin \delta_m = 0$$

ist, folgt $r_m =$ dem Absolutwerth der algebraischen Summe in Gl. (9), $\delta_m = 0$ oder π , jenachdem jene Summe positiv oder negativ ist. Zu bestimmen gemäss (8) bleiben also r_n und δ_n nur noch für

$$n = 1 \quad 2 \quad 3 \dots m-1,$$

bei der meistens genügenden Annahme $m = 6$ somit 5 Werthpaare durch Rechnung oder durch ein graphisches Verfahren; in Betreff des letzteren sei auf die erwähnte Schrift von Dr. Kirsch verwiesen.

Mit den Werthen von r_n findet man jetzt gemäss (7) auch die entsprechenden Werthe von

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} = \frac{2(1 - \cos n\delta)}{n^2 \pi \delta} r_n = \frac{2m}{n^2 \pi^2} \left(1 - \cos \frac{n\pi}{m}\right) r_n \quad (10),$$

z. B. mit $m = 6$, entsprechend einem Winkel δ von 30° , nach Kirsch:

$$C_1 = 0,1629 r_1 \quad C_2 = 0,1520 r_2 \quad C_3 = 0,1351 r_3 \quad C_4 = 0,1140 r_4 \\ C_5 = 0,0908 r_5 \quad C_6 = 0,0675 r_6 \quad C_7 = 0,0463 r_7 \quad C_8 = 0,0285 r_8 \\ C_9 = 0,0150 r_9 \quad C_{10} = 0,0061 r_{10} \quad C_{11} = 0,0013 r_{11} \quad C_{12} = 0$$

Der Factor von r_n im Ausdrücke von C_n , welcher verschwindet, so oft $n =$ einem Vielfachen von $2m$ ist, nimmt mit wachsender Stellenzahl n schnell ab, und es wird bei der Annahme $m = 6$ seine Bestimmung über $n = 2m = 12$ hinaus kaum in Betracht kommen, indem dann die früheren Werthe von r_n nach Obigem wiederkehren.

Mit C_n ergibt sich weiter S_n gemäss Gl. (16) im vorigen Paragraph, endlich gemäss (17) daselbst mit S_n und δ_n auch die bis zu einem Kurbelwinkel α in 1 Quadratm. Wandfläche einströmende Wärmemenge Q . Hierbei wird die Berücksichtigung einer Gliederzahl n meistens genügen, welche $< 2m$ bzw. < 12 ist, indem wegen des Factors $\frac{1}{n^2}$ von C_n , also $\frac{1}{n^2 \sqrt{n}}$ von S_n mit wachsender Stellenzahl die Glieder schnell abnehmen. Dem construirenden Techniker wird übrigens von Kirsch auch diese Ermittlung von Q durch ein graphisches Verfahren erleichtert.

§. 115. Anwendung auf verschiedene Theile der Wandung eines Dampfeylinders.

Zwischen verschiedenen Theilen der Wandfläche ist hier einstweilen nur insofern ein Unterschied zu machen, als das Aenderungsgesetz der Temperatur des sie berührenden Dampfes für dieselben verschieden ist. In dieser Hinsicht sind zu unterscheiden:

1. solche Flächen, welche beständig von Dampf auf derselben Seite des Kolbens berührt werden. Dazu gehören, und zwar für jede der beiden Seiten des Cylinders, die betreffende Deckelfläche und die ihr zugekehrte Kolbenfläche nebst dem bei kleinstem Abstände dieser Flächen, nämlich beim Hubwechsel zwischen ihnen befindlichen schmalen Theil der Mantelfläche und der Oberfläche des gleichzeitig innerhalb des Cylinders befindlichen kleinen Stücks der Kolbenstange; wesentlich gehört dazu auch die Innenfläche des Dampfcanals bis zum Dampfvertheilungsorgan.

2. Flächen, welche zwar auch nur vom Dampf auf derselben Seite des Kolbens, aber nicht beständig, sondern mit Unterbrechungen berührt werden. Dazu gehören die ringförmigen Streifen der Mantelfläche, welche bei den Hubwechseln von den Kolbenringen bedeckt werden, und die Oberfläche der Kolbenstange, insoweit letztere sich abwechselnd innerhalb des Cylinders befindet oder nicht.

3. der zwischen den vorgenannten Streifen liegende Haupttheil der Mantelfläche, welcher von jedem Parallelkreise der Umfläche des Kolbens bestrichen und deshalb bald von dem auf der einen, bald von dem auf der andern Seite des Kolbens befindlichen Dampfe, dazwischen jedesmal vom Kolben selbst berührt wird.

Die Gesamtgrößen dieser dreierlei Flächen, erstere zwei für beide Cylinderseiten zusammen, fand Kirsch durch Messungen von 5 Ein-cylindermaschinen von verschiedenen Systemen im Mittel:

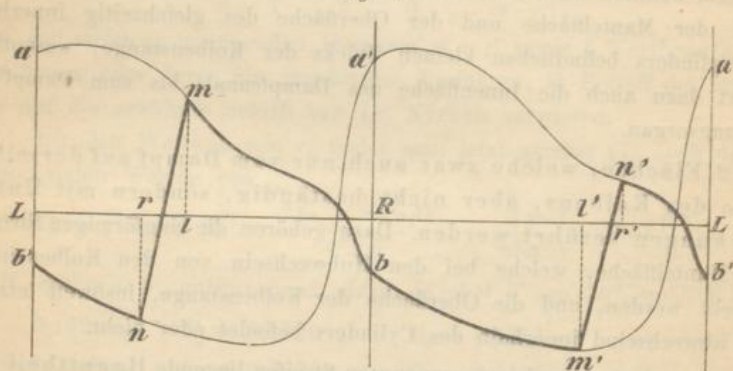
$$F_1 = 9,7 F, \quad F_2 = 3,4 F, \quad F_3 = 7,0 F,$$

unter F den Cylinderquerschnitt verstanden, so dass, wenn auch zur Vereinfachung der Untersuchung F_2 etwa im Verhältnisse 2:1 zu den Flächen F_1 (Typus: Deckel) und zu den Flächen F_3 (Typus: Mantel) gerechnet wird, doch wenigstens letztere Flächen, unter mittleren Umständen von den Gesamtgrößen

$$F_1 = 12 F \text{ und } F_3 = 8 F$$

zu unterscheiden bleiben. Während $\tau = f(\alpha)$ für alle Stellen der Fläche F_1 dieselbe dem Indicordiagramm entsprechende Temperatureurve bedeutet, ist dieselbe, was F_3 betrifft, bei Voraussetzung ganz symmetrischer Kolbenbewegung nur für je zwei solche Ringelemente von F_3 , welche in Beziehung auf den mittleren Cylinderquerschnitt symmetrisch liegen, von gleicher Form, der Lage nach nur um π im Sinne der Abscissenaxe gegenseitig verschoben erscheinend, so dass nur die Hälfte von F_3 besonderer Untersuchung bedarf. Dabei wird es genügen, diese Hälfte in einige, etwa in drei gleich breite Ringstreifen zu theilen, für welche die Temperaturverhältnisse gleichförmig = denjenigen gesetzt werden, welche in ihren Mittellinien stattfinden.

Fig. 103.



In Fig. 103, worin R der Mittelpunkt der horizontalen Strecke LL sei, und zwar $LR = RL = \pi$, sei z. B. $ambm'a$ die bei jeder Kurbelumdrehung sich wiederholende, von einem Hubwechsel an gerechnete Temperatureurve auf der linken Seite des Kolbens, $b'n'a'n'b'$ die ihr gleiche, nur um die Strecke π horizontal verschobene Temperatureurve für die rechte Kolbenseite. Sind dann Lr und Ll = den Winkeln, welche, vom Hubwechsel links an gerechnet, von der Kurbel durchlaufen werden, bis ein gewisses Ringelement der Mantelfläche F_3 beziehungsweise vom rechten und vom linken Rande der Liederungsfläche des von links nach rechts beweglichen Kolbens erreicht wird, ferner $L'r'$ und $L'n'$ = den vom Hubwechsel rechts an gerechneten Kurbelwinkeln bis zur Erreichung desselben Ringelements bzw. vom linken und vom rechten Rande der Liederungsfläche des von rechts nach links beweglichen Kolbens, und wird die Temperatur des Ringelements, welche gemäss den Annahmen in §. 113 derjenigen des angrenzenden Dampfes stets gleich ist, während der kurzen

Zeit, in der es vom Kolben überstrichen wird, als gleichförmig veränderlich angenommen, so ist $b'nmbm'n'b'$, Fig. 103, unter nm und $m'n'$ gerade Strecken verstanden, die Temperatureurve $\tau = f(\alpha)$ jenes Ringelements für die Kurbelumdrehung, zu welcher nach den in den vorigen Paragraphen erklärten Regeln die ($\xi = 0$ entsprechende) Wärmecurve $Q = F(\alpha)$ gefunden werden kann, welche dann das Gesetz des Wärmeaustausches zwischen Dampf und Wand pro Quadratmeter an der Stelle des Ringelements darstellt.

Beispielsweise bestimmte Kirsch auf solche Weise die Wärmecurve für die Deckelfläche F_1 und für drei gleich breite Ringstreifen der Mantelfläche F_3 bis zur Cylindermitte einer Maschine von 0,2 Füllung bei 0,05 schädlichem Raum, 5 Atm. Einströmungsspannung bei 0,21 Atm. Ausströmungsspannung, Breite der Kolbenringfläche (Liederungsfläche) $= \frac{1}{8}$ Hub, Umdrehungszahl $= 100$ und unter der Voraussetzung, dass bei Kurbelwinkeln von 150° , 330° und 345° bzw. die Ausströmung, die Compression und die Einströmung beginnt, endlich mit den Annahmen $\lambda = 16$, $k = 18$. Während dann bei jeder Umdrehung für die Deckelfläche eine einmalige Wärmeeinströmung und Wärmeausströmung vom Dampf zur Wand und umgekehrt im Betrage von 109 Cal. pro 1 Quadratmeter gefunden wurde, ergab sich für die Ringstreifen eine zweimalige Ein- und Ausströmung kleinerer Wärmemengen, deren Grössen sich gegen den innersten Streifen hin einander nähern, nämlich hier 48 und 41 Cal. betragen. Im Falle dieses Beispiels findet an allen Wandstellen, wenn sie mit ausströmendem Dampf in Berührung sind, Abgabe von Wärme an diesen Dampf statt; beim Deckel ist das in geringerem Grade auch bei Berührung mit dem expandirenden Dampfe der Fall, wogegen der Mantel dann Wärme von diesem Dampfe empfängt zum Schaden der Expansionsarbeit. Der Mehrverbrauch an einströmendem Betriebsdampf rührt im Falle des Beispiels nur vom Einfluss der Deckelfläche F_1 her, in welche bei der Einströmung des Dampfes auch Wärme und zwar mit abnehmender Schnelligkeit (einer ansteigenden, nach oben convexen Wärmecurve entsprechend) einströmt, während die Mantelfläche F_3 bei dieser 0,2 Füllung überhaupt nur dicht an den Enden mit einströmendem Dampf während kurzer Zeit in Berührung kommt. Man kann schliessen, dass, während durch Heizung der Cylinderdeckel vorzugsweise der Abkühlungsverlust, nämlich der von Abkühlung herrührende Mehrverbrauch an Dampf verkleinert wird, das Heizen des Mantels wenigstens bei kleinen Füllungen weniger den Dampfverbrauch verkleinert, als vielmehr die zu gewinnende Expansionsarbeit vergrössert.

§. 116. Prüfung der Annahmen.

Von den unter 1. bis 4. in §. 113 erwähnten Annahmen, welche den vorhergehenden Entwicklungen zugrunde liegen, ist

1) die Annahme, dass die Wärmeleitung der Cylinderwand von ihrer Temperatur unabhängig sei, ohne Zweifel nicht ganz zutreffend, wenn auch gerade für Gusseisen betreffende Experimentalbestimmungen nicht vorliegen. Wie aber Kirsch in seiner erwähnten Schrift unter Verweisung auf die Quellen anführt, fanden Kirchoff und Hansemann für Bessemerstahl mit 0,519^o/_o Kohlenstoff und 0,343^o/_o Silicium:

$$k = 11,48 - 0,019(\tau - 15),$$

für Puddelstahl mit 0,254^o/_o Kohlenstoff und 0,077^o/_o Silicium:

$$k = 16,37 - 0,027(\tau - 15),$$

für Eisen (Schmiedeeisen) mit 0,129^o/_o Kohlenstoff und 0,08^o/_o Silicium:

$$k = 16,94 - 0,034(\tau - 15),$$

das Mass der Temperaturleitungsfähigkeit k folglich für je 1^o Temperaturzunahme abnehmend um bezw.

$$\Delta k = 0,019 \quad 0,027 \quad 0,034.$$

Für Eisen ohne nähere Bezeichnung (vermuthlich Schmiedeeisen) fand ferner

$$\text{Weber bei } \tau = 39^{\circ}: k = 17,01$$

$$\text{Angström bei } \tau = 50^{\circ}: k = 18,38$$

$$\text{Lorenz: } k = 17,91.$$

Wenn auch die Gesetzmässigkeit der Aenderung von k mit τ zuverlässiger, insbesondere für Gusseisen bekannt wäre, müsste man sich doch damit begnügen, einen constanten Mittelwerth von k , entsprechend einer mittleren hier vorkommenden Temperatur, in die Rechnung einzuführen. Würde letztere etwa = 115^o angenommen, und bezüglich der Bestimmungen von Weber und von Angström die Abnahme von k für 1^o Temperaturzunahme = 0,03 vorausgesetzt, so wären gemäss den ersteren 5 Bestimmungen, bei welchen eine Temperatur überhaupt angegeben ist, die $\tau = 115$ entsprechenden Werthe von

$$k = 9,6 \quad 13,7 \quad 13,5 \quad 14,7 \quad 16,4.$$

Der Durchschnitt für Stahl und Schmiedeeisen wäre $k = 13,6$ oder mit Rücksicht zugleich auf die Bestimmung von Lorenz in runder Zahl ungefähr:

$$k = 15.$$

Vorbehaltlich späterer Berichtigung durch neue Versuche wird eine solche Zahl vorläufig auch als Mittelwerth von k für Gusseisen unter den hier in Betracht kommenden Umständen anzunehmen sein.

Der Wärmeleitungscoefficient λ hat zu k ein constantes Verhältniss, indem nach (2), §. 113

$$\lambda = c\gamma k$$

ist, unter c die specifische Wärme des Gusseisens und unter γ Kgr. das Gewicht von 1 Cubikdecimeter desselben, nämlich das Gewicht einer Schicht von 1 Quadratmeter Fläche und 1 Millimeter Dicke verstanden. Mit den ungefähr zutreffenden Annahmen $c = 0,12$ und $\gamma = 7,5$ ergibt sich:

$$\lambda = 0,12 \cdot 7,5 k = 0,9 \cdot 15 = 13,5.$$

2) Es wurde ferner angenommen, das beim Eintritt von Wärme in die Wand an derselben gebildete Condensationswasser bleibe an ihr haften, bis es durch die austretende Wärme wieder verdampft wird, während es auch der Fall sein könnte, dass jenes Wasser an den verticalen oder gegen den Horizont geneigten Wandtheilen schnell genug herabrinnt, um dieselben schon vor beendigtem Wärmeaustritt entgegen der Annahme trocken werden, die Temperatur der innersten Wandschicht somit erheblich über die Dampftemperatur sich erheben zu lassen, wobei das abwärts geflossene Wasser grösstentheils als solches vom ausströmenden Dampfe ausgeblasen würde. Um hierüber ein Urtheil zu gewinnen, kommt insbesondere die ungefähre Dicke der Wasserschicht in Betracht, um deren Haften an der Wand es sich handelt. Nun wurde bei dem im vorigen Paragraph angeführten Beispiel einer Condensationsmaschine mit 0,2 Füllung und 5 Atm. Einströmungsspannung für die Flächen vom Deckeltypus eine periodische Ein- und Ausströmung von Wärme im Betrage von $Q = 109$ Cal. pro Quadratmeter gefunden, freilich mit $\lambda = 16$, $k = 18$. Werden gemäss obigen Erwägungen λ und k in demselben Verhältnisse 15 : 18 verkleinert, so wird gemäss (16), §. 113, jedes S_n und dann gemäss (17) daselbst auch Q im Verhältniss

$$\sqrt{\frac{15}{18}} = \sqrt{\frac{5}{6}} = 0,913$$

kleiner, wird also Q reducirt auf

$$0,913 \cdot 109 = 99,5 \text{ Cal.}$$

Diese Wärmeeinströmung in die Wand findet fast nur während der Dampfeinströmung in den Cylinder statt, also bei der Dampfspannung von 5 Atm. entsprechend einer specifischen Condensationswärme = 499 Cal., so dass auf einem Quadratmeter dieser Wandfläche

$$\frac{99,5}{499} = 0,2 \text{ Kgr.} = 0,2 \text{ Liter}$$

Dampf condensirt würden, entsprechend einer Wasserschicht von 0,2 Millimeter Dicke. Nun waren bei jenem Beispiele 100 Umdrehungen in der Minute vorausgesetzt, so dass eine Umdrehung 0,6 Sek. dauert, und wenn auch die Ausströmung der Wärme erheblich langsamer stattfindet, als die Einströmung, fast 0,5 Sek. in Anspruch nimmt, so findet doch das Maximum des Wasserbeschlags nur augenblicklich statt. Ungefähr würde also die Frage darauf hinaus kommen, ob die fast vollständige Haftung einer Wasserschicht von etwa 0,1 Millim. Dicke etwa eine halbe Sekunde lang selbst an den verticalen oder stark geneigten Wandstellen zu erwarten ist? Mag das auch wohl denkbar sein, so wird doch bei langsam gehenden Maschinen die Sache zweifelhafter; bei nur 50 Umdrehungen, aber übrigens im Falle des Beispiels, müsste eine Schicht von ungefähr 0,14 Millim. Dicke etwa eine Sekunde lang haften u. s. f.

Unmittelbar wird diese Frage kaum durch Versuche zuverlässig zu entscheiden sein, eher mittelbar durch Vergleichung der Erfahrungen in Betreff des Dampfverbrauchs von Maschinen ohne Dampfmantel mit den Rechnungsergebnissen auf Grund der in Rede stehenden Annahme, nachdem die übrigen Unsicherheiten mehr geklärt sein werden, als es zur Zeit der Fall ist.

3) Unter der Voraussetzung, dass die vorbesprochene Annahme zutrifft, ein Wasserbeschlagn der Wand somit stets vorhanden ist, wurde im §. 113 weiter angenommen, dass der Wärmeübergang vom Dampf zur Wand und umgekehrt ohne Widerstand stattfindet, dass somit die innere Oberflächentemperatur der letzteren der Dampftemperatur stets gleich zu setzen ist. Streng genommen wird hier ein zweifacher Widerstand vorhanden sein, ein Leitungswiderstand der Wasserschicht und ein Uebergangswiderstand zwischen ihr und der Wand, und muss dann die Oberflächentemperatur der letzteren infolge beider Ursachen bei der Wärme-einströmung um Endliches kleiner, bei der Wärmeausströmung um Endliches grösser sein, als die Dampftemperatur, wenn diese auch mit derjenigen der Wasserschicht an der beiderseitigen Berührungsfläche als identisch zu betrachten ist. Indem das Wasser die Wärme etwa 18 mal so schlecht leitet, als Eisen, entspräche einer Wasserschicht von 0,1 Millim. eine Eisenschicht von 1,8 Millim. Dicke. Indem man sich auch den Uebergangswiderstand zwischen Wasser und Eisen durch den äquivalenten Leitungswiderstand einer Eisenschicht ersetzt denkt, wäre dem ganzen in

Rede stehenden Widerstände durch eine Vergrößerung der Wanddicke nach innen um $z > 1,8$ Millim. Rechnung zu tragen; mit

$$\xi = z \sqrt{\frac{\pi u}{60k}} \text{ gemäss (5), §. 113,}$$

als zu z gehöriger relativer Tiefe fände man die zwischen Dampf und Wand ausgetauschte Wärme Q nach einer Bemerkung zu Ende von §. 113 dadurch, dass in Gl. (17) daselbst S_n mit $e^{-z\sqrt{n}}$ multiplicirt und $\xi\sqrt{n}$ von $n\alpha$ subtrahirt wird. Die betreffende Wärmecurve erführe dadurch eine Verkleinerung der Veränderlichkeit ihrer Ordinaten, sowie im Ganzen eine Verschiebung längs der Abscissenaxe.

Mit Rücksicht auf die Kleinheit der durchschnittlichen Dicke des Wasserbeschlags, sowie des Widerstandes gegen den Wärmeaustausch zwischen Wasser und Eisen gemäss sonstigen Erfahrungen lässt sich übrigens annehmen, dass durch die hier besprochene frühere Annahme die ausgetauschte Wärme Q nur unerheblich zu gross gesetzt wird.

4) Damit die Uebertragung der im Vorhergehenden entwickelten Gesetze auf Dämpfmaschineneylinder zulässig sei, muss wesentlich die Annahme zutreffen, dass die Wand hinlänglich dick sei, um ihre periodischen Temperaturschwankungen sich nicht bis zur äusseren Oberfläche erstrecken zu lassen, oder wenigstens nur in einem zu vernachlässigenden Betrage. Zur Prüfung dieser Annahme werde der einfache, grosser Erstreckungsweite der Temperaturschwankungen aber ohne Zweifel günstige ideale Fall einer Maschine ohne Expansion und Compression, ohne Vorein- und Vorausströmung zu Grunde gelegt, so dass die hier hauptsächlich in Betracht kommenden Deckelflächen während der aufeinander folgenden einfachen Hübe abwechselnd entweder nur mit einströmendem Dampf von der Temperatur τ_1 oder nur mit ausströmendem Dampf von der kleineren Temperatur τ_2 in Berührung kommen. Bei $s = 0,75$ Mtr. Hub und $e = 2,5$ Sekundenmtr. mittlerer Kolbengeschwindigkeit ist die Umdrehungszahl

$$u = \frac{60e}{2s} = 100,$$

und bei einem Durchmesser des Cylinders von ungefähr 0,4 Mtr., sowie beim Betriebe mit hochgespanntem Dampf, würde die Wandstärke wenigstens etwa $x = 25$ Millim. gemacht werden, entsprechend mit $k = 15$ gemäss §. 113, Gl. (5) der relativen Wanddicke:

$$\tau_1 = 25 \sqrt{\frac{\pi \cdot 100}{60 \cdot 15}} = 14,8.$$

Für diesen Fall können nun die Coefficienten A_0 , A_n , B_n leicht unmittelbar nach §. 113, Gl. (14) bestimmt werden. Es ist danach nämlich:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^\pi \tau_1 d\alpha + \int_\pi^{2\pi} \tau_2 d\alpha \right) = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}$$

$$A_n = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\tau_1}{n} (\sin n\alpha)_0^\pi + \frac{\tau_2}{n} (\sin n\alpha)_\pi^{2\pi} \right] = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\tau_1}{n} (\cos n\alpha)_0^\pi + \frac{\tau_2}{n} (\cos n\alpha)_\pi^{2\pi} \right]$$

oder wegen

$$\cos(n \cdot 0) = \cos(n \cdot 2\pi) = 1, \quad \cos n\pi = \mp 1,$$

wobei das obere oder das untere Vorzeichen gilt, jenachdem n eine ungerade oder eine gerade Zahl ist,

$$\begin{aligned} B_n &= \frac{1}{\pi} \left[\frac{\tau_1}{n} (1 \pm 1) + \frac{\tau_2}{n} (\mp 1 - 1) \right] \\ &= \frac{2}{n\pi} (\tau_1 - \tau_2) \text{ für } n = 1, 3, 5 \dots \dots \dots \\ &= 0 \text{ für } n = 2, 4, 6 \dots \dots \dots \end{aligned} \dots \dots \dots (2).$$

Gemäss Gl. (11), §. 113, ergibt sich somit:

$$\tau = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} + \frac{2}{\pi} (\tau_1 - \tau_2) \sum \frac{1}{n} e^{-\xi\sqrt{n}} \sin(n\alpha - \xi\sqrt{n}) \dots \dots (3).$$

wobei die Summanden der Summe Σ mit $n = 1, 3, 5 \dots$ zu bilden sind.*

Das erste Glied auf der rechten Seite von Gl. (3) ist die Mitteltemperatur der Wand, das zweite Glied die periodische Abweichung von derselben. Ist τ' das Maximum, τ'' das Minimum von τ in der relativen Tiefe ξ , so sind τ' und τ'' um höchstens

$$\frac{2}{\pi} (\tau_1 - \tau_2) \sum \frac{1}{n} e^{-\xi\sqrt{n}}$$

* Für $\xi = 0$ ist $\tau = \tau_1$ oder $\tau = \tau_2$, jenachdem

α zwischen 0 und π , 2π und $3\pi \dots$

oder zwischen π und 2π , 3π und $4\pi \dots$

liegt. Aus (3) ergibt sich also die unendliche Reihe:

$$\sin \alpha + \frac{\sin 3\alpha}{3} + \frac{\sin 5\alpha}{5} + \dots = \pm \frac{\pi}{4}$$

und zwar $= + \frac{\pi}{4}$ oder $= - \frac{\pi}{4}$, jenachdem

$\alpha = 0$ bis π , 2π bis $3\pi \dots$

oder $= \pi$ bis 2π , 3π bis $4\pi \dots$

ist, wie auch anderweitig nachgewiesen werden kann.

bezw. grösser oder kleiner, als die Mitteltemperatur, nämlich um weniger, als den Absolutwerth, welchen das zweite Glied auf der rechten Seite von (3) dann haben würde, wenn, was thatsächlich nicht der Fall ist, in allen Summanden von Σ gleichzeitig (für denselben Werth von α)

$$\sin(n\alpha - \xi\sqrt{n}) = 1 \text{ oder } = -1$$

wäre. Somit ist

$$\frac{\tau' - \tau''}{\tau_1 - \tau_2} < \frac{4}{\pi} \sum \frac{1}{n} e^{-\xi\sqrt{n}} \dots \dots \dots (4)$$

$$< \frac{4}{\pi} \sum \text{num} [\lg = -(\lg n + m \frac{\xi}{n} \sqrt{n})] \dots \dots (5),$$

unter \lg einen Brigg'schen Logarithmus und unter

$$m = 0,434294$$

das Verhältniss desselben zu dem betreffenden natürlichen Logarithmus verstanden.

Nach (5) findet man z. B. für

$$\xi = 5 \qquad \xi = 10$$

$$\frac{\tau' - \tau''}{\tau_1 - \tau_2} < 0,008657 \text{ bzw. } < 0,000058,$$

wobei zur Berechnung mit solcher Annäherung für $\xi = 5$ nur die Glieder mit $n = 1, 3, 5$ nöthig waren, für $\xi = 10$ das erste Glied mit $n = 1$ ausreichte. Bei halb so grosser Umdrehungszahl wäre die relative Wanddicke unter sonst gleichen Umständen = 10,5 und würde auch in diesem Falle die Temperaturschwankung an der Aussenfläche weniger, als 0,000058 derjenigen an der Innenfläche betragen. Die in Rede stehende Annahme erweist sich somit als durchaus zulässig. —

Zu weiterer Prüfung der Gesammtheit von Voraussetzungen mögen hier noch an zwei Beispielen die Ergebnisse der theoretischen Entwicklung mit den Erfahrungen in Betreff des als Mehrverbrauch von Dampf verstandenen stündlichen Abkühlungsverlustes B verglichen werden, indem dabei als Ausdruck solcher Erfahrungen für Eincylindermaschinen die Hrabák'sche empirische Formel (3), §. 112, angesehen wird. Nun war z. B. von Kirsch für eine Eincylindermaschine von $e_1 = 0,2$ Füllung und $m = 0,05$ schädlichem Raum bei $u = 100$ Umdrehungen, $p_1 = 5$ Atm. Einströmungs- und $p_2 = 0,21$ Atm. Ausströmungsspannung mit $\lambda = 16$ und $k = 18$ (§. 115) die pro Quadratmeter Deckelfläche und pro Umdrehung ausgetauschte Wärme = 109 Cal. bestimmt worden, welche aber in §. 116 unter 2) mit $k = 15$ und $\lambda = 0,9 k$ auf

99,5 Cal. reducirt wurde. Gemäss den Zeichnungen von Kirsch treten 92⁰/₁₀₀ dieser Wärme

$$= 0,92 \cdot 99,5 = 91,5 \text{ Cal.}$$

während der zwei Dampfströmungsperioden einer Umdrehung in die Wand pro Quadratmeter ein, und sind es auch fast nur diese Flächen F_1 vom Typus: Deckel, welche mit einströmendem Dampfe in Berührung kommen. Entsprechend der specifischen Condensationswärme = 499 Cal. werden also bei jeder Umdrehung

$$\frac{91,5}{499} = 0,183 \text{ Kgr.}$$

des einströmenden Dampfes condensirt. Wird nun die Cylinderweite $d = 0,4$ Mtr., also der Querschnitt:

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = 0,1257 \text{ Quadratmtr.}$$

angenommen, und nach §. 115:

$$F_1 = 12 F = 1,508 \text{ Quadratmtr.}$$

so ergibt sich der stündliche Abkühlungsverlust:

$$B = 60 \cdot 100 \cdot 1,508 \cdot 0,183 = 1655 \text{ Kgr.}$$

Nach §. 112, Gl. (3) ist dagegen mit $s = 0,75$ Mtr. und $\beta = 400$:

$$B = 400 \cdot 0,25 \cdot 0,4 (0,4 + 0,75) \cdot 4,79 = 220,4 = \frac{1655}{7,5}$$

Dieser erhebliche Unterschied dürfte weder durch die wohl reichliche Annahme von F_1 nach Kirsch und durch die Unsicherheit der Hrabák'schen Formel, noch durch zu gross angenommene Coefficienten λ , k und durch Vernachlässigung eines Wärmeübergangswiderstandes vom Dampf zur Wand genügend erklärt werden können, hauptsächlich vielmehr die Annahme unter 2) als wahrscheinlich unzutreffend erscheinen lassen.

Als weiteres Beispiel werde, wie oben unter 4), eine Maschine ohne Expansion und Compression, ohne Vorein- und Vorausströmung vorausgesetzt, mit den Cylinderdimensionen $d = 0,4$ Mtr., $s = 0,75$ Mtr., $m = 0,05$ und mit $u = 100$ hier bei Dampfspannungen $p_1 = 7$ Atm. und $p_2 = 1,2$ Atm., also $\tau_1 = 165,3^\circ$ und $\tau_2 = 105,2^\circ$. Aus obigen Gleichungen (1) und (2) und aus Gl. (15), §. 113, folgt:

$$C_n = 0 \text{ für } n = 2, 4, 6 \dots$$

$$C_n = \frac{2}{n\pi} (\tau_1 - \tau_2) \text{ und } \delta_n = \frac{\pi}{2} \text{ für } n = 1, 3, 5 \dots$$

und dann aus Gl. (16), §. 113:

$$S_n = 0 \text{ für } n = 2, 4, 6 \dots$$

$$S_n = \frac{2}{\pi} \lambda \sqrt{\frac{30}{\pi k}} \frac{\tau_1 - \tau_2}{n\sqrt{n}} \text{ für } n = 1, 3, 5 \dots$$

Nach Gl. (17), §. 113, ist endlich:

$$Q\sqrt{u} = S_0 + \frac{2}{\pi} \lambda \sqrt{\frac{30}{\pi k}} (\tau_1 - \tau_2) \sum \frac{1}{n\sqrt{n}} \sin\left(n\alpha - \frac{\pi}{4}\right) \dots (6)$$

mit $n = 1, 3, 5 \dots$, woraus sich zwischen den Grenzen $\alpha = 0$ und $\alpha = \pi$ für die bei der Dampfströmung an 1 Quadratm. Wandung übergehende Wärme der Ausdruck ergibt:

$$Q\sqrt{u} = \frac{2}{\pi} \lambda \sqrt{\frac{30}{\pi k}} (\tau_1 - \tau_2) \sum \frac{1}{n\sqrt{n}} \left[\sin\left(n\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right]$$

oder, wegen

$$\sin\left(n\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$$

für ungerade n ,

$$Q\sqrt{u} = \frac{2}{\pi} \lambda \sqrt{\frac{60}{\pi k}} (\tau_1 - \tau_2) \sum \frac{1}{n\sqrt{n}} \dots (7).$$

Die Berechnung der Summe

$$1 + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{5}} + \frac{1}{7\sqrt{7}} + \dots$$

erfordert trotz zulässiger Vereinfachungen die Berücksichtigung einer grossen Zahl von Gliedern und wird nahe = 1,673 gefunden. Aus (7) folgt dann mit $k = 15$, $\lambda = 13,5$ und mit den oben angegebenen Werthen von u , τ_1 und τ_2 :

$$Q = 97,5 \text{ Cal.}$$

und die bei jeder Umdrehung an 1 Quadratmeter Wandfläche condensirte Dampfmenge

$$= \frac{97,5}{490} \text{ nahe } = 0,2 \text{ Kgr.,}$$

entsprechend der Verdampfungswärme = 490 Cal. für Dampf von 7 Atm. Spannung. Mit

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = 0,1257$$

ist nun hier gemäss §. 115 die ganze Abkühlungsfläche ungefähr

$$= 20 F, \text{ etwa } = 2,5 \text{ Quadratm.}$$

zu setzen, so dass sich der als Mehrverbrauch von Dampf gerechnete stündliche Abkühlungsverlust der Maschine ergeben würde:

$$B = 60 \cdot 100 \cdot 2,5 \cdot 0,2 = 3000 \text{ Kgr.},$$

wogegen nach §. 112, Gl. (3) mit $\beta = 400$:

$$B = 400 \cdot 1,05 \cdot 0,4 \cdot 1,15 \cdot 5,8 = 1120 = \frac{3000}{2,7}$$

wäre. Dass der Unterschied beider Werthe von B in diesem Falle viel kleiner ist, rührt grossentheils ohne Zweifel daher, dass die Hrabák'sche empirische Formel für B vorwiegend kleineren Füllungen angepasst ist; dass ihr Coefficient β nur zwischen engeren Grenzen von e_1 nahe gleich gross zu wählen ist, kann schon daraus geschlossen werden, dass die Flächen vom Deckeltypus, welche den Abkühlungsverlust B vorzugsweise verursachen, bei allen Füllungen dieselben sind, und dass somit B kaum proportional $e_1 + m$ gesetzt werden kann.

§. 117. Einfluss von Krümmungen der Abkühlungsflächen, sowie von Wärmeströmungen längs denselben.

Die unter 5. und 6. im §. 113 erwähnten Abstractionen, die den bisherigen Entwicklungen zugrunde lagen, beziehen sich theils auf die tatsächliche Krümmung besonders des Dampfeylinders und der Kolbenstange, theils auf Wärmeströmungen, welche nicht in normaler Richtung zu den betreffenden Abkühlungsflächen, z. B. im Sinne der Mantelfläche stattfinden wegen Verschiedenheit der radialen Wärmeströmung in den verschiedenen Ringelementen des Cylinders (§. 115). Es fragt sich, ob und unter welchen Bedingungen die bisherige Vernachlässigung dieser Umstände zulässig war, ev. wie mit Rücksicht auf dieselben die Untersuchung zu corrigiren wäre.

1) Die Krümmung einer Fläche F beeinflusst die in normaler Richtung durch dieselbe stattfindende Wärmeströmung insofern, als die im unendlich kleinen Abstände dx mit F parallele und von demselben, wenn auch veränderlichen Wärmestrome zu durchsetzende Fläche F' grösser oder kleiner, als F ist, jenachdem die Wärmebewegung im Sinne FF' von der concaven zur convexen Seite oder umgekehrt stattfindet. Sind r_1 und r_2 die Hauptkrümmungshalbmesser im Punkte P von F , ist $PP' = dx$ das Element der Normalen bis zu ihrem Schnittpunkte P' mit F' , wird ferner in der Berührungsebene von F im Punkte P um diesen als Mittelpunkt ein unendlich kleiner Kreis von der Flächengrösse f beschrieben und eine zu F stets normale Gerade um den Umfang des Kreises herumgeführt, so wird die dadurch erzeugte conoidische geradlinige Fläche C , innerhalb

welcher die Wärmeströmung normal zu F stattfindet, von der Ebene, welche F' in P' berührt, in einer Ellipse von der Flächengrösse f' geschnitten, deren Hauptaxen zum Durchmesser des Kreises $= f$ die Verhältnisse

$$1 \pm \frac{dx}{r_1} \text{ und } 1 \pm \frac{dx}{r_2}$$

haben, wobei, falls die Mittelpunkte der Hauptkrümmungen von F auf derselben Seite dieser Fläche liegen, die oberen oder unteren Zeichen gelten, jenachdem die Wärmeströmung im Sinne PP' von der concaven zur convexen Seite oder umgekehrt stattfindet. Indem dann

$$\frac{f'}{f} = \left(1 \pm \frac{dx}{r_1}\right) \left(1 \pm \frac{dx}{r_2}\right) = 1 \pm \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) dx$$

ist, erfolgt die normale Wärmeströmung durch F bei P unter sonst gleichen Umständen ebenso, wie durch eine Kugelfläche vom Halbmesser r , wenn

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \dots \dots \dots (1)$$

ist. Die Untersuchung darf sich deshalb beschränken auf die radiale Wärmebewegung in einer Hohlkugel, welche an der Innenfläche, oder in einer Vollkugel, welche an der Aussenfläche einer gegebenen periodischen Temperaturschwankung unterworfen ist, wobei mit Rücksicht auf die Ergebnisse der Prüfung unter 4) im vorigen Paragraph die Wanddicke der Hohlkugel als unbegrenzt gross vorausgesetzt werden darf.

Die Fundamentalgleichung für solche Wärmebewegung ergibt sich durch eine einfache Betrachtung, welche derjenigen analog ist, die in §. 113 zu der Gleichung (3) führte. Sind τ und $\tau + d\tau$ die augenblicklichen Temperaturen in zwei concentrischen Flächen der Kugel, bezw. Hohlkugel, deren Halbmesser $= x$ und $= x + dx$ Millim. sind, und welche von einem Kegel, dessen Spitze im Kugelmittelpunkte liegt, bezw. in den Flächen $F = 1$ und $F' = 1 + 2 \frac{dx}{x}$ Quadratm. geschnitten werden, so ist die Wärmemenge, welche infolge des Temperaturgefälles $\frac{\partial \tau}{\partial x}$ im Sinne von F' gegen F , also radial einwärts in einem Zeitelement dt durch F hindurchströmt, $= \lambda \frac{\partial \tau}{\partial x} dt$ bei der bisherigen Bedeutung von λ . Die gleichzeitig und in gleicher Richtung durch F' strömende Wärme ist dann hier

$$= \lambda \left(1 + 2 \frac{dx}{x} \right) \left(\frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} dx \right) dt,$$

und indem durch den Ueberschuss dieser durch F' über jene durch F radial einwärts geleitete Wärme die Temperatur der Körperschicht zwischen beiden Flächen um $\frac{\partial \tau}{\partial t} dt$ erhöht wird, ergibt sich bei denselben Bedeutungen von e und γ , wie im §. 113, hier die Gleichung:

$$\begin{aligned} c\gamma dx \cdot \frac{\partial \tau}{\partial t} dt &= \lambda \left(1 + 2 \frac{dx}{x} \right) \left(\frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} dx \right) dt - \lambda \frac{\partial \tau}{\partial x} dt \\ &= \lambda \left(\frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial \tau}{\partial x} \right) dx dt \end{aligned}$$

oder mit der früheren Bezeichnung $k = \frac{\lambda}{c\gamma}$:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial \tau}{\partial x} \right) \dots \dots \dots (2),$$

für $x = \infty$ übergehend in die Gleichung (3), §. 113.

Wenn man statt t und x auch hier den Kurbelwinkel α und die relative Tiefe ξ (hier als relativer Radius zu bezeichnen) einführt gemäss (4) und (5), §. 113:

$$\alpha = \frac{2\pi u}{60} t \quad \text{und} \quad \xi = x \sqrt{\frac{\pi u}{60k}} \dots \dots \dots (3),$$

so geht Gl. (2) über in:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi u}{60} \frac{\partial \tau}{\partial \alpha} &= k \frac{\pi u}{60k} \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} + \frac{2k}{\xi} \frac{\pi u}{60k} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \tau}{\partial \alpha} &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

oder auch wegen

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\tau\xi)}{\partial \alpha} &= \xi \frac{\partial \tau}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial(\tau\xi)}{\partial \xi} &= \xi \frac{\partial \tau}{\partial \xi} + \tau, \text{ also } \frac{\partial^2(\tau\xi)}{\partial \xi^2} = \xi \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial \tau}{\partial \xi} \end{aligned}$$

in die der Gleichung (6), §. 113, mit $\tau\xi$ statt τ entsprechende Differentialgleichung:

$$\frac{\partial(\tau\xi)}{\partial \alpha} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\tau\xi)}{\partial \xi^2} \dots \dots \dots (5).$$

Ihr entspricht analog Gl. (9), §. 113:

$$\tau\xi = \sum C_n e^{-\xi\sqrt{n}} \cos(n\alpha - \xi\sqrt{n} - \delta_n),$$

unter C_n und δ_n Constante verstanden, wobei aber im Allgemeinen noch ein in Beziehung auf ξ lineares Glied, etwa $B_0 + C_0 \xi$ hinzuzufügen ist. Der Ausdruck von τ als Function von α und ξ , welcher durch Division des Ausdrucks von $\tau \xi$ durch ξ mit Fortlassung des der vorliegenden Aufgabe nicht entsprechenden, weil weder von α und ξ unabhängigen, noch periodischen Gliedes $\frac{B_0}{\xi}$ erhalten wird, kann aber noch durch die Hinzufügung solcher Glieder, welche aus den übrigen durch Vertauschung von ξ mit $-\xi$ bei beliebiger Aenderung der Constanten C_n, δ_n hervorgehen, ergänzt werden, weil die zugrunde liegende Differentialgleichung (4) durch solche Vertauschung nicht geändert wird. Von dem somit sich ergebenden allgemeinen Integral

$$\tau = C_0 + \sum \frac{C_n}{\xi} e^{-\xi \sqrt{n}} \cos(n\alpha - \xi \sqrt{n} - \delta_n) - \sum \frac{C'_n}{\xi} e^{\xi \sqrt{n}} \cos(n\alpha + \xi \sqrt{n} - \delta'_n)$$

mögen indessen mit Kirsch nur die Glieder berücksichtigt werden, welche, entsprechend $n = 1$, die grösste Periode $\alpha = 2\pi$ haben und das Aenderungsgesetz von τ vorwiegend bedingen; es sei also:

$$\tau = C_0 + \frac{C}{\xi} e^{-\xi} \cos(\alpha - \xi - \delta) - \frac{C'}{\xi} e^{\xi} \cos(\alpha + \xi - \delta') \dots (6),$$

oder auch (mit nur entsprechend geänderten Constanten):

$$\tau = C_0 + \frac{C}{\xi} e^{-\xi} \sin(\alpha - \xi - \delta) - \frac{C'}{\xi} e^{\xi} \sin(\alpha + \xi - \delta') \dots (7).$$

Für die Wärmemenge dQ , welche im Zeitelement dt , bzw. während der elementaren Kurbeldrehung $d\alpha$ durch die zum Radius x , bzw. relativen Radius ξ gehörige Fläche $F = 1$ radial auswärts hindurchströmt, gilt die Gleichung:

$$dQ = -\lambda \frac{\partial \tau}{\partial x} dt$$

oder mit Rücksicht auf (3):

$$dQ = -\lambda \sqrt{\frac{30}{2\pi uk}} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} d\alpha = -\frac{q}{\sqrt{u}} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} d\alpha \dots (8)$$

mit der Bezeichnung:

$$q = \lambda \sqrt{\frac{30}{2\pi k}} \dots (9),$$

insbesondere für $k = 15, \lambda = 0,9 k$:

$$q = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi}} = 7,62 \dots (9a).$$

Dabei ergibt sich $\frac{\partial \tau}{\partial \xi}$ aus (6) oder (7) als ein Ausdruck, in welchem, wenn insbesondere dQ das Element der durch 1 Quadratmeter der inneren Oberfläche einer Hohlkugel oder äusseren Oberfläche einer Vollkugel vom Radius r strömenden Wärme bedeuten soll,

$$\frac{dQ}{r\xi} = \varrho = r \sqrt{\frac{\pi u}{60k}} \dots \dots \dots (10)$$

= dem betreffenden relativen Radius zu setzen ist, für $k = 15$:

$$\varrho = \frac{r}{30} \sqrt{\pi u} = 0,059 r \sqrt{u} \dots \dots \dots (10a).$$

Indem es sich hier nur um einen Ueberblick über die Art und ungefähre Grösse des Einflusses der Wandkrümmung handelt, werde nun mit Kirsch (in seiner mehrerwähnten Schrift) das Gesetz der Temperaturschwankung an der vom Dampf berührten Oberfläche, nämlich die Gleichung der Temperaturcurve daselbst in der einfachen, von ihm so genannten Normalform:

$$\tau = A_0 + A \sin \alpha \dots \dots \dots (11)$$

angenommen, auf welche die Gleichung $\tau = f(\alpha)$ gebracht werden kann, indem von der ihr zunächst zu gebenden allgemeinen Form (12), §. 113, in welcher die Coefficienten durch Gl. (14) daselbst bestimmt sind, nur die Glieder mit A_0 , A_1 und B_1 berücksichtigt werden, dann $A_1 = A \sin \delta$, $B_1 = A \cos \delta$, endlich α statt $\alpha + \delta$ gesetzt, d. h. der Anfangspunkt von α um δ verlegt wird.

a. Im Falle der an ihrer Innenfläche vom Dampf berührten Hohlkugel nimmt die Temperaturschwankung mit wachsenden $\frac{\varrho}{r\xi}$ beständig ab und verschwindet mit $\xi = \infty$. In Gl. (7) muss deshalb $C = 0$ sein, und damit sie für $\xi = \varrho$ mit Gl. (11) übereinstimme, muss

$$C_0 = A_0 \quad \text{und} \quad \frac{C}{\varrho} e^{-\varrho} \sin(\alpha - \varrho - \delta) = A \sin \alpha,$$

$$\text{somit } C = A \varrho e^{\varrho} \quad \text{und} \quad \delta = -\varrho$$

sein, wodurch (7) übergeht in:

$$\tau = A_0 + A \frac{\varrho}{r\xi} e^{\varrho - \xi} \sin(\alpha - \xi + \varrho) \dots \dots \dots (12).$$

Daraus folgt:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \xi} = -A \frac{\varrho}{r\xi} e^{\varrho - \xi} \left[\left(1 + \frac{1}{r\xi} \right) \sin(\alpha - \xi + \varrho) + \cos(\alpha - \xi + \varrho) \right]$$

und erhält Gl. (8) mit $\xi = \rho$ die Form:

$$dQ = \frac{q}{\sqrt{u}} A \left[\left(1 + \frac{1}{\rho}\right) \sin \alpha + \cos \alpha \right] d\alpha.$$

Für die durch 1 Quadratmeter der Innenfläche radial auswärts strömende Wärme Q ergibt sich also:

$$\begin{aligned} Q\sqrt{u} &= S_0 + qA \left[\sin \alpha - \left(1 + \frac{1}{\rho}\right) \cos \alpha \right] \\ &= S_0 + S \sin(\alpha - \varphi) \dots \dots \dots (13), \end{aligned}$$

wenn

$$S \cos \varphi = qA \quad \text{und} \quad S \sin \varphi = qA \left(1 + \frac{1}{\rho}\right)$$

gesetzt wird, also

$$S = qA \sqrt{1 + \left(1 + \frac{1}{\rho}\right)^2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \varphi = 1 + \frac{1}{\rho} \dots \dots \dots (14),$$

während der ebenen Wand ($\rho = \infty$) unter sonst gleichen Umständen

$$S = S' = qA\sqrt{2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \varphi = \text{tg } \varphi' = 1$$

entspreche. Je kleiner ρ ist, desto grösser sind also die Schwankungen S der Wärmecurve, und um einen desto grösseren Winkelweg φ bleibt sie hinter der Temperatureurve (11) zurück.

Von praktischer Bedeutung ist dieser Umstand bezüglich der Krümmung des Cylinders einer Dampfmaschine nicht. Ist ρ eine grosse Zahl, so kann nämlich

$$\frac{S}{S'} = \sqrt{1 + \frac{1}{\rho}} = 1 + \frac{1}{2\rho}$$

gesetzt werden; damit dann

$$S - S' < 0,01 S', \quad \varphi - \varphi' < 34'$$

sei, braucht nur $\rho > 50$, nach (10a) folglich

$$r > \frac{847}{\sqrt{u}}, \quad \text{z. B. } r > 169 \quad 85 \text{ Millim.}$$

zu sein für $u = 25 \quad 100$.

Dasselbe gilt vom Cylinderdurchmesser $= 2r_1$, der wegen $r_2 = \infty$ nach (1) $= r$ ist.

b. Im Falle der vom Dampf berührten Vollkugel müssen für $\xi = 0$ die dann einzeln unendlich grossen periodischen Glieder in (7) zusammen einen endlichen Werth haben; die dazu nöthige Beziehung zwischen C', δ' und C, δ ergibt sich daraus, dass für unendlich kleine ξ bei Vernachlässigung unendlich kleiner Grössen höherer Ordnung

$$\begin{aligned}
 e^{-\xi} \sin(\alpha - \xi - \delta) &= (1 - \xi) [\sin(\alpha - \delta) - \xi \cos(\alpha - \delta)] \\
 &= \sin(\alpha - \delta) - \xi [\sin(\alpha - \delta) + \cos(\alpha - \delta)] \\
 &= \sin(\alpha - \delta) - \xi \sqrt{2} \sin\left(\alpha - \delta + \frac{\pi}{4}\right)
 \end{aligned}$$

ist, Gl. (7) also übergeht in:

$$\left. \begin{aligned}
 r_0 &= C_0 + \frac{C}{gr} \sin(\alpha - \delta) - C\sqrt{2} \sin\left(\alpha - \delta + \frac{\pi}{4}\right) \\
 &\quad - \frac{C'}{gr} \sin(\alpha - \delta') - C'\sqrt{2} \sin\left(\alpha - \delta' + \frac{\pi}{4}\right)
 \end{aligned} \right\} \dots (15),$$

so dass zum Verschwinden der unendlich grossen Glieder mit $\frac{1}{gr}$

$$C = C' \text{ und } \delta' = \delta$$

sein muss. Dann ist die Temperatur im Mittelpunkte nach (15):

$$r_0 = C_0 - 2C\sqrt{2} \sin\left(\alpha - \delta + \frac{\pi}{4}\right) \dots \dots \dots (16)$$

und in irgend einer Kugelfläche nach (7):

$$\tau = C_0 + \frac{C}{\xi} [e^{-\xi} \sin(\alpha - \xi - \delta) - e^{\xi} \sin(\alpha + \xi - \delta)] \dots (17).$$

Damit letztere Gleichung für $\xi = \rho$ mit Gl. (11) übereinstimme, muss $C_0 = A_0$ und, wie man ferner leicht findet,

$$\left. \begin{aligned}
 C \sin \delta &= -A_0 \sin \rho \frac{e^{\rho} + e^{-\rho}}{e^{2\rho} - 2 \cos 2\rho + e^{-2\rho}} \\
 C \cos \delta &= -A_0 \cos \rho \frac{e^{\rho} + e^{-\rho}}{e^{2\rho} - 2 \cos 2\rho + e^{-2\rho}}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

sein, wodurch C und δ bestimmt sind. Bezüglich der betreffenden Entwicklung sei hier auf das Werk von Dr. Kirsch verwiesen; ebenso auch bezüglich der durch 1 Quadratmeter der Kugeloberfläche radial einwärts strömenden Wärme, welche durch Integration von (8) nach Umkehrung des Vorzeichens mit $\xi = \rho$ gefunden wird. Es ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 Q\sqrt{u} &= S_0 + S \sin(\alpha - \varphi) \\
 \text{mit } \left\{ \begin{aligned}
 S \sin \varphi &= qA \left[\frac{e^{2\rho} + 2 \sin 2\rho - e^{-2\rho}}{e^{2\rho} - 2 \cos 2\rho + e^{-2\rho}} - \frac{1}{\rho} \right] \\
 S \cos \varphi &= qA \frac{e^{2\rho} - 2 \sin 2\rho - e^{-2\rho}}{e^{2\rho} - 2 \cos 2\rho + e^{-2\rho}}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots (19).
 \end{aligned}$$

Wie die von Kirsch ausgerechneten Beispiele erkennen lassen, sind in diesem Falle, je kleiner ρ , desto kleiner auch die Schwankungen S der Wärmecurve und desto kleiner die Winkelwege φ ,

um welche sie hinter der Temperatureurve (11) zurückbleibt. Sind wieder S' und q' die Werthe von S und q für $\varrho = \infty$, so ist $S' - S$ kleiner, $q' - q$ grösser, als bezw. $S - S'$ und $q - q'$ für gleiches ϱ im Falle a . Bei einem Durchmesser z. B. der Kolbenstange von

$$2r_1 = r > \frac{847}{\sqrt{u}} \text{ Millim.}$$

wäre $S' - S < 0,01 S'$ und $q' - q < 35'$. Während aber solche Grösse von $2r_1$ als Cylinderweite ungewöhnlich klein ist, wäre sie als Dicke der Kolbenstange ungewöhnlich gross, so dass die Beurtheilung der Wärmebewegung auch in der Kolbenstange nach den für eine ebene Wand entwickelten Regeln und Formeln gewöhnlich S um einige Procente, q um einige Winkelgrade zu gross ergeben wird. Bei der untergeordneten Bedeutung, welche der Oberfläche der Kolbenstange als einer Abkühlungsfläche zukommt, würde indessen ein solcher Fehler hier selbst dann ohne praktische Bedeutung sein, wenn die Grundlagen der ganzen Untersuchung zuverlässiger wären, als es thatsächlich zur Zeit der Fall ist; wenigstens ist der Fehler wohl nicht grösser, als derjenige, welcher dadurch begangen werden kann, dass die in Rede stehende Stangenfläche, welche gemäss der Unterscheidung von dreierlei Abkühlungsflächen F_1, F_2, F_3 (§. 115) in der Hauptsache zu F_2 gehört, zur Vereinfachung der Untersuchung nach Schätzung theils zu F_1 , theils zu F_3 gerechnet wird.

2) Nicht normal gegen Wandflächen gerichtete Wärmeströmungen können zunächst durch die rechtwinklig einspringenden Kanten zwischen den Deckel-, Mantel-, Kolben- und Kolbenstangenflächen, sowie zwischen den einzelnen Flächen der Dampfcanäle verursacht werden, weil die solchen hohlen Kantenwinkeln gegenüber liegenden Scheitelräume der Wandung, welche bei durchweg normal zur Wand gerichteter Wärmeströmung von derselben ausgeschlossen sein würden, thatsächlich daran betheiligte sein müssen. Indem man sich vorstellen kann, dass dadurch die Richtung des Wärmestroms so abgelenkt wird, dass sie zwischen zwei Ebenen, welche in kleinen Abständen mit der Kante parallel und zu den in dieser rechtwinklig zusammenstossenden Wandflächen normal sind, stetig von der zur einen in die zur andern Wandfläche normale Richtung übergeht, kann der Einfluss solcher einspringenden Kante ebenso beurtheilt werden, wie gemäss den Erörterungen unter 1) derjenige einer gegen den angrenzenden Dampf hin concaven Wandkrümmung. Für die Wärmeströmung durch die beiden in der Kante zusammenstossenden Wandstreifen je von der Breite b Millim. ist dann das Verhältniss dieser

Fläche = f für eine beliebige Kantenlänge zu der ihr in unendlich kleinem Abstände dx äquidistanten Schnittfläche = f' massgebend, nämlich

$$\frac{f'}{f} = \frac{2b + \frac{\pi}{2} dx}{2b} = 1 + \frac{\pi}{4} \frac{dx}{b}$$

und wenn es = dem entsprechenden Verhältniss bei einer Hohlkugel vom innern Radius r , nämlich auch

$$\frac{f'}{f} = \left(1 + \frac{dx}{r}\right)^2 = 1 + 2 \frac{dx}{r}$$

gesetzt wird, so folgt

$$r = \frac{8}{\pi} b, \text{ also } \varrho = \frac{8}{\pi} \beta \dots \dots \dots (20),$$

wenn gemäss (10a)

$$\frac{\varrho}{r} = \frac{\beta}{b} = 0,059 \sqrt{u} \dots \dots \dots (21)$$

gesetzt wird. Nun sind nach (14) die Schwankungen S der Wärmecurve, und sind somit die durch die innere Wandfläche solcher Hohlkugel strömenden Wärmemengen Q grösser, als für eine ebene Wand unter sonst gleichen Umständen, im Verhältnisse

$$\sqrt{\frac{1}{2} \left[1 + \left(1 + \frac{1}{\varrho}\right)^2\right]} = \sqrt{1 + \frac{1}{\varrho} \left(1 + \frac{1}{2\varrho}\right)} = 1 + \frac{1}{2\varrho} \left(1 + \frac{1}{4\varrho}\right) = 1 + \varepsilon$$

bei Vernachlässigung der Glieder von höherer, als der zweiten Potenz, in dem nach Potenzen von $\frac{1}{\varrho}$ entwickelten Ausdrücke. Indem die Temperaturschwankung bei ebenen Wänden schon in einer relativen Tiefe von ungefähr $\xi = 3$ weniger, als 0,01 derjenigen an der Oberfläche zu betragen pflegt (siehe z. B. §. 116 unter 4), wird auch β , dessen Werth hier übrigens nur nebensächlich in Betracht kommt, nahe ebenso gross, etwa = π zu setzen sein. Nach (20) ist dann

$$\varrho = 8, \quad 1 + \frac{1}{4\varrho} = \frac{33}{32}$$

und kann jene verhältnissmässige Vergrösserung von Q für die Kantenstreifen noch einfacher mit Rücksicht zugleich auf (20) und (21):

$$\varepsilon = \frac{32}{64} \frac{1}{\varrho} = \frac{33}{64} \frac{\pi}{8} \frac{1}{\beta} = \frac{0,2025}{\beta} = \frac{0,2025}{0,059 \sqrt{u}} \frac{1}{b} = \frac{3,43}{b \sqrt{u}}$$

gesetzt werden. Ist dann für je 1 Quadratmeter im Ganzen vorhandener Wandfläche die durchschnittliche Kantenlänge = l Mtr., die Flächengrösse der Kantenstreifen also

$$= \frac{2bl}{1000} \text{ Quadratmtr.},$$

so ergibt sich die auf die ganze Wandfläche bezogene verhältnissmässige Vergrösserung von Q durchschnittlich

$$= \frac{2bl}{1000} \varepsilon = \frac{2bl}{1000} \frac{3,43}{b\sqrt{u}} = 0,00686 \frac{l}{\sqrt{u}},$$

also unabhängig von b . Sie ist $< 0,01$ und kann ausser Betracht bleiben, wenn

$$l < 1,46 \sqrt{u} \dots \dots \dots (22)$$

ist, was in der Regel der Fall sein wird. —

Wie schon früher (§. 83) bei der allgemeinen Besprechung der thermischen Wechselwirkung zwischen Dampf und Cylinderwand bemerkt wurde, und wie durch die Untersuchung der radialen Wärmebewegung in verschiedenen Ringelementen dieser Wand (§. 115) auch quantitativ näher bestimmt werden kann, nimmt die mittlere Temperatur der Cylinderwand von beiden Enden gegen die Mitte hin etwas ab, so dass die periodische radiale Wärmeströmung von einer Längsströmung beiderseits gegen die Mitte hin begleitet sein muss. Gemäss der bisherigen Voraussetzung, dass eine Wärmeabgabe nach aussen nicht stattfindet, hat jene Längsströmung eine Zurückführung von Wärme an den Dampf zur Folge; übrigens ergibt sich dieser Einfluss als so geringfügig, dass auch seine Vernachlässigung mit Rücksicht auf das praktische Bedürfniss und auf die in anderer Hinsicht weit grösseren Unsicherheiten gerechtfertigt ist.

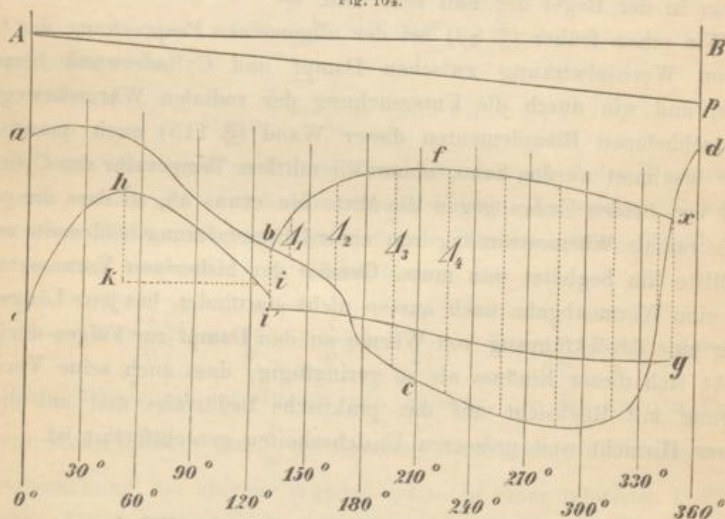
§. 118. Einfluss des Trockenwerdens der Wände.

Die Prüfung der Annahmen, welche den bisherigen Entwicklungen zugrunde liegen (§. 116), hatte besonders das unter 2. im §. 113 vorausgesetzte beständige Feuchtbleiben der inneren Wandflächen als zweifelhaft erscheinen lassen. Ein Trockenwerden der von aussen nicht geheizten Cylinderwand an einer gewissen Stelle, welches nur während des Ausströmens von Wärme aus derselben zum Dampf wegen erfolgter Verdampfung des vorher bei der Einströmung von Wärme auf ihr entstandenen, durch theilweises Niederfliessen schon verminderten Wasserbeschlages stattfinden kann, bewirkt eine Temperaturerhöhung der inneren Wandschichten gewissermassen durch Aufstau der zurückströmenden Wärme, welche aus der trockenen Wand nur infolge eines gewissen Ueberschusses der Temperatur ihrer Innenfläche über die Temperatur des angrenzenden

Dampfes an letzteren übergehen kann; die damit verbundene Erhöhung der mittleren Wandtemperatur wirkt vermindernd zurück auf die folgende Einströmung von Wärme in die Wand. Eine directe Bestimmung der betreffenden Wärmeströmung ist hier praktisch kaum ausführbar; es genügt indessen eine angenäherte Bestimmung durch Probiren, und zwar am einfachsten mittels graphischen Verfahrens.

In Figur 104 seien $A - 0^\circ$ und $B - 360^\circ$ zwei parallele Gerade, welche zur Erleichterung des Ausdrucks als vertical bezeichnet seien; ihre Entfernung $= 2\pi$, bezw. $= 360^\circ$ ist durch parallele Gerade in 12

Fig. 104.



gleiche Theile getheilt, wie sie im Allgemeinen passend sind, um gemäss §. 114 aus der Temperaturcurve für die innere Wandfläche die entsprechende Wärmecurve für dieselbe abzuleiten. Unter der zunächst gemachten Voraussetzung beständigen Feuchtbleibens der Wand, und auf Grund der Annahme 3, §. 113, fällt jene Temperaturcurve $abcxd$ mit derjenigen zusammen, welche das Aenderungsgesetz der Dampftemperatur bei einer Umdrehung darstellt; von der entsprechenden Wärmecurve W ist in Fig. 104 nur ein Stück ehi gezeichnet, dessen Scheitelpunkt h den Kurbelwinkel bestimmt, bei welchem die Wärmebewegung durch die Wandfläche sich umkehrt, die Einströmung von Wärme in Ausströmung übergeht. Ist nun gemäss dem Massstabe für die Ordinaten der Wärmecurve die verticale Strecke $hk =$ dem Producte von \sqrt{u} und derjenigen Wärme, deren

Austritt erfahrungsmässig oder der Annahme zufolge noch eben durch Verdampfung eines Wasserbeschlags vermittelt wird, so könnte das Curvenstück hi den Verlauf des Wärmeaustritts nur bis zu dem Punkte darstellen, in welchem es von der Horizontalen durch k geschnitten wird, ab die Temperaturcurve nur bis zu dem vertical darüber liegenden Punkte; weil aber infolge der erwähnten Rückwirkung der im weiteren Verlauf veränderten Temperaturcurve auf die ganze Wärmecurve ihr Scheitel h herabgedrückt werden wird, so möge vorgreifend die Feuchtigkeit der Wand bis zu einer etwas weiter weg und tiefer liegenden Stelle i als andauernd vorläufig angenommen werden. Die Curve abc gilt dann als Temperaturcurve der inneren Wandfläche bis zu dem vertical über i liegenden Punkte b und erfährt auf dieser Strecke ab keine nachträgliche Aenderung bis auf eine sich vielleicht als nöthig ergebende kleine Verrückung von b .

Von der Stelle b an wird nun aber die Temperaturcurve eine ganz andere; sie steigt mit abnehmender Schnelligkeit an, um vielleicht langsam sich wieder abwärts zu neigen, nachdem die Temperaturdifferenz zwischen Dampf und angrenzender Wandschicht so gross geworden ist, dass auch von der trocknen Wand der dem periodischen Beharrungszustande entsprechende Wärmeübergang zum Dampfe stattfinden kann. Dieses Stück bfx der Temperaturcurve ist vorbehaltlich nachträglicher Prüfung nach Schätzung zu zeichnen, was mit wahrscheinlich um so kleinerem Fehler wird geschehen können, je öfter solche Annahme unter ähnlichen Umständen früher etwa schon gemacht und geprüft wurde; vom Durchschnittspunkte x mit der Temperaturcurve des Dampfes an ist letztere wieder zugleich diejenige der inneren Wandfläche. Die Prüfung der Temperaturcurve $abfxd$ bezüglich des Stücks zwischen b und x hat nun in zweifacher Hinsicht zu geschehen, nämlich in Betreff ihrer Gestalt und der Lage des Abzweigungspunktes b . Letztere ist als passend zu erachten, wenn die aus der Temperaturcurve $abfxd$ gemäss §§. 113, 114 abgeleitete neue Wärmecurve W' , von welcher in Fig. 104 das zwischen den Verticalen durch b und durch x enthaltene Stück durch die Curve $i'g$ dargestellt sei, eine solche Höhe ihres Scheitelpunktes h' über dem Punkte i' ergibt, welche nahe $= hk$ ist; ein kleiner Unterschied ist ohne practische Bedeutung, weil die Annahme der mit \sqrt{u} multiplicirten Wärmemenge $= hk$, welche zur Verdampfung des nicht abwärts geflossenen Condensationswassers nöthig ist, wohl immer ziemlich unsicher bleiben wird.

Die angenommene Gestalt des Curvenstücks bfx kann geprüft werden durch Vergleichung des Stückes $i'g$ der entsprechenden Wärmecurve W' mit der Gesetzmässigkeit des Wärmeaustritts aus der trocknen Wand,

welche erfahrungsgemäss als hinlänglich zutreffend in ähnlichen Fällen anzunehmen ist. Wenn diese austretende Wärme proportional der betreffenden Temperaturdifferenz Δ und für 1 Sekunde $= \mu \Delta$ gesetzt wird, auf 1 Quadratmtr. Wandfläche bezogen, so wäre sie für die Zeit einer Umdrehung

$$= \frac{60}{u} \mu \Delta,$$

falls der Ueberschuss der Temperatur der inneren Wandfläche über diejenige des Dampfes hierbei beständig $= \Delta$ bliebe; und wenn diese Wärmemenge, multiplicirt mit \sqrt{u} , also die Grösse

$$\frac{60 \mu \Delta}{\sqrt{u}}$$

in dem für die Ordinaten der Wärmecurve angenommenen Massstabe $= Bp$ in Fig. 104 gemacht, AB horizontal gezogen wird, so müsste Ap die Richtung der Wärmecurve $i'g$ sein an einer Stelle, welcher die augenblickliche Temperaturdifferenz Δ entspricht. Werden also die Mittelwerthe dieser Differenzen Δ , mit Rücksicht auf den zugrunde liegenden Temperaturmassstab $=$ den verticalen Strecken $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3 \dots$ zwischen bfx und bcs , für die Streifen zwischen den in die Figur eingetragenen betreffenden Verticalen durch Messung bestimmt, und auf der Verticalen $B - 360^\circ$ von B aus die Strecken

$$\begin{array}{cccc} Bp_1 & Bp_2 & Bp_3 & \dots \\ = \frac{60 \mu \Delta_1}{\sqrt{u}} & \frac{60 \mu \Delta_2}{\sqrt{u}} & \frac{60 \mu \Delta_3}{\sqrt{u}} & \dots \end{array}$$

abgetragen, so kann die Wärmecurve von i' aus als angenähertes Polygon gezeichnet werden, indem dessen Seiten jedesmal bis zur nächsten Hilfsverticale der Reihe nach parallel $Ap_1, Ap_2, Ap_3 \dots$ gezogen werden. Durch die genügende Uebereinstimmung dieses Polygons mit dem betreffenden Stück $i'g$ der vorher gefundenen Wärmecurve wird letztere als hinlänglich zutreffend bestätigt, während anderenfalls leicht ersichtlich ist, in welchem Sinne $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3 \dots$ durch andere Annahme des Stückes bfx der Temperaturcurve zu ändern sind, um die entsprechend geänderte Wärmecurve in besserer Uebereinstimmung mit dem neu zu zeichnenden Polygon zu finden.

Der Factor μ ist ohne Zweifel theils durch Leitung, theils durch Strahlung der Wärme, durch die wirbelnde Bewegung des mehr oder weniger feuchten Dampfes und durch andere Umstände bedingt, welche bei Versuchen im Laboratorium kaum hinlänglich angenähert hergestellt

werden könnten. Der hier passende, einstweilen ganz unbekannte Werth dieses Coefficienten ist deshalb wohl nur durch Beobachtungen an Dampfmaschinen genügend festzustellen, indem insbesondere die mittlere Temperatur der Cylinderwand zu messen versucht wird, welche von der Temperaturcurve, somit von μ in solcher Weise abhängt, dass daraus umgekehrt unter sonst bekannten Umständen auf μ geschlossen werden kann. Wenn übrigens der in Rede stehende Vorgang durch Herabrinnen von Condensationswasser an den Wänden verursacht wird, so müssen liegende und stehende Dampfzylinder, die einen und andern an verschiedenen Stellen sich verschieden verhalten, worauf bei den fraglichen Temperaturmessungen Rücksicht zu nehmen wäre. Hier konnte einstweilen nur ein praktisches Verfahren zur angenäherten Bestimmung des periodischen Wärmeaustausches durch zeitweilig trocken werdende Wandflächen unter Voraussetzung eines bekannten entsprechenden Werthes von μ besprochen werden.

§. 119. Wärmebewegung in der Wandung eines geheizten Dampfzylinders.

Wenn der Dampfzylinder mit frischem Kesseldampf geheizt ist, dessen Temperatur τ'' , wenn auch je nach den Verhältnissen der Dampfzuleitung mehr oder weniger kleiner, als die Temperatur im Kessel, doch etwas grösser sein wird, als die Temperatur des in den Cylinder einströmenden Dampfes, um so mehr also grösser ist, als die Mitteltemperatur τ' der inneren Wandfläche an irgend einer Stelle, so kann die Temperatur der durch Condensation von Dampf stets feuchten äusseren Wandfläche constant = τ'' gesetzt werden. Vermöge des Temperaturgefälles = $\frac{\tau'' - \tau'}{s}$ bei s Millimeter Wanddicke findet dann durch 1 Quadratmtr. Wandfläche eine Wärmeströmung

$$= \lambda \frac{\tau'' - \tau'}{s} \text{ Cal. in 1 Sek.}$$

normal einwärts statt, oder für eine Umdrehung im Betrage von

$$q = \frac{60}{u} \lambda \frac{\tau'' - \tau'}{s} \text{ Cal.} \dots \dots \dots (1).$$

Während die Mitteltemperatur der Wand des ungeheizten, aber gegen Wärmeverluste nach aussen geschützten Cylinders in jeder Tiefe = τ' war, bezw. = A_0 (§. 113, Gl. 9), ist sie jetzt in verschiedenen relativen Tiefen ξ verschieden, nämlich, wenn σ die relative Wanddicke bedeutet, welche zu s dasselbe Verhältniss hat, wie ξ zu der entsprechenden absoluten Tiefe x (§. 113, Gl. 5),

$$= \tau' + (\tau'' - \tau') \frac{\sigma r}{\sigma} = A_0 + a \frac{\sigma r}{\sigma} \quad (\S. 113),$$

mit $A_0 = \tau'$ entsprechend:

$$a = \frac{\tau'' - \tau'}{\sigma}.$$

Indem jetzt im Beharrungszustande bei jeder Umdrehung aus 1 Quadratmeter Innenfläche q Cal. mehr austreten, als durch dieselbe eingetreten waren, muss jedenfalls diese Fläche zeitweilig trocken werden, so dass die Untersuchung der Wärmebewegung mit leicht zu übersehenden Aenderungen gemäss den Erörterungen im vorigen Paragraph geschehen kann. Zeichnet man zunächst die Temperaturcurve der inneren Wandfläche für eine Umdrehung identisch mit derjenigen $abcd$ (Fig. 104) des im Cylinder auf der betreffenden Kolbenseite befindlichen Dampfes, und bestimmt dazu die Wärmecurve gemäss den §§. 113, 114, also ohne Rücksicht auf den der Heizung entsprechenden Wärmestrom, so ergibt sich daraus die Wärmecurve W mit Rücksicht auf die Heizung, indem die Ordinaten der Punkte, welche in den mit $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ \dots 360^\circ$ bezeichneten Verticalen (Fig. 104) liegen, bezw. verkleinert werden um

$$\frac{1}{12} q \sqrt{u} \quad \frac{2}{12} q \sqrt{u} \quad \frac{3}{12} q \sqrt{u} \quad \dots \quad q \sqrt{u}.$$

Von dieser Wärmecurve W , deren Endpunkt in der Verticale 360° um $q \sqrt{u}$ tiefer liegt, als der Anfangspunkt in der Verticale 0° , sei chi mit dem Scheitelpunkt h ein Stück; mit Rücksicht auf die Wärmemenge $= w$, deren Austritt aus der Wand voraussichtlich durch Verdampfung eines noch vorhandenen Wasserbeschlags vermittelt wird, und in Betreff welcher in Fig. 104 die verticale Strecke $hk = w \sqrt{u}$ gemacht ist, sei nun wieder bi nach Schätzung eine Verticale, welche mit Rücksicht auf die entsprechende Aenderung (Verflachung) der Curve W voraussichtlich dem Augenblicke ungefähr entspricht, in welchem die Wand trocken wird und die Temperaturcurve der inneren Wandfläche sich über diejenige des angrenzenden Dampfes erhebt. Wenn dann das Stück bfx dieser Temperaturcurve wieder nach Schätzung angenommen und dazu die Wärmecurve ohne Rücksicht auf Heizung bestimmt, ferner aus dieser die neue Wärmecurve W' nach Obigem durch Verkleinerung der Ordinaten um entsprechende Theile von $q \sqrt{u}$ abgeleitet wird, so ist hierbei in Betracht zu ziehen, dass q gemäss obiger Gleichung (1) jetzt kleiner geworden ist, indem τ' , früher = dem Mittelwerth der Ordinaten der Curve $abcd$, jetzt als Mittelwerth der Ordinaten der neuen Temperaturecurve $abfxd$ sich vergrößert hat.

Die Prüfung der Wärmecurve W' insofern, als das Stück $i'g$ derselben zwischen den Verticalen durch b und durch a der Gesetzmässigkeit des Wärmeaustritts aus der trocknen Wand unter den obwaltenden Umständen genügend entsprechen muss, und dass die Tiefe des Punktes i' unter dem oberen Scheitelpunkte h' nahe $= hk$ sein soll, kann wieder ebenso geschehen, wie es im vorigen Paragraph besprochen wurde; die Ausführung in einem bestimmten Falle scheidet freilich auch hier einstweilen an der Unbekanntheit mit dem Werthe, welcher dem dort mit μ bezeichneten Coefficienten beizulegen ist.

§. 120. **Berechnung des Abkühlungsverlustes auf Grund vereinfachender Annahmen.**

Nachdem die Erörterungen in den vorhergehenden Paragraphen gezeigt haben, dass die genauere thermodynamische Bestimmung des Wärmeaustausches zwischen dem Betriebsdampfe einer Dampfmaschine und der Cylinderwandung, somit auch des Abkühlungsverlustes ($= B_1$ pro Hub, bezw. $= B$ pro Stunde, §. 112) in bestimmten Fällen wegen fehlender experimenteller Grundlagen z. Z. nicht ausführbar ist, jedenfalls aber immer sehr weitläufig und zeitraubend sein würde, während andererseits eine rein empirische Bestimmung (§. 112) mit zu grossen Fehlern verbunden sein kann, dürfte wenigstens einstweilen ein mittleres Verfahren brauchbar sein, durch welches, dem Genauigkeitsgrade der Effectbestimmung ungefähr entsprechend, ein Ausdruck des Abkühlungsverlustes zwar durch mathematische Herleitung, aber auf Grund vereinfachender Annahmen zu bestimmen gesucht wird, vorbehaltlich seiner Controle und Ergänzung durch die praktische Erfahrung.*

Von der vorhergehenden Entwicklung werde das Gesetz (§. 113, Gl. 17) verwerthet, dass die Wärme Q , welche während einer gewissen Kurbeldrehung α in die Wand einströmt, unter sonst gleichen Umständen umgekehrt proportional \sqrt{u} zu setzen ist, also auch, wenn mit z die Zeitdauer der Kurbeldrehung α bezeichnet wird,

$$Q \text{ proportional } \sqrt{z} \text{ oder } dQ \text{ proportional } \frac{dz}{\sqrt{z}}.$$

Wenn dann ausserdem die einströmende Wärme dem Ueberschuss der Dampftemperatur τ_1 über die mittlere Wandtemperatur τ , womit sie

* Siehe den Aufsatz des Verfassers in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1884, S. 293.

natürlich zunimmt, einfach proportional gesetzt wird, so ist die Wärme dQ , welche während eines Zeitelements dt vom einströmenden Dampfe an das Element dW der von ihm berührten Wand abgegeben wird,

$$dQ = \mu (\tau_1 - \tau) \frac{dW}{\sqrt{z}} dt \dots \dots \dots (1),$$

unter μ eine erfahrungsmässige Constante, und unter z die Zeitdauer verstanden, während welcher die Berührung des einströmenden Dampfes mit dem Wandelement dW bis zum betreffenden Augenblicke stattfand. Dass dQ mit zunehmender Berührungsdauer abnehmen muss, ergibt sich schon aus der allgemeinen Erwägung, dass damit die Temperatur der inneren Wandschichten bei constanter Temperatur τ_1 der innersten Schicht zunimmt, somit das Temperaturgefälle abnimmt.

Um nun den Abkühlungsverlust für einen Hub = B_1 Kgr. condensirten Dampfes auf Grund von Gl. (1) vorbehaltlich nachträglicher Besprechung des Abhängigkeitsgesetzes der mittleren Wandtemperatur τ zu bestimmen, mögen bei Voraussetzung des Meters als Längeneinheit die folgenden Buchstabenbezeichnungen benutzt werden:

d Durchmesser des Cylinders,

s Länge des Kolbenhubes,

x irgend ein vom Beginn des Hubes an gerechneter Kolbenweg,

φ in Bogenmass entsprechender Drehungswinkel der Kurbel,

t entsprechende Zeit in Sekunden,

s_1 Füllungshub,

φ_1 entsprechender Werth von φ ,

τ_1 Temperatur des Füllungsdampfes,

τ mittlere Temperatur der Cylinderwandung,

c mittlere Kolbengeschwindigkeit,

σ ein Coefficient, welcher ausdrückt, in welchem Verhältniss zu Anfang des Hubes die Berührungsfläche zwischen Dampf und gesammter Cylinderwand grösser ist, als das Doppelte des Cylinderquerschnitts, somit ein Coefficient, welcher gemäss §. 115 durchschnittlich ungefähr = 2,5 ist. Ausserdem sei

r_1 die der Temperatur τ_1 entsprechende Verdampfungswärme des Wassers,

$$F = \frac{1}{4} \pi d^2 \text{ der Cylinderquerschnitt,}$$

$$U = \pi d \text{ der Umfang desselben.}$$

Dann ist nach einem Kolbenwege $x < s_1$ die Summe der Quotienten der vom einströmenden Dampfe berührten Wandflächen durch die Quadrat-

wurzeln der seit dem Hubanfang verfloßenen betreffenden Berührungszeiten

$$= \frac{2 \sigma F}{\sqrt{t}} + \int_0^x \frac{U dx'}{\sqrt{t-t'}}$$

wenn mit x' ein Kolbenweg $< x$, mit φ' und t' die entsprechenden Werthe von φ und t bezeichnet werden, so dass $t - t'$ die Zeit ist, seit welcher im betreffenden Augenblick das im Abstände x' vom Anfange des Hubes befindliche Ringelement der Cylinderwand vom Kolben überstrichen, also vom einströmenden Dampfe berührt wurde. Wegen

$$x = \frac{s}{2} (1 - \cos \varphi), \text{ also } dx = \frac{s}{2} \sin \varphi d\varphi$$

bei Voraussetzung einfacher Sinusbewegung,

$$\frac{\pi}{2} ct = \frac{s}{2} \varphi, \text{ also } t = \frac{s}{\pi c} \varphi$$

und wegen analoger Beziehungen zwischen x' , φ' , t' ist die obige Quotientensumme auch

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \sigma F}{\sqrt{t}} + U \frac{s}{2} \sqrt{\frac{\pi c}{s}} \int_0^{\varphi} \frac{\sin \varphi' d\varphi'}{\sqrt{\varphi - \varphi'}} \\ &= \frac{2 \sigma F}{\sqrt{t}} + \frac{U}{2} \sqrt{\pi c s} \cdot \Phi \end{aligned}$$

mit der Bezeichnung

$$\Phi = \int_0^{\varphi} \frac{\sin \varphi' d\varphi'}{\sqrt{\varphi - \varphi'}} \dots \dots \dots (2).$$

Gemäss dem zugrunde gelegten Gesetze (1) ist nun der im Zeitelement dt condensirte Gewichtstheil des Füllungsdampfes:

$$dB_1 = \mu \frac{\tau_1 - \tau}{r_1} \left(\frac{2 \sigma F}{\sqrt{t}} + \frac{U}{2} \sqrt{\pi c s} \cdot \Phi \right) dt$$

oder mit Rücksicht auf die Beziehung zwischen t und φ :

$$\begin{aligned} dB_1 &= \mu \frac{\tau_1 - \tau}{r_1} \left(\sqrt{\frac{s}{\pi c}} \frac{2 \sigma F}{\sqrt{\varphi}} + \frac{s}{\pi c} \frac{U}{2} \sqrt{\pi c s} \cdot \Phi \right) d\varphi \\ &= \mu \frac{\tau_1 - \tau}{r_1} \sqrt{\frac{s}{\pi c}} \left(4 \sigma F \cdot d\sqrt{\varphi} + \frac{sU}{2} \Phi d\varphi \right) \end{aligned}$$

oder mit Rücksicht auf die Bedeutungen von F und U :

$$dB_1 = \mu \frac{\tau_1 - \tau}{r_1} d^2 \sqrt{\frac{\pi s}{c}} \left(\sigma \cdot d \sqrt{\varphi} + \frac{1}{2} \frac{s}{d} \Phi d\varphi \right).$$

Hieraus ergibt sich durch Integration für das bei einem einfachen Kolbenhube während der Einströmung condensirte Dampfgewicht der Ausdruck:

$$B_1 = \int_0^{\varphi_1} dB_1 = \mu \frac{\tau_1 - \tau}{r_1} d^2 \sqrt{\frac{\pi s}{c}} \varphi_1 \left[\sigma + \frac{s}{d} f(\varphi_1) \right] \dots \dots (3)$$

mit

$$f(\varphi_1) = \frac{1}{2\sqrt{\varphi_1}} \int_0^{\varphi_1} \Phi d\varphi \dots \dots \dots (4).$$

Zur Bestimmung dieser Function $f(\varphi_1)$ ist zuerst das mit Φ bezeichnete Integral (2) zu entwickeln. Setzt man dazu für $\sin \varphi'$ die bekannte Reihe:

$$\sin \varphi' = \varphi' - \frac{\varphi'^3}{3!} + \frac{\varphi'^5}{5!} - \dots$$

mit den Bezeichnungen

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3, \quad 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \text{ u. s. f.}$$

und bezeichnet man ferner das Integral

$$\int_0^{\varphi} \frac{\varphi'^m d\varphi'}{\sqrt{\varphi - \varphi'}} \text{ mit } J_m,$$

so ist

$$\Phi = J_1 - \frac{J_3}{3!} + \frac{J_5}{5!} - \dots \dots \dots (5).$$

Die Integrale J , auf welche somit Φ zurückzuführen ist, haben die Form:

$$\int_0^a \frac{x^m dx}{\sqrt{a-x}}.$$

Es ist aber

$$\begin{aligned} \int \frac{x^m dx}{\sqrt{a-x}} &= -2 \int x^m \cdot d\sqrt{a-x} \\ &= -2 x^m \sqrt{a-x} + 2m \int x^{m-1} dx \sqrt{a-x} \\ &= -2 x^m \sqrt{a-x} + 2ma \int \frac{x^{m-1} dx}{\sqrt{a-x}} - 2m \int \frac{x^m dx}{\sqrt{a-x}} \\ &= -\frac{2}{2m+1} x^m \sqrt{a-x} + \frac{2ma}{2m+1} \int \frac{x^{m-1} dx}{\sqrt{a-x}}. \end{aligned}$$

Das erste Glied auf der rechten Seite ist = 0 für $x = 0$ und für $x = a$; somit ist

$$\int_0^a \frac{x^m dx}{\sqrt{a-x}} = \frac{2ma}{2m+1} \int_0^a \frac{x^{m-1} dx}{\sqrt{a-x}} \dots \dots \dots (6)$$

und bei wiederholter Anwendung des in dieser Reductionsformel liegenden Gesetzes:

$$\int_0^a \frac{x^m dx}{\sqrt{a-x}} = \frac{2ma}{2m+1} \cdot \frac{2(m-1)a}{2(m-1)+1} \int_0^a \frac{x^{m-2} dx}{\sqrt{a-x}},$$

somit auch bei Vertauschung von a mit φ , x mit φ' :

$$J_m = \frac{4(m-1)m}{(2m-1)(2m+1)} \varphi^2 J_{m-2} \dots \dots \dots (7).$$

Hiernach können alle in (5) vorkommenden Integrale $J_3, J_5, J_7 \dots$ auf das erste J_1 zurückgeführt werden, für welches sich aus (6) ergibt:

$$J_1 = \frac{2}{3} \varphi \int_0^\varphi \frac{d\varphi'}{\sqrt{\varphi - \varphi'}} = \frac{4}{3} \varphi \sqrt{\varphi}.$$

Damit folgt nach einander aus (7):

$$J_3 = \frac{4 \cdot 2 \cdot 3}{5 \cdot 7} \varphi^2 J_1 = \frac{4^2 \cdot 3!}{3 \cdot 5 \cdot 7} \varphi^3 \sqrt{\varphi}$$

$$J_5 = \frac{4 \cdot 4 \cdot 5}{9 \cdot 11} \varphi^2 J_3 = \frac{4^3 \cdot 5!}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11} \varphi^5 \sqrt{\varphi} \text{ u. s. w.,}$$

damit aus (5):

$$\Psi = \frac{4}{3} \varphi \sqrt{\varphi} - \frac{4^2}{3 \cdot 5 \cdot 7} \varphi^3 \sqrt{\varphi} + \frac{4^3}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11} \varphi^5 \sqrt{\varphi} - \dots$$

$$\int_0^{\varphi_1} \Psi d\varphi = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} \varphi_1^2 \sqrt{\varphi_1} - \frac{4^2}{3 \cdot 5 \cdot 7} \cdot \frac{2}{9} \varphi_1^4 \sqrt{\varphi_1} + \frac{4^3}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11} \cdot \frac{2}{13} \varphi_1^6 \sqrt{\varphi_1} - \dots$$

und endlich gemäss (4):

$$f(\varphi_1) = \frac{(2\varphi_1)^2}{3 \cdot 5} - \frac{(2\varphi_1)^4}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} + \frac{(2\varphi_1)^6}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13} - \dots \dots (8).$$

$$= \frac{2!}{5!} (4\varphi_1)^2 - \frac{4!}{9!} (4\varphi_1)^4 + \frac{6!}{13!} (4\varphi_1)^6 - \dots \dots \dots (9).$$

Die letzte Form (9) der Reihe, deren Bildungsgesetz ebenso wie das der andern (8) deutlich erkennbar ist, ist für die Berechnung am geschicktesten mit Hilfe einer Tabelle der Fakultäten $n!$, bzw. ihrer Logarithmen.

Nachstehend sind einige Werthe von $f(\varphi_1)$ mit entsprechenden Werthen von φ_1 (in Gradmass und in Bogenmass) und der zugehörigen Füllungsgrade

$$e_1 = \frac{s_1}{s} = \frac{1}{2} (1 - \cos \varphi_1)$$

zusammengestellt.

φ_1°	φ_1	e_1	$f(\varphi_1)$	φ_1°	φ_1	e_1	$f(\varphi_1)$
30°	0,5236	0,067	0,0715	60°	1,0472	0,250	0,2727
35°	0,6109	0,090	0,0972	65°	1,1345	0,289	0,3161
40°	0,6981	0,117	0,1260	70°	1,2217	0,329	0,3618
45°	0,7854	0,146	0,1582	80°	1,3963	0,413	0,4589
50°	0,8727	0,179	0,1935	90°	1,5708	0,500	0,5617
55°	0,9599	0,213	0,2317				

Die Benutzung von Gl. (3) erfordert noch angemessene Annahmen von μ und der mittleren Wandtemperatur τ , während die übrigen darin vorkommenden Buchstabengrößen ohne weiteres gegeben sind oder, wie insbesondere σ , mit hinlänglicher Annäherung den Umständen des betreffenden Falles angepasst werden können. In Betreff dieser Temperatur τ dürfte die von Werner* aufgestellte empirische Formel:

$$\tau_1 - \tau = \frac{\tau_1 - \tau_2}{1 + \lambda} \frac{\pi}{\varphi_1 + \pi} \dots \dots \dots (10),$$

in welcher τ_2 die Temperatur des ausströmenden Dampfes bedeutet, so passend sein, wie es bei ihrer Einfachheit überhaupt erwartet werden kann, obschon der Coefficient λ , welcher je nach der Vollkommenheit der Ummantelung zwischen 0 und 1 angenommen werden soll, sehr willkürlich bleibt. Für einen Cylinder ohne Dampfmantel wäre danach mit $\lambda = 0$ bei verschwindend kleiner Füllung ($\varphi_1 = 0$):

$$\tau_1 - \tau = \tau_1 - \tau_2, \text{ also } \tau = \tau_2$$

und bei vollständiger Füllung ($\varphi_1 = \pi$):

$$\tau_1 - \tau = \frac{\tau_1 - \tau_2}{2}, \text{ also } \tau = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2};$$

für einen vollkommen (einschliesslich Deckel) ummantelten Cylinder mit $\lambda = 1$ bei verschwindend kleiner Füllung ($\varphi_1 = 0$):

$$\tau_1 - \tau = \frac{\tau_1 - \tau_2}{2}, \text{ also } \tau = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}$$

und bei vollständiger Füllung ($\varphi_1 = \pi$):

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1883, S. 267.

$$\tau_1 - \tau = \frac{\tau_1 - \tau_2}{4}, \text{ also } \tau = \frac{3\tau_1 + \tau_2}{4}.$$

Uebrigens dürfte auch bei möglichst vollkommener Heizung des Cylinders (einschliesslich Deckel) mit frischem Dampf $\lambda < 1$ anzunehmen sein, bei Heizung mit Ausschluss der Deckel $\lambda < 0,5$ gemäss der Bemerkung zu Ende von §. 115.

Die Coefficienten μ und λ sind zu bestimmen durch Vergleichung von Gl. (3) mit den Ergebnissen von Versuchen mit Dampfmaschinen bei verschiedenen Werthen von d, s, c, φ_1 und bei verschiedenen Arten der Umantelung des Cylinders. Es lässt sich übrigens erwarten, dass ein ungefährr zutreffender Werth von u schon gewonnen wird durch Vergleichung jener Gleichung (3) mit der Hrabák'schen empirischen Formel (3), §. 112, bei Voraussetzung einer Maschine mit einem ungeheizten Cylinder ($\lambda = 0$). Es werde z. B. angenommen:

$c_1 = 0,25$ entsprechend $\varphi_1 = 60^\circ$, ferner $c = 3, \sigma = 2,5$
und dabei 1) für eine Auspuffmaschine:

$$d = 0,5 \quad s = 1 \quad p_1 = 6 \quad \text{entsprechend } \tau_1 = 159,2$$

$$p_2 = 1,2 \quad \text{entsprechend } \tau_2 = 105,2$$

2) für eine Maschine mit Condensation:

$$d = 1 \quad s = 2 \quad p_1 = 4 \quad \text{entsprechend } \tau_1 = 144$$

$$p_2 = 0,2 \quad \text{entsprechend } \tau_2 = 60,5.$$

Dann folgt aus (10):

$$\tau_1 - \tau = 32,4 \quad \text{und } = 50,1;$$

damit aus (3) mit Rücksicht auf obige Tabelle hinsichtlich $f(\varphi_1)$:

$$B_1 = 0,0523 \mu \quad \text{und } = 0,451 \mu \text{ Kgr.},$$

also der stündliche Abkühlungsverlust

$$B = \frac{3600 c}{s} = 565 \mu \quad \text{und } = 2435 \mu \text{ Kgr.},$$

während nach (3) im §. 112 mit $m = 0,05$ und $\beta = 450$

$$B = 486 \text{ bzw. } = 1539 \text{ Kgr.}$$

wäre, entsprechend $\mu = 0,86$ bzw. $= 0,63$. Diese Verschiedenheit der sich ergebenden Werthe von μ ist bei der erheblichen Formverschiedenheit der verglichenen Beziehungen nicht auffallend. Es lässt sich aber wohl erwarten, dass schon mit einem aus noch mehr solchen Vergleichen abgeleiteten Mittelwerth von μ , wenn ausserdem bei Heizung nur des Cylindermantels etwa $\lambda = 0,2$ bis $0,3$ und bei Heizung auch der Deckel etwa $\lambda = 0,6$ bis $0,8$ gesetzt wird, der Abkühlungsverlust durch die hier

entwickelte halb theoretische Gleichung (3) im Allgemeinen zutreffender, als durch vollkommen empirische Formeln gefunden wird.

Bei Mehrcylindermaschinen sind die Buchstabengrößen in den Gleichungen (3) und (10) auf den Hochdruckcylinder zu beziehen, in welchen der Dampf zuerst einströmt; dasselbe galt bezüglich des Ausdrucks (2), §. 112, für den stündlichen nutzbaren Dampfverbrauch A , nämlich, wenn daselbst F in Quadratmetern ausgedrückt und $= 10000 \frac{\pi}{4} d^2$ gesetzt wird, in der Gleichung:

$$A = 3600 \frac{\pi}{4} d^2 c \left[e_1 + m \left(1 - \frac{pc}{p_1} \right) \right] \gamma_1 \text{ Kgr.},$$

gemäss welcher A nahe proportional $d^2 c e_1 \gamma_1$ ist. Vergleicht man damit den stündlichen Abkühlungsverlust $= B$ Kgr., nämlich nach (3) und (10):

$$B = \frac{3600c}{s} B_1 = 3600 \mu \frac{\tau_1 - \tau_2}{(1 + \lambda) r_1} \frac{\pi}{\varphi_1 + \pi} d^2 \sqrt{\frac{\pi c}{s}} \varphi_1 \left[\sigma + \frac{s}{d} f(\varphi_1) \right],$$

so ergibt sich der verhältnissmässige Abkühlungsverlust unter gewissen Umständen in Betreff der etwa vorhandenen Heizung des Cylinders, sowie in Betreff des Zustandes des einströmenden Dampfes, also für gegebene Werthe von λ , γ_1 und r_1 angenähert:

$$\frac{B}{A} = C \frac{\tau_1 - \tau_2}{\sqrt{cs}} \frac{\sqrt{\varphi_1} \left[\sigma + \frac{s}{d} f(\varphi_1) \right]}{e_1 (\varphi_1 + \pi)} \dots \dots \dots (11),$$

unter C eine Constante verstanden. Der letzte Factor dieses Ausdrucks bringt die Abhängigkeit vom Füllungsgrade (e_1 oder φ_1) zum Ausdruck, sofern bei den gewöhnlich vorkommenden Füllungen $e_1 < 0,5$ ($\varphi_1 < 90^\circ$) in der Summe

$$\sigma + \frac{s}{d} f(\varphi_1)$$

der erste Bestandtheil σ von hinlänglich überwiegender Grösse ist, um für $\frac{s}{d}$ hier näherungsweise einen Mittelwerth, etwa $= 2$ setzen zu dürfen. Dann findet man z. B. mit $\sigma = 2,5$:

$\frac{\sqrt{\frac{\varphi_1}{\pi}} [2,5 + 2 f(\varphi_1)]}{e_1 \left(\frac{\varphi_1}{\pi} + 1 \right)}$	= 13,8	7,72	5,27	3,42
für $\varphi_1 = 30^\circ$		45 ⁰	60 ⁰	90 ⁰
also $\frac{\varphi_1}{\pi} = \frac{1}{6}$		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

Bei Füllungen $< 0,5$ nimmt also der verhältnissmässige Abkühlungsverlust mit wachsender Füllung ab, wie schon besonders wegen des überwiegenden Einflusses der Abkühlungsflächen vom Deckeltypus zu erwarten war. Ausserdem ist er um so kleiner, je grösser unter sonst gleichen Umständen die mittlere Kolbengeschwindigkeit c und die Hublänge s , nämlich nahe umgekehrt proportional \sqrt{cs} . Bei Mehrcylindermaschinen ist er endlich kleiner, als bei Eincylindermaschinen, sowohl wegen grösserer Füllung des Hochdruckcylinders, als wegen höherer Temperatur τ_2 des aus demselben ausströmenden Dampfes.

II. Luftmotoren.

§. 121. Einleitende Bemerkungen.

Als Luftmotor wird hier ein Wärmemotor bezeichnet, dessen Arbeitsflüssigkeit (§. 60), wenn auch nicht immer atmosphärische Luft, doch eine solche luftförmige Flüssigkeit ist, welche mit hinlänglicher Annäherung als dem Mariotte'schen und dem Gay-Lussac'schen Gesetze unterworfen betrachtet werden kann, entsprechend der Zustandsgleichung $pv = RT$. Wie gemäss §. 60 Wärmemotoren überhaupt, können insbesondere die Luftmotoren eine offene oder geschlossene Feuerung haben, und im ersten Falle, in welchem die Arbeitsflüssigkeit stets atmosphärische Luft ist, selbst offene oder geschlossene Maschinen sein, während im zweiten Falle die Maschine stets offen ist. Luftmotoren der letzteren Art, bei welchen die Arbeitsflüssigkeit ein Gemisch von gasförmigen Verbrennungsproducten mit überschüssiger atmosphärischer Luft ist, pflegen als Feuerluftmaschinen bezeichnet zu werden.

Im Gegensatz zu Dampfmaschinen, bei welchen der dem Gewinn von Arbeit aus Wärme zugrunde liegende Kreisprocess der Arbeitsflüssigkeit wenig Verschiedenheiten zeigt und dem idealen oder Carnot'schen Processe (§. 61), entsprechend einer aus zwei Isothermen und zwei Adiabaten bestehenden Zustandcurve, stets nahe kommt, ist bei Luftmotoren solcher Kreisprocess von sehr verschiedener Art. Auf die Eigenthümlichkeiten dieser verschiedenen Kreisprocesse und auf ihre Folgen bezüglich der Wärmeausnutzung, sowie auf die Art und beschränkte Vollkommenheit ihrer Verwirklichung durch die Anordnung der Maschine hat sich hier die theoretische Erörterung vorzugsweise zu erstrecken.