

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Theoretische Maschinenlehre

in 4 Bänden

Theorie der Kraftmaschinen

Grashof, Franz

Leipzig, 1890

c. Indicirter Effect

[urn:nbn:de:bsz:31-282943](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-282943)

c. Indicirter Effect.

Unter dem indicirten Effect einer Dampfmaschine wird die in derselben vom Dampfdrucke durchschnittlich in einer Sekunde geleistete (gewöhnlich in Pferdestärken ausgedrückte) Arbeit verstanden, wenn diese Arbeit auch nicht wirklich mit Hülfe des Indicators ermittelt, sondern theoretisch so bestimmt wird, wie sie unter gewissen möglichst angenähert zutreffenden Voraussetzungen durch den Indicator gefunden werden würde. Solche theoretische Bestimmung erfordert die Untersuchung der Zustandsänderungen des wirksamen Dampfes im Beharrungszustande der Maschine, nämlich der Aenderungen seiner Spannung in den ev. mehreren, durch die Steuerung aus- oder eingeschalteten oder in Folge der Kolbenbewegung veränderlichen Räumen der Maschine.

1. Eincylindermaschinen.

§. 92. Mittlere indicirte Dampfspannung.

In Uebereinstimmung mit Buchstabenbezeichnungen, welche in den vorhergehenden Paragraphen angewendet wurden, sei bei Voraussetzung des Quadratcentimeters als Einheit der Kolbenfläche, des Meters als Einheit von Längen, des Sekundenmeters als Geschwindigkeitseinheit und eines Drucks von 1 Kilogramm auf 1 Quadratecentimeter als Einheit von Dampfspannungen:

d der Cylinderdurchmesser im Lichten,

F die dampfberührte Kolbenfläche, welche ev. um den Querschnitt der Kolbenstange kleiner ist, als der Cylinderquerschnitt im Lichten, hier aber als Mittelwerth verstanden wird, sofern sie auf beiden Seiten etwas verschieden sein sollte,

s der Kolbenhub,

m der Coefficient des schädlichen Raumes auf jeder Seite des Cylinders, nämlich das Verhältniss dieses Raumes zum Hubvolumen (dem von der dampfberührten Kolbenfläche bei einem Hube durchlaufenen Volumen),

$s_1 = e_1 s$ der Kolbenweg bis zu Ende der Einströmung des Hinterdampfes, also

e_1 der Füllungsgrad,

$s_2 = e_2 s$ der Kolbenweg bis zu Ende der Ausströmung des Vorderdampfes,¹

p_1 die mittlere Hinterdampfspannung bei der Einströmung,

p_2 die mittlere Vorderdampfspannung bei der Ausströmung,
 $\alpha_1 p_1$ die Hinterdampfspannung zu Ende der Einströmung, nämlich
 α_1 ein Coefficient, welcher um so mehr < 1 ist, je langsamer bei
 schleichender Bewegung des betreffenden Steuerorgans der Einströmungs-
 canal abgesperrt wird und je mehr bei erheblicher Drosselung und grosser
 Kolbengeschwindigkeit die Spannung des Dampfes schon während seiner
 Einströmung abnimmt,

$\alpha_2 p_2$ die Vorderdampfspannung zu Ende der Ausströmung, nämlich
 α_2 ein Coefficient, welcher um so mehr > 1 ist, je langsamer der
 Ausströmungscanal durch das betreffende Steuerorgan abgesperrt wird,

p_i die mittlere indicirte Dampfspannung = dem Ueberschuss des
 Mittelwerthes der Hinterdampfspannung über den Mittelwerth der Vorder-
 dampfspannung,

n die Zahl der Doppelhübe oder der Kurbelumdrehungen in einer
 Minute.

Die mittlere Kolbengeschwindigkeit ist dann:

$$c = \frac{ns}{30} \dots \dots \dots (1),$$

die indicirte Arbeit für einen Hub:

$$L_i = F s p_i \text{ Meterkgr.} \dots \dots \dots (2),$$

der indicirte Effect in Pferdestärken:

$$N_i = \frac{n L_i}{30.75} = \frac{F c p_i}{75} \dots \dots \dots (3).$$

Während bei einer im Betriebe befindlichen Maschine p_i durch
 Indicatorversuche gefunden wird, werde zur angenäherten rechnerischen
 oder graphischen Bestimmung von p_i die Spannung sowohl bei der Com-
 pression, wie bei der Expansion umgekehrt proportional dem Volumen
 des Dampfes angenommen, sowie von Voreinströmung und von Voraus-
 strömung abgesehen. Die Fehler dieser Annahmen können insbesondere
 bei der Rechnung, deren Ersetzung durch ein graphisches Verfahren bei
 Eincylindermaschinen kaum Vortheile bietet, durch entsprechende An-
 nahme der Coefficienten α_1 und α_2 einigermassen ausgeglichen werden,
 z. B. die Verkleinerung von p_i in Folge erheblicher Vorausströmung oder
 in Folge einer grösseren Spannungszunahme bei der Compression, als dem
 Mariotte'schen Gesetz entsprechen würde, durch die Annahme eines kleineren
 Werthes von α_1 , bezw. eines grösseren Werthes von α_2 .

Indem nun, ausgedrückt in Meterkgr., die Einströmungsarbeit:

$$L_1 = F p_1 s_1$$

und die Expansionsarbeit:

$$L = F (s_1 + ms) \alpha_1 p_1 \ln \frac{s + ms}{s_1 + ms}$$

ist, nämlich $0,0001 F (s_1 + ms)$ Cubikm. das Anfangsvolumen, $10000 \alpha_1 p_1$ Kgr. pro Quadratm. der entsprechende Druck und $\frac{s_1 + ms}{s + ms}$ das Expansionsverhältniss, indem ferner die Ausströmungsarbeit:

$$L_2 = F p_2 s_2$$

und die Compressionsarbeit:

$$L_0 = F (s - s_2 + ms) \alpha_2 p_2 \ln \frac{s - s_2 + ms}{ms}$$

ist, ergibt sich aus der Gleichung

$$L_i = L_1 + L - L_2 - L_0 = F s p_i$$

$$p_i = \left[e_1 + \alpha_1 (e_1 + m) \ln \frac{1 + m}{e_1 + m} \right] p_1 - \left[e_2 + \alpha_2 (1 - e_2 + m) \ln \frac{1 - e_2 + m}{m} \right] p_2 \quad (4).$$

Die Dampfspannungen zu Ende der Expansion und der Compression sind beziehungsweise:

$$p_e = \frac{e_1 + m}{1 + m} \alpha_1 p_1 \quad \text{und} \quad p_c = \frac{1 - e_2 + m}{m} \alpha_2 p_2 \dots \dots \dots (5).$$

Setzt man

$$p_i = f_1 p_1 - f_2 p_2 \quad \text{mit} \quad f_1 = e_1 + \alpha_1 (e_1 + m) \ln \frac{1 + m}{e_1 + m} \dots \dots (6),$$

so ist unter gewöhnlichen Umständen der Werth von

$$f_2 = e_2 + \alpha_2 (1 - e_2 + m) \ln \frac{1 - e_2 + m}{m} \dots \dots \dots (7)$$

hinlänglich wenig schwankend, um mit Rücksicht auf die meistens untergeordnete Bedeutung des Gliedes $f_2 p_2$ eine den Verhältnissen schätzungsweise angepasste Annahme zuzulassen. Als Anhalt können die beispielsweise für einige Werthe von e_2 und m auf Grund der Annahme $\alpha_2 = 1,1$ berechneten Werthe von f_2 dienen, welche mit entsprechenden Werthen des Verhältnisses $p_c : p_2$ in der folgenden Tabelle enthalten sind.

$m =$	f_2			$p_c : p_2$		
	0,02	0,05	0,1	0,02	0,05	0,1
$e_2 = 0,8$	1,38	1,24	1,16	12,1	5,5	3,3
$e_2 = 0,85$	1,25	1,15	1,10	9,35	4,4	2,75
$e_2 = 0,9$	1,14	1,08	1,05	6,6	3,3	2,2
$e_2 = 0,95$	1,05	1,03	1,02	3,85	2,2	1,65

§. 93. Expansionsverhältniss, welches bei gegebener Compression dem grössten Verhältnisse der gewonnenen Arbeit zum betreffenden Dampfverbrauch entspricht.

Wenn unter dem Expansionsverhältnisse x das Verhältniss der Dampf volumina am Anfang und am Ende = dem Verhältniss der Spannungen am Ende und am Anfang der Expansion verstanden wird, so ist:

$$x = \frac{e_1 + m}{1 + m} = \frac{p_c}{\alpha_1 p_1} \dots \dots \dots (1),$$

und wenn hiernach e_1 durch x ausgedrückt, also gemäss Gl. (6) im vorigen Paragraph

$$f_1 = (1 + m)x - m + \alpha_1 (1 + m)x \ln \frac{1}{x}$$

gesetzt wird, ergiebt sich die indicirte Arbeit für einen Hub als Function von x :

$$L_i = F s (f_1 p_1 - f_2 p_2) = F s p_1 (1 + m) \left(x + \alpha_1 x \ln \frac{1}{x} - a \right) \dots (2)$$

mit der Bezeichnung:

$$a = \frac{1}{1 + m} \left(\frac{f_2 p_2}{p_1} + m \right) \dots \dots \dots (3).$$

Unter dem bei einem Hube verbrauchten Dampf sei hier derjenige verstanden, welcher als trockener Dampf von der mittleren Einströmungsspannung p_1 einen Raum erfüllt = der Summe des der Einströmung entsprechenden Kolbenvolumens und des gleichfalls bei jedem Hube mit solchem Dampfe auszufüllenden reducirten schädlichen Raums (§. 89, Gl. 1). Ist γ_1 das specifische, nämlich das Gewicht von einem Cubikmeter dieses Dampfes, so ist sein Gesamtgewicht

$$G = \frac{F s}{10000} \left[e_1 + m \left(1 - \frac{p_c}{p_1} \right) \right] \gamma_1$$

gemäss (1):

$$\begin{aligned} G &= \frac{F s}{10000} \left[(1 + m)x - m \frac{p_c}{p_1} \right] \gamma_1 \\ &= \frac{F s \gamma_1 (1 + m)}{10000} \left(x - \frac{m}{1 + m} \frac{p_c}{\alpha_2 p_2} \frac{\alpha_2 p_2}{p_1} \right) \end{aligned}$$

oder mit Rücksicht auf Gl. (5) im vorigen Paragraph:

$$G = \frac{F s \gamma_1 (1 + m)}{10000} (x - b) \dots \dots \dots (4)$$

bei der Bezeichnung:

$$b = \frac{1 - e_2 + m}{1 + m} \frac{\alpha_2 p_2}{p_1} \dots \dots \dots (5).$$

Aus (2) und (4) folgt:

$$\frac{L_i}{G} = 10000 \frac{p_1}{\gamma_1} \frac{x + \alpha_1 x \ln \frac{1}{x} - a}{x - b} \dots \dots \dots (6),$$

und der Werth von x , welcher dieses Verhältniss zu einem Maximum macht, entspricht der Gleichung:

$$(x - b) \left(1 - \alpha_1 + \alpha_1 \ln \frac{1}{x} \right) - \left(x + \alpha_1 x \ln \frac{1}{x} - a \right) = 0$$

oder

$$a - (1 - \alpha_1)b - \alpha_1 x - \alpha_1 b \ln \frac{1}{x} = 0 \dots \dots \dots (7).$$

Dass das fragliche Verhältniss bei einem gewissen Füllungsgrade, also bei einem gewissen ihm entsprechenden Werthe von x ein Maximum sein muss, ist schon aus dem Arbeitsdiagramm (Fig. 82, §. 86) zu schliessen, gemäss welchem es offenbar einen gewissen Füllungsgrad giebt, bei dessen Vergrösserung L_i weniger zunimmt, als G , während bei seiner Verkleinerung L_i mehr abnimmt, als G .

Auf Grund der nahe zutreffenden Annahme $\alpha_1 = 1$ erhält Gl. (7) die einfachere Form:

$$a - x - b \ln \frac{1}{x} = 0 \dots \dots \dots (8),$$

aus welcher

$$x + x \ln \frac{1}{x} - a = (x - b) \ln \frac{1}{x}$$

folgt, so dass nach (6)

$$\max \frac{L_i}{G} = 10000 \frac{p_1}{\gamma_1} \ln \frac{1}{x} \dots \dots \dots (9)$$

wird, unter x den der Gleichung (8) entsprechenden Werth verstanden. Letzterer ist näherungsweise, und zwar um so weniger fehlerhaft, je kleiner mit $1 - e_2$ und m auch b ist,

$$x = a = \frac{1}{1 + m} \left(\frac{f_2 p_2}{p_1} + m \right),$$

entsprechend

$$e_1 = (1 + m)x - m = \frac{f_2 p_2}{p_1} \dots \dots \dots (10).$$

Dem so bestimmten ist der vortheilhafteste Werth des Füllungsgrades, bezw. des Expansionsverhältnisses nicht ganz gleich, weil es dabei nicht auf die indicirte, sondern auf die Nutzarbeit, auch nicht auf den nutzbaren, sondern auf den gesammten Dampfverbrauch, der die Dampfverluste in Folge des calorischen Einflusses der Metallwände und

wegen Undichtheiten in sich schliesst, ankommt. Schliesslich kommen auch die Kosten der Maschine in Betracht, so dass als vortheilhaftester der Füllungsgrad zu bezeichnen ist, welchem unter den betreffenden Umständen das grösste Verhältniss der Nutzarbeit zur Summe der Produktionskosten des dazu gebrauchten Dampfes und der antheiligen Kosten der Maschine entspricht, welche durch ihre Anschaffung, Aufstellung, Bedienung, Erhaltung und eventuelle Erneuerung mit Berücksichtigung der jährlichen Betriebsdauer verursacht werden, insoweit die letzteren Kosten als abhängig vom Füllungsgrade, nämlich von der Grösse der Maschine des betreffenden Systems gelten können. Die Einführung der Nutzarbeit statt der indirecten Arbeit erfordert übrigens im Princip nur eine einfache nachträgliche Aenderung obiger Ausdrücke. Ist nämlich p_r die an späterer Stelle näher zu besprechende mittlere Dampfspannung, welche zur Bewältigung der Reibungswiderstände gebraucht wird, so ist die Nutzarbeit für einen Hub

$$= F s (p_i - p_r) = F s (f_1 p_1 - f_2 p_2 - p_r),$$

so dass im Ausdrucke (3) der Grösse a nur $f_2 p_2$ um p_r vergrössert zu werden braucht, während sonst alles unverändert bleiben kann. Insbesondere wird der Näherungswerth (10):

$$e_1 = \frac{f_2 p_2 + p_r}{p_1} \dots \dots \dots (11).$$

Von den an anderer Stelle näher festzustellenden Dampfverlusten kann vorläufig angenommen werden, dass ihr Verhältniss zum nutzbaren Dampfverbrauch wenigstens nur nebensächlich durch e_1 bedingt ist, so dass sie den vortheilhaftesten Füllungsgrad nicht erheblich beeinflussen. Je höher aber die auf die Arbeitseinheit entfallenden Kosten der Maschine sind, eine desto vollständigere Ausnutzung derselben zur Arbeitsgewinnung durch Vergrösserung des Füllungsgrades ist dadurch natürlich wirtschaftlich geboten. Letzterer ist also vortheilhafter Weise grösser, als derjenige, welcher gemäss (7) oder (8) bei Ersetzung von $f_2 p_2$ durch $f_2 p_2 + p_r$ gefunden wird; schon der Näherungswerth gemäss (11) ist grösser, so dass er dem vortheilhaftesten in der Regel näher kommt, als die ändern.

Wird z. B. im Falle einer Auspuffmaschine

$$\begin{array}{lll} p_1 = 8 & p_2 = 1,15 & p_r = 0,45 \\ m = 0,05 & \alpha_2 = 1,1 & e_2 = 0,9 \end{array}$$

angenommen, entsprechend $f_2 = 1,08$ nach der Tabelle zu Ende des vorigen Paragraph, so findet man:

$$a = 0,249 \text{ und } b = 0,0226.$$

Der Gleichung (11) entspricht dann

$$x = a = 0,249 \text{ und } e_1 = 0,211,$$

während für $\alpha_1 = 1$ aus (8) folgt:

$$x = 0,214 \text{ und } e_1 = 0,175,$$

für $\alpha_1 = 0,95$ aus (7):

$$x = 0,226 \text{ und } e_1 = 0,187.$$

§. 94. Compressionsverhältniss, welches bei gegebener Füllung dem grössten Verhältnisse der gewonnenen Arbeit zum Dampfverbrauch entspricht.

Wenn hier mit x das Compressionsverhältniss bezeichnet, also

$$x = \frac{1 - e_2 + m}{m} = \frac{p_c}{\alpha_2 p_2} \dots \dots \dots (1)$$

gesetzt wird, so ist nach §. 92, Gl. (7):

$$f_2 = 1 + m - m x + \alpha_2 m x \ln x$$

und damit:

$$\begin{aligned} L_i &= F s (f_1 p_1 - f_2 p_2) \\ &= F s m p_2 \left(\frac{f_1 p_1}{m p_2} - \frac{1 + m}{m} + x - \alpha_2 x \ln x \right) \dots \dots \dots (2). \end{aligned}$$

Der nutzbare Dampfverbrauch für einen Hub ist

$$\begin{aligned} G &= \frac{F s}{10000} \left[e_1 + m \left(1 - \frac{p_c}{p_1} \right) \right] \gamma_1 \\ &= \frac{F s m \gamma_1}{10000} \left(\frac{e_1}{m} + 1 - \frac{\alpha_2 p_2 x}{p_1} \right) \\ &= \frac{F s m \gamma_1}{10000} \frac{\alpha_2 p_2}{p_1} \left(\frac{e_1 + m}{m} \frac{p_1}{\alpha_2 p_2} - x \right) \dots \dots \dots (3). \end{aligned}$$

Aus (2) und (3) folgt also mit den Bezeichnungen

$$a = \frac{f_1 p_1}{m p_2} - \frac{1 + m}{m} \text{ und } b = \frac{e_1 + m}{m} \frac{p_1}{\alpha_2 p_2} \dots \dots \dots (4)$$

$$\frac{L_i}{G} = 10000 \frac{p_1}{\gamma_1 \alpha_2} \frac{1}{b - x} \frac{a + x - \alpha_2 x \ln x}{b - x} \dots \dots \dots (5),$$

und dieses Verhältniss ist am grössten, wenn

$$\begin{aligned} (b - x)(1 - \alpha_2 - \alpha_2 \ln x) + (a + x - \alpha_2 x \ln x) &= 0 \\ a - (\alpha_2 - 1)b + \alpha_2 x - \alpha_2 b \ln x &= 0 \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

ist. Dass dieser Gleichung nicht ein Minimum, sondern ein Maximum von

$$f(x) = \frac{a + x - \alpha_2 x \ln x}{b - x}$$

entspricht, folgt daraus, dass im Falle $\frac{df(x)}{dx} = 0$, also bei Erfüllung der Gleichung (6):

$$\frac{d^2}{dx^2} f(x) = \frac{d}{dx} \frac{a - (\alpha_2 - 1)b + \alpha_2 x - \alpha_2 b \ln x}{(b - x)^2}$$

$$= \frac{\alpha_2 - \alpha_2 b \frac{1}{x}}{(b - x)^2}$$

negativ ist, weil $b - x$ mit G gemäss (3) jedenfalls positiv ist.

Wenn wieder als gewonnene Arbeit die Nutzarbeit, als Dampfverbrauch der gesammte Dampfverbrauch pro Hub verstanden wird, so ändert sich mit der Annäherung, mit welcher das Verhältniss der Dampfverluste zum nutzbaren Dampfverbrauch als unabhängig vom Compressionsverhältnisse anzunehmen ist, weiter nichts, als dass a die Bedeutung

$$a = \frac{f_1 p_1 - p_r}{m p_2} \frac{1 + m}{m} \dots \dots \dots (7)$$

beizulegen ist, unter p_r die den Reibungswiderständen entsprechende mittlere Dampfspannung verstanden.

Für eine Maschine ohne Condensation werde z. B. angenommen:

$$p_1 = 8 \quad p_2 = 1,15 \quad p_r = 0,45$$

$$m = 0,05 \quad \alpha_1 = 0,95 \quad \alpha_2 = 1,1$$

und $e_1 = 0,2$; man findet dann $f_1 = 0,541$ (§. 92, Gl. 6), sowie nach obigen Gleichungen (7) und (4):

$$a = 46,42 \text{ und } b = 31,62.$$

Die Gleichung (6) wird damit:

$$39,32 + x - 31,62 \ln x = 0,$$

entsprechend $x = 3,93$. Aus (1) folgt dann:

$$e_2 = 0,854$$

$$\frac{p_c}{p_1} = \alpha_2 \frac{p_c}{\alpha_2 p_2} \frac{p_2}{p_1} = \alpha_2 x \frac{p_2}{p_1} = 0,621.$$

Dieser Compressionsgrad entspricht der im §. 91 aufgestellten Bedingung (9) eines sanften Ganges, nämlich bei Voraussetzung von $\lambda = 0,2$ für $m = 0,05$ und $e_1 = 0,2$ der Bedingung:

$$\frac{p_c}{p_1} > 0,435 + 0,565 \cdot 0,2 \text{ oder } > 0,548.$$

Wäre dagegen bei einer Condensationsmaschine z. B.

$$p_1 = 4 \quad p_2 = 0,2 \quad p_r = 0,45$$

$$m = 0,05 \quad \alpha_1 = 1 \quad \alpha_2 = 1,1$$

und im Anschluss an Gl. (11) im vorigen Paragraph etwa

$$e_1 = \frac{1,15 p_2 + p_r}{p_1} = 0,17$$

so ergäbe sich

$$\begin{aligned} f_1 &= 0,514 & a &= 139,56 & b &= 80,00 \\ x &= 4,73 & e_2 &= 0,814 & \frac{p_c}{p_1} &= 0,260. \end{aligned}$$

Die mit Rücksicht auf das Verhältniss $\frac{L_i}{G}$ vortheilhafteste Compression wäre in diesem Falle trotz des kleineren Kolbenweges $e_2 s$, nach welchem sie beginnt, nicht ganz ausreichend, um gemäss §. 91 einen sanften Gang zu sichern, falls nicht durch die Vorausströmung nachgeholfen wird. Statt übrigens letztere über ein gewisses Mass (§. 89) hinaus zu vergrössern, wird es besser sein, e_2 noch mehr zu verkleinern, indem das Verhältniss $L_i:G$ in der Nähe seines Maximums sich nur langsam ändert.

2. Zweicylindermaschinen.

§. 95. Wesentliche Einrichtung und Wirkungsweise.

Wenn eine Eincylinder-Condensationsmaschine principiell vortheilhafter Weise mit hochgespanntem Dampf betrieben wird, so dass die Spannung desselben in der Maschine sehr erheblich von p_1 bis p_2 abnimmt und der angemessene Füllungsgrad sehr klein ausfällt (§. 93, Gl. 11), so ist die entsprechend grosse Veränderlichkeit des Kolbendrucks nicht nur mit dem Nachtheil eines weniger gleichförmigen Ganges bei gleichem Trägheitsmoment des Schwungrades verbunden, sondern es müssen auch die diesen Druck übertragenden Glieder, um ihrer periodisch nur kurze Zeit dauernden grössten Anstrengung gewachsen zu sein, wesentlich kräftiger construirt werden, als im Durchschnitt nöthig wäre. Günstiger verhält sich in diesen Beziehungen eine Zweicylindermaschine, indem dabei die Expansion unter einem kleineren oder Hochdruckcylinder, in welchen der Dampf vom Kessel einströmt, und einem grösseren oder Niederdruckcylinder, in welchen er aus jenem überströmt, vertheilt wird; ihr Effect ist im Wesentlichen derselbe, wie der einer Eincylindermaschine, dessen Cylinder gleich dem Niederdruckcylinder und dessen Füllungsgrad gleich ist dem Product des Füllungsgrades des kleinen Cylinders und des Verhältnisses seines Hubvolumens zu dem des grossen Cylinders.

Früher wurden solche Maschinen nur gleich- oder gegenläufig, nämlich nach dem Woolf'schen System so angeordnet, dass die beiden Kolben, gleichzeitig ihre Hübe ausführend, einander stets proportionale Wege durchlaufen, so dass der Dampf, nachdem er während eines Hubes in den kleinen Cylinder eingeströmt und darin als Hinterdampf schon bis zu gewissem Grade expandirt war, beim folgenden Hube aus ihm als Vorderdampf in den grossen Cylinder als Hinterdampf übertritt, und zwar im Wesentlichen während der ganzen Dauer dieses Hubes; ein dritter Hub fördert ihn endlich als Vorderdampf des grossen Cylinders in den Condensator, womit solche Maschinen stets versehen sind, weil nur in solchem Falle so hohe Expansionsgrade vorhanden zu sein pflegen, dass die Vorzüge der Zweicylindermaschine zur vollen Geltung kommen. Bei der ursprünglichen Woolf'schen Maschine wirkten die Kolben der nebeneinander stehenden Cylinder auf einen Balancier auf derselben Seite in verschiedenen Entfernungen von dessen Schwingungsaxe, so dass das Verhältniss dieser Entfernungen = demjenigen der Hublängen beider Kolben, und letztere gleichläufig waren. Ohne Balancier insbesondere bei liegender Anordnung ist keine Veranlassung, die beiden Hublängen verschieden zu machen; auch können dann die Kolben gegenläufig sein, was den Vortheil gewährt, dass die Verbindungscanäle der nebeneinander liegenden Cylinder wesentlich kürzer zu halten sind, dass ferner die durch beschränkte Kurbelstangenlänge bedingten Ungleichheiten der Kolbenbewegung in der Nähe des einen und des andern Todtpunktes zu Gunsten der Gleichförmigkeit des Ganges ausgeglichen werden, indem die innere Todtlage des einen mit der äusseren des andern Kolbens gleichzeitig stattfindet, und dass endlich die Zapfendrucke an den entgegengerichteten Kurbeln der gemeinsamen Kurbelwelle, stets selbst entgegengesetzt gerichtet, an der Welle sich grösstentheils aufheben.

Nachtheilig ist es aber auch bei gegenläufiger Kolbenbewegung, dass, indem der aus dem Hochdruckcylinder austretende Dampf zunächst in den mit Dampf von niederer Spannung erfüllten Zwischenraum R zwischen beiden Cylindern gelangt, hierdurch ein Spannungsfall, in Folge dessen theils ein Mehrverbrauch von Dampf verursacht, theils die Anfangsspannung desselben erniedrigt wird, mit welcher er seine Expansionswirkung im grossen Cylinder ausübt, ersteres um so mehr, je langsamer, letzteres um so mehr, je schneller der Gang der Maschine ist. Dieser Nachtheil wird noch vergrössert durch die Abkühlung an den Wänden des Raumes R , deren Temperatur der niedrigen Dampfspannung entsprechend niedrig ist; insbesondere wird der fragliche Spannungsfall dann

sehr gross, wenn der Vertheilungsschieber des kleinen Cylinders zugleich Einlasschieber für den grossen, und somit der Raum R , der dann als Vergrösserung des schädlichen Raums des grossen Cylinders zu betrachten ist, bei der Einströmung des Dampfes aus dem kleinen Cylinder nicht nur mit total expandirtem, sondern sogar mit Dampf von wenig grösserer, als der Spannung im Condensator erfüllt ist, mit welchem er vorher communicirt hatte. Dieser letztere Fall lässt sich dadurch ausschliessen, dass der Niederdruckcylinder besonders gesteuert und dadurch der Raum R beständig vom Condensator abgesperrt gehalten wird, wie es im Folgenden vorausgesetzt sein soll.

Indem übrigens auch dann der im Hochdruckcylinder nur theilweise expandirte Dampf in fraglichem Zwischenraume vollständig expandirten Dampf vorfindet, bleibt der Uebelstand in erheblichem Grade ungehoben. Das zunächst liegende Mittel, ihn weiter zu vermindern, besteht in Verkleinerung des Raumes R durch Gegenläufigkeit der Kolben in Cylindern, welche so nahe wie möglich aneinander gerückt sind; abgesehen davon indessen, dass durch constructive Rücksichten eine ganz genügende solche Verkleinerung von R erschwert werden kann, ist auch ein von 0 oder 180° verschiedener Kurbelstellungswinkel mit Rücksicht auf die Gleichförmigkeit des Ganges erwünscht und durch das Bedürfniss, von jeder Ruhelage aus die Maschine sicher und sanft anlassen zu können, oft geboten. Ein solcher Kurbelwinkel, einer wechselläufigen Zweicylindermaschine entsprechend, erfordert umgekehrt die hinlängliche Vergrösserung der dann auch besser durch einen Dampfmantel heizbaren Zwischenkammer R , um als gewöhnlich sogenannter Receiver (Aufnehmer) den Abdampf des kleinen Cylinders zeitweilig zum grössern Theile in sich aufnehmen zu können. Solche wechselläufige Zweicylindermaschinen mit Zwischenkammer vereinigen die an und für sich vorhandenen Vorzüge von Zweicylinder- mit den Vorzügen von Zwillingmaschinen ohne anderweitige Nachtheile, sofern nur durch passende Anordnungen, insbesondere durch entsprechend begrenzte Füllung des grossen Cylinders dafür gesorgt wird, dass im Augenblicke beginnender Dampfausströmung aus dem Hochdruckcylinder in der Zwischenkammer eine Dampfspannung herrscht, welche der des einströmenden Dampfes gleich ist. Der Spannungsfall bei beginnender Ausströmung aus der Zwischenkammer in den Niederdruckcylinder bleibt analog, wie bei Eincylindermaschinen, durch Verkleinerung des schädlichen Raums dieses Cylinders und durch entsprechende Compression seines Vorderdampfes zu beseitigen oder thunlichst zu vermindern. Wie jener Hauptbedingung allgemein zu genügen

ist, ergibt sich durch folgende Ueberlegung, wobei zur Gewinnung einfacherer, wenn auch nur angenähert zutreffender, Gesetzmässigkeiten die Kurbelstangen als unendlich lang (die Schubkurbelmechanismen als Kreuzschieberkurbeln) vorausgesetzt und zunächst auch von schädlichen Räumen der Cylinder abgesehen, übrigens, wie hier immer, bezüglich der Spannungsänderungen des Dampfes das Mariotte'sche Gesetz zugrunde gelegt, sowie von Voreinströmung, Vorausströmung und Drosselung, von Dampfverlusten durch Condensation an den Wänden und durch Un-dichtheiten abgesehen werde.*)

Der Kürze wegen sei mit C der Niederdruckcylinder, mit K sein Kolben, mit C' der Hochdruckcylinder, mit K' sein Kolben bezeichnet.

F sei die dampfberührte Fläche von K ,

F' die nöthigenfalls auf den Hub s von K reducirte Fläche von K' , so dass

$Fs = V$ das Hubvolumen von C ,

$F's = V'$ das Hubvolumen von C' ist;

R sei das Volumen der oben schon ebenso bezeichneten Zwischenkammer. Die Verhältnisse dieser Volumina seien

$$\frac{V}{V'} = v \text{ und } \frac{R}{V'} = r \dots\dots\dots (1);$$

sofern es einstweilen nur auf diese Verhältnisse ankommt, kann

$$V' = 1, \quad V = v, \quad R = r \dots\dots\dots (2)$$

gesetzt werden. Während nun der Dampf hinter K' und vor K sich ebenso verhält, wie der Hinter-, bzw. Vorderdampf in einer Eincylindermaschine, handelt es sich hier zunächst nur um das Verhalten des Dampfes vor K' , in R und hinter K . Es werde für einen Hub des Hochdruckkolbens betrachtet, indem es sich bei den folgenden Hüben in gleicher Weise wiederholt. Zur Erläuterung dient Fig. 88, entsprechend den Kurbel-lagen und Kolbenstellungen A_0, A_1, A_2, A_3 bzw. zu Anfang dieses Hubes von K' , beim folgenden Hubwechsel von K , zu Ende der dann beginnenden Dampfeinströmung in C , und zu Ende des Hubes von K' ; mit ω ist der Winkel bezeichnet, um welchen hier die von K getriebene Kurbel OZ der von K' getriebenen Kurbel OZ' voreilend angenommen ist. Der Raum des Hochdruckcylinders C' vor seinem Kolben K' communicire während dessen ganzem Hube mit der Zwischenkammer R ; diese communicirt mit dem Raum des Niederdruckcylinders C

* Siehe u. A. einen Aufsatz von Adalb. Káš im Berg- und Hüttenmännischen Jahrbuch der k. k. Bergakademien, 1880.

hinter seinem Kolben K nur von der Stellung A_1 bis zur Stellung A_2 . Durch doppelte Linien sind in Fig. 88 die Theile beider Cylinderräume angedeutet, welche bei den fraglichen Stellungen von dem hier betrachteten Dampf erfüllt werden, welcher sich anfangs (Stellung A_0) in C und R befindet und dabei die Spannung p_0 habe.

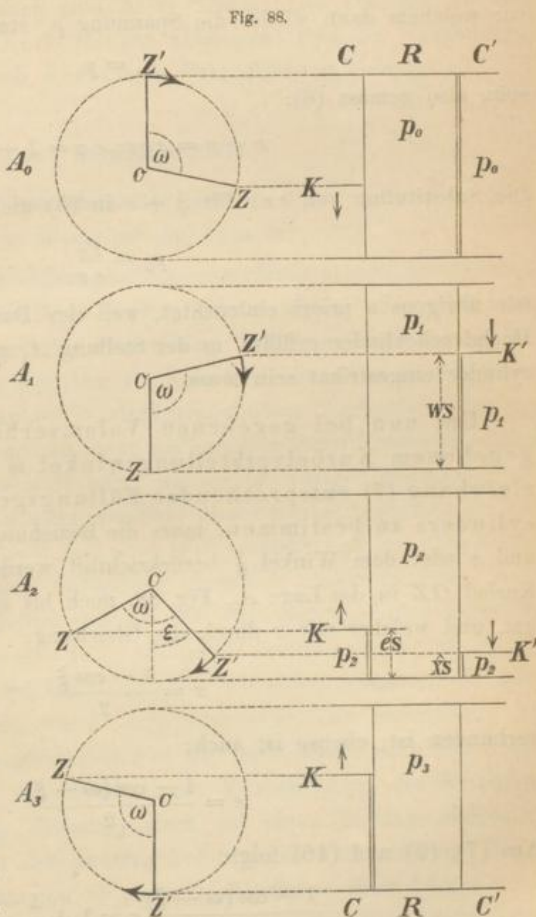
In der Stellung A_1 , in welcher K' bis zum Hubende noch den Weg ws oder den Raum $wV' = w$ zu durchlaufen hat, wenn

$$w = \frac{1 - \cos \omega}{2} \cdot (3)$$

gesetzt wird, sei die Spannung = p_1 geworden; sie ist:

$$p_1 = p_0 \frac{1 + r}{w + r} \cdot (4).$$

Ist ferner e der Füllungsgrad von C , so ist in der Stellung A_2 das Dampf-volumen ev in diesen Cylinder hinter K eingetreten, während K' bis zum Hubende den Weg xs noch zu durchlaufen habe, so dass sich ein Dampf-volumen = x noch in C' vor K' befindet. Während des Ueberganges aus der Stellung A_1 in diese Stellung A_2 nimmt die Dampfspannung zunächst noch weiter zu, bis die Raugeschwindigkeit von K derjenigen von K' gleich geworden ist; dann nimmt sie ab bis zum Minimalwerthe



$$p_2 = p_0 \frac{1 + r}{x + r + ev} \dots \dots \dots (5).$$

Nachdem jetzt C gegen R wieder abgesperrt ist, wird der in C' übrig

gebliebene Dampf bis zur Stellung A_3 in die Zwischenkammer geschoben, und in dieser dadurch die Spannung wieder erhöht bis

$$p_3 = p_2 \frac{x+r}{r} = p_0 \frac{1+r}{x+r+ev} \frac{x+r}{r} \dots \dots \dots (6).$$

Zur Vermeidung des Spannungsfalls nach dem Hubwechsel des Kolbens K' , vor welchem dann wieder die Spannung p_0 stattfindet, muss

$$p_3 = p_0$$

sein, also gemäss (6):

$$x+r = evr; \quad ev = 1 + \frac{x}{r} \dots \dots \dots (7).$$

Die Substitution von evr für $x+r$ in (5) giebt:

$$p_2 = \frac{p_0}{ev} \dots \dots \dots (8),$$

wie übrigens a priori einleuchtet, weil der Dampf, welcher anfangs den Hochdruckcylinder erfüllte, in der Stellung A_2 gerade in den Niederdruckcylinder eingeströmt sein muss.

Um nun bei gegebenen Volumverhältnissen v, r und bei gegebenem Kurbelverstellungswinkel ω den der Bedingungs-gleichung (7) entsprechenden Füllungsgrad e des Niederdruckcylinders zu bestimmen, muss die Beziehung zwischen diesen Grössen und x oder dem Winkel ξ berücksichtigt werden, um welchen sich die Kurbel OZ in der Lage A_2 , Fig. 88, noch bis zur Todtlage A_3 zu drehen hat, und welcher mit x durch die Gleichung:

$$x = \frac{1 - \cos \xi}{2} \dots \dots \dots (9)$$

verbunden ist; ebenso ist auch:

$$e = \frac{1 - \cos(\omega - \xi)}{2} \dots \dots \dots (10).$$

Aus (7), (9) und (10) folgt:

$$\frac{1 - \cos(\omega - \xi)}{2} v = 1 + \frac{1 - \cos \xi}{2r}$$

$$\cos \xi - vr \cos(\omega - \xi) = 2r + 1 - vr$$

$$(1 - vr \cos \omega) \cos \xi - vr \sin \omega \sin \xi = 1 + (2 - v)r$$

oder bei Einführung eines durch die Gleichung

$$tg \eta = \frac{vr \sin \omega}{1 - vr \cos \omega} \dots \dots \dots (11)$$

bestimmten Hülfswinkels η :

$$\cos(\xi + \eta) = \frac{1 + (2 - v)r}{1 - vr \cos \omega} \cos \eta = \frac{1 + (2 - v)r}{vr \sin \omega} \sin \eta \quad \dots (12).$$

Man findet η aus (11), damit ξ aus (12), dann e aus (10). —

Während im Allgemeinen die Gleichungen dieses Paragraph von der einstweiligen Vernachlässigung schädlicher Räume und von der Voraussetzung unendlich langer Kurbelstangen abhängen, sind die Gleichungen (3), (9) und (10) nur durch die letztere Voraussetzung bedingt.

§. 96. Besondere Fälle.

Bemerkenswerth sind besonders die Fälle:

$$\omega = 0, \quad \omega = 180^\circ \quad \text{und} \quad \omega = 90^\circ,$$

entsprechend bezw. der gleichläufigen, der gegenläufigen und der üblichen Anordnung einer wechselläufigen Zweicylindermaschine. Sie sind auch dadurch ausgezeichnet, dass die Vermeidung des Spannungsfalls bei der Ausströmung des Dampfes aus dem Hochdruckcylinder C' in die Zwischenkammer R dieselbe Füllung des Niederdruckcylinders C erfordert, mag die Maschine im einen oder anderen Sinne umlaufen, ω somit Voreilungswinkel der Kurbel OZ des Kolbens K sein, wie es im vorigen Paragraph angenommen wurde, oder Nacheilungswinkel dieser Kurbel bezüglich auf die andere. In den Fällen $\omega = 0$ und $\omega = 180^\circ$ versteht sich das von selbst, indem dann von Vor- oder Nacheilung eigentlich überhaupt keine Rede sein kann. Jenachdem freilich OZ um 90° vor- oder nacheilt, findet bei der Einströmung des Dampfes in C auf einer gewissen Seite von K die Ausströmung aus C' auf der einen oder auf der andern Seite von K' statt, indem dabei die Bewegung von K' derjenigen von K im ersten Falle entgegengesetzt, im zweiten gleichgerichtet ist; doch macht auch das keinen Unterschied, sofern bei unendlich langen Kurbelstangen die Bewegung jedes Kolbens aus seiner Mittellage nach der einen Todtlage demselben Gesetze folgt, wie nach der andern, bei Stangen von endlicher Länge wenigstens näherungsweise um so genauer, je grösser diese Länge ist.

1. Bei Woolf'schen Maschinen mit $\omega = 0$ oder $\omega = 180^\circ$ werden bei gleichzeitigem Beginn der Hübe beider Kolben auch gleichzeitig der betreffende Ausströmungscanal von C' und der Einströmungscanal von C geöffnet, so dass die Stellung A_1 , Fig. 88, mit der Stellung A_0 zusammenfällt und $v = 1$, $p_1 = p_0$ ist. Bis zur Stellung A_2 nimmt die Spannung des aus C' durch R nach C strömenden Dampfes stetig ab von p_0 bis zur Minimalspannung p_2 ; indem jetzt C gegen R abgesperrt wird, wird während

des übrigen Weges $(1 - e)s$ von K und von K' bis zum Hubende der vor K' verbliebene Dampf in die Zwischenkammer befördert, und die Bedingung dafür, dass hierdurch die Anfangsspannung p_0 wieder erreicht und somit der Spannungsfall vermieden wird, ergibt sich aus Gl. (7) im vorigen Paragraph mit $x = 1 - e$:

$$ev = 1 + \frac{1 - e}{r}$$

$$e = \frac{1 + \frac{1}{r}}{v + \frac{1}{r}} = \frac{1 + r}{1 + vr} \dots \dots \dots (1).$$

Das Verhältniss der Minimalspannung zur Anfangs- und Endspannung in der Zwischenkammer ist nach (8) im vorigen Paragraph:

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{1}{ev} = \frac{1 + vr}{v + vr} \dots \dots \dots (2).$$

Für die Grenzen $r = 0$ und ∞

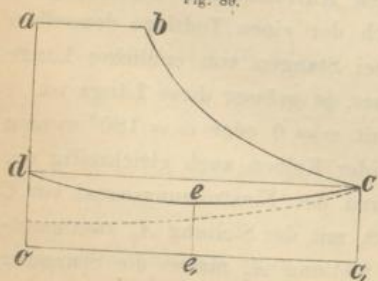
wäre hiernach $e = 1$ und $\frac{1}{v}$

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{1}{v} \text{ und } 1.$$

Während dem Grenzfall $r = 0$, $e = 1$ die ursprüngliche Woolf'sche Maschine ohne besondere Zwischenkammer nahe kommt, nähert sich r der andern Grenze nur etwa bis $r = v$, wobei e wesentlich $> \frac{1}{v}$ bleibt. Man findet z. B.

	für $v = 2$	3	4
und für $r = 1$	$\left\{ \begin{array}{l} e = 0,667 \\ p_2 : p_0 = 0,75 \end{array} \right.$	0,5 0,667	0,4 0,625
für $r = v$	$\left\{ \begin{array}{l} e = 0,6 \\ p_2 : p_0 = 0,833 \end{array} \right.$	0,4 0,833	0,294 0,85

Fig. 89.



Beispielsweise zeigt Fig. 89 das der hier zugrunde liegenden Annahme entsprechende Arbeitsdiagramm des Hochdruckcyinders und Spannungsdiagramm der Zwischenkammer für $\frac{1}{3}$ Füllung jenes Cylinders und für $v = 3, r = 1$; $Od = e_1 c = \frac{1}{3}$ von Oa stellt die Spannung p_0 , $e_1 c = \frac{2}{3}$ von Od die hier der Hubmitte entsprechende Minimalspannung p_2 in der Zwischenkammer dar. Unter übrigens gleichen Umständen fiel die Drucklinie ced für $r = \infty$ mit der Geraden cd

zusammen, während für $r = 0$ der Punkt e_1 mit O zusammenfiel und $e_1 e$ nur $= \frac{1}{3}$ von $O d$ wäre, entsprechend der in der Figur punktirten Drucklinie.

2. Für die wechselläufige Maschine mit rechtwinklig versetzten Kurbeln ergibt sich aus (11) und (12) im vorigen Paragraph mit $\omega = 90^\circ$:

$$\cos(\xi + \iota) = [1 + (2 - v)r] \cos \iota, \text{ mit } \tan \iota = v r \dots \dots (3)$$

und mit dem hierdurch bestimmten Winkel ξ aus Gl. (10) daselbst:

$$e = \frac{1 - \sin \xi}{2} \dots \dots \dots (4).$$

Den verhältnissmässigen Weg x , welchen vom Augenblicke der Vollendung dieser den Spannungsfall vermeidenden Füllung von C an der Kolben K' bis zu seiner Todtlage noch zu durchlaufen hat, findet man entweder aus

$$x = \frac{1 - \cos \xi}{2} \dots \dots \dots (5)$$

oder gemäss dieser und Gleichung (4) aus:

$$\cos^2 \xi + \sin^2 \xi = (1 - 2x)^2 + (1 - 2e)^2 = 1$$

$$(0,5 - x)^2 = \frac{1 - (1 - 2e)^2}{4} = e(1 - e)$$

$$x = 0,5 - \sqrt{e(1 - e)} \dots \dots \dots (6).$$

Für die Grenzen $r = 0$ und ∞

ist $e = 0,5$ und $\frac{1}{v}$

$$x = 0 \text{ und } 0,5 - \frac{1}{v} \sqrt{v - 1}.$$

Der Füllungsgrad $e = \frac{1}{v}$ entspricht hier nicht nur, wie bei Woolf'schen Maschinen, $r = \infty$ für jedes v , sondern auch $v = 2$ für jedes r ; mit $v = 2$ folgt nämlich aus (3):

$$\cos(\xi + \eta) = \cos \eta, \text{ also } \xi = 0, e = \frac{1}{2}.$$

Wäre unzweckmässiger Weise das Verhältniss $v < 2$, so ergäbe sich ξ negativ, d. h. es würde die Spannung in der Zwischenkammer ohne Aenderung ihrer Communication mit C' erst nach dem Hubwechsel von K' wieder bis p_0 abgenommen haben; erst dann wäre der Verbindungs-canal von R mit dieser Seite von C' zu schliessen, mit der anderen Seite zu öffnen, entsprechend einem Hochdruckcylinder mit Nacheinströmung und Nachausströmung.

Für $r > 1$ ist hier e nur wenig $> \frac{1}{v}$. Man findet z. B.

	für $v = 2$	3	4
und $r = 1$	$\left\{ \begin{array}{l} e = 0,5 \\ x = 0 \end{array} \right.$	0,342	0,265
		0,026	0,059
$r = v$	$\left\{ \begin{array}{l} e = 0,5 \\ x = 0 \end{array} \right.$	0,336	0,254
		0,028	0,065

Weil in diesem Falle $\omega = 90^\circ$ die Todtlage von K mit der Hubmitte von K' gleichzeitig stattfindet, ist $w = 0,5$ (Fig. 88); die Spannungen p_1 und p_2 bzw. zu Anfang und zu Ende der Einströmung in den Niederdruckcylinder sind deshalb nach (4) und (8) im vorigen Paragraph:

$$p_1 = p_0 \frac{1+r}{0,5+r} \text{ und } p_2 = \frac{p_0}{e v} \dots \dots \dots (7);$$

diese Minimalspannung p_2 ist für $r > 1$, also $e v$ wenig > 1 , nur wenig $< p_0$. Während der Füllung von C wird die Spannung am grössten $= p'$ in dem Augenblicke, in welchem die abnehmende Raumgeschwindigkeit von K' der zunehmenden Raumgeschwindigkeit von K gleich geworden ist. Hat in diesem Augenblicke die Kurbel des Niederdruckcylinders ihre Todtlage um den Winkel φ überschritten, und ist zs der entsprechende Weg von K , ys der Weg, welchen K' bis zum Hubende noch zu durchlaufen hat, so dass hinter ersterem schon der Raum $z v$, vor letzterem noch der Raum y mit Dampf erfüllt ist, so ist die fragliche Bedingung:

$$v \frac{dz}{d\varphi} = - \frac{dy}{d\varphi},$$

woraus wegen

$$z = \frac{1 - \cos \varphi}{2}; \quad \frac{dz}{d\varphi} = \frac{1}{2} \sin \varphi$$

$$y = \frac{1 - \sin \varphi}{2}; \quad \frac{dy}{d\varphi} = - \frac{1}{2} \cos \varphi$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{v} \dots \dots \dots (8)$$

folgt, also

$$y = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+v^2}} \right); \quad z = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{v}{\sqrt{1+v^2}} \right) \dots \dots \dots (9)$$

und die Maximalspannung:

$$p' = p_0 \frac{1+r}{y+r+zv} = p_0 \frac{1+r}{\frac{1+v-\sqrt{1+v^2}}{2} + r} \dots \dots \dots (10).$$

Man findet z. B.

	für $v = 2$	3	4
und $r = 1$	$p_1 : p_0 = 1,333$	1,333	1,333
	$p' : p_0 = 1,447$	1,409	1,391
	$p_2 : p_0 = 1$	0,975	0,943
$r = v$	$p_1 : p_0 = 1,2$	1,143	1,111
	$p' : p_0 = 1,259$	1,170	1,127
	$p_2 : p_0 = 1$	0,992	0,984

Beispielsweise zeigt Fig. 90 das Arbeitsdiagramm des zu $\frac{1}{3}$ gefüllten Hochdruckzylinders und das Spannungsdiagramm der Zwischenkammer für $r = 1$ und $v = 3$, wobei für $O c_1$ als Längeneinheit: $O c_1 = 0,5$

$O f_1 = y = 0,342$ und $O g_1 = x = 0,026$

sowie für $O d = c_1 c = p_0$ nach Obigem:

$$e_1 c = p_1, f_1 f = p', g_1 g = p_2$$

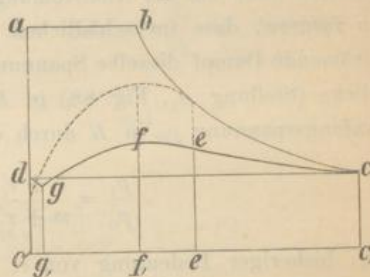
gemacht, der Haken $g d$ der Spannungslinie $c d$ aber etwas übertrieben gezeichnet ist. Für $r = \infty$ wäre

$$p_1 = p' = p_2 = p_0$$

und viele diese Spannungslinie mit der Geraden $c d$ zusammen. Für den Grenzfall $r = 0$ ist sie punktiert eingezeichnet; sie fällt für den halben Kolbenweg natürlich mit der Expansionslinie zusammen. Der nur von v abhängige Ort ihrer höchsten Erhebung liegt über f , und p_2 wird $= \frac{2}{v} p_0 = \frac{2}{3} p_0$; obschon diese Minimalspannung wegen $x = 0$ erst am Ende des Hubes stattfindet, ist damit doch ein Spannungsfall insofern nicht verbunden, als ein solcher in diesem Falle $r = 0$ bei verschwindend kleinen schädlichen Räumen an und für sich ausgeschlossen ist.

Das dieser punktierten Drucklinie entsprechende Aenderungsgesetz der Vorderdampfspannung im Hochdruckzylinder wäre sehr unzweckmässig; aber auch sonst lässt die Vergleichung von Fig. 90 mit Fig. 89 eine bei wechselläufigen Zweicylindermaschinen unter übrigens gleichen Umständen geringere Ausnutzung des Hochdruckzylinders zur Arbeitsleistung erkennen, als bei Woolf'schen Maschinen. Bei ersteren ist deshalb eine grössere Zwischenkammer und ein verhältnissmässig etwas grösserer Hochdruckzylinder angezeigt.

Fig. 90.



§. 97. Berücksichtigung der schädlichen Räume.

In den vorhergehenden Paragraphen konnte entsprechend der Ausserachtlassung schädlicher Räume auch von Compression vor den Kolben keine Rede sein. Indem aber jetzt der schädliche Raum des Hochdruckcylinders C' , dessen Hubvolumen wieder = 1 sei, = m' , der des Niederdruckcylinders $C = mv$ gesetzt wird, ist zur Vermeidung eines Spannungsfalles nicht nur bei der Dampfeinströmung in die Zwischenkammer R , sondern auch bei der Ausströmung aus ihr, eine solche Compression in C zu fordern, dass im schädlichen Raume dieses Cylinders der aus R zuströmende Dampf dieselbe Spannung p_1 vorfindet, welche in diesem Augenblicke (Stellung A_1 , Fig. 88) in R stattfindet, und deren Verhältniss zur Anfangsspannung p_0 in R durch die Gleichung bestimmt ist:

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{1 + r'}{w + r'} \text{ mit } r' = m' + r \dots \dots \dots (1)$$

bei bisheriger Bedeutung von r . Ist cs der Weg, welchen bei Beginn dieser Compression der Niederdruckkolben K bis zum Hubende noch zu durchlaufen hat, und ist p die als constant vorausgesetzte Spannung des ausströmenden Vorderdampfes in C , so folgt c aus der Gleichung:

$$\frac{p_1}{p} = \frac{c + m}{m}; c = \left(\frac{p_1}{p} - 1\right)m \dots \dots \dots (2).$$

Damit der Dampf bei Beginn der Einströmung in den Hochdruckcylinder wenigstens keinen erheblichen Spannungsfall erleide, ist jetzt auch eine gewisse Compression in diesem Cylinder zu verlangen, etwa eine solche, dass die Spannung seines Vorderdampfes durch die Compression in den schädlichen Raum bis auf $\alpha p'$ erhöht wird, unter p' die als constant vorausgesetzte Spannung des hinter dem Hochdruckkolben K' einströmenden Dampfes verstanden. Der Hochdruckcylinder communicirt dann auch vor K' nicht während dem ganzen Hube dieses Kolbens mit der Zwischenkammer, wie in den vorigen Paragraphen vorauszusetzen war, sondern nur so lange, bis K' vom Hubende noch um die Strecke $c's$ entfernt ist, welche zu jener Compression erfordert wird. Die Bestimmung von c' und die ganze weitere Untersuchung ist aber dadurch bedingt, ob $c' < x$ oder $c' > x$ ist, ob also die Compression des Vorderdampfes im Hochdruckcylinder später oder früher beginnt, als die Einströmung in den Niederdruckcylinder beendigt ist, d. h. nach oder vor Eintritt der Stellung A_2 , Fig. 88.

1. Im Falle $c' < x$

entspricht die Spannung p_2 , welche in der Zwischenkammer R im Augenblicke ihrer Absperrung vom Niederdruckcylinder stattfindet, der Gleichung:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{w + r' + m v}{x + r' + (e + m) v} \dots \dots \dots (3).$$

Im Augenblicke ihrer Absperrung auch vom Hochdruckcylinder muss die Spannung in ihr wieder = p_0 geworden sein, entsprechend der Gleichung:

$$\frac{p_0}{p_2} = \frac{x + r'}{c' + r'} \dots \dots \dots (4).$$

Das Product von (3) und (4) ergiebt den Quotient $\frac{p_0}{p_1}$, ist also mit $\frac{p_1}{p_0}$ multiplicirt = 1:

$$\frac{p_1}{p_0} \frac{w + r' + m v}{x + r' + (e + m) v} \frac{x + r'}{c' + r'} = 1.$$

Daraus folgt mit Rücksicht auf (1):

$$\begin{aligned} (e + m) v &= \left(1 + r' + \frac{p_1}{p_0} m v\right) \frac{x + r'}{c' + r'} - (x + r') \\ &= \left(1 - c' + \frac{p_1}{p_0} m v\right) \frac{x + r'}{c' + r'} \dots \dots \dots (5). \end{aligned}$$

Dieselbe Gleichung wird erhalten, wenn ausgedrückt wird, dass die bei jedem Hube aus C' verschwindende Dampfmenge = der in C einströmenden Dampfmenge ist; ohne Spannungsfall bei der Einströmung in R sowohl, wie bei der Ausströmung aus R muss dann

$$p_0 (1 - c') = p_2 (e + m) v - p_1 m v$$

sein, also

$$(e + m) v = \left(1 - c' + \frac{p_1}{p_0} m v\right) \frac{p_0}{p_2}$$

übereinstimmend mit (5) bei Berücksichtigung von (4). Durch die Gleichung (5) ist die der Forderung entsprechende Füllung e des Niederdruckcylinders bestimmt, zugleich auch die seiner beendigten Füllung entsprechende Lage des Hochdruckkolbens, nämlich x , weil e und x in einer Beziehung zu einander stehen, welche (bei Voraussetzung unendlich langer Kurbelstangen) aus den Gleichungen (9) und (10), §. 95, durch Eliminirung von ξ erhalten wird. Was die in (5) vorkommende Grösse c' betrifft, so ist, wenn die Compression des in C' vor K' mit der Spannung p_0 abgesperrten Dampfes bis zur Spannung $\alpha p'$ erfolgen soll, und wenn e' den Füllungsgrad des Hochdruckcylinders bedeutet, analog Gl. (2):

$$c' = \left(\frac{\alpha p'}{p_0} - 1\right) m' = \left(\alpha \frac{1 + m'}{c' + m'} - 1\right) m' \dots \dots \dots (6).$$

Dieser Fall $c' < x$ liegt bei Woolf'schen Maschinen vor, wenn also

$$\omega = 0 \text{ oder } 180^\circ, w = 1, x = 1 - c$$

ist, somit auch $p_1 = p_0$. Aus (5) folgt dann:

$$(e + m)v(c' + r') = (1 - c' + mv)(1 - e + r')$$

$$e = \frac{(1 - c' + mv)(1 + r') - mv(c' + r')}{1 - c' + mv + v(c' + r')} \dots \dots \dots (7),$$

welcher Ausdruck für $m' = m = 0$, also $c' = 0$ und $r' = r$ übergeht in

$$e = \frac{1 + r}{1 + vr},$$

wie es nach (1), §. 96, sein muss. Wäre aber z. B.

$$m' = 0,05 \text{ und } m = 0,03$$

und dabei $c' = 0,3$ $v = 3$ $\alpha = 0,8$

somit $c' = 0,07$ nach (6), so wäre nach (7)

für $r = 0$	1	∞
$e = 0,768$	0,454	0,31
statt 1	0,5	0,333 für $m' = m = 0$.

Durch die schädlichen Räume und die Compression im Hochdruckcylinder wird also die erforderliche Füllung des Niederdruckcylinders verkleinert um so mehr, je kleiner die Zwischenkammer ist. Vorzugsweise ist das übrigens wegen dieser Compression der Fall; denn mit $c' = 0$ findet man unter sonst denselben Umständen

für $r = 0$	1	∞
$e = 0,919$	0,505	0,333,

so dass e sogar etwas grösser sein kann, als ohne schädliche Räume. Man findet leicht, dass es bei $c' = 0$ der Fall ist

$$\text{für } r > \frac{m'}{mv}, \text{ hier für } r > \frac{5}{9}.$$

Die Compression, welche im Niederdruckcylinder stattfinden muss, wenn bei der Einströmung in denselben ein Spannungsfall vermieden werden soll, ist sehr erheblich, entsprechend einer bedeutenden Verkleinerung der indicirten Arbeit in diesem Cylinder, wenn nicht sein schädlicher Raum sehr beschränkt wird. Nach (2) ist nämlich mit $p_1 = p_0$:

$$c = \left(\frac{p_0}{p} - 1\right) m = \left(\frac{e' + m' p'}{1 + m' p} - 1\right) m \dots \dots \dots (8),$$

für obige Beispiele ($c' = 0,3$; $m' = 0,05$; $m = 0,03$):

$$c = 0,27 \text{ für ausserdem } p' = 6, p = 0,2.$$

2. Ist $c' > x$,

so sei p_2 die Spannung, welche in R nicht bei der Kolbenstellung A_2 , Fig. 88, sondern schon früher, nämlich dann stattfindet, wenn R von C' abgesperrt wird, K' sich der Todtlage bis zur Entfernung $c's > xs$ genähert, K sich um $e_1s < es$ von der Todtlage entfernt hat. Es ist dann:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{w + r' + mv}{c' + r' + (e_1 + m)v} \dots \dots \dots (9).$$

Erst dann, wenn sich K' um $(c' - x)s$ noch weiter bewegt hat und die Einströmung in C vollendet ist, muss in R die Dampfspannung p_0 wieder eingetreten sein, entsprechend der Gleichung:

$$\frac{p_0}{p_2} = \frac{r + (e_1 + m)v}{r + (e + m)v} \dots \dots \dots (10).$$

Eine Bestimmungsgleichung für e wird nun entweder wieder durch Gleichsetzung von $\frac{p_0}{p_1}$ und des Products der Spannungsverhältnisse (9), (10) erhalten, oder aus der Gleichung, welche ausdrückt, dass die aus C' ausgeströmte der in C eingeströmten Dampfmenge gleich ist, nämlich hier aus der Gleichung:

$$p_0(1 + m') - p_2(c' + m') = p_0(e + m)v - p_1mv.$$

Aus ihr folgt mit Rücksicht auf (9):

$$(e + m)v = 1 + m' + \frac{p_1}{p_0}mv - \frac{p_1}{p_0} \frac{w + r' + mv}{c' + r' + (e_1 + m)v} (c' + m')$$

oder mit Rücksicht auf (1):

$$(e + m)v = 1 + m' + \frac{p_1}{p_0}mv - \frac{1 + r' + \frac{p_1}{p_0}mv}{c' + r' + (e_1 + m)v} (c' + m'). \dots (11).$$

Die in dieser Gleichung vorkommende Grösse e_1 ist ebenso mit c' verbunden, wie e mit x . Was aber c' betrifft, so ist hier, weil der vor K' zu comprimirende Dampf mit der Spannung p_2 abgesperrt wird, analog Gl. (6):

$$c' = \left(\frac{\alpha p'}{p_2} - 1 \right) m' = \left(\alpha \frac{1 + m' p_0}{e' + m' p_2} - 1 \right) m' \dots \dots \dots (12).$$

Dieser Fall $c' > x$ liegt vor bei wechselläufigen Zweicylindermaschinen mit einigermaßen erheblicher Compression im Hochdruckcylinder. Es ist dann:

$$\omega = 90^\circ, w = 0,5; \frac{p_1}{p_0} = \frac{1 + r'}{0,5 + r'}$$

und nach §. 96, Gl. (6):

$$x = 0,5 - \sqrt{e(1 - e)} \dots \dots \dots (13).$$

Letztere Gleichung war a. a. Orte durch Umformung der Gleichung

$$(1 - 2x)^2 + (1 - 2e)^2 = 1$$

entstanden, welche die Vertauschbarkeit von e und x erkennen lässt, so dass auch

$$e_1 = 0,5 - \sqrt{c'(1 - c')} \dots \dots \dots (14)$$

zu setzen ist. Beispielsweise sei wieder $c' = 0,07$, so entspricht das bei denselben Werthen von e' , v , m' und m , wie im Beispiel unter 1, einer etwas beträchtlicheren Compression im Hochdruckcylinder, doch wird gemäss (12) und (6)

$$\alpha = 0,8 \frac{p_2}{p_0}$$

voraussichtlich noch < 1 sein. Diesem Werthe $c' = 0,07$ entspricht $e_1 = 0,245$ nach (14), und man findet ausserdem

für $r = 1$	3	
$\frac{p_1}{p_0} = 1,323$		1,141
$e = 0,315$		0,312 aus (11)
$x = 0,036$		0,037 aus (13)
$\frac{p_2}{p_0} = 1,115$		1,053 aus (10)
$\alpha = 0,89$		0,84.

Der Füllungsgrad des Niederdruckcylinders, welcher im vorigen Paragraph ohne Rücksicht auf schädliche Räume etwas $> \frac{1}{v}$ gefunden wurde, ergibt sich hier etwas $< \frac{1}{v}$, übrigens nur in dem Grade, dass für solche Maschinen die Regel $ev = 1$ näherungsweise zutreffend bleibt. Verhältnissmässig mehr ist hier x entsprechend grösser, ohne jedoch $> e'$ geworden zu sein, so dass nach den Formeln des ersten Falles hätte gerechnet werden müssen. Wegen $p_1 > p_0$ ist hier e nach (2) noch grösser, als unter gleichen Umständen bei Woolf'schen Maschinen, und zwar um so mehr, je kleiner r , nämlich für $p' = 6$, $p = 0,2$

$$\text{und für } r = 1 \quad 3$$

$$e = 0,37 \quad 0,31.$$

Dieser Umstand spricht für kleine schädliche Räume des Niederdruckcylinders und für eine geräumige Zwischenkammer bei wechselläufigen Zweicylindermaschinen.

§. 98. Indicirte Hubarbeit.

Wenn bei Voraussetzung solcher Verhältnisse, wie sie im vorigen Paragraph bestimmt wurden, für einen Hub und für die Volumeinheit des Hubvolumens = $F's$ des Hochdruckcylinders mit L'_h die Arbeit des Hinterdampfdrucks auf den Hochdruckkolben, mit $-L_v$ die Arbeit des Vorderdampfdrucks auf den Niederdruckkolben, mit L_r die Expansionsarbeit des zwischen beiden Kolben befindlichen Dampfes bezeichnet wird, so ist die Gesamtarbeit für einen Hub (indicirte Hubarbeit):

$$L_i = F's(L'_h + L_r - L_v) \dots \dots \dots (1);$$

die Volumeinheit ist dabei ein prismatischer Raum von 1 Quadratcentimeter Grundfläche und 1 Meter Höhe, wenn F' in der ersteren, s in der letzteren Einheit gemäss §. 92 ausgedrückt ist. Auch ist mit Benutzung von im vorigen Paragraph gebrauchten Buchstabenbezeichnungen gemäss §. 92, Gl. (4), wenn die dort mit α_1 und α_2 bezeichneten Coefficienten auf Grund der Annahme ganz constanter Dampfspannung bei der Einströmung hinter K' und bei der Ausströmung vor K hier = 1 gesetzt werden,

$$L'_h = \left[e' + (e' + m') \ln \frac{1 + m'}{e' + m'} \right] p' \dots \dots \dots (2)$$

$$L_v = v \left[1 - c + (c + m) \ln \frac{c + m}{m} \right] p \dots \dots \dots (3).$$

Darin ist gemäss (2) im vorigen Paragraph:

$$c = \left(\frac{p_1}{p_0} \frac{p_0}{p'} \frac{p'}{p} - 1 \right) m = \left(\frac{p_1}{p_0} \frac{e' + m'}{1 + m'} \frac{p'}{p} - 1 \right) m \dots \dots \dots (4)$$

mit $\frac{p_1}{p_0}$ gemäss Gl. (1) daselbst. Der Ausdruck von L_r ist in den beiden Fällen verschieden, welche im vorigen Paragraph unterschieden wurden.

Im Falle $e' < x$ wird der Dampf hinter dem Niederdruckkolben K mit der Spannung p_2 , später vor dem Hochdruckkolben K' mit der Spannung p_0 abgesperrt. Der letztere erfordert für die Einheit von $F's$ eine Compressionsarbeit

$$= (e' + m') p_0 \ln \frac{e' + m'}{m'}$$

Der Dampf, welcher sich anfangs mit der Spannung p_0 in einem Raume = $1 - e'$ im Hochdruckcylinder befand und nicht vor K' comprimirt wird, erfüllt später den Niederdruckcylinder C mit einer Spannung = der Expansionsendspannung desselben, welche mit p_e bezeichnet sei; er leistet also eine resultirende Expansionsarbeit

$$= (1 - e') p_0 \ln \frac{p_0}{p_e}$$

Endlich geht auch die Spannung p_1 des anfangs im schädlichen Raume $= m v$ von C befindlichen Dampfes durch seine Expansion in p_e über, entsprechend der Arbeit:

$$m v p_1 \ln \frac{p_1}{p_e}$$

Wegen $\frac{p_1}{p_e} = \frac{p_1 p_0}{p_0 p_e}$ und $\frac{p_0}{p_e} = \frac{p_0 p_2}{p_2 p_e}$ ist folglich:

$$\begin{aligned} L_r &= \left[-(c' + m') \ln \frac{c' + m'}{m'} + \left(1 - c' + m v \frac{p_1}{p_0} \right) \ln \frac{p_0}{p_e} + m v \frac{p_1}{p_0} \ln \frac{p_1}{p_0} \right] p_0 \\ &= \left[-(c' + m') \ln \frac{c' + m'}{m'} + \left(1 - c' + m v \frac{p_1}{p_0} \right) \ln \left(\frac{p_0 (1 + m)}{p_2 e + m} \right) \right. \\ &\quad \left. + m v \frac{p_1}{p_0} \ln \frac{p_1}{p_0} \right] \frac{c' + m'}{1 + m'} p' \dots (5). \end{aligned}$$

Die Spannungsverhältnisse $\frac{p_1}{p_0}$ und $\frac{p_0}{p_2}$ sind dabei durch die Gleichungen (1) und (4) im vorigen Paragraph, c' durch (6) daselbst bestimmt.

Im Falle $c' > x$ wird der Dampf vor K' mit der Spannung p_2 , später hinter K mit der Spannung p_0 abgesperrt. Die Compression in C' erfordert also jetzt einen Arbeitsaufwand

$$= (c' + m') p_2 \ln \frac{c' + m'}{m'}$$

Das Volumen des Dampfes von der anfänglichen Spannung p_0 , welcher aus C' nach C überströmt, ist jetzt

$$= 1 + m' - \frac{p_2}{p_0} (c' + m'),$$

die entsprechende Expansionsarbeit

$$= \left[1 + m' - \frac{p_2}{p_0} (c' + m') \right] p_0 \ln \frac{p_0}{p_e}$$

Die Expansionsarbeit des anfangs im schädlichen Raume von C befindlichen Dampfes hat denselben Ausdruck, wie im vorigen Falle; es ergibt sich also mit Rücksicht darauf, dass jetzt

$$\frac{p_0}{p_e} = \frac{1 + m}{e + m}$$

ist,

$$\begin{aligned} L_r &= \left[-(c' + m') \frac{p_2}{p_0} \ln \frac{c' + m'}{m'} + \left\{ 1 + m' - \frac{p_2}{p_0} (c' + m') + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + m v \frac{p_1}{p_0} \right\] \ln \frac{1 + m}{e + m} + m v \frac{p_1}{p_0} \ln \frac{p_1}{p_0} \right] \frac{c' + m'}{1 + m'} p' \dots (6), \end{aligned}$$

worin $\frac{p_1}{p_0}$ ebenso wie oben, dagegen $\frac{p_2}{p_0}$ durch (10) und (14) im vorigen Paragraph, c' durch (12) daselbst bestimmt ist.

Im Grenzfalle $m = m' = 0$, also $c = c' = 0$ ist

$$c' < x \text{ und } \frac{p_0}{p_2} = \frac{x+r}{r} = ev$$

nach Gl. (7), §. 95; somit nach obigen Gleichungen (2), (3), (5) und (1):

$$L'_h = \left(1 + \ln \frac{1}{e}\right) e' p'; \quad L_v = vp$$

$$L_r = e' p' \ln \frac{p_0}{ep_2} = e' p' \ln v$$

$$L_i = F's \left[\left(1 + \ln \frac{v}{e}\right) e' p' - vp \right] = F's p_i \left. \dots \dots \dots (7) \right\}$$

$$\text{mit } p_i = \left(1 + \ln \frac{1}{\varepsilon}\right) \varepsilon p' - p \text{ und } \varepsilon = \frac{e'}{v}$$

in Uebereinstimmung mit Gl. (4), §. 92, wenn darin

$$\alpha_1 = \alpha_2 = e_2 = 1 \text{ und } m = 0,$$

$$e_1 = \varepsilon, \quad p_1 = p', \quad p_2 = p$$

gesetzt wird. In der That muss natürlich ohne Rücksicht auf schädliche Räume die indicirte Arbeit für einen Hub bei gleicher Einströmungs- und gleicher Ausströmungsspannung mit derjenigen einer Eincylindermaschine übereinstimmen, deren Cylinder = dem Niederdruckcylinder und deren Füllungsgrad = $\frac{e'}{v}$ ist. —

Beispielsweise findet man für eine Woolf'sche Maschine, bei welcher gemäss den Bestimmungen im vorigen Paragraph:

$$\begin{array}{cccc} w = 1 & x = 1 - e & e = 0,454 & c = 0,27 \\ r = 1 & v = 3 & e' = 0,3 & c' = 0,07 \\ p = 0,2 & m = 0,03 & p' = 6 & m' = 0,05 \end{array}$$

ist, aus (2), (3) und (5):

$$L'_h = 4,107; \quad L_v = 0,852; \quad L_r = 2,053$$

$$p_i = \frac{L_i}{F's} = \frac{L_h + L_r - L_v}{v} = 1,769;$$

für eine wechselläufige Zweicylindermaschine mit

$$w = 0,5 \quad x = 0,036 \quad e = 0,315 \quad c = 0,37$$

unter übrigens denselben Umständen aus (2), (3) und (6):

$$L'_h \text{ wie oben; } L_v = 1,000; \quad L_r = 2,106$$

$$p_i = 1,738;$$

dagegen ohne Rücksicht auf schädliche Räume und somit auch ohne Compression vor den Kolben für beide Fälle aus (7):

$$p_i = 1,782.$$

Im Vergleich mit letzterem Werthe ist hier p_i bei der Woolf'schen Maschine = 0,993, bei der wechselläufigen Zweicylindermaschine, bei welcher die Compression vor K , für den Fall des Beispiels auch vor K' erheblicher ist, nur = 0,975. Der im §. 94 für Eincylindermaschinen angestellten Untersuchung ist übrigens zu entnehmen, dass mit Rücksicht auf ein möglichst grosses Verhältniss der indicirten Arbeit zum Dampfverbrauch die Compression besonders vor dem Hochdruckkolben hier übermässig gross angenommen wurde.

Die Umständlichkeit der Berechnung besonders von L_r gemäss (5) oder (6) lässt es vorziehen, den gemäss (7) berechneten Werth von p_i nach Schätzung etwas zu verkleinern und durch ein (später zu besprechendes) graphisches Verfahren zu prüfen, ev. zu verbessern.

§. 99. Cylinderverhältniss von Woolf'schen Maschinen bei gegebener Gesamtexpansion.

Wenn bei gegebenen Spannungen p' und p bzw. des in den Hochdruckcylinder einströmenden und des aus dem Niederdruckcylinder ausströmenden Dampfes seine Spannung zu Ende der Expansion in letzterem = p_e angenommen wird, wobei die Bestimmungen im §. 93 für eine Eincylindermaschine als Anhalt dienen können, so ist bei Abstraction von schädlichen Räumen das resultirende Expansionsverhältniss:

$$\frac{p_e}{p'} = \frac{p_e p_0}{p_0 p'} = \frac{e'}{v} = \epsilon,$$

so dass durch die Annahme von v auch $e' = \epsilon v$ bestimmt ist. Der Wah dieses Verhältnisses v der Hubvolumina beider Cylinder zunächst einer Woolf'schen Maschine können verschiedene Forderungen zugrunde gelegt werden. Die Rücksicht auf möglichste Gleichförmigkeit des Ganges bei gegebener rotirender Masse und constantem Widerstandsmomente würde auf die Forderung möglichst geringer Veränderlichkeit des auf die Kurbelwelle wirkenden Kraftmomentes hinauslaufen, welche jedoch zu Weitläufigkeiten führt und durch die Forderung möglichst kleiner Veränderlichkeit des Dampfdrucks auf beide Kolben zusammen ersetzt werde. Derselbe sei für die Einheit der Hochdruckkolbenfläche F' mit P bezeichnet bei Abstraction von schädlichen Räumen und entsprechenden Compressionen, sowie bei Voraussetzung sehr langer Kurbel-

stangen, wie bisher, so dass die Formeln in §. 96 unter 1. hier Anwendung finden können.

Sind dann p'_h und p'_v die Dampfspannungen bezw. hinter und vor K' , p_h und p_v dieselben hinter und vor K , so ist $p_v = p$ zu setzen und

$$P = p'_h - p'_v + v(p_h - p) \dots \dots \dots (1).$$

Dieser Druck ist zu Anfang eines Hubes am grössten = P_1 , zu Ende am kleinsten = P_2 . Denn p'_h , anfangs = p' , nimmt ab bis $p_0 = e'p'$; so lange die Einströmung in den Niederdruckcylinder dauert, ist $p_h = p'_v$ und nimmt

$$- p'_v + v p_h = (v - 1)p'_v$$

ab, während nachher p'_v wieder bis p_0 zunimmt, p_h weiter abnimmt bis $p_c = \epsilon p'$; p ist constant. Gemäss (1) und wegen $e' = \epsilon v$ ist somit:

$$P_1 = p' - e'p' + v(e'p' - p) = (1 - \epsilon v + \epsilon v^2)p' = v p \dots (2)$$

$$P_2 = e'p' - e'p' + v(\epsilon p' - p) = v(\epsilon p' - p) \dots \dots (3).$$

Der Forderung entsprechend soll das Verhältniss

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1 - \epsilon + \epsilon v - \frac{p}{p'}}{\epsilon - \frac{p}{p'}} \dots \dots \dots (4)$$

möglichst klein sein, was bei gegebenen Grössen von p' , p und ϵ dann der Fall ist, wenn

$$\frac{1}{v} + \epsilon v$$

möglichst klein, also $-\frac{1}{v^2} + \epsilon = 0$ ist, folglich

$$\frac{1}{v} = \sqrt{\epsilon} = e' \dots \dots \dots (5).$$

Hiermit wird nach (4) das Verhältniss des grössten zum kleinsten, nämlich des anfänglichen zum schliesslichen Gesamtdruck:

$$\min \frac{P_1}{P_2} = q = \frac{2\sqrt{\epsilon} - \epsilon - \frac{p}{p'}}{\epsilon - \frac{p}{p'}} = \frac{1 - \frac{p}{p'} - (1 - \sqrt{\epsilon})^2}{\epsilon - \frac{p}{p'}} \dots (6),$$

wogegen das entsprechende Verhältniss bei einer Eincylindermaschine unter sonst gleichen Umständen

$$q_1 = \frac{p' - p}{\epsilon p' - p} = \frac{1 - \frac{p}{p'}}{\epsilon - \frac{p}{p'}} \dots \dots \dots (7)$$

wäre; bei der Woolf'schen Maschine ist es also günstigsten Falls kleiner im Verhältniss:

$$\frac{q}{q_1} = 1 - \frac{(1 - \sqrt{\varepsilon})^2}{1 - \frac{p}{p'}} \dots \dots \dots (8).$$

Wäre z. B. $p' = 8$, $p = 0,2$ und würde $p_e = 0,6$ angenommen, also

$$\varepsilon = \frac{p_e}{p'} = 0,075,$$

so würde aus (5), (6) und (7) folgen:

$$\frac{1}{v} = e' = \sqrt{0,075} = 0,274$$

$$q_1 = 19,5 \text{ und } q = 8,96 = 0,46 q_1,$$

entsprechend einer zwar noch erheblichen, aber doch wesentlich kleineren Veränderlichkeit des gesammten Dampfdrucks auf beide Kolben zusammen als des Drucks auf den einzigen Kolben einer Einzylindermaschine unter sonst gleichen Umständen.

Eine solche Bestimmung des Cylinderverhältnisses v erscheint besonders bei gleichläufigen Woolf'schen Maschinen am Platze, bei welchen der Druck auf die Kurbelwelle = der Summe der gleichgerichteten Dampfdrucke auf die beiden Kolben = $F'P$ ist. Bei gegenläufigen Woolf'schen Maschinen ist dagegen dieser Druck = der Differenz jener, weil dann entgegengesetzt gerichteten Kolbenkräfte, und liegt darin ein Vorzug dieses Systems; fraglicher Druck würde in diesem Falle durchschnittlich am kleinsten ausfallen, wenn das Cylinderverhältniss v gemäss der Forderung gleicher Arbeitsvertheilung unter beide Cylinder bestimmt würde. Behufs dieser Bestimmung seien für einen Hub und für die Einheit des Hubvolumens $F's$ des Hochdruckeylinders

$$L'_h \text{ und } -L'_v$$

die Arbeiten bezw. des Hinter- und des Vorderdampfes im Hochdruckcylinder,

$$L_h \text{ und } -L_v$$

die entsprechenden Arbeiten im Niederdruckcylinder. Unter den früheren Voraussetzungen ist dann

$$L_h = p_0 \left(1 + \ln \frac{1}{e'} \right) \dots \dots \dots (9).$$

Der Dampf zwischen beiden Kolben und in der Zwischenkammer, welcher sich zu Anfang des Hubes mit der Spannung p_0 in einem Raume = $1 + v$

befindet, hat zu Ende der Einströmung in den Niederdruckcylinder die kleinere Spannung p_2 , entsprechend der Expansionsarbeit:

$$L = p_0(1 + r) \ln \frac{p_0}{p_2}.$$

Diese vertheilt sich, indem dabei die Kolben K' und K stets gleiche Wege, also Räume durchlaufen, welche sich wie die Kolbenflächen $1:v$ verhalten, wobei jedoch K' auf der Vorderseite, K auf der Hinterseite von dem betreffenden Dampf gedrückt wird, im Verhältnisse $-1:v$ unter beide Cylinder C' und C , d. h. mit den Antheilen

$$\frac{-1}{v-1} L \text{ und } \frac{v}{v-1} L.$$

Indem ferner nach der Absperrung von C der Vorderdampf von C' in die Zwischenkammer hinein comprimirt wird, wobei seine Spannung von p_2 wieder bis p_0 zunimmt, ist

$$L'_v = \frac{L}{v-1} + p_0 r \ln \frac{p_0}{p_2}$$

oder mit Rücksicht auf den obigen Ausdruck von L :

$$L'_v = p_0 \left(\frac{1+r}{v-1} + r \right) \ln \frac{p_0}{p_2} = p_0 \frac{1+vr}{v-1} \ln \frac{p_0}{p_2} \dots \dots \dots (10).$$

Im Niederdruckcylinder C befindet sich jetzt mit der Spannung p_2 dieselbe Dampfmenge, welche zu Anfang des Hubes mit der Spannung p_0 das Hubvolumen $= 1$ von C' erfüllte, expandirt aber in C weiter von p_2 bis p_e . Es ist also

$$L_h = \frac{v}{v-1} L + p_0 \ln \frac{p_2}{p_e}$$

oder wegen

$$\frac{p_2}{p_e} = \frac{p_0 p_2}{p_e p_0} = v \frac{p_2}{p_0}$$

$$\begin{aligned} L_h &= p_0 \left[\frac{v}{v-1} (1+r) \ln \frac{p_0}{p_2} + \ln v + \ln \frac{p_2}{p_0} \right] \\ &= p_0 \left[\left(\frac{v+vr}{v-1} - 1 \right) \ln \frac{p_0}{p_2} + \ln v \right] \\ &= p_0 \left(\frac{1+vr}{v-1} \ln \frac{p_0}{p_2} + \ln v \right) = L'_v + p_0 \ln v \end{aligned}$$

gemäss (10). Indem endlich $L_v = p v$ ist, führt die Forderung

$$L'_h - L'_v = L_h - L_v$$

zu der Gleichung:

$$L'_h = 2 L'_v + p_0 \ln v - p v$$

oder mit Rücksicht auf (9) und (10):

$$1 + \ln \frac{1}{e'} = 2 \frac{1 + vr}{v - 1} \ln \frac{p_0}{p_2} + \ln v - \frac{pv}{p_0}$$

oder endlich mit

$$\frac{p_0}{p_2} = \frac{v + vr}{1 + vr} \text{ gemäss §. 96 (2),}$$

ferner wegen

$$\frac{pv}{p_0} = \frac{pv}{e' p'} = \frac{p}{\varepsilon p'}$$

und

$$\ln v - \ln \frac{1}{e'} = \ln(e' v) = \ln(\varepsilon v^2):$$

$$\ln(\varepsilon v^2) + 2 \frac{1 + vr}{v - 1} \ln \frac{v + vr}{1 + vr} = 1 + \frac{p}{\varepsilon p'} \dots \dots \dots (11).$$

Dieser Gleichung entspricht z. B. im obigen Falle

$$p' = 8, p = 0,2 \text{ und } \varepsilon = 0,075,$$

$$\text{wenn dabei } r = 0 \text{ ist, } \frac{1}{v} = 0,214 < \sqrt{\varepsilon}$$

$$\text{wenn } r = 1 \text{ ist, } \frac{1}{v} = 0,314 > \sqrt{\varepsilon}.$$

Die entsprechenden Füllungen des kleinen und des grossen Cylinders, letztere gemäss §. 96, Gl. (1) als Maximalwerthe (wegen der schädlichen Räume und besonders der Compression in C' nach §. 97 um so mehr zu verkleinern, je grösser r), wären

für $r = 0$	1
$e' = \varepsilon v = 0,35$	0,24
$e = 1$	0,48

Die Grösse der Zwischenkammer ist also hier von wesentlichem Einfluss, und zwar bedingt die Forderung einen um so grösseren Hochdruckcylinder, je grösser r ist; gemäss Fig. 89, §. 96, konnte das erwartet werden, weil sich mit zunehmender Grösse der Zwischenkammer die Drucklinie ced der Geraden ed nähert, das Arbeitsdiagramm des Hochdruckcylinders verkleinernd. Mit Rücksicht auf die Gleichförmigkeit des Ganges bleibt übrigens die Forderung, welche die Gleichung (5) zur Folge hatte, auch bei gegenläufigen Woolf'schen Maschinen berechtigt, so dass es passend sein dürfte, das Cylinderverhältniss bei ihnen zwischen den Werthen anzunehmen, welche den Gleichungen (5) und (11) entsprechen.

Die Berücksichtigung von schädlichen Räumen, Compressionen und anderen Nebenumständen, welche die Rechnung sehr umständlich machen

würde, kann das Ergebniss etwas ändern, indessen voraussichtlich doch nur in solchem Masse, dass die verhältnissmässig einfache rechnerische Bestimmung gemäss (5) und (11) als eine angenäherte zu betrachten ist, welche auf graphischem Wege nachträglich geprüft und ev. verbessert werden mag.

§. 100. Cylinderverhältniss von wechselläufigen Zweicylindermaschinen.

Der Zweck, welcher dem Kurbelstellungswinkel $\omega = 90^\circ$ zugrunde liegt, würde am vollkommensten erreicht werden, wenn das resultirende Expansionsverhältniss $\varepsilon = \frac{p_e}{p'}$, so unter die Factoren

$$\frac{1}{v} \text{ und } e' = \varepsilon v$$

vertheilt würde, dass der Ungleichförmigkeitsgrad der Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle ein Minimum, dass also bei Voraussetzung eines constanten Widerstandsmoments bezüglich dieser Welle die auf dieselbe übertragenen indicirten Arbeiten in den aufeinander folgenden gleichen Zeitelementen möglichst wenig verschieden sind. Indem aber diese Bedingung zu erheblichen Weitläufigkeiten führt, mag sie hier näherungsweise durch die Forderung ersetzt werden, dass die indicirten Arbeiten bei allen Viertelumdrehungen der Kurbelwelle zwischen aufeinander folgenden Hubwechsell des Hochdruckkolbens K' und des Niederdruckkolbens K gleich gross sein sollen. Dabei werden mit Benutzung derselben Buchstabenbezeichnungen dieselben vereinfachenden Voraussetzungen zugrunde gelegt, wie in den §§. 95, 96 und im vorigen Paragraph; insbesondere wird auch hier von schädlichen Räumen abgesehen und von vornherein e' sowohl wie $e < 0,5$ vorausgesetzt, wie es thatsächlich unter normalen Umständen der Fall ist. Bezogen auf die Einheit des Hubvolumens $F's$ des Hochdruckcylinders sei hier

L_a die gesammte indicirte Arbeit für die Zeit von einem Hubwechsel von K' bis zum folgenden Hubwechsel von K ,

L_b die fragliche Arbeit für die Zeit von einem Hubwechsel von K bis zum folgenden Hubwechsel von K' ; in jeder dieser Zeiten macht die Kurbelwelle eine Viertelumdrehung.

Offenbar ist dann:

$$L_a = p'e' \left(1 + \ln \frac{0,5}{e'} \right) - p'e'(1+r) \ln \frac{1+r}{0,5+r} + p_2 ev \ln 2 - p \frac{v}{2} \quad (1).$$

Das erste Glied dieses Ausdrucks ist die betreffende Arbeit des hinter K' auf dem Wege $e's$ mit der Spannung p' einströmenden und dann auf dem Wege $(0,5 - e)s$ expandirenden Dampfes. Das zweite Glied entspricht der Arbeit, welche aufgewendet werden muss, um den Dampf, der vor K' anfangs den ganzen Hochdruckcylinder und die Zwischenkammer, somit einen Raum $= 1 + r$ mit der Spannung $p_0 = p'e'$ erfüllt, bis zum Volumen $0,5 + r$ zu comprimiren. Das dritte Glied ist die Expansionsarbeit im Niederdruckcylinder hinter K , nämlich des Dampfes, welcher hier vorher mit der Spannung p_2 in einem Raume $= ev$ abgesperrt worden war, während der hier in Rede stehenden Zeit aber, nämlich bei der Bewegung des Niederdruckkolbens K von der Mitte bis zum Ende seines Hubes auf das Doppelte seines Volumens sich ausdehnt. Das letzte Glied ist die von K zur Ueberwindung des Vorderdampfdrucks aufzuwendende Arbeit. Indem aber nach Gleichung (7), §. 96

$$p_2 ev = p_0 = p'e'$$

und weil auch $\ln \frac{0,5}{e} + \ln 2 = \ln \frac{1}{e}$ ist, kann Gl. (1) geschrieben werden:

$$L_a = p'e' \left[1 + \ln \frac{1}{e} - (1+r) \ln \frac{1+r}{0,5+r} \right] - \frac{pv}{2} \dots \dots (2).$$

Andrerseits ist:

$$L_b = p'e' \ln 2 + p'e'(1+r) \ln \frac{x+r+ev}{0,5+r} - p'e'r \ln \frac{x+r}{r} + p_2 ev \ln \frac{0,5}{e} - \frac{pv}{2} \dots \dots (3).$$

Hier ist das erste Glied die Expansionsarbeit des Hinterdampfes im Hochdruckcylinder für die zweite Hälfte des Hubes von K' , worauf sich L_b bezieht. Das zweite Glied ist die Expansionsarbeit des vor K' und in der Zwischenkammer befindlichen Dampfes, welcher zu Anfang des Hubes von K' im Raume $1+r$ die Spannung $p_0 = p'e'$ hatte, während der Einströmung in den Niederdruckcylinder, womit eine Expansion im Verhältnisse

$$0,5 + r : x + r + ev$$

verbunden ist. Indem dann der Dampf mit der Spannung p_2 einerseits vor K' im Raume $= x+r$, andererseits hinter K im Raume $= ev$ abgesperrt wird, ist als drittes Glied die Arbeit abzuziehen, welche aufgewendet werden muss, um erstere Dampfmenge in die Zwischenkammer hinein wieder bis zur Spannung $p'e'$ zu comprimiren, dagegen als viertes Glied die Expansionsarbeit des hinter K in den Niederdruckcylinder

eingeströmten Dampfes bei seiner Volumvergrößerung von ev bis $0,5v$ hinzuzufügen. Das letzte Glied entspricht wieder dem Vorderdampfdrucke p in diesem Cylinder. Wegen

$$p_2 ev = p' e' \text{ und } \ln 2 + \ln \frac{0,5}{e} = \ln \frac{1}{e}$$

und weil nach §. 95, Gl. (7)

$$x + r = evr$$

ist, kann Gl. (3) auch auf die Form gebracht werden:

$$\begin{aligned} L_b &= p' e' \left[\ln \frac{1}{e} + (1+r) \left\{ \ln(ev) + \ln \frac{1+r}{0,5+r} \right\} - r \ln(ev) \right] - \frac{pv}{2} \\ &= p' e' \left[\ln v + (1+r) \ln \frac{1+r}{0,5+r} \right] - \frac{pv}{2} \dots \dots \dots (4). \end{aligned}$$

Die Forderung $L_a = L_b$ liefert endlich zur Bestimmung von v als Function von ϵ und r die Gleichung:

$$\ln(\epsilon v^2) + 2(1+r) \ln \frac{1+r}{0,5+r} = 1 \dots \dots \dots (5).$$

Ihr entspricht für $r = 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \infty$

$$\frac{1}{v\sqrt{\epsilon}} = 1,21 \quad 1,08 \quad 1,05 \quad 1,03 \quad 1,$$

so dass sie, für $r = \infty$ mit der für Woolf'sche Maschinen im vorigen Paragraph unter (5) aufgestellten Regel zusammenfallend, bei gegebener Gesamtexpansion um so grössere Hochdruckcylinder verlangt, je kleiner die Zwischenkammer ist, während das Hubvolumen des Niederdruckcylinders (bei Abstraction von schädlichen Räumen) von r unabhängig, nämlich bei gegebenen Werthen von p' , p und ϵ durch Gl. (7), §. 98, bestimmt ist. In dieser Hinsicht erscheint eine grosse Zwischenkammer hier vortheilhaft, während es bei Woolf'schen Maschinen wenigstens gemäss Gl. (11) im vorigen Paragraph sich umgekehrt verhielt. Uebrigens kann man veranlasst sein, den Hochdruckcylinder einer gegenläufigen Zweicylindermaschine noch etwas grösser zu machen, als er gemäss Gl. (5) bei Voraussetzung des normalen Werthes von ϵ sein sollte, wenn nämlich die Maschine durch Vergrößerung von e' häufig über ihre normale Leistung hinaus beansprucht werden soll; indem dann auch ϵ entsprechend grösser wird, entspricht der Gleichung (5) ein grösserer Werth von $\frac{1}{v}$.

Für das Beispiel des vorigen Paragraph:

$$p' = 8, \quad p = 0,2 \text{ und } \epsilon = 0,075$$

wäre im Falle $r = 1$ nach Obigem:

$$\frac{1}{v} = 1,08 \sqrt{0,075} = 0,30 \text{ und } e' = \varepsilon v = 0,25$$

sowie der (ohne Rücksicht auf schädliche Räume) den Spannungsfall vermeidende Füllungsgrad des Niederdruckcylinders gemäss (3) und (4) im §. 96:

$$e = 0,311 \text{ wenig } > \frac{1}{v},$$

während die schädlichen Räume nach §. 97 einen etwas kleineren Werth von e verlangen, so dass vorläufig $e = 0,3$ gesetzt werden könnte, vorbehaltlich der ohnehin erforderlichen, am besten graphischen Prüfung und ev. Berichtigung mit Rücksicht auf den Einfluss von Nebenumständen.

Die Vergrösserung der Zwischenkammer über $r = 1$ hinaus ist zwar zur Verkleinerung des Hochdruckcylinders gemäss (5) nur von geringer Bedeutung; in höherem Grade könnte indessen dadurch die Veränderlichkeit des auf die Kurbelwelle ausgeübten Kraftmomentes vermindert werden. Letzteres lässt sich am leichtesten für die Hubwechsel der Kolben berechnen, indem es dann nur von dem Dampfdruck auf den in seiner Mittelstellung befindlichen Kolben herrührt, und der Hebelarm dieses Drucks = der Kurbellänge ist. Bezogen auf die Einheit dieser Länge und auf die Einheit der Hochdruckkolbenfläche sei fragliches Moment für die Hubwechsel des Hochdruckkolbens = M , für die Hubwechsel des Niederdruckkolbens = M' ; näherungsweise lässt sich dann annehmen, dass das Moment überhaupt um so weniger veränderlich sein wird, je mehr sich das Verhältnis $M:M'$ der Einheit nähert. Wie leicht erkennbar, ist nun

$$M = v \left(p_2 \frac{e}{0,5} - p \right)$$

oder wegen

$$p_2 e v = p' e', \text{ also } p_2 e = p' \frac{e'}{v} = p' \varepsilon$$

$$M = v \left(2 \varepsilon p' - p \right) \dots \dots \dots (6),$$

$$M' = p' \frac{e'}{0,5} - p_0 \frac{1+r}{0,5+r}$$

$$= p' \varepsilon' \left(2 - \frac{1+r}{0,5+r} \right) = \frac{p' \varepsilon' r}{0,5+r} \dots \dots \dots (7),$$

$$\frac{M}{M'} = \frac{v}{\varepsilon'} \frac{0,5+r}{r} \left(2\varepsilon - \frac{p}{p'} \right) = \left(1 + \frac{1}{2r} \right) \left(2 - \frac{1}{\varepsilon} \frac{p}{p'} \right) \dots \dots (8).$$

Wegen $\varepsilon = \frac{p_0}{p'} > \frac{p}{p'}$ ist

$$\frac{M}{M'} > 1 + \frac{1}{2r}$$

und nähert sich der Einheit mit wachsendem r . Z. B. im Falle

$$p' = 8, \quad p = 0,2 \quad \text{und} \quad \varepsilon = 0,075$$

$$\text{ist } \frac{M}{M'} = 2,5 \quad 2,08 \quad 1,94$$

$$\text{für } r = 1 \quad 2 \quad 3$$

Wenigstens bis $r = 2$ ist in dieser Hinsicht noch ein wesentlicher Vortheil durch Vergrößerung der Zwischenkammer zu erwarten. Beschränkt wird dieselbe freilich durch die Erwägung, dass mit ihrer Vergrößerung auch die Dampfmenge zunimmt, welche zu ausreichender Heizung dieser Kammer mit Hülfe eines Dampfmantels aufzuwenden ist.

§. 101. Graphische Untersuchung von Zwei- und Mehrcylindermaschinen.

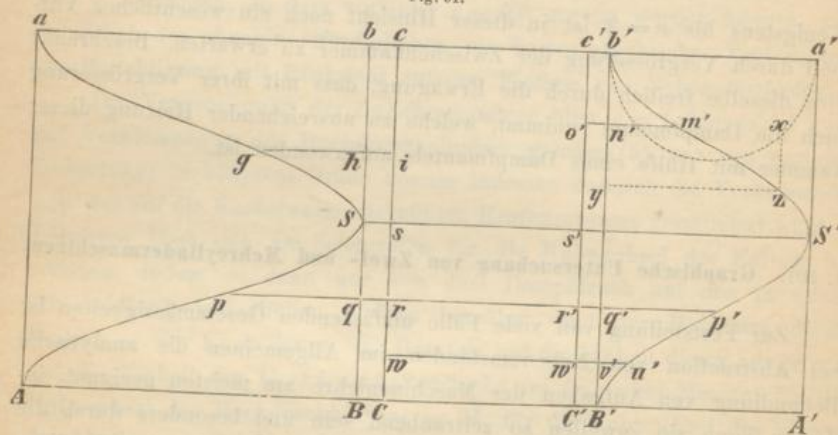
Zur Feststellung von viele Fälle umfassenden Gesetzmässigkeiten ist bei Abstraction von Nebenumständen im Allgemeinen die analytische Behandlung von Aufgaben der Maschinenlehre am meisten geeignet; indessen kann sie zuweilen so zeitraubend sein und besonders durch die Berücksichtigung von Nebenumständen so erschwert und so wenig übersichtlich werden, dass ein graphisches Verfahren oder wenigstens seine Verbindung mit der Rechnung vorzuziehen ist. Besonders gilt dies dann, wenn es sich nicht sowohl um Gesetzmässigkeiten für eine Gruppe von Fällen, als vielmehr um einen bestimmten Einzelfall handelt, wie er dem konstruirenden Maschineningenieur eben vorliegt, welcher zudem in der Benutzung graphischer Methoden geübt ist und die betreffenden Hilfsmittel beständig zur Hand hat. Hier werde deshalb noch kurz gezeigt, wie solche Aufgaben bezüglich mehrcylindriger Dampfmaschinen, welche in den vorhergehenden Paragraphen analytisch erörtert wurden, in der Anwendung auf besondere Fälle auch mit Hülfe graphischer Methoden behandelt werden können.*

Vor Allem handelt es sich dabei um eine übersichtliche bildliche Darstellung der Grössen der vom Dampfe nach und nach erfüllten Räume, was am einfachsten durch proportionale gerade Strecken geschehen kann;

* Siehe M. Schröter, Methode der graphischen Behandlung mehrcylindriger Dampfmaschinen. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1884, S. 191 u. ff.

solche Darstellung, welche die fraglichen Volumina für jeden Kurbelwinkel, bzw. für jede Kolbenstellung mit dem Zirkel abzugreifen gestattet, sei als Kolbendiagramm bezeichnet. Mit Rücksicht auf den dem Mariotte'schen Gesetz entsprechend anzunehmenden einfachen Zusammenhang von Druck und Volumen ergibt sich daraus das Spannungsdiagramm zugleich als Arbeitsdiagramm für jeden Cylinder und damit die graphische Lösung der jeweiligen Aufgabe.

Fig. 91.



Zur Zeichnung des Kolbendiagramms werden auf einer Geraden aa' , Fig. 91, welche als horizontal bezeichnet sei, nach willkürlichem Massstabe die Strecken

$a'b' = V' =$ dem Hubvolumen des Hochdruckzylinders C' ,

$b'c' = m'V' =$ dem zugehörigen schädlichen Raum,

$c'e' = R = rV' =$ dem Volumen der Zwischenkammer,

$e'b' = mV' =$ dem schädlichen Raum des Niederdruckzylinders C ,

$ba = V = vV' =$ dem Hubvolumen von C aneinander getragen, und

normal dazu die (als vertical bezeichneten) geraden Strecken $a'A'$, $b'B'$ etc. von gleicher, übrigens beliebiger Länge gezogen. Der Punkt b' entspreche der Todtlage des Hochdruckkolbens K' , von welcher an hinter ihm der Dampf einströmt, dessen Zustandsänderungen in der Maschine zu prüfen sind. Zwischen $a'A'$ und $b'B'$ wird dann die Curve $b'S'B'$ als Diagramm des Hochdruckkolbens so verzeichnet, dass für $b'a'$ und $b'B'$ als Axen die verticale Coordinate $b'y$ irgend eines Punktes z der Curve dem Kurbelwinkel (dem Drehungswinkel der Kurbel von der dem Punkte b' entsprechenden Todtlage an), die horizontale Coordinate yz dem entsprechenden

Kolbenvolumen, also auch dem Kolbenwege proportional ist. Bei Voraussetzung einer sehr langen Kurbelstange findet man irgend einen solchen Punkt z , indem man über $a'b'$ als Durchmesser einen Kreis beschreibt, irgend einen Punkt x in seiner Peripherie annimmt, die Strecke $b'y$ zu $b'B'$ in dasselbe Verhältniss setzt, welches der Bogen $b'x$ zur Kreisperipherie hat, und endlich xz vertical zieht bis zum Schnitt mit der Horizontalen durch y . Sollte die beschränkte Länge der Kurbelstange berücksichtigt werden, so wäre mit derselben aus b' und x die Gerade $a'b'$ einzuschneiden (ihre Verlängerung über a' oder b' , jenachdem b' ein äusserer oder ein innerer Todtpunkt ist) und die Horizontale durch $y =$ der Entfernung beider Schnittpunkte zu machen. Die Theilung des Kreises über $a'b'$ und der Strecke $b'B'$ in etwa je 16 gleiche Theile ergibt eine zur Verzeichnung der Curve $b'S'B'$ in der Regel genügende Zahl günstig gelegener entsprechender Punkte x, y .

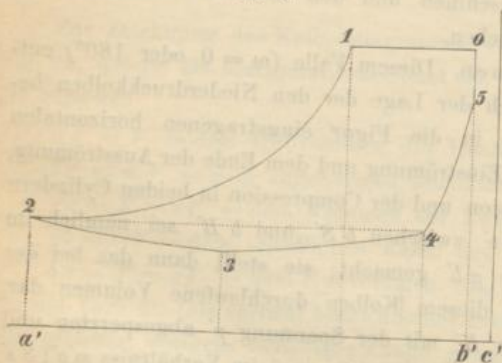
Das Diagramm des Niederdruckkolbens K ergibt sich analoger Weise mit Hülfe eines Kreises über ab , und zwar ist es zwischen aA und bB in solcher Lage zu zeichnen, dass die Strecke von a bis zu dem in aA liegenden Scheitelpunkte dem Kurbelwinkel ω proportional ist, wenn die Kurbel von K derjenigen von K' um den Winkel ω voreilt, wie es bisher angenommen wurde. In dieser Beziehung mögen die zwei Fälle näher betrachtet werden, welche besonders von Interesse sind, indem sie den Woolf'schen Maschinen und den üblichen wechselläufigen Zweicylindermaschinen entsprechen.

1) Woolf'sche Maschinen. Diesem Falle ($\omega = 0$ oder 180°) entspricht die Figur 91 bezüglich der Lage der den Niederdruckkolben betreffenden Curve aSA . Die in die Figur eingetragenen horizontalen Strecken sollen dem Ende der Einströmung und dem Ende der Ausströmung, also dem Anfange der Expansion und der Compression in beiden Cylindern entsprechen. Die Strecke $m'n'$ zwischen $b'S'$ und $b'B'$ sei nämlich im Verhältnisse $e':1$ kleiner als $a'b'$ gemacht; sie stellt dann das bei der Einströmung hinter K' von diesem Kolben durchlaufene Volumen dar, $m'o'$ das Volumen des hinter K' mit der Spannung p' abgesperrten und demnächst in C' (abgesehen von Vorausströmung) im Verhältniss $m'o':S's'$ bis zur Spannung p_0 expandirenden Dampfes. Beim Hubwechsel erfolgt die Mischung dieses Dampfes mit demjenigen, welcher sich in der Zwischenkammer und im schädlichen Raume des Niederdruckeylinders C befindet, indem (abgesehen auch von Voreinströmung in C) die betreffenden Dampfwege gleichzeitig geöffnet werden; in fraglichen Räumen $R = ss'$ und $mV = Ss$ sollen dann die Dampfspannungen unmittelbar vorher auch

= p_0 sein, was in ersterem durch entsprechende Füllung von C , in letzterem durch entsprechende Compression in diesem Cylinder zu erreichen ist. Mit dem Hubwechsel beginnt nun der Dampf aus C' durch R in C überzufließen, wobei er im Verhältniss $SS':pp'$ expandirt, wenn in Fig. 81 die Strecke $p'q$ im Verhältniss $e:1$ kleiner, als ab gemacht worden ist; in der Figur erscheint diese Expansion nur unbedeutend, weil ausser der Strecke cc' auch ab wegen Raummangel unverhältnissmässig klein gemacht wurde. Nach Schliessung des Dampfweges zwischen C und R expandirt der Dampf hinter K im Verhältniss $pr:AO$ (abgesehen von Vorausströmung), während vor K' und in R Compression bis zur Spannung p_0 stattfindet, nämlich im Volumenverhältniss $rp':w'u'$, wenn $u'v'$ in der Figur im Verhältnisse $\sigma':1$ (wieder mit Benutzung bisher gebrauchter Buchstabenbezeichnungen) kleiner, als $a'b'$ gemacht wurde. Die Zwischenkammer bleibt jetzt bis zum nächsten Hubwechsel gegen C und gegen C' abgesperrt, während in letzterem Cylinder Compression im Verhältniss $u'w':B'C'$ stattfindet.

Die Spannungs- und Arbeitsdiagramme der beiden Cylinder C' und C sind behufs übersichtlicher Vergleichung, damit nämlich gleichen Flächen gleiche Arbeiten entsprechen, entweder bei gleichem Spannungsmassstabe über Grundlinien zu construiren, welche sich wie $1:v$, oder bei gleicher

Fig. 92.



Grundlinie mit Spannungsmassstäben, welche sich wie $1:v$ verhalten; hier ist letzteres geschehen.

Bei dem Spannungsdiagramm des Hochdruckeylinders C' , Fig. 92, bietet die obere Begrenzungslinie $0-1-2$, hier ohne Rücksicht auf Drosselung gezeichnet ($0-1$ parallel der Grundlinie $a'b'$), zu Bemerkungen keinen Anlass. Beim

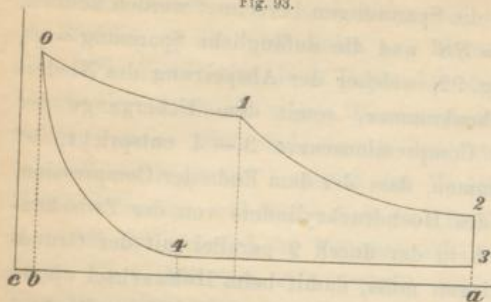
Hubwechsel tritt der Hochdruckeylinder in Communication mit der Zwischenkammer, diese mit dem schädlichen Raum des Niederdruckeylinders, und soll in diesem Augenblicke in den zwei letztgenannten Räumen, wie oben bemerkt wurde, die Spannung $= p_0 = p' \frac{e' + m'}{1 + m'}$ = der Spannung in C' sein; das Spannungsdiagramm von C' bildet bei 2, Fig. 92, eine Spitze.

Die Expansionscurve 2 — 3 ist jetzt dem Mariotte'schen Gesetze entsprechend leicht zu zeichnen, indem aus dem Kolbendiagramm Fig. 91 die verschiedenen Volumina als horizontale Strecken zwischen den Curven S_p und $S'p'$ abgegriffen und dazu die Spannungen berechnet werden können, weil das anfängliche Volumen = SS' und die anfängliche Spannung = p_0 bekannt sind. Der Punkt 3, Fig. 92, welcher der Absperrung des Niederdruckzylinders von der Zwischenkammer, somit dem Uebergange der Expansionscurve 2 — 3 in die Compressioncurve 3 — 4 entspricht, ist gemäss der Forderung zu bestimmen, dass der dem Ende der Compression, nämlich der Absperrung auch des Hochdruckzylinders von der Zwischenkammer entsprechende Punkt 4 in der durch 2 parallel mit der Grundlinie $a'b'$ gezogenen Geraden liegen muss, damit beim Hubwechsel wieder die Spannung p_0 in der Zwischenkammer vorhanden sei. Diesen Punkt 4 findet man aber dadurch, dass der Punkt 5 entsprechend der Spannung $\alpha p' < p'$, welche im schädlichen Raum von C' zu Ende des Hubes durch Compression entstanden sein soll, festgelegt und durch ihn die Compressioncurve 5 — 4 mit den Elementen construirt wird, welche dem Kolbendiagramm Fig. 91 (den horizontalen Strecken zwischen der Curve $u'B'$ und der Geraden $c'C'$ als Räumen) zu entnehmen und nach dem Mariotte'schen Gesetz zu berechnen sind. Vom Punkte 4 aus kann dann die Compressioncurve 4 — 3 mit solchen Spannungen verzeichnet werden, welche den aus Fig. 91 (als horizontale Strecken zwischen $p'u'$ und cC) sich ergebenden Räumen entsprechen. Die Lage des Schnittpunktes 3, welcher durch das Verhältniss der Projection von 2 — 3 auf die Grundlinie zur Länge $a'b'$ der letzteren den Füllungsgrad e des Niederdruckzylinders bestimmt, kann unsicher werden infolge sehr spitzen Schnittwinkels fraglicher Curven, der jedoch durch Vergrösserung des Spannungsmassstabes zu vergrössern ist. Wären die Figuren ganz correct gezeichnet, so müssten sich in Fig. 91 die Horizontalprojectionen der Curvenstrecken $b'm'$, $m'S'$, $S'p'$, $p'u'$, $u'B'$ ebenso zu einander verhalten, wie in Fig. 92 die Projectionen der Strecken 0 — 1, 1 — 2, 2 — 3, 3 — 4, 4 — 5 auf die Grundlinie $a'b'$.

Im Spannungsdiagramm des Niederdruckzylinders, Fig. 93, entspricht die Curve 0 — 1 der Curve 2 — 3 in Fig. 92 mit v -facher Vergrösserung der Ordinaten, während daran die gleichseitige Hyperbel 1 — 2 sich anschliesst, zu deren Construction als Expansionslinie die erforderlichen Daten im Kolbendiagramm Fig. 91 vorhanden sind (in den horizontalen Strecken zwischen dem Curvenstück pA und der Geraden cO). An die mit der Grundlinie parallele Ausströmungslinie 3 — 4 schliesst sich dann die Compressioncurve 4 — 0, welche bis zum Punkte 0 zu reichen hat gemäss der

Forderung, dass ein Spannungsfall auch bei Herstellung der Communication zwischen Niederdruckzylinder und Zwischenkammer vermieden werden soll.

Fig. 93.



Diese Curve ist (siehe §. 86) im Falle der Heizung des Cylinders durch einen Dampf-mantel gemäss der Gleichung $p v^n = \text{Const.}$ besser mit $n = 1,1$ bis $1,2$ zu construiren, als mit $n = 1$, indem auch gerade hier, weil die Spannungen in C mit v -mal so grossem Gewicht, als in C' in Betracht kom-

men, thunlichster Anschluss an die Wirklichkeit von besonderem Werth ist. Ob freilich der Vorthiel vollkommener Vermeidung auch dieses Spannungsfalls von R zu C , welcher die Compression des Dampfes im schädlichen Raum von C bis zur Spannung p_0 erfordert, nicht etwa durch den Arbeitsbedarf zu so erheblicher Compression aufgewogen wird, und ob es nicht demgemäss besser ist, die Compressionscurve in Fig. 93 von einem Punkte 5 aus zu zeichnen, der in $b0$ um eine gewisse Strecke $0 - 5$ unterhalb 0 liegt, so dass der Punkt 4 näher an $b0$ gerückt wird, kann fraglich erscheinen. Wenn die Volumänderung bei dieser Compression im Verhältniss der horizontalen Strecke gi , Fig. 91, zu Ss stattfindet, so verhalten sich in Fig. 91 die Horizontalprojectionen der Curvenstrecken Sp , pA , ag , gS ebenso zu einander wie in Fig. 93 die Projectionen der Strecken $0 - 1$, $1 - 2$, $3 - 4$, $4 - 0$ auf die Grundlinie ab .

Auf solche Weise findet man für eine zu entwerfende Woolf'sche Maschine insbesondere den passenden Füllungsgrad e des Niederdruck-cylinders, wenn p , p' , r , v , e' , m , m' gegeben sind. Beispielsweise mit

$$\begin{array}{lll} p = 0,15 & p' = 7 & r = v = 2,5 \\ e' = 0,2 & m = 0,04 & m' = 0,05 \end{array}$$

findet Schröter a. a. O. $e = 0,43$. Für den Fall von Compression im Hochdruckzylinder bis $0,8p'$, also mit $\alpha = 0,8$ würde aus §. 97, Gl. (6) folgen: $e' = 0,118$ und damit $e = 0,42$ aus Gl. (7) daselbst. Mit $\epsilon = \frac{e'}{v} = \frac{0,2}{2,5} = 0,08$ entspräche bei Abstraction von schädlichen Räumen der kleinsten Veränderlichkeit des Dampfdrucks auf beide Kolben zusammen:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} = 3,53 \text{ nach §. 99, Gl. (5)}$$

und gleicher Arbeitsvertheilung unter beide Cylinder:

$$v = 2,74 \text{ nach §. 99, Gl. (11).}$$

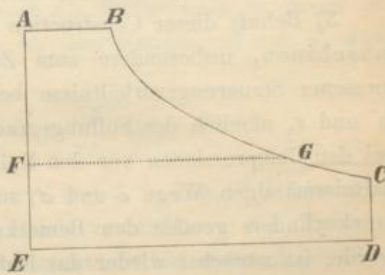
Mit Rücksicht auf die schädlichen Räume würde dieser letztere Werth etwas zu vergrössern sein, weil die entsprechende Compression in C mehr Arbeit erfordert, als in C' .

2) Ausser den Grössen p, p', r, m, m' werden in der Regel nicht auch v und e' gegeben, bezw. von vorn herein anzunehmen sein, sondern nur das Verhältniss

$$\frac{e'}{v} = \varepsilon = \frac{pe}{p'}$$

Wenn dann die Annahme von v und e' insbesondere an die Forderung gleicher Arbeitsvertheilung unter beide Cylinder geknüpft werden sollte, so kann man bemerken, dass abgesehen von schädlichen Räumen und von sonstigen Nebenumständen die Zweicylindermaschine einer eincylindrigen vom Hubvolumen Fs des Niederdruckeylinders und von der Füllung ε bei denselben Spannungen p, p' gleichwerthig ist (§. 98, Gl. 7). Wird deshalb mit p, p' und ε das ideale Arbeitsdiagramm $ABCDE$, Fig. 94, der Eincylindermaschine in bekannter Weise gezeichnet, so kommt es nur darauf an, dasselbe durch eine den Umständen

Fig. 94.



entsprechende Linie FG so zu theilen, dass die Flächen beider Theile nahe gleich gross sind, um den Theil $ABGF$ dem Hochdruckeylinder, den andern $CDEFG$ dem Niederdruckeylinder als Arbeitsdiagramm zuzuweisen. Die Endpunkte F und G dieser Theilungslinie müssten in einer mit ED parallelen Geraden liegen, damit ein Spannungsfall vom Hochdruckeylinder zur Zwischenkammer vermieden werde; dabei müsste sie abwärts oder aufwärts gekrümmt sein (der Linie cd in Fig. 89, bezw. in Fig. 90, §. 96, entsprechend), jenachdem es sich um eine Woolf'sche oder um eine wechselläufige Zweicylindermaschine handelt, beides um so mehr, je kleiner r ist, während sie für $r = \infty$ unter allen Umständen mit der Geraden FG zusammenfällt. Oder man kann auch die Fläche $ABCDE$ durch die Gerade FG so theilen, dass der obere Theil $ABGF$ bei Woolf'schen Maschinen

etwas weniger, bei wechselläufigen Maschinen etwas mehr beträgt, als die Hälfte der ganzen Fläche, beides nach Schätzung um so mehr, je kleiner r ist. Den schädlichen Räumen und den entsprechenden Compressionen vor den Kolben kann dabei auch schon schätzungsweise durch die Erwägung Rechnung getragen werden, dass durch solche Compression die indicirte Arbeit in C mehr verkleinert zu werden pflegt, als in C' , so dass schon aus diesem Grunde im idealen Arbeitsdiagramm der obere Theil $ABGF$ etwas kleiner zu machen ist, als der untere. Auf solche Weise findet man $v =$ dem Verhältnisse der geraden Strecken $ED:FG$ und $e' = \varepsilon v$. Die hiermit construirten Arbeitsdiagramme beider Cylinder ermöglichen dann durch Planimetrierung ihrer Flächen die Prüfung, bezw. Berichtigung von v und e' gemäss der Forderung. Wenn bei wechselläufigen Zweicylindermaschinen die Forderung gleich grosser indicirter Arbeiten in beiden Cylindern zusammen für alle Hubhälften zwischen aufeinander folgenden Hubwechseln der beiden Kolben zugrunde gelegt wird, so ist durch die im §. 100 gefundene entsprechende Gleichung

$$\frac{1}{v} = \mu \sqrt{\varepsilon}$$

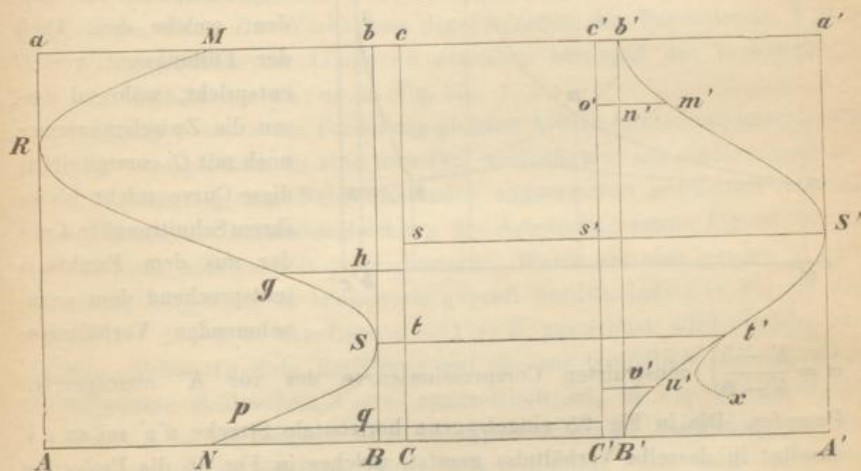
und durch die Berechnung von μ für verschiedene Werthe von r dieses Cylinderverhältniss v hinlänglich einfach bestimmbar geworden, um nach schätzungsweise Correctur mit Rücksicht auf Nebenumstände nur noch einer schliesslichen Prüfung und eventuellen Berichtigung mit Hülfe der construirten Arbeitsdiagramme beider Cylinder unterworfen zu werden.

3) Behufs dieser Construction für wechselläufige Zweicylindermaschinen, insbesondere zum Zwecke graphischer Bestimmung angemessener Steuerungsverhältnisse bei gegebenen Werthen von p, p', r, m, m' und ε , nämlich des Füllungsgrades e des Niederdruckcylinders und der bei den Compressionen vor den Kolben von diesen zu durchlaufenden verhältnissmässigen Wege c und c' , nachdem der Füllungsgrad e' des Hochdruckcylinders gemäss den Bemerkungen unter 2) vorläufig angenommen wurde, ist zunächst wieder das Kolbendiagramm zu zeichnen: Fig. 95, in welcher wieder die Strecken ab und $c'c$ verhältnissmässig länger zu denken sind, als sie gemacht wurden. Entsprechend der Voraussetzung, dass die Kurbel von K derjenigen von K' um $\omega = 90^\circ$ voreilt, ist hier die dem Niederdruckkolben entsprechende Curve zwischen aA und bB so gezeichnet, dass aR ein Viertel der Strecke aA beträgt, M und N folglich die Mittelpunkte von ab und AB sind. Die horizontale Strecke $m'n'$, dem Wege von K' während der Einströmung des Dampfes hinter diesem Kolben entsprechend, ist von solcher Länge eingetragen, dass sie sich zu $a'b'$ wie

$e':1$ verhält; mit e', p' und m' kann auch die obere Linie 0 — 1 — 2 des Spannungsdiagramms, Fig. 96, für den Hochdruckzylinder C' gezeichnet werden. Mit der Endspannung in C' :

$$p_0 = p' \frac{e' + m'}{1 + m'} = p' \frac{m'o'}{s's'} \quad (\text{Fig. 95}),$$

Fig. 95.



welche der Forderung gemäss beim Hubwechsel von K' auch in der Zwischenkammer vorhanden ist, beginnt die Compression in dieser und dauert bis zur Hubmitte von K' , also bis zum Hubwechsel von K , wobei die Spannung bis

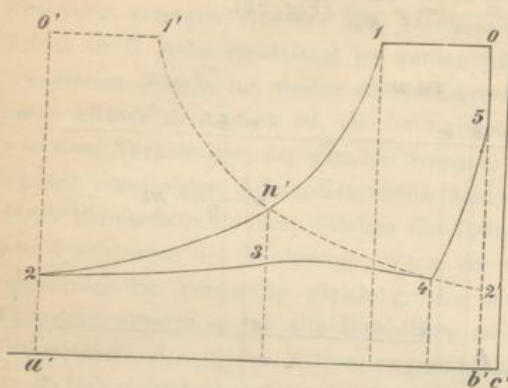
$$p_1 = p_0 \frac{1 + m' + r}{0,5 + m' + r} = p_0 \frac{s S'}{t t'} \quad (\text{Fig. 95})$$

wächst; die entsprechende Spannungscurve 2 — 3 in Fig. 96 lässt sich mit den der Fig. 95 zu entnehmenden Daten verzeichnen. Die Zwischenkammer R tritt jetzt auch mit C in Communication, wodurch ein Spannungsfall nicht herbeigeführt wird, wenn im schädlichen Raum von C in diesem Augenblicke Dampf befindlich ist, der durch Compression vor K die Spannung p_1 erhalten hatte.

Bei der nun beginnenden Füllung von C nimmt die Spannung in R und in den damit communicirenden Theilen von C und C' zunächst noch etwas zu bis zu einer Kolbenstellung, welche dem Minimum der zwischen SN und $t' B'$ enthaltenen horizontalen Strecken entspricht. Man findet sie leicht, indem die zwischen SN und SB enthaltenen horizontalen Strecken

rechts an $t' B'$ angetragen und ihre Endpunkte durch eine (in Fig. 95 gestrichelte) Curve $t' x$ verbunden werden, deren Scheitelpunkt der fraglichen Kolbenstellung entspricht.

Fig. 96.



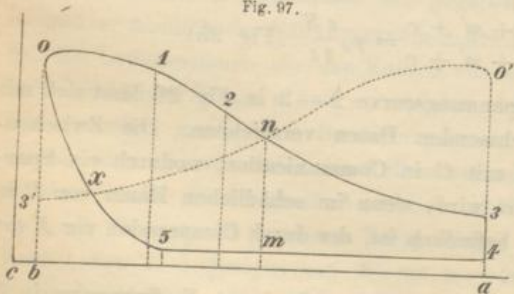
Mit Hilfe von Fig. 95 kann die Spannungscurve 3 — 4 in Fig. 96 gezeichnet werden, welche dem Theil der Füllungszeit von C entspricht, während dessen die Zwischenkammer noch mit C communicirt; diese Curve reicht bis zu ihrem Schnittpunkte 4 mit der aus dem Punkte 5 (entsprechend dem zunehmenden Verhältnisse

$\alpha = \frac{b' - 5}{b' - 0}$) construirten Compressioncurve des vor K' abgesperrten Dampfes.

Die in Fig. 95 eingetragene horizontale Strecke $u' v'$ sei zu $a' b'$ daselbst in dasselbe Verhältniss gesetzt, welches in Fig. 96 die Projection der Bogenstrecke 4 — 5 auf die Grundlinie $a' b'$ zur Länge der letztern besitzt; dieses Verhältniss ist $= c'$.

Der Curve 3 — 4 in Fig. 96 entspricht die Curve 0 — 1 im Spannungsdiagramm Fig. 97 des Niederdruckzylinders, welches wieder über gleicher Grundlinie $ab = a' b'$ mit

Fig. 97.



dem v -fachen Spannungsmaassstabe von Fig. 96 gezeichnet ist. Die Füllung von C aus R dauert aber noch fort, entsprechend der mit bekannten Daten gemäss Fig. 95 zu construirenden Curve 1 — 2, Fig. 97, bis die Dampfspannung in der

dem Punkte 2 entsprechenden Lage von K wieder $= p_0$ geworden ist, entsprechend der Forderung, dass in R diese Spannung herrschen soll, wenn C' beim Hubwechsel von K' wieder mit R zu communiciren anfängt.

Durch diesen Punkt 2 ist die Füllung e von C bestimmt = dem Verhältnisse der Projection der Bogenstrecke $0 - 2$ auf die Grundlinie von Fig. 97 zu deren Länge ab , in welches Verhältniss auch die horizontale Strecke pq , Fig. 95, zu ab daselbst gesetzt ist. Die Vervollständigung des Spannungsdiagramms Fig. 97 giebt zu weiteren Bemerkungen keinen Anlass, als dass die Compressionscurve $5 - 0$ wieder vom Punkte 0 aus, also so gezeichnet ist, dass ein Spannungsfall auch von R zu C vollkommen vermieden wird. Das Verhältniss der Projection der Bogenstrecke $5 - 0$ auf die Grundlinie zur Länge ab derselben bestimmt das Verhältniss $e =$ dem Verhältnisse $gh : ab$ in Fig. 95.

Sollten v und e' der Forderung gleicher Arbeitsvertheilung unter beide Cylinder entsprechen, so sind nun ihre vorläufig nur mit schätzungsweiser Berücksichtigung von Nebenumständen angenommen gewesenen Werthe leicht durch die Inhaltsvergleichung der Arbeitsdiagramme Fig. 96, 97 zu prüfen und nöthigenfalls zu verbessern. Waren sie aber gemäss §. 100 vorläufig festgesetzt, so können sie geprüft werden, indem in Fig. 96 die Linie $0 - 1 - 2$ in der Lage $0' - 1' - 2'$ gezeichnet wird, welche zur ursprünglichen Lage in Beziehung auf die zur Grundlinie $a'b'$ in ihrem Mittelpunkte Senkrechte $3 - n'$ symmetrisch ist, in Fig. 97 die Linie $0 - n - 3$ in der Lage $0' - n - 3'$, symmetrisch in Beziehung auf die zur Grundlinie ab in ihrer Mitte Senkrechte mn . Die indicirte Arbeit in C' ist dann für die erste Hälfte eines Hubes dargestellt durch die Fläche $0' - 1' - n' - 3 - 2$, Fig. 96, die Arbeit in C für die gleichzeitige zweite Hälfte eines Hubes durch den Ueberschuss der Fläche $n - x - 5 - m$ über die Fläche $x - 3' - 0$, Fig. 97, unter x den Schnittpunkt von $n - 3'$ und $5 - 0$ verstanden. Die Summe dieser Flächen müsste genügend gleich sein der Flächensumme $n' - x' - 4 - 3$ minus $x' - 2' - 5$ (Fig. 96) plus $0' - n - m - 4$ (Fig. 97), unter x' in Fig. 96 den daselbst nicht bezeichneten Schnittpunkt von $n' - 2'$ und $3 - 4 - 5$ verstanden.

4) Wegen allzugrosser Dimensionen eines einzigen Niederdruckcylinders kann es u. U., insbesondere z. B. bei Schiffsmaschinen vorgezogen werden, denselben in zwei Cylinder zu theilen, wobei dann ausserdem eine noch grössere Gleichförmigkeit des Ganges dadurch herbeizuführen ist, dass bei nahe gleicher Arbeitsvertheilung unter die 3 Cylinder die zugehörigen Kurbeln unter gleichen Winkeln von 120° gegen einander versetzt werden. Das Hubvolumen des Hochdruckcylinders kann dabei einstweilen (vorbehaltlich graphischer Prüfung durch Ausmessung der zu zeichnenden Arbeitsdiagramme) ungefähr so gross gemacht werden, dass seine indicirte Arbeit bei sehr erheblicher Grösse der Zwischenkammer

$\frac{1}{3}$ der ganzen indicirten Arbeit betrüge, entsprechend einer Geraden FG in Fig. 94 von solcher Lage, dass die Fläche $ABGF = \frac{1}{3}$ der Fläche $ABCDE$ ist, gemäss den Bemerkungen unter 2). Unter der Voraussetzung, dass die Füllungen beider Niederdruckzylinder C_1 und $C_2 < 0,25$ sind (Kurbeldrehungen $< 60^\circ$ entsprechend), wie es der Fall sein wird, wenn das Hubvolumen des Hochdruckzylinders C' weniger, als die Hälfte des Hubvolumens jedes Niederdruckzylinders beträgt, verläuft bei solcher wechselläufigen Maschine mit getheiltem Niederdruckzylinder der Uebergang des aus C' durch die einzige Zwischenkammer R hindurch abwechselungsweise in C_1 und C_2 einströmenden Dampfes in folgender Weise, unter K' , K_1 und K_2 die beziehungsweise zu C' , C_1 und C_2 gehörigen Kolben, unter s die gemeinsame Hublänge verstanden.

Bei Beginn eines Hubes von K' ist C' mit R in Verbindung gesetzt worden, und wird dann während einer Kurbeldrehung von 60° der Dampf vor K' und in R von der Spannung p_0 bis zu einer gewissen Spannung p_1 comprimirt. Indem jetzt auch K_1 in eine Todtlage gekommen ist, beginnt hinter diesem Kolben die Einstromung in C_1 , und zwar ohne Spannungsabfall bei entsprechender Compression in C_1 . Die Spannung des aus C' durch R nach C_1 strömenden Dampfes habe nach vorübergehender Zunahme wieder bis p_2 abgenommen, wenn nach dem Wege $e_1 s$ von K_1 die Communication von R mit C_1 aufhört; während des letzten Theils dieser zweiten Kurbeldrehung von 60° wird dann der Dampf, welcher nicht mehr in C_1 einströmen kann, wieder in R hinein comprimirt, wobei seine Spannung von p_2 bis zu einem nur wenig von p_1 verschiedenen Werthe zunimmt. Dieselbe Spannung herrsche jetzt infolge vorhergegangener Compression im schädlichen Raume von C_2 , so dass jetzt auch in diesem zweiten Niederdruckzylinder, dessen Kolben K_2 eine Todtlage erreicht hat, ohne Spannungsfall die Dampfeinströmung mit anfangs etwas zunehmender, alsbald aber abnehmender Spannung erfolgt. Schon während dieser Einstromung wird C' gegen R abgesperrt behufs Compression vor K' , so dass jetzt der Dampf nur aus R in C_2 einströmt bis dadurch nach dem Kolbenwege $e_2 s < 0,25 s$ die Spannung auf p_0 gesunken ist, womit R während des letzten Theils dieser dritten Kurbeldrehung von 60° bis zum folgenden Hubwechsel von K' ganz abgesperrt zu bleiben hat; je weniger $e_1 < 0,25$ angenommen wurde, desto mehr wird $e_2 < 0,25$ ausfallen.

Wie nun die Steuerungsverhältnisse, bedingt durch die verhältnissmässigen Wege e_1 und e_2 , e_1 und e_2 der Kolben K_1 und K_2 bezw. bei der Einstromung des betreffenden Hinterdampfes und bei der Compression

des betreffenden Vorderdampfes mit Hilfe der Spannungsdiagramme von C_1 und C_2 so zu bestimmen sind, dass der Vorgang in der angegebenen Weise thatsächlich stattfindet, und wie diese Spannungsdiagramme mit Hilfe der Kolbendiagramme gezeichnet werden können, bedarf nach dem Vorhergegangenen keiner weiteren Erklärung; die Kolbendiagramme von K_1 und K_2 sind dabei nur zwischen den Verticalen aA und bB (Fig. 95) in solchen Lagen einzutragen, dass die Strecke aR für das erste $\frac{1}{6}$, für das zweite $\frac{1}{3}$ von aA beträgt. Die etwa zunächst sich nicht genügend ergebende Flächengleichheit der Arbeitsdiagramme für C_1 und C_2 kann durch Aenderung von e_1 , wodurch auch e_2 und zwar in entgegengesetztem Sinne verändert wird, die Flächengleichheit beider Diagramme und desjenigen für C' durch Aenderung des Hubvolumens von C' herbeigeführt werden, wodurch auch die Füllung e' dieses Cylinders entsprechend verändert wird, wenn ε gegeben ist = der resultirenden verhältnissmässigen Spannungsabnahme infolge der Gesamtexpansion. —

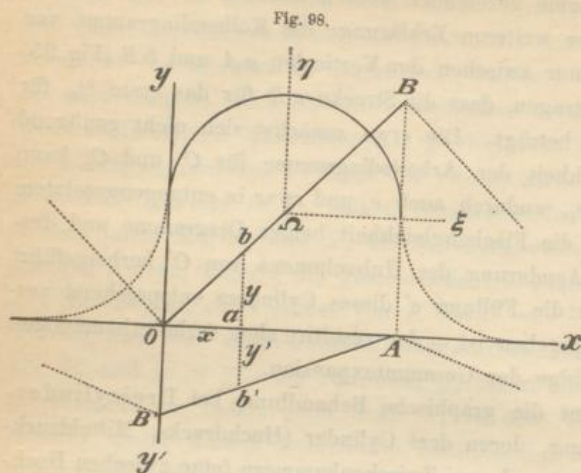
Noch mehr kommt die graphische Behandlung bei Dreicylinder-
maschinen zur Geltung, deren drei Cylinder (Hochdruck-, Mitteldruck-
und Niederdruckcylinder) und zwei Zwischenkammern (eine zwischen Hoch-
und Mitteldruckcylinder, eine zweite zwischen Mittel- und Niederdruck-
cylinder) nach einander vom Dampfe durchströmt werden, und wobei auch
der Niederdruckcylinder wieder in zwei getheilt sein kann. Die rechne-
rische Bestimmung der Steuerungsverhältnisse behufs Vermeidung von
Spannungsabfällen, sowie der verhältnissmässigen Hubvolumina aller Cylin-
der behufs angemessener Arbeitsvertheilung wäre hier besonders bei der
Berücksichtigung von schädlichen Räumen und entsprechenden Compres-
sionen äusserst umständlich, wogegen bei der graphischen Methode ins-
besondere auch die Uebersichtlichkeit gewahrt bleibt, welche vor gröberen
Fehlern schützt und anfängliche Annahmen auf Grund ihrer räumlich vor
Augen liegenden Folgen zweckdienlich zu ändern gestattet.

5) Bei Woolf'schen Maschinen ($\omega = 0$) und bei wechselläufigen
Zweicylindermaschinen ($\omega = 90^\circ$) kann eine Vereinfachung des Kolben-
diagramms dadurch herbeigeführt werden, dass zur Grundlinie desselben
($aA = a'A'$, Fig. 91 und Fig. 95), normal zu welcher die in Betracht
kommenden Volumina als gerade Strecken abgemessen werden, der Kolben-
weg statt des Kurbelkreises gewählt wird.*

Es sei OX , Fig. 98, eine Gerade, längs welcher die Wege $Oa = x$
des Hochdruckkolbens K' , von einer Todtlage O an gerechnet, gemessen

* Siehe die Bemerkung von J. Lüders in der Zeitschrift des Vereins deutscher
Ingenieure, 1884, S. 292.

werden sollen so, dass $OA = s$ die gemeinsame Hublänge beider Kolben ist. Längs der zu OX in O normalen Geraden YOY' seien die entsprechenden Kolbenvolumina des Hochdruckzylinders C' für die beim Hube OA vor



K' befindliche Seite als proportionale Strecken $ab' = y'$ im Sinne OY' , die Kolbenvolumina des Niederdruckzylinders C für die bei demselben Hube von K' hinter dem Kolben K befindliche Seite als nach demselben Massstabe proportionale Strecken $ab = y$ im Sinne OY aufgetragen. Ist dann

φ der Winkel, um welchen sich die Kurbelwelle gedreht hat, seit K' sich in der Todtlage O befand, und $r = \frac{s}{2}$, so kann bei nicht allzu kleiner verhältnissmässiger Länge der Kurbelstange

$$x = r(1 - \cos \varphi) \dots \dots \dots (1)$$

gesetzt werden, und der entsprechende Weg von K , gerechnet von der Todtlage, in welcher sich dieser Kolben zur Zeit der Todtlage O von K' zuletzt befunden hatte,

$$= r[1 - \cos(\omega + \varphi)],$$

wenn ω den Winkel bedeutet, um welchen die Kurbel von K derjenigen von K' voreilt. Hiernach ist, unter F und F' die dampfberührten Flächen von K und K' verstanden,

$$y = Fr[1 - \cos(\omega + \varphi)] \dots \dots \dots (2)$$

und $y' = F'(s - x)$. Die Linie, deren Coordinaten x und y' sind (Diagramm des Kolbens K') ist die Gerade AB' , wenn $OB' = F's =$ dem Hubvolumen V' gemacht ist.

Die Beziehung zwischen x und y , somit das Diagramm von K , ergibt sich durch Elimination von φ zwischen den Gleichungen (1) und (2), welche auch geschrieben werden können:

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi &= 1 - \frac{x}{r} \\ \cos(\omega + \varphi) &= \cos \omega \cos \varphi - \sin \omega \sin \varphi = 1 - \frac{y}{Fr} \end{aligned} \right\} \dots (3).$$

Daraus folgt $\sin^2 \varphi$ einerseits = einer quadratischen Function von x , andererseits = einer quadratischen Function von x und y , so dass die Linie mit den Coordinaten x, y hier eine Linie zweiten Grades, und zwar im Allgemeinen eine Ellipse ist, weil y höchstens = $Fr = V$. Einen Vortheil gewährt ihre Zeichnung als Diagramm des Niederdruckkolbens dann, wenn sie in besonderen Fällen in eine gerade Linie oder in einen Kreis übergeht, was eben für $\omega = 0$ und bei entsprechendem Verhältnisse des Längens und des Volumenmassstabes auch für $\omega = 90^\circ$ der Fall ist.

Im Falle $\omega = 0$ folgt nämlich aus (1) und (2):

$$y = Fr(1 - \cos \varphi) = Fr,$$

d. i. die Gleichung der Geraden OB mit $AB = Fr = V$. Für $\omega = 90^\circ$ folgt aus (3):

$$\left(1 - \frac{x}{r}\right)^2 + \left(1 - \frac{y}{Fr}\right)^2 = 1.$$

Werden die Axen OX, OY nach $\Omega\xi, \Omega\eta$ verlegt durch Verschiebung bezw. um Fr und um r , so geht mit

$$\xi = x - r \quad \text{und} \quad \eta = y - Fr$$

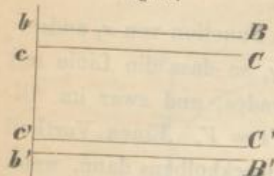
die letzte Gleichung über in:

$$\left(\frac{\xi}{r}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{Fr}\right)^2 = 1,$$

also in die Gleichung einer Ellipse mit dem Mittelpunkte Ω und den Hauptaxen $s = 2r$ und $V = 2Fr$ beziehungsweise parallel OX und OY . Diese Ellipse wird ein Kreis, wenn der Volumenmassstab für die Zeichnung so gewählt wird, dass V und s durch dieselbe Strecke OA dargestellt werden. Von diesem Kreise gilt hier für den betreffenden Hub von K' nur der im Sinne OY gelegene Halbkreis; dem vorhergehenden und dem folgenden Hube entsprechend können aber, auf dieselben Seiten der Kolben bezogen, an den aufwärts gekrümmten Halbkreis als Diagramm von K beiderseits abwärts gekrümmte, in der Figur gestrichelte Halbkreise angeschlossen werden, ebenso wie an die Gerade AB' als Diagramm von K' (und an die Gerade AB als Diagramm von K im Falle $\omega = 0$) die gestrichelten Geraden.

Es bedarf keiner näheren Erläuterung, wie jetzt das vollständige Kolbendiagramm mit Berücksichtigung der schädlichen Räume und des Raumes der Zwischenkammer gezeichnet werden kann, indem die parallelen Geraden bB , cC , $c'C'$, $b'B'$, Fig. 99, in

Fig. 99.



den Abständen $bc = mV$, $cc' = R$, $c'b' = m'V'$, (für den Massstab, in welchem $V = OA$, Fig. 98, ist) gezeichnet werden und das vorbesprochene aus geraden Linien bestehende Diagramm von K' unterhalb $b'B'$ als x -Axe, das bei der Woolf'schen Maschine gleichfalls aus Geraden, bei der wechselläufigen Zweicylindermaschine (mit $\omega = 90^\circ$) aus Halbkreisen bestehende Diagramm von K oberhalb bB als x -Axe verzeichnet wird.

Schliesslich ist einleuchtend, dass dasselbe Diagramm auch dann gelten würde, wenn die Hublängen beider Kolben thatsächlich verschieden wären, falls nur immer der Längen- und der Volumenmassstab so gewählt werden, dass die Hublänge des Hochdruckkolbens und das Hubvolumen des Niederdruckzylinders durch gleich grosse Strecken $= OA$, Fig. 98, dargestellt werden.

d. Schwungräder von Dampfmaschinen.

Das Schwungrad einer Dampfmaschine kommt hier nur bezüglich der Grösse seiner auf den Kurbelzapfen reducirten Masse (§. 90) in Betracht, welche nötig ist, um den Ungleichförmigkeitsgrad

$$\delta = \frac{v' - v''}{v_m}$$

der Rotation der Kurbelwelle eine gewisse Grösse nicht überschreiten zu lassen, insoweit derselbe lediglich durch die Ungleichförmigkeit des treibenden Tangentialdrucks auf den Kurbelzapfen bedingt ist bei constanter Grösse Q des entgegengesetzt gerichteten auf diesen Zapfen reducirten gesammten Widerstandes. Der Forderung eines gewissen Werthes von δ entspricht zunächst eine gewisse Grösse der betreffenden ganzen reducirten rotirenden Masse M , welche aber, um diejenige des Schwungrades zu ergeben, in der Regel nur kleine Abzüge mit Rücksicht auf sonstige rotirende Maschinetheile zulässt.

Die Bestimmung von M ist auch insofern von Bedeutung, als die Lagerreibung der durch das Schwungrad belasteten Kurbelwelle einen wesentlichen Bestandtheil der Nebenwiderstände ausmacht, mit Rücksicht