Theoretische Maschinenlehre

in 4 Bänden

Theorie der Kraftmaschinen

Grashof, Franz

Leipzig, 1890

B. Wassermotoren

urn:nbn:de:bsz:31-282943

B. Wassermotoren.

§. 8. Vorbemerkungen und Uebersicht der üblichen Arten von Wassermotoren.

Im Folgenden sei stets mit Q das Volumen des Aufschlagwassers pro Secunde, d. h. des pro Sec. disponiblen Wassers bezeichnet, dessen Arbeitsvermögen zu möglichst grossem Theile vermittels einer hydraulischen Kraftmaschine (eines Wassermotors) durch Umsetzung in mechanische Arbeit technisch nutzbar gemacht werden (mit welchem die Maschine beaufschlagt werden) soll. Sofern die Zuleitung dieses Wassers durch einen (oben offenen) Canal oder durch eine Röhre, die Ableitung nach seiner Wirkung in der Maschine nur durch einen Canal zu geschehen pflegt, ist unter dem disponiblen Gefälle, welches hier stets mit H bezeichnet sei, die Summe aus der Geschwindigkeitshöhe und der Druckhöhe (Ueberdruckhöhe) des Wassers am Ende der Zuleitung und aus der Höhe der Messungsstelle dieser Grössen über dem Wasserspiegel am Anfange des Abflusscanals zu verstehen. Geschieht auch die Zuleitung des Aufschlagwassers in einem Canal, wie es meistens der Fall ist, so ist die Druckhöhe, welche hier immer als Ueberdruckhöhe, nämlich als Ueberschuss der Druckhöhe über die atmosphärische Wasserdruckhöhe von ungefähr 10 Mtr. gemeint ist, am Wasserspiegel auch des Zuflusscanals = Null, und wenn ausserdem an dieser Stelle die Geschwindigkeitshöhe sehr klein ist, kann dann das disponible Gefälle H einfach als Verticalabstand der Wasserspiegel am Ende des Zuflusscanals und am Anfange des Abflusscanals verstanden werden; streng genommen ist es aber um jene Geschwindigkeitshöhe grösser.

Das Arbeitsvermögen, welches den Q Cubikmeter Aufschlagwasser infolge des Gefälles $= H$ Meter zukommt, oder der sogenannte absolute Effect ist

$$E_0 = \gamma Q H \text{ Meterkgr.},$$

wenn γ das hier stets $= 1000$ zu setzende Gewicht von 1 Cubikmtr. Wasser in Kgr. bedeutet. In Pferdestärken als der üblichen grösseren Einheit ausgedrückt ist dieser absolute Effect:

$$N_0 = \frac{E_0}{75}.$$

Derselbe erfährt stets einen gewissen Verlust, und zwar insbesondere

1) dadurch, dass nicht alles der Maschine zugeführte Wasser zur Wirkung in derselben gelangt,

2) durch die Bewegungswiderstände, mit welchen die Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit in die Maschine verbunden ist, und durch den Stoss, mit welchem dieser Eintritt oft stattfindet,

3) infolge der lebendigen Kraft, womit das Wasser, nachdem es die Maschine verlassen hat, den Unterwasserspiegel erreicht,

4) durch hydraulische Widerstände, verursacht durch mehr oder weniger plötzliche Querschnitts- und Richtungsänderungen des Wasserstroms in der Maschine und durch innere oder äussere Reibung desselben,

5) durch Reibungswiderstände der Maschine selbst, durch den Widerstand der Luft und durch Unvollkommenheiten des Baues bezüglich der Maschine selbst und ihrer Aufstellung.

Der Nutzeffect E ist somit $< E_0$, und zwar, unter η den Wirkungsgrad verstanden,

$$E = \eta E_0 \text{ Meterkgr.},$$

die Nutzpferdestärke: $N = \eta N_0$. —

Was die Wirkungsweise des Aufschlagwassers in einer hydraulischen Kraftmaschine betrifft, so wird die von der Schwerkraft des niedersinkenden Wassers geleistete Arbeit entweder unmittelbar durch Druck auf gewisse bewegliche feste Flächen der Maschine übertragen oder mittelbar dadurch, dass sie dem Wasser zunächst und zwar grösstentheils schon ausserhalb der Maschine eine lebendige Kraft ertheilt, welche demnächst entweder durch Stoss (infolge plötzlicher Geschwindigkeitsabnahme) oder durch stetigen Druck (infolge allmählicher Geschwindigkeitsabnahme) als mechanische Arbeit auf die Maschine übergeht. Im Allgemeinen können diese verschiedenen Wirkungsweisen bei derselben Maschine zugleich vorkommen, wobei in Betreff derselben Modificationen stattfinden können, die in den einzelnen Fällen näher zu erörtern sein werden. So kann die unmittelbare Druckwirkung entweder darin bestehen, dass das Aufschlagwasser ausser Zusammenhang mit dem Oberwasser in der Maschine selbst niedersinkt, in Portionen von Zellen derselben aufgenommen, die dazu abwärts eine dem Gefälle H nahe gleich kommende Verticalbewegung haben müssen, oder es kann das schon ausserhalb der Maschine niedersinkende und mit dem Oberwasser in stetigem Zusammenhange bleibende Aufschlagwasser die dabei geleistete Arbeit durch seine hydraulische Pressung auf eine bewegliche Fläche (Schaufel- oder Kolbenfläche) übertragen, deren Bewegung bezüglich ihrer Richtung beliebig und bezüglich ihrer Grösse durch die Grösse der Fläche bedingt ist. —

Die hydraulischen Kraftmaschinen sind Radmaschinen (Wasserräder) oder Kolbenmaschinen (Wassersäulenmaschinen). Durch diese Bezeichnungen sind zunächst nur wesentliche Formverschiedenheiten ausgedrückt, die indessen auch entsprechende Wirkungsunterschiede bedingen. Kinematisch sind im Sinne Reuleaux's die Radmaschinen ihres stetigen Wasserzuflusses und entsprechend stetigen Ganges wegen als Laufwerke, die Kolbenmaschinen, bei denen der Zufluss des Aufschlagwassers hinter einem hin- und hergehenden Kolben in regelmässigen Intervallen gehemmt wird, als Hemmwerke zu bezeichnen. Bei ersteren kommen alle soeben besprochenen Wirkungsarten des Aufschlagwassers vor, bei letzteren wirkt dasselbe im Wesentlichen nur durch die dem disponiblen Gefälle entsprechende Pressung.

Die Radmaschinen werden weiter unterschieden als Wasserräder im engeren Sinne und als Turbinen. Erstere haben stets eine horizontale Axe, meistens eine kleine Winkelgeschwindigkeit bei einem dem disponiblen Gefälle mindestens nahe kommenden, oft erheblich grösseren Raddurchmesser, und es fliesst das Wasser stets an einem nur kleinen Theile des Umfangs in das Rad ein sowie an derselben Stelle wieder aus. Die Turbinen haben gewöhnlich eine verticale Axe, eine grössere Winkelgeschwindigkeit bei einem Raddurchmesser, der vom Gefälle unabhängig und oft erheblich kleiner ist, als dieses, und es fliesst das Wasser an einem beliebig grossen Theile des Umfangs, oft am ganzen Umfange zugleich in das Rad ein, aber an einer anderen Stelle wieder aus. Dieser letztere Umstand gewährt das durchgreifendste Unterscheidungsmerkmal, dass nämlich das Aufschlagwasser bei den Wasserrädern im engeren Sinne an denselben Stellen des Rades, bei den Turbinen an verschiedenen Stellen ein- und austritt, dass also seine relative Bewegung gegen das Rad bei jenen eine hin- und hergehende, bei diesen eine stetig in gleichem Sinne strömende Bewegung ist.

Vor einer näheren theoretischen Untersuchung der hier nur im Allgemeinen angedeuteten einzelnen Arten von Wassermotoren ist allgemein die Fassung des Aufschlagwassers insoweit zu erörtern, als erforderlich ist, um danach jeweils beurtheilen zu können, ein wie grosser Theil des zur Benutzung gegebenen absoluten Gefälles nach Abzug der zu solcher Fassung, zur Zu- und Ableitung benöthigten Partialgefälle als das am Orte der Maschine concentrirbare Gefälle H zu ihrem Betriebe disponibel bleibt.

I. Fassung des Aufschlagwassers hydraulischer Kraftmaschinen.

§. 9. Vorbereitende Untersuchungen.

Das Aufschlagwasser hydraulischer Kraftmaschinen wird meistens natürlichen Wasserläufen, Flüssen oder Bächen entnommen. Zunächst sind deshalb in jedem Falle die Verhältnisse des letzteren festzustellen, insoweit ihre Kenntniss für die beabsichtigte Anlage wichtig ist. Vor Allem ist bei einem mittleren Beharrungszustande des Wasserlaufs, nämlich bei mittlerem und längere Zeit nahe constant bleibendem Wasserstande in der betreffenden zu benutzenden Strecke desselben, deren Länge $= l$ sei, das Gefälle h dieser Strecke, somit auch das mittlere relative Gefälle $\alpha = \frac{h}{l}$ zu bestimmen, und ist ferner an einer Stelle, wo die Wasserquerschnitte längs einer gewissen möglichst geraden Flussstrecke nahe gleich sind, die strömende Bewegung des Wassers also nahe gleichförmig ist, ein Querschnitt auszumessen (Flächeninhalt $= F$, Breite $= b$, benetztes Querprofil $= p$) sowie für denselben die mittlere Geschwindigkeit u und das pro Secunde hindurchfliessende Wasservolumen Q zu bestimmen.

Wie das Gefälle und der Wasserquerschnitt zu messen sind, lehrt die praktische Geometrie. Nachdem sie gefunden sind, handelt es sich nur noch um die Bestimmung einer der beiden durch die Gleichung $Q = Fu$ verbundenen Grössen u und Q.

Zur Bestimmung von Q durch Geschwindigkeitsmessungen kann man den Querschnitt durch Senkrechte (Normalen zum Wasserquerprofil $= b$) in Theile ΔF theilen und für sie die angenäherten mittleren Geschwindigkeiten v ermitteln. Es ist dann $Q =$ der betreffenden Summe von Producten:

$$Q = \Sigma v . \Delta F \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1).$$

Dabei kann die mittlere Geschwindigkeit v eines solchen zwischen zwei Senkrechten enthaltenen Flächentheils $\Delta F =$ der mittleren Geschwindigkeit in einer nahe durch den Schwerpunkt dieses Flächentheils gehenden Senkrechten gesetzt werden. Nach Bd. I, §. 124 und 125 ist aber die mittlere Geschwindigkeit irgend einer Senkrechten:

$$v = w_2 - \frac{m a^2}{12} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2),$$

wenn $a = 2a_2$ die Länge der Senkrechten (die betreffende Wassertiefe), w_2 die Geschwindigkeit im Mittelpunkte derselben bedeutet und

$$m = \frac{\frac{w_0 - w}{y} - \frac{w_0 - w_2}{a_2}}{y - a_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

ist, unter w_0 die Geschwindigkeit im höchsten Punkte der Senkrechten (die betreffende Oberflächengeschwindigkeit) und unter w die Geschwindigkeit in der (möglichst gross zu wählenden) Tiefe y unter der Oberfläche verstanden. Wird näherungsweise w_0 als Maximum von w angenommen, so kann einfacher

$$v = w_0 - \frac{ma^2}{3} \text{ mit } m = \frac{w_0 - w}{y^2} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

oder

$$v = w \text{ für } y = a\sqrt{\frac{1}{3}} = 0{,}58\,a \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

gesetzt werden. Instrumente und Methoden zur Messung der Geschwindigkeit w an irgend einer Stelle sind in Bd. II, §. 161 und 162 besprochen worden.

Eine solche Bestimmung von Q durch Geschwindigkeitsmessung ist besonders bei grösseren fliessenden Gewässern passend und oft geboten, indem ein anderes Verfahren mit zu grossen Schwierigkeiten und Kosten verbunden sein würde. Bei kleineren Wasserläufen ist dagegen oft die Ermittelung von Q mit Hülfe eines Versuchsüberfallwehrs thunlich und vorzuziehen, welches als eine verticale Bretterwand, gehörig gedichtet, quer durch den Bach errichtet und oben entweder längs der ganzen Bachbreite mit stromabwärts abgeschrägtem Rande horizontal begrenzt oder mit einem rechteckigen Einschnitte versehen wird, durch welchen das Wasser hindurchfliesst und dessen horizontaler Rand (Ueberfallrand) und verticale Ränder gleichfalls stromabwärts abgeschrägt sind. Bezeichnet dann

F_0 den Querschnitt, b_0 die Breite des durch die Wand aufgestauten Wassers am Anfange der Stromschnelle (etwa 1 Mtr. stromaufwärts von der Wand, wo die nach oben schwach concave in eine aufwärts convexe Krümmung übergeht und die Geschwindigkeit des Wassers ein Minimum, sein Querschnitt ein Maximum ist),

b die Breite des Ueberfalles, welche bei oben ganz horizontal begrenzter Ueberfallwand $= b_0$, im Falle des Wandeinschnittes $< b_0$ ist,

h die Höhe des Wasserspiegels am Anfange der Stromschnelle über dem Ueberfallrande,

n das Querschnittsverhältniss $\frac{bh}{F_0}$,

μ einen Erfahrungscoefficienten,

so kann in dem hier immer herzustellenden Falle eines sogenannten vollkommenen Ueberfalls, d. h. unter der Voraussetzung, dass der Ueberfallrand über dem Unterwasserspiegel liegt, bei eingetretenem Beharrungszustande das pro Secunde überfallende Wasservolumen

$$Q = \mu b h \sqrt{2gh} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

und hierin nach Weisbach, dessen betreffende Versuche noch immer besonderes Zutrauen verdienen und deren Ergebnisse, obschon sie nur mit Ueberfällen von höchstens 0,4 Mtr. Breite (bei $n < 0{,}5$) angestellt worden sind, auch auf wesentlich grössere Verhältnisse hinlänglich anwendbar zu sein scheinen,

$$\left.\begin{array}{l} \mu = \mu_0 (1 + 1{,}718\, n^4) \text{ für } b \text{ wesentlich } < b_0 \\ \mu = \mu_0 (1{,}041 + 0{,}3693\, n^2) \text{ für } b = b_0 \;\ldots \end{array}\right\} \ldots\ldots (7)$$

gesetzt werden, wenn

für $h =$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,06	0,08	0,1	0,15	0,2 Mtr.
$\mu_0 =$	0,424	0,417	0,412	0,407	0,401	0,397	0,395	0,393	0,390

genommen wird.

Die Ungenauigkeit, welche diesen Bestimmungen von Q anhaftet, ist für den vorliegenden Zweck mit Rücksicht auf die Veränderlichkeit von Q nicht von erheblicher Bedeutung; wegen derselben kommt es nicht sowohl darauf an, für einen gewissen Augenblick Q mit grösster Genauigkeit zu finden, als vielmehr seinen ungefähren Mittelwerth, seinen kleinsten und grössten Werth im Verlauf eines Jahres von normalen Witterungsverhältnissen. Zu den dazu dienenden wiederholten Messungen eignet sich vorzugsweise ein Versuchsüberfallwehr, welches so dauerhaft hergestellt wird, dass es ein Jahr lang dicht hält und überhaupt genügend unversehrt bleibt. Ist das der örtlichen Umstände oder der Kosten wegen unthunlich, so kann man auch, wenn nur für einen gewissen mittleren Zustand die Wasserführung des Flusses mit möglichster Sorgfalt bestimmt wurde, dieselbe für einen anderen Zustand aus den leicht zu messenden geänderten Querschnittsdimensionen durch Rechnung ableiten. Ist nämlich unter der Voraussetzung nahe gleichförmiger Beharrungszustände der Querschnitt, die Wasserbreite, das benetzte Querprofil und der sogenannte mittlere Radius (= dem Quotienten aus Querschnitt durch benetztes Querprofil)

bei der Wassermenge Q_0 bezw. $= F_0 \quad b_0 \quad p_0 \quad r_0$

" " " Q " $= F \quad b \quad p \quad r$

so ist nach Bd. I, §. 136, Gl. (1) und (2) auf Grund einer betreffenden empirischen Formel von Ganguillet und Kutter:

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{1+B\sqrt{\frac{p_0}{F_0}}}{1+B\sqrt{\frac{p}{F}}} \sqrt{\left(\frac{F}{F_0}\right)^3 \frac{p_0}{p}}$$

$$= \frac{1+B\sqrt{\frac{1}{r_0}}}{1+B\sqrt{\frac{1}{r}}} \cdot \frac{F}{F_0}\sqrt{\frac{r}{r_0}} = \frac{F}{F_0}\frac{r}{r_0}\frac{B+\sqrt{r_0}}{B+\sqrt{r}} \quad \ldots \ldots \quad (8).$$

Darin ist, unter n einen Coefficienten verstanden, welcher wachsend mit der Rauhigkeit des Flussbettes in der Regel = 0,025 bis 0,03 gesetzt werden kann,

$$B = \left(23 + \frac{0{,}00155}{\alpha}\right) n \quad \ldots \ldots \quad (9).$$

Das relative Gefälle α ist hier als constant zu betrachten, braucht also nur bei der mittleren Wassermenge Q_0 gemessen worden zu sein, deren Kenntniss dann nach (8) und (9) auch die genügende Kenntniss von Q in irgend einem anderen Beharrungszustande vermittelt.

Ist die so gefundene kleinste Wassermenge des betreffenden Wasserlaufs (abgesehen von abnormen Verhältnissen in sehr trockenen Jahren) zum Betriebe des benöthigten Motors ausreichend, so ist auch nur diese ausreichende Wassermenge dem ganzen Entwurf zu Grunde zu legen, falls nicht eine Erweiterung der Anlage in nahe Aussicht genommen wird, und ist gleichzeitig durch eine Regulirungsschleuse (ein Schleusenwehr) am Anfange des Obergrabens, nämlich des Zuflusscanals da, wo er vom Flusse abgezweigt ist, Vorsorge zu treffen, dass das überschüssige Wasser von der Maschine fern gehalten wird. Auch wenn die kleinste Wassermenge des Flusses zum normalen Betriebe einer anzulegenden Fabrik etc. nicht ausreicht, ist im Allgemeinen doch der dazu ausreichenden grösseren Wassermenge die hydraulische Motorenanlage anzupassen, falls sie die mittlere Wassermenge des Flusses nicht oder nur unerheblich überschreitet, vorbehaltlich eines daneben aufzustellenden, nur zeitweilig in Betrieb kommenden Hülfsmotors (in der Regel einer Hülfsdampfmaschine), deren grösste Leistungsfähigkeit stets der bei kleinster Wassermenge des Flusses fehlenden Betriebsarbeit entsprechen muss. Ist aber die im Ganzen nöthige Betriebsarbeit gar wesentlich grösser, als das disponible Arbeitsvermögen selbst bei mittlerer Wassermenge, so wird in der Regel nur diese mittlere Wassermenge passend der hydraulischen Motorenanlage zu Grunde zu legen sein, um nicht zu grosse Dimensionen zu erhalten, die doch nur während der kleinsten Zeit des Jahres genügend zur Geltung kämen.

§. 10. Theoretische Grundlagen und Regeln in Betreff der Fassung des Aufschlagwassers hydraulischer Kraftmaschinen-Anlagen.

Die Arten, wie vom Gefälle H_0 einer gewissen Flussstrecke AB ein möglichst grosser Theil H an einer Stelle als disponibles Gefälle concentrirt werden kann, sind insbesondere folgende:

1) Anlage eines Wehrs (eines Durchlass- oder Schleusenwehrs) in der Nähe des unteren Endes B der fraglichen Flussstrecke und Errichtung des Werkes dicht unterhalb des Wehrs über dem Fluss oder hart am Ufer.

2) Anlage des Werkes an passender Stelle seitwärts vom Flusse und Verbindung desselben durch einen Obergraben (Zuflusscanal) mit dem obern Ende A, durch einen Untergraben (Abflusscanal) mit dem untern Ende B der gegebenen Flussstrecke.

3) Anlage eines Wehrs (eines Ueberfallwehrs) bei C zwischen A und B und Verbindung des an passender Stelle seitwärts vom Flusse angelegten Werks durch einen Obergraben mit dem Flusse bei C dicht oberhalb des Wehrs, während der Untergraben bei B mündet.

Die Wahl des Ortes für das Werk in den beiden letzten Fällen sowie der Stelle C des Wehrbaues im dritten Falle ist hauptsächlich durch das Terrain und durch andere örtliche Verhältnisse bedingt. Insbesondere sind im Allgemeinen am wenigsten Erdarbeiten durch Einschneidungen oder Aufschüttungen erforderlich, können vielmehr die Canäle am besten dem Terrain angepasst werden, wenn das Werk an eine Stelle stärkster Neigung der Erdoberfläche gelegt wird (wo die Niveaulinien, welche die Gestaltung dieser Oberfläche zwischen den Horizontalebenen durch A und B im Situationsplan ersichtlich machen, am nächsten beisammen liegen); auch ist es rathsam, den Obergraben möglichst kurz zu halten mit Rücksicht auf seine Freihaltung von Eis im Winter und auf die leichte Bedienung der Einlassschleuse am Anfange desselben vom Werke aus, wogegen eine grössere Länge des Untergrabens, der ohne Regulirungsschleuse in den Fluss einmündet und dessen etwaige Eisbildung der Maschine nicht mehr schädlich ist, insofern sogar nützlich sein kann, als dadurch bei Hochwasser die Hebung des Unterwasserspiegels bei der Maschinenanlage vermindert wird.

Was die Eigenthümlichkeiten, die Vorzüge und Nachtheile der unter 1)—3) erwähnten Fassungsarten betrifft, so ist zunächst zu bemerken, dass man im ersten Falle in der Erzielung von Stauhöhe h (hier nahe einerlei mit dem disponiblen Gefälle H), also in der Ausnutzung des Gefälles H_0 häufig dadurch beschränkt ist, dass die Stauhöhe bei A oder an einer anderen Stelle, welche mit der Stauhöhe bei B in bestimmter Beziehung steht, eine gewisse Grösse nicht überschreiten darf, sei es mit Rücksicht auf das Austreten des Flusses über die Ufer oder mit Rücksicht auf ein oberhalb gelegenes Nachbarwerk, dessen Unterwasser nicht über einen gewissen Betrag gehoben werden darf. Auch abgesehen davon ist bei unregelmässiger, steiniger Beschaffenheit des natürlichen Bettes ein beträchtlicher Theil von H_0 zur Bewegung selbst des aufgestauten Wassers von A bis B erforderlich, trotzdem der grösseren Tiefe dieses aufgestauten Wassers eine kleinere Geschwindigkeit und ein grösserer mittlerer Radius entspricht, und es kann dann also nur ein kleinerer überschüssiger Theil von H_0 als Stauhöhe h gewonnen werden. Dieser erste Fall ist deshalb im Allgemeinen nur zulässig für hydraulische Motoren, welche mit einem Gefälle H von mässiger Grösse zu betreiben sind und wenn eine möglichst vollständige Ausnutzung des Gefälles H_0 nicht geboten ist; aber selbst dann ist es ein misslicher Umstand, dass das Werk infolge seiner Lage den unmittelbaren Einwirkungen des Hochwassers ausgesetzt ist, und wird deshalb diese ursprünglichste Anordnung mit Recht nur noch wenig gefunden.

Im zweiten Falle besteht der Gefällverlust in den Gefällen h_1 und h_2, welche zur Bewegung des Wassers im Ober- und Untergraben erforderlich und welche wegen der kleineren Wassergeschwindigkeit, der regelmässigen Formen und grösseren Tiefen der Canalbetten kleiner sind, als das zur Bewegung des Wassers im natürlichen Flussbette unter sonst gleichen Umständen nöthige Gefälle. Die Wahl dieser zweiten Anordnung ist geboten, wenn ein Aufstau des Wassers unzulässig ist; sie eignet sich besonders für Gebirgsbäche von starkem Gefälle bei steinigem Bette und wenn noch dazu bei sehr gekrümmtem Laufe durch die längs einer Sehne geführten Gräben eine erhebliche Wegabkürzung erzielt werden kann.

Im dritten Falle besteht der Gefällverlust in den Gefällen h_1 und h_2 des Ober- und Untergrabens und in demjenigen Betrage $= h_3$, um welchen die Stauhöhe bei C kleiner sein muss, als das Gefälle der Flussstrecke AC (weil die Erhebung des Wasserspiegels bei A oder an anderer Stelle eine gewisse Grösse nicht überschreiten darf). Wenn aber in dieser Hinsicht keine allzu einschränkenden Bedingungen gestellt sind, ist diese dritte Anordnung in der Regel die beste: im Vergleich mit der ersten gestattet sie eine vollständigere Ausnutzung des Gefälles H_0 und eine günstigere Lage des Werks, im Vergleich mit dem zweiten Fall meistens kürzere Canäle, insbesondere einen kürzeren Obergraben, welcher sich an der nach Beschaffenheit des Terrains gelegensten Stelle vom Flusse abzweigen lässt.

Die Anlage des Ueberfallwehrs ist bedingt durch die im ersten Bande dieses Werkes entwickelten bezüglichen Gesetze. Ist Q_0 die in dem betreffenden Beharrungszustande durch jeden Querschnitt des Flusses pro Secunde hindurchfliessende Wassermenge, Q diejenige, welche dicht oberhalb des Wehrs in den Obergraben zum Betriebe des Werks gelangen, also $Q_0 - Q = Q_1$ diejenige, welche den Ueberfall bilden soll, so ist die Beziehung zwischen Q_1, der Stauhöhe und den Dimensionen des Wehrs davon abhängig, ob letzteres ein vollkommenes oder unvollkommenes Ueberfallwehr ist, d. h. ob die horizontale Scheitellinie des Wehrdammes höher oder tiefer, als der Unterwasserspiegel an der betreffenden Stelle gelegen ist. Bei der Beurtheilung dieses Umstandes ist zu bedenken, dass durch die Abzweigung der Wassermenge Q der Unterwasserspiegel eine Erniedrigung e erfährt, welche, wenn F den Inhalt, b die Breite des Wasserquerschnitts bei der Wassermenge Q_0 bedeutet, $a = \frac{F}{b}$ die mittlere Tiefe, nach Bd. I, §. 136, Gl. (5) unter der Voraussetzung ziemlich steiler Ufer und eines grossen Verhältnisses $\frac{b}{a}$ bestimmt ist durch die Gleichung:

$$\left.\begin{array}{l} e = a\left[1 - x\left(1 - y\frac{a}{b}\right)\right] \quad \ldots\ldots\ldots \\ \text{mit } x = \left(\dfrac{\dfrac{Q_1}{Q_0} + \dfrac{B}{\sqrt{a}}\left(\dfrac{Q_1}{Q_0}\right)^{\frac{2}{3}}}{1 + \dfrac{B}{\sqrt{a}}}\right)^{\frac{2}{3}} \text{ und } y = \dfrac{2}{3}\left[1 - \left(\dfrac{Q_1}{Q_0}\right)^{\frac{2}{3}}\right] \ldots \end{array}\right\} \ldots\ldots (1).$$

Folgende Tabelle enthält die Werthe von x und y für verschiedene Werthe von $\frac{Q_1}{Q_0}$ und $\frac{B}{\sqrt{a}}$.

$\frac{Q_1}{Q_0}$	y	x für $\frac{B}{\sqrt{a}} =$						
		0,5	1	1,5	2	3	5	∞
0,2	0,439	0,394	0,419	0,433	0,443	0,455	0,466	0,489
0,3	0,368	0,496	0,519	0,533	0,542	0,553	0,564	0,586
0,4	0,305	0,585	0,606	0,618	0,626	0,636	0,646	0,665
0,5	0,247	0,666	0,683	0,694	0,701	0,709	0,718	0,735
0,6	0,192	0,740	0,755	0,763	0,769	0,776	0,783	0,797
0,7	0,141	0,810	0,821	0,828	0,832	0,837	0,843	0,853
0,8	0,092	0,876	0,884	0,888	0,891	0,895	0,898	0,906

In Betreff B siehe vorigen §., Gl. (9).

Ist nun der Ueberfall vollkommen, so ist nach Bd. I, §. 137, Gl. (1) die in der Secunde überfallende Wassermenge:

$$Q_1 = \mu_1 b_1 \sqrt{2g}\left[(h_1+k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}}\right] \text{ mit } k = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q_0}{F_0}\right)^2 \quad \ldots\ldots (2),$$

unter b_1 die Breite des Ueberfalls verstanden, die hier gleich der Flussbreite b zu sein pflegt, h_1 die Höhe des Wasserspiegels nahe stromaufwärts am Wehr (am Anfang der Stromschnelle) über der Scheitellinie des Wehrs, F_0 den Wasserquerschnitt daselbst $= (a+h)\,b$, wenn h die Stauhöhe bedeutet. Der Coefficient μ_1 kann nach Weisbach $= \frac{2}{3}\cdot 0{,}8 = 0{,}53$ gesetzt werden. Indem es sich nämlich hier um abgerundete Wehrdämme oder bei hölzernen Wehren um Dämme handelt, die am Scheitel (am Sattel oder Fachbaum) einen stumpfen Winkel bilden, ist die im vorigen §. angeführte Gleichung (6) mit betreffenden Werthen von μ nicht passend. Aus Gl. (2) findet man h_1 und damit die erforderliche Höhe des Fachbaums (der Scheitellinie des Wehrdamms) über dem ursprünglichen Wasserspiegel $= h - h_1$.

Im Falle eines unvollkommenen Ueberfalles kann nach Bd. I, §. 138, Gl. (1) gesetzt werden:

$$\frac{Q_1}{b_1\sqrt{2g}} = \mu_1\left[(h+e+k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}}\right] + \mu_2 h_2 (h+e+k)^{\frac{1}{2}} \quad \ldots (3)$$

mit den obigen Bedeutungen von b_1, h, k, e, während h_2 die Höhe des Unterwasserspiegels nahe stromabwärts vom Wehrdamme über der Scheitellinie desselben bedeutet und den Coefficienten nach Weisbach die Werthe $\mu_1 = 0{,}53$ und $\mu_2 = 0{,}8$ beigelegt werden können. Aus dieser Gleichung ergiebt sich h_2 und damit die erforderliche Tiefe des Fachbaums unter dem ursprünglichen Wasserspiegel $= e + h_2$.

Die Anwendung der Gleichungen (2) und (3) zur Bestimmung der Fachbaumhöhe setzt die Stauhöhe h als gegeben voraus. Die Annahme der letzteren erfordert aber eine Prüfung ihrer Angemessenheit bezw. ihrer Zulässigkeit, die auf die Ermittelung derjenigen Entfernung $= s$ vom Wehr stromaufwärts gerechnet hinauskommt, wo die Stauhöhe, die am Wehr $= h$ ist, nur noch den kleineren Werth h^1 hat. Nach Bd. I, §. 133 ist diese Entfernung:

$$s = \frac{1}{\alpha}\left[h - h^1 + \left(ac - \frac{1}{g}\,\frac{u_0^2}{c^2}\right)\left(i^1 - i\right)\right] \quad \ldots\ldots (4).$$

Darin ist, während a, α, h, h^1, g bekannte Bedeutungen haben, und abgesehen zunächst von den mit i und i^1 bezeichneten Grössen, u_0 die mittlere Geschwindigkeit des ursprünglichen Flusses bei der Wassermenge Q_0 und

$$c = \left(\frac{k_0}{k}\right)^{\frac{2}{3}} \text{ mit } k_0 = \frac{u_0}{\sqrt{a\alpha}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$k = \frac{1}{n}\;\frac{\frac{1}{n} + 23 + \frac{0{,}00155}{\alpha}\,x_m^3}{\frac{1}{n} + \left(23 + \frac{0{,}00155}{\alpha}\,x_m^3\right)\frac{1}{\sqrt{a + h_m}}} \quad \ldots\ldots (6).$$

In diesem Ausdrucke von k (mit der oben ebenso bezeichneten Geschwindigkeitshöhe nicht zu verwechseln) sind unter h_m und x_m die Mittelwerthe

$$h_m = \frac{h + h^1}{2} \text{ und } x_m = \frac{a + h_m}{a} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

zu verstehen, während der Rauhigkeitscoefficient zwar näherungsweise nach den Angaben im vorigen §. angenommen werden könnte, doch besser durch die Gleichung

$$\frac{1}{n} = \frac{k_0 - m}{2} + \sqrt{\left(\frac{k_0 - m}{2}\right)^2 + \frac{m k_0}{\sqrt{a}}} \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

mit

$$m = 23 + \frac{0{,}00155}{\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

bestimmt wird. Was endlich die mit i und i^1 in Gl. (4) bezeichneten Grössen betrifft, so können sie einer in Bd. I, §. 133, S. 765 mitgetheilten Tabelle entnommen werden, worin zahlreiche sich entsprechende Werthe von

$$\frac{1}{x} \text{ und } i = \frac{1}{6}\, ln \frac{x^2 + x + 1}{(x-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ arcctg } \frac{2x+1}{\sqrt{3}}$$

zusammengestellt sind. Hier ist

$$\frac{1}{x} = \frac{ac}{a+h}; \quad \frac{1}{x^1} = \frac{ac}{a+h^1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10),$$

i der zu $\frac{1}{x}$, i^1 der zu $\frac{1}{x^1}$ gehörige Tabellenwerth. Uebrigens ist ein Flussbett mit ziemlich steilen Ufern und einem Wasserquerschnitte vorausgesetzt, dessen Breite gross im Vergleich mit der mittleren Tiefe ist.

Die für den Ober- und Untergraben (Längen $= l_1$ und l_2, Abhänge = den relativen Gefällen α_1 und α_2) anzunehmenden mittleren Wassergeschwindigkeiten u_1 und u_2 sind vor Allem durch die Erwägung bedingt, dass, je kleiner dieselben, desto kleiner auch α_1 und α_2, somit die Gefällverluste $h_1 = l_1 \alpha_1$ und $h_2 = l_2 \alpha_2$ ausfallen, desto grösser jedoch die erforderlichen Canalquerschnitte und damit die betreffenden Anlagekosten. In der Regel liegen diese Geschwindigkeiten zwischen 0,3 und 1,5 Mtr., sind aber auch von der Beschaffenheit der Canalwände und selbst unter Umständen von der Beschaffenheit des Wassers abhängig. In letzterer Hinsicht soll die mittlere Geschwindigkeit wenigstens 0,2 Mtr. betragen, wo das Absetzen von Schlamm, wenigstens 0,4 Mtr., wo das Absetzen von Sand zu befürchten ist. In ersterer Hinsicht wird, damit das Canalbett nicht merklich angegriffen werde, die Geschwindigkeit am Boden und an den Seitenwänden, nahezu also auch die mittlere Geschwindigkeit bei Canälen in sandigem Boden höchstens = 0,3 Mtr., in kiesigem Boden höchstens = 0,6 Mtr., in grobsteinigem Boden höchstens = 1,2 Mtr. für zulässig erachtet; durch Ausmauerung der Canäle können diese zulässigen Maximalgeschwindigkeiten beliebig erhöht werden.

Im Allgemeinen ist es angemessen, $u_2 > u_1$ anzunehmen, damit auch α_2 und $h_2 = l_2 \alpha_2$ grösser werde und so weniger leicht bei hohem Wasserstande im Flusse oder infolge des Wehrbaues eines stromabwärts etwa noch anzulegenden Nachbarwerkes eine wesentliche Hebung des Wasserspiegels im oberen Theile des Untergrabens bei der hydraulischen Maschine zu befürchten ist. Aus demselben Grunde ist, wie schon oben bemerkt wurde, eine solche Disposition empfehlenswerth, bei welcher $l_2 > l_1$ ist, und ist dann die gleichzeitige Wahl einer grösseren Geschwindigkeit im Untergraben, entsprechend einem kleineren Querschnitte desselben, um so passender, als dadurch die Kosten insbesondere dieses längeren Untergrabens verkleinert werden. In derselben Absicht, um dem Rückstau im Untergraben bei hohen Wasserständen des Flusses möglichst zu begegnen, kann man auch für diejenige (in der Regel kleinste oder mittlere) Wassermenge des Flusses, für welche die Anlage berechnet und unterworfen wird, den Untergraben so anordnen, dass der für ihn angenommenen mittleren Geschwindigkeit u_2 entsprechend sein Wasserspiegel an der Einmündung in den Fluss um einen gewissen Betrag h_4 höher liegen würde, als der Wasserspiegel des letzteren, um so mehr, je mehr der Wasserstand des Flusses veränderlich ist. Es wird dadurch das Gefälle h_4 preisgegeben, um einen grösseren Uebelstand zu vermeiden.

Durch die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 sind mit Rücksicht auf das erforderliche Aufschlagwasserquantum $= Q$ Cubikmtr. pro Secunde die Wasserquerschnitte

$$F_1 = \frac{Q}{u_1} \text{ und } F_2 = \frac{Q}{u_2}$$

beider Canäle bestimmt. Die Querschnittsform ist in der Regel ein Trapez,, dessen schräge Seiten unter dem Winkel β gegen die Verticale geneigt sein mögen ($\operatorname{tg}\beta = 1$ im Durchschnitt bei Canälen in dichter Erde, $\operatorname{tg}\beta$ höchstens $= 0{,}5$ bei ausgemauerten Canälen). Die Wassertiefe t und das benetzte Querprofil p in solchem Falle ergeben sich, wenn die untere Breite $= nt$ angenommen wird (n etwa $= 2$ bis 4):

$$t = \sqrt{\frac{F}{n + tg\beta}} \text{ und } p = t(n + 2\sec\beta) \;\ldots\ldots\; (11).$$

Bei hölzernen oder eisernen Gerinnen ist $\beta = 0$ und $n = 2$ das dem relativ kleinsten Widerstande entsprechende Verhältniss der Breite zur Tiefe t, welche hier mit der mittleren Tiefe einerlei ist.

Durch F und p ist der mittlere Radius $r = \dfrac{F}{p}$ bestimmt und dadurch das relative Gefälle

$$\alpha = \frac{1}{k^2}\frac{u^2}{r} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (12),$$

wo k nach Ganguillet und Kutter gemäss Bd. I, §. 126 angenommen werden kann. Endlich ergeben sich die Canalgefälle

$$h_1 = l_1\,\alpha_1 \text{ und } h_2 = l_2\,\alpha_2.$$

Sofern übrigens bei dem Entwurf der Anlage das in den Canälen pro Secunde zu- und abzuführende Wasserquantum Q a priori nicht gegeben zu sein pflegt, vielmehr von dem disponibel bleibenden Gefälle H abhängt und dieses durch die Canalgefälle wesentlich mitbedingt ist, sind einstweilen für h_1 und h_2 angenäherte Werthe anzunehmen, etwa entsprechend

$$\alpha_1 = 0{,}0002 \text{ bis } 0{,}0004$$
$$\alpha_2 = 0{,}0005 \text{ bis } 0{,}001.$$

Endlich ist noch zu bedenken, dass ausser den besprochenen Gefällverlusten h_1, h_2, h_3, h_4 ein weiterer h_5 durch die Einlassschleuse am Anfange des Obergrabens veranlasst wird. Wenn unter den Umständen, welche dem Entwurf der Anlage zu Grunde liegen, die betreffende Durchlassöffnung $= A$ ist, die Geschwindigkeitshöhe des aufgestauten Wassers nahe vor der Einlassschleuse $= k$, so ist

$$Q = \mu A \sqrt{2g(h_5 + k)}; \quad h_5 = \frac{1}{\mu^2} \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{A}\right)^2 - k$$

zu setzen, mit durchschnittlich etwa

$$A = 0{,}4\, F_1, \text{ also } \frac{Q}{A} = 2{,}5 \frac{Q}{F_1} = 2{,}5\, u_1:$$

$$h_5 = \left(\frac{2{,}5}{\mu}\right)^2 \frac{u_1^2}{2g} - k.$$

Der Ausflusscoefficient μ dürfte ungefähr den Versuchen Bornemann's entsprechen, welche in Bd. I, §. 85 unter 3) besprochen wurden und welchen zufolge, da hier die Höhe der rechteckigen, bis zum Boden reichenden und ihrer Breite nach fast die ganze Wand einnehmenden Durchlassöffnung bei dem angenommenen Verhältnisse $A:F_1$ etwas grösser, als die Hälfte der Höhe des Unterwasserspiegels über der Mitte dieser Oeffnung sein wird, ungefähr $\mu = 0{,}8$ veranschlagt werden kann, so dass sich

$$h_5 = 9{,}8 \frac{u_1^2}{2g} - k = 0{,}5\, u_1^2 - k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

ergiebt und schliesslich

$$H = H_0 - (h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5).$$

Wenn der Obergraben nicht unmittelbar von einem fliessenden Gewässer aus gefüllt wird, sondern wenn mit Rücksicht auf die veränderliche Wasserführung des letzteren zu besserer Ausnutzung des Wassers dasselbe in einem Teiche (insbesondere z. B. gebildet durch eine vermittels eines Teichdammes hergestellte Thalsperre) angesammelt wird, so wird aus diesem das Wasser in den Obergraben durch ein meistens eisernes Rohr abgelassen, welches von der geneigten Innenwand des Teichdammes etwas unterhalb des niedrigsten Wasserstandes ausgeht und dessen Einmündung durch einen von der Dammkappe aus regierbaren Schieber regulirt werden kann. Der vorher mit h_5 bezeichnete Gefällverlust bedeutet dann die Druckhöhe, welche zum Abflusse durch dieses Rohr aufzuwenden ist, bezogen auf den dem Entwurfe zu Grunde zu legenden niedrigsten Wasserstand im Sammelteiche, wobei die Einlassöffnung ganz frei ist während sie nur bei wachsendem Wasserstande mehr und mehr durch den Schieber verengt wird. Ist l die Länge, d die Weite des Ablassrohrs ζ der (nach Bd. I, §. 86 zu beurtheilende) Eintrittswiderstandscoefficient ungefähr $= 0{,}8$ bei einer Neigung von $45-50^0$ der Schieberfläche gegen die Rohraxe, λ der im Durchschnitt $= 0{,}025$ zu setzende Coefficient des Leitungswiderstandes, so gilt die Gleichung (Bd. I, §. 93):

$$\left(1 + \zeta + \lambda\frac{l}{d}\right)\left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2 \frac{1}{d^4} = 2gh_5 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (14),$$

aus welcher bei übrigens gegebenen bezw. angenommenen Werthen der darin vorkommenden Buchstabengrössen h_5 oder d berechnet werden kann. —

Schliesslich mag nur noch bemerkt werden, dass, wenn das Gefälle sehr gross und das Terrain so beschaffen ist, dass der Obergraben nicht etwa längs eines Bergabhanges hin geführt werden kann, sondern zu seiner Anlage eine bedeutende Aufdämmung oder ein kostspieliger gemauerter Aquäduct erforderlich wäre, es vortheilhafter sein kann, für den Zuflusscanal eine Röhrenleitung zu substituiren. Auch kann es der Fall sein, dass nur an dem dem Werke gegenüberliegenden Flussufer ein geeigneter Bergabhang zur Anlage eines Zuführungscanals sich vorfindet, so dass zu dessen Weiterführung als Canal der Fluss durch einen Aquäduct überbrückt werden müsste. Statt dessen kann dann hier wenigstens auf dieser letzten Strecke eine Zuleitungsröhre u. U. vorgezogen werden u. s. f.

Das Gefälle, welches zur Bewegung des Wassers in einer solchen Röhre von der Länge l erfordert wird, ist analog h_5 nach Gl. (14) zu beurtheilen, nur dass hier der Summand 1 neben ζ und $\lambda\dfrac{l}{d}$ wegfallen kann, sofern die lebendige Kraft des in der Röhre fliessenden Wassers hier nicht verloren ist, sondern der hydraulischen Kraftmaschine zugutekommt. Wird der Durchmesser d der meistens gusseisernen Röhre einer mittleren Wassergeschwindigkeit $= 1$ Mtr. entsprechend gewählt, also

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi}} = 1{,}13\sqrt{Q}$$

gesetzt, so ist der fragliche Gefällverlust

$$= \frac{1}{2g}\left(\zeta + \lambda\frac{l}{d}\right) = \frac{1}{2g}\left(\zeta + \frac{\lambda}{1{,}13}\frac{l}{\sqrt{Q}}\right)$$

oder mit $\lambda = 0{,}025$ sehr nahe

$$= \frac{\zeta}{20} + 0{,}0011 \frac{l}{\sqrt{Q}},$$

wobei, wenn besondere Widerstände ausser dem Eintrittswiderstande nicht vorkommen, $\frac{\zeta}{20} = 0{,}025$ gesetzt werden kann.

§. 11. Beispiel.

In der Nähe eines kleinen Flusses wird eine gewerbliche Anlage beabsichtigt, welche $N = 40$ Pferdestärken zu ihrem Betriebe erfordert. Dazu sei das Wasserbenutzungsrecht einer Strecke $AB = 2000$ Mtr. des Flusses mit der Bedingung vorhanden, dass durch etwaige Wasserbauten der Wasserspiegel bei A unter keinen Umständen, insbesondere nicht bei Hochwasser um mehr, als um $h^1 = 0{,}06$ Mtr. gehoben werden darf. Das Gefälle der ganzen Strecke sei $H_0 = 4$ Mtr., entsprechend dem mittleren relativen Gefälle:

$$\alpha = \frac{4}{2000} = 0{,}002.$$

Die Wassermenge Q_0 des Flusses, welche vorzugsweise von Quellen herrühre und deshalb verhältnissmässig wenig veränderlich sei, betrage (abgesehen von ganz ungewöhnlichen Zuständen) zwischen 3,5 und 6,5 Cubikmeter und sei im Mittel = 5 Cubikmeter. Bei dieser mittleren Wassermenge sei

die mittlere Tiefe $a = 0{,}5$ Mtr.,
die Breite $b = 10$ Mtr.,

also der Wasserquerschnitt $F = ab = 5$ Quadratmtr., die mittlere Geschwindigkeit $u_0 = \frac{Q_0}{F} = 1$ Sec. Mtr.

Gemäss dem vorigen §. ist nach Gl. (5) daselbst (alle hier angezogenen bezifferten Gleichungen ohne anderweitige Angabe beziehen sich auf den vorigen §.)

$$k_0 = \frac{u_0}{\sqrt{a\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}001}} = 31{,}6$$

und nach (9):

$$m = 23 + \frac{0{,}00155}{0{,}002} = 23{,}8.$$

Somit ist $k_0 - m = 7{,}8$ und nach Gl. (8):

$$\frac{1}{n} = 3{,}9 + \sqrt{(3{,}9)^2 + \frac{23{,}8 \,.\, 31{,}6}{\sqrt{0{,}5}}} = 36{,}7$$

$$n = 0{,}0272,$$

einem ziemlich unebenen steinigen Flussbette entsprechend.

Zur Feststellung der Verhältnisse des natürlichen Flusses, insoweit sie bei der beabsichtigten Anlage in Betracht kommen, gehört noch die Angabe der mittleren Tiefen $= a_1$ und a^1 bei kleinster und grösster Wassermenge des Flusses. Dieselben können in Wirklichkeit durch Beobachtung gefunden worden sein, mögen aber hier mit Hülfe von Gl. (1) berechnet werden. Danach ist nämlich unter der Voraussetzung hinlänglich steiler Ufer, um die Breite als constant betrachten zu dürfen, die veränderte mittlere Tiefe

$$a - e = ax\left(1 - y\frac{a}{b}\right) = \frac{x}{2}\left(1 - \frac{y}{20}\right),$$

und zwar ergiebt sich hieraus a_1 oder a^1, jenachdem in den Ausdrücken von x und y unter Q_1 die kleinste oder grösste Wassermenge $= 3{,}5$ bezw. 6,5 Cubikmtr. verstanden wird. Indem dabei nach §. 9, Gl. (9)

$$\frac{B}{\sqrt{a}} = \frac{23{,}8 \,.\, 0{,}0272}{\sqrt{0{,}5}} = 0{,}915$$

gesetzt wird, findet man

$$a_1 = 0{,}42 \text{ Mtr.},\ a^1 = 0{,}58 \text{ Mtr.}$$

Da in Wirklichkeit mit der Wasserführung des Flusses und der entsprechenden Höhenlage der freien Oberfläche sich die Wasserbreite b etwas ändern kann, sind a_1 und a^1 richtiger nicht als die mittleren Wassertiefen bei kleiner und bei grosser Wassermenge, sondern als die betreffenden Wasserstände des Flusses zu bezeichnen, von derjenigen unter dem Winkel α geneigten Ebene aus gerechnet, für welche bei mittlerer Wassermenge der Wasserstand = der mittleren Tiefe $a = 0{,}5$ Mtr. ist. Jene Ebene heisse die mittlere Sohle des Flusses.

Unter der vorläufigen Voraussetzung, dass von dem totalen Gefälle $H_0 = 4$ Mtr. etwa $H = 3$ Mtr. als ein zum Betriebe disponibles Gefälle an der Stelle des Werks werde concentrirt werden können, wäre der dem ganzen Wasserquantum des Flusses entsprechende absolute Effect bei Niedrigwasser:

$$N_0 = \frac{1000 \,.\, 3{,}5 \,.\, 3}{75} = 140 \text{ Pferdestärken.}$$

Indem er für die verlangten $N = 40$ Nutzpferdestärken jedenfalls ausreichend ist, ist der Zustand des Flusses bei dieser kleinen Wassermenge dem Entwurf zu Grunde zu legen.

Es sei nun eine Flussstelle C in 500 Mtr. Entfernung stromabwärts vom oberen Ende A der Flussstrecke AB zur Anlage eines Wehrs und zur Abzweigung des Obergrabens mit Rücksicht auf die örtlichen Umstände geeignet; auch sei das Flussbett hinlänglich tief, um eine Stauhöhe von nahe

$$500\,\alpha = 1 \text{ Mtr.}$$

zu gestatten. Wie viel dieselbe thatsächlich etwa kleiner sein muss, ist dann nur von der Bedingung abhängig, dass unter keinen Umständen die Stauhöhe bei A grösser, als $h^1 = 0{,}06$ Mtr. sein soll. Einstweilen werde dieser Forderung bei Niedrigwasser Rechnung getragen, indem dabei versuchsweise die Stauhöhe h nahe oberhalb des Wehrs $= 0{,}9$ Mtr. angenommen und die Entfernung s stromaufwärts von dieser Stelle berechnet werde, in welcher die Stauhöhe auf $h^1 = 0{,}06$ Mtr. abgenommen haben wird. Bildete die freie Oberfläche des aufgestauten Wassers eine horizontale Ebene, so wäre

$$s = \frac{h - h^1}{\alpha} = \frac{0{,}84}{0{,}002} = 420 \text{ Mtr.}$$

Infolge der aufwärts concaven Krümmung jener Oberfläche ist s aber grösser, und es fragt sich, ob wenigstens < 500 Mtr.?

Nun ist nach (7) hier mit $a = a_1 = 0{,}42$:

$$h_m = \frac{0{,}96}{2} = 0{,}48 \text{ und } x_m = \frac{0{,}42 + 0{,}48}{0{,}42} = 2{,}143,$$

womit und mit $\frac{1}{n} = 36{,}7$ nach (6) gefunden wird:

$$k = 36{,}7 \frac{36{,}7 + 23 + 7{,}6}{36{,}7 + (23 + 7{,}6)\frac{1}{\sqrt{0{,}9}}} = 35{,}8$$

und mit $k_0 = 31{,}6$ nach (5):

$$c = \left(\frac{31{,}6}{35{,}8}\right)^{\frac{2}{3}} = 0{,}920.$$

Ferner ist die mittlere Geschwindigkeit des Flusses bei Niedrigwasser:

$$u_0 = \frac{3{,}5}{0{,}42 \,.\, 10} = \frac{5}{6} \text{ Mtr. pro. Sec.}$$

und ergiebt sich damit nach (4):

$$s = 420 + 151\,(i^1 - i).$$

Nach (10) ist aber endlich

$$\frac{1}{x} = \frac{0{,}42\,.\,0{,}92}{0{,}42 + 0{,}9} = 0{,}293 \text{ und } \frac{1}{x^1} = \frac{0{,}42\,.\,0{,}92}{0{,}42 + 0{,}06} = 0{,}805,$$

welchen Werthen entsprechend

$$i = 0{,}0434 \text{ und } i^1 = 0{,}4281$$
$$s = 420 + 58 = 478 \text{ Mtr.}$$

gefunden wird. Die Stauhöhe bei A ist also $< 0{,}06$ Mtr., und es werde deshalb unter der (später zu prüfenden) Annahme, dass es auch bei Hochwasser der Fall sein werde, die Stauhöhe h an der Stelle des Wehrs bei Niedrigwasser $= 0{,}9$ Mtr., folglich der entsprechende Gefällverlust $h_3 =$ 0,1 Mtr. angenommen.

Den örtlichen Umständen gemäss sei nun für das Werk eine solche Lage gewählt worden, dass danach die Längen des Ober- und des Untergrabens

$$l_1 = 200 \text{ Mtr. und } l_2 = 1000 \text{ Mtr.}$$

sich ergeben. Werden dann ihre relativen Gefälle vorläufig

$$\alpha_1 = 0{,}0003 \text{ und } \alpha_2 = 0{,}0007$$

angenommen, also die totalen Gefälle

$$h_1 = l_1 \alpha_1 = 0{,}06 \text{ und } h_2 = l_2 \alpha_2 = 0{,}70 \text{ Mtr.}$$

und wird die Summe der Gefällverluste h_4 und h_5 vorläufig $= 0{,}14$ gesetzt, so ist

$$h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 = 0{,}76 + 0{,}1 + 0{,}14 = 1 \text{ Mtr.},$$

entsprechend $H = 4 - 1 = 3$ Mtr.

Als hydraulische Kraftmaschine werde eine solche in Aussicht genommen, deren Wirkungsgrad bei diesem disponiblen Gefälle nach sonstigen Erfahrungen zu $\frac{2}{3}$ veranschlagt werden kann; das Aufschlagwasserquantum, dessen sie benöthigt, um 40 Pferdestärken gewinnen zu lassen, ist dann bestimmt durch die Gleichung:

$$\frac{2}{3}\,\frac{1000\,Q\,.\,3}{75} = 40, \text{ woraus } Q = 1{,}5 \text{ Cubikmtr.}$$

folgt.

Die mittleren Strömungsgeschwindigkeiten im Ober- und Untergraben seien jetzt mit Rücksicht auf die obwaltenden Umstände und auf die beabsichtigte Ausführungsart der Canäle endgültig

$$u_1 = 0{,}5 \text{ und } u_2 = 0{,}75 \text{ Mtr.}$$

festgesetzt, und es sei der in Aussicht genommenen Trapezform der Wasserquerschnitte entsprechend für beide Canäle

$$tg\,\beta = 0{,}5 \;(sec\,\beta = 1{,}118) \text{ und } n = 2,$$

d. h. die Breite an der Sohle = dem Doppelten, die obere Wasserbreite = dem Dreifachen der Tiefe. Dann sind die Inhalte der Wasserquerschnitte:

$$F_1 = \frac{1{,}5}{0{,}5} = 3 \text{ und } F_2 = \frac{1{,}5}{0{,}75} = 2 \text{ Quadratmtr.},$$

somit nach (11) die Wassertiefe, das benetzte Querprofil und der reciproke Werth des mittleren Radius für den Obergraben:

$$t_1 = \sqrt{\frac{3}{2{,}5}} = \sqrt{1{,}2} = 1{,}095 \text{ Mtr.}$$

$$p_1 = 1{,}095\,(2 + 2{,}236) = 4{,}638 \text{ Mtr.}$$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{p_1}{F_1} = 1{,}546$$

sowie für den Untergraben:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2}{2{,}5}} = \sqrt{0{,}8} = 0{,}894 \text{ Mtr.}$$

$$p_2 = 0{,}894\,(2 + 2{,}236) = 3{,}787 \text{ Mtr.}$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{p_2}{F_2} = 1{,}893.$$

Die endgültige Bestimmung der relativen Gefälle des in diesen Canälen fliessenden Wassers, also auch der Abhänge α_1 und α_2, womit die Sohlen derselben anzulegen sind, nach Gl. (12) erfordert die Kenntniss der betreffenden Coefficienten k_1 und k_2. Dieselben sind nach Bd. I, §. 126:

$$k_1 = \frac{A_1}{1 + \frac{B_1}{\sqrt{r_1}}} \text{ und } k_2 = \frac{A_2}{1 + \frac{B_2}{\sqrt{r_2}}},$$

unter A_1 und B_1, A_2 und B_2 Coefficienten verstanden, welche von den relativen Gefällen $\alpha_1 = 0{,}0003$ und $\alpha_2 = 0{,}0007$ sowie vom Rauhigkeitscoefficienten n abhängen. Was letzteren betrifft, so erscheine es mit Rücksicht auf die Ausführung der Canäle passend, hier A und B den arithmetischen Mitteln derjenigen Werthe gleich zu setzen, welche nach den Tabellen a. a. O. $n = 0{,}017$ (Canalwände von Bruchsteinen) und $n = 0{,}025$ (Canalwände von Erde) entsprechen, nämlich

$$A_1 = 77{,}6 \text{ und } B_1 = 0{,}591, \quad A_2 = 74{,}6 \text{ und } B_2 = 0{,}529.$$

Damit ergiebt sich

$$\frac{1}{k_1} = 0{,}0224 \text{ und } \frac{1}{k_2} = 0{,}0232$$

sowie dann nach (12):

$$\alpha_1 = (0{,}0224 \,.\, 0{,}5\ )^2 \,.\, 1{,}546 = 0{,}00019 \qquad h_1 = 0{,}04$$
$$\alpha_2 = (0{,}0232 \,.\, 0{,}75)^2 \,.\, 1{,}893 = 0{,}00057 \qquad h_2 = 0{,}57.$$

Beide Gefälle sind kleiner, als vorläufig angenommen worden war, doch würde eine berichtigende Wiederholung der Rechnung nur dann in Frage kommen, wenn etwa auch für Q sich schliesslich ein erheblich von 1,5 verschiedener Werth ergeben sollte.

Der mit h_5 bezeichnete (der Wassermenge $Q_0 = 3{,}5$ Cubikmtr. des Flusses entsprechende) Höhenunterschied der Wasserspiegel beiderseits von der Einlassschleuse an der Abzweigungsstelle des Obergrabens vom Flusse dicht oberhalb des Wehrs ist nach (13) von der Geschwindigkeitshöhe k des aufgestauten Wassers daselbst abhängig, welche indessen sehr klein, nämlich mit Rücksicht auf die betreffende Wassertiefe

$$= a_1 + h = 0{,}42 + 0{,}9 = 1{,}32 \text{ Mtr.}$$

nur

$$k = \frac{1}{2g}\left(\frac{3{,}5}{1{,}32 \,.\, 10}\right)^2 = 0{,}0036 \text{ Mtr.}$$

ist. Nach (13) ergiebt sich also

$$h_5 = 0{,}5\,(0{,}5)^2 - k = 0{,}12 \text{ Mtr.}$$

Der Obergraben ist also mit dem Abhange α_1 seiner Sohle so anzulegen, dass letztere am oberen Ende um

$$h_5 + t_1 = 0{,}12 + 1{,}10 = 1{,}22 \text{ Mtr.}$$

unter dem aufgestauten Wasserspiegel, somit

$$1{,}32 - 1{,}22 = 0{,}10 \text{ Mtr.}$$

über der mittleren Flusssohle liegt. Der Untergraben würde mit dem Abhange α_2 seiner Sohle so anzulegen sein, dass letztere am unteren Ende um

$$t_2 - a_1 = 0{,}89 - 0{,}42 = 0{,}47 \text{ Mtr.}$$

unter der mittleren Flusssohle liegt, wenn es nicht vorzuziehen wäre, dieselbe hier

$$\frac{a_2 - a_1}{2} = 0{,}08 \text{ Mtr.}$$

höher, folglich nur 0,39 Mtr. unter die mittlere Flusssohle zu legen, um bei höheren Wasserständen des Flusses den Abfluss des Aufschlagwassers in demselben nicht zu sehr zu erschweren. Letzteres wird dann thatsächlich nur bei mittlerer Wasserführung des Flusses gleichförmig im

Untergraben abfliessen, bei kleinerer Wasserführung dagegen mit zunehmender, bei grösserer mit abnehmender Geschwindigkeit. Indem damit auch noch das Gefälle

$$h_4 = 0{,}08 \text{ Mtr.}$$

preisgegeben wird, ist schliesslich der ganze durch die Fassung des Wassers verursachte Gefällverlust:

$$h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 = 0{,}04 + 0{,}57 + 0{,}1 + 0{,}08 + 0{,}12 = 0{,}91 \text{ Mtr.},$$

entsprechend einem zum Betriebe des Wassermotors disponibel bleibenden Gefälle

$$H = 3{,}09 \text{ Mtr.},$$

welches nur so wenig grösser, als das vorläufig zu 3 Mtr. angenommene ist, dass eine berichtigende Wiederholung der Rechnung entbehrlich erscheint; diesem etwas grösseren Gefälle H würde die Aufschlagwassermenge $Q = 1{,}5$ genau entsprechen, wenn der Wirkungsgrad η des Motors statt $\frac{2}{3} = 0{,}667$ nur

$$\frac{2}{3}\,\frac{3}{3{,}09} = 0{,}647$$

wäre.

Schliesslich bleibt noch die erforderliche Höhe des Wehrdammes an der Flussstelle C so zu bestimmen, dass er bei Niedrigwasser des Flusses die Stauhöhe $h = 0{,}9$ Mtr. ergiebt und $3{,}5 - 1{,}5 = 2$ Cubikmtr. Wasser pro Sec. überfliessen lässt. Zu dem Ende findet man zunächst aus Gl. (2), da das Wehr jedenfalls ein vollkommenes Ueberfallwehr sein muss, mit

$$Q_1 = 2,\ \ \mu_1 = 0{,}53,\ \ b_1 = b = 10 \ \text{und}\ k = 0{,}0036$$

die (dort mit h_1 bezeichnete) erforderliche Höhe des aufgestauten Wasserspiegels über der Scheitellinie des Dammes $= 0{,}19$ Mtr. und damit die Höhe der letzteren über der mittleren Flusssohle

$$= 0{,}42 + 0{,}9 - 0{,}19 = 1{,}13 \text{ Mtr.}$$

Bei Hochwasser des Flusses muss die Wassermenge

$$Q_1 = 6{,}5 - 1{,}5 = 5 \text{ Cubikmtr.}$$

pro Sec. über den Wehrdamm fliessen; damit und mit übrigens denselben Buchstabenwerthen wie zuvor ergiebt sich jetzt die Höhe h_1 des aufgestauten Wasserspiegels über der Scheitellinie des Dammes $= 0{,}35$ Mtr., und folglich die Stauhöhe des bei Hochwasser 0,58 Mtr. tiefen Flusses

$$h = 0{,}35 + 1{,}13 - 0{,}58 = 0{,}9 \text{ Mtr.},$$

also innerhalb der Genauigkeitsgrenzen dieser Rechnung ebenso gross wie bei Niedrigwasser.

Dagegen ist es fraglich, ob auch bei Hochwasser die Stauhöhe am oberen Ende der benutzten Flussstrecke bei A der Bedingung gemäss noch kleiner, als 0,06 Mtr., folglich ob die Flussstelle, wo bei Hochwasser die Stauhöhe $h^1 = 0{,}06$ Mtr. stattfinden wird, um weniger als 500 Mtr. vom Wehr bei C entfernt ist? Zur Prüfung dienen wieder die Gleichungen (4)—(10), in welchen aber jetzt

$$a = a^1 = 0{,}58 \text{ und } u_0 = \frac{6{,}5}{0{,}58 \,.\, 10} = 1{,}121$$

zu setzen ist, während es nur einen kleinen Fehler verursachen kann, wenn der frühere Werth des Coefficienten

$$c = \left(\frac{k_0}{k}\right)^{\frac{2}{3}} = 0{,}92$$

hier beibehalten wird. So findet man nach (4):

$$s = 420 + 191\,(i^1 - i)$$

und weiter mit Rücksicht auf (10) und die betreffende Tabelle in Bd. I, §. 133, nämlich mit

$$\frac{1}{x} = \frac{0{,}58 \,.\, 0{,}92}{0{,}58 + 0{,}9} = 0{,}361 \qquad\qquad i = 0{,}0664$$

$$\frac{1}{x^1} = \frac{0{,}58 \,.\, 0{,}92}{0{,}58 + 0{,}06} = 0{,}834 \qquad\qquad i^1 = 0{,}4811$$

$$s = 420 + 79 = 499 \text{ Mtr.}$$

Die Wehrdammhöhe = 1,13 Mtr., entsprechend der Stauhöhe $h = 0{,}9$ Mtr. an der Flussstelle C, ist also in der That eben noch zulässig.

II. Wasserräder.*

§. 12. **Einleitende Erklärungen.**

Die wesentlichsten und besonders für die Theorie vorzugsweise in Betracht kommenden Theile eines Wasserrades sind seine Schaufeln (von Holz oder Eisenblech), welche zur unmittelbaren Aufnahme des Wasserdrucks dienen und welche, abgesehen von ihrer Dicke, als con-

* Es versteht sich von selbst, dass hier wie in den folgenden Abschnitten die bezügliche Litteratur vielfach benutzt worden ist, wenn es auch an den betreffenden Stellen nicht immer ausdrücklich gesagt wurde. Was insbesondere diesen von den Wasserrädern handelnden Abschnitt betrifft, so bezieht sich jene Bemerkung besonders auf die Schriften von Redtenbacher und auf G. Herrmann's Bearbeitung der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik von Weisbach.

gruente materielle Flächen bezeichnet werden können, die in gleichen Entfernungen von einander und in gleichen Lagen gegen das Rad an dessen Umfange so angeordnet sind, dass sie bei der Umdrehung des Rades alle denselben ringförmig cylindrischen Raum durchlaufen. Dieser Raum heisse im Folgenden der Radkranz, jeder der gleichen Theile, in die er durch die Schaufeln getheilt wird, ein Schaufelraum.

An seiner äusseren Cylinderfläche ist der Radkranz offen, indem hier das Wasser ein- und austritt. (Nur ausnahmsweise ist wohl auch das Wasser an der Innenfläche des Kranzes eingeführt worden.) Gewöhnlich ist der Radkranz an seiner inneren Cylinderfläche durch einen sogenannten Boden materiell abgeschlossen. Je nach Form und Stellung der Schaufeln, deren Oberflächen übrigens stets cylindrische (ebene, gebrochene oder krumme) Flächen mit Erzeugungslinien parallel der Radaxe sind, unterscheidet man gewöhnlich Schaufelräder im engeren Sinne und Zellenräder; bei ersteren haben die Schaufeln eine vorwiegend radiale, bei letzteren wenigstens nach aussen hin eine mehr tangentiale Richtung. An den beiden ebenen ringförmigen Seitenflächen ist der Radkranz bei Zellenrädern materiell abgeschlossen, bei den Schaufelrädern nicht immer, vielmehr sind Schaufelräder mit seitlich geschlossenem Radkranz (sogenannte Staberäder) und solche mit seitlich offenem Radkranz (sogenannte Strauberäder) zu unterscheiden.*

Man unterscheidet ferner freihängende und Kropfräder. Erstere sind entweder freihängend im engeren Sinne, nämlich so, dass die tiefste Stelle des Rades sich noch etwas, um den sogenannten Betrag des Freihängens, über dem Unterwasserspiegel befindet, oder sie tauchen in das Wasser ein, entweder als Schiffmühlenräder in das verhältnissmässig unbegrenzte Wasser eines Flusses, oder in das in einem geraden sogenannten Schnurgerinne fliessende Wasser mit möglichst kleinem Spielraume zwischen dem Radumfang und dem Gerinneboden. Bei den Kropfrädern wird der wasserhaltende Bogen des Kranzes von einem

* Dem sonstigen Sprachgebrauche würde es besser entsprechen, die Schaufelräume, abgesehen von der Schaufelform, immer dann als Zellen, die betreffenden Räder als Zellenräder zu bezeichnen, wenn der Radkranz seitlich materiell abgeschlossen ist, also die Schaufelräume nur nach aussen offen sind; doch mögen in dieser Hinsicht die eingebürgerten Benennungen beibehalten werden, die aus einer Zeit stammen, in welcher der Bau der Wasserräder kaum Sache des wissenschaftlichen Maschinenbaues, vielmehr lediglich des empirischen Handwerks war. Nur der oben festgestellte Begriff des Radkranzes weicht von dem hier üblichen Sprachgebrauche ab, gemäss welchem vielmehr die ringförmigen Seitenwände des hier so genannten Radkranzes als Radkränze bezeichnet zu werden pflegen.

sogenannten Kropf (Mantel) mit möglichst kleinem Spielraume zwischen der cylindrischen Oberfläche desselben und den äusseren Schaufelkanten umschlossen. Dieser aus Holz oder Stein hergestellte Kropf ist gewöhnlich zu einem Kropfgerinne ausgebildet durch ebene vertikale Seitenwände, die den Radkranz auch seitlich mit möglichst kleinem Spielraume umschliessen und (wenigstens im Falle hölzerner Kropfgerinne) als Wasserbänke bezeichnet zu werden pflegen. Nothwendig zum Zweck des Kropfes, den Ausfluss des Wassers aus den Schaufelräumen vor deren tiefster Lage thunlichst zu erschweren, sind dergl. Seitenwände des Kropfes natürlich bei Schaufelrädern mit seitlich offenem Radkranz.

In Bezug auf die Art der Wasserzuführung unterscheidet man Räder mit Spannschütze, Ueberfallschütze oder Leitschaufelschütze (Coulissenschütze), jenachdem das Aufschlagwasser aus einer rechteckigen Mündung mit oder ohne Ansatzgerinne dem Rade zufliesst, oder als Ueberfall über einer horizontalen Schwelle mit oder ohne angesetzte Leitschaufel, oder endlich aus einer kurzen Ansatzröhre bezw. aus einem System von solchen mit rechteckigen Querschnitten. Bei der Spannschütze geschieht die Regulirung durch ein von oben her stellbares Schutzbrett, wodurch die Entfernung des oberen vom festliegenden unteren Rande der Ausflussöffnung, also die Höhe der letzteren verändert werden kann; die Regulirung betrifft unter diesen Umständen nur die Menge, nicht aber die Geschwindigkeit des ausfliessenden und dem Rade zufliessenden Wassers, welche vielmehr mit dem Oberwasserstande sich entsprechend ändert und selbst (als mittlere Geschwindigkeit) bei unverändertem Oberwasserspiegel in bestimmtem Masse etwas grösser wird bei der Senkung, etwas kleiner bei der Hebung des Schutzbrettes, somit etwas grösser bei der Verkleinerung, etwas kleiner bei der Vergrösserung der Wassermenge. Bei der Ueberfallschütze sind durch Verstellung der Ueberfallschwelle, also durch Aenderung der Höhe des Ueberfalles stets nur die Menge und die Geschwindigkeit des überfallenden Wassers in gleichem Sinne regulirbar; aber es ist wenigstens möglich, bei beliebig veränderlichem Oberwasserstande beide constant zu erhalten oder in beliebigem Masse, nur nicht unabhängig von einander zu ändern. Bei der Leitschaufelschütze endlich, wenigstens bei ihrer vollkommensten Ausführungsart, wobei das Wasser zwischen den einander zugekehrten horizontalen Rändern von zwei einzeln und unabhängig von einander stellbaren Schutzbrettern und längs einem System von Leitschaufeln, welche zwischen der Gleitbahn jener Schutzbretter und dem Rade festliegend angeordnet sind, dem letzteren zufliesst, können die Menge und die

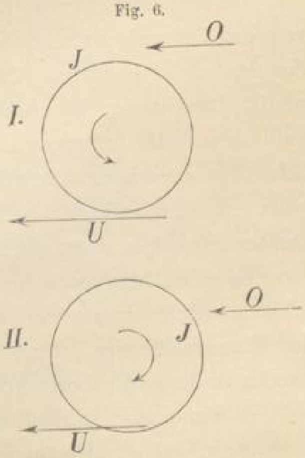
Geschwindigkeit des zufliessenden Wassers unabhängig von einander regulirt werden, und es ist insofern diese Art der Wasserzuführung, wo sie constructiv am Platze ist, besonders bei sehr veränderlichem Oberwasserstande die vollkommenste, um so mehr, als man dabei auch die Sicherstellung der vortheilhaftesten Richtung des Wassereinflusses in das Rad am besten in der Gewalt hat. Freilich ist sie mit etwas grösseren hydraulischen Widerständen verbunden.

Mehr von constructiver Wichtigkeit, als von Bedeutung für die hier zu besprechende Theorie der Wasserräder, ist die Art und Weise, wie die gewonnene Arbeit vom Rade fortgepflanzt wird, ob insbesondere dazu 1) ein in einiger Entfernung von ihm auf der Wasserradwelle sitzendes Zahnrad dient, oder 2) ein mit dem Radkranze auf einer Seite verbundener Zahnkranz, oder 3) zwei solche Zahnkränze, die auf beiden Seiten mit dem Radkranze verbunden sind und in zwei Getriebe der Transmissionswelle eingreifen. Wenn man bei Voraussetzung von zwei Armsystemen zur Verbindung des Radkranzes mit der Welle dasjenige, welches im Falle 1) dem auf der Welle sitzenden Zahnrade zunächst liegt, als das erste, das andere als das zweite Armsystem bezeichnet, so wird das Wellenstück zwischen dem Zahnrade und dem ersten Armsystem durch das Kraftmoment M, das Wellenstück zwischen beiden Armsystemen durch das Kraftmoment $\frac{1}{2} M$ auf Torsion, sowie jedes Armsystem durch das Kraftmoment $\frac{1}{2} M$ auf Biegung in Anspruch genommen, wo $M = E.\omega$ ist, unter E (§. 8) den Nutzeffect und unter ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades verstanden. Im Falle 2) geht die Hälfte des Moments M unmittelbar in den Zahnkranz über, die andere Hälfte wird durch das zweite, nämlich durch das auf der anderen Seite des Radkranzes befindliche Armsystem, durch die Welle und durch das erste Armsystem auf den Zahnkranz übertragen. Vom Kraftmoment $\frac{1}{2} M$ werden somit beide Armsysteme und zwar in entgegengesetztem Sinne auf Biegung, das zwischen ihnen liegende Wellenstück auf Torsion in Anspruch genommen, es sei denn, dass durch schräg eingefügte Umfangszugstangen beide Seiten des Radkranzes unmittelbar so mit einander verbunden werden, dass sie keiner nennenswerthen relativen Verdrehung fähig sind. Vollkommen wird im Falle 3) die Welle vor Torsion, und werden die Radarme vor Biegung (abgesehen von der Wirkung des Radgewichtes) bewahrt, indem letztere dann nur zum Tragen des Rades dienen. Weitere, übrigens leicht zu übersehende Complicationen dieser Verhältnisse, welche für die Construction des Rades natürlich von erheblicher Bedeutung sind, treten dann ein, wenn bei sehr breiten Rädern noch ein drittes mittleres Armsystem angeordnet oder wenn ein Zahnkranz, anstatt unmittelbar mit dem Radkranze, an mittleren Stellen mit den Armen eines Armsystems verbunden wird.

Das hauptsächlichste Kriterium für die Unterscheidung verschiedener Arten von Wasserrädern ist der Ort, wo das Wasser in das Rad eingeführt wird. Jenachdem dieser nahe der obersten, mittleren (in der Höhe der Radaxe gelegenen) oder untersten Stelle des Rades sich befindet, unterscheidet man oberschlächtige, mittelschlächtige und unterschlächtige Räder, auch zwischen den ober- und mittelschlächtigen noch rückenschlächtige (hochschlächtige), zwischen mittel- und unterschlächtigen noch tiefschlächtige Räder.

Ober- und rückenschlächtige Räder sind freihängende Zellenräder, bei welchen das Wasser vorwiegend unmittelbar durch seine Schwere wirkt, indem es in den Zellen der einen Radhälfte niedersinkt; die Stosswirkung vermöge der lebendigen Kraft, womit das Wasser einfliesst, ist von untergeordneter Bedeutung, indem das zur Erzeugung dieser lebendigen Kraft verwendete Gefälle einen verhältnissmässig kleinen Theil des ganzen Gefälles ausmacht. Den oberschlächtigen Rädern pflegt das Wasser durch eine Spannschütze, den rückenschlächtigen durch eine Leitschaufelschütze zugeführt zu werden, ein Vorzug der letzteren besonders bei veränderlicher Höhenlage des Oberwasserspiegels. Auch besteht der Unterschied, dass den oberschlächtigen Rädern das Wasser im Zuflussgerinne in demselben Sinne zufliesst, in welchem die Eintrittsstelle des Wassers in das Rad infolge der Drehung des letzteren ausweicht, den rückenschlächtigen Rädern aber im umgekehrten Sinne, wie ein Blick auf Fig. 6 erkennen lässt, in welcher die Pfeile O und U bezw. den Ober- und Unterwasserspiegel und zugleich die Bewegungsrichtungen des Wassers daselbst andeuten, J die mittlere Einflussstelle des Wassers in das oberschlächtige Rad gemäss der durch I., in das rückenschlächtige Rad gemäss der durch II. angedeuteten Disposition. Unter diesen Umständen ist unten die Abflussrichtung U des Wassers

Fig. 6.



der Bewegungsrichtung des oberschlächtigen Rades daselbst entgegengesetzt, mit derjenigen des rückenschlächtigen dagegen übereinstimmend, weshalb ersteres zur Vermeidung eines erheblichen Widerstandes im Unterwasser vor dem Eintauchen in dasselbe (dem sogenannten Waten) bewahrt werden muss, zuweilen (bei sehr veränderlicher Höhenlage des Unterwasserspiegels) ihm sogar unter mittleren Umständen ein gewisser Betrag des Freihängens gegeben wird, der einen für den Effect des Rades verlorenen Theil des Gefälles darstellt. Das Waten rückenschlächtiger Räder ist dagegen nicht von so erheblichem Nachtheil, was als Vorzug derselben auch mit Rücksicht auf die Veränderlichkeit des Unterwasserstandes zu betrachten ist. Um in solchen Fällen, in welchen thunlichst sparsame Wasserverwendung geboten ist, den Wirkungsgrad der rückenschlächtigen Räder noch mehr zu steigern, wird der wasserhaltende Bogen des Radkranzes zuweilen schon mit einem Mantel umgeben, bei welchem dann aber Wasserbänke (Seitenwände, die den Radkranz zwischen sich fassen) entbehrlich sind.

Mittel- und tiefschlächtige Räder sind gewöhnlich Schaufelräder mit Kropf, bei denen alle Arten der Wasserzuführung vorkommen. Bei den mittelschlächtigen Rädern wirkt das Wasser noch vorwiegend unmittelbar durch seine Schwere, indem es auf den im Kropf laufenden Schaufeln relativ ruhend niedersinkt, jedoch auch schon grossentheils, bei tiefschlächtigen Rädern mitunter sogar vorwiegend durch Stoss infolge des Geschwindigkeitsüberschusses des die Schaufeln treffenden Wassers.

Unterschlächtige Räder sind Schaufelräder, welchen abgesehen von den im unbegrenzten Wasser hängenden Schiffmühlenrädern, die einer Schütze nicht bedürfen, das Wasser durch eine Spannschütze zugeführt wird. Dasselbe wirkt ausschliesslich mittelbar durch seine schon ausserhalb des Rades erlangte lebendige Kraft, und zwar bei den mit ebenen Schaufeln versehenen Schiffmühlenrädern und Rädern im Schnurgerinne durch Stoss, bei dem mit gekrümmten und entsprechend gestellten Schaufeln ausgerüsteten Poncelet-Rade durch stetigen Druck. —

Es seien hier noch im Voraus einige Buchstabenbezeichnungen erklärt, welche ausser den schon im §. 8 erklärten bezüglich der Theorie der Wasserräder im Folgenden stets in denselben Bedeutungen gebraucht werden sollen. Es bezeichne

R den äusseren Halbmesser des Rades,

a die radiale Dimension des Radkranzes, die sogenannte Kranzbreite oder Radtiefe, bei vorhandenem Boden bis zu dessen Aussenfläche gerechnet,

b die axiale Dimension des Radkranzes oder die Radbreite, bei vorhandenen Seitenwänden des Radkranzes auch Radweite genannt, wodurch ausgesprochen ist, dass dann diese Dimension im Lichten zwischen den Seitenwänden gemessen werden soll (entsprechend der Bedeutung des Products ab als der Querschnittsgrösse des von den wirksamen Schaufelflächen durchlaufenen ringförmigen Raumes, der oben als Radkranz bezeichnet wurde),

z die Anzahl der Schaufeln,

e die Theilung des Rades, d. i. die in der äusseren Peripherie gemessene Entfernung zweier benachbarter Schaufeln,

ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades,

n seine Umdrehungszahl pro Minute,

u die absolute Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers an der äusseren Peripherie, und zwar bezogen auf den Mittelpunkt J des Einlaufbogens, d. h. des Bogens der Radperipherie, längs welchem das Wasser einfliesst,

h den Theil des disponiblen Gefälles H, welcher zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit verwendet wird, also die Tiefe des Punktes J unter dem Oberwasserspiegel,

v die äussere Peripheriegeschwindigkeit des Rades,

α den Winkel zwischen den Richtungen von u und v, falls u auf den festliegenden Punkt J und v auf den augenblicklich damit zusammenfallenden Punkt der Peripherie des rotirenden Rades bezogen wird,

w die ebenso verstandene relative Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers gegen das Rad, also die Resultante von u und der entgegengesetzt genommenen, auf denselben Punkt bezogenen Peripheriegeschwindigkeit v,

β den spitzen Winkel, unter welchem der Umfang des Rades vom Querprofil der Schaufelfläche, nämlich von ihrem Durchschnitt mit einer zur Radaxe senkrechten Ebene geschnitten wird,

ε das Verhältniss $\frac{Q}{abv}$, den sogenannten Füllungscoefficienten, nämlich das Verhältniss des zufliessenden Wasservolumens zu demjenigen Volumen, welches gleichzeitig ein Querschnitt ab des Radkranzes mit der Annäherung beschreibt, mit welcher die Geschwindigkeit seines Mittelpunktes $= v$ gesetzt werden kann, und also auch zu demjenigen Volumen, welches vom Wasser höchstens ausgefüllt werden könnte, falls die Schaufeln materielle Flächen ohne Dicke wären,

F den Querschnitt, also Fb das cylindrische Volumen der von einem Schaufelraume thatsächlich aufgenommenen Wassermenge.

Endlich sei stets mit M der Mittelpunkt, mit O der oberste, mit U der unterste Punkt der Radperipherie bezeichnet, mit E der Mittelpunkt eines Theilbogens e, mit J der schon erwähnte Mittelpunkt des Einlaufbogens. Letzterer ist von fester Lage, während jeder Punkt E mit dem Rade umläuft, also nur periodisch und augenblicklich mit J zusammenfällt.

Zwischen den erklärten Buchstabengrössen finden folgende allgemeine Beziehungen statt:

$$\left.\begin{array}{l} n = \dfrac{60\,\omega}{2\,\pi} = \dfrac{30}{\pi}\,\omega = 9{,}55\,\omega \\ \omega = \dfrac{\pi}{30}\,n = 0{,}1047\,n \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

$$2\,\pi R = z e \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

ferner, da u, v, w die Seiten eines Dreiecks sind, in welchem der Seite w der Winkel α gegenüberliegt,

$$w^2 = u^2 + v^2 - 2\,u v \cos\alpha \ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

endlich, da $\dfrac{Q}{v}$ das pro Längeneinheit der Radperipherie zufliessende Wasservolumen, also

$$Fb = \frac{Q}{v}\,e$$

ist, mit Rücksicht auf die Bedeutung von ε:

$$F = \frac{Qe}{bv} = \varepsilon a e \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Die Theorie der Wasserräder hat hauptsächlich das Ziel, den Wirkungsgrad η eines gegebenen oder eines zu entwerfenden Rades als Function seiner Elemente mit angemessener Näherung auszudrücken, um danach auch diejenigen Werthe bezw. Verhältnisse der besprochenen und anderer Radelemente zu finden, welche einen möglichst grossen Wirkungsgrad unter sonst gegebenen Umständen zur Folge haben. Dazu ist die Kenntniss der Abhängigkeitsgesetze der einzelnen Effectverluste nöthig, welche bei einem Wasserrade vorkommen. Es mögen zunächst allgemein, abgesehen von den einzelnen Arten von Wasserrädern, die wesentlichsten dieser Effectverluste näher besprochen und thunlichst zur Ableitung von Berechnungs- und Constructionsregeln verwerthet werden. Die wichtigsten derselben können als Gefällverluste, andere als Wasserverluste oder unmittelbar als aliquote Theile des absoluten Effects in Rechnung gebracht werden.

a. Allgemeine Erörterungen in Betreff der Verhältnisse von Wasserrädern, insbesondere ihrer Effectverluste.

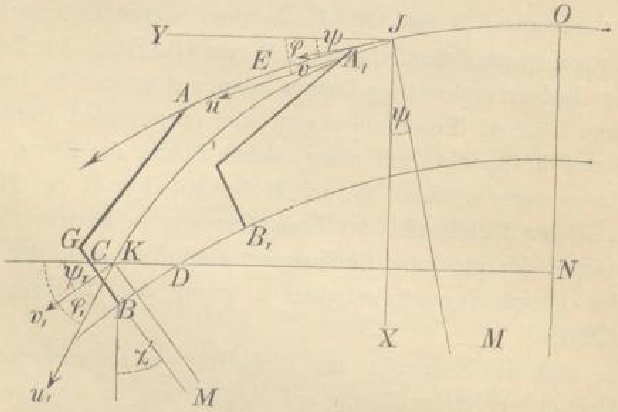
§. 13. Effectverluste, mit welchen der Einfluss des Wassers in das Rad verbunden ist.

Der wesentlichste dieser Effectverluste rührt her von dem Stosse des einfliessenden Wassers, sei es gegen die jeweils von ihm getroffene Schaufel, sei es gegen das Wasser, das in dem betreffenden Schaufelraume schon angesammelt und im unteren Theile desselben näherungsweise zu relativer Ruhe gegen das Rad gelangt ist. Behufs allgemeiner Erörterung dieses als Gefällverlust auszudrückenden Effectverlustes seien AB und A_1B_1 zwei benachbarte Schaufeln, in Figur 7 als Schaufelprofile, nämlich als Durchschnittslinien mit der zur Radaxe senkrechten Ebene der Figur sich darstellend, AB die bezüglich des Bewegungssinnes des Rades vordere, A_1B_1 die hintere Schaufel, A und A_1 die in der äusseren, B und B_1 die in der inneren Cylinderfläche des Radkranzes gelegenen Schaufelränder. Wegen Gleichheit der Verhältnisse in allen zur Radaxe senkrechten Ebenen können stets statt der betreffenden cylindrischen Flächen ihre Profile, statt der erzeugenden Geraden jener Flächen ihre Schnittpunkte mit einer solchen Ebene, der Ebene der Figur, in Betracht gezogen werden. So sei E der Mittelpunkt des Theilbogens $AA_1 = e$, J der Mittelpunkt des Einlaufbogens; in letzterem sei φ der Neigungswinkel der absoluten Einflussgeschwindigkeit u, ψ der Neigungswinkel der Peripheriegeschwindigkeit v gegen den Horizont = dem Winkel JMO.

Wenn auch die Endpunkte des Einlaufbogens als vorderer und hinterer bezeichnet werden mit Bezug auf die Richtung, in welcher der Theilbogen AA_1 am festliegenden Einlaufbogen sich vorbei bewegt, so fängt der Einfluss des Wassers in den Schaufelraum zwischen AB und A_1B_1 an, wenn A mit dem hinteren, er hört auf, wenn A_1 mit dem vorderen Endpunkte des Einlaufbogens zusammenfällt. Dabei kommen die Wassertheilchen, welche an verschiedenen Stellen des Einlauf- und des Theilbogens in den Schaufelraum einfliessen, mit verschiedenen Geschwindigkeiten, überhaupt unter verschiedenen Umständen zum Stoss, pro Gewichtseinheit verschieden grosse Effectverluste, d. h. verschieden grosse Gefällverluste bedingend. Die genauere Berücksichtigung dieser Verschiedenheiten würde auf kaum überwindliche Schwierigkeiten oder wenigstens zu Weitläufigkeiten führen, die zum Genauigkeitsbedürfnisse in

Missverhältniss ständen. Es kann aber kein in Betracht kommender Fehler dadurch verursacht werden, dass man den durchschnittlichen betreffenden Gefällverlust demjenigen gleich setzt, welcher dem mittleren Wassertheilchen der Füllung des in Rede stehenden Schaufelraumes, nämlich demjenigen entspricht, das im Punkte J in dem Augenblicke einfliesst, in welchem E mit J zusammenfällt. Dieses Wassertheilchen kommt zum Stoss, wenn die Hälfte der Wasserfüllung des betrachteten Schaufelraumes bereits zum Stoss gelangt ist, und zwar erfolgt der Stoss im Allgemeinen in einem gewissen Punkte K der Oberfläche CD des im unteren Theile des Schaufelraums schon angesammelten Wassers vom Volumen $\frac{1}{2} Fb$. Die Richtung der Einflussgeschwindigkeit u (der Winkel φ) kann immer so gewählt werden, dass der Stosspunkt K von solcher Lage ist, wie hier vorausgesetzt werden soll.

Fig. 7.



Während das mittlere Wassertheilchen unter dem Einflusse seiner Anfangsgeschwindigkeit u im Punkte J und der Schwere die parabolische Bahn JK durchläuft, welche die Richtungslinie von u in J berührt, seien die Schaufeln AB, A_1B_1 und der Punkt E in die Lagen gekommen, die in Fig. 7 angegeben sind, so dass der Bogen JE der Radperipherie $= vt$ ist, wenn t die Zeit der fraglichen Bewegung in Secunden bedeutet. Die Endgeschwindigkeit des Wassertheilchens in K sei $= u_1$, unter dem Winkel φ_1 gegen den Horizont geneigt. Die Geschwindigkeit des Radpunktes K, welche im Verhältnisse $KM : JM$ kleiner als v ist, sei mit v_1, der Neigungswinkel ihrer zu KM senkrechten Richtung gegen den Horizont mit ψ_1 bezeichnet. Ist endlich w_1 die relative Geschwindigkeit des Wassertheilchens gegen das Rad im Punkte K (die Resultante von u_1 und $-v_1$), und nimmt man an, dass diese relative Geschwindigkeit durch den Stoss verloren wird (das Theilchen plötzlich zu relativer Ruhe gegen das Rad gelangt), so ist $\frac{w_1^2}{2g}$ der Verlust an lebendiger Kraft pro 1 Kgr., d. h. der Verlust an Gefälle, welcher als durchschnittlicher Gefällverlust betrachtet werden sollte.*

Das Quadrat der relativen Geschwindigkeit w_1 als der Resultanten von u_1 und $-v_1$ ist:

$$w_1^2 = (u_1 \cos \varphi_1 - v_1 \cos \psi_1)^2 + (u_1 \sin \varphi_1 - v_1 \sin \psi_1)^2$$

oder, da von der absoluten Geschwindigkeit des Wassertheilchens nur die verticale Componente durch die Wirkung der Schwere geändert wird, also

$$u_1 \cos \varphi_1 = u \cos \varphi \text{ und } u_1 \sin \varphi_1 = u \sin \varphi + gt$$

ist, unter g immer die Beschleunigung der Schwere verstanden,

$$w_1^2 = (u \cos \varphi - v_1 \cos \psi_1)^2 + (u \sin \varphi + gt - v_1 \sin \psi_1)^2 \dots (1).$$

Ebenso wie v und ψ (mit der Lage des Punktes J) sind auch u und φ in einem gegebenen Falle gegeben, so dass die Berechnung von w_1 nach Gl. (1) nur noch die Kenntniss der Zeit t und der Lage des Punktes K erfordert, wodurch nämlich v_1 und ψ_1 bestimmt sind. Indem aber die Coordinaten x, y von K in Beziehung auf die Axen JX (vertical) und JY (horizontal)

$$x = u \sin \varphi . t + \frac{gt^2}{2} \text{ und } y = u \cos \varphi . t \dots\dots\dots (2)$$

sind, erfordert die Bestimmung von w_1 und somit des Gefällverlustes $\frac{w_1^2}{2g}$ in der That nur noch die Kenntniss von t. Eine Gleichung für t ergiebt sich durch Aufstellung eines zweiten Ausdrucks von x und seine Gleich-

* Nach einem allgemeinen Satze der Mechanik ist der Verlust an lebendiger Kraft infolge von unelastischen Stössen zwischen den materiellen Punkten eines beliebigen Systems = der Summe derjenigen lebendigen Kräfte, welche den verlorenen Geschwindigkeiten aller Punkte entsprechen, unter der vorlorenen Geschwindigkeit eines Punktes die Resultante seiner Geschwindigkeit vor dem Stoss (hier u_1) und entgegengesetzt genommenen Geschwindigkeit nach dem Stoss (hier $-v_1$) verstanden. Zu dem System gehört hier freilich auch das Rad; sofern dieses aber unter dem Einflusse der sich beständig wiederholenden Stösse und der übrigen gleich bleibenden Umstände eine constante Geschwindigkeit hat, betrifft der hier in Rede stehende Verlust an lebendiger Kraft thatsächlich nur das Wasser.

setzung mit obigem gemäss Gl. (2). Zu dem Ende sei mit ψ'' der Winkel bezeichnet, unter welchem die Sehne JE gegen JY geneigt ist, also

$$\psi'' = \psi + \frac{1}{2}\frac{JE}{JM} = \psi + \frac{1}{2}\frac{vt}{R} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3).$$

Der Bogen $JE = vt$ ist aber immer klein genug, um ohne in Betracht kommenden Fehler seiner Sehne gleich gesetzt werden zu können, so dass, wenn k die Höhe des Punktes E über der horizontalen Geraden durch den Punkt K bedeutet, auch

$$x = vt \sin\psi'' + k \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4)$$

ist und durch Gleichsetzung beider Ausdrücke von x sich die Gleichung ergiebt:

$$g^2t^2 + 2gt(u \sin\varphi - v \sin\psi'') = 2gk \quad \ldots \ldots \ldots (5).$$

Vermittels dieser Gleichung kann t durch wiederholte Annäherung gefunden werden. Behufs einer ersten Näherung kann das Schaufelprofil AB in der Lage gezeichnet werden, in welcher (entsprechend $t = 0$) E mit J zusammenfällt, und k = der Höhe der zusammenfallenden Punkte E, J über der horizontalen Geraden, welche mit AB und dem inneren Umfange des Radkranzes die Fläche $\frac{1}{2}F = \frac{1}{2}\varepsilon a e$ umgrenzt, berechnet oder mit dem Zirkel abgegriffen werden. Wird ferner ψ'' vorläufig $= \psi$ gesetzt, so ergiebt sich aus (5) ein erster Näherungswerth von t, mit welchem dann ein zweiter Näherungswerth gefunden werden kann, indem $JE = vt$ abgetragen, AB in der entsprechend corrigirten Lage gezeichnet und k = der Höhe von E über der Horizontalen ermittelt wird, welche mit der neuen Lage von AB und dem inneren Umfange des Radkranzes die Fläche $\frac{1}{2}F$ umgrenzt, und indem auch ψ'' gemäss Gl. (3) corrigirt wird. Nöthigenfalls können noch weitere, immer genauere Werthe von t auf dieselbe Weise gefunden werden.

Beispielsweise sei für ein oberschlächtiges Rad (alle Längen auf das Meter als Einheit bezogen)

$$R = 6; \quad z = 100; \quad a = 0{,}32; \quad \varepsilon = \frac{1}{4}$$
$$\varphi = 22^0, \; u = 5; \quad \psi = 12^0, \quad v = 2{,}5.$$

Es ist dann die Theilung $e = \frac{2\pi R}{z} = 0{,}377$ und der Theilwinkel, der mit λ bezeichnet sei,

$$\lambda = \frac{360^0}{z} = 3^0\,36'.$$

Die Schaufeln seien einfach gebrochen, bestehend aus je einer ebenen und radial gerichteten sogenannten Riegelschaufel, welche sich bis zur Mitte der Kranzbreite erstrecke, und einer gleichfalls ebenen sogenannten Stossschaufel (obschon sie den Stoss des Wassers nicht zu empfangen bestimmt ist), welche so geneigt sei, dass ihr Mittelpunktswinkel AMB = dem Theilwinkel ist, dass also A und B_1 (Fig. 7) in demselben Halbmesser des Rades liegen. (Die Figur ist der Wirklichkeit besonders deshalb nicht ganz entsprechend, weil zu ihrer grösseren Deutlichkeit die Kranzbreite zu gross gezeichnet ist.)

Wird nun zunächst der betrachtete Schaufelraum in der Lage vorausgesetzt, in welcher E mit J zuzammenfällt, so ist der Winkel OMB, der mit χ bezeichnet sei,

$$\chi = \psi + 1{,}5\,\lambda = 17^0\,24'$$

und die Höhe des in J liegenden Punktes E über B mit Rücksicht auf

$$MB = R - a = 5{,}68$$

$$p = MJ \, . \cos\psi - MB \, . \cos\chi = 0{,}449.$$

Unter der Voraussetzung, dass die horizontale Gerade, welche vom Querschnitte des Schaufelraums unterhalb die Fläche

$$\frac{\varepsilon a e}{2} = 0{,}0151$$

abschneidet, den radialen Theil der Schaufel AB (die Riegelschaufel) trifft und von ihr das Stück

$$r = BC < 0{,}16$$

abschneidet, kann die fragliche Fläche ohne in Betracht kommenden Fehler als ein rechtwinkliges Dreieck BCD betrachtet werden; ist dessen Höhe, zur Hypothenuse CD gehörig, $= q$, so ist die Kathete

$$BC = r = \frac{q}{\cos\chi}$$

und die andere Kathete $\qquad BD = \dfrac{q}{\sin\chi}$,

also der Inhalt $\qquad = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{q}{\cos\chi}\,\dfrac{q}{\sin\chi} = \dfrac{q^2}{\sin 2\chi}$.

Daraus folgt $q = \sqrt{0{,}0151 \sin 2\chi} = 0{,}093$ und der entsprechende Werth von $r = 0{,}097$ bestätigt dadurch, dass er $< 0{,}16$ ist, die Voraussetzung dieser Berechnung von q.

Die Höhe von E über CD ist nun

$$k = p - q = 0{,}356$$

und mit vorläufig $\psi'' = \psi$ ist nach Gl. (5):

$$g^2 t^2 + 2gt \,.\, 1{,}353 = 6{,}985$$

$$gt = 1{,}616; \quad t = 0{,}102 \,.\, 1{,}616 = 0{,}165 \text{ Sec.}$$

$$vt = 0{,}412; \quad \frac{vt}{R} = 0{,}0687 = 3^0\, 56'.$$

Wird jetzt die Schaufel AB in solcher Lage aufgezeichnet, dass $JE = vt = 0{,}412$ ist, so ist

$$\text{Winkel } OME = \psi' = \psi + \frac{vt}{R} = 15^0\, 56'$$

$$\text{„} \quad OMB = \chi' = \chi + \frac{vt}{R} = 21^0\, 20'$$

$$p = ME \,.\, \cos\psi' - MB \,.\, \cos\chi' = 0{,}479$$

$$q = \sqrt{0{,}0151 \sin 2\chi'} = 0{,}101; \quad r = \frac{q}{\cos\chi'} = 0{,}109$$

$$k = p - q = 0{,}370 \text{ und } \psi'' = \psi + \frac{1}{2}\frac{vt}{R} = 13^0\, 58'.$$

Damit geht Gl. (5) über in:

$$g^2 t^2 + 2gt \,.\, 1{,}270 = 7{,}259$$

und giebt

$$gt = 1{,}705; \quad t = 0{,}174.$$

Begnügt man sich mit diesem einmal corrigirten Werth von t und mit $k = 0{,}37$, so ist jetzt

$$vt = 0{,}435; \quad \frac{vt}{R} = 4^0\, 10'; \quad \psi'' = 14^0\, 5',$$

damit nach Gl. (2) und (4):

$$x = vt \sin\psi'' + k = 6{,}476; \quad y = u \cos\varphi \,.\, t = 0{,}807$$

und, unter N den Durchschnittspunkt von CD mit MO verstanden,

$$MN = R\cos\psi - x = 5{,}393$$

$$NK = R\sin\psi + y = 2{,}054$$

$$MK = \sqrt{MN^2 + NK^2} = 5{,}771.$$

Der Umstand, dass $MK > MD$, nämlich $> 5{,}68$ und $< MC$, nämlich $< 5{,}68 + r = 5{,}789$ ist, bestätigt die zu Grunde liegende Voraussetzung, dass der Stoss des mittleren Wassertheilchens gegen die Oberfläche des im Schaufelraum schon angesammelten Wassers (nicht etwa unmittelbar gegen die Schaufel) stattfindet. Endlich ist jetzt

$$v_1 = \frac{MK}{R} v = 2{,}404 \text{ und } \psi_1 = arc\cos\frac{MN}{MK} = 20^0\, 51',$$

also nach Gl. (1):

$$w_1{}^2 = 13{,}12; \quad \frac{w_1{}^2}{2g} = 0{,}051\, w_1{}^2 = 0{,}669.$$

Wenn auch diese Bestimmung des durch den Stoss des einfliessenden Aufschlagwassers bedingten Gefällverlustes durch Zeichnung und Messung von Längen, Flächen und Winkeln, welche bei obigem Beispiel berechnet wurden und wegen einfacher Schaufelform ohne Schwierigkeit berechnet werden konnten, merklich erleichtert werden kann, ein Verfahren, welches für den zeichnenden Constructeur das passendste, auch hinlänglich genau und bei weniger einfacher Schaufelform fast geboten ist, so bleibt sie doch für die gewöhnlichen Bedürfnisse meistens zu zeitraubend. Mit gewöhnlich ausreichender Näherung kann es aber durch eine einfachere Regel ersetzt werden mit Rücksicht darauf, dass die Punkte K und J sehr nahe im Verhältniss zur Grösse des Rades bei einander zu liegen pflegen (viel mehr, als es gemäss der verzerrten Figur 7 der Fall zu sein scheint) und dass die Fehler sich theilweise aufheben, welche dadurch begangen werden, dass ψ_1 in Gl. (1) zu klein, also $\sin\psi_1$ zu klein, $\cos\psi_1$ zu gross gesetzt wird. Setzt man hier und in Gl. (5) näherungsweise

$$v_1 = v, \quad \psi_1 = \psi, \quad \psi'' = \psi,$$

so kann Gl. (1) in der Form geschrieben werden:

$$w_1{}^2 = (u\cos\varphi - v\cos\psi)^2 + (u\sin\varphi - v\sin\psi)^2 + g^2t^2 + 2gt(u\sin\varphi - v\sin\psi).$$

Die Summe der zwei ersten Glieder auf der rechten Seite ist $= w^2$, die Summe der letzten Glieder $= 2gk$ nach (5); also ergiebt sich

$$\frac{w_1{}^2}{2g} = \frac{w^2}{2g} + k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6),$$

d. h. der Gefällverlust durch den Stoss des einfliessenden Wassers = der Geschwindigkeitshöhe, welche der relativen Geschwindigkeit im mittleren Eintrittspunkte J entspricht, vermehrt um die Höhe dieses Punktes über dem Niveau der halben Wasserfüllung eines Schaufelraumes von solcher Lage, dass der Mittelpunkt E seines Theilbogens mit J zusammenfällt.

Im Falle des obigen Beispiels ergiebt sich nach Gl. (3) im vorigen Paragraph mit

$$\alpha = \varphi - \psi = 10^0: \quad w^2 = 6{,}630$$

und ausserdem war unter der gleichen Voraussetzung des Zusammenfallens von E mit J gefunden worden: $k = 0{,}356$. Nach der Regel (6) wäre also

$$\frac{w_1{}^2}{2g} = 0{,}051 \,.\, 6{,}63 + 0{,}356 = 0{,}694$$

um 0,025 Mtr. oder 3,74 % zu gross. Dass überhaupt die Näherungsformel (6) den Gefällverlust etwas zu gross ergeben würde, konnte erwartet werden, weil mit $\psi_1 = \psi$ das zweite Glied im Ausdrucke (1) von w_1^2 in höherem Grade zu gross, als das erste Glied zu klein gesetzt wird und als beide Glieder mit $v_1 = v$ zu klein gesetzt werden.

Ganz ebenso wie gemäss Fig. 7 für ober- und rückenschlächtige Räder ist der in Rede stehende Gefällverlust auch für mittel- und tiefschlächtige Räder zu bestimmen, wobei mit der Näherungsformel (6) in der Regel ein noch kleinerer Fehler verbunden sein wird, weil die Punkte J und K noch näher beisammen liegen. Bei tiefschlächtigen Rädern kann sogar der mit J zusammenfallende Punkt E unter das Niveau der halben Füllung des betreffenden Schaufelraums zu liegen kommen, in welchem Falle die Grösse k ihre obige Bedeutung verliert und der fragliche Gefällverlust einfach $= \frac{w^2}{2g}$ zu setzen ist. Insbesondere ist hier nur die relative Eintrittsgeschwindigkeit w massgebend bei unterschlächtigen Rädern, welche wegen des Einflusses der Schaufelstellung in dieser Hinsicht und aus anderen Gründen demnächst einer besonderen Besprechung unterzogen werden.

Uebrigens sei nachträglich auf die Fehlerhaftigkeit einiger Voraussetzungen hingewiesen, welche der vorstehenden Untersuchung stillschweigend oder ausdrücklich zu Grunde liegen. Stillschweigend wurde die Oberfläche des im Schaufelraum jeweils angesammelten Wassers als horizontale Ebene angenommen, während sie im folgenden Paragraph richtiger als Cylinderfläche erkannt werden wird, deren Krümmung mit der Winkelgeschwindigkeit des Rades zunimmt. Indessen ist dieser Umstand für die vorliegende Untersuchung in der That von nebensächlicher Bedeutung schon im Vergleich mit den Unregelmässigkeiten, welche die Wasseroberfläche während des Einfliessens darbietet und deren Berücksichtigung nicht in Frage kommen kann. Bedenklicher könnte es erscheinen, dass im Vorhergehenden angenommen wurde, das in einen Schaufelraum einfliessende Wasser verliere im Augenblick des Stosses seine relative Geschwindigkeit w_1 vollständig, während thatsächlich dem Wasser auch nach dem Stoss eine gewisse relative Geschwindigkeit gegen das Rad verbleiben wird, welche theils von unregelmässig wirbelnder, theils von regelmässig schwingender Bewegung herrühren kann. Erstere geht indessen bald durch den Uebergang in Molekularbewegungen verloren und kann einen merklichen Fehler kaum zur Folge haben; auch wenn es der Fall wäre, würde er sich der Bestimmung gänzlich entziehen.

Die schwingende Bewegung der Wasserfüllung eines Schaufelraumes kann sich länger erhalten, wird aber auch den Effectverlust durch den Stoss nicht erheblich ändern, sofern sie nur bis zum Austritt des Wassers aus dem Rade im Wesentlichen aufgehört hat. Sie hat dann nur zur Folge, dass der Druck dieser Wassermasse gegen die vordere Schaufel des betreffenden Schaufelraums abwechselnd grösser oder kleiner als bei relativer Ruhe ist, jenachdem die Schwingungsgeschwindigkeit im Sinne der Radbewegung an betreffender Stelle augenblicklich in Abnahme oder Zunahme begriffen ist, wodurch ein einigermassen zuckender ungleichförmiger Gang des Rades verursacht werden kann. Bei frei hängenden Zellenrädern wird ausserdem ein zu frühzeitiges Herausfallen des Wassers aus den Zellen durch solche Schwingungen befördert, weshalb es hier besonders wichtig ist, dieselben durch passende Form und Stellung der Schaufeln thunlichst zu verhindern; ebene bezw. gebrochene Schaufeln, welche eine eckige Zellenform zur Folge haben, sind in dieser Hinsicht stetig gekrümmten Blechschaufeln vorzuziehen. — Anders verhält es sich bei dem Poncelet-Rade, welches überhaupt in mehrfacher Hinsicht eine besondere Untersuchung erfordert; bei ihm ist zur Vermeidung des Stossverlustes die schwingende Bewegung der in einen Schaufelraum eingeströmten Wassermasse gerade beabsichtigt, und zwar eine einmalige Hin- und Herschwingung längs der fast tangential getroffenen Schaufel, wodurch es, wie sich später zeigen wird, bei entsprechender Wahl der Verhältnisse erreicht werden kann, dass die nach erfolgter Rückschwingung aus der relativen Geschwindigkeit des Wassers und der Peripheriegeschwindigkeit des Rades resultirende absolute Austrittsgeschwindigkeit des ersteren zu Gunsten grösstmöglicher Ausnutzung des disponiblen Arbeitsvermögens sehr klein wird. —

Ausser dem Effectverlust durch den Stoss können auch noch einige andere untergeordnete Effectverluste durch die Art der Wassereinführung in das Rad verursacht werden. Insbesondere ist schon die Erzeugung der Einflussgeschwindigkeit u mit einem gewissen Verlust verbunden, der von der Art der Schütze und der Leitung des Wassers von ihr bis zum Rade abhängt und nach bekannten Erfahrungen in Betreff des Ausflusses des Wassers zu beurtheilen ist. Unter ζ den resultirenden Widerstandscoefficienten verstanden, ist der betreffende Gefällverlust

$$= \zeta \frac{u^2}{2g}, \text{ entsprechend } h = (1+\zeta)\frac{u^2}{2g},$$

und zwar kann ζ bei Spann- und Ueberfallschützen im Durchschnitt $= 0{,}1$, bei Coulissenschützen $= \frac{1}{3}$ gesetzt werden, ensprechend einem Geschwindigkeitscoefficienten

$$\frac{u}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}} = 0{,}953 \text{ bezw.} = 0{,}866.$$

Ferner ist zu bemerken, dass bei Rädern, deren Schaufelräume nur nach aussen offen sind, also bei Zellenrädern und bei Schaufelrädern mit seitlich geschlossenem Kranze, ein Effectverlust durch den Luftgehalt der Schaufelräume herbeigeführt werden kann, indem, wenn der einfliessende Strahl die Eintrittsöffnung ganz schliesst, jene Luft abgesperrt und comprimirt und so der regelmässige Einfluss des Wassers gestört, bezw. erschwert wird. Bei Kropfrädern ist dieser Zustand der Luftabsperrung in der Regel zeitweilig selbst bei beliebig kleinem Einlaufbogen durch die Anordnung bedingt, wie ein Blick auf Fig. 8 erkennen lässt, da wegen des Gerinnes die Oeffnungsweite jedes in der Füllung begriffenen Schaufelraums allmählich bis Null abnimmt. Indessen lässt sich hier der Uebelstand leicht vermeiden durch sogenannte Ventilation der Schaufelräume, d. h. durch Spalten s im Radboden, welche dicht an der hinteren Schaufel jedes Schaufelraumes längs der ganzen Breite des Rades hinlaufen. Bei mittel- und tiefschlächtigen Kropfrädern sind dann diese Spalten stets so gelegen, dass ein Ausfluss von Wasser durch dieselben ausgeschlossen ist. Bei rückenschlächtigen Rädern erfordert dagegen diese Ventilation schon eine gewisse Complication zur Vermeidung von Wasserverlusten, indem etwa nach Art von Fig. 9 die Luftspalte s jeder Zelle höher hinauf unter den Boden der folgenden Zelle gerückt wird.

Fig. 8.

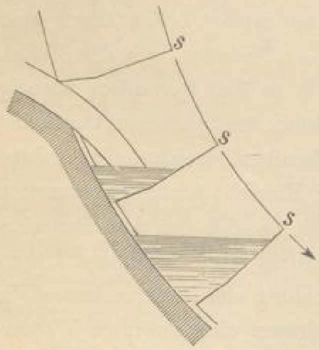
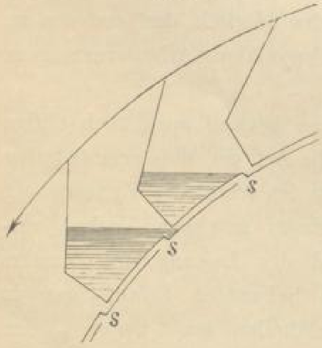


Fig. 9.



Bei oberschlächtigen Rädern wird statt einer solchen hier kaum ausführbaren Ventilation der Zellen dadurch der durch das einfliessende Wasser verdrängten Luft ein Ausweg gesichert, dass die gänzliche Absperrung der Zellenöffnung durch den Wasserstrahl infolge passender

Richtung und Dicke des letzteren unmöglich gemacht wird. Zu dem Ende wird erstens die relative Einlaufgeschwindigkeit w nahe tangential an die den Einlaufbogen passirende Schaufel, also unter dem Winkel β gegen die Radperipherie gerichtet, und zweitens die Theilung e wesentlich grösser als der Einlaufbogen gemacht. Wird letzterer mit i bezeichnet, so ist die Dicke des Wasserstrahls, welche unmittelbar vor seinem Eintritte in das Rad $= i \sin \alpha$ war, unmittelbar nach demselben im Rade selbst $= i \sin \beta$, also, da dort das Wasser die Geschwindigkeit u, hier bei gleicher Breite des Querschnitts die relative Geschwindigkeit w hat,

$$u \sin \alpha = w \sin \beta \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (7),$$

wie auch aus dem Dreiecke ersichtlich ist, dessen Seiten $= u, v, w$ sind und in welchem der Winkel α der Seite w sowie gemäss fraglicher Bedingung der Winkel $180^0 - \beta$ der Seite u gegenüberliegt. Ist die Breite des Strahls nicht wesentlich kleiner als die Radbreite b, so ist

$$Q = b i \sin \beta \,.\, w = \varepsilon a b v$$

gemäss der Bedeutung des Füllungscoefficienten ε. Nach der zweiten Bedingung muss der hieraus folgende Werth von $i < e$, d. h.

$$i = \frac{\varepsilon a v}{w \sin \beta} < e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (8)$$

sein. Bei einfach gebrochenen Schaufeln gemäss Fig. 7 ergiebt sich der Winkel β, unter welchem die Stossschaufel die Radperipherie schneidet, folgendermassen. Ist mit Bezug auf genannte Figur G der Eckpunkt des Schaufelprofils AB an der Uebergangsstelle von der Stoss- zur Riegelschaufel, G' die Projection dieses Punktes auf den Halbmesser MA, ferner $MG = R_1$ und der Mittelpunktswinkel einer Schaufel: $AMB = \sigma$, so ist

$$tg\, \beta = \frac{AG'}{GG'} = \frac{R - R_1 \cos \sigma}{R_1 \sin \sigma} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (9).$$

Bei obigem Beispiele war

$$R = 6; \quad R_1 = 6 - 0{,}16 = 5{,}84; \quad \sigma = \lambda = 3^0\, 36'.$$

Damit ergiebt sich

$$tg\, \beta = 0{,}4691; \quad \beta = 25^0\, 8'.$$

Indem ferner

$$\varepsilon = \frac{1}{4}; \quad a = 0{,}32; \quad v = 2{,}5; \quad w = \sqrt{6{,}63} = 2{,}575$$

war, folgt aus (8):

$$i = 0{,}183 \text{ nahe } = \frac{1}{2} e,$$

Aus Gl. (7) folgt

$$\sin\alpha = \frac{w}{u}\sin\beta = 0{,}2187; \quad \alpha = 12^0\,38'.$$

Damit freilich eine Schaufel, während sie am Einlaufbogen sich entlang bewegt, in keiner Lage im Geringsten gegen ihre Vorderfläche gestossen werde, sollte dieser Werth von α besser auf den hinteren Endpunkt des Einlaufbogens bezogen werden, für welchen das Verhältniss $\frac{w}{u}$ nur ganz unerheblich von demjenigen verschieden ist, welches sich auf den mittleren Eintrittspunkt J bezieht. Für letzteren wird dann

$$\alpha = 12^0\,38' - \frac{1}{2}\frac{i}{R} = 11^0\,46'.$$

Thatsächlich war $\alpha = 10^0$ angenommen worden, und es hätte also dieser Winkel (sowie entsprechend der Winkel φ) etwas grösser sein dürfen, obschon der etwas kleinere Werth den vor Allem zu vermeidenden Stoss gegen die vorderen Schaufelflächen um so sicherer ausschliesst, während auch mit i nahe $= 0{,}5\,e$ das Entweichen der verdrängten Luft hinlänglich gesichert bleibt.

Dass, um die Verspritzung von Wasser beim Einflusse möglichst zu vermeiden, die Schaufeln solcher Räder am Rande zuzuschärfen sind, und dass, besonders wenn sie im Freien umlaufend der Einwirkung des Windes ausgesetzt sind, die Breite des einfliessenden Strahls aus demselben Grunde passend etwas kleiner als die Radbreite zu halten sein wird, bedarf kaum der Erwähnung.

§. 14. Effectverluste, welche durch die Art des Austritts des Wassers aus dem Rade veranlasst werden.

Die Effectverluste, um welche es sich hier handelt, sind ebenso wie die wesentlichsten der im vorigen Paragraph besprochenen als Gefällverluste in Rechnung zu stellen. Als ein solcher ist zunächst immer die Geschwindigkeitshöhe zu bezeichnen, welche der absoluten Austrittsgeschwindigkeit entspricht. Letztere ist die Resultante der Peripheriegeschwindigkeit v und der relativen Austrittsgeschwindigkeit, die aber mit Ausnahme des später besonders zu besprechenden Poncelet-Rades so klein zu sein pflegt, dass sie vernachlässigt werden und somit der in Rede stehende Gefällverlust

$$= \frac{v^2}{2g}$$

gesetzt werden kann. Im Uebrigen wird ein Effectverlust durch die Art des Ausflusses, und zwar durch die mittlere Höhe der Ausflussstelle über dem Unterwasserspiegel insbesondere bei freihängenden Zellenrädern verursacht. Zwar ist es unerheblich, dass solchen Rädern, wenigstens den oberschlächtigen, bei den ihrem Entwurf zu Grunde liegenden normalen Umständen (bei mittlerem Unterwasserstande) oft ein gewisser Betrag des Freihängens gegeben wird, wie schon im §. 12 erwähnt wurde, d. h. eine gewisse Höhe h_1 des tiefsten Radpunktes U über dem Unterwasserspiegel. Sehr wesentlich ist aber der Umstand, dass die Zellen solcher Räder schon früher von Wasser entleert sind und dass umsomehr das Wasser schon früher aus denselben auszufliessen anfängt, bevor sie die tiefste Stelle des Rades erreicht haben. Bei der Beurtheilung des hierdurch bedingten Gefällverlustes h_2 = der mittleren Höhe der Austrittsstelle über dem tiefsten Radpunkte U ist zu erwägen, dass die Wasseroberfläche in einer Zelle keine horizontale Ebene, sondern eine Kreiscylinderfläche mit der Radaxe paralleler und vertical darüber liegender Axe bildet, wenigstens näherungsweise mit derjenigen Annäherung, mit welcher in jedem Augenblicke die Zellenfüllung als in relativer Ruhe gegen das Rad betrachtet werden kann.

In der That ist dann diesem relativen Gleichgewicht entsprechend die Oberfläche eine Niveaufläche, also eine Fläche, deren Differentialgleichung

$$X dx + Y dy + Z dz = 0$$

ist, unter x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten irgend eines Punktes derselben und unter X, Y, Z die entsprechenden Componenten der auf die Masseneinheit wirkenden relativen bewegenden Kraft verstanden. Obige Gleichung (siehe Bd. I, §. 53, Gl. 5) drückt nämlich aus, dass die Resultante von X, Y, Z im Punkte x, y, z senkrecht zur Fläche, nämlich zu irgend einem Linienelement in derselben ist, deren Projectionen auf die Axen $= dx$, dy, dz sind. Die relative bewegende Kraft setzt sich zusammen aus der Schwerkraft und aus der Centrifugalkraft als erster Ergänzungskraft relativer Ruhe oder Bewegung (die zweite ist bei relativer Ruhe = Null), welche für die in der Entfernung r von der Radaxe befindliche Masseneinheit $= \omega^2 r$ ist und diese Axe rechtwinklig schneidet, unter ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades um dieselbe verstanden. Wird also hier die y-Axe in der Radaxe, die z-Axe vertical abwärts gerichtet angenommen, so dass die Kraft $\omega^2 r$ in der Ebene der x-Axe und der z-Axe liegt und $\omega^2 x$, $\omega^2 z$ ihre betreffenden Componenten sind, so ergiebt sich

$$X = \omega^2 x,\ Y = 0,\ Z = \omega^2 z + g$$

und die Differentialgleichung einer Niveaufläche, insbesondere, falls x, y, z die Coordinaten eines Punktes der Wasseroberfläche einer Zellenfüllung bedeuten, die Differentialgleichung der letzteren:

$$\omega^2 x \,.\, dx + (\omega^2 z + g)\, dz = 0,$$

woraus durch Integration als endliche Gleichung sich ergiebt:

$$\omega^2 \frac{x^2 + z^2}{2} + gz = \text{Const.}$$

$$x^2 + z^2 + 2\frac{g}{\omega^2} z = \text{Const.}$$

oder auch

$$x^2 + \left(z + \frac{g}{\omega^2}\right)^2 = \text{Const.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1).$$

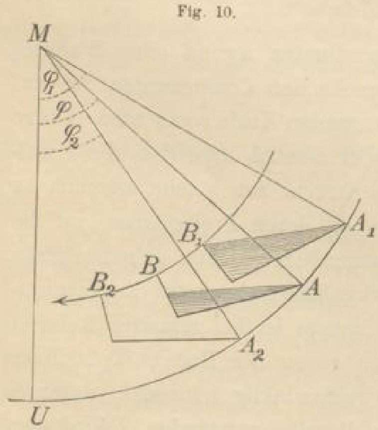
Daraus folgt, dass die Wasseroberfläche jeder Zelle eine Kreiscylinderfläche bildet, deren Axe der Radaxe parallel ist und in der Höhe

$$CM = \frac{g}{\omega^2} = g\left(\frac{30}{\pi n}\right)^2 = \frac{91{,}19}{n^2}\, g = \frac{894{,}6}{n^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

vertical darüber liegt.

Bei grösseren Rädern pflegt ω höchstens $= 0{,}5$ (die Peripheriegeschwindigkeit v höchstens $= 0{,}5\, R$ Mtr. pro Secunde) zu sein, also CM wenigstens $= 4g =$ etwa 40 Mtr., bei kleineren Rädern wenigstens im Verhältnisse zu R nicht wesentlich kleiner. Unter diesen Umständen kann die Wasseroberfläche zwar in der Regel ohne erheblichen Fehler als Ebene betrachtet werden, aber als eine solche, welche um so mehr gegen den Horizont geneigt ist, je näher die betreffende Zelle sich der Stelle befindet, wo die Radperipherie von einer durch den Punkt C gehenden Geraden berührt wird. —

Fig. 10.



Es sei nun $A_1 B_1$ in Fig. 10 die Lage einer Schaufel in dem Augenblicke, in welchem das von ihr getragene Wasser über den äusseren Rand derselben auszufliessen anfängt, in welchem also der aus dem vorbesprochenen Punkte C als Mittelpunkt mit dem Halbmesser CA_1 beschriebene Kreis zusammen mit dem Schaufelprofil eine Fläche umgrenzt, deren Inhalt $= F =$ dem Querschnitt einer Zellenfüllung ist. $A_2 B_2$ sei die Lage der Schaufel, in welcher (abgesehen von adhärirendem Wasser) der Rest des von ihr getragenen

Wassers eben ganz über ihren Rand hinüber ausgeflossen ist, in welcher also ihr Profil von einem aus C mit dem Halbmesser CA_2 beschriebenen Kreise berührend umschlossen wird. AB sei eine Zwischenlage, in welcher das Wasser über den Rand A hinweg im Ausfliessen begriffen ist. Sind ferner die Winkel

$$AMU = \varphi,\ A_1MU = \varphi_1,\ A_2MU = \varphi_2$$

und bezeichnet $f(\varphi)$ den Inhalt der Fläche, welche durch das Schaufelprofil in der Zwischenlage AB und durch den aus C mit dem Halbmesser CA beschriebenen Kreis umgrenzt wird, so ist $f(\varphi)$ eine von der Schaufelform abhängige und so beschaffene Funktion, dass

$$f(\varphi_1) = F \text{ und } f(\varphi_2) = 0$$

ist. Während nun das Rad sich um den Winkel $-d\varphi$ dreht, fliesst aus der Zelle, welche von AB als vorderer Schaufel begrenzt wird, das Wasservolumen

$$-b\,.\,df(\varphi) = -bf'(\varphi)\,d\varphi,$$

unter $f'(\varphi)$ den Differentialquotienten von $f(\varphi)$ nach φ verstanden. Das Niederfallen dieses Wassers bis zur Horizontalebene durch den tiefsten Punkt U des Rades bedingt einen Arbeitsverlust

$$= \gamma\,[-bf'(\varphi)d\varphi]\,R\,(1 - \cos\varphi),$$

wenn γ wie immer das specifische Gewicht des Wassers bedeutet. Der Arbeitsverlust pro Zelle bei ihrem Durchgange durch den ganzen Ausgussbogen A_1A_2 ist das von $\varphi = \varphi_1$ bis $\varphi = \varphi_2$ genommene Integral dieses Ausdrucks oder das entgegengesetzte zwischen den umgekehrten Grenzen genommene Integral

$$= \gamma b R \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} f'(\varphi)\,(1 - \cos\varphi)\,d\varphi.$$

In einer Secunde treten $\frac{v}{e}$ Zellen bei A_1 in den Ausgussbogen ein, bei A_2 aus; der Arbeitsverlust pro Secunde ergiebt sich also durch Multiplication mit $\frac{v}{e}$, und weil derselbe bei der oben erklärten Bedeutung von h_2 auch $= \gamma Q h_2$ ist, folgt die Gleichung:

$$\frac{v}{e}\,\gamma b R \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} f'(\varphi)\,(1 - \cos\varphi)\,d\varphi = \gamma Q h_2$$

und daraus wegen $F = \frac{Qe}{bv}$ (§. 12, Gl. 4):

$$h_2 = \frac{R}{F} \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} f'(\varphi)\,(1 - \cos\varphi)\,d\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ (3).$$

Die Entwickelung des Integrals in diesem Ausdrucke kann erhebliche Schwierigkeiten verursachen, wenn die Schaufelform nicht ganz einfach ist und wenn zugleich der Einfluss berücksichtigt werden soll, den die Drehung des Rades auf Form und Lage der Wasseroberfläche in einer Zelle ausübt. Es entspricht aber durchaus der Näherung, die im vorigen Paragraph zur Bestimmung des Gefällverlustes $\frac{w_1^2}{2g}$ zugelassen wurde, wenn für Gl. (3) gesetzt wird:

$$h_2 = R\,(1 - \cos\varphi') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

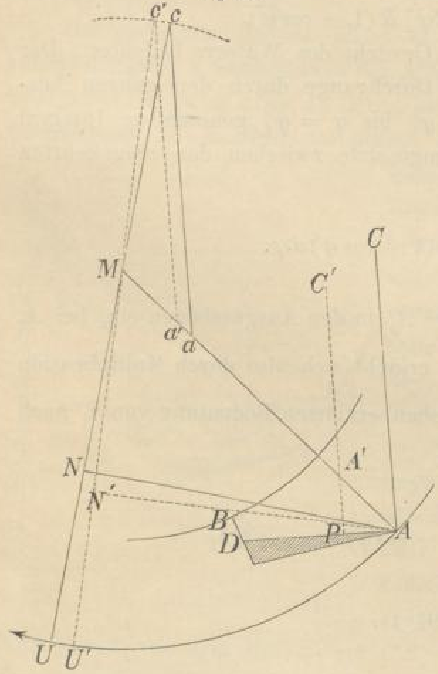
und wenn dabei der Mittelwerth φ', der streng genommen durch die Gleichung

$$F\,(1 - \cos\varphi') = \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} f'(\varphi)\,(1 - \cos\varphi)\,d\varphi$$

definirt ist, näherungsweise der Gleichung

$$f(\varphi') = \frac{1}{2}\,F$$

Fig. 11.

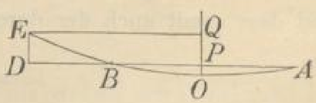


entsprechend gewählt, d. h. wenn h_2 = der Höhe von A über U gesetzt wird in der Lage, in welcher vom Schaufelprofil AB und von dem aus C mit dem Halbmesser CA beschriebenen Kreise eine Fläche $= \frac{1}{2}\,F$ umgrenzt wird.

Die Bestimmung von h_2 in einem gegebenen Falle geschieht am bequemsten durch Zeichnung und Messung: Figur 11, wobei der verhältnissmässig kleine Bogen AD des genannten Kreises, der sich von A bis zum zweiten Durchschnittspunkte mit dem Schaufelprofil erstreckt, in der Regel als eine zu AC senkrechte gerade Linie zu betrachten ist. Man trägt das Profil AB in beliebiger Lage in den aufgezeichneten Querschnitt des Radkranzes (mit einer zur Radaxe senkrechten Zeichnungsebene) ein und schneidet durch die Gerade AD die (in der Figur schraffirte) Fläche $= \frac{1}{2} F = \frac{1}{2} \varepsilon a e$ ab, zieht AC senkrecht zu AD bis zum Schnittpunkte C mit dem aus dem Mittelpunkte M mit dem Halbmesser $MC = \frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreise, zieht CM bis zum Schnittpunkte U mit der Radperipherie und endlich AN senkrecht zu MU; dann ist $h_2 = NU$. Wenn, was meistens der Fall sein wird, der Punkt C wegen zu grosser Entfernung von M nicht zugänglich ist, kann, unter m eine beliebige Zahl verstanden, $Ma = \frac{1}{m} MA$ gemacht und ac parallel AC gezogen werden bis zum Schnittpunkte c mit dem aus M mit dem Halbmesser $\frac{1}{m} \frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreise; die Gerade cM fällt dann mit CM zusammen.

Diese Bestimmung von h_2 enthält zwei Fehler. Der eine, welcher leicht zu berichtigen ist, beruht darauf, dass der Mittelpunkt des durch A gehenden Kreises, mit welchem das Schaufelprofil eine ebenso grosse Fläche $= \frac{1}{2} F$ umgrenzt wie mit der Geraden AD, in einer Geraden liegen muss, die nicht in A, sondern in einem gewissen mittleren Punkte P senkrecht zu AD ist, und welcher also den aus M mit dem Halbmesser $\frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreis in einem Punkte C' etwas neben C schneidet. Dieselbe Richtung $C'MU'$ wird, sofern C' in der Zeichnung unzugänglich ist, auch dadurch gefunden, dass, unter A' den Schnittpunkt von PC' mit MA verstanden, $Ma' = \frac{1}{m} MA'$ gemacht und $a'c'$ parallel PC' gezogen wird bis zum Durchschnittspunkte c' mit dem aus M mit dem Halbmesser $\frac{1}{m} \frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreise. Der Punkt c' liegt in MC' und liefert, falls die Gerade $c'M$ die Radperipherie in U' schneidet und AN' senkrecht zu ihr ist, den corrigirten Werth $N'U'$ von h_2, der etwas $< NU$ ist.

Fig. 12.



Was die Lage des Punktes P in der Strecke AD betrifft, so entspricht es sehr nahe der Forderung, wenn $AP = \frac{1}{3} AD$ gemacht wird. Ist nämlich in Fig. 12 die Gerade OPQ in P senkrecht zu AD und ist $AOBE$ ein aus einem weit entfernten in OPQ gelegenen Mittelpunkte beschriebener so flacher

Kreisbogen, dass er mit unmerklichem Fehler als Parabelbogen mit dem Scheitel O zur Axe OQ betrachtet werden kann, ist ferner DE senkrecht zu AD und EQ parallel AD,

$$AP = x, \quad DP = y, \quad OP = p, \quad OQ = q,$$

so soll P in AD so liegen, dass

$$\text{die Fläche } AOBA = \frac{2}{3} \cdot 2xp = \frac{4}{3} xp$$

$$= \text{der Fläche } BDEB = DEQP + OBP - OEQ$$

$$= y(q-p) + \frac{2}{3} xp - \frac{2}{3} yq = \frac{1}{3} yq + \left(\frac{2}{3} x - y\right) p$$

ist, dass also

$$4xp = yq + (2x - 3y)p$$

$$(2x + 3y)p = yq$$

oder wegen $p : q = x^2 : y^2$

$$(2x + 3y)x^2 = y^3$$

oder mit $\frac{y}{x} = z$, dass

$$z^3 - 3z - 2 = (z+1)^2 (z-2) = 0$$

ist. Die hier einzig in Betracht kommende positive Wurzel $z = \frac{PD}{PA} = 2$ bestätigt die Behauptung. Ist auch hier DE senkrecht zu AD, während in Fig. 11 die Schaufelcurve im Allgemeinen unter einem anderen als rechten Winkel von der Geraden AD in D geschnitten wird, so entspricht diesem Unterschiede doch nur eine Fläche, welche klein im Vergleich mit der selbst kleinen Fläche $AOBA$ oder $BDEB$ in Fig. 12 ist.

Was den anderen Fehler obiger Bestimmung von h_2 betrifft, so beruht er darauf, dass, wenn mit Bezug auf Fig. 10 der Gefällverlust, welcher durch den verfrühten Ausfluss der ersten Hälfte der Wasserfüllung betreffender Zelle verursacht wird, während also ihre vordere Schaufel aus der Lage $A_1 B_1$ in die $f(\varphi) = \frac{1}{2} F$ entsprechende Lage AB übergeht, $= h_2 + \Delta_1$ gesetzt wird, der durch den Ausfluss der zweiten Hälfte verursachte $= h_2 - \Delta_2$, alsdann streng genommen nicht $\Delta_1 = \Delta_2$, und dass somit auch der durchschnittliche Gefällverlust

$$= h_2 + \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{2}$$

von h_2 verschieden ist. Die vollständige Berichtigung dieses Fehlers würde auf die Bestimmung des Integrals in Gl. (3) hinauslaufen, welche eben vermieden werden sollte. Einigermassen wird er aber berichtigt, indem $\Delta_1 = \frac{a_1}{2}$, $\Delta_2 = \frac{a_2}{2}$, also der Gefällverlust

$$= h_2 + \frac{a_1 - a_2}{4} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

gesetzt wird, unter a_1 die Höhe des Punktes A_1 über A,
a_2 die Höhe des Punktes A über A_2

verstanden. Diese Längen a_1 und a_2 können durch Zeichnung und Messung gefunden werden, indem ebenso wie oben entsprechend $f(\varphi) = \frac{1}{2} F$ die Strecke NU (Fig. 11) ermittelt wurde, so analoge Strecken $N_1 U_1$ entsprechend $f(\varphi) = F$ und $N_2 U_2$ entsprechend $f(\varphi) = 0$ bestimmt werden, womit sich dann ergiebt:

$$a_1 = N_1 U_1 - NU \text{ und } a_2 = NU - N_2 U_2.$$

Für das im vorigen Paragraph als Beispiel angenommene oberschlächtige Rad findet man auf solche Weise

$$h_2 = NU = 1{,}24 \text{ Mtr.}$$

und mit Rücksicht auf die Krümmung der Wasseroberfläche in den Zellen:

$$N'U' = 1{,}215 \text{ Mtr.}$$

Ferner ergiebt sich

$$N_1 U_1 = 1{,}83 \text{ Mtr.}, \quad N_2 U_2 = 0{,}63 \text{ Mtr.},$$

folglich
$$a_1 = 1{,}83 - 1{,}24 = 0{,}59 \text{ Mtr.}$$
$$a_2 = 1{,}24 - 0{,}63 = 0{,}61 \text{ Mtr.}$$

und somit nach Gl. (5) der mit Rücksicht auf beide Fehler corrigirte Gefällverlust

$$h_2 = 1{,}215 - 0{,}005 = 1{,}21 \text{ Mtr.}$$

Die ursprüngliche Bestimmung hat also h_2 mit $NU = 1{,}24$ Mtr. um nur 3 Centimeter oder $2{,}5\,\%$ zu gross ergeben, wobei bemerkt werden muss, dass hier 3 Centimeter schon deshalb kaum ganz sicher sind, weil die Zeichnung in solchem Massstab ausgeführt wurde, in welchem 3 Centimeter durch 1 Millimeter dargestellt sind, und indem auch wegen

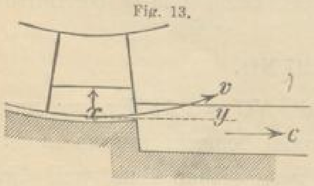
$$\frac{g}{\omega^2} = 56{,}5 \text{ Mtr.}$$

die Verjüngungszahl $\frac{1}{m}$ mit Rücksicht auf die Grösse der Zeichenfläche $= 0{,}1$ angenommen wurde. Die Berücksichtigung der Neigung der Wasseroberflächen wegen der Drehungsgeschwindigkeit des Rades war aber wesentlich. Ohne dieselbe, d. h. einem verschwindend kleinen Werthe von ω entsprechend, wäre h_2 nur $= 1{,}00$ Mtr.

Bei allen freihängenden Zellenrädern ist es besonders wichtig, diesen Gefällverlust h_2, der sich für das Beispiel fast doppelt so gross ergeben hat, als der im vorigen Paragraph bestimmte Gefällverlust $\frac{w_1^2}{2g}$, so viel wie möglich zu verkleinern. Offenbar ist er um so kleiner, je kleiner ω ist, je mehr die Schaufeln im Sinne des Radumfangs gestreckt sind und je kleiner der Füllungsquerschnitt F der einzelnen Zelle, je kleiner also der Füllungscoefficient ε, je kleiner die Kranzbreite a und je kleiner die Theilung e, bezw. je grösser die Schaufelzahl ist. —

Bei Kropfrädern, überhaupt bei Rädern mit einem an den Radumfang sich nahe anschliessenden Gerinne und mit vorwiegend radial gerichteten Schaufeln, ist mit dem Austritte des Wassers auch ein Effectverlust verbunden, welcher als Gefällverlust betrachtet dem Freihängen von Zellenrädern in gewissem Sinne analog und von ähnlicher geringer Grösse ist, deshalb wie jener mit h_1 bezeichnet sei. Indem das Wasser im Abflussgerinne mit einer Geschwindigkeit c fliesst, welche kleiner als die Peripheriegeschwindigkeit v zu sein pflegt, die Erhebung des Unterwasserspiegels über die Oberfläche des Wassers im untersten Schaufelraum aber wegen des durch solches übermässiges sogenanntes Waten des Rades im Unterwasser bedingten Widerstandes thunlichst zu vermeiden ist, pflegt man dem Gerinne an der Uebergangsstelle in den Abflusscanal einen

Fig. 13.



Abfall nach Art von Fig. 13 zu geben, dessen Höhe mit Rücksicht darauf zu bemessen ist, dass die Wassertiefen im untersten Schaufelraume und im Abflussgerinne sich umgekehrt wie die betreffenden Geschwindigkeiten v und c verhalten, dass aber die Höhe y des Unterwasserspiegels über dem tiefsten Radpunkte U höchstens = der Wassertiefe x im untersten Schaufelraume sein soll. Liegt also im Allgemeinen y zwischen 0 und x, so verursacht der über dem Unterwasserspiegel bis zur Höhe $x - y$ befindliche Theil der Füllung eines sich entleerenden Schaufelraumes, indem sein Schwerpunkt von der Höhe $\frac{x-y}{2}$ niederfällt, sobald die vordere Schaufel dieses Raumes die Stelle des Gerinneabfalls überschritten hat, den Effectverlust

$$\gamma Q \frac{x-y}{2}$$

pro Secunde. Der um den Betrag y in das Unterwasser eintauchende untere Theil fraglicher Schaufel erfährt dagegen einen Widerstand, welcher, unter ϑ einen erfahrungsmässigen, hier etwa $= 1{,}5$ zu setzenden Coefficienten verstanden, nach Bd. I., §§. 153 und 154

$$= \vartheta \gamma b y \frac{(v-c)^2}{2g}$$

gesetzt werden kann und einem Effectverlust pro Secunde = dem Produkt dieses Ausdrucks und der Peripheriegeschwindigkeit v entspricht. Die Summe beider Verluste ist also

$$= \gamma Q \frac{x-y}{2} + \vartheta \gamma b y \frac{(v-c)^2}{2g} v$$

oder mit $Q = xbv$ auch

$$= \gamma b v \left[x \frac{x-y}{2} + \vartheta y \frac{(v-c)^2}{2g} \right].$$

Indem dieser Effectverlust auch

$$= \gamma Q h_1 = \gamma x b v h_1$$

ist, ergiebt sich

$$h_1 = \frac{x-y}{2} + \vartheta \frac{y}{x} \frac{(v-c)^2}{2g}$$

$$= \frac{x}{2} + \frac{y}{2} \left[\frac{\vartheta}{x} \frac{(v-c)^2}{g} - 1 \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Wäre $v - c = 1$ bis $1{,}15$, also mit $\vartheta = 1{,}5$

$$\vartheta \frac{(v-c)^2}{g} = 0{,}15 \text{ bis } 0{,}2 \text{ Mtr.},$$

so wäre, da die Kranzbreite solcher Räder $= 0{,}3$ bis $0{,}4$ Mtr. und der Füllungscoefficient nahe $= \frac{1}{2}$, somit x ungefähr auch $= 0{,}15$ bis $0{,}2$ Mtr. zu sein pflegt, das Glied mit y in Gl. (6) = Null und

$$h_1 = \frac{x}{2} = \text{nahe } \frac{a}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

für jeden Werth von y zwischen 0 und x. In der Regel wird freilich

$v - c$ kleiner, als 1 bis 1,15 Sec. Mtr.

und deshalb der Factor von y in Gl. (6) negativ sein. Dann ist h_1 um so kleiner, je grösser y, am kleinsten für $y = x$, nämlich

$$h_1 = \vartheta \frac{(v-c)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Bei der geringen Grösse des Unterschiedes kann es gleichwohl vorgezogen werden, den Abfall so zu bemessen, dass unter normalen Umständen die Radperipherie vom Unterwasserspiegel berührt wird, falls bei Hochwasser eine merkliche Hebung desselben erwartet werden kann.

Der Widerstand kann übrigens noch dadurch etwas vergrössert werden, dass die radialen Schaufeln, indem sie sich in etwas gegen die Verticale geneigter Lage aus dem Unterwasser erheben, dieses theilweise empor drücken und so eine wirbelnde Welle hinter dem Rade bilden. Dieser Uebelstand wird dadurch vermindert, dass man die Schaufeln unter einem stumpfen Winkel bricht (siehe Fig. 8) und dadurch ihre eintauchenden äusseren Theile so gegen den Radhalbmesser etwas neigt, dass sie nahe vertical sich aus dem Wasser erheben.

§. 15. **Effectverluste während der Wirkung des Wassers im Rade.**

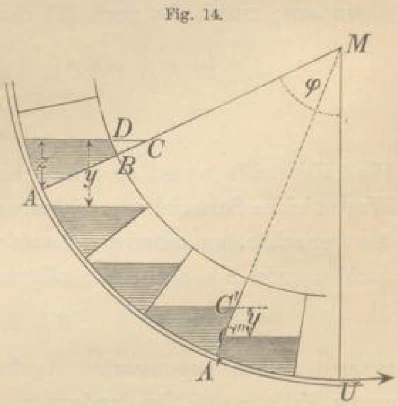
Die hier zu besprechenden Effectverluste sind ein gewisser Gefällverlust bei Kropfrädern und ein Wasserverlust bei unterschlächtigen Rädern.

1) Der fragliche Gefällverlust bei Kropfrädern wird zunächst dadurch verursacht, dass zwischen den Aussenkanten der Schaufeln und dem Boden des Kropfgerinnes ein Spielraum vorhanden ist, dessen Weite selten weniger, als 0,015 Mtr. beträgt und allgemein mit s bezeichnet sei. Dadurch werden rechteckige schmale Oeffnungen $= bs$ längs der ganzen Radbreite gebildet, durch welche, während eine Schaufel sich längs dem Kropf bewegt, beständig Wasser aus dem hinteren in den vorderen (aus dem oberen in den benachbarten unteren) Schaufelraum fliesst und in diesem vorläufig wieder zu relativer Ruhe gegen das Rad gelangt; die Arbeit = dem Product aus dem Gewichte des so ausgeflossenen Wassers und dem Höhenunterschiede der (hier immer als horizontale Ebenen zu betrachtenden) Wasserspiegel in beiden Schaufelräumen ist für den Effect des Rades verloren, indem sie theils durch die Widerstände des Ausflusses selbst, theils durch Wirbelbewegungen im vorderen und unteren der betreffenden zwei Schaufelräume schliesslich in Wärme übergeht. Andere Ausflussöffnungen von gleicher Weite s bieten sich der Wasserfüllung eines Schaufelraums an den Seiten dar zwischen den äusseren Umfängen der Seitenwände des Radkranzes und dem Boden des Kropfgerinnes; diese Oeffnungen sind zwar meistens von viel geringerer Länge, aber es fällt

das durch sie ausgeflossene Wasser, gewöhnlich in den Zwischenräumen zwischen den Seitenwänden des Radkranzes und des Kropfgerinnes abwärts fliessend, nicht nur bis zur Wasseroberfläche im benachbarten unteren Schaufelraum, sondern bis zum Unterwasserspiegel, so dass der Einfluss dieser Seitenspalten auf den in Rede stehenden Effectverlust grösser sein kann, als derjenige der vorerwähnten Hauptspalten. Wäre der Radkranz an den Seiten offen (dann aber der Kropf jedenfalls mit Seitenwänden versehen, was sonst nicht unbedingt nöthig ist), so würden zwar die eben erwähnten Seitenöffnungen wegfallen, aber dafür andere, längere und meistens auch breitere zwischen den Seitenrändern der Schaufeln, ev. auch Theilen der Seitenränder des Radbodens, und den Seitenwänden des Kropfgerinnes sich dem Durchfluss des Wassers darbieten, welches übrigens nach seinem Ausfluss in diesem Falle vorläufig nur bis zur Wasseroberfläche des benachbarten unteren Schaufelraums niederfällt, dessen Wasserfüllung die ganze Breite des Kropfgerinnes einnimmt.

Indem einstweilen nur die Spalten $= bs$ an den Aussenkanten der Schaufeln berücksichtigt werden mögen, sei V das Wasservolumen, welches in einer Secunde aus einem Schaufelraume ausfliessen würde, wenn unterdessen das Rad in Ruhe und die Wasserfüllungen der Schaufelräume unverändert blieben, also Vdt das Wasservolumen, welches in einem Zeitelement dt durch den betreffenden Spalt wirklich ausfliesst. Ist ferner y die Höhe des Wasserspiegels in dem diesem Spalt nachfolgenden über demjenigen in dem vorhergehenden (unteren) Schaufelraume, Figur 14, auf welchem letzteren sich das ausgeflossene Wasser sammelt, so geht dadurch die Arbeit

Fig. 14.



$$\gamma V dt . y = \gamma V \left(-\frac{R d\varphi}{v}\right) y$$

pro Spalt und pro Zeitelement dt für den Effect des Rades verloren, wobei φ den Winkel AMU bedeutet, welchen der nach dem Spalt gezogene Radhalbmesser mit der Verticalen MU bildet, so dass $-Rd\varphi$ das im Zeitelement dt vom Endpunkte A des Schaufelprofils mit der Geschwindigkeit v durchlaufene Wegelement ist. Der durch den betreffenden Spalt bei seinem Durchgange durch den ganzen Kropf verursachte Arbeitsverlust ist also

$$= \gamma \frac{R}{v} \int_0^{\vartheta} V y \, d\varphi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1),$$

wenn $\varphi = \vartheta$ diejenige Lage des Spalts bestimmt, in welcher der Durchfluss durch denselben beginnt. Bei einem mittel- oder tiefschlächtigen Kropfrade mit radialen oder wenig gegen die betreffenden Radien geneigten Schaufeln beginnt der Ausfluss schon allmählich während der Füllung, sobald die Schaufel am oberen Endpunkte des Einlaufbogens vorbeigegangen ist; bei der geringen Grösse des letzteren wird man indessen wenig irren, wenn man den Durchfluss durch den Spalt erst von dem Augenblicke an rechnet, in welchem er mit dem Mittelpunkte J des Einlaufbogens zusammenfällt, also $\vartheta =$ dem Winkel JMU setzt und in dieser Lage von der kaum erst begonnenen Füllung absieht. Wenn übrigens die Schaufeln einigermassen im Sinne des Umfanges gestreckt sind (siehe z. B. Fig. 9, falls das betreffende rückenschlächtige Rad mit einem Kropf versehen wäre), so kann es auch der Fall sein, dass der Winkel $\vartheta = AMU$, bei welchem der Ausfluss durch den Spalt bei A beginnt, wesentlich $< JMU$ ist.

In einer Secunde treten $\frac{v}{e}$ Schaufeln in den Kropf oben ein und unten aus; mithin ist nach (1) der Arbeitsverlust pro Secunde

$$= \gamma \frac{R}{e} \int_0^{\vartheta} V y \, d\varphi.$$

Was V betrifft, so ist zu unterscheiden, ob der Spalt, durch welchen das Wasser eines Schaufelraumes theilweise ausfliesst, unter dem Wasserspiegel des benachbarten unteren Schaufelraumes liegt, wie A' in Fig. 14, oder darüber, wie A. Setzt man allgemein

$$V = \mu b s \sqrt{2 g z},$$

unter μ einen sogenannten Ausflusscoefficienten verstanden, so ist im ersten Falle $z = y$, im andern $z < y$. Insbesondere bei tiefschlächtigen Rädern kann es der Fall sein, dass nach vollständiger Füllung der betreffenden Schaufelräume überall $z = y$ ist. Durch Einsetzung des Ausdruckes von V ergiebt sich der Arbeitsverlust pro Secunde

$$= \gamma \frac{R}{e} \mu b s \sqrt{2 g} \int_0^{\vartheta} y \sqrt{z} \, d\varphi$$

und da derselbe auch $= \gamma Q h'$ ist, unter h' den von den Spalten $= bs$ herrührenden Gefällverlust verstanden, so folgt

$$h' = \mu \sqrt{2g} \frac{Rbs}{eQ} \int_0^\vartheta y \sqrt{z}\, d\varphi = \mu \sqrt{2g} \frac{Rs}{Fv} \int_0^\vartheta y \sqrt{z}\, d\varphi \quad \ldots . (2).$$

Zur angenäherten Berechnung des Integrals in diesem Ausdrucke kann ϑ (als Bogenlänge für den Halbmesser = 1 verstanden) mit einem Mittelwerthe von $y\sqrt{z}$ multiplicirt werden, der hier aber nicht mit ausreichender Berechtigung analog den Bestimmungen in den vorigen Paragraphen einer einzigen mittleren Lage entsprechend zu wählen, sondern besser etwa mit Hülfe der Simpson'schen Regel zu bestimmen ist, indem man ϑ in eine gerade Anzahl $= n$ gleicher Theile theilt und für die Lagen des Spalts, welche den betreffenden Theilpunkten des Umfangsbogens entsprechen, die aus der Zeichnung sich ergebenden Werthe von y, z mit dem Zirkel abgreift. Z. B. mit $n = 4$,

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \frac{1}{4}\vartheta, \quad \varphi_2 = \frac{1}{2}\vartheta, \quad \varphi_3 = \frac{3}{4}\vartheta, \quad \varphi_4 = \vartheta$$

wäre mit Rücksicht darauf, dass der Werth y_0 von y, welcher $\varphi = \varphi_0 = 0$ entspricht, sowie der Werth z_4 von z, welcher $\varphi = \varphi_4 = \vartheta$ entspricht, verschwinden, der fragliche Mittelwerth

$$\frac{1}{\vartheta} \int_0^\vartheta y \sqrt{z}\, d\varphi = \frac{1}{12} \left(4 y_1 \sqrt{z_1} + 2 y_2 \sqrt{z_2} + 4 y_3 \sqrt{z_3} \right)$$

$$\int_0^\vartheta y \sqrt{z}\, d\varphi = \frac{\vartheta}{6} \left(2 y_1 \sqrt{z_1} + y_2 \sqrt{z_2} + 2 y_3 \sqrt{z_3} \right) \quad \ldots\ldots (3).$$

Da der Ausflusscoefficient für eine rechteckige Mündung um so grösser ist, je kleiner ihre kleinere, hier sehr kleine Dimension ist, und indem hier auch nur an einer Seite des Spalts Contraction stattfindet, wird der Coefficient μ verhältnissmässig gross $= 0{,}75 - 0{,}8$ zu setzen sein, etwa

$$\mu \sqrt{2g} = 3{,}4 \text{ (entsprechend } \mu = 0{,}77).$$

Dass, wie der erste Ausdruck (2) von h' erkennen lässt, dieser Gefällverlust der Spaltgrösse proportional ist, war selbstverständlich. In dieser Hinsicht ist nicht nur ein möglichst enger Anschluss des Kropfes an das sorgfältig gelagerte und vor Deformationen thunlichst gesicherte Rad geboten, sondern auch ein grosser Füllungscoefficient ε, sowie eine grosse Peripheriegeschwindigkeit v angemessen, damit in

Verbindung mit einer etwas grösseren Kranzbreite a, als bei frei hängenden Zellenrädern üblich ist, die erforderliche Radbreite b gemäss der Gleichung

$$Q = \varepsilon a b v$$

möglichst klein ausfalle. Wenn der Wirkungsgrad eines gegebenen solchen Rades durch grosse Spaltweite s beeinträchtigt wird, kann es gemäss dem zweiten Ausdrucke (2) dadurch verbessert werden, dass man das Rad schneller umlaufen lässt, falls es nur gleichzeitig so viel mehr beaufschlagt wird, dass der Füllungsquerschnitt F einer Zelle nicht wesentlich abnimmt. Von Vortheil ist auch eine grosse Schaufelzahl oder kleine Theilung e; denn da y und z unter sonst gleichen Umständen ungefähr e proportional sind, ist $\frac{y\sqrt{z}}{e}$ und somit auch h' nach (2) nahe proportional $\sqrt{e}$. Die Form und Stellung der Schaufeln ist besonders insofern von Einfluss, als ihre Streckung im Sinne des Umfangs den Winkel ϑ und dadurch das Integral im Ausdrucke von h' verkleinert. —

Der Gefällverlust, welcher durch die Seitenspalten verursacht wird, sei mit h'' bezeichnet. Er werde zunächst für den gewöhnlichen Fall ermittelt, dass der Radkranz seitlich geschlossen ist und dass somit die Seitenspalten, auch am cylindrischen Boden des Kropfgerinnes liegend, dieselbe Weite s wie die vorbesprochenen Hauptspalten haben, während ihre Länge an jeder Seite für kleinere Werthe von $\varphi = e$ ist, für grössere $< e$, wie Fig. 14 bei A' bezw. bei A erkennen lässt. Bezeichnet für den Schaufelraum, für welchen die Aussenkante seiner vordern (untern) Schaufel dem Winkel φ entspricht, x die Höhe des Wasserspiegels in demselben über dem Unterwasserspiegel, so ist hier x an die Stelle von y in Gl. (1) zu setzen, ebenso dann auch in Gl. (2). Sind ferner z' und z'' die Höhen jenes Wasserspiegels bezw. über dem unteren und oberen Ende einer der betreffenden Seitenspalten, wo $z'' = 0$ ist, wenn für grössere Werthe von φ die Spaltlänge $= \frac{z'}{\sin\varphi} < e$ ist, so ist nach Bd. I., §. 79, Gl. (7) für zwei Seitenspalten zusammen

$$V = 2 \cdot \frac{2}{3} \frac{\mu s \sqrt{2g}}{\sin\varphi} \left(z'\sqrt{z'} - z''\sqrt{z''}\right)$$

$$= \frac{3}{4} \mu s \sqrt{2g} \cdot D \text{ mit } D = \frac{z'\sqrt{z'} - z''\sqrt{z''}}{\sin\varphi} \quad \ldots\ldots (4)$$

zu setzen und dabei unter φ streng genommen die mittlere Neigung des Seitenspalts gegen den Horizont zu verstehen. Uebrigens wird V nur wenig zu gross gesetzt, wenn, wie es hier geschehen soll, φ im bisherigen

Sinne auf den unteren Endpunkt des Seitenspaltbogens, d. h. auf den zugehörigen Hauptspalt bezogen wird. Durch die Substitutionen

$$x \text{ für } y,\ \frac{4}{3} D \text{ für } b\sqrt{z}$$

wird aus h' nach (2):

$$h'' = \frac{4}{3}\mu\sqrt{2g}\frac{Rs}{eQ}\int_0^{\vartheta} x D d\varphi \ \ldots\ldots\ldots\ldots \ (5).$$

Wenn zur angenäherten Berechnung des Integrals wieder ϑ in 4 gleiche Theile getheilt wird durch die Zwischenwerthe $\varphi_1 = \frac{1}{4}\vartheta$, $\varphi_2 = \frac{1}{2}\vartheta$, $\varphi_3 = \frac{3}{4}\vartheta$, und wenn mit x_1, x_2, x_3 bezw. D_1, D_2, D_3 die den letzteren entsprechenden Werthe von x und D bezeichnet werden, so ergiebt sich analog Gl. (3):

$$\int_0^{\vartheta} x D d\varphi = \frac{\vartheta}{6}(2x_1 D_1 + x_2 D_2 + 2x_3 D_3) \ \ldots\ldots\ldots \ (6)$$

mit Rücksicht darauf, dass D_4 (entsprechend $\varphi = \vartheta$) $= 0$ und dass x_0 (entsprechend $\varphi = 0$) klein genug ist, um das betreffende Glied durch die etwas zu reichliche Schätzung der Grösse D als aufgewogen betrachten zu dürfen. Der Vortheil kleiner Radbreite, somit grosser Werthe von ε und v, fällt in Beziehung auf h'' fort; besonders wichtig ist die Verkleinerung von ϑ und damit auch von x.

Dem Ausflusscoefficienten μ ist hier derselbe Werth beizulegen wie bezüglich des Ausflusses durch die Hauptspalten, so dass sich schliesslich der ganze durch die Spielräume verursachte Gefällverlust für ein Kropfrad mit seitlich geschlossenem Radkranz nach (2) und (5):

$$h_3 = h' + h'' = \mu\sqrt{2g}\frac{Rs}{eQ}\left[b\int_0^{\vartheta} y\sqrt{z}\, d\varphi + \frac{4}{3}\int_0^{\vartheta} x D d\varphi\right] \ \ldots\ldots \ (7)$$

ergiebt, wo $\mu\sqrt{2g} = 3{,}4$ gesetzt werden kann und die Integrale nach (3) und (6) mit genügender Annäherung zu bestimmen sind. —

Bei einem Kropfrade mit seitlich offenem Radkranze und, wie hier ausdrücklich vorausgesetzt werden soll, mit radialen ebenen Schaufeln liegen die Seitenspalten an den Seitenwänden des Kropfgerinnes und haben gewöhnlich eine grössere Weite $= s'$. Bezüglich des Einflusses derselben bleibt Gl. (1) unverändert. Aber was V betrifft, sind die beiden Fälle zu unterscheiden, dass diese Spalten den Verlauf ABD,

Fig. 14 (bei grösseren Werthen von φ) oder den Verlauf $A'C'$ daselbst haben. Im ersten Falle ist, unter z' und z'' die Höhen des Wasserspiegels DC über A und über B verstanden,

$$V = \frac{4}{3}\,\mu s' \sqrt{2g}\left(\frac{z'\sqrt{z'} - z''\sqrt{z''}}{\cos\varphi} + \frac{z''\sqrt{z''}}{\sin\varphi}\right)$$

oder mit Rücksicht auf Fig. 14, wenn

$$\frac{z'}{\cos\varphi} = AC = a', \quad \frac{z''}{\cos\varphi} = BC = a'', \quad \frac{z''}{\sin\varphi} = BD = b''$$

gesetzt wird,

$$V = \frac{4}{3}\,\mu s' \sqrt{2g}\left[a'\sqrt{z'} - (a'' - b'')\sqrt{z''}\right].$$

Im anderen Falle (bei kleineren Werthen von φ, siehe bei A' in Fig. 14) ist mit

$$A'C' = c', \quad A'C'' = c''$$

$$V = 2\,\mu s' \sqrt{2g}\left[\frac{2}{3}(c' - c'')\sqrt{y} + c''\sqrt{y}\right] = \frac{4}{3}\,\mu s' \sqrt{2g}\left(c' + \frac{c''}{2}\right)\sqrt{y}.$$

Somit ist hier

$$V = \frac{4}{3}\,\mu s' \sqrt{2g}\,.\,D' \text{ mit } D' = \left\{\begin{matrix} a'\sqrt{z'} - (a'' - b'')\sqrt{z''} \\ \left(c' + \frac{c''}{2}\right)\sqrt{y} \end{matrix}\right\} \quad \ldots \, (8)$$

zu setzen, und ergiebt sich der betreffende Gefällverlust h'' aus dem Ausdrucke (2) von h' durch Substitution von

$$\frac{4}{3}\,s' D' \text{ für } b s \sqrt{z}: \quad h'' = \frac{4}{3}\,\mu \sqrt{2g}\,\frac{R s'}{e Q}\int_0^{\vartheta} y D' d\varphi \quad \ldots\ldots \, (9).$$

Das Integral kann analog Gl. (3), da y für $\varphi = 0$, D' für $\varphi = \vartheta$ verschwindet, gesetzt werden:

$$\int_0^{\vartheta} y D' d\varphi = \frac{\vartheta}{6}(2 y_1 D'_1 + y_2 D'_2 + 2 y_3 D'_3) \quad \ldots\ldots \, (10),$$

während $\mu\sqrt{2g}$ auch hier $= 3{,}4$ gesetzt werden mag. Der resultirende Gefällverlust infolge der Spielräume ist in diesem Falle:

$$h_3 = \mu\sqrt{2g}\,\frac{R s}{e Q}\left[b\int_0^{\vartheta} y\sqrt{z}\,d\varphi + \frac{4}{3}\,\frac{s'}{s}\int_0^{\vartheta} y D' d\varphi\right] \quad \ldots\ldots \, (11).$$

Beispielsweise sei für ein **mittelschlächtiges Kropfrad mit seitlich geschlossenem Radkranze und radialen ebenen Schaufeln** (Meter und Secunde als Einheiten vorausgesetzt)

$$H = 3 \qquad Q = 0{,}6 \qquad R = 2{,}5 \qquad \varepsilon = 0{,}5 \qquad v = 2 \qquad u = 3{,}5$$

$$a = 0{,}4 \qquad b = \frac{Q}{\varepsilon a v} = 1{,}5 \qquad s = 0{,}015 \qquad z = 44 \qquad e = \frac{2\pi R}{z} = 0{,}357.$$

Bei Voraussetzung einer Ueberfall- oder einer Spannschütze ist auf die Erzeugung der Einlaufgeschwindigkeit u das Gefälle

$$h = 1{,}1\frac{u^2}{2g} = 0{,}687$$

zu verwenden, und falls der Radumfang vom Unterwasserspiegel berührt wird, ist

$$\vartheta = arc\cos\frac{R-(H-h)}{R} = 85^0\,43' = 1{,}496.$$

Wird dieser Winkel in 4 gleiche Theile getheilt:

$$\varphi_1 \qquad \varphi_2 - \varphi_1 \qquad \varphi_3 - \varphi_2 \qquad \vartheta - \varphi_3,$$

so lassen sich der Zeichnung die folgenden Werthe entnehmen:

$\varphi = \varphi_1 = \frac{1}{4}\vartheta$	$\varphi = \varphi_2 = \frac{1}{2}\vartheta$	$\varphi = \varphi_3 = \frac{3}{4}\vartheta$
$\frac{1}{\sin\varphi} = 2{,}737$	1,470	1,110
$y = 0{,}122$	0,222	0,294
$z = 0{,}122$	0,222	0,24
$z' = 0{,}254$	0,266	0,24
$z'' = 0{,}104$	0	0
$x = 0{,}43$	0,935	1,66

Hiermit ergiebt sich nach (3), (4) und (6):

$$\int_0^\vartheta y\sqrt{z}\,d\varphi = 0{,}1192 \quad \text{und} \quad \int_0^\vartheta x D\,d\varphi = 0{,}2106,$$

endlich nach (7) mit $u\sqrt{2g} = 3{,}4$:

$$h_3 = 3{,}4\,\frac{2{,}5\,.\,0{,}015}{0{,}357\,.\,0{,}6}\left(1{,}5\,.\,0{,}1192 + \frac{4}{3}\cdot 0{,}2106\right)$$

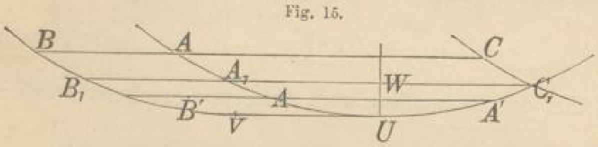
$$= 0{,}5952\,(0{,}1788 + 0{,}2808) = 0{,}274 \text{ Mtr.}$$

$= 9{,}1\,^0/_0$ von H, zum grösseren Theile von den Seitenspalten herrührend.

2) Der **Wasserverlust bei unterschlächtigen Stossrädern** wird theils dadurch verursacht, dass ein Theil des zufliessenden Aufschlag-

wassers gar nicht in den Radkranz hinein gelangt, sondern durch den Spielraum zwischen ihm und dem Gerinneboden, bezw. den Seitenwänden des Gerinnes vorbeifliesst, theils dadurch, dass das in den Radkranz eingeflossene Wasser denselben zum Theil wieder verlässt, bevor es zum Stoss gegen eine Schaufel gelangt ist. Während jener Verlust im Princip sehr einfach in Anschlag gebracht werden kann, ergiebt sich dieser nach Gerstner durch folgende Betrachtung bei Voraussetzung nahe radial gestellter ebener Schaufeln, wie sie bei solchen Rädern gebräuchlich sind.

Fig. 15.



Es sei, Fig. 15, AUC_1 ein Theil des Radumfangs, AB ein Faden des mit der Geschwindigkeit u zufliessenden Wassers von solcher Länge l, dass er gerade in einem Schaufelraum Platz findet, dass also, wenn sein vorderer Endpunkt A die Aussenkante einer vorbeigehenden Schaufel trifft, der hintere Endpunkt B mit der Aussenkante der folgenden Schaufel zusammentrifft; es ist dann

$$AB = l = e\frac{u}{v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12).$$

Unter der Voraussetzung, dass die zum Stoss gegen eine Schaufel gelangten Wassertheilchen an derselben empor fliessend den nachfolgenden Theilchen des in den betreffenden Schaufelraum einfliessenden, bezw. eingeflossenen Wassers Platz machen und dass sie die Geschwindigkeit u nach Grösse und Richtung bis zum Augenblicke des Stosses (bezw. bis zum Wiederausfluss aus dem Radkranz, falls sie vorher nicht zum Stoss gelangen sollten) beibehalten, wird diejenige Schaufel, deren Aussenkante vom Wassertheilchen A getroffen wird, vom Theilchen B in einem Punkte C getroffen, welcher so liegt, dass, unter S den Schnittpunkt der durch ihn hindurch gehenden Schaufelcurve mit dem Radumfange verstanden,

$$\text{Gerade } BC : \text{Kreisbogen } AS = u : v$$

ist. Indem es sich hier um einen nur flachen Bogen handelt und die Schaufeln nahe radial sind, kann der Kreisbogen AS ohne erheblichen Fehler = der Geraden AC gesetzt werden, so dass aus obiger Proportion zu folgern ist:

$$BC - AC : AC = u - v : v$$

und mit $BC - AC = AB = l$:

$$AC = l\frac{v}{u-v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13).$$

Dasselbe gilt von allen zufliessenden Wasserfäden $AB = l$; ihnen entspricht eine Curve der Stosspunkte C, mit welcher der Kreisbogen AU zusammenfällt, wenn er im Sinne von u um die Strecke AC verschoben wird. Trifft diese Curve der Punkte C den Radumfang in C_1, und ist A_1B_1 der gegen C_1 hin gerichtete Wasserfaden, so können die unterhalb A_1B_1 zufliessenden Fäden nicht mehr vollständig zum Stoss gelangen, sondern nur mit einem Stück AB', dessen Länge sich zu der entsprechenden Sehnenlänge AA' der Radperipherie ebenso verhält, wie l zu AC und welche somit aus (13) sich ergiebt:

$$AB' = AA' . \frac{u-v}{v}.$$

Für alle Werthe von AA' zwischen $A_1C_1 = AC$ und Null ergiebt sich so eine Curve der Punkte B', welche den Punkt B_1 mit dem untersten Punkte U der Radperipherie verbindet. Die Fläche F, welche von dieser Curve, von der Geraden A_1B_1 und vom Bogen A_1U der Radperipherie umgrenzt wird und welche $= \frac{u-v}{v} \times$ dem flachen Kreissegment ist, welches die Sehne A_1C_1 mit dem Radumfange begrenzt, stellt das Wasservolumen dar, welches, unterhalb A_1B_1 in das Rad pro Einheit seiner Breite b in $\frac{e}{v}$ Secunden (während des Weges e jedes Punktes der Radperipherie) einfliessend, noch zum Stoss in ihm gelangt, bevor es wieder ausfliesst. Da jenes Kreissegment, unter w seine Höhe UW verstanden,

$$= \frac{2}{3} w . AC$$

gesetzt werden kann gleich als ob es ein parabolisches Segment wäre, ist fragliche Fläche F mit Rücksicht auf Gl. (13):

$$F = \frac{2}{3} w . AC . \frac{u-v}{v} = \frac{2}{3} lw.$$

Indem aber das überhaupt an dieser Stelle in der angegebenen Zeit pro Einheit der Radbreite einfliessende Wasservolumen $= lw$ ist und das oberhalb A_1B_1 einfliessende vollständig zum Stoss gelangt, ist

$$lw - \frac{2}{3} lw = \frac{1}{3} lw$$

das Wasservolumen, welches, pro Einheit der Radbreite in $\frac{e}{v}$ Secunden in den Radkranz einfliessend, mit unveränderter Geschwindigkeit wieder ausfliesst und somit als Wasserverlust zu betrachten ist.

Ist s die Entfernung zwischen dem Gerinneboden und dem Radkranz, so ist ls das gleichfalls verlorene Wasservolumen, welches unter letzterem pro Einheit der Radbreite in der Zeit $\frac{e}{v}$ ganz vorbeifliesst, sofern auch diesem vorbeifliessenden Wasser die Geschwindigkeit u zugeschrieben werden kann. Streng genommen mag es wohl etwas kleiner sein mit Rücksicht auf eine gewisse, übrigens ohne Zweifel nur geringfügige Contraction und weil durch die Reibung am Gerinneboden die Geschwindigkeit etwas $< u$ sein wird; doch kann, falls nicht etwa die Oberfläche des vom Rade wegfliessenden Wassers wesentlich höher liegt, als die des zufliessenden, bei der Unsicherheit jeder Messung oder Schätzung von s im einzelnen Falle der Fehler dadurch genügend als aufgewogen betrachtet werden, dass die Weite des Spielraums zwischen dem Gerinneboden und dem äusseren Rande der gerade untersten Schaufel mit deren Neigung gegen die Verticale periodisch etwas $> s$ wird, und dass auch an den Seiten etwas Wasser zwischen dem Radkranze und den Seitenwänden des Gerinnes hindurch fliesst.

Ist endlich a_1 die Tiefe des im Gerinne dem Rade zufliessenden Wasserstroms, so fliesst im Ganzen pro Einheit der Radbreite in $\frac{e}{v}$ Secunden das Wasservolumen la_1 zu, und es ist folglich der ganze verhältnissmässige Wasserverlust

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{ls + \frac{1}{3} lw}{la_1} = \frac{1}{a_1}\left(s + \frac{1}{3} w\right) \quad \ldots\ldots\ldots (14),$$

wo Q_1 den Wasserverlust pro Sec. bedeutet.

Die Pfeilhöhe $w = UW$ des von der Sehne $A_1 C_1$ abgeschnittenen Umfangsbogens ist sehr nahe:

$$w = \frac{\overline{A_1 W}^2}{2R} = \frac{\overline{AC}^2}{8R}$$

oder weil nach (12) und (13)

$$AC = e\frac{u}{u-v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

ist, auch

$$w = \frac{e^2}{8R}\left(\frac{u}{u-v}\right)^2$$

und nach (14) der verhältnissmässige Wasserverlust:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{1}{a_1}\left[s + \frac{e^2}{24R}\left(\frac{u}{u-v}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16).$$

Er ist bei gegebenen Werthen von a_1 und u um so kleiner, je kleiner e und je grösser R ist, je mehr Schaufeln also gleichzeitig in das Wasser eingetaucht sind, ferner je kleiner s und v sind.

Der dem zweiten Gliede des Ausdrucks (16) entsprechende Verlust kann dadurch fast ganz vermieden werden, dass das Wasser verhindert wird, unterhalb A_1 (Fig. 15) in das Rad einzufliessen und unterhalb C_1 auszufliessen, indem dem Gerinne der Verlauf $B_1 A_1 U C_1$ gegeben wird, so dass es von A_1 bis C_1 das Rad in der kleinen Entfernung s umschliesst. Bei C_1 kann ihm ein Abfall gegeben werden, der passend so zu bemessen ist, dass die Oberfläche des abfliessenden Wassers mit derjenigen des zufliessenden gleiche Höhenlage erhält, dass also, wenn a_2 die Tiefe des Abflussgerinnebodens an seinem Anfange unter der Oberfläche des zufliessenden Wassers an seiner Eintrittstelle in das Rad bedeutet,

$$a_2 = \frac{u}{v} a_1$$

wird, indem v die Geschwindigkeit ist, mit welcher das Wasser nach erfolgtem Stoss in das Abflussgerinne gelangt. Die Bahnen, welche die Wassertheilchen im Rade bis zu diesem Stoss durchlaufen, werden dann nur etwas gekrümmt, so dass der Verlust wegen des Spielraums s keine wesentliche Aenderung erfährt und also

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{s}{a_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

gesetzt werden kann, falls s mit Vorsicht etwas reichlich im einzelnen Falle geschätzt wird.

Während sich in diesem Falle die obige Voraussetzung erfüllt findet, dass die Oberfläche des vom Rade wegfliessenden Wassers nicht wesentlich höher, als die des zufliessenden gelegen ist, verhält es sich bei den gewöhnlichen unterschlächtigen Stossrädern im eigentlichen Schnurgerinne anders. Sofern letzteres ganz gerade, ein Abfall nicht vorhanden ist, liegt die Oberfläche des abfliessenden Wassers, dessen Tiefe $a_2 = \frac{u}{v} a_1$ ist, um

$$a_2 - a_1 = \left(\frac{u}{v} - 1\right) a_1 = \frac{u - v}{v} a_1$$

höher, als die Oberfläche des zufliessenden, und ist deshalb die Geschwindigkeit des unter dem Rade vorbeifliessenden Wassers nur gleich

$$u_1 = \sqrt{u^2 - 2ga_1\frac{u-v}{v}} = u\sqrt{1 - \frac{2ga_1}{u^2}\frac{u-v}{v}}$$

zu setzen. Wie später erörtert werden wird, ist bei vortheilhaftestem Gange eines solchen unterschlächtigen Stossrades nahe

$$v = 0,4\sqrt{2gH},$$

während

$$u = \sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}} = \sqrt{\frac{2gH}{1,15}}, \quad \frac{2g}{u^2} = \frac{1,15}{H}$$

gesetzt werden kann. Daraus folgt

$$\frac{u}{v} = \frac{1}{\sqrt{1,15 \, . \, 0,16}} = \frac{1}{0,429} = 2,33$$

$$u_1 = u\sqrt{1 - 1,15\frac{a_1}{H} \, . \, 1,33} = u\sqrt{1 - 1,53\frac{a_1}{H}}.$$

In Gl. (16) kann der hier besprochene Umstand dadurch berücksichtigt werden, dass für s ein im Verhältnisse $u_1 : u$ kleinerer Werth s_1 gesetzt wird, also

$$s_1 = s\sqrt{1 - 1,53\frac{a_1}{H}} \text{ nahe } = s\left(1 - 0,8\frac{a_1}{H}\right) \, . \, . \, . \, . \, . \, . \quad (18).$$

§. 16. Untergeordnete Effectverluste.

Diejenigen der hierher zu rechnenden Widerstände, welche sich wenigstens noch näherungsweise rationell in Anschlag bringen lassen, sind bei Kropfrädern die Reibung des mit der Geschwindigkeit v am Kropfgerinne entlang sich bewegenden Wassergehalts der Schaufelräume, sowie bei allen Rädern der Widerstand der Luft (insbesondere bei Schaufelrädern mit seitlich offenem Radkranz) und die Reibung der Wasserradwelle in den Lagern.

1) Ist W_1 die Grösse der Wasserreibung pro Einheit der Wandfläche eines Kropfgerinnes, und wird dieselbe mit derjenigen einer geraden Canalstrecke von der Länge l verglichen, die unter dem kleinen Winkel α gegen den Horizont geneigt ist und in welcher sich Wasser mit dem Querschnitte F und dem benetzten Querprofil p mit der mittleren Geschwindigkeit v gleichförmig bewegt, so gilt die Gleichung

$$W_1 lp = \gamma F l \alpha,$$

welche ausdrückt, dass die ganze Reibung $= W_1 lp$ an der Canalwand der Componente der Schwere längs dem Canal gleich sein muss, wenn weder sie eine Verzögerung, noch die Schwere eine Beschleunigung der strömenden Wasserbewegung verursachen soll. Daraus folgt

$$W_1 = \gamma \frac{F}{p} \alpha = \gamma r \alpha$$

und mit $v = k\sqrt{r\alpha}$ (siehe Bd. I, §. 126, Gl. 3)

$$W_1 = \frac{\gamma}{k^2} v^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Was den Erfahrungs-Coefficienten k betrifft, so wäre nach Bestimmungen von Bazin für Canalwände aus gehobelten Brettern (Gl. 12 a. a. O.)

$$\frac{1}{k^2} = 0{,}00015 + \frac{0{,}0000045}{r}$$

zu setzen oder, da hier r durchschnittlich = der halben Kranzbreite von ungefähr 0,4 Mtr. angenommen werden kann,

$$\frac{1}{k^2} = 0{,}00015 + \frac{0{,}0000045}{0{,}2} = 0{,}00017$$

bezw. für Canäle in behauenen Quadersteinen oder ungehobeltem Holz:

$$\frac{1}{k^2} = 0{,}00019 + \frac{0{,}0000133}{0{,}2} = 0{,}00026.$$

Nach älteren Bestimmungen (a. a. O., S. 725), wobei verschiedene Beschaffenheiten der Canalwände nicht ausdrücklich unterschieden waren, wäre gar in runder Zahl:

$$\frac{1}{k^2} = 0{,}0004.$$

Den letzten und grössten Werth hier zu Grunde zu legen, erscheint deshalb gerechtfertigt und rathsam, weil hier eine von relativen Bewegungen längs den Schaufeln begleitete und überhaupt viel weniger regelmässige Bewegung des Wassers, als in einem geraden Canal oder Gerinne stattfindet. Mit $\gamma = 1000$ Kgr. pro Cubikmtr. ist dann nach (1):

$$W_1 = 0{,}4\, v^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Wird mit l die gesammte Bogenlänge der Berührungsfläche des Wassers mit dem Kropfgerinne bezeichnet, nach oben hin ev. aus getrennten Bogenstücken bestehend (Fig. 14), so dass die Berührungsfläche selbst $= lb$ und die Wasserreibung an ihr $= lb\, W_1$ ist, so ergiebt sich schliesslich der Effectverlust durch diese Wasserreibung im Kropf:

$$E_w = lb\, W_1 \,.\, v = 0{,}4\, lb v^3 \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Von erheblicher Bedeutung ist er nur bei ungewöhnlich grosser Peripheriegeschwindigkeit. Z. B. für das im vorigen Paragraph besprochene mittelschlächtige Kropfrad mit $v = 2$ Mtr. pro Sec. und $b = 1{,}5$ Mtr. ist l nahe $= 3{,}5$ Mtr. und deshalb

$$E_w = 16{,}8 \text{ Meterkgr. pro Sec.}$$

noch nicht ganz 1% des absoluten Effects $E_0 = \gamma Q H = 1800$ Meterkgr.

2) Der als tangentiale und dem Bewegungssinne entgegengerichtete Umfangskraft verstandene Luftwiderstand kann nach Versuchen von Piobert, Morin und Didion für Schaufelräder mit seitlich offenem Radkranz ungefähr

$$= 0{,}12\, z a b v^2$$

gesetzt werden.* Dabei ist vorausgesetzt, dass die Entfernung benachbarter Schaufeln wenigstens = der Kranzbreite a ist. Anderenfalls wird durch die Bewegung, welche die zwischen den Schaufeln befindliche Luft im Sinne von v dauernd annimmt, der Geschwindigkeitsüberschuss der Schaufeln und somit der widerstehende Druck gegen dieselben erheblich verkleinert. Noch mehr ist das der Fall bei Rädern mit seitlich geschlossenem Radkranz, wobei die in den Schaufelräumen befindliche Luft im Wesentlichen mit dem Rade umläuft, insoweit sie nicht durch die Ventilationsspalten im Radboden allmählich erneuert und nach aussen fortgetrieben wird. Setzt man statt des obigen Zahlenwerths 0,12 diesen Coefficienten im Allgemeinen $= m$ (wo im zuletzt erwähnten Falle m fast bis Null abnehmen könnte, wenn nicht gerade bei Rädern mit seitlich geschlossenem Kranz ein Luftwiderstand anderer Art, eine Art von Luftreibung in erhöhtem Masse in Betracht käme), so ist der Effectverlust durch diesen Luftwiderstand:

$$E_l = m z a b v^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

---

* Wenn man den Druck auf eine Schaufel

$$= \vartheta \gamma a b \frac{v^2}{2g}$$

setzt, unter γ das specifische Gewicht der Luft verstanden (siehe Bd. I., §. 156), so entspricht obiger Ausdruck der Gleichung:

$$\vartheta \gamma \cdot \frac{1}{2g} = 0{,}12$$

oder mit $\gamma = 1{,}25$ (Kgr. pro Cubikmtr.) dem Werthe $\vartheta = 1{,}88$ in befriedigender Uebereinstimmung mit sonstigen analogen Erfahrungen.

Dieser Luftdruck auf die im Kreise umlaufende Schaufel ist um etwa 20% grösser, als derjenige auf eine geradlinig und normal bewegte ebene Fläche unter sonst gleichen Umständen, vermuthlich deshalb, weil im letzten Falle die an der Vorderfläche eine Zeit lang fast relativ ruhende verdichtete Luft gewissermassen eine den Widerstand vermindernde Zuspitzung bildet, während die rotirende Fläche die vor ihr befindliche Luft wie ein Ventilator beständig nach aussen treibt und so überhaupt eine grössere lebendige Kraft ihr mittheilt. (Siehe Bd. I., §. 156.)

mit m etwa = 0,06 bis 0,12. Für das oben unter 1) erwähnte Beispiel wäre höchstens mit m = 0,12:

$$E_l = 0{,}12 \,.\, 44 \,.\, 0{,}4 \,.\, 1{,}5 \,.\, 8 = 25{,}4 \text{ Meterkgr.}$$

$= 1{,}4\,\%$ von $E_0 = 1800$.

Auch dieser Effectverlust wird nur bei grossen Peripheriegeschwindigkeiten von erheblicher Bedeutung. Für Räder mit seitlich geschlossenem Radkranz ist übrigens m so unsicher oder vielmehr schon die Form des Ausdrucks (4) so wenig den Verhältnissen entsprechend, dass es ebenso gerechtfertigt ist, für den Effectverlust durch den Luftwiderstand in diesem Falle einen kleinen aliquoten Theil von E_0 (höchstens etwa $1\,\%$) in Rechnung zu bringen, als Gl. (4) mit einem angenommenen Werthe von m zu Grunde zu legen.

3) Der Effectverlust durch die Zapfenreibung der Wasserradwelle ist, wenn G das Gewicht des Rades und r den Halbmesser der Welle in den Lagern (im Mittel, wenn er in beiden Lagern verschieden sein sollte) bedeutet,

$$E_z = \mu G \frac{r}{R} v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5),$$

wo der Reibungscoefficient je nach dem Zustande der Schmierung = 0,06 bis 0,1, im Durchschnitt etwa = 0,08 zu setzen ist.

Sofern man Veranlassung haben kann, diesen Effectverlust für ein erst zu entwerfendes Rad in Anschlag zu bringen, für welches zwar v und R schon angenommen sein mögen, G und r aber noch nicht bekannt sind, kann man

$$G = CbRH \text{ Kgr.}$$

setzen, unter C eine Constante verstanden, die am sichersten durch Vergleichung mit einer grösseren Zahl ausgeführter Räder verschiedener Art und Grösse zu bestimmen sein wird; während nämlich mit b und R, und zwar offenbar nahe proportional diesen Dimensionen, die Flächengrössen der plattenförmigen Bestandtheile des Rades wachsen, wächst mit H ihre Inanspruchnahme, also die ihnen zu gebende Dicke, sowie auch das Gewicht der Wasserfüllung des Radkranzes, während die Masse des Armsystems eher R^2, als R, proportional sein mag, R aber wieder in Verhältniss zu H steht. Zur Bestimmung der Constanten C diene hier in Ermangelung einer genügenden Zahl directer anderweitiger Anhaltspunkte die Formel

$$G = 1400 \frac{N}{\varepsilon n} \text{ Kgr.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6),$$

welche G. Herrmann aus einigen Erfahrungen für oberschlächtige Räder abgeleitet hat. Setzt man darin

$$N = \eta \frac{1000\,QH}{75} = 10\,QH \text{ mit } \eta = 0{,}75$$
$$= 10\,\varepsilon abvH$$

und $n = 9{,}55\,\omega$ nahe $= 10\frac{v}{R}$, so wird

$$G = 1400\,abRH = 400\,bRH$$

mit $a = \frac{2}{7} = 0{,}29$ Mtr. als mittlerer Kranzbreite oberschlächtiger Räder. Für kleine Gefälle H (für unterschlächtige Räder) dürfte jedoch diese Formel meistens das Gewicht G zu klein ergeben, und mag zu grösserer Sicherheit schliesslich

$$G = 400\,bR\,(H + 1) \text{ Kgr.} \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

gesetzt werden, womit bei grossen Gefällen (bei oberschlächtigen Rädern), denen der Zahlencoefficient und die ganze Formel zunächst angepasst wurde, keine sehr erhebliche Aenderung verbunden ist.

Der Halbmesser r kann für schmiedeeiserne Zapfen

$$= 0{,}55\sqrt{\frac{G}{2}} = 0{,}39\sqrt{G} \text{ Millimtr.}$$

nahe $= 0{,}0004\sqrt{G}$ Mtr. gesetzt werden.

Beispielsweise ergiebt sich in dem unter 1) und 2) erwähnten Falle:

$$G = 400\,.\,1{,}5\,.\,2{,}5\,(3 + 1) = 6000 \text{ Kgr.}$$
$$r = 0{,}0004\sqrt{6000} = 0{,}031 \text{ Mtr.}$$
$$E_z = 0{,}08\,.\,6000\,.\,\frac{0{,}031}{2{,}5}\,.\,2 = 11{,}9 \text{ Meterkgr.}$$

nahe $= 0{,}7\,\%$ von E_0.

4) Schliesslich können noch verschiedene Effectverluste vorkommen, welche sich einer rationellen Grössenbestimmung gänzlich entziehen. Dahin gehört z. B. die Verspritzung von Wasser beim Einfliessen, besonders in freihängende Zellenräder, sowie die Adhäsion desselben an den Schaufeln und sonstigen Wänden, vermöge welcher die Entleerung der Schaufelräume in ihrer tiefsten Lage insofern unvollständig ist, als etwas Wasser haften bleibt und wenn überhaupt, nur allmählich abtropft, während es mit in die Höhe genommen wird. Endlich werden durch die unvollkommene Stabilität des aus vielen Theilen zusammengesetzten Rades relative Bewegungen dieser Bestandtheile verursacht, welche mit Effectverlusten

verbunden sind, besonders wenn sie zu Stössen zwischen gewissen in ihrer Verbindung gelockerten Constructionsgliedern führen. In Betreff aller dieser Verluste, die namentlich bei den weniger sorgfältig gebauten und leichter schadhaft werdenden hölzernen Rädern gewöhnlicher Art von ziemlich erheblicher Grösse sein können, muss man sich damit begnügen, den Nutzeffect in Bausch und Bogen um einige Procente des absoluten Effects kleiner anzunehmen, als er mit Rücksicht auf die berechenbaren und berechneten Effectverluste sich ergeben hat, etwa um 1 bis 2 Procent bei eisernen, um 3 bis 4 Procent bei hölzernen Rädern.

§. 17. Zusammenstellung der Resultate.

Zur Erleichterung des Gebrauchs mögen die Ergebnisse der bisherigen allgemeinen Erörterungen in der Hauptsache übersichtlich zusammengestellt werden. Ist zu dem Ende

Q_1 der Wasserverlust pro Secunde,

H_1 der resultirende Gefällverlust,

E_1 der Effectverlust durch nebensächliche Widerstände, so ist der Nutzeffect

$$E = \gamma (Q - Q_1)(H - H_1) - E_1$$

und der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{E}{E_0} = \frac{E}{\gamma Q H} = \left(1 - \frac{Q_1}{Q}\right)\left(1 - \frac{H_1}{H}\right) - \frac{E_1}{E_0} \quad \ldots\ldots (1).$$

Hauptsächlich wird η durch den Gefällverlust bedingt, welcher im Allgemeinen

$$H_1 = \zeta \frac{u^2}{2g} + \frac{w_1^{\,2}}{2g} + \frac{v^2}{2g} + h_1 + h_2 + h_3 \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

ist, wo jedoch die letzten Summanden h_1, h_2, h_3 nicht alle bei demselben Rade zugleich vorkommen.

$\zeta \frac{u^2}{2g}$ ist der durch die Einführung des Wassers in das Rad verursachte Gefällverlust, und zwar kann der Coefficient ζ im Durchschnitt $= 0,1$ gesetzt werden, falls diese Einführung durch eine Spannschütze oder durch eine Ueberfallschütze vermittelt und regulirt wird, bezw. $= \frac{1}{3}$ im Falle einer Coulissenschütze.

Der zweite Summand ist der Gefällverlust durch den Stoss des einfliessenden Wassers. Er kann mit ausreichender Näherung:

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w^2}{2g} + k$$

gesetzt werden, nämlich = der Geschwindigkeitshöhe, welche der relativen Geschwindigkeit des im mittleren Eintrittspunkte J zufliessenden Wassers entspricht, vermehrt um die Höhe dieses Punktes über dem Niveau der halben Wasserfüllung eines Schaufelraums in solcher Lage, dass der Mittelpunkt seines Theilbogens mit J zusammenfällt. Wie dieser Verlust genauer gefunden werden kann, ist aus §. 13 zu ersehen.

Das Glied $\frac{v^2}{2g}$ bedarf keiner weiteren Erläuterung.

h_1 ist bei freihängenden Zellenrädern der Betrag des Freihängens und je nach den Umständen (je nach der Veränderlichkeit des Unterwasserspiegels vor Allem) etwa = 0,1 bis 0,3 Mtr. anzunehmen. Bei Kropfrädern bedeutet h_1 einen Gefällverlust, welcher von der Höhe des Wasserspiegels im untersten noch nicht entleerten Schaufelraume über dem Unterwasserspiegel oder auch vom Eintauchen der Schaufeln in das Unterwasser herrührt und in der Regel $\frac{1}{4}$ der Kranzbreite a gesetzt werden kann.

h_2 entspricht der vorzeitigen Entleerung der Zellen bei freihängenden Zellenrädern und ist der Zeichnung wie folgt zu entnehmen. Man trägt ein Schaufelprofil an beliebiger Stelle ein und zieht durch seinen äusseren Endpunkt A eine Gerade AD, welche mit ihm die Fläche $\frac{1}{2} F = \frac{1}{2} \varepsilon a e$ umgrenzt, zieht die Gerade AC senkrecht zu AD bis zum Schnittpunkte C mit dem aus dem Radmittelpunkte M mit dem Halbmesser $\frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreise, zieht CM bis zum Schnittpunkte U mit dem Radumfang und endlich AN senkrecht zu MU bis zum Durchschnittspunkte N mit dieser Geraden; dann ist $h_2 = NU$. Wie diese Bestimmung mit Rücksicht auf einige untergeordnete Umstände noch etwas corrigirt werden kann, und wie man zu verfahren hat, wenn der Punkt C in der Zeichnung nicht zugänglich ist, findet sich in §. 14 besprochen.

h_3 ist ein bei Kropfrädern durch die Spielräume verursachter Gefällverlust. In dem gewöhnlichen Falle eines Rades mit seitlich geschlossenem Kranz kann gesetzt werden:

$$h_3 = \mu \sqrt{2g} \, \frac{Rs}{eQ} \left[b \int_0^{\vartheta} y \sqrt{z} \, d\varphi + \frac{4}{3} \int_0^{\vartheta} x D \, d\varphi \right]$$

mit
$$\int_0^{\vartheta} y\sqrt{z}\,d\varphi = \frac{\vartheta}{6}\left(2y_1\sqrt{z_1} + y_2\sqrt{z_2} + 2y_3\sqrt{z_3}\right)$$

$$\int_0^{\vartheta} x D\,d\varphi = \frac{\vartheta}{6}\left(2x_1 D_1 + x_2 D_2 + 2x_3 D_3\right)$$

$$D = \frac{z'\sqrt{z'} - z''\sqrt{z''}}{\sin\varphi};\ \mu\sqrt{2g} = 3{,}4.$$

φ ist in Bogenmass der Winkel zwischen dem nach einem (längs der Radbreite sich erstreckenden) Hauptspalt und dem nach dem untersten Umfangspunkte U gezogenen Halbmesser,

ϑ der Werth von φ, bei welchem der Durchfluss durch die Spalten beginnt,

s die Spaltweite,

x die Höhe des Wasserspiegels in einem Schaufelraume über dem Unterwasserspiegel,

y die Höhe desselben über dem Wasserspiegel im nächst unteren Schaufelraume,

z seine Höhe über dem Hauptspalt zwischen beiden Schaufelräumen, falls dieselbe $< y$ ist, sonst $z = y$,

z' seine Höhe über dem unteren, z'' diejenige über dem oberen Endpunkte jeder der betreffenden Seitenspalten.

Die Indices 1, 2, 3 entsprechen bezw. $\varphi = \frac{1}{4}\vartheta, \frac{1}{2}\vartheta, \frac{3}{4}\vartheta$.

Im Falle eines Rades mit seitlich offenem Kranz ändert sich der Ausdruck von h_3 theilweise, wie aus §. 15 zu ersehen ist. —

Q_1 bezieht sich nur auf unterschlächtige Räder. Das Verhältniss dieses Wasserverlustes zu Q ist höchstens

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{1}{a_1}\left[s + \frac{e^2}{24\,R}\left(\frac{u}{u-v}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

kann aber durch passende kropfartige Anschmiegung des Gerinnebodens an das Rad längs einem Bogen

$$= e\,\frac{u}{u-v}$$

bis auf nahe $\frac{Q_1}{Q} = \frac{s}{a_1}$ reducirt werden; a_1 bedeutet die Tiefe des dem Rade unmittelbar zufliessenden Wasserstroms. —

Der Effectverlust E_1 ist im Allgemeinen:

$$E_1 = E_w + E_l + E_z + \alpha E_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Dabei bedeutet E_w den Effectverlust durch die Wasserreibung im Kropf bei Kropfrädern, welcher

$$E_w = 0{,}4\, l b v^3$$

gesetzt werden kann, unter l die gesammte Bogenlänge der Berührungsfläche des Wassers mit dem Kropfgerinne verstanden.

E_l, der Effectverlust durch den Luftwiderstand, ist ungefähr

$$E_l = m z a b v^3$$

mit $m = 0{,}06$ bis $0{,}12$, am grössten bei seitlich offenem Radkranz und radial gerichteten Schaufeln.

Zu vorläufig angenäherter Schätzung des Effectverlustes durch die Zapfenreibung:

$$E_z = \mu G \frac{r}{R} v$$

mit $\mu = 0{,}06$ bis $0{,}1$ kann das Gewicht des Rades

$$G = 400\, b R (H + 1) \text{Kgr.}$$

und der Zapfenhalbmesser

$$r = 0{,}0004 \sqrt{G} \text{ Mtr.}$$

gesetzt werden.

Der Coefficient α der schliesslichen Zugabe αE_0 ist bei eisernen Rädern $= 0{,}01$ bis $0{,}02$, bei hölzernen $= 0{,}03$ bis $0{,}04$ anzunehmen.

§. 18. Wahl der Radelemente.

Nach dem Vorhergehenden lassen sich der Nutzeffect E und der Wirkungsgrad η eines Wasserrades berechnen, dessen Elemente in Betreff seiner Form und Grösse, seiner Lage gegen den Ober- und den Unterwasserspiegel, sowie in Betreff seines Ganges und seiner Beaufschlagung gegeben sind. Auch könnte man sich nun die Aufgabe stellen, diese Radelemente so zu bestimmen, dass unter sonst gegebenen Umständen, insbesondere z. B. für gegebene Werthe von Q und H oder von E bezw. N und H der Wirkungsgrad η ein Maximum wird. Abgesehen davon indessen, dass bei der grossen Zahl zu bestimmender Elemente und bei der Zusammengesetztheit ihrer Beziehungen zu η die strenge Durchführung dieser Aufgabe auf kaum überwindliche Schwierigkeiten führt, würde für die praktische Ausführung nicht viel dadurch gewonnen werden, weil auf diese namentlich der Kostenpunkt von wesentlich mitbestimmendem Einflusse ist, abgesehen von anderweitigen praktischen Erwägungen, die ebenso wenig bei jener Rechnung die ihnen gebührende Berücksichtigung fänden.

So wird man dahin geführt, für die Mehrzahl der fraglichen Radelemente solche Werthe oder Verhältnisse anzunehmen, welche sich bewährt haben. An solche erfahrungsmässige Mittelwerthe darf man sich nur nicht zu streng binden; auf Grund der im Vorhergehenden bestimmten Effectverluste und ihrer Abhängigkeitsgesetze wird man vielmehr beurtheilen können, in welchem Sinne und ungefähren Betrage sie in einem gegebenen Falle zu modificiren sind, jenachdem es gerade mehr darauf ankommt, die Kosten möglichst klein oder η möglichst gross zu erhalten. Auch durch die Localverhältnisse und durch die besondere Art der gewählten Construction können Abweichungen bedingt werden, welche der jeweiligen Beurtheilung anheimgestellt bleiben müssen.

Vor Allem können die fraglichen Radelemente von der Art des Rades, also davon abhängig sein, ob dasselbe als ober- oder rückenschlächtiges freihängendes Zellenrad, als rücken-, mittel- oder tiefschlächtiges Kropfrad, als unterschlächtiges Stossrad oder als Poncelet-Rad gebaut werden soll. Die passende Wahl in dieser Hinsicht hängt von Q und H ab, worüber einige Angaben bei der Besprechung der einzelnen Arten von Rädern werden gemacht werden. Ist ausser H nicht unmittelbar Q, sondern N bezw. $E = 75\,N$ gegeben, so kann Q aus der Gleichung

$$E = \eta\,.\,1000\,Q H$$

mit einem angenommenen Werthe von η vorläufig gefunden werden; wie solche Werthe für die verschiedenen Arten von Rädern passend anzunehmen sind, wird gleichfalls später besprochen.

1) Der Halbmesser R ist nach getroffener Wahl in Betreff der Art des Rades im Grossen und Ganzen durch H bestimmt.

Bei dem oberschlächtigen Rade pflegt mit Rücksicht auf die passende Anordnung des Einlaufs das Wasser nicht genau an der höchsten Stelle eingeführt, sondern der mittlere Eintrittspunkt J um ungefähr 10^0 vom höchsten Punkte O der Radperipherie im Sinne ihrer Bewegung entfernt angenommen zu werden. Wird dieser Winkel allgemein mit δ bezeichnet, während h das auf die Erzeugung der Einlaufgeschwindigkeit u verwendete Gefälle bedeutet, h_1 den Betrag des Freihängens, so ergiebt sich R aus der Gleichung:

$$R(1 + \cos\delta) = H - h - h_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

nachdem die übrigen darin ausser dem gegebenen Gefälle H vorkommenden Grössen angenommen oder bestimmt worden sind.

Für ein rückenschlächtiges Rad kann R etwas $< \frac{2}{3} H$, für ein mittelschlächtiges etwas $< H$, für ein tiefschlächtiges $= 2$ bis 4 Mtr. angenommen werden. Bedeutet in allen diesen Fällen ϑ den Winkel zwischen dem vertical abwärts gerichteten und dem nach dem mittleren Eintrittspunkte J gezogenen Halbmesser, t die Tiefe des Eintauchens in das Unterwasser, so ist

$$R(1 - cos\,\vartheta) = H - h + t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

wodurch hier ϑ bestimmt ist, wenn nebst R auch die übrigen Grössen festgesetzt sind.

Bei den unterschlächtigen Rädern steht R noch weniger, als bei tiefschlächtigen, in einer nothwendigen Beziehung zu H; gewöhnlich macht man hier $R = 2 - 3$ Mtr.

2) In Betreff des Verhältnisses der Geschwindigkeiten u und v, durch welches nach der Annahme von v (siehe unter 3) auch u bestimmt ist und somit die u. A. in den Gleichungen (1) und (2) vorkommende Grösse

$$h = (1 + \zeta)\frac{u^2}{2g},$$

kann man von folgender Erwägung ausgehen.

Abgesehen von unterschlächtigen Rädern, welche in dieser wie in anderen Hinsichten einer besonderen Untersuchung bedürfen und später unterzogen werden sollen, kann das Gefälle H im Ganzen als aus zwei Theilen bestehend betrachtet werden:

$$H = H' + H'',$$

von denen der erste zum Einfluss des Wassers in das Rad und zur Stosswirkung in ihm, der zweite zu unmittelbarer Druckwirkung des von dieser Höhe H'' niedersinkenden Wassers verwendet wird. Nur das Ausnutzungsverhältniss des ersteren Gefälletheils H' ist von dem in Rede stehenden Verhältnisse der Geschwindigkeiten u und v abhängig, und zwar kann man sich fragen, bei welchem Werthe dieses Geschwindigkeitsverhältnisses

$$\frac{h'}{H'} = max$$

ist, wenn h' den der Stosswirkung thatsächlich zugutkommenden Theil von H' bedeutet. Dieser Theil ist aber derjenige, welcher von H' übrig bleibt nach Abzug des Stossverlustes $\frac{w_1^2}{2g}$ und der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$, die der absoluten Ausflussgeschwindigkeit v des Wassers aus dem Rade entspricht, so dass die Forderung auf die Form gebracht werden kann:

$$\frac{h'}{H'} = \frac{H' - \frac{w_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}}{H'} = max \text{ . . . . } (3).$$

Die verschiedenen Wassertheilchen der Füllung eines Schaufelraums kommen nach und nach zum Stoss, und es entsprechen ihnen also streng genommen verschieden grosse Bestandtheile H' und H'' von H, nach und nach grössere Werthe von H', kleinere von H''; im Durchschnitt kann jedoch H' = der Höhe des Oberwasserspiegels über dem Wasserniveau eines Schaufelraums in dem Augenblicke gesetzt werden, in welchem die Hälfte seiner Füllung in ihm zum Stoss und näherungsweise zu relativer Ruhe gelangt ist, also = der Höhe des Oberwasserspiegels über der Horizontalen CKD in der Fig. 7, welche beispielsweise den Verhältnissen eines oberschlächtigen Rades (mit übertrieben gross gezeichneter Kranzbreite) angepasst ist. Diese Höhe ist = der Geschwindigkeitshöhe $\frac{u_1^2}{2g}$, womit das mittlere Wassertheilchen im Punkte K zum Stosse kommt, vermehrt um die Widerstandshöhe $\zeta\frac{u^2}{2g}$, die durch die Widerstände der Schütze und überhaupt des Einlaufs verloren gegangen ist, und es wäre also in Gl. (3)

$$H' = \frac{u_1^2}{2g} + \zeta\frac{u^2}{2g}$$

zu setzen. Setzt man aber statt dessen

$$H' = \frac{w_1^2}{2g},$$

so setzt man damit den Zähler und den Nenner in der Regel nur unerheblich zu klein, jenen freilich verhältnissmässig mehr zu klein, als diesen, so dass die sich theilweise compensirenden Fehler noch weiter ausgeglichen werden können, indem der Zähler des Bruches (3) dadurch etwas vergrössert wird, dass die Geschwindigkeit v_1 des Radpunktes K an die Stelle der Umfangsgeschwindigkeit v gesetzt wird. So ergiebt sich näherungsweise die Forderung:

$$\frac{h'}{H'} = \frac{u_1^2 - w_1^2 - v_1^2}{u_1^2} = max \text{ . . . . } (4)$$

oder, da in dem Dreieck, dessen Seiten u_1, v_1, w_1 sind, deren erstere den Winkel α_1 $(= \varphi_1 - \psi_1$ in Fig. 7) einschliessen mögen,

$$w_1^2 = u_1^2 + v_1^2 - 2 u_1 v_1 \cos \alpha_1$$

und somit $u_1^2 - w_1^2 - v_1^2 = 2 v_1 (u_1 \cos \alpha_1 - v_1)$ ist,

$$\frac{h'}{H'} = 2 \frac{v_1}{u_1} \left(\cos \alpha_1 - \frac{v_1}{u_1} \right) = max \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Ihr entspricht

$$\frac{v_1}{u_1} = \frac{1}{2} \cos \alpha_1; \quad max \frac{h'}{H'} = \frac{1}{2} \cos^2 \alpha_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6).$$

Da $\cos \alpha_1$ nur wenig < 1 zu sein pflegt und v_1 etwas $< v$ ist, kann näherungsweise

$$v = \frac{1}{2} u_1$$

gesetzt werden, also wegen $u_1 > u$:

$$v > \frac{1}{2} u; \quad u < 2 v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7),$$

und zwar wird es angemessen sein, um so mehr $u < 2v$ zu machen, je kleiner α_1 (je grösser $\cos \alpha_1$) und je mehr $u_1 > u$ ist. Im Durchschnitt ist

$$u = 1{,}75\, v$$

ein passendes und übliches Verhältniss.

Bei freihängenden Zellenrädern mit im Sinne des Umfangs gestreckten Schaufeln kann u_1 erheblich $> u$ sein, weil das Wasser vom mittleren Eintrittspunkte J bis zum Stosspunkte K einen verhältnissmässig grossen Weg zu durchlaufen hat, und es sollte insofern hier u erheblich $< 2v$ sein. Wenn trotzdem gerade bei solchen Rädern oft $u = 2v$ angenommen wird, so hat es, wenigstens bei oberschlächtigen Rädern mit unventilirten Zellen, den Vortheil, dass nach Gl. (8), §. 13 die Länge des Einlaufbogens

$$i = \frac{\varepsilon a v}{w \sin \beta}, \text{ nahe } = \frac{\varepsilon a}{\left(\frac{u}{v} - 1\right) \sin \beta}$$

wegen w nahe $= u - v$, um so kleiner wird, also um so eher, wie es verlangt werden muss, erheblich $< e$ gehalten werden kann, je grösser $\frac{u}{v}$ ist. Uebrigens hat die Veränderung dieses Geschwindigkeitsverhältnisses von beispielsweise 1,75 bis 2 nur sehr geringen Einfluss auf den verhältnissmässigen Effectverlust, wie daraus zu folgern ist, dass die Function

$$f(x) = x(2 - x),$$

welche für $x = 1$ am grössten, und zwar $f(1) = 1$ ist, für $x = \frac{2}{1,75} = \frac{8}{7}$ den Werth annimmt:

$$f\left(\frac{8}{7}\right) = \frac{8}{7} \cdot \frac{6}{7} = \frac{48}{49},$$

der um nur 2 % kleiner, als das Maximum ist. Eine solche Differenz kann bei freihängenden Zellenrädern (ober- und rückenschlächtigen Rädern), bei welchen H' einen nur mässigen Theil von H ausmacht, sowie überhaupt mit Rücksicht auf den Genauigkeitsgrad der ganzen hier in Rede stehenden Schätzung kaum in Betracht kommen.

3) Die Umfangsgeschwindigkeit v ist bei unterschlächtigen Rädern in weiterhin näher zu besprechender Weise von u und somit, da bei ihnen das ganze Gefälle $H = (1 + \zeta)\frac{u^2}{2g}$ zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit verwendet wird, von H abhängig.

Bei den übrigen Rädern ist η in geringerem Grade durch v bedingt, und genügt es, schätzungsweise die sich entgegenstehenden Rücksichten bei der Wahl von v gegen einander abzuwägen. Für ein kleineres v spricht der Umstand, dass aus mehreren Gründen der Wirkungsgrad mit abnehmendem v wächst; insbesondere sind stets die Gefällverluste $\frac{w_1^2}{2g}$ (bei entsprechender Wahl von u) und $\frac{v^2}{2g}$ sowie auch die Effectverluste E_w und E_l um so kleiner, je kleiner v. Je kleiner aber v, desto grösser müssen wegen $Q = \varepsilon abv$ unter sonst gegebenen Umständen a und b gemacht werden, womit die Kosten des Rades wachsen. (Dass gleichfalls das Gewicht G und der Zapfenhalbmesser r zunehmen, kann in Beziehung auf den Werth von E_z durch das kleinere v als nahe aufgewogen betrachtet werden.) Wenn ferner, wie gewöhnlich, die zu treibende Arbeitsmaschine schneller umlaufen muss, als das Rad, so wächst die nöthige Uebersetzung mit abnehmendem v, und ist sie dann im Allgemeinen kostspieliger und mit grösseren Arbeitsverlusten durch Reibung verbunden.

Bei freihängenden Zellenrädern ist von wesentlichem Einflusse auf η der Gefällverlust h_2 wegen des vorzeitigen Ausgusses der Zellen, welcher insofern auch von v abhängen kann, als dadurch eine denselben befördernde cylindrische Krümmung des Wasserspiegels in den Zellen bedingt wird. Diese Krümmung ist um so beträchtlicher, je grösser die Winkelgeschwindigkeit ω, also je grösser v bei gegebenem Werthe von R ist. Bei Kropfrädern ist dagegen statt h_2 der Gefällverlust h_3 von erheblichem

Einflusse auf η; er ist unter sonst gleichen Umständen um so grösser, je kleiner v.

Aus diesem Umstande, dass die Verkleinerung von h_2 ein möglichst kleines, die Verkleinerung von h_3 ein möglichst grosses v verlangt, könnte gefolgert werden, dass diese Umfangsgeschwindigkeit bei freihängenden Zellenrädern in der Regel kleiner, als bei Kropfrädern gemacht werden soll, wenn nicht zu bedenken wäre, dass die mit wachsendem v unter allen Umständen zunehmenden Gefällverluste $\frac{w_1^2}{2g}$ und $\frac{v^2}{2g}$, deren Summe mit den Bezeichnungen unter 2) $= H' - h'$ und nach Gl. (6) bei vortheilhaftester Wahl des Geschwindigkeitsverhältnisses $\frac{u}{v}$ wenigstens $= \frac{1}{2} H'$ ist, auf η von um so schädlicherem Einflusse sind, je grösser H' im Verhältnisse zu H ist, somit in der Regel von schädlicherem Einflusse bei mittel- und tiefschlächtigen Kropfrädern, als bei ober- und rückenschlächtigen Zellenrädern.

Unter diesen Umständen lässt man sich vorzugsweise von der Rücksicht auf eine angemessene Winkelgeschwindigkeit ω, bezw. auf eine angemessene Umdrehungszahl $n = 9{,}55\,\omega$ bei der Annahme von v leiten, indem man meistens zwischen den Grenzen 1 Mtr. und 3 Mtr. v um so grösser annimmt, je grösser R und je grösser die Geschwindigkeit der zu treibenden Arbeitsmaschine ist, abgesehen von anderweitigen Umständen, die in besonderen Fällen ausserdem in Betracht kommen können.

Bei kleinen Gefällen ist der Vergrösserung von v durch folgende Erwägung eine Grenze gesetzt. Da bei allen nicht unterschlächtigen Rädern

$$h = (1 + \zeta)\frac{u^2}{2g} < H$$

ist, muss

$$u < \sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}}, \quad \text{also } v < \frac{v}{u}\sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}}$$

sein, z. B.
$$v < 2{,}4\sqrt{H} \text{ für } \zeta = 0{,}1 \text{ und } u = 1{,}75\,v$$
$$v < 1{,}9\sqrt{H} \text{ für } \zeta = \frac{1}{3} \text{ und } u = 2\,v.$$

4) Der Füllungscoefficient $\varepsilon = \frac{Q}{abv}$ ist, um die Dimensionen a und b, somit die Kosten des Rades möglichst klein zu erhalten, so gross zu nehmen, wie die Rücksicht auf η gestattet. Bei freihängenden Zellenrädern wächst aber h_2 erheblich mit ε, wozu bei oberschlächtigen Rädern mit ihren unventilirten Zellen noch das Bedürfniss eines kleinen, dem

Füllungscoefficient proportionalen, Einlaufbogens i hinzukommt. Bei Kropfrädern ist zwar mit Rücksicht auf h_3 ein grosses ε vortheilhaft, doch setzt die Gefahr des Wasserverlustes durch die Luftspalten im Radboden eine Grenze, um so eher, je höher im Rade das Wasser einfliesst. Unter diesen Umständen sind passende und übliche Mittelwerthe:

bei oberschlächtigen Rädern $\varepsilon = \frac{1}{4}$,

bei rückenschlächtigen $\varepsilon = \frac{1}{3}$, falls sie freihängend sind, $\varepsilon = \frac{2}{5}$, falls der wasserhaltende Theil des Kranzes mit einem Kropf (wenn auch ohne Seitenwände) umgeben ist,

bei mittel- und tiefschlächtigen Rädern $\varepsilon = \frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{5}$. Letztere können im Allgemeinen auch für unterschlächtige Räder gelten.

5) Was die Dimensionen a und b betrifft, so ist, nachdem v und ε dem Obigen zufolge angenommen worden sind, zunächst ihr Product ab durch die Gleichung $Q = \varepsilon abv$ bestimmt. Daraus folgt b, wenn auch für a ein erfahrungsmässig passender Werth angenommen wird, gewöhnlich $a = 0{,}25$ bis $0{,}35$ Mtr. bei Zellenrädern, bezw. $= 0{,}35$ bis $0{,}45$ Mtr. bei Schaufelrädern. Auch kann im Anschlusse an empirische Formeln, welche Redtenbacher aus bewährten Ausführungen abgeleitet hat,

$$\frac{b}{a} = 2{,}25\sqrt[3]{N_0} \text{ bezw. } 2\sqrt[3]{N_0} \text{ bezw. } 1{,}75\sqrt[3]{N_0}$$

$$\text{bei } \varepsilon = \quad \frac{1}{4} \qquad „ \qquad \frac{1}{3} \qquad „ \qquad \frac{1}{2}$$

gesetzt, und können dann a und b aus den Werthen von ab und von $\frac{b}{a}$ berechnet werden, wenigstens sofern a zwischen obigen Grenzen liegend gefunden wird, welche nur ausnahmsweise überschritten zu werden pflegen.

Auf das Poncelet-Rad finden diese Regeln keine Anwendung, indem bei ihm die Kranzbreite in später zu besprechender Weise wesentlich vom Gefälle abhängig gemacht werden muss.

6) Die Theilung e des Rades betreffend, durch welche in Verbindung mit dem Halbmesser R auch die Schaufelzahl z bestimmt ist, hat die Untersuchung der Effectverluste eine enge Schaufelung als vortheilhaft ergeben. Insbesondere ist das der Fall bezüglich auf h_2, h_3 und Q_1, während in keiner Hinsicht (mit Ausnahme allenfalls des unerheblichen Luftwiderstandes) ein kleines e, bezw. grosses z von nachtheiligem Einflusse auf den Wirkungsgrad ist. Auch giebt es für jede Schaufel

natürlich eine gewisse vortheilhafteste Lage gegen den einfliessenden Wasserstrahl, und muss es schon deswegen vortheilhaft sein, dass, wenn eine Schaufel jene Lage überschritten hat, möglichst bald die nachfolgende an ihre Stelle tritt. Indessen wird durch constructive und ökonomische Rücksichten, sowie auch durch die Rücksicht auf ε der Vergrösserung von z eine Grenze gesetzt, bei oberschlächtigen Rädern auch durch die Forderung, dass der Einlaufbogen i wesentlich $< e$ sein soll.

Im Allgemeinen wird $e =$ der Kranzbreite oder wenigstens das Verhältniss $\frac{e}{a}$ nur wenig von 1 verschieden gemacht, nämlich um so grösser, je kleiner a, etwa entsprechend der Formel:

$$e = 0{,}75\,a + 0{,}1.$$

b. Die einzelnen Arten von Wasserrädern.

Die im vorigen Paragraph besprochenen Regeln für die Wahl einiger der wesentlichsten Radelemente setzten H und Q, sowie die Art des Rades als gegeben voraus. Statt Q ist aber oft ein verlangter Nutzeffect E, bezw. $N = \frac{E}{75}$ gegeben, vermittels dessen und des Gefälles H zur Anwendung jener Regeln und vielleicht auch behufs passender Wahl in Betreff der Art des Rades die nöthige Aufschlagwassermenge Q erst ermittelt werden muss gemäss der Gleichung:

$$N = \frac{1}{75} \cdot \eta \cdot 1000\,QH,$$

woraus

$$Q = \frac{0{,}075}{\eta}\,\frac{N}{H}$$

folgt, jedoch erst gefunden werden kann, wenn ausserdem η genügend bekannt ist. Zur Vermittlung dieser vorläufig genügenden Kenntniss ist es hier hauptsächlich die Aufgabe, den Wirkungsgrad η für die verschiedenen Arten von Rädern näherungsweise als Function einiger Radelemente auszudrücken, von denen er ausser von der Art des Rades hauptsächlich abhängt, nämlich besonders als Function von H und von v.

Erst wenn Q bekannt ist, kann der Entwurf im Einzelnen durchgeführt und darauf endlich der Wirkungsgrad genauer berechnet werden auf Grund der in den Paragraphen 13—16 ermittelten Wirkungsgesetze der verschiedenen Effectverluste. Eine erhebliche Abweichung dieser genauer bestimmten von dem vorläufig der betreffenden Näherungsformel gemäss angenommenen Werthe von η würde zu einer Modification des Entwurfes Veranlassung geben, besonders wenn sich zeigen sollte, dass η zu gross angenommen worden war. Bei der Ableitung fraglicher Näherungsformeln von η werden deshalb besonders zu günstige Annahmen möglichst zu vermeiden sein.

Diese Ableitungen bieten zugleich Gelegenheit, die im vorigen Paragraph unvollständig gebliebene Besprechung der Radelemente für die einzelnen Arten von Rädern zu ergänzen, insbesondere z. B. was die Form und Stellung der Schaufeln, sowie die Einrichtung des Wassereinlaufs betrifft, immer aber nur dem Zweck dieses Buches entsprechend insoweit, als theoretische Erwägungen dabei in Betracht kommen. Nachdem übrigens schon bisher bei verschiedenen Anlässen die unterschlächtigen Räder ausgenommen und einer gesonderten Untersuchung vorbehalten werden mussten, wird hier ausdrücklich unterschieden zwischen

1. Wasserrädern mit theilweise unmittelbarer Druckwirkung der Schwere des niedersinkenden Wassers und

2. unterschlächtigen, nämlich Wasserrädern mit bloss mittelbarer Wirkung des vorher ganz in lebendige Kraft umgesetzten Arbeitsvermögens des Wassers.

1. Wasserräder mit theilweise unmittelbarer Druckwirkung der Schwere des niedersinkenden Wassers.

§. 19. Das oberschlächtige Rad.

Oberschlächtige Räder werden gewöhnlich bei Gefällen H zwischen 4 und 12 Mtr., sowie bei Aufschlagwassermengen Q zwischen 0,1 und 1 Cubikmtr. pro Sec. angewendet, so jedoch, dass das Product QH höchstens etwa $= 6$, entsprechend $N_0 = 80$ Pferdestärken ist.

Der Winkel α zwischen den Richtungen von u und v ist bei diesen Rädern immer so klein, dass ohne erheblichen Fehler $w = u - v$ gesetzt werden kann, oder

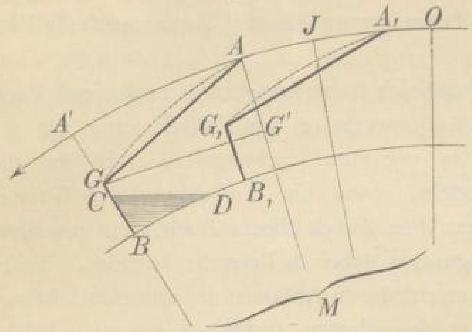
$$w = v, \text{ da } u = 2v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

ein hier durchschnittlich passendes und übliches Verhältniss zwischen u und v ist, wie schon im §. 18 bemerkt wurde. Nach den Gleichungen (7) und (8), §. 13, ist dann

$$\sin\alpha = \frac{1}{2}\sin\beta \text{ und } i = \frac{\varepsilon a}{\sin\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Die Grundform der üblichen Schaufeln ist die, wie Fig. 16 andeutet, aus der ebenen Stossschaufel AG und aus der radial bis zur Mitte der Kranzbreite sich erstreckenden gleichfalls ebenen Riegelschaufel BG bestehende einfach gebrochene Schaufel AGB. Bezeichnet e_1 die Bogenlänge ihrer Centralprojection auf den Umfang des Rades (den Bogen AA' in Fig. 16 zum Unterschiede vom Theilungsbogen $AA_1 = e$), und ist G' der Fusspunkt des Perpendikels vom Punkte G auf den Halbmesser AM, so kann für den Winkel $\beta = AGG'$, unter welchem die Stossschaufel den Radumfang schneidet, mit Rücksicht darauf, dass AG' wenig $> \frac{a}{2}$, AG wenig $> e_1$ ist, sehr nahe gesetzt werden:

Fig. 16.



$$sin\,\beta = \frac{a}{2\,e_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

(Beispielsweise wäre danach für den im §. 13 besprochenen Fall, in welchem $a = 0{,}32$ und $e_1 = e = 0{,}377$ war, $\beta = 25^0\,7'$, während daselbst genauer fast derselbe Werth $\beta = 25^0\,8'$ gefunden wurde.) Wenigstens ist $e_1 = e$, also höchstens

$$sin\,\beta = \frac{a}{2\,e} = \frac{5}{12}, \text{ da } \frac{e}{a} = 1{,}2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

im Durchschnitt hier zu sein pflegt. Nach (2) ist damit

$$sin\,\alpha = \frac{5}{24}, \text{ entsprechend } \alpha = 12^0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5),$$

und zwar ist auch α ebenso wie β eher kleiner, als grösser. Dieser Winkel α entspricht der Bedingung, dass im Mittelpunkte des Einlaufbogens i die relative Geschwindigkeit w längs der gerade vorbeigehenden Stossschaufel gerichtet sei; damit sie in keinem Punkte des Einlaufbogens die Stossschaufel etwas von vorn treffen könne, ist thatsächlich ein Winkel α passend, der um 1 bis 2^0 noch kleiner ist. Die obige Voraussetzung bezüglich der Kleinheit von α und ihrer Consequenzen wird hierdurch genügend bewahrheitet.

Genauer können der Winkel α und die relative Geschwindigkeit w gefunden werden, nachdem die Geschwindigkeiten u und v angenommen sind und während β durch die gewählte Schaufelform gegeben ist, indem mit den Seiten u und v das Dreieck construirt wird, in welchem der Seite u der Winkel $180^0 - \beta$, bezw. mit β' etwas $< \beta$ der Winkel $180^0 - \beta'$ gegenüberliegt. Die dritte Seite ist dann $= w$, der ihr gegenüberliegende Winkel $= \alpha$. Behufs der Rechnung hat man

$$u : v : w = \sin\beta' : \sin(\beta' - \alpha) : \sin\alpha.$$

Obiger Ausdruck (2) von i ergiebt mit Gl. (3) das Verhältniss

$$\frac{i}{e} = \frac{1}{e} \cdot \varepsilon a \cdot \frac{2 e_1}{a} = 2 \varepsilon \frac{e_1}{e} = \frac{1}{2} \frac{e_1}{e} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

mit durchschnittlich $\varepsilon = \frac{1}{4}$. Dass dieses Verhältniss innerhalb der üblichen Grenzen $e_1 = e$ und $e_1 = \frac{5}{4} e$ wesentlich < 1 ist, sichert allein noch nicht beim Einfliessen des Wassers den ungehinderten Austritt der Luft aus den Zellen, weil diese gegen ihre Mitte hin erheblich enger werden können, wie es namentlich bei der in Figur 16 ausgezogenen üblichen Grundform AGB, $A_1 G_1 B_1$ der Schaufeln der Fall ist. Mit Rücksicht darauf ist vielmehr zu verlangen, dass die kleinste Weite $= w =$ dem Abstande des Eckpunktes G_1 von der benachbarten Stossschaufel AG, die sogenannte Schluckweite, wesentlich grösser sei, als die Dicke des einfliessenden Wasserstrahls. Bezeichnet aber D den Durchschnittspunkt der nach aussen verlängerten Geraden $B_1 G_1$, Fig. 16, mit AG, so erkennt man leicht, dass sehr nahe

$$w = G_1 D \cos\beta = \left[\frac{a}{2} - (e_1 - e)\, tg\,\beta\right] \cos\beta = \frac{a}{2} \cos\beta - (e_1 - e) \sin\beta \quad (7)$$

ist. Insbesondere für $e_1 = e = 1{,}2a$, also $\sin\beta = \frac{5}{12}$ nach Gl. (4), findet man

$$w = 0{,}454\, a,$$

für $e_1 = 1{,}25 e = 1{,}5 a$, also $\sin\beta = \frac{1}{3}$ nach Gl. (3):

$$w = 0{,}371\, a.$$

Der Austritt der Luft erscheint hiernach zwar in allen Fällen gesichert, weil die Dicke des einfliessenden Strahls am Umfange des Rades nach Gl. (2) nur $i \sin\beta = \varepsilon a = 0{,}25 a$ ist mit $\varepsilon = \frac{1}{4}$ und dieselbe mit zunehmender Geschwindigkeit durch die Wirkung der Schwere noch etwas kleiner geworden ist, wo er die Verengung bei G_1 erreicht hat. Um aber diesen Luftaustritt besonders im Falle $e_1 > e$ noch mehr zu sichern, werden die Stossschaufeln wohl etwas gekrümmt, wie durch Strichelung in Fig. 16 angedeutet ist. Mit der entsprechenden Verkleinerung von β ist dann zwar eine Vergrösserung von i verbunden, aber $i \sin\beta = \varepsilon a$ bleibt unverändert, während die Schluckweite w offenbar grösser geworden ist. Jene Verkleinerung von β ist ausserdem von Vortheil mit Rücksicht auf den Gefällverlust h_2.

Um das Wasser an der bestimmten Stelle in der bestimmten Richtung in das Rad einfliessen zu lassen, kann es entweder durch eine Schussrinne bis dicht an das Rad heran geleitet werden, oder man kann es in einem parabolischen Strahl frei fallend einfliessen lassen. Im ersten Falle muss der Boden der Schussrinne neben J im Abstande $0{,}5\,i$ von diesem Punkte gegen den Punkt O (den höchsten Punkt des Radumfangs) hin endigen und gegen die Tangente des Radumfangs im Punkte J unter dem Winkel α, gegen den Horizont folglich unter dem Winkel $\alpha + \delta$ geneigt sein, wenn δ den im §. 18 unter 1) ebenso bezeichneten Winkel OMJ bedeutet. Im zweiten Falle ist der Schutzöffnung, deren Mittelpunkt mit S bezeichnet sei, eine solche Lage zu geben, dass die Mittellinie des Strahls durch den Punkt J unter dem Winkel $\alpha + \delta = \varphi$ gegen den Horizont geneigt hindurch geht. Wenn also mit x und mit y bezw. der verticale und der horizontale Abstand der Punkte S und J bezeichnet werden, so muss, wenn z. B. der Strahl in horizontaler Richtung aus der Mündung fliessen soll, S im Scheitelpunkte fraglicher Parabel liegen und

$$x = x_0 = \frac{u^2}{2g} \sin^2\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

= der Geschwindigkeitshöhe sein, welche der Verticalgeschwindigkeit $u \sin\varphi$ entspricht,

$$y = y_0 = 2x_0 \cot g\,\varphi = \frac{u^2}{2g} \sin 2\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9).$$

Sollte aber der Strahl unter dem Winkel $\psi\ (< \varphi)$ gegen den Horizont abwärts geneigt aus der Mündung kommen (die Mündungsebene bei gleicher Contraction von oben und unten den Winkel ψ mit der Verticalen bilden), so wäre erforderlich:

$$x = \frac{u^2}{2g} \sin^2\varphi - \left(\frac{u^2}{2g} - x\right) \sin^2\psi = \frac{u^2}{2g} \frac{\sin^2\varphi - \sin^2\psi}{\cos^2\psi}$$

$$= \frac{u^2}{g} \frac{\sin(\varphi + \psi)\sin(\varphi - \psi)}{1 + \cos 2\psi} \quad (10)$$

$$y = \frac{u^2}{2g} \sin 2\varphi - \left(\frac{u^2}{2g} - x\right) \sin 2\psi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11).$$

Um nun den Wirkungsgrad eines oberschlächtigen Wasserrades näherungsweise als Function von H und v auszudrücken, mögen im Uebrigen durchschnittliche Verhältnisse angenommen werden, und zwar einfach gebrochene ebene Schaufeln mit

$$e_1 = e = 1{,}2\,a, \text{ dabei } a = 0{,}3 \text{ Mtr.},$$

$$\text{Länge der Riegelschaufel} = \frac{a}{2} = 0{,}15 \text{ Mtr.},$$

$$\varepsilon = \frac{1}{4},\ u = 2v,\ w = v,\ \delta = 10^0.$$

Für den ganzen Gefällverlust H_1 gilt der Ausdruck (2) im §. 17 ohne den Summand h_3. Mit $\zeta = 0{,}1$ ist dabei

$$\zeta\frac{u^2}{2g} = 0{,}4\frac{v^2}{2g}$$

und ferner ist
$$\frac{w_1^{\,2}}{2g} = \frac{w^2}{2g} + k = \frac{v^2}{2g} + k.$$

Was hier k betrifft, so sei $AGBB_1G_1A_1$ (Fig. 16, worin jedoch A in der Geraden B_1G_1 liegend zu denken ist) der Querschnitt einer Zelle von solcher Lage, dass der Mittelpunkt des Theilungsbogens AA_1 mit dem mittleren Einflusspunkte J zusammenfällt, und der Winkel $OMB = \chi$:

$$\chi = \delta + \frac{1{,}5\,e}{R}\frac{180}{\pi} \text{ Grad.}$$

Eine horizontale Gerade, welche vom Querschnitt der Zelle unterhalb die Fläche $\frac{1}{2}F = \frac{1}{2}\varepsilon a e$ abschneidet, treffe BG in C unterhalb G, das Bogenstück BB_1 in D unterhalb B_1. Es ist dann $k =$ der Höhe von J über CD, also

$$k = p - q,$$

unter p die Höhe von J über B, unter q die Tiefe von B unter CD verstanden; dabei ist (siehe §. 13):

$$p = R\cos\delta - (R-a)\cos\chi \text{ und } q = \sqrt{\frac{\varepsilon a e}{2}\sin 2\chi}.$$

Mit den obigen Annahmen findet man

für $R = 2$	4	6	Mtr.
$k = 0{,}332$	0,327	0,325	„

und als Bestätigung der dem Ausdrucke von q zu Grunde liegenden Voraussetzung in Betreff der Lage von CD ergiebt sich

$$BC < BG,\quad BD < BB_1,$$

$$\text{nämlich } \frac{q}{\cos\chi} < 0{,}15 \text{ und } \frac{q}{\sin\chi} < e\frac{R-a}{R} = 0{,}36\frac{R-0{,}3}{R}.$$

Die drei Werthe von k sind so wenig verschieden, dass für vorliegenden Zweck genau genug in allen Fällen $k = 0{,}33$, also

$$\frac{w_1^{\,2}}{2g} = \frac{v^2}{2g} + 0{,}33$$

gesetzt werden kann. Die folgenden Summanden von H_1 sind

$$\frac{v^2}{2g} \text{ und } h_1, \text{ wofür im Mittel } h_1 = 0{,}15 \text{ Mtr.}$$

angenommen werde. Hiernach ist nun

$$H_1 - h_2 = \zeta\frac{u^2}{2g} + \frac{w_1^{\,2}}{2g} + \frac{v^2}{2g} + h_1$$

$$= 2{,}4\frac{v^2}{2g} + 0{,}48 = 0{,}122\,v^2 + 0{,}48 \;\ldots\ldots\; (12).$$

Von besonderer Bedeutung ist der Gefällverlust h_2. Seine graphische Bestimmung nach §. 17

z. B. für	$R = 2$	4	6
und	$v = 1{,}5$	2	2,5
ergiebt	$h_2 = 0{,}56$	0,95	1,26

näherungsweise entsprechend der empirischen Formel:

$$h_2 = (0{,}32 - 0{,}05\,R + 0{,}03\,v^2)\,R \;\ldots\ldots\ldots\; (13),$$

welche $h_2 = 0{,}575 \quad 0{,}96 \quad 1{,}245$

für die obigen Werthe von R und v liefert. Nach §. 18, Gl. (1) ist aber

$$R(1 + \cos\delta) = H - 1{,}1\frac{u^2}{2g} - h_1$$

oder, wenn mit $\cos\delta = 1$ und $h_1 = 0$ beide Seiten der Gleichung sehr wenig zu gross gesetzt werden,

$$R = \frac{1}{2}(H - 4{,}4\,.\,0{,}051\,v^2) = \frac{H}{2} - 0{,}112\,v^2 \;\ldots\ldots\; (14).$$

Die Substitution in Gl. (13) ergiebt sehr nahe mit Rücksicht auf den Mittelwerth 0,25 von $\frac{h_2}{R}$:

$$h_2 = \left[0{,}32 - 0{,}05\left(\frac{H}{2} - 0{,}112\,v^2\right) + 0{,}03\,v^2\right]\frac{H}{2} - 0{,}25\,.\,0{,}112\,v^2$$

$$= \left(0{,}16 - \frac{H}{80} + 0{,}018\,v^2\right)H - 0{,}028\,v^2 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (15).$$

Aus (12) und (15) folgt:

$$H_1 = 0{,}094 v^2 + 0{,}48 + \left(0{,}16 - \frac{H}{80} + 0{,}018 v^2\right) H \quad . \; . \; . \; (16).$$

Wenn endlich die Effectverluste durch Zapfenreibung, Luftwiderstand und unberechenbare Umstände zusammen mit durchschnittlich 4% des absoluten Effects veranschlagt werden, d. h. $E_1 = 0{,}04\,E_0$ gesetzt wird, folgt der Wirkungsgrad

$$\eta = 1 - \frac{H_1}{H} - \frac{E_1}{E_0}$$

$$= 0{,}8 + \frac{H}{80} - 0{,}018 v^2 - \frac{0{,}094 v^2 + 0{,}48}{H} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (17).$$

Er ist um so grösser, je grösser H und je kleiner v. Beispielsweise

für	$H = 4$	8	12
und	$v = 1{,}5$	2	2,5
ist nach (17):	$\eta = 0{,}64$	0,72	0,75.

Erfahrungsmässig kann übrigens der Wirkungsgrad hoher oberschlächtiger Räder bis erheblich über 0,75 gesteigert werden, falls nur die Umfangsgeschwindigkeit v in mässigen Grenzen gehalten wird. Selbst aus der Gleichung (17), welche absichtlich nicht unter den günstigsten Voraussetzungen abgeleitet ist, folgt z. B.

$$\text{für } H = 12 \text{ und } v = 2 : \eta = 0{,}81.$$

Freilich hat dann ein solches Rad einen für manche Zwecke übermässig langsamen Gang; nach (14) ist

$$R = 5{,}55 \text{ für } H = 12 \text{ und } v = 2,$$

folglich die Umdrehungszahl pro Minute nur

$$n = 9{,}55 \frac{v}{R} = 3{,}44.$$

Zuweilen, insbesondere z. B. zum Betriebe leichter und schnell gehender Hämmer (Schwanzhämmer) erscheint der Vortheil grösstmöglicher Einfachheit der Transmission so überwiegend über den Werth eines grossen Wirkungsgrades, dass man selbst kleine oberschlächtige Räder von etwa $R = 2$ Mtr. Halbmesser mit Umfangsgeschwindigkeiten von $v = 3$ bis 4 Mtr. umlaufen lässt, entsprechend $n = 15$ bis 20, wobei dann freilich η bis 0,30 und darunter abnehmen kann. Die Verhältnisse solcher Räder sind übrigens von den der Gleichung (17) zu Grunde liegenden zu sehr verschieden, als dass von derselben hier noch genügende Brauchbarkeit als Näherungsformel erwartet werden könnte.

§. 20. Das rückenschlächtige Rad.

Rückenschlächtige Räder können unter ähnlichen Umständen wie oberschlächtige angewendet werden, finden sich aber vorzugsweise mit Halbmessern $R = 3$ bis 5 Mtr. ausgeführt, entsprechend Gefällen

$$H \text{ nahe } = R(1 + \cos 45^0) + 0{,}5 = 5{,}6 \text{ bis } 9 \text{ Mtr.},$$

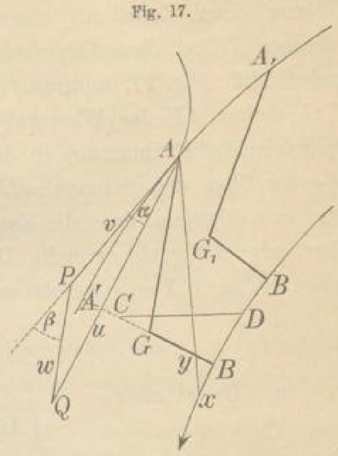
sofern der mittlere Eintrittspunkt des Wassers um ungefähr $\delta = 45^0$ vom Scheitelpunkte O entfernt und der Oberwasserspiegel um ungefähr 0,5 Mtr. höher liegt, während der Unterwasserspiegel gewöhnlich das Rad an seiner tiefsten Stelle U berührt. Indem ihnen das Wasser durch eine Coulissenschütze zugeführt wird, welche gestattet, die Einlaufstelle dem jeweiligen Oberwasserstande anzupassen, und indem die Ablaufrichtung unten mit der Bewegungsrichtung des Rades übereinstimmt, so dass dessen Waten weniger nachtheilig ist, können sie besonders bei sehr veränderlichem Ober- und Unterwasserstande einem oberschlächtigen Rade vorzuziehen sein.

Die Leitschaufeln, welche zwischen die Gleitbahn der Schütze (bezw. beider Theile der Schütze) und dem Radumfange eingefügt werden, sind so anzuordnen, dass sie letzteren überall unter solchen Winkeln α schneiden, welche zur Folge haben, dass von der relativen Einlaufgeschwindigkeit w der Radumfang unter demselben Winkel β geschnitten wird wie von den Schaufeln. Dass diese an ihren Hinterflächen vom einfliessenden Wasser gestossen werden, hat hier zwar nicht denselben Nachtheil wie bei oberschlächtigen Rädern mit unventilirten Zellen, bei welchen der Luftaustritt dadurch beeinträchtigt werden kann; indessen könnte solcher Stoss nur durch überflüssige Verkleinerung von α bewirkt werden, welche aber mit Rücksicht auf die passende Anordnung der Leitschaufeln (um die Leitcanäle an ihrer Ausmündung nicht übermässig zu verengen oder ihre Anzahl nicht allzu sehr zu beschränken) vermieden werden muss. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass bei der gegen den Horizont stark geneigten Lage des Einlaufbogens dessen Punkte in merklich verschiedenen Tiefen h unter dem Oberwasserspiegel liegen, und dass ihnen also auch merklich verschiedene Einlaufgeschwindigkeiten

$$u = \sqrt{\frac{2gh}{1+\zeta}} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot 2gh} = \sqrt{14{,}7\,h}$$

entsprechen. Die Bestimmung der Leitschaufelrichtungen ist deshalb für jede besonders auszuführen, indem man in jedem Punkte A, Fig. 17, in welchem eine Leitschaufel endigen soll, die Peripheriegeschwindigkeit $v = AP$ anträgt, an dieselbe unter dem durch die Radschaufelform bestimmten Winkel β die Gerade PQ, und diese aus A mit der Zirkelöffnung $AQ =$ der betreffenden Grösse von u einschneidet; dann ist $PQ = w$, Winkel $PAQ = \alpha$ und AQ die Tangente der fraglichen Leitschaufel in ihrem Endpunkte A.

Fig. 17.



Wenn der Oberwasserspiegel sinkt, also $u = AQ$ kleiner wird, trifft w den Radumfang unter einem Winkel $> \beta$, stösst also das Wasser von vorn gegen die Schaufeln. Damit dies bei veränderlichem Oberwasserstande niemals der Fall sei, muss obige Construction unter Voraussetzung eines so niedrigen Standes ausgeführt werden, dass der betreffende Punkt A durch die entsprechende Regulirung der Schütze zum höchsten Punkte des Einlaufbogens wird. Je kleiner aber dann u bei gegebener Umfangsgeschwindigkeit v (je kleiner $AQ:AP$, Fig. 17) und bei gegebenem Winkel β ist, desto kleiner wird α. Es ist deshalb angemessen, bei mittlerem Wasserstande und für den Mittelpunkt des Einlaufbogens hier ebenso wie bei oberschlächtigen Rädern $u = 2v$ anzunehmen, obschon nach §. 18, 2) aus anderen Gründen ein kleineres Verhältniss $u:v$ besser sein würde.

Die Umfangsgeschwindigkeit v wird passend $= 1{,}5$ bis $1{,}8$ Mtr. pro Secunde angenommen. Ihre Steigerung über 1,8 hinaus ist wenigstens bei frei hängenden Rädern, wie sie hier vorausgesetzt sind, nicht rathsam mit Rücksicht auf den Gefällverlust h_2 und auf das grossentheils verloren zu gebende, mit v entsprechend zu vergrössernde Stossgefälle, sofern solche Räder besonders in Fällen zur Anwendung kommen, in welchen mehr Werth auf Vergrösserung von η, als auf Vereinfachung der Transmission zu legen ist.

Den Schaufeln kann dieselbe Grundform gegeben werden wie bei oberschlächtigen Rädern: siehe AGB, Figur 17, mit durchschnittlich $BG = 0{,}5\,a$ und $AA' = e_1 = 1{,}2\,a$, abgesehen von der hier nicht dargestellten Complikation, welche, wie früher in Fig. 9 angedeutet wurde, durch die Ventilation der Zellen bedingt wird. Nach Gl. (3) im vorigen Paragraph ist dann auch

$$\sin\beta = \frac{a}{2e_1} = \frac{5}{12}; \quad \beta = 24^0\,38'.$$

Weil aber hier die Rücksicht auf eine ausreichende Schluckweite der Zellen bedeutungslos ist, wird eine engere Schaufelung zulässig, und kann dadurch derselbe hinlänglich kleine Querschnitt $F = \varepsilon a e$ der Wasserfüllung einer Zelle mit einem grösseren Füllungscoefficienten ε erzielt werden. Wird dieser Querschnitt vom Schaufelprofil AGB mit der Geraden AX, Fig. 17, umgrenzt, und ist Y der Schnittpunkt von AX mit BG, wobei AY der Wasseroberfläche in der Zelle (abgesehen von ihrer cylindrischen Krümmung) in der tieferen Lage entspricht, in welcher das Wasser über den Schaufelrand A hinüber auszufliessen anfängt, so ist nur zu verlangen, dass die Kante G_1 der folgenden Schaufel diese Wasseroberfläche AY nicht erreicht. Dieser Forderung gemäss braucht näherungsweise, wenn $BX = x$ gesetzt wird, nur

$$e > e_1 - \frac{e_1 + x}{2}, \text{ d. i. } e > \frac{e_1 - x}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

zu sein. Es ist aber

$$\Delta AGY = F = \varepsilon a e$$

$$\left(\frac{a}{2} - BY\right)\frac{e_1}{2} = \left(\frac{a}{2} - \frac{ax}{e_1 + x}\right)\frac{e_1}{2} = \varepsilon a e$$

$$\frac{e_1 - x}{e_1 + x} = \frac{4\varepsilon e}{e_1}; \quad \frac{e_1 - x}{2e_1} = \frac{4\varepsilon e}{e_1 + 4\varepsilon e}.$$

Dadurch geht die Bedingung (1) über in:

$$e > \frac{e_1 \,.\, 4\varepsilon e}{e_1 + 4\varepsilon e} \quad \text{oder} \quad e > \frac{4\varepsilon - 1}{4\varepsilon} e_1 \quad \ldots\ldots\ldots (2),$$

vorausgesetzt, dass sich für

$$x = e_1 - \frac{8\varepsilon e e_1}{e_1 + 4\varepsilon e} = \frac{e_1 - 4\varepsilon e}{e_1 + 4\varepsilon e} e_1 \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

ein positiver Werth ergiebt, was im Falle der nach (2) kleinsten zulässigen Grösse von e so lange zutrifft, als ε nicht $> \frac{1}{2}$ ist.

Wenn aber bei oberschlächtigen Rädern

$$e = 1{,}2\,a = e_1, \text{ mit } \varepsilon = \frac{1}{4} \text{ folglich } F = \varepsilon a e = 0{,}3\,a^2$$

gesetzt wurde, so genügt hier mit $\varepsilon = \frac{1}{3}$, falls $F = 0{,}3\,a^2$ sein soll, thatsächlich schon

$$e = 0{,}9\,a = \frac{3}{4} e_1 \text{ mit } e_1 = 1{,}2\,a.$$

Nach (3) ist dann $x = 0$, fallen also die Punkte X und Y in Fig. 17 mit B zusammen. —

Zur Herleitung eines angenäherten Ausdruckes von η als Function von H und v für ein frei hängendes rückenschlächtiges Rad werde angenommen:

$$e_1 = 1{,}2a, \qquad e = 0{,}9a, \qquad a = 0{,}3 \text{ Mtr.},$$

Länge der radialen Riegelschaufel $= 0{,}5a = 0{,}15$ Mtr. bei Voraussetzung einfach gebrochener Schaufeln;

$$\varepsilon = \frac{1}{3}, \quad u = 2v, \quad w = v \text{ (sehr nahe)}, \quad h_1 = 0, \quad \delta = \sphericalangle OMJ = 45^0.$$

Hiernach ist, falls der Mittelpunkt des Theilbogens AA_1, Fig. 17, mit dem mittleren Eintrittspunkte J zusammenfällt,

$$\chi = \sphericalangle OMB = \delta + \frac{0{,}5e + e_1}{R}\frac{180}{\pi} = 45 + \frac{1{,}65}{R}\frac{180}{\pi} \text{ Grad},$$

und ergiebt sich ebenso wie im vorigen Paragraph unter der Voraussetzung, dass die horizontale Gerade CD, welche mit dem Schaufelprofil AGB die Fläche $\frac{\varepsilon a e}{2}$ umgrenzt, die Gerade BG unterhalb G trifft, mit den dortigen Bedeutungen von p, q, k

$$\text{z. B. für } R = 3 \qquad 5$$
$$k = p - q = 0{,}439 \qquad 0{,}442,$$

wobei jedoch wegen $BC = \frac{q}{\cos\chi} = 0{,}19 \qquad 0{,}18 > BG$

thatsächlich q etwas zu klein, folglich k etwas zu gross gefunden wurde. Diese Werthe von k sind unter sich so wenig verschieden, dass in allen Fällen $k = 0{,}44$ Mtr. gesetzt werden mag. Dann ist mit $\zeta = \frac{1}{3}$:

$$H_1 - h_2 = \frac{1}{3}\frac{u^2}{2g} + \frac{w^2}{2g} + 0{,}44 + \frac{v^2}{2g}$$
$$= \frac{10}{3}\frac{v^2}{2g} + 0{,}44 = 0{,}17v^2 + 0{,}44 \quad \ldots\ldots \quad (4).$$

Da hier dieselbe Schaufelform und derselbe Werth von $\varepsilon a e$ vorausgesetzt sind, wie im vorigen Paragraph, kann auch nach Gl. (13) daselbst

$$h_2 = (0{,}32 - 0{,}05\,R + 0{,}03\,v^2)\,R$$

gesetzt werden, im Durchschnitt $(R = 4, v = 1{,}6) : h_2 = 0{,}2\,R$. Weil ferner hier

$$R(1 + \cos 45^0) = H - \frac{4}{3}\frac{u^2}{2g} = H - \frac{16}{3}\frac{v^2}{2g} = H - 0{,}272\,v^2,$$

also

$$R = 0{,}586\,H - 0{,}159\,v^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

ist, folgt auch mit genügender Annäherung:

$$h_2 = [0{,}32 - 0{,}05\,(0{,}586\,H - 0{,}159\,v^2) + 0{,}03\,v^2]\,.\,0{,}586\,H - 0{,}2\,.\,0{,}159\,v^2$$
$$= (0{,}188 - 0{,}017\,H + 0{,}022\,v^2)\,H - 0{,}032\,v^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6),$$

ferner aus (4) und (6):

$$H_1 = 0{,}138\,v^2 + 0{,}44 + (0{,}188 - 0{,}017\,H + 0{,}022\,v^2)\,H \quad \ldots \quad (7).$$

Mit $E_1 = 0{,}042\,E_0$ nach Schätzung ergiebt sich endlich

$$\eta = 1 - \frac{H_1}{H} - \frac{E_1}{E_0}$$
$$= 0{,}77 + 0{,}017\,H - 0{,}022\,v^2 - \frac{0{,}138\,v^2 + 0{,}44}{H} \quad \ldots \quad (8),$$

z. B. für	H =	6	9
und	v =	1,5	1,8
	η =	0,70	0,75.

Den kleiner angenommenen Umfangsgeschwindigkeiten v ist es hauptsächlich zuzuschreiben, dass η noch etwas grösser gefunden wird, als für oberschlächtige Räder bei gleichen Werthen von H nach Gl. (17) im vorigen Paragraph. Würde das rückenschlächtige Rad mit einem Kropf umgeben, so dass h_3 an die Stelle von h_2 träte, so liessen sich noch grössere Wirkungsgrade erwarten trotz grösseren Werthes von ε und kleineren Verhältnisses $e_1 : a$, wie solche in diesem Falle zulässig wären. —

Auch lässt sich η dadurch vergrössern, dass man das Stossgefälle vermeidet oder wenigstens erheblich vermindert, indem man das Aufschlagwasser mit derselben (oder nur wenig grösseren) Geschwindigkeit in das Rad einfliessen lässt, mit welcher es im Gerinne zufliesst, und welche dann im Allgemeinen erst im Rade, indem von diesem das Wasser mitgenommen wird, in eine mittlere Geschwindigkeit etwas $< v$ übergeht. Das lässt sich erreichen durch Ausdehnung der Seitenwände jenes Gerinnes zu zwei mit sehr kleinem Spielraum das Rad zwischen sich fassenden verticalen Wänden, während an den Gerinneboden sich unmittelbar ein Kropfgerinneboden zwischen jenen Wänden anschliesst. Der zwischen diesem und dem Radboden liegende Raum (der Wasser haltende Theil des Radkranzes) wird, abgesehen von den Schaufeldicken, vollständig vom Wasser erfüllt. Falls das Rad nur etwas über den Wasserspiegel im Zuflussgerinne hinausragt, rühren die Effectverluste unter solchen Umständen fast allein vom Gefällverluste $\dfrac{v^2}{2g}$ und von dem Wasserdurchfluss durch die Spielräume her, deren Verkleinerung nur Sache einer sorgfältigen Ausführung ist. Auf diesem Gedanken beruhen Wasserräder von

Mary und von Zuppinger, welche hinsichtlich der Einflussstelle des Wassers als rückenschlächtige Räder besonderer Art zu bezeichnen sind, mit welchen sie auch bezüglich der relativen Bewegungsrichtungen des zu- und des abfliessenden Wassers gegen das Rad übereinstimmen. Sie sind auch für kleine Gefälle geeignet, für welche sie noch Wirkungsgrade von ungefähr 0,80 ergeben haben. Wesentlich bei der Disposition solcher Räder ist die passende Annahme der Dicke (Tiefe) a_1 des dem Rade unmittelbar zufliessenden Wasserstroms. Ist u dessen mittlere Geschwindigkeit an fraglicher Stelle unmittelbar vor dem Eintritt in das Rad, und $V = Fb$ das vom Querschnitte $= ab$ des Radkranzes pro Sekunde durchlaufene Volumen mit Zurechnung der Spielräume und Abrechnung der von den Constructionstheilen des Rades erfüllten Räume, so folgt entsprechend der Forderung, dass der so resultirende Raum ganz von Wasser erfüllt sein soll, a_1 aus der Gleichung:

$$\frac{Q}{b} = a_1 u = F$$

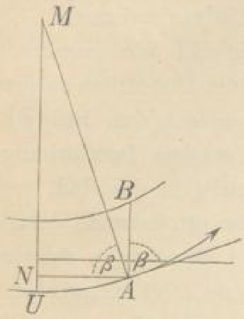
bei der Annahme von $u < v$.

§. 21. Das mittelschlächtige Rad.

Solche Räder werden gewöhnlich bei Gefällen $H = 3$ bis 6 Mtr. und bei Aufschlagwassermengen $Q = 0{,}2$ bis 2 Cubikmtr. pro Sek. angewendet. Bei den grösseren Gefällen kommen sie zwar auch als frei hängende Zellenräder vor, in welchem Falle vor Allem zur Verkleinerung des Gefällverlustes h_2 möglichst viele und lang gestreckte Schaufeln (kleinen Werthen von $e:a$ und grossen von $e_1:a$ entsprechend) bei kleiner Füllung ε und mässiger Umfangsgeschwindigkeit v rathsam sind; meistens vorzuziehen ist jedoch der Bau dieser Räder als Kropfräder, wobei der Gefällverlust h_3 anstatt h_2 besonders massgebend für den Wirkungsgrad wird und mit Rücksicht darauf zwar eine enge Schaufelung vortheilhaft in Hinsicht auf η bleibt, dagegen grössere Werthe von ε ($= 0{,}5 - 0{,}6$) und von v ($= 1{,}8 - 2{,}4$ Sek. Mtr.) zulässig oder selbst vortheilhaft werden bei vorwiegend radialer Stellung ebener Schaufeln.

Wenn es auch meistens passend ist, das Rad so zu lagern, dass es bei mittlerer oder tiefer Lage des Unterwasserspiegels von diesem berührt wird, so bleibt es doch zweckmässig, den Widerstand der bei höherer Lage desselben eintauchenden Schaufeln, bezw. das Empordrücken von Wasser durch dieselben dadurch zu vermindern, dass man sie in möglichst verticaler Lage aus dem Wasser sich erheben lässt, indem ihnen eine etwas gegen den Radius geneigte Stellung gegeben wird, oder wenigstens den äusseren Theilen der zu dem Ende unter stumpfem Winkel gebrochenen, nach innen zu radialen Schaufeln. Die ganze und ungebrochene Schaufel geneigt zu stellen, ist übrigens einfacher und zugleich wirksamer behufs Verkleinerung auch von h_3. Wird etwa verlangt, dass eine Schaufel AB, Fig. 18, vertical ist, wenn ihr äusserer Rand A sich um $UN = \frac{a}{4}$ über die tiefste Stelle des Rades erhoben hat, so muss sie den Radumfang unter einem solchen Winkel β schneiden, dass

Fig. 18.



$$\cos\beta = \frac{AN}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{a}{4}\left(2R - \frac{a}{4}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots (1),$$

z. B. für $a = 0{,}4$ und $R = 2 \qquad 5$ Mtr.

$$\beta = 71^0 48' \qquad 78^0 31'$$

ist. Im Durchschnitt mag

$$\beta = arctg\, 4 = 75^0 58'$$

genommen werden, entsprechend der Centralprojection $e_1 = \frac{a}{4}$ der ganz ebenen Schaufel auf den Umfang des Rades.

Dem grossen Werthe von β entsprechend kann auch der Winkel α hier viel grösser gemacht werden, als es bei frei hängenden Zellenrädern geschehen darf. Aus

$$\frac{u}{v} = \frac{\sin\beta}{\sin(\beta - \alpha)} \text{ (siehe Fig. 17, §. 20)}$$

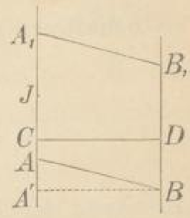
folgt mit $\frac{u}{v} = 1{,}75$ und $\beta = 75^0 58' : \alpha = 42^0 18'$.

Hiernach macht die Annahme $\alpha = 30^0$ bei diesem Werthe von β jedenfalls einen Stoss des Wassers gegen die Vorderflächen der Schaufeln unmöglich selbst im höchsten Punkte des Einlaufbogens, falls die Annahme $u = 1{,}75v$ auf den Mittelpunkt desselben bezogen wird. In letzterem ist dann

$$w^2 = u^2 + v^2 - 2uv\cos\alpha$$
$$= \left(\frac{49}{16} + 1 - 2\cdot\frac{7}{4}\cdot\cos 30^0\right)v^2 = 1{,}03\, v^2.$$

Wenn ABB_1A_1, Fig. 19, den Querschnitt eines Schaufelraums in solcher Lage bedeutet, dass der Mittelpunkt des Theilbogens $AA_1 = e$ mit dem mittleren Eintrittspunkte J zusammenfällt, wenn ferner letzterer in gleicher Höhe mit der Radaxe liegt, so dass die concentrischen Kreisbögen AA_1 und BB_1 näherungsweise als verticale gerade Linien betrachtet werden können, und wenn die Centralprojection AA' eines Schaufelprofils wieder mit e_1 bezeichnet wird, so entspricht die Tiefe $AC = x$ des Punktes A unter der horizontalen Geraden CD, durch welche die Fläche

Fig. 19.



$$ACDB = \frac{1}{2}F = \frac{\varepsilon a e}{2}$$

abgeschnitten wird, der Gleichung:

$$ax + \frac{ae_1}{2} = \frac{\varepsilon a e}{2}, \text{ also } x = \frac{\varepsilon e - e_1}{2}.$$

Der Summand k im Ausdrucke von $\frac{w_1^2}{2g}$, §. 17, ist also:

$$k = JC = \frac{e}{2} - x = \frac{(1-\varepsilon)e + e_1}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (2),$$

insbesondere mit $e = a$ und $\varepsilon = \frac{1}{2}$, wie hier durchschnittlich passend ist,

$$k = \frac{a + 2e_1}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Dadurch, dass k mit e_1 zunimmt, wird der Vortheil der gegen die radiale Richtung geneigten Schaufelstellung eingeschränkt. —

Zur angenäherten Berechnung von η für ein mittelschlächtiges Kropfrad mögen radiale ebene Schaufeln vorausgesetzt werden, der mittlere Eintrittspunkt J als in gleicher Höhe mit der Radaxe liegend. Ferner sei

$$e = a = 0{,}4 \text{ und } \varepsilon = 0{,}5$$
$$u = 1{,}75v \text{ und } w^2 = 1{,}03v^2, \text{ entsprechend } \alpha = 30^0.$$

Nach §. 17 ist dann mit $\zeta = \frac{1}{3}$ (bei Voraussetzung einer Coulissenschütze) und mit $h_1 = \frac{a}{4} = 0{,}1$ Mtr., während h_2 ohne Bedeutung ist:

$$H_1 - h_3 = \frac{1}{3}\frac{(1{,}75v)^2}{2g} + 1{,}03\frac{v^2}{2g} + k + \frac{v^2}{2g} + 0{,}1$$

oder mit $k = \frac{a}{4} = 0{,}1$ nach Gl. (3):

$$H_1 - h_3 = 3{,}051 \frac{v^2}{2g} + 0{,}2 = 0{,}156 v^2 + 0{,}2 \quad \ldots\ldots \quad (4).$$

Mit Rücksicht auf $Q = \varepsilon\, a b v$, also $\frac{b}{Q} = \frac{1}{\varepsilon a v} = \frac{5}{v}$ ist ferner nach §. 17:

$$h_3 = 3{,}4 \frac{Rs}{0{,}4} \left(\frac{5}{v} \int_0^{\frac{\pi}{2}} y \sqrt{z}\, d\varphi + \frac{4}{3} \frac{1}{Q} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x D\, d\varphi \right) \quad \ldots\ldots \quad (5).$$

Das erste der beiden Integrale kann von R kaum merklich abhängig sein, während das zweite wegen des Factors x nahe proportional R ist. Es genügt deshalb ihre Berechnung auf Grund der Dimensionen, welche sich aus der Zeichnung für irgend einen mittleren Werth von R, etwa $R = 3$ Mtr., abgreifen lassen. Man findet:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} y \sqrt{z}\, d\varphi = 0{,}1493 \text{ und} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x D\, d\varphi = 0{,}2966 = 0{,}0989\, R$$

und hiermit nach (5):

$$h_3 = \left(\frac{6{,}35}{v} + 1{,}12 \frac{R}{Q} \right) Rs \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6).$$

Im Mittel, insbesondere z. B. mit $v = 2$, $\frac{R}{Q} = 5$, $s = 0{,}015$ ist h_3 etwa $= 0{,}13\, R$, so dass wegen

$$R = H - \frac{4}{3} \frac{(1{,}75 v)^2}{2g} = H - 0{,}208 v^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

und mit Rücksicht darauf, dass hier das Glied mit v^2 von untergeordneter Grösse im Vergleich mit H ist, nach Gl. (6) und (7) auch näherungsweise gesetzt werden kann:

$$h_3 = \left(\frac{6{,}35}{v} + 1{,}12 \frac{H - 0{,}208 v^2}{Q} \right) s H - 0{,}027\, v^2 \quad \ldots\ldots \quad (8),$$

wo nämlich $0{,}027 = 0{,}13 \,.\, 0{,}208$ ist. Hieraus und aus (4) folgt:

$$H_1 = 0{,}129\, v^2 + 0{,}2 + \left(\frac{6{,}35}{v} + 1{,}12 \frac{H - 0{,}208 v^2}{Q} \right) s H \quad \ldots \quad (9).$$

Der mit E_1 bisher bezeichnete Effectverlust durch Nebenwiderstände, welcher für das oberschlächtige und für das rückenschlächtige Rad $= 0{,}04\, E_0$ geschätzt wurde, begreift hier auch die Arbeit der Wasserreibung am Kropfgerinne in sich, welche nach §. 17:

$$E_w = 0{,}4\, l b v^3$$

gesetzt werden kann. Aus diesem Ausdrucke und aus $E_0 = 1000\,QH$ folgt mit $Q = \varepsilon abv = 0{,}2\,bv$:

$$\frac{E_w}{E_0} = 0{,}002\,\frac{lv^2}{H}.$$

Die Bogenlänge l der Reibungsfläche am Gerinne besteht von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{\pi}{4}$ in einem zusammenhängenden Bogen, von da bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$ aus getrennten Bogenstücken von abnehmender Grösse, so dass ungefähr

$$l = R\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8}\right) = 1{,}18\,R,$$

somit l wenig von H verschieden ist. Mit entsprechender Näherung ist

$$E_w : E_0 = 0{,}002\,v^2 \quad \ldots \ldots \quad (10)$$
$$= 0{,}0065 \text{ bis } 0{,}0115$$
$$\text{für } v = 1{,}8 \quad \text{"} \quad 2{,}4.$$

Indem auch abgesehen von E_w die unter E_1 begriffenen Effectverluste besonders mit der Grösse des Radius zunehmen, im Verhältniss zu E_0 oder zu H folglich um so grösser sind, je grösser $R:H$, mag hier $E_1 = 0{,}06\,E_0$ gesetzt werden, mit Rücksicht auf (9) also

$$\eta = 1 - \frac{H_1}{H} - \frac{E_1}{E_0}$$
$$= 0{,}94 - \frac{0{,}129\,v^2 + 0{,}2}{H} - \left(\frac{6{,}35}{v} + 1{,}12\,\frac{H - 0{,}208\,v^2}{Q}\right)s \quad . \; . \; (11).$$

Wäre z. B. $Q = 0{,}75$ und $s = 0{,}015$, so ergäbe sich

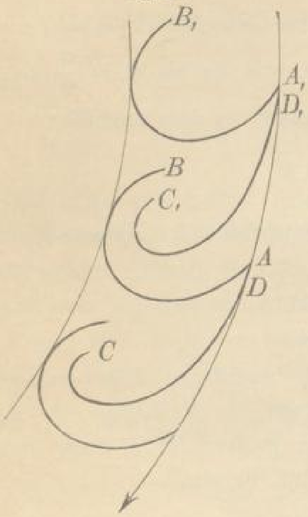
für	$H = 3$	6
und	$v = 1{,}8$	2,4
	$\eta = 0{,}63$	0,64.

Dass hier der Wirkungsgrad nicht wesentlich mit dem Gefälle, also mit der Höhe des Rades zunimmt, rührt besonders vom Wasserdurchfluss durch die Seitenspalten her, dessen schädlicher Einfluss mit R, also mit H wächst. Da man bei grösseren Rädern im Allgemeinen auf eine grössere Weite s der Spielräume wird rechnen müssen, könnte sogar η unter Umständen bei grossen Rädern etwas kleiner ausfallen, als bei kleineren, falls nicht etwa darauf verzichtet wird, ihre Umfangsgeschwindigkeit v etwas grösser anzunehmen, wie es bei obigen Beispielen geschehen und wie es im Allgemeinen zulässig und angemessen ist. —

Wenn das mittelschlächtige Rad als frei hängendes Zellenrad gebaut wird, lässt sich besonders mit Rücksicht auf h_2 nur ein kleinerer Wirkungsgrad, als bei ober- und rückenschlächtigen Rädern erwarten; denn dieser

Gefällverlust, bei gegebener Schaufelform und bei gegebenen Werthen von ε, v und R von bestimmter Grösse, ist ein um so grösserer Theil von H, je kleiner H. Eine erhebliche Vergrösserung von η lässt sich aber von einer eigenthümlichen Form und Anordnung der Schaufeln erwarten, welche von K. Pfister angegeben wurde und ihm patentirt ist (D. R.-P. Nr. 29 199, siehe Ztschr. des Vereins deutsch. Ingenieure, 1884, S. 1000). Der Radkranz, Fig. 20, ist hier mit zweierlei Schaufeln ausgerüstet, mit den Stossschaufeln AB und den Sammelschaufeln CD, beide stetig gekrümmt. Das Wasser, welches gegen AB stossend eingeflossen ist, ergiesst sich theils, längs AB hinfliessend, in die darüber befindliche Sammelschaufel C_1D_1, theils durch schmale Spalten oder sonst kleine Durchbrechungen von AB in die darunter befindliche Sammelschaufel CD. Letztere bildet mit der Stossschaufel AB einen Sammelraum, der nach aussen eine nur schmale und so zu bemessende spaltartige Oeffnung AD hat, dass der Ausfluss des Wassers aus ihr erst dann vollendet ist, wenn sie die tiefste Stelle des Rades erreicht hat.

Fig. 20.



§. 22. Die gewöhnlichen tiefschlächtigen Räder.

Tiefschlächtige Räder finden in der Regel bei Gefällen $H < 3$ Mtr. Anwendung und sind angemessener Weise stets Kropfräder. Der mittlere Eintrittspunkt J des Aufschlagwassers hat bei ihnen eine weniger bestimmte Lage, als bei den übrigen Arten von Rädern, indem der Winkel $JMU = \vartheta$, welchen der nach J gezogene Halbmesser mit der Verticalen bildet, irgend ein spitzer Winkel sein kann, der nur $< 75^0$ zu sein pflegt; anderenfalls könnte das Rad noch als mittelschlächtig betrachtet werden.

Von der Schaufelform gilt das beim mittelschlächtigen Kropfrade Gesagte, auch von der Höhenlage gegen den Unterwasserspiegel. Letzterer soll bei mittlerem Wasserstande nicht tiefer liegen, als der tiefste Punkt U des Rades, und nicht höher, als die Wasseroberfläche im untersten Schaufelraume; zwischen diesen Grenzen ist seine Höhenlage bezüglich des Effectverlustes ziemlich einerlei, wie im §. 14 näher erörtert wurde, und kann der betreffende Gefällverlust h_1 durchweg $= 0{,}25\,a$ bis $0{,}3\,a$ gesetzt werden, sofern $\varepsilon = 0{,}5 - 0{,}6$ zu sein pflegt. Trotz des etwas grösseren Werthes von ε ist hier ein Ueberfliessen von Wasser durch die Luftspalten im Radboden um so weniger zu befürchten, je kleiner ϑ ist.

Wenn nicht etwa die einfachen ebenen Schaufeln ungewöhnlich stark gegen den Radius geneigt sind, und wenn nicht ϑ wesentlich $> 60^0$ ist, pflegt hier der Fall vorzuliegen, dass der mittlere Eintrittspunkt J unter das Niveau der halben Füllung des Schaufelraums fällt, falls dieser sich in solcher Lage befindet, dass der Mittelpunkt seines Theilbogens mit J zusammenfällt*; es verliert dann der mit k bezeichnete Bestandtheil des Gefällverlustes $\frac{w_1^{\,2}}{2g}$ seine Bedeutung und wird

$$\frac{w_1^{\,2}}{2g} = \frac{w^2}{2g}.$$

Ebenso ist dann die absolute Geschwindigkeit u_1, mit welcher im Durchschnitt das einfliessende Wasser zum Stoss gelangt, = der mittleren Einlaufgeschwindigkeit u zu setzen. Sofern sich nun im §. 18 unter 2) ergeben hatte, dass das Stossgefälle H', welches hier $= h = (1 + \zeta)\,\frac{u^2}{2g}$ gesetzt werden kann, nahezu dann am vollständigsten ausgenutzt wird, wenn $u_1 = 2v$ ist, würde sich also hier die Regel $u = 2v$ ergeben, welche bei ober- und rückenschlächtigen Rädern (statt $u < 2v$) aus anderen Gründen als thatsächlich meistens passend empfohlen wurde und welche besonders bei unterschlächtigen Stossrädern ($H' = h = H$) durch die Erfahrung bestätigt wird (sogar ergiebt sich bei ihnen $\eta = max$ im Durchschnitt für u etwas $> 2v$). Indessen ist hier bei den tiefschlächtigen Rädern, bei welchen h nur einen Theil, wenn auch einen erheblichen Theil von H ausmacht, wesentlich zu berücksichtigen, dass dieses Stossgefälle auch im günstigsten Falle nicht in solchem Grade ausgenutzt werden kann, wie das Druckgefälle $H'' = H - h$, und dass es insofern

---

* Unter e_1 die Centralprojection des Schaufelprofils auf den Umfang des Rades verstanden, findet man als Bedingung dafür:

$$\vartheta < arc\,cotg\left[\frac{(1-\varepsilon)\,e + e_1}{a}\right].$$

Sie liefert z. B. für $a = e$ und

$e_1 = 0,\quad \varepsilon = 0{,}6:\quad \vartheta < 68^0$	$e_1 = \frac{e}{4},\quad \varepsilon = 0{,}6:\quad \vartheta < 57^0$
$e_1 = 0,\quad \varepsilon = 0{,}5:\quad \vartheta < 63^0$	$e_1 = \frac{e}{4},\quad \varepsilon = 0{,}5:\quad \vartheta < 53^0.$

vortheilhaft ist, wenn h einen nur kleineren Theil von H ausmacht, somit u, bei gegebenem Werthe von v also auch das Verhältniss $u:v$, weniger gross ist.

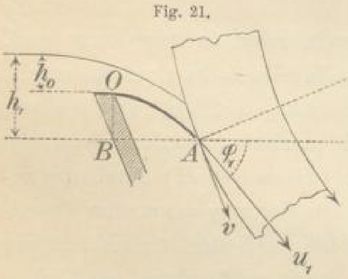
Die Umfangsgeschwindigkeit v pflegt $= 1{,}5$ bis $2{,}25$ Mtr. zu sein bei einem Halbmesser $R = 2$ bis 4 Mtr. Letzterer, wenn auch passend mit H wachsend, wird hier doch nicht wesentlich von H abhängig gemacht, wodurch die so verschiedenen Werthe von ϑ bedingt werden gemäss der Gleichung:

$$R(1 - \cos\vartheta) = H - h + t \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (1),$$

unter t ($< \varepsilon a$) die Tiefe des Eintauchens in das Unterwasser verstanden.

Der Zufluss des Wassers wird bei diesen Rädern meistens durch eine Spannschütze vermittelt und regulirt, bei grösseren Werthen von ϑ und bei sehr veränderlicher Höhenlage des Oberwasserspiegels auch durch eine Ueberfallschütze, deren Brett man als Ueberfallschwelle den Veränderungen des Wasserspiegels folgen lassen kann, um Q und u constant zu erhalten, während eine Spannschütze, wenn sie im gleichen Falle Q constant erhält, die Aenderung von u nicht hindert.

Fig. 21.



1) Bei der Ueberfallschütze wird zur Leitung des Wassers bis dicht an das Rad das Schutzbrett oben mit einer Leitschaufel OA, Fig. 21, verbunden, die nach der parabolischen Bahn gekrümmt ist, welche von den untersten Wassertheilchen bei freier Bewegung verfolgt werden würde. Diese Parabel ist bestimmt durch die Lage ihres Scheitelpunktes O gegen den unteren Endpunkt A des Einlaufbogens, also durch die horizontale und die verticale Entfernung AB und OB dieser beiden Punkte, welche wie folgt gefunden werden.

Die Höhe des Oberwasserspiegels über O sei $= h_0$, über $A = h_1$, die Geschwindigkeit des Wassers in $A = u_1$, ihre Neigung gegen den Horizont $= \varphi_1$. Indem die Dicke des Wasserstrahls im Einlaufbogen i

$$= \frac{Q}{bu} = \frac{\varepsilon a v}{u} \text{ nahe } = 0{,}14 \text{ Mtr.}$$

ist, entsprechend z. B. $u = 1{,}75v$ und $\varepsilon a = 0{,}245$, ergiebt sich

$$i = \frac{0{,}14}{\sin\alpha} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (2),$$

unter α wie bisher den Winkel zwischen u und v im mittleren Eintrittspunkte verstanden, auf welchen auch h und ϑ sich beziehen, womit dann

$$h_1 = h + \frac{i}{2} \sin\vartheta = h + 0{,}07 \frac{\sin\vartheta}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

gefunden wird. Ferner ist:

$$Q = \mu b_1 h_0 \sqrt{2 g h_0},$$

wobei die Breite b_1 des Ueberfalles etwas (um etwa 0,1 Mtr.) kleiner, als die Radbreite b zu sein pflegt. Wird aber $b_1 = b$ gesetzt, so ist μ etwas zu klein, etwa $= 0{,}4$ zu nehmen, und folgt

$$h_0 = \left(\frac{Q}{0{,}4 b \sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{\varepsilon a v}{0{,}4\sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}} = 0{,}683\,(\varepsilon a v)^{\frac{2}{3}} \quad \ldots\ldots (4).$$

Nun sind OB und AB die Wurfhöhe und halbe Wurfweite, welche der Wurfgeschwindigkeit u_1 und dem Elevationswinkel φ_1 entsprechen, also mit $\zeta = 0{,}1$ als Widerstandscoefficient der Schütze:

$$OB = \frac{u_1^2}{2g} \sin^2\varphi_1 = \frac{h_1}{1{,}1} \sin^2\varphi_1, \qquad AB = \frac{h_1}{1{,}1} \sin 2\varphi_1 \quad \ldots . (5),$$

während φ_1 dadurch bestimmt ist, dass OB auch $= h_1 - h_0$, folglich

$$\sin\varphi_1 = \sqrt{1{,}1 \frac{h_1 - h_0}{h_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

ist. Um aber h_1 aus Gl. (3) mit ausreichender Näherung zu finden, während h durch u und ϑ durch Gl. (1) bestimmt ist, muss ausserdem α wenigstens näherungsweise bekannt sein. Dieser Winkel ist aber $= \vartheta - \varphi$, wo φ dieselbe Bedeutung für die mittleren wie φ_1 für die untersten Bahnen der Wassertheilchen hat und analog Gl. (6)

$$\sin\varphi = \sqrt{1{,}1 \frac{h - x_0}{h}}$$

zu setzen ist, wenn mit x_0 die Höhe des Oberwasserspiegels über den Scheitelpunkten jener mittleren Bahnen bezeichnet wird. Nähme die Geschwindigkeit im Querschnitte über O proportional der Quadratwurzel aus der Tiefe x unter der Oberfläche zu, und erstreckte sich letztere auch noch hier bis zur Höhe des Oberwasserspiegels, so würde die Gleichung

$$\int_0^{x_0} \sqrt{x}\, dx = \int_{x_0}^{h_0} \sqrt{x}\, dx$$

zur Bestimmung von x_0 dienen können; sie liefert

$$x_0^{\frac{3}{2}} = h_0^{\frac{3}{2}} - x_0^{\frac{3}{2}} = 0{,}5\, h_0^{\frac{3}{2}}$$

$$x_0 = (0{,}5)^{\frac{2}{3}} h_0 = 0{,}63\, h_0.$$

Wenn aber auch jene Annahme in Betreff der Geschwindigkeitsänderung im Querschnitte über O nicht beanstandet wird, so hat doch in demselben schon eine Senkung der Wasseroberfläche stattgefunden, wodurch x_0 vergrössert werden muss; hier mag $x_0 = \frac{2}{3} h_0$ geschätzt und gesetzt werden:

$$\sin \varphi = \sqrt{1{,}1 \frac{h - \frac{2}{3} h_0}{h}}, \quad \alpha = \vartheta - \varphi \;\ldots\ldots\; (7).$$

Mit gegebenen, bezw. angenommenen Werthen von H, R, t, ε, a, v, u findet man $h = 1{,}1 \frac{u^2}{2g}$, dann h_0 aus (4), ϑ aus (1), φ und α aus (7), h_1 aus (3), φ_1, OB und AB aus (5) und (6).

Dass die Schaufeln von vorn getroffen werden könnten, ist bei ihrer radialen oder fast radialen Stellung nicht zu befürchten, kann übrigens leicht durch die Zeichnung oder Berechnung des Geschwindigkeitsdreiecks u, v, w mittels der Elemente u, v, α geprüft werden. Dagegen ist ein kleiner, mit Rücksicht auf i nach Gl. (2) nur nicht zu kleiner Winkel α insofern erwünscht, als damit auch die durch den Stoss verloren gehende Geschwindigkeit w bei gegebenen Werthen von u und v abnimmt. Die Annahme von α statt R könnte freilich einen unzulässigen Werth von R zur Folge haben; es genügt die Bemerkung, dass R und α unter übrigens gleichen Umständen sich in entgegengesetztem Sinne gleichzeitig ändern.

Wäre z. B. $H = 2$, $R = 3$, $t = 0$, $\varepsilon a = 0{,}24$

$v = 1{,}8$ und $u = 1{,}75 v = 3{,}15$,

so ergäbe sich $h = 0{,}557$, $h_0 = 0{,}390$, $\vartheta = 58^0 44'$, $\varphi = 49^0 59'$, $\alpha = 8^0 45'$, $h_1 = 0{,}950$, $OB = 0{,}56$ und $AB = 0{,}82$.

Mustergültig für die Ausführung ist dieses Beispiel nicht; OB und AB sind übermässig gross, ebenso $i = 0{,}92$ Mtr. infolge des kleinen Werthes von α. Vergrössert wird α durch Vergrösserung von ϑ (Verkleinerung von R) und durch Verkleinerung von φ; letztere wird bewirkt durch Verkleinerung von h. Entsprechend werden dann auch h_1 und φ_1, somit OB und AB kleiner. Man erkennt, dass solche tiefschlächtigen Räder mit Ueberfalleinlauf mässige Geschwindigkeiten und solche Halbmesser R erfordern, welche nur wenig $> H$ sind.

Wird obiges Beispiel dahin abgeändert, dass unter übrigens denselben Voraussetzungen

$$v = 1,5 \text{ und } u = 1,8v = 2,7, \text{ entsprechend } h = 0,409$$

angenommen wird, so ergiebt sich schon wesentlich brauchbarer:

$$h_0 = 0,346, \quad \vartheta = 61^0\,59', \quad \varphi = 43^0\,50', \quad \alpha = 18^0\,9'$$
$$h_1 = 0,607, \quad \varphi_1 = 43^0\,27', \quad OB = 0,26, \quad AB = 0,55$$

und $i = 0,45$ Mtr. Wenn auch eine weitere Verkleinerung von v nicht erwünscht ist, könnte doch u noch mehr bis etwa $u = 1,6 \,.\, 1,5 = 2,4$ reducirt werden, entsprechend $h = 0,323$ Mtr.

Mit $h = 0,4$ und $\cos\vartheta = 0,5$ bis $0,4$ (entsprechend $\vartheta = 60^0$ bis $66^0\,25'$) lässt sich gemäss Gl. (1) für die Beziehung zwischen R und H zu ungefährem Anhalt die Regel bilden:

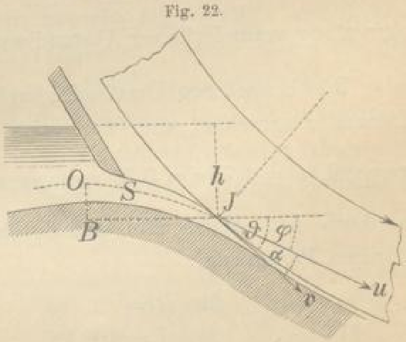
$$\frac{R}{H-0,4} = \frac{1}{0,5} \text{ bis } \frac{1}{0,6} = 2 \text{ bis } \frac{5}{3} \quad \ldots\ldots\ldots (8).$$

Ihr entspricht $R = 2$ bis 4 Mtr. für

$$H = \frac{1}{2}\cdot 2 + 0,4 \text{ bis } \frac{3}{5}\cdot 4 + 0,4$$
$$= 1,4 \text{ bis } 2,8 = 0,7\,R.$$

2) Bei der Anwendung einer Spannschütze, Fig. 22, lässt man den Boden des Kropfgerinnes mit parabolischer Krümmung in den Boden des Zuflussgerinnes übergehen und legt das am unteren Rande passend abgerundete Schutzbrett mit entsprechender Neigung gegen den Horizont möglichst nahe an das Rad, so dass es, ganz heruntergelassen, die parabolische Krümmung des Einlaufgerinnes in dem vom Scheitel zum Kropfgerinne abfallenden Zweige trifft. Die Verzeichnung dieser Parabel kann hier für die Mittellinie des einfliessenden Wasserstrahls ausgeführt werden, und zwar unmittelbar so, dass sie den Umfang des Rades im mittleren Eintrittspunkte J unter einem angenommenen Winkel α schneidet; ausser vom Gefälle h für den Punkt J (entsprechend h_1 für A im Falle von Fig. 21) ist nämlich hier die Parabel nicht zugleich von einer anderen Grösse (von h_0 im vorigen Falle) abhängig, durch welche der Elevationswinkel φ in J (bezw. φ_1 in A, Fig. 21) bedingt wird.

Fig. 22.



Ist v gegeben und u entsprechend angenommen, ist ferner β der Winkel, unter welchem die Radperipherie von den Schaufeln geschnitten wird, so muss jedenfalls α der Bedingung

$$\frac{u}{v} > \frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

entsprechend genommen werden. Mit $h = 1{,}1\frac{u^2}{2g}$ findet man dann ϑ aus Gl. (1) und $\varphi = \vartheta - \alpha$, wonach der Scheitelpunkt O der Parabel bestimmt ist durch

$$OB = \frac{u^2}{2g}\sin^2\varphi, \quad JB = \frac{u^2}{2g}\sin 2\varphi \quad \ldots\ldots\ldots (10).$$

Wird nun der Mittelpunkt der Schutzöffnung in einem Punkte S der Parabel OJ angenommen, welcher um h' unter dem Oberwasserspiegel liegt, so sind die Strahldicken $= x$ bei S und $= y$ bei J bestimmt durch

$$Q = \mu b x \sqrt{2gh'}, \quad y = x\sqrt{\frac{h'}{h}} \quad \ldots\ldots\ldots (11).$$

Bei gehöriger, die äussere Contraction ausschliessender Abrundung des Schutzbrettes bedeutet hier μ einen Geschwindigkeitscoefficienten, der nur wenig < 1, etwa $= 0{,}96$ anzunehmen ist. Das Profil des Gerinnebodens kann endlich nach Augenmass unter der Parabel OJ so gezeichnet werden, dass sein stetig veränderlicher Abstand von derselben bei $S = \frac{x}{2}$, bei $J = \frac{y}{2}$ ist.

Die besonderen Umstände, welche bei der Ueberfallschütze für ein kleines v sprachen, sind hier nicht vorhanden. Meistens ist hier $v = 2$ passend, $u = 1{,}75v = 3{,}5$, vorausgesetzt, dass H grösser, als $h = 1{,}1\frac{u^2}{2g} = 0{,}687$ ist. Wird dann mit durchschnittlich $a = 0{,}45$ nach Gl. (1) im vorigen Paragraph

für $R =$	2	3	4
	$\beta = 70^0\,42'$	$74^0\,15'$	$76^0\,23'$ angenommen,
so müsste nach (9):	$\alpha < 38^0\,4'$	$40^0\,53'$	$42^0\,39'$

sein. In der Regel ist α beträchtlich kleiner anzunehmen um so mehr, je kleiner ϑ, theils mit Rücksicht auf die wünschenswerthe Verkleinerung von w, theils damit nicht $\varphi = \vartheta - \alpha$ zu klein ausfalle und damit nach (10) der Scheitelpunkt O zu nahe am Rade zu liegen komme.

Der Winkel ϑ kann hier zwischen weiten Grenzen verschieden sein. Wäre z. B.

$$R = 2 \text{ und } 4,$$
$$\text{bei } H = 1 \quad \text{„} \quad 2{,}8 = 0{,}5\,R \text{ bezw. } 0{,}7\,R,$$
$$\text{so folgte } \vartheta = 31^0\,47' \text{ und } 61^0\,38'$$

aus Gl. (1) mit $t = 0$. —

Zur Gewinnung einer Näherungsformel für den Wirkungsgrad ist zunächst eine solche für den Gefällverlust h_3 erforderlich. Nach Gl. (6), §. 21, hatte sich für denselben ein Ausdruck von der Form:

$$h_3 = \left(\frac{A}{v} + B\frac{R}{Q}\right) Rs \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

ergeben, und zwar wurde unter den Voraussetzungen daselbst, insbesondere also für $\vartheta = 90^0$

$$A = 6{,}35 \qquad B = 1{,}12$$

gefunden. Im Allgemeinen sind diese Coefficienten wesentlich Functionen von ϑ; um sie näherungsweise als solche zu finden, mögen sie noch für $\vartheta = 60^0$ und für $\vartheta = 30^0$ im Uebrigen unter den am angeführten Orte zu Grunde liegenden, auch hier gewöhnlich nahe zutreffenden Voraussetzungen (radiale ebene Schaufeln, $e = a = 0{,}4$ und $\varepsilon = 0{,}5$) berechnet werden. Auf dieselbe Weise wie dort findet man

$$\text{für } \vartheta = 60^0\text{: } A = 2{,}93 \text{ und } B = 0{,}61$$
$$\text{„} \quad \vartheta = 30^0\text{: } A = 0{,}55 \quad \text{„} \quad B = 0{,}20.$$

Werden A und B als Ordinaten zu den betreffenden Werthen von ϑ als Abscissen betrachtet und die Curven verzeichnet, welche durch die je drei bestimmten Punkte mit möglichst stetiger Krümmung hindurch gehen, so lassen sich die Werthe von A und B, welche anderen Werthen von ϑ entsprechen, als Ordinaten dieser Curven zu den betreffenden Abscissen abgreifen. So wurden die folgenden zusammengehörigen Werthe gefunden:

ϑ	A	B	ϑ	A	B
20°	0,03	0,11	60°	2,93	0,61
30°	0,55	0,20	70°	3,93	0,77
40°	1,24	0,32	80°	5,06	0,94
50°	2,03	0,46	90°	6,35	1,12

Kleineren Differenzen von ϑ können diejenigen von A und B einfach proportional gesetzt werden. Sind endlich die thatsächlichen Verhältnisse in Betreff der Schaufelstellung und der Werthe von e, a, ε von den hier vorausgesetzten erheblich verschieden, so kann man bemerken, dass A und B etwas verkleinert werden durch Schrägstellung der Schaufeln, dagegen vergrössert durch Vergrösserung von e; durch Vergrösserung von εa wird A verkleinert, B etwas vergrössert.

Wird nun hier durchschnittlich

$$u = 1{,}75\, v$$

angenommen, so ist

$$w^2 = u^2 + v^2 - 2\, uv \cos\alpha = (4{,}06 - 3{,}5 \cos\alpha)\, v^2$$
$$= 0{,}68\, v^2 \text{ bis } 1{,}03\, v^2 \text{ für } \alpha = 15^0 \text{ bis } 30^0,$$

sei aber im Durchschnitt $= v^2$ gesetzt, um damit

$$\frac{w_1^{\,2}}{2g} = \frac{w^2}{2g} + k = \frac{w^2}{2g}$$

eher etwas zu gross, als zu klein zu veranschlagen. Mit $\zeta = 0{,}1$ und $h_1 = 0{,}11$ ist dann nach §. 17:

$$H_1 - h_3 = 0{,}1 \frac{(1{,}75\, v)^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} + 0{,}11 = 0{,}118\, v^2 + 0{,}11$$

und mit Rücksicht auf (12):

$$H_1 = 0{,}118\, v^2 + 0{,}11 + \left(\frac{A}{v} + B\frac{R}{Q}\right) R s \;\ldots\ldots\; (13).$$

Wird der Effectverlust durch Nebenwiderstände ebenso wie beim mittelschlächtigen Rade zu 6 % des absoluten Effects veranschlagt, so ist schliesslich

$$\eta = 0{,}94 - \frac{H_1}{H} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (14).$$

Bei einem tiefschlächtigen Rade mit Ueberfallschütze kann

$$v = 1{,}5 \text{ und } R = \frac{H}{0{,}7},$$

$$\vartheta = 60^0 - 66^0, \text{ also } A = 3{,}23 \text{ und } B = 0{,}66$$

gesetzt werden. Damit ergiebt sich:

$$\eta = 0{,}94 - \left(3{,}08 + 0{,}94\frac{R}{Q}\right) s - \frac{0{,}376}{H} \;\ldots\ldots\; (15),$$

z. B. mit $s = 0{,}015$ für	$H = 1{,}5$	2	2,5
und	$\frac{R}{Q} = 4$	5	6
	$\eta = 0{,}59$	0,64	0,66.

Ist bei einem Rade mit Spannschütze $v = 2$, so ist nach (13) und (14):

$$\eta = 0{,}94 - \left(\frac{A}{2} + B\frac{R}{Q}\right)\frac{R}{H} s - \frac{0.582}{H} \;\ldots\ldots\; (16),$$

und man findet beispielsweise

für	$R = 2$	3	4
und	$H = 1$	1,8	2,8 mit $t = 0$
nach (1) :	$\vartheta = 31^0\,47'$	$51^0\,1'$	$61^0\,38'$:
dazu	$A = 0{,}67$	2,12	3,09
	$B = 0{,}22$	0,48	0,64: endlich mit $s = 0{,}015$
und	$\frac{R}{Q} = 4$	5	6
	$\eta = 0{,}32$	0,53	0,62.

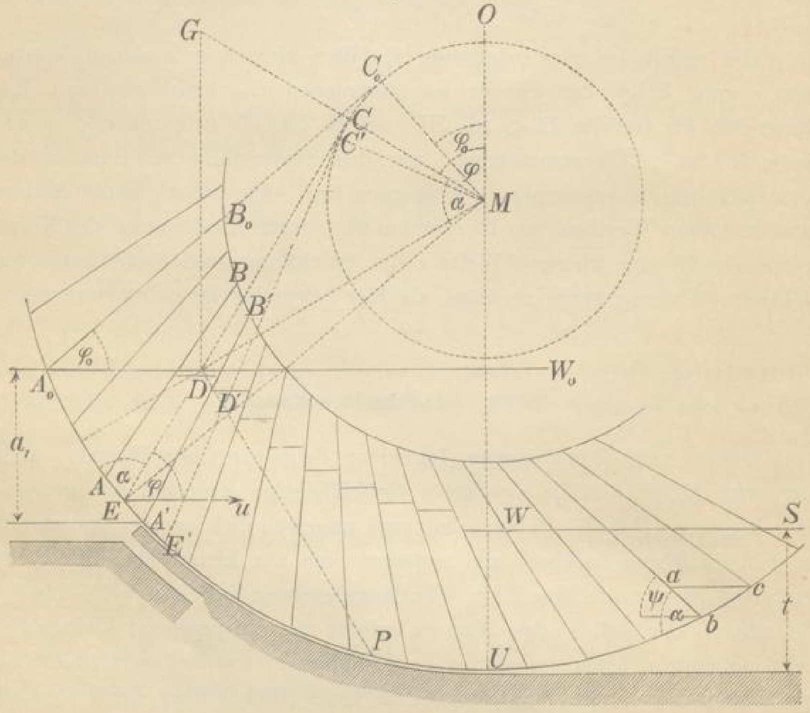
Die selbst bei gleich grossen Gefällen kleiner gefundenen Werthe von η sind Folge der grösser angenommenen Geschwindigkeiten. Insbesondere für Gefälle $H < 1{,}5$ Mtr. ist es deshalb rathsam, $v < 2$ und besonders $u < 3{,}5$ anzunehmen, um das Stossgefälle zu Gunsten des Druckgefälles zu verkleinern. Uebrigens lässt sich bei kleineren Rädern und kleineren Werthen von ϑ, also bei geringerer Ausdehnung des Kropfgerinnes auf eine kleinere Weite s der Spielräume und somit auf etwas grössere Wirkungsgrade rechnen, als hier beispielsweise gefunden wurden.

§. 23. **Das Sagebien-Rad.**

Dieses vom französischen Ingenieur Sagebien herrührende, auch für sehr kleine Gefälle geeignete tiefschlächtige Kropfrad von grossem Durchmesser ($R = 3 - 5$ Mtr.) hat eine ungewöhnlich grosse Kranzbreite a (bis $0{,}5\,R$ und darüber) und trotzdem eine nur kleine Theilung e von etwa 0,3 Mtr., sowie eine kleine Umfangsgeschwindigkeit $v = 0{,}6$ bis 0,8 Sek. Mtr. Der Zufluss des Wassers erfolgt mit entsprechend kleiner Geschwindigkeit u (unmittelbar vor dem Einfluss in das Rad verstanden) als ein Strom von ungewöhnlich grosser Tiefe (Dicke) über der Ueberfallschütze, durch welche dieser Zufluss regulirt wird. Besonders charakteristisch ist diesem Rade endlich eine Neigung der übrigens ebenen Schaufeln gegen die radiale Richtung entgegengesetzt dem sonst üblichen Sinne solcher Neigung, Fig. 23, wodurch freilich die Lage der aus dem Unterwasser sich erhebenden Schaufeln gegen dieses verschlechtert, aber ein solcher Neigungswinkel φ_0 der eintauchenden Schaufel A_0B_0 gegen den Oberwasserspiegel $A_0\,W_0$ erzielt wird, dass die Schaufeln dort, wo während der Füllung und zu Ende derselben ein Ueberfliessen von Wasser über den inneren Rand am leichtesten stattfinden könnte, eine diesem vorbeugende hinlänglich steile Lage haben. Auch kommen dadurch die Schaufeln mehr in die Richtung der relativen Zuflussgeschwindigkeit w, welche hier stark aufwärts gerichtet ist. Der mit dem Halbmesser m um den Mittelpunkt M beschriebene Kreis, welcher von den Verlängerungen aller geradlinigen Schaufelprofile berührt wird, heisse der Kreis (C).

Bei A', Fig. 23, ist ein Schlitz gezeichnet, in welchem das dem Umfange des Rades entsprechend cylindrisch gekrümmte Schutzbrett Platz findet. Dasselbe ist in der Zeichnung weggelassen; indessen wird mit A'

Fig. 23.



im Folgenden die jeweilige Lage des oberen Randes dieses Schutzbrettes, also mit $A_0 A'$ der Bogen bezeichnet, längs welchem das Wasser in das Rad einfliesst als ein Strom von der Stärke (Tiefe) a_1. Dieses Einfliessen findet hier aber in anderer Weise statt, als bei den meist üblichen bisher besprochenen Rädern, und erfordert eine nähere Untersuchung.*

Während ein Schaufelraum sich aus der Lage, in welcher seine vordere Schaufel, mit $A_0 B_0$ zusammenfallend, einzutauchen anfängt, bis

* Siehe einen Aufsatz von C. Bach in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1873, S. 202.

zu der Lage bewegt, in welcher seine hintere Schaufel sich in A_0B_0 befindet, ist die Wasseroberfläche in ihm die Fortsetzung der Oberfläche des zufliessenden Wassers. Bewegt sich aber der Schaufelraum weiter, so fliesst das Wasser schräg aufwärts in ihn ein nach Massgabe der vorhandenen relativen Zuflussgeschwindigkeit, der betreffenden Druckhöhen und Bewegungswiderstände, sowie entgegengesetzt der Centrifugalkraft, und es ist fraglich, ob schliesslich in der Lage, in welcher seine vordere Schaufel mit $A'B'$ zusammenfällt und seine Einmündung sich zu verengen anfängt, die Wasseroberfläche im Schaufelraume über oder unter A_0W_0 liegt. Ersteres würde nicht einem Gewinn an Gefälle entsprechen, vielmehr wäre solche Erhebung der Wasseroberfläche die Folge einer auf Kosten des Gefälles zu grossen absoluten Zuflussgeschwindigkeit u, welche nach der hier zu Grunde liegenden richtigen Idee thatsächlich nicht grösser sein soll, als die Beaufschlagung des Rades erfordert. Bliebe die Wasseroberfläche im Schaufelraume unter A_0W_0, so würde damit die aufzunehmende Wassermenge unerwünschter Weise eingeschränkt. Die Verhältnisse sind also thunlichst so zu wählen, dass für die Lage $A'B'$ einer Schaufel die Oberfläche des Wassers in dem ihr unmittelbar nachfolgenden Schaufelraume in der Höhe des Oberwasserspiegels oder wenigstens nur sehr wenig tiefer liegt. In dieser Lage des Schaufelraumes ist nun aber der Wassereinfluss in denselben einstweilen erst insoweit zu Ende, als er durch seine volle Oeffnung erfolgt; bewegt er sich weiter bis seine hintere Schaufel in die Lage $A'B'$ kommt, so verengt sich die Einflussöffnung allmählich bis Null und sinkt der Wasserspiegel in ihm bis zu einer gewissen Tiefe y' unter A_0W_0. Bei der Weiterbewegung ohne weiteren Zufluss sinkt der Wasserspiegel im Schaufelraume allmählich bis zum Unterwasserspiegel WS.

Zur Gewinnung der Grundlagen für eine passende Construction des Sagebien-Rades handelt es sich zunächst um eine nähere Untersuchung jener beiden Perioden des Wassereinlaufs in einen Schaufelraum, während nämlich dessen Einmündung ganz offen und während sie in allmählicher Verkleinerung begriffen ist, sowie um die Beziehung, welche zwischen dem Aufschlagwasserquantum und den übrigen Radelementen stattfindet. Vom Wasserverlust durch die Spielräume wird dabei einstweilen abgesehen.

$ABA'B'$, Fig. 23, sei ein zwischen den Grenzlagen A_0B_0 seiner hinteren und $A'B'$ seiner vorderen Schaufel in der ersten Periode seiner Füllung begriffener Schaufelraum (den man sich also in der Figur im Allgemeinen mehr links liegend zu denken hat), ED seine

Mittellinie, welche den Kreis (C) im Punkte C berührt und von der Wasseroberfläche im Schaufelraum in D geschnitten wird im Abstande $x = ED$ von E und in der Tiefe y unter $A_0 W_0$; x und y sind Functionen des Winkels φ, unter welchem EC gegen den Horizont oder MC gegen die Verticale MO geneigt ist. Mit $ME = R$ und

$$\alpha = \measuredangle EMC = arc\,cos\frac{m}{R}$$

sei $r = CE = R\,sin\,\alpha$. Ferner sei

h die Höhe des Oberwasserspiegels $A_0 W_0$ über dem Punkte E,

h_0 die hydraulische Ueberdruckhöhe des Wassers unmittelbar nach seinem Einflusse in den Schaufelraum,

u die horizontale Zuflussgeschwindigkeit des Wassers zum Rade, verstanden als mittlere, in allen Punkten des Bogens $A_0 A'$ gleiche absolute Geschwindigkeit,

w die relative Zuflussgeschwindigkeit, nämlich die Resultante von u und der entgegengesetzt genommenen, mit ED den Winkel α bildenden Umfangsgeschwindigkeit v im Punkte E,

w_0 die (mittlere) relative Geschwindigkeit im Sinne ED unmittelbar nach dem Einflusse in den Schaufelraum,

w_1 die ebenso gerichtete relative Geschwindigkeit an der Oberfläche des einfliessenden Wassers bei D,

v_1 die Geschwindigkeit des Radpunktes D, senkrecht zu $MD = R_1$ und, wenn ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades ist, $= R_1\,\omega$;

e und e_1 seien die Weiten des Schaufelraums bei E und bei D, nämlich die aus C als Mittelpunkt mit den Halbmessern CE und CD beschriebenen Bogenlängen zwischen den einander zugekehrten Schaufelflächen.

Wird nun, wie es in analogen Fällen üblich ist und erfahrungsgemäss zu hinlänglich wenig fehlerhaften Ergebnissen führt, der Bewegungszustand des in den Schaufelraum ein- und in ihm weiterfliessenden Wassers in jedem Augenblicke demjenigen gleich gesetzt, welcher eigentlich erst im Beharrungszustande unter gleich bleibenden augenblicklichen Umständen eintreten würde, so ist nach einer Fundamentalgleichung der technischen Hydraulik (siehe Bd. I, §. 78, Gl. 3) einstweilen ohne Rücksicht auf Bewegungswiderstände:

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w_0^2}{2g} + h_0 - (h - y) + k.$$

Dabei ist

$$\frac{w_0^2}{2g} + h_0 = \frac{w^2}{2g} + h;$$

k ist die Arbeit der Centrifugalkraft pro 1 Kgr. Wasser bei der relativen Bewegung von E bis D, also

$$k = \frac{\omega^2}{g}\int\limits_R^{R_1} R_1\, dR_1 = \frac{\omega^2}{g}\,\frac{R_1^2 - R^2}{2} = \frac{v_1^2 - v^2}{2g}.$$

Die Einsetzung dieser Ausdrücke giebt, wenn zur Berücksichtigung von Bewegungswiderständen schliesslich w_1^2 mit $(1+\zeta)$ multiplicirt wird, unter ζ den resultirenden Widerstandscoefficienten verstanden,

$$(1+\zeta)\, w_1^2 = w^2 + 2gy + v_1^2 - v^2 \quad \ldots\ldots\ldots (1).$$

Die relative Zuflussgeschwindigkeit w hat zwar im Allgemeinen nicht genau die Richtung ED, doch ist es bei ihrer geringen Grösse hier unerheblich, wenn sie selbst etwas gegen die vorderen Schaufelflächen gerichtet sein sollte. Mit

$$w^2 = u^2 + v^2 + 2uv\cos(\alpha + \varphi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

und

$$v_1 = v\,\frac{R - x\sin\alpha}{R} = v\left(1 - \frac{x\sin\alpha}{R}\right) \ldots\ldots\ldots (3)$$

ergiebt sich w_1 durch Gl. (1) bei gegebenen Werthen von R, α, v, u als Function von x, y und φ, welche Grössen unter sich in einer Beziehung stehen, die aus Fig. 23 durch Gleichsetzung von

$$h = x\sin\varphi + y$$

mit der Differenz der Verticalprojectionen von EC und A_0C_0, vermehrt um die Verticalprojection von C_0C, erhalten wird, nämlich

$$x\sin\varphi + y = r(\sin\varphi - \sin\varphi_0) + m(\cos\varphi_0 - \cos\varphi)$$

oder

$$x = r - \frac{r\sin\varphi_0 - m(\cos\varphi_0 - \cos\varphi) + y}{\sin\varphi} \quad \ldots\ldots (4).$$

Ein zweiter Ausdruck von w_1 als Function von x, y und φ entspricht dem Aenderungsgesetz des Querschnitts F der augenblicklichen Wasserfüllung des Schaufelraums mit der (zur Radaxe senkrechten) Ebene der Figur. Es ist nämlich

$$F = x\,\frac{c + c_1}{2} \text{ und } \frac{c_1}{c} = \frac{r - x}{r} = 1 - \frac{x}{r},$$

also

$$F = cx\left(1 - \frac{x}{2r}\right);\; dF = c\left(1 - \frac{x}{r}\right)dx.$$

Indem diese Aenderung von F in einem Zeitelement dt auch

$$dF = c_1 w_1 dt = c\left(1 - \frac{x}{r}\right) w_1 \frac{d\varphi}{\omega}$$

ist, folgt durch Gleichsetzung beider Ausdrücke von dF:

$$w_1 = \omega \frac{dx}{d\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Durch die Substitution dieses Ausdrucks in der Gleichung (1) wird diese eine Differentialgleichung zwischen x, y und φ, welche integrirt werden müsste, um in Verbindung mit (4) daraus x und y als Functionen von φ zu finden. Diese praktisch nicht ausführbare Bestimmung wird indessen sehr einfach (die Bildung der Differentialgleichung vermieden), wenn man sich erlaubt, statt (5)

$$w_1 = \omega \frac{dx_0}{d\varphi}$$

zu setzen, unter x_0 den Werth von x verstanden, welcher $y = 0$ entspricht, also die von ED nur sehr wenig verschiedene Strecke ED_0, falls D_0 den Schnittpunkt von ED mit $A_0 W_0$ bedeutet. Aus

$$x_0 = r - \frac{r \sin\varphi_0 - m(\cos\varphi_0 - \cos\varphi)}{\sin\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

folgt dann

$$\begin{aligned}\frac{dx_0}{d\varphi} &= (r\sin\varphi_0 - m\cos\varphi_0)\frac{\cos\varphi}{\sin^2\varphi} + \frac{m}{\sin^2\varphi} \\ &= \frac{r\sin\varphi_0 - m(\cos\varphi_0 - \cos\varphi)}{\sin\varphi}\, cotg\,\varphi + m \\ &= (r - x_0)\, cotg\,\varphi + m = MG \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7),\end{aligned}$$

wenn G den Schnittpunkt der Geraden MC mit der Verticalen durch D_0 bedeutet. Mit der Annäherung, welche $x = x_0$ entspricht und mit welcher nach (3) jetzt auch

$$v_1 = v\left(1 - \frac{x_0 \sin\alpha}{R}\right)$$

gesetzt werden kann, ist also $w_1 =$ der Geschwindigkeit des Radpunktes G. Wird diese mit v_2 bezeichnet, so findet man y nach (1) durch die Gleichung:

$$2gy = v^2 - v_1^2 + (1 + \zeta)v_2^2 - w^2 \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

unmittelbar als Function von φ, indem

$$\left.\begin{aligned} v^2 - v_1^2 &= \frac{x_0 \sin\alpha}{R}\left(2 - \frac{x_0\sin\alpha}{R}\right)v^2 \\ &= x_0 \sin\alpha\,(2R - x_0 \sin\alpha)\,\omega^2 \\ v_2 &= [(r - x_0)\, cotg\,\varphi + m]\,\omega \\ w^2 &= u^2 + v^2 + 2uv\cos(\alpha + \varphi) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (9)$$

und x_0 durch (6) als Function von φ bestimmt ist.

Es mag bemerkt werden, dass Gl. (3) schon insofern nicht genau war, als $x \sin\alpha$ daselbst für die radiale Strecke von D bis zum Radumfange gesetzt worden ist. Ebenso ist im Ausdrucke (9) von $v^2 - v_1^2$ statt $x_0 \sin\alpha$ richtiger die radiale Strecke von D_0 bis zur Radperipherie zu setzen. Wird also in Fig. 23 die Gerade $D_0 P$ normal zu MD_0 gezogen bis zum Schnittpunkte P mit dem Umfang des Rades, so ergiebt sich $v^2 - v_1^2 =$ dem Quadrat der Geschwindigkeit eines Radpunktes im Abstande $D_0 P$ von der Axe. Mit Rücksicht auf die Bedeutung von v_2 und weil auch w constructiv durch das Geschwindigkeits-Parallelogramm für den Punkt E zu bestimmen ist, ergiebt sich somit, wie überhaupt die Zeichnung zur Bestimmung aller Bestandtheile von y benutzt werden kann.

Indem übrigens $\frac{dx}{d\varphi} = \frac{dx_0}{d\varphi}$ etwas zu gross, also auch w_1 nach (5) etwas zu gross $= v_2$ gesetzt worden ist, desgleichen $v^2 - v_1^2$ nach (9) etwas zu gross ist, wird auch y durch dieses Näherungsverfahren etwas zu gross gefunden. Das hat aber um so weniger zu bedeuten, als der Coefficient ζ nur ungefähr geschätzt werden kann. Insoweit der Widerstand von der Reibung an den Schaufelflächen herrührt, kann etwa

$$\zeta = 0{,}03 \frac{x}{d}$$

gesetzt werden, unter d den mittleren Durchmesser des Canals verstanden:

$$d = \frac{4bc}{2(b+c)} = \frac{2bc}{b+c} \text{ nahe } = 2c,$$

sofern hier b sehr gross gegen c ist. Mit durchschnittlich $c = 0{,}25$ Mtr. und $x = 1{,}25$ Mtr. wäre $\zeta = 0{,}075$. Ein weiterer Widerstand wird aber durch den Stoss gegen die Stirnflächen der Schaufeln und durch eine damit zusammenhängende, übrigens gewiss sehr geringfügige innere Contraction verursacht, und mag mit Rücksicht darauf im Ganzen etwa $\zeta = 0{,}15$ zu schätzen sein, entsprechend einem Geschwindigkeitscoefficienten

$$= \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}} = 0{,}93.$$

Die Gleichungen (8) und (9) bleiben bis zu Ende der ersten Füllungsperiode des Schaufelraums, d. h. bis zur Lage $A'B'$ seiner vorderen Schaufel gültig. In der dann folgenden zweiten Füllungsperiode nimmt seine im Radumfang gemessene Oeffnungsweite von εe bis Null ab, wenn εe den Theilbogen e nach Abzug des von einer Schaufel eingenommenen Theils bedeutet, bei hölzernen Schaufeln etwa $\varepsilon = 0{,}9$. Dabei nimmt auch w_1 bis Null ab, indem die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in den Schaufelraum einströmt, durch die plötzliche Querschnittsvergrösserung dieses Wasserstroms in zunehmendem Masse verloren geht. Diese relative Einströmungsgeschwindigkeit selbst ändert sich aber nicht wesentlich und mag für die ganze zweite Füllungsperiode constant = demjenigen Werthe

$$w' = \frac{r-x}{r} w_1 \text{ mit } w_1 \text{ nahe } = v_2 \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

gesetzt werden, den sie zu Ende der ersten Periode angenommen hatte; ein etwas wachsender Einströmungswiderstand wird in seiner Wirkung theilweise durch die zunehmende, der Einströmung förderliche Druckhöhe y ausgeglichen.

Ist nun q' das Wasservolumen, welches pro Einheit der Radbreite in der zweiten Füllungsperiode in den Schaufelraum einfliesst, also dq' dasselbe für ein Zeitelement dt, und ist der von εe bis Null abnehmende Einmündungsbogen augenblicklich $= z$, somit die Einmündungsweite $= z \sin\alpha$, so ergiebt sich mit einem empirischen Coefficienten μ, der hier etwa $= 0,9$ veranschlagt werden mag:

$$dq' = \mu w' z \sin\alpha \, dt = \mu w' z \sin\alpha \frac{-dz}{v}$$

$$q' = \mu \frac{w'}{v} \sin\alpha \int_{\varepsilon e}^{0} z(-dz) = \mu \frac{w'}{v} \frac{(\varepsilon e)^2}{2} \sin\alpha \quad \ldots . (11).$$

Zeichnet man den Schaufelraum in den Lagen, welche dem Anfange und dem Ende dieser zweiten Füllungsperiode entsprechen, wie es in Fig. 23 geschehen ist, und sind $x = ED$, $x' = E'D'$ die im Wasser liegenden Strecken der Mittellinien EC, $E'C'$, so findet man x' aus x und q' (y' aus y und q'), indem aus dem Mittelpunkte M mit dem Halbmesser MD ein Kreisbogen beschrieben wird, welcher $E'C'$ in N schneide, und indem eine Horizontale über N so gezogen wird, dass sie mit der Horizontalen durch N aus der Fläche des Schaufelraums ein Stück $= q'$ ausschneidet; sie schneidet $E'C'$ im Punkte D', dessen Tiefe unter $A_0 W_0$ mit y' bezeichnet wurde.

Die Länge x' oder vielmehr $x' \sin\alpha$ ist aber durch das Aufschlagwasserquantum q pro Sek. und pro 1 Mtr. Radbreite bestimmt. Mit der obigen Bedeutung von ε kann nämlich gesetzt werden:

$$q = \frac{Q}{b} = \varepsilon x' \sin\alpha \frac{v + v_1}{2}$$

$$= \varepsilon x' \sin\alpha \left(1 - \frac{x' \sin\alpha}{2R}\right) v \quad \ldots\ldots\ldots (12).$$

Bei der grossen Zahl von Radelementen, welche hier in Betracht kommen, ist es kaum zu vermeiden, dieselben wesentlich durch Probiren so zu bestimmen, dass mit Berücksichtigung sonstiger Erfordernisse der Schaufelstellung das verlangte Wasserquantum aufgenommen werden kann, und zwar so aufgenommen wird, dass zu Ende der ersten Füllungsperiode eines Schaufelraums das Wasser in ihm nahe bis zur Höhe des Oberwasserspiegels $A_0 W_0$ reicht. Bei gegebenem Gefälle H und Aufschlagwasserquantum Q werde letzteres hier durch Annahme in die Factoren b und q zerlegt. Angenommen werde ferner v, R, wodurch $\omega = \frac{v}{R}$ bestimmt ist, wogegen die Annahme von m (mit Rücksicht auf den Wasseraustritt nicht grösser, als die Gewinnung eines hinlänglich grossen Eintauchungswinkels φ_0 erfordert) besser vorbehalten bleibt, bis die Lage von $A_0 W_0$ gegen das Rad bestimmt ist. Durch die angenommene Zahl und Dicke der Schaufeln werden aber weiter e und ε festgesetzt. Aus (12) ergiebt sich dann $x' \sin\alpha$, und können in der Zeichnung der Unter- und der Oberwasserspiegel eingetragen werden, ersterer (WS) in noch zu besprechender Höhe t über dem tiefsten Punkt des Rades, letzterer ($A_0 W_0$) um H Mtr. höher als jener, oder richtiger um

$$H - \frac{u^2}{2g} = H - \text{ca. } 2 \text{ Centimtr.}$$

höher. Die Lage von $A_0 W_0$ bestimmt den Punkt A_0 und führt zu passender Annahme von m, wodurch auch α und r, sowie x' bestimmt sind. Jetzt handelt es sich noch um den Punkt A', also um a_1 und $u = \frac{q}{a_1}$. Es ist aber A' bestimmt durch den Schnittpunkt X von $A_0 W_0$ mit der durch A' gehenden Tangente des Kreises (C), welcher Punkt X nahe in der Mitte zwischen den Punkten D_0 und D'_0 liegt, in welchen $A_0 W_0$ von der Mittellinie eines Schaufelraums zu Anfang und zu Ende der zweiten Füllungsperiode geschnitten wird. Zwischen diesen Punkten D_0 und D'_0 muss offenbar auch der Punkt X_0 liegen, in welchem ein aus M mit dem Halbmesser $R_1 = R - x' \sin\alpha$ beschriebener Kreis den Oberwasserspiegel schneidet, und liegt es nahe, den noch unbekannten Punkt X zunächst in diesem schon bekannten Punkte X_0 liegend anzunehmen, wodurch auch EC und $E'C'$ bestimmt sind, sowie der Punkt D' als Schnittpunkt von $E'C'$ mit jenem Kreise zum Halbmesser R_1; die zu messende Tiefe von D' unter $A_0 W_0$ ist $= y'$. Der mit X_0 vorläufig zusammenfallend angenommene Punkt X bestimmt endlich a_1 und u; aber jene Annahme bedarf noch der Controle und ev. der Berichtigung. Wird zu dem Ende y aus (8), q' aus (11) ermittelt, so müsste der hierdurch bestimmte Werth von y' mit dem obigen übereinstimmen, widrigenfalls die beiden entsprechenden horizontalen Geraden aus dem Kreise zum Halbmesser R_1 einen kleinen Bogen herausschnitten, dessen mittlere Punkte corrigirte Lagen des Punktes D' wären, welche in leicht ersichtlicher Weise entsprechend corrigirte Lagen des Punktes A', also corrigirte Werthe von a_1 und u zur Folge haben. Dass übrigens y bei dieser Bestimmung von a_1 als eine sehr kleine Grösse gefunden wird, wie verlangt wurde, ist leicht zu ermessen.

Einen ungünstigen Einfluss hat die Schaufelstellung des Sagebien-Rades auf den Austritt des Wassers. Sollte dieses möglichst widerstandslos in horizontaler Richtung ausfliessen in solchem Masse, dass die Wasseroberflächen aller sich entleerenden Schaufelräume in der Höhe des Unterwasserspiegels WS liegen, wie Fig. 23 andeutet, so müsste zu der durch bc in der Figur dargestellten Umfangsgeschwindigkeit v eine Relativgeschwindigkeit ab hinzutreten. Die absolute Ausflussgeschwindigkeit, dargestellt durch ac, wäre dann

$$u_1 = v\frac{\sin\alpha}{\sin\psi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13),$$

wo ψ der Nebenwinkel des hier stumpfen Winkels φ ist und während des Ausflusses abnimmt. Ein genügender Mittelwerth von u_1 würde sich mit dem Winkel ψ für eine nach Schätzung mittlere Lage des Austrittspunktes b ergeben. Die dieser mittleren Ausflussgeschwindigkeit u_1 entsprechende Geschwindigkeitshöhe (lebendige Kraft) wäre für den Effect des Rades verloren, und es empfiehlt sich in der That, sie als Gefällverlust statt der kleineren Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ in Rechnung zu stellen, weil, wenn die zu Grunde liegende Voraussetzung nicht zuträfe, ein anderer, voraussichtlich nicht kleinerer Effectverlust die Folge davon sein würde.

Sehr wesentlich bei der grossen, mit dem ganzen Gefälle vergleichbaren Eintauchungstiefe dieser Räder ist der mit h_1 bezeichnete, am Ende von §. 14 hinsichtlich seiner Bedeutung für Kropfräder besprochene Gefällverlust, mit Rücksicht auf welchen besonders eine passende Wahl der Wassertiefe t im Abflussgerinne wichtig ist, also der Eintauchungstiefe des Rades, da der Boden des Abflussgerinnes angemessener Weise gemäss Fig. 23 die tangentiale Fortsetzung des Kropfgerinnebodens bildet. Damit nämlich das mit der absoluten Geschwindigkeit u_1 aus dem Rade fliessende nicht gegen das abfliessende Wasser stosse und dadurch eine schädliche Welle wirbelnden Wassers hinter dem Rade aufwerfe, würde dem Abflussgerinne zunächst dem Rade eine Neigung zu geben sein, infolge welcher das Wasser in ihm mit derselben Geschwindigkeit u_1 strömt, entsprechend der Wassertiefe

$$t = \frac{q}{u_1},$$

wenn nicht dadurch andererseits eine zu grosse, zur Hälfte als Gefällverlust zu betrachtende Höhe des Wasserspiegels im tiefsten Schaufelraum über WS verursacht würde. Diese Höhendifferenz würde vermieden durch

$$t = x' \sin \alpha,$$

also durch eine mittlere Geschwindigkeit im Abflussgerinne, welche nach (12):

$$\frac{q}{x' \sin \alpha} = \varepsilon \left(1 - \frac{x' \sin \alpha}{2R}\right) v$$

wesentlich $< v$ wäre. Mit Rücksicht auf diese sich widersprechenden Rücksichten wird es am besten sein, die Abflussgeschwindigkeit zwischen der zuletzt bestimmten und u_1 zu wählen, etwa $= \varepsilon v$, entsprechend dem immer noch meistens erheblichen Gefällverluste:

$$h_1 = \frac{1}{2}(x' \sin \alpha - t) = \frac{1}{2}\left(x' \sin \alpha - \frac{q}{\varepsilon v}\right) \quad \ldots\ldots \quad (14).$$

Wollte man ihn dadurch zu vermeiden suchen, dass das Kropfgerinne über U hinaus noch etwas fortgesetzt wird in solchem Betrage, dass der Unterwasserspiegel trotz $t < x' \sin \alpha$ die Höhe $x' \sin \alpha$ über U erhielte, so würde in den von U bis zum Ende des Kropfgerinnes befindlichen Schaufelräumen eine theilweise Wiedererhebung des Wassers stattfinden und somit im Wesentlichen der fragliche Gefällverlust nur an eine andere Stelle verlegt erscheinen. —

Beispielsweise sei $H = 1$ Mtr. gegeben und werde angenommen:

$$q = 0{,}6 \qquad v = 0{,}6 \qquad R = 4.$$

Dann ist $\omega = 0{,}15$ und bei der Annahme von 80 Schaufeln:

$$e = 0{,}314.$$

Hiermit und mit $\varepsilon = 0{,}9$ folgt aus (12):

$$x' \sin \alpha = 1{,}333.$$

Nach der weiteren Annahme:

$$t = \frac{q}{ev} = 1{,}111, \text{ entsprechend } h_1 = 0{,}111$$

nach (14), lassen sich die concentrischen Kreise um M mit den Halbmessern R und $R_1 = R - x' \sin \alpha$ verzeichnen, sowie die Wasserspiegel WS und $A_0 W_0$ eintragen, deren letzterer jene Kreise in A_0 und X_0 schneidet. Der Winkel φ_0 ergiebt sich hinlänglich gross = nahe 40^0 mit

$$m = 0{,}8 \qquad \sin \alpha = 0{,}98 \qquad r = 3{,}92.$$

Hiermit lässt sich auch der Kreis (C) verzeichnen, dessen durch X_0 gehende betreffende Tangente den Punkt A' vorläufig bestimmt und damit

$$a_1 = 1{,}21 \quad \text{und} \quad u = 0{,}496$$

sowie auch die Mittellinien EC und $E'C'$, in letzterer den Punkt D', dessen Tiefe y' unter $A_0 W_0$ durch Messung = 0,06 Mtr. gefunden wird. Mit den durch Zeichnung gefundenen Grössen

$$MG = 2{,}33 \qquad D_0 P = 2{,}90 \qquad w = 0{,}40$$

ergiebt sich jetzt aus (8) und (11):

$$y = 0{,}009 \quad \text{und} \quad q' = 0{,}014,$$

hiermit $y' = 0{,}10$. Von diesem letzteren Werthe in Betreff der Lage von D' ausgehend findet man auf dieselbe Weise (y und q' ändern sich dabei so wenig, dass sie keine Neuberechnung erfordern) $y' = 0{,}08$. Also die Annahme

$$y' = 0{,}06 \text{ giebt } y' = 0{,}10, \text{ d. i. } 0{,}04 \text{ zu viel,}$$
$$y' = 0{,}10 \text{ giebt } y' = 0{,}08, \text{ d. i. } 0{,}02 \text{ zu wenig,}$$

so dass auf einen wahren (sich selbst reproducirenden) Werth

$$y' = 0{,}087$$

zu schliessen ist. Die ihm entsprechend corrigirte Lage von A' ergiebt

$$a_1 = 1{,}25 \quad \text{und} \quad u = 0{,}48.$$

Mit Hülfe der Zeichnung findet man auch im Mittel nahe

$$u_1 = 0{,}78. \text{ —}$$

Was den **Wirkungsgrad eines Sagebien-Rades** betrifft, so ist der **Einfluss** des Wassers mit einem nur kleinen Effectverluste verbunden. Zu dem hydraulischen Widerstande der Ueberfallschütze, der einen Gefällverlust = ungefähr $0{,}1\,\dfrac{u^2}{2g}$ verursacht, kommt ein Eintrittswiderstand im engeren Sinne, der für die erste Periode des Einfliessens oben durch den Coefficienten $\zeta = 0{,}15$, auf die Geschwindigkeit w_1 bezogen, geschätzt wurde, für die zweite Periode aber erheblich grösser ist. Für beide Perioden zusammen und bezogen auf die absolute Zuflussgeschwindigkeit u mag er zu durchschnittlich 0,3 veranschlagt, also der ganze Gefällverlust infolge des Zu- und Einflusses des Wassers

$$= 0{,}4\,\frac{u^2}{2g}$$

gesetzt werden. Um so grösser ist der nach obigen Erwägungen

$$= \frac{u_1^{\,2}}{2g} + h_1$$

zu setzende Gefällverlust infolge der ungünstigen Art des Ausflusses, wo u_1 und h_1 durch (13) und (14) bestimmt sind. Mit Hinzufügung des Verlustes h_3 infolge der Spielräume ist dann der resultirende Gefällverlust:

$$H_1 = 0{,}4\,\frac{u^2}{2g} + \frac{u_1^{\,2}}{2g} + h_1 + h_3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15).$$

h_3 besteht aus zwei Theilen, welche, entsprechend den Spalten an den Aussenkanten der Schaufeln und den Seitenspalten längs den Bögen $A'U$ (Figur 23) des Radkranzes, bezw. mit (h_3) und $[h_3]$ bezeichnet seien; bei der Unsicherheit des der Spaltweite s im einzelnen Falle zuzuschreibenden Werthes genügt eine nur mässig angenäherte Bestimmung beider Theile von h_3. Nach §. 17 ist

$$(h_3) = 3{,}4\,\frac{Rs}{eq}\int_0^{\vartheta} y\sqrt{z}\,d\varphi$$

zu setzen, wo ϑ = Winkel UMA' ist und φ nicht den in Fig. 23 ebenso bezeichneten, sondern den Winkel bedeutet, welcher MU mit dem nach irgend einem Punkte des Bogens $A'U$ gezogenen Halbmesser bildet. Hier ist z immer $= y$; wenn also näherungsweise $y = e \sin\varphi$ gesetzt wird, ist das Integral

$$= e\sqrt{e}\int_0^{\vartheta} \sin\varphi\sqrt{\sin\varphi}\,d\varphi.$$

Mit φ statt $\sin\varphi$ wird es

$$= \frac{2}{5}\,e\sqrt{e}\,\vartheta^{\frac{5}{2}}$$

zu gross gesetzt, der Fehler aber theilweise corrigirt, wenn nachträglich zum Theil wieder $\sin\vartheta$ für ϑ, nämlich das Integral

$$= 0{,}4\,e\sqrt{e}\,.\,\vartheta\sin\vartheta\sqrt{\sin\vartheta}$$

gesetzt wird. Bezeichnet a' den Abstand des Punktes A' von der Verticalen MU, so ist $\sin\vartheta = \frac{a'}{R}$ und somit näherungsweise:

$$(h_3) = 3{,}4\,\frac{Rs}{eq}\cdot 0{,}4\,e\sqrt{e}\,.\,\vartheta\,\frac{a'}{R}\sqrt{\frac{a'}{R}} = 1{,}4\,\frac{sa'}{q}\sqrt{\frac{ea'}{R}}\cdot\vartheta \quad \ldots (16).$$

Bei der kleinen Theilung e und der mässigen Grösse von ϑ fallen die Fehler dieser Bestimmung wenig ins Gewicht.

In Betreff des Ausflusses durch die Seitenspalten kann man in dem Falle, dass A' unter dem Unterwasserspiegel WS liegt, also $a_1 > H$ ist, näherungsweise annehmen, dass dieser Ausfluss durch je zwei in gleicher Höhe liegende Seitenspaltenelemente $= R d\varphi . s$ entsprechend derselben Druckhöhe h stattfindet, welche auch die resultirende Fallhöhe des ausgeflossenen Wassers bis WS darstellt, so dass der dadurch pro Sekunde verursachte Arbeitsverlust

$$= \gamma\,(\mu\,.\,2\,R\,d\varphi\,.\,s\sqrt{2\,gh})\,h$$

ist. Der ganze von den Seitenspalten herrührende Arbeitsverlust pro Sek. $= \gamma\,Q\,[h_3]$ ist das von 0 bis ϑ genommene Integral dieses Ausdrucks, also

$$[h_3] = 2\,\mu\sqrt{2\,g}\,\frac{R\,s}{Q}\int_0^{\vartheta} h\sqrt{h}\,.\,d\varphi.$$

Während φ zwischen Null und ϑ veränderlich ist, ändert sich h zwischen Null und H ungefähr so, dass

$$h = H\,\frac{1 - \cos\varphi}{1 - \cos\vartheta}$$

gesetzt werden kann, also

$$[h_3] = 2\,\mu\sqrt{2\,g}\,\frac{R\,s}{Q}\left(\frac{H}{1 - \cos\vartheta}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^{\vartheta}(1 - \cos\varphi)^{\frac{3}{2}}\,d\varphi \quad \ldots\ldots \quad (17).$$

Wird das in diesem Ausdrucke vorkommende Integral mit J, sowie $\frac{\varphi}{2}$ mit x bezeichnet, so ist

$$J = \int_0^{\vartheta}\left(2\sin^2\frac{\varphi}{2}\right)^{\frac{3}{2}} d\varphi = 4\sqrt{2}\int_0^{\frac{\vartheta}{2}}\sin^3 x\,dx.$$

Bekanntlich ist aber

$$\int_0^{x}\sin^3 x\,dx = -\frac{1}{3}\cos x\,(2 + \sin^2 x) + \frac{2}{3}$$

oder, wenn mit grosser Annäherung, sofern x ein kleiner Winkel ist,

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 x - \frac{1}{8}\sin^4 x$$

gesetzt wird und auch bei der Multiplication nur noch Glieder bis mit $\sin^4 x$ berücksichtigt werden,

$$\int_0^x \sin^3 x\, dx = \frac{1}{3}\left[-\left(1-\frac{1}{2}\sin^2 x - \frac{1}{8}\sin^4 x\right)(2+\sin^2 x)+2\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left[-2+\sin^2 x+\frac{1}{4}\sin^4 x\right.$$

$$\left.-\sin^2 x+\frac{1}{2}\sin^4 x+2\right] = \frac{1}{4}\sin^4 x.$$

Hiernach ist $J = \sqrt{2}\,.\sin^4\frac{\vartheta}{2}$

$$\frac{J}{(1-\cos\vartheta)^{\frac{3}{2}}} = \frac{J}{\left(2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}$$

und nach (17) mit $\mu\sqrt{2g} = 3{,}4$:

$$[h_3] = 3{,}4\,\frac{Rs}{Q}\,H\sqrt{H}\sin\frac{\vartheta}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18).$$

Im Falle $a_1 < H$ ist dieser Ausdruck zu gross, indem dann zwar die vom Wasserspiegel im betreffenden Schaufelraume bis zum Unterwasserspiegel zu rechnende gesammte Fallhöhe eines ausfliessenden Wassertheilchens nach wie vor zwischen 0 und H veränderlich ist, dagegen die für die Ausflussmenge massgebende Druckhöhe nur wenig $> a_1$ werden kann, diesen grössten oder einen nur wenig kleineren Werth freilich um so länger behält, je mehr $H > a_1$ ist. Schätzungsweise kann diesen Umständen dadurch Rechnung getragen werden, dass dann

$$H\sqrt{\frac{H+a_1}{2}} \text{ statt } H\sqrt{H}$$

in Gl. (18) gesetzt wird.

Bei obigem **Beispiele** war

$$u = 0{,}48 \qquad u_1 = 0{,}78 \qquad h_1 = 0{,}111.$$

Also ist nach (15):

$$H_1 = 0{,}147 + h_3.$$

Ferner war

$$H = 1\,(< a_1), \qquad R = 4, \qquad e = 0{,}314, \qquad q = 0{,}6$$

und ergiebt sich aus der Zeichnung:

$$a' = 2{,}47 \text{ und } \vartheta = arc\sin\frac{a'}{R} = 0{,}666\,(38^0\,8').$$

Hiermit folgt aus (16) und (18):

$$(h_3) = 1{,}69\,s \text{ und } [h_3] = 4{,}44\,\frac{s}{Q},$$

also beispielsweise mit $s = 0{,}015$ und $Q = 2$:

$$h_3 = (h_3) + [h_3] = 0{,}059$$
$$H_1 = 0{,}147 + 0{,}059 = 0{,}206.$$

Die Reibung der Wasserradwelle in den Lagern ist des bedeutenden Radgewichtes wegen verhältnissmässig gross, wogegen die sonstigen nebensächlichen Widerstände, insbesondere der Luftwiderstand und die Wasserreibung im Kropf, wegen der kleinen Geschwindigkeiten weniger erheblich sind. Der Effectverlust E_1 durch alle diese Nebenwiderstände zusammen dürfte hier mit $5{,}4\,^0/_0$ des absoluten Effects reichlich veranschlagt sein, entsprechend einem resultirenden Wirkungsgrad:

$$\eta = 1 - \frac{H_1}{H} - \frac{E_1}{E_0} = 0{,}74.$$

Derselbe ist wesentlich grösser, als der nach vorigem Paragraph den gewöhnlichen tiefschlächtigen Rädern bei gleichem Gefälle zukommende. Aber freilich wird dieser Vortheil grossentheils aufgewogen durch die wegen der kleinen Winkelgeschwindigkeit des Rades meistens erforderliche complicirtere Transmission und durch grössere Herstellungskosten des Rades selbst. Zuppinger hat die entgegengesetzten Rücksichten dadurch zu vermitteln und das Rad (in Betreff des Wasseraustritts) zu verbessern gesucht, dass er ihm einen kleineren Durchmesser bei trotzdem etwas grösserer Umfangsgeschwindigkeit gab und etwas nach vorn convex gekrümmte, nach aussen radial verlaufende Schaufeln.

2. Unterschlächtige Wasserräder.

§. 24. Das unterschlächtige Stossrad im Gerinne.

Solche Räder sind die einfachsten, aber auch freilich sehr unvollkommene Motoren zur Verwerthung kleiner Gefälle bis zu etwa 1 Mtr. Die gewöhnlichsten haben radial gestellte ebene Schaufeln und bewegen sich in einem sogenannten Schnurgerinne, d. h. in einem ganz geraden, etwas abwärts geneigten Gerinne, in welchem das Aufschlagwasser, regulirt durch eine Spannschütze, deren Oeffnung bis zum Boden und zu den Seitenwänden des Gerinnes sich erstreckt, mit der Geschwindigkeit u dem Rade zufliesst. Um den dieser verhältnissmässig grossen Geschwindigkeit entsprechenden Effectverlust durch Reibung an der Gerinnewand zu vermindern, ist es zweckmässig, den Weg von der Schütze bis zum Eintritt in das Rad so klein wie möglich zu machen, was besonders durch Schrägstellung der Schütze erzielt werden kann. Indem die Geschwindigkeit u durch den Stoss in die kleinere Geschwindigkeit v = der Umfangsgeschwindigkeit des Rades übergeht, welche nur wenig $> 0{,}4\,u$ zu sein pflegt, geht die Dicke a_1 des zufliessenden Wasserstroms von etwa 0,12 bis 0,15 Mtr. in a_2 nahe $= 2{,}5\,a_1$ über, wodurch das Bedürfniss einer Kranzbreite a von wenigstens etwa $3\,a_1 = 0{,}35 - 0{,}45$ Mtr. bedingt wird. Im Falle des Schnurgerinnes hat diese grössere Stromtiefe a_2 des vom Rade wegfliessenden Wassers eine Erhebung der Oberfläche um $a_2 - a_1$ über die Oberfläche des dem Rade zufliessenden Wassers zur Folge, und es ist unter solchen Umständen, wenn ζ den Widerstandscoefficienten der Schütze mit Schussgerinne von ihr bis zum Rade bedeutet,

$$(1 + \zeta)\frac{u^2}{2g} = H + a_2 - a_1 \;\ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

sowie auch (siehe den Schluss von §. 15) ein gewisser Vortheil hinsichtlich des Wasserverlustes durch den Spielraum zwischen Rad und Gerinneboden damit verbunden ist. Indessen werden doch diese Umstände mehr als aufgewogen durch einen Gegendruck auf die Schaufeln und durch die sonstigen Nachtheile zu tiefen Eintauchens derselben, so dass es besonders dann, wenn bei veränderlichem Wasserstande diese Eintauchungstiefe erheblich wachsen könnte, besser ist, jene Erhebung $= a_2 - a_1$ der Wasseroberfläche durch einen entsprechenden Abfall des Gerinnes hinter dem Rade zu verhindern. Dieser Abfall ist dann passend an einen schwachen Kropf anzuschliessen, der unten das Rad beiderseits vom tiefsten Punkte U längs je einem Bogen = ungefähr dem Theilbogen e umgiebt und welcher aus den in §. 15 erörterten Gründen den Wasserverlust wesentlich verkleinert. Ein solches übrigens gerade Gerinne mit kropfartiger Höhlung seines Bodens unter dem Rade und einem an diese sich unmittelbar anschliessenden Abfall (siehe die später im §. 27 besprochene ähnliche Disposition eines Poncelet-Rades) werde zur Unterscheidung vom eigentlichen Schnurgerinne hier kurz als Kropfgerinne bezeichnet. Die im Falle des Schnurgerinnes zuweilen angewendeten sogenannten Pansterzeuge zur Hebung und Senkung des Rades beim Steigen und Fallen des Wassers sind insofern unvollkommen, als sie zur Zulassung grösserer Spielraumweiten s selbst unter normalen Umständen Veranlassung geben.

Der Wirkungsgrad η eines unterschlächtigen Stossrades ist jedenfalls $< 0{,}5$, da ein Stossgefälle immer nur höchstens zur Hälfte verwerthet werden kann, wie schon im §. 18 unter 2) gefunden wurde, hier aber das ganze disponible Gefälle H Stossgefälle ist; wegen sonstiger

Verluste, wie besonders des Wasserverlustes, ist er thatsächlich viel $< 0,5$. Sein vollständiger Ausdruck ist nach §. 17:

$$\eta = \left(1 - \frac{Q_1}{Q}\right)\left(1 - \frac{H_1}{H}\right) - \frac{E_1}{E_0},$$

worin für den verhältnissmässigen Wasserverlust $\frac{Q_1}{Q}$, den verhältnissmässigen Gefällverlust $\frac{H_1}{H}$ und den verhältnissmässigen Effectverlust $\frac{E_1}{E_0}$ durch nebensächliche Widerstände (Zapfenreibung, Luftwiderstand u. a.) die hier zutreffenden Ausdrücke (Functionen bezüglicher Radelemente) oder erfahrungsmässig angemessene Zahlenwerthe zu setzen sind. Zunächst ist

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{1}{a_1}\left[s + \frac{e^2}{24\,R}\left(\frac{u}{u - v}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

von welchem Ausdrucke nach §. 15 im Falle eines Kropfgerinnes das zweite Glied gestrichen, dagegen bei einem Schnurgerinne für die Weite s des Spielraums der etwas kleinere Werth

$$s_1 = s\left(1 - 0{,}8\,\frac{a_1}{H}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

gesetzt werden kann. Der Gefällverlust H_1 ist mit obiger Bedeutung von ζ, sowie mit Rücksicht darauf, dass hier das Wasser dem Rade tangential zufliesst, also $w = u - v$, sowie auch, wenigstens bei radial gerichteten Schaufeln, die relative Stossgeschwindigkeit $w_1 = w$ ist,

$$H_1 = \zeta\frac{u^2}{2g} + \frac{(u - v)^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} = (1 + \zeta)\frac{u^2}{2g} - \frac{u\,v}{g} + \frac{v^2}{g}.$$

Wenn man aber den Gegendruck des Unterwassers, welcher im Falle des Schnurgerinnes der Erhebung um den Betrag $a_2 - a_1$ entspricht, nicht besonders als Widerstand in Rechnung bringt, ist er auch bezüglich u ausser Acht zu lassen und somit statt (1) in allen Fällen

$$(1 + \zeta)\frac{u^2}{2g} = H$$

zu setzen. Damit wird

$$\frac{H_1}{H} = 1 - \frac{(u - v)\,v}{g\,H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Mit der Bezeichnung ϑ für $\frac{E_1}{E_0}$, σ für $\frac{Q_1}{Q}$ ist also

$$\eta = (1 - \sigma)\frac{(u - v)\,v}{g\,H} - \vartheta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Von Wichtigkeit ist die Frage nach dem vortheilhaftesten Gange des Rades, nämlich nach der Umfangsgeschwindigkeit v, bei welcher unter übrigens gegebenen Umständen η am grössten ist; eine mehr oder weniger willkürliche Annahme in dieser Hinsicht, wie bei den in den §§. 19—23 besprochenen Rädern, ist hier ausgeschlossen. Wären σ und ϑ unabhängig von v, so wäre nach (5) der Wirkungsgrad am grössten für

$$(u-v)\,v = max, \text{ also } v = 0{,}5\,u.$$

Indem aber ϑ mit v wächst, wie namentlich die Ausdrücke von E_l und E_z, §. 17, ersehen lassen, im Falle des Schnurgerinnes auch σ gemäss der Form des zweiten Gliedes des Ausdruckes (2) um so grösser ist, je grösser v, lässt sich schliessen und wird es durch die Erfahrung bestätigt, dass thatsächlich das Maximum von η einer Geschwindigkeit v etwas $< 0{,}5\,u$ entspricht. Aus zahlreichen, freilich nur an Modellrädern angestellten Versuchen ergiebt sich im Durchschnitt

$$\eta = max \text{ für } v = 0{,}4\sqrt{2gH} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6),$$

und da nach Versuchen von Poncelet, über welche im Bd. I, §. 85 unter 2) berichtet wurde,

$$u = \sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}} = \sqrt{\frac{2gH}{1{,}15}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

gesetzt werden kann (entsprechend einem Geschwindigkeitscoefficienten $= \sqrt{\frac{1}{1{,}15}} = 0{,}933$), folgt

$$\frac{u}{v} = \frac{1}{\sqrt{1{,}15\,.\,0{,}16}} = \frac{1}{0{,}429} = 2{,}33 \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

$$\frac{(u-v)\,v}{gH} = 1{,}33\,.\,0{,}32 = 0{,}426,$$

somit nach (5) der Wirkungsgrad bei vortheilhaftestem Gange:

$$\eta = 0{,}426\,(1-\sigma) - \vartheta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

Bei einem Rade mit Kropfgerinne kann $\sigma = \frac{s}{a_1}$ gesetzt werden, durchschnittlich etwa

$$\sigma = \frac{0{,}015}{0{,}12} = \frac{1}{8}.$$

Mit $\vartheta = 0{,}06$ ist dann $\eta = 0{,}31$.

Bei einem gemeinen Rade im Schnurgerinne wird die Weite des Spielraums wenigstens $= 0{,}02$ Mtr. zu setzen sein, welche indessen nach

(3) nur theilweise in Rechnung gestellt zu werden braucht, insbesondere z. B. mit

$$s_1 = 0{,}02\left(1 - 0{,}8\,\frac{0{,}12}{0{,}5}\right) = 0{,}016$$

für $a_1 = 0{,}12$ und $H = 0{,}5$ Mtr. Dagegen kommt jetzt noch das zweite Glied im Ausdrucke (2) von σ in Betracht. Hätte z. B. das Rad 40 Schaufeln bei $R = 3$ Mtr. Halbmesser, entsprechend einer Theilung

$$e = \frac{2\pi.3}{40} = 0{,}47 \text{ Mtr.},$$

so ergäbe sich mit $u = 2{,}33\,v$:

$$\sigma = \frac{1}{0{,}12}(0{,}016 + 0{,}009) = 0{,}208$$

und, wenn wieder $\vartheta = 0{,}06$ angenommen wird, nach (9):

$$\eta = 0{,}28.$$

In Folge grösserer Spaltweite ist der Wirkungsgrad oft noch erheblich kleiner. Er kann etwas vergrössert werden durch eine (bis zu etwa 30° gehende) Neigung der ebenen Schaufeln gegen die radiale Richtung in solchem Sinne, dass sie sich mehr vertical aus dem Wasser erheben. Diese Neigung vermindert hier nicht nur den Widerstand des Unterwassers, sondern auch den Stossverlust. Letzterer entspricht dann nämlich nur der normal gegen die Schaufel gerichteten Componente von u, während mit der längs derselben gerichteten Geschwindigkeitscomponente das Wasser an ihr emporfliesst und hierbei, sowie beim Zurückfliessen durch stetige Druckwirkung einen Theil seines verbliebenen Arbeitsvermögens an das Rad abgiebt. Es nähert sich somit die Art der Wirkung einigermassen der des Poncelet-Rades. Indessen darf die Neigung der Schaufeln nicht so gross sein, dass das zurückfliessende Wasser erst dann die äussere Schaufelkante erreichen würde, wenn dieselbe sich bereits um eine gewisse Höhe aus dem Unterwasser erhoben hätte: diese Höhe wäre als entsprechender Gefällverlust zu betrachten. Besonders bei geringerer Eintauchungstiefe des Rades mit Gerinneabfall könnte so der Vortheil geneigter Schaufelstellung leicht durch einen grösseren Nachtheil mehr als aufgewogen werden, und ist es überhaupt vorzuziehen, zum Poncelet-Rade mit passend gekrümmten Schaufeln überzugehen, falls die Stosswirkung thunlichst durch stetige Druckwirkung bei unterschlächtigen Rädern ersetzt werden soll und nicht den Umständen gemäss die Einfachheit des Baues Haupterforderniss ist.

§. 25. Theilung der Wasserkraft.

Eine vollständigere Ausnutzung der Wasserkraft (des Arbeitsvermögens, welches der vom Gefälle H herrührenden Ausflussgeschwindigkeit u aus der Schutzöffnung entspricht) lässt sich bei unterschlächtigen Rädern im Schnurgerinne dadurch erzielen, dass deren mehrere hinter einander in demselben Gerinne angeordnet werden. Setzt man nämlich den Nutzeffect eines solchen mit Rücksicht auf Gl. (4) im vorigen Paragraph:

$$E = \gamma (Q - Q_1)(H - H_1) - E_1$$
$$= \mu Q (H - H_1) = \frac{\mu Q}{g}(u - v) v,$$

wo mit der Bezeichnung σ für $\frac{Q_1}{Q}$ der Coefficient μ etwas $< \gamma (1 - \sigma)$ ist, sind ferner $v_1, v_2 \ldots v_n$ die Umfangsgeschwindigkeiten der im Allgemeinen n Räder, und ist das Gerinne so wenig geneigt, dass die dem Gefälle entsprechende Componente der Schwere mit dem Widerstande des Gerinnes im Gleichgewicht ist, also die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers aus irgend einem Rade = der Einflussgeschwindigkeit in das folgende gesetzt werden kann, so sind die Nutzeffecte der n Räder:

$$E_1 = \frac{\mu_1 Q}{g}(u - v_1) v_1$$
$$E_2 = \frac{\mu_2 Q}{g}(v_1 - v_2) v_2$$
$$\vdots$$
$$E_n = \frac{\mu_n Q}{g}(v_{n-1} - v_n) v_n.$$

Die Coefficienten μ sind zwar streng genommen Functionen der Geschwindigkeiten, und es ist

$$\mu_1 < \mu_2 < \mu_3 \ldots$$

besonders deshalb, weil die Tiefe des den Rädern zufliessenden Wassers immer grösser und somit σ immer kleiner wird. Sieht man aber hiervon ab, setzt vielmehr alle jene Coefficienten $\mu_1, \mu_2 \ldots$ = einem constanten Mittelwerthe μ, so folgt der Gesammteffect aller Räder:

$$\Sigma E = \frac{\mu Q}{g}\left[(u - v_1) v_1 + (v_1 - v_2) v_2 + \ldots (v_{n-1} - v_n) v_n\right] \quad . \; . \; (1).$$

Damit er ein Maximum sei, müssen die Differentialquotienten nach v_1, $v_2 \ldots$ einzeln = 0, muss also

$$\begin{aligned} u - 2v_1 + v_2 &= 0 \\ v_1 - 2v_2 + v_3 &= 0 \\ &\vdots \\ v_{n-2} - 2v_{n-1} + v_n &= 0 \\ v_{n-1} - 2v_n \qquad &= 0 \end{aligned}$$

sein, woraus successive folgt:

$$u - v_1 = v_1 - v_2 = v_2 - v_3 = \ldots = v_{n-1} - v_n = v_n,$$

also

$$v_n = \frac{1}{n+1} u, \ v_{n-1} = \frac{2}{n+1} u \ldots v_2 = \frac{n-1}{n+1} u, \ v_1 = \frac{n}{n+1} u$$

$$\Sigma E = \mu Q \frac{u^2}{g} \left[\frac{n}{(n+1)^2} + \frac{n-1}{(n+1)^2} + \ldots + \frac{2}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+1)^2} \right]$$

$$= \frac{n}{n+1} \mu Q \frac{u^2}{2g} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2).$$

Bei einem einzigen Rade oder bei mehreren gleichen Rädern neben einander hätte man

$$E = \frac{\mu Q}{g}(u - v) v = \frac{1}{2} \mu Q \frac{u^2}{2g} \text{ mit } v = \frac{u}{2} \ldots \ldots (3),$$

und es ist also der durch n Räder hinter einander höchstens erzielbare verhältnissmässige Gewinn:

$$\frac{\Sigma E - E}{E} = \frac{n-1}{n+1} = 0{,}33 \qquad 0{,}5 \qquad 0{,}6 \ldots$$
$$\text{für } n = 2 \qquad 3 \qquad 4 \ \ldots,$$

mit wachsender Zahl n der Grenze 1 sich nähernd.

Die Nutzeffecte $E_1 \ldots E_n$ der einzelnen Räder nehmen hierbei im Verhältnisse der ganzen Zahlen $n \,.\,.\, 1$ successive ab, was aber in der Regel nicht zweckmässig sein wird. Besser selbst auf Kosten der Grösse des Effectgewinnes erscheint eine solche Wahl der Umfangsgeschwindigkeiten, dass die Nutzeffecte aller hinter einander gelagerten n Räder gleich gross sind. Wird dann hier dasjenige dieser Räder als erstes bezeichnet, welchem das Wasser zuletzt zufliesst, so ist nach (1):

$$\Sigma E = \frac{\mu Q}{g} \left[(u - v_n) v_n + \ldots + (v_3 - v_2) v_2 + (v_2 - v_1) v_1 \right]$$

mit der Bedingung

$$(u - v_n) v_n = \ldots = (v_3 - v_2) v_2 = (v_2 - v_1) v_1 \quad \ldots \ldots (4),$$

zu welcher, weil sie nur $n - 1$, somit zur Bestimmung der Umfangsgeschwindigkeiten nicht ausreichende Gleichungen liefert, noch

$$v_2 = 2 v_1$$

als nahe dem vortheilhaftesten Gange des ersten Rades entsprechend hinzugenommen werde. Der Werth der durch (4) einander gleich gesetzten Producte ist dann $= v_1^{\,2}$ und

$$\Sigma E = n\mu Q\frac{v_1^{\,2}}{g} = 4n\left(\frac{v_1}{u}\right)^2 E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

mit Rücksicht auf (3), während aus (4) successive folgt:

$$v_3 = \frac{v_1^{\,2}}{v_2} + v_2 = \left(\frac{1}{2} + 2\right)v_1 = \frac{5}{2}v_1$$

$$v_4 = \frac{v_1^{\,2}}{v_3} + v_3 = \left(\frac{2}{5} + \frac{5}{2}\right)v_1 = \frac{29}{10}v_1$$

$$v_5 = \left(\frac{10}{29} + \frac{29}{10}\right)v_1 = \frac{941}{290}v_1 \text{ u. s. f.}$$

Bei $n = 2$ Rädern ist $v_3 = u$, also

$$v_1 = \frac{2}{5}u, \qquad v_2 = \frac{4}{5}u$$

$$\frac{\Sigma E - E}{E} = 4 \,.\, 2\left(\frac{2}{5}\right)^2 - 1 = 0{,}28.$$

Bei $n = 3$ Rädern ist $v_4 = u$, also

$$v_1 = \frac{10}{29}u, \qquad v_2 = \frac{20}{29}u, \qquad v_3 = \frac{25}{29}u$$

$$\frac{\Sigma E - E}{E} = 4 \,.\, 3\left(\frac{10}{29}\right)^2 - 1 = 0{,}43.$$

Bei $n = 4$ Rädern ist $v_5 = u$, also

$$v_1 = \frac{290}{941}u, \qquad v_2 = \frac{580}{941}u, \qquad v_3 = \frac{725}{941}u, \qquad v_4 = \frac{841}{941}u$$

$$\frac{\Sigma E - E}{E} = 4 \,.\, 4\left(\frac{290}{941}\right)^2 - 1 = 0{,}52.$$

Wie man sieht, kommt der mit gleichem Nutzeffect aller Räder erreichbare Effectgewinn dem oben bestimmten Maximum ziemlich nahe. Im Vergleich mit einem einzigen Rade wird er freilich abgeschwächt durch Vergrösserung des Luftwiderstandes, der Zapfenreibung und der Anlagekosten, und tritt er hauptsächlich erst hervor im Vergleich mit mehreren Rädern nebeneinander, wenn nämlich eine Theilung der Wasserkraft an und für sich schon aus anderen Gründen nöthig oder wünschenswerth ist.

Zu solcher Theilung der Wasserkraft kann auch bei anderen Arten von Wasserrädern Veranlassung vorhanden sein, wenn ein Rad zu gross ausfallen würde oder wenn verschiedene Arbeitsmaschinen durch Wasserkraft zu treiben sind, welche unabhänging von einander auf möglichst vortheilhafte Weise sollen in und ausser Betrieb gesetzt werden können. Während bei unterschlächtigen Stossrädern diese Theilung der Wasserkraft, wie sich gezeigt hat, am besten durch Theilung der durch das Gefälle erzeugten lebendigen Kraft geschieht, wäre bei den vorzugsweise unmittelbar durch das Gewicht des niedersinkenden Wassers wirkenden ober- und rückenschlächtigen Rädern der Zweck durch Theilung des Gefälles zu erzielen, wenn nicht bei solchen Rädern stets η um so kleiner wäre, je kleiner H, und wenn nicht bei der Theilung von H eine in den meisten Fällen wohl kaum erwünschte sehr verschiedene Lagerungshöhe der einzelnen Räder erforderlich würde. Es wird deshalb hier am vortheilhaftesten sein, das Gefälle H, wenn es nicht übermässig gross ist, allen Rädern unverkürzt zu erhalten und vielmehr die Wassermenge Q unter sie zu vertheilen. Bei mittel- und tiefschlächtigen Rädern kann es zweifelhafter sein, ob die Theilung von H oder von Q vorzuziehen ist; die Rücksicht auf praktische Anordnung dürfte für letzteres auch hier meistens den Ausschlag geben.

§. 26. Unterschlächtige Räder im freien Strom.

Die vermuthlich ältesten, zum Betriebe von Mühlen und von Wasserschöpfmaschinen schon im frühen Alterthume vorkommenden Wasserräder benutzen das freie Arbeitsvermögen des in Flussbetten strömenden Wassers ohne weiteren Aufstau oder weitere Einengung desselben, als es die Anordnung des Rades bis zu einem gewissen Grade von selbst mit sich bringt. Bei der hauptsächlichsten Verwendung zum Mühlenbetriebe pflegt die Radwelle von zwei prahmartig mit flachen Böden gebauten Schiffen getragen zu werden, von dem grösseren sogenannten Hausschiffe, welches das Mühlwerk enthält, und dem Wellschiffe, welches durch Balken und Laufbrücke mit jenem verbunden ist; beide zusammen liegen im Flusse vor Anker oder sind am Ufer befestigt. Die Bezeichnung solcher Räder als Schiffmühlenräder wird auch auf die ganze Gattung übertragen. Bei $R = 2 - 3$ Mtr. Halbmesser haben sie gewöhnlich eine Breite $b = 2 - 5$ Mtr. und eine Kranzbreite $a = 0{,}25\,R$ ungefähr, also $= 0{,}5 - 0{,}75$ Mtr. Der Radkranz hat dabei nur die früher erklärte und hier stets zu Grunde liegende geometrische Bedeutung, indem die ebenen und meistens radialen Schaufeln von geringerer Zahl (selten mehr als 16 bis 20) abgesehen von geeigneter Verstrebung unter sich nur an den

Radarmen (ohne Boden und Seitenwände des Kranzes) befestigt sind. Da das mit mässiger Geschwindigkeit u strömende und dem Rade zufliessende Wasser nur wenig an den Schaufeln emporsteigen, übrigens auch nach dem Stosse nicht nur nach oben, sondern nach allen Seiten ausweichen kann, ist es zulässig und passend, zur Fassung eines möglichst tiefen Wasserstroms die Schaufeln wesentlich mehr, als bis zur Hälfte ihrer Höhe a eintauchen zu lassen.

In dem allgemeinen Ausdrucke des Nutzeffects:

$$E = \gamma (Q - Q_1)(H - H_1) - E_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

kann, wie beim unterschlächtigen Stossrade im Gerinne (§. 24, Gl. 4),

$$H - H_1 = \frac{(u-v)v}{g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

gesetzt werden unter der (hier freilich weniger vollkommen zutreffenden) Voraussetzung, dass das zum Stoss gelangende Wasser durch diesen Stoss die Umfangsgeschwindigkeit v des Rades annimmt. Ausserdem ist hier

$$Q = Fu = a_1 b u \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3)$$

zu setzen, unter F die (bei verticaler Stellung) eingetauchte Schaufelfläche, a_1 die Eintauchungstiefe verstanden, während dann der verhältnissmässige Wasserverlust nur = dem zweiten Gliede des Ausdrucks (2) in §. 24:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{1}{24} \frac{e^2}{R a_1} \left(\frac{u}{u-v}\right)^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4)$$

ist, welcher dem Umstande entspricht, dass das zufliessende Wasserquantum nicht vollständig (wegen grösserer Entfernung e der aufeinander folgenden Schaufeln oft nur ziemlich unvollständig) zum Stosse gelangt. Die Einsetzung dieser Werthe (2)—(4) in Gl. (1) giebt:

$$E = \frac{\gamma F u}{g} \left[1 - \frac{1}{24} \frac{e^2}{R a_1} \left(\frac{u}{u-v}\right)^2\right] (u-v)v - E_1 \quad \ldots . (5).$$

Dem Umstande, dass das am Rande, wo es unbehindert ausweichen kann, gegen die Schaufeln treffende Wasser nicht vollkommen die Geschwindigkeit v durch den Stoss annimmt, kann durch rechnungsmässige Verkleinerung von F oder durch Vergrösserung von E_1 Rechnung getragen werden. Indessen ist, was den Ausdruck (4) betrifft, hier ausserdem (wie die betreffende Untersuchung im §. 15 erkennen lässt) die Länge des unter Wasser befindlichen Umfangsbogens des Rades

$$> e \frac{u}{u-v}$$

vorausgesetzt. Dies erfordert eine Eintauchungstiefe

$$a_1 > \frac{1}{2R}\left(\frac{e}{2}\,\frac{u}{u-v}\right)^2$$

oder eine Schaufelzahl

$$z = \frac{2\pi R}{e} > 2\pi R\left(\frac{1}{2}\,\frac{u}{u-v}\,\frac{1}{\sqrt{2Ra_1}}\right)$$

$$z > \pi\frac{u}{u-v}\sqrt{\frac{R}{2a_1}},\ \text{nahe}\ z > \frac{u}{u-v}\sqrt{\frac{5R}{a_1}}\ \ldots\ldots\ (6),$$

indem π^2 nahe $= 10$ ist. Diese Bedingung findet sich mit $z \gtreqless 10$ erfüllt, wenn

$$\frac{u}{u-v}\sqrt{\frac{5R}{a_1}} < 10, \qquad \frac{a_1}{R} > 0{,}05\left(\frac{u}{u-v}\right)^2$$

oder bei Voraussetzung des erfahrungsmässig nahe vortheilhaftesten Geschwindigkeitsverhältnisses $v = 0{,}4\,u$, wenn

$$\frac{a_1}{R} > 0{,}05\,\frac{25}{9},\ \text{d. i.}\ a_1 > 0{,}14\,R$$

ist, was mit a_1 wesentlich $> 0{,}5\,a$ und $a = 0{,}25\,R$ in der That der Fall sein wird.

Sofern der Gang des Rades von dem vortheilhaftesten nicht erheblich verschieden ist, kann in dem auf den Wasserverlust bezüglichen Factor des Ausdrucks (5) von E

$$v = 0{,}4\,u,\ \text{also}\ \left(\frac{u}{u-v}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

gesetzt werden. Mit $e = \dfrac{2\pi R}{z}$ ist er dann

$$= 1 - \frac{4{,}6\,R}{a_1 z^2},$$

und wenn ferner statt der Subtraction von E_1 das Hauptglied mit einem Factor $\mu < 1$ multiplicirt wird, welcher zugleich der unvollkommenen Stosswirkung an den Schaufelrändern Rechnung trägt, ergiebt sich

$$E = \mu\,\frac{\gamma F u}{g}\left(1 - \frac{4{,}6\,R}{a_1 z^2}\right)(u-v)\,v\ \ldots\ldots\ldots\ (7).$$

Mit der Erfahrung scheint dieser Ausdruck in ziemlich guter Uebereinstimmung zu sein, wenn

$$\mu = 0{,}88\ \text{oder}\ \frac{\mu\gamma}{g} = 90$$

gesetzt wird, also

$$E = 90\left(1 - \frac{4{,}6\,R}{a_1 z^2}\right) F u\,(u - v)\,v \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

oder auch

$$E = 90\left(1 - \frac{25}{z^2}\right) F u\,(u - v)\,v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9),$$

entsprechend $a_1 = 0{,}184\,R$ im Durchschnitt. Von der Schaufelzahl z bleibt E in hohem Grade abhängig, indem

$$\text{für } z = 10 \text{ bis } 20$$

$$90\left(1 - \frac{25}{z^2}\right) = 67{,}5 \;\; „ \;\; 84{,}4$$

sich ergiebt. Setzt man in Gl. (7)

$$\mu\left(1 - \frac{4{,}6\,R}{a_1 z^2}\right) = 0{,}88\left(1 - \frac{25}{z^2}\right) = \mu_1$$

und $v = 0{,}4\,u$, so wird

$$E = \mu_1 \frac{\gamma Q}{g} \cdot 0{,}24\,u^2 = 0{,}48\,\mu_1\,\gamma Q\,\frac{u^2}{2g},$$

entsprechend einem Wirkungsgrade

$$\eta = 0{,}48\,\mu_1 = 0{,}32 \text{ bis } 0{,}40$$
$$\text{für } z = 10 \;\; „ \;\; 20.$$

Dass er etwas grösser ist, als bei unterschlächtigen Stossrädern im Gerinne, liegt an der anderen Auffassung von Q, bei welcher Spielräume nicht in Betracht kommen, sowie daran, dass hier u eine gegebene Grösse und nicht erst mit Verlust aus einem Gefälle H zu gewinnen ist. Uebrigens ist dieses η hier ohne technisch-wirthschaftliche Bedeutung.

§. 27. Das Poncelet-Rad.

Dasselbe bezweckt dadurch eine bessere Verwerthung der durch das Gefälle ausserhalb des Rades erzeugten lebendigen Kraft des Wassers, dass dieses, indem es an der hohlen Seite passend gekrümmter Schaufeln (von Eisenblech) relativ empor- und zurückfliesst, durch stetigen Druck anstatt durch Stoss Arbeit leistet, und dass zugleich dem Wasser nach seinem Ausflusse aus dem Rade eine kleinere lebendige Kraft verbleibt, indem bei entsprechender Schaufelstellung aus der Umfangsgeschwindigkeit v des Rades und der (hier nicht verschwindend kleinen) relativen Ausflussgeschwindigkeit w_1 des Wassers eine absolute Ausflussgeschwindigkeit u_1 desselben resultiren kann, welche erheblich $< v$ ist. Der Wasserzufluss wird durch eine Spannschütze regulirt, deren Mündungshöhe die

Dicke a_1 des zufliessenden Wasserstroms bestimmt, während seine mittlere Geschwindigkeit u, bei passendem Abhange des Schussgerinnes von der Mündung bis zum Einflusse in das Rad nahe gleich bleibend, nach Gl. (7) im §. 24 auch hier

$$u = \sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}} = \sqrt{\frac{2gH}{1,15}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

gesetzt werden kann, indem mit $\zeta = 0,15$ den Widerständen der Schütze und des durch entsprechende Anordnung derselben möglichst kurz zu haltenden Schussgerinnes zusammen genügend Rechnung getragen wird.

Das Ponceletrad ist besonders für Gefälle $H = 0,75$ bis 1,5 Mtr. geeignet, findet sich aber auch bei

$$\begin{array}{rrcll}
 & H = & 0,5 & \text{bis} & 2 \text{ Mtr.} \\
\text{Dabei pflegt} & R = & 1,5 & \text{„} & 3 \text{ „ zu sein} \\
 & = & 3H & \text{„} & 1,5H \\
\text{und die Schaufelzahl} & z = & 32 & \text{„} & 48, \\
\text{entsprechend der Theilung} & e = & 0,3 & \text{„} & 0,4 \text{ Mtr.;} \\
\text{ferner} & a_1 = & 0,12 & \text{„} & 0,24 \text{ „} \\
 & = & 0,24H & \text{„} & 0,12H = 0,08R
\end{array}$$

im Durchschnitt, sofern nicht die Rücksicht auf die Radbreite b einen etwas anderen Werth von a_1 vorziehen lässt; mit der etwas grösseren Breite b_1 des Zuflussgerinnes ist nämlich a_1 durch die Gleichung verbunden:

$$Q = a_1 b_1 u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Dem Schussgerinne wird passend ein solcher Abhang α_1 gegeben, dass die das Wasser beschleunigende Componente der Schwere mit der Reibung ungefähr im Gleichgewichte ist und somit u von der Schützenmündung bis zum Rade weder wesentlich zu- noch abnimmt. In der Regel genügt dazu

$$\alpha_1 = 0,035\,(= 2^0),$$

während bei aussergewöhnlichen Verhältnissen α_1 von H und a_1 abhängig zu machen wäre. Wird z. B. nach der von Bazin aus seinen betreffenden Versuchen abgeleiteten empirischen Formel (Bd. I., §. 126, Gl. 12), unter r_1 die mittlere hydraulische Tiefe des Schussgerinnes verstanden,

$$u = \sqrt{\frac{r_1 \alpha_1}{m + \dfrac{n}{r_1}}}$$

gesetzt mit $m = 0,0002$ und $n = 0,000012$, ausserdem r_1 näherungsweise $= a_1$, so folgt

$$10000\,\alpha_1 = \frac{u^2}{a_1}\left(2 + \frac{0{,}12}{a_1}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

und mit $u^2 = \frac{2gH}{1{,}15} = 17\,H$

insbesondere für $H = 0{,}5$ bis 2 Mtr.

und $a_1 = 0{,}12$ bezw. 0,24 Mtr.

$\alpha_1 = 0{,}0212$ „ 0,0354

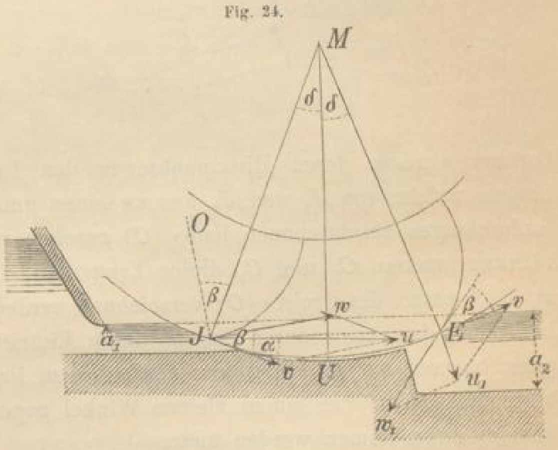
im Gradmass $= 1^0\,13'$ „ $2^0\,2'$.

Für $H = 2$ und $a_1 = 0{,}12$ dagegen ergäbe sich

$$\alpha_1 = 0{,}085\;(= 4^0\,52').$$

Unter dem Rade lässt man den Gerinneboden in eine Kröpfung übergehen, welche mit möglichst kleinem Spielraume s einen Umfangsbogen ungefähr $= 2\,e$ umfasst (Figur 24) und an welche sich ein Abfall anschliesst, der passend sobemessen wird, dass die Oberfläche des Unterwassers nahe in gleiche Höhe mit dem oberen Endpunkte des Einlaufbogens zu liegen kommt, und dass die Tiefe a_2 des abfliessenden Wassers dicht am Rade der horizontalen Componente u_2 der absoluten Austrittsgeschwindigkeit u_1 entspricht gemäss der Gleichung

Fig. 24.



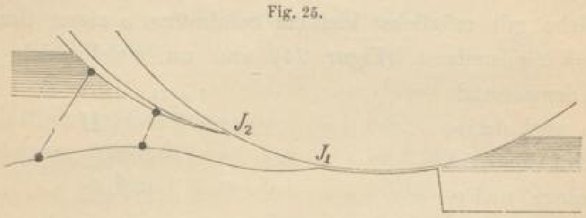
$$a_2 u_2 = a_1 u,$$

sofern nicht etwa u_2 kleiner ist, als die (wenigstens dafür zu setzende) Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser im weiteren Verlauf im Abflussgerinne fliessen soll, oder sofern nicht durch Verbreiterung der letztern die nöthige Tiefe a_2 verkleinert wird.

Das gerade Zuflussgerinne, Fig. 24, ist mit dem Nachtheil verbunden, dass die ankommenden Wasserfäden die Peripherie des Rades in den verschiedenen Punkten des Einlaufbogens unter verschiedenen Winkeln schneiden, im unteren Endpunkte unter erheblich kleinerem, als im oberen, während eine bestimmte Grösse α dieses Winkels erforderlich ist, um das

Wasser ohne Stoss gegen die Schaufeln einfliessen zu lassen, nämlich die relative Zuflussgeschwindigkeit w = der Resultanten von u und $-v$ tangential an das betreffende Schaufelprofil zu richten. Diese Verhältnisse werden verbessert durch passende Krümmung des Gerinnebodens (Fig. 25) und des (in solchem Falle eisernen) Schutzbrettes, welches letztere bis dicht an das Rad herangeführt und durch Lenkstangen mit dem Gerinneboden verbunden ist, so dass dadurch zugleich eine sehr leichte Beweglichkeit desselben erreicht wird und eine Führung des Wassers bis zum Rade von oben und unten zwischen Leitflächen. Die Profile der letzteren schneiden die Radperipherie in den Endpunkten J_1 und J_2 des Einlaufbogens unter gleichen Winkeln α, wenn sie in diesen Punkten von Kreisen

Fig. 25.



berührt werden, deren Mittelpunkte in den Tangenten J_1C_1 und J_2C_2 liegen, welche von J_1 und J_2 aus an einen um den Mittelpunkt M des Radumfanges beschriebenen Kreis (C) gezogen werden, z. B. in den Berührungspunkten C_1 und C_2 dieser Tangenten, indem etwa jene Profile als Evolventen des Kreises (C) verzeichnet werden. Letzterer ist dadurch bestimmt, dass seine durch den mittleren Eintrittspunkt J gehende Tangente normal zur Richtung von u in diesem Punkte sein muss, welche horizontal oder unter einem kleinen Winkel gegen den Horizont abwärts geneigt angenommen werden kann. —

Zur Gewinnung eines Ausdruckes für den Wirkungsgrad werde vorläufig angenommen, dass alle Wassertheilchen sich ebenso bewegen, wie ein im Punkte J einfliessendes isolirtes Theilchen, wenn bei seinem Eintritte eine Schaufel eben diesen Punkt J passirt hat. Damit das Wassertheilchen sich in Berührung mit der concaven Schaufelfläche an dieser entlang bewege, ohne einen Stoss gegen sie ausgeübt und dadurch einen Verlust an äusserem Arbeitsvermögen erlitten zu haben, muss der Radumfang von der relativen Eintrittsgeschwindigkeit w unter demselben Winkel β geschnitten werden wie vom Schaufelprofil, muss also

$$u \sin(\beta - \alpha) = v \sin \beta \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

sein, welche Gleichung unmittelbar ausdrückt, dass die zur Schaufel normal gerichteten Componenten von u und v in gleichem Sinne gleich gross sind. Mit der relativen Geschwindigkeit

$$w = u \cos(\beta - \alpha) - v \cos \beta$$

beginnt dann das Wasser an der Schaufel entlang aufwärts zu fliessen, während sie mit dem Rade sich um dessen Axe dreht, bis die relative Geschwindigkeit $= 0$ geworden ist durch die gleichzeitige Wirkung der Schwere und der Centrifugalkraft als erster Ergänzungskraft der relativen Bewegung. (Die zweite, stets normal zur relativen Geschwindigkeit, ändert ihre Grösse nicht.) Das Zurückfliessen längs der Schaufel wird durch dieselben Kräfte beschleunigt, und wenn nun die Anordnung so getroffen ist, dass der Austrittspunkt E in gleicher Höhe mit dem Eintrittspunkte J liegt, so ist, abgesehen von der Reibung des Wassers an der Schaufel und von der gegenseitigen Störung der Wassertheilchen in ihrer Bewegung, die oben mit w_1 bezeichnete relative Austrittsgeschwindigkeit wieder $= w$. Unter u_1 die entsprechende absolute Austrittsgeschwindigkeit, ferner unter Q_1 den hier nur durch den Spielraum zwischen Rad und Gerinne verursachten Wasserverlust pro Sek. und unter E_1 den Effectverlust durch Nebenwiderstände verstanden, welche hier wesentlich auch die erwähnten Widerstände der relativen Bewegung des Wassers in den Schaufelräumen in sich begreifen, ist der Nutzeffect

$$E = \gamma (Q - Q_1) \frac{u^2 - u_1^2}{2g} - E_1$$

oder wegen

$$u^2 = v^2 + w^2 + 2vw \cos \beta$$
$$u_1^2 = v^2 + w^2 - 2vw \cos \beta$$

also

$$u^2 - u_1^2 = 4vw \cos \beta = 4v (u \cos \alpha - v)$$

und mit den im §. 24 benutzten Bezeichnungen

$$\sigma = \frac{Q_1}{Q} \text{ und } \vartheta = \frac{E_1}{E_0}$$

$$E = \gamma Q (1 - \sigma) \frac{2 (u \cos \alpha - v) v}{g} - \vartheta E_0$$

$$\eta = (1 - \sigma) \frac{2 (u \cos \alpha - v) v}{gH} - \vartheta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Die Vergleichung mit dem Ausdrucke (5) im §. 24 lässt erkennen, dass ohne ϑ dieser Wirkungsgrad nahe doppelt so gross ist wie beim unterschlächtigen Stossrade, da α so klein gemacht werden kann ($< 20^0$), dass $\cos \alpha$ nahe $= 1$ ist; freilich ist ϑ hier grösser.

Wäre ϑ ebenso, wie es von σ angenommen werden kann, unabhängig von v, so wäre nach (5) bei gegebenen Werthen von H, u, α

$$\eta = max \text{ für } v = \frac{u \cos \alpha}{2}.$$

Aus Versuchen von Poncelet, Morin u. A. ist jedoch zu schliessen, dass thatsächlich hier im Durchschnitt

$$v = 0{,}5\sqrt{2gH} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (6)$$

dem Maximum von η entspricht, nach Gl. (1) also das Geschwindigkeitsverhältniss

$$\frac{u}{v} = \frac{1}{0{,}5\sqrt{1{,}15}} = \frac{1}{0{,}536} = 1{,}866 \quad \ldots \ldots \ldots (7).$$

Für diesen vortheilhaftesten Gang des Rades ist in (5)

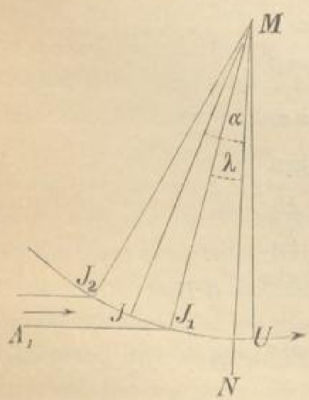
$$\frac{2(u\cos\alpha - v)v}{gH} = 2\left(\frac{u}{v}\cos\alpha - 1\right)\frac{v^2}{gH} = 1{,}866\cos\alpha - 1,$$

etwa $= 0{,}8$ mit $\alpha = 15^0 15'$, somit

$$\eta = 0{,}8(1-\sigma) - \vartheta \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (8).$$

Eine nähere theoretische Bestimmung von η ist kaum thunlich. Lässt sich auch σ nahe = dem Verhältnisse der Spaltweite s zur Strahldicke a_1 setzen, so entzieht sich doch ϑ einer zuverlässigen Vorausbestimmung durchaus mit Rücksicht auf die Natur der mancherlei störenden Einflüsse, welchen dieses Glied Rechnung zu tragen hat. Erfahrungsmässig kann bei passender Anordnung und bei nahe günstigstem Gange auf $\eta = 0{,}6$ bis $0{,}65$ gerechnet werden.

Fig. 26.



Wichtig ist aber beim Ponceletrade die Feststellung der Beziehungen zwischen den Radelementen, welche einen möglichst grossen Wirkungsgrad erwarten lassen; diese Elemente sind zu mannichfaltig, als dass ihre besten Verhältnisse lediglich durch Versuche zu finden wären.

1) Eine erste solche Beziehung entspricht der Forderung, dass die Kröpfung des Gerinnebodens einen angemessenen Umfangsbogen des Rades ungefähr $= 2e =$ der doppelten Theilung umfasse. Ist $J_1 J_2$ in Fig. 26 der Einlaufbogen, J sein Mittelpunkt, $A_1 J_1$ das Profil des Schussgerinnebodens, unter dem oben besprochenen kleinen Winkel $\alpha_1 = 2^0$ im

Durchschnitt gegen den Horizont geneigt, MN normal zu A_1J_1 (Winkel $UMN = \alpha_1$), so soll also, wenn MN als Mittellinie der Kröpfung angenommen wird,

$$\text{Winkel } NMJ_1 = \lambda \text{ ungefähr } = \frac{e}{R} = \frac{2\pi R}{z} \quad \ldots\ldots (9)$$

sein, während der Winkel $NMJ = \alpha$ ist, indem seine Schenkel MN und MJ normal bezw. zu den Geschwindigkeitsrichtungen u und v im Punkte J sind. Der Winkel NMJ_2 ist dann

$$= \lambda + 2(\alpha - \lambda) = 2\alpha - \lambda$$

und somit die Dicke a_1 des zufliessenden Wasserstroms = dem Abstande des Punktes J_2 von A_1J_1:

$$a_1 = R[\cos\lambda - \cos(2\alpha - \lambda)].$$

Mit Rücksicht auf eine bekannte goniometrische Formel folgt daraus

$$\frac{a_1}{R} = 2\sin\alpha\sin(\alpha - \lambda) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

2) Die wenigstens erforderliche Kranzbreite a ferner, damit das in einen Schaufelraum eingeflossene Wasser nicht über den inneren Schaufelrand weg fliessen oder im Falle eines Radbodens nicht durch diesen in seiner Bewegung gehemmt werden könne, ergiebt sich durch folgende Ueberlegung, wieder zunächst bezüglich der Bewegung eines isolirten Wassertheilchens, welches im Punkte J einfliesst, nachdem eine Schaufel eben vorbeigegangen ist. Die relative Bewegung dieses Wassertheilchens an der Schaufel wird verzögert durch die vereinigte Wirkung der Schwere und der Centrifugalkraft, deren Richtungen bezw. vertical und radial, und deren Grössen pro Masseneinheit

$$\text{bezw.} = g \text{ und } = \frac{v^2}{R^2}x.$$

sind, unter x die augenblickliche Entfernung des Theilchens von der Radaxe verstanden. Bezeichnet also r den im Augenblicke seiner relativen Ruhe erreichten Minimalwerth von x, ε den Winkel, welchen der nach der betreffenden Stelle gezogene Radius mit der Verticalen MU (Fig. 26) bildet, und δ den Winkel $UMJ = \alpha + \alpha_1$, so ist

$$R\cos\delta - r\cos\varepsilon$$

die von J aus erreichte Höhe, also abgesehen von Reibung und sonstigen Widerständen r bestimmt durch die Gleichung:

$$\frac{w^2}{2} = g(R\cos\delta - r\cos\varepsilon) + \int_r^R \frac{v^2}{R^2}x\,dx.$$

Aus derselben folgt:

$$w^2 = 2\,g\,R\left(\cos\delta - \frac{r}{R}\cos\varepsilon\right) + v^2\,\frac{R^2 - r^2}{R^2}$$

oder wegen $w^2 = u^2 + v^2 - 2\,u\,v\cos\alpha$

$$\frac{w^2 - v^2}{v^2} = \frac{u\,(u - 2\,v\cos\alpha)}{v^2} = \frac{2\,g\,R}{v^2}\left(\cos\delta - \frac{r}{R}\cos\varepsilon\right) - \frac{r^2}{R^2}$$

und mit Rücksicht auf (6) und (7):

$$\frac{r^2}{R^2} + 4\,\frac{R}{H}\cos\varepsilon\,.\,\frac{r}{R} = 4\,\frac{R}{H}\cos\delta - 1{,}866\,(1{,}866 - 2\cos\alpha).$$

Da δ nur wenig $> \alpha$ und ε jedenfalls ein sehr kleiner Winkel ist, setzt man beide Seiten der gewonnenen Gleichung nur sehr wenig zu gross mit

$$\cos\delta = \cos\alpha \text{ und } \cos\varepsilon = 1,$$

was darauf hinauskommt, die von J aus erreichte Höhe des Wassertheilchens

$$= R\cos\alpha - r$$

zu setzen. Die Gleichung für r wird dadurch:

$$\left(\frac{r}{R}\right)^2 + 4\,\frac{R}{H}\cdot\frac{r}{R} = \left(4\,\frac{R}{H} + 3{,}73\right)\cos\alpha - 3{,}48 \;.\;.\;.\;.\;.\; (11).$$

Der daraus folgende Minimalwerth $= R - r$ der Kranzbreite a genügt indessen noch nicht aus verschiedenen Gründen. Zunächst ist zu bedenken, dass ein bei J_2 (Fig. 26) eintretendes isolirtes Wassertheichen höher hinauf bis zu einer kleineren Entfernung r von der Radaxe gelangt, welche näherungsweise aus (11) gefunden würde, wenn darin α durch den Winkel NMJ_2 (Fig. 26) $= 2\alpha - \lambda$ ersetzt wird. Auch werden die bei J_2 zuerst in den Schaufelraum eingetretenen Wassertheilchen, wenn sie für sich allein zu relativer Ruhe gelangt sein würden, thatsächlich an ihrer rückläufigen Bewegung durch das nachfolgende Wasser zunächst noch gehindert; sie werden durch letzteres noch etwas weiter aufwärts in den Schaufelraum hineingedrängt. Dem Ergebnisse dieser zusammengesetzten und theoretischer näherer Prüfung unzugänglichen Umstände wird man voraussichtlich wenigstens nahe kommen mit der Annahme, dass die ganze Wasserfüllung eines Schaufelraums gleichzeitig seine rückläufige Bewegung beginnt in einem Augenblicke, in welchem sie sich zur Hälfte innerhalb, zur Hälfte ausserhalb der mit dem Rade coaxialen Cylinderfläche befindet, deren Halbmesser r durch (11) bestimmt ist. Nun ist abgesehen von Q_1 pro Längeneinheit der Radbreite das Wasservolumen eines Schaufelraumes $= a_1\,u\,\frac{e}{v}$, und wenn man selbst günstigsten Falles annimmt, dass im Augenblicke der Bewegungsumkehr die innere Hälfte desselben den Raum zwischen beiden Schaufeln, der hier eine mittlere Weite etwas $< \frac{r}{R} e$ normal zum Radius gemessen besitzt, ganz ausfüllt, so ergiebt sich die Strecke, um welche das Wasser die Cylinderfläche zum Halbmesser r nach radialer Richtung einwärts überschreitet, etwas

$$> \frac{1}{2} a_1 u \frac{e}{v} : \frac{r}{R} e, \text{ d. i.} > \frac{a_1}{2} \frac{u}{v} \frac{R}{r},$$

nach (7) etwas $> 0{,}93\, a_1 \frac{R}{r}$, nahe $= a_1 \frac{R}{r}$. Für die Kranzbreite folgt also schliesslich die Bedingung:

$$a > R - r + a_1 \frac{R}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

mit dem durch (11) bestimmten Werthe von r = der positiven Wurzel dieser Gleichung.

3) Wichtig ist auch die passende Wahl der Schaufelform, bezw. des Krümmungshalbmessers ϱ des, wie üblich, als Kreisbogen anzunehmenden Profils der cylindrischen Schaufelfläche. Er ist davon abhängig zu machen, dass das Wasser, indem es in einem Schaufelraume hin- und zurückfliesst, durch eine resultirende Kraft beständig gegen die hohle Seite der ihn begrenzenden vorderen Schaufel gedrängt und somit, durch sie geführt, eine möglichst regelrechte zwangläufige strömende Bewegung behalte. Solche Unregelmässigkeiten, welche von gegenseitigen Störungen der Wassertheilchen herrühren, sind freilich unvermeidlich, und kann es sich hier wieder nur um die Bewegung eines als materieller Punkt zu betrachtenden isolirten Theilchens handeln, dessen Normaldruck N auf seine Leitfläche beständig positiv, nämlich nach vorn gegen die hohle Seite hin gerichtet bleiben soll.

Ist K die bewegende Kraft eines solchen an einer Fläche beweglichen Punktes (an ihrer concaven Seite, wie dem vorliegenden Falle entsprechend angenommen werde), so ist seine Bewegung abgesehen von Reibung identisch mit der durch die Kräfte K und $-N$ bestimmten freien Bewegung, unter $-N$ eine dem Normaldrucke N entgegengesetzt gleiche Kraft verstanden. Indem die resultirende Kraft $= Res. (K, -N)$ des frei beweglichen Punktes auch in eine Centripetalkraft P und Tangentialkraft T zerlegt werden kann, ist

$$Res. (K, -N) = Res. (P, T),$$

wo das Zeichen $\equiv$ die Aequivalenz, nämlich die Uebereinstimmung nach Grösse und Richtung bedeuten soll. Daraus folgt, dass die Kräfte

$$K, \ -N, \ -P, \ -T$$

an dem materiellen Punkte sich Gleichgewicht halten. Indem dann ede von ihnen, in entgegengesetztem Sinne genommen, den übrigen zusammen äquivalent ist, ergiebt sich, falls mit F die Centrifugalkraft $= -P$ bezeichnet wird,

$$N \equiv Res.(K, \ F, \ -T).$$

Werden K, F in die zur Fläche normalen Componenten K_n, F_n und in tangentiale Componenten zerlegt, so sind also letztere mit $-T$ im Gleichgewicht und ist

$$N = F_n \pm K_n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13).$$

F_n und K_n sind absolut verstanden. Vor K_n gilt das obere oder untere Zeichen, jenachdem diese Kraftcomponente gegen die hohle Seite der Fläche hin oder umgekehrt gerichtet ist, also ohne die stets in ersterem Sinne wirkende Kraftcomponente F_n einem positiven oder negativen Werthe des algebraisch verstandenen Normaldruckes N entsprechen würde.

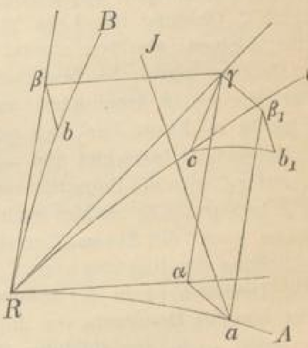
Hat die Leitfläche, wie hier die Schaufelfläche, eine eigene Bewegung, so kann diese in jedem Zeitelement als zusammengesetzt betrachtet werden aus der Translation eines mit der Fläche fest verbundenen Punktes S und aus der Rotation mit einer gewissen Winkelgeschwindigkeit ω um eine durch S gehende augenblickliche Drehaxe (Momentanaxe); je nach der Wahl von S ist die Translation von verschiedener Grösse und Richtung, die Momentanaxe von verschiedener Lage, aber die Richtung der letzteren und die Winkelgeschwindigkeit ω bleiben unverändert. In solchem Falle ist F die relative Centrifugalkraft, K die relative bewegende Kraft des materiellen Punktes. Letztere ist die Resultante der absoluten bewegenden Kraft und von zwei sogenannten Ergänzungskräften, welche nämlich hinzugedacht werden müssen, um die relative Bewegung gerade so zur Folge zu haben, als ob sie eine absolute Bewegung wäre. Pro Masseneinheit des materiellen Punktes ist die erste Ergänzungskraft gleich gross und entgegengesetzt gerichtet der Beschleunigung des mit ihm augenblicklich zusammenfallenden Leitflächenpunktes, die zweite $= 2\,\omega w'$, wenn ω die augenblickliche Winkelgeschwindigkeit der Fläche um die Momentanaxe, w' die Projection der augenblicklichen relativen Geschwindigkeit w des materiellen Punktes gegen die Leitfläche auf eine zur Momentanaxe senkrechte Ebene E bedeutet; die Richtung dieser zweiten Ergänzungskraft ergiebt sich, wenn die Richtung von w' in der Ebene E entgegengesetzt dem Drehungssinne von ω um 90^0 gedreht wird.*

---

* Der hier benutzte Satz, betreffend die relative Bewegung eines materiellen Punktes P in Beziehung auf ein selbst in Bewegung begriffenes starres System, ist von so grosser Bedeutung für manche Probleme der Maschinenlehre und wird im Folgenden so oft in Betracht kommen, dass seine Begründung hier beigefügt werden mag.

S sei der Punkt des Systems, mit welchem zur Zeit t der materielle Punkt P im Punkte R des absoluten Raumes zusammenfällt. In diesem sei RA (Fig. 27) die Bahn von S, ihr Bogenelement Ra der Weg im Zeitelement dt, $R\alpha$ der Weg, welchen S in demselben Zeitintervall dt in der Tangente (an RA in R) mit der Geschwindigkeit v durchlaufen haben würde, welche S am Orte R, also zur Zeit t besitzt. Die Gerade αa, unendlich klein zweiter Ordnung, heisst die Deviation in der absoluten Bewegung von S; sie stimmt der Richtung nach mit der Beschleunigung zur Zeit t überein, ihre Grösse ist = dieser Beschleunigung multiplicirt mit $\frac{dt^2}{2}$.

Fig. 27.



RB sei die Lage der relativen Bahn von P im System zur Zeit t, Rb der Weg in ihr während dt, $R\beta$ der Weg, welcher gleichzeitig in der Tangente (an RB in R) mit der augenblicklichen relativen Geschwindigkeit w von P durchlaufen sein würde; βb ist dann die Deviation in der relativen Bewegung von P.

Nun ist die Diagonale $R\gamma$ des Parallelogramms über $R\alpha$ und $R\beta$ der Weg, welchen P während dt mit der augenblicklichen (dem Orte R oder Zeitmoment t entsprechenden) absoluten, aus v und w zusammengesetzten, Geschwindigkeit durchlaufen hätte; sie berührt die absolute Bahn RC von P im Punkte R. Die Gerade γc ist die Deviation in der absoluten Bewegung von P, wenn c der Ort dieses Punktes im absoluten Raume zur Zeit $t + dt$ ist. Derselbe ergiebt sich durch folgende Erwägung.

Denkt man zunächst das System während dt unbewegt, so kommt P im absoluten Raume von R nach b. Dann führe das System, während P mit ihm fest verbunden bleibt, seine Elementarbewegung aus, welche zerlegt werden kann in eine Translation, durch welche S von R nach a kommt, und in eine Drehung $= \omega dt$ um die betreffende Momentanaxe aJ; die Richtung der letzteren in Fig. 27 entspricht zugleich dem Sinn der Drehung in üblicher Weise, indem sie nämlich rechtläufig sein soll für ein von J nach a blickendes Auge. Da die Verschiebung Ra in $R\alpha$ und αa zerlegt werden kann, gelangt durch sie β nach β_1, also b (mit P) nach b_1, wenn $\gamma\beta_1$ parallel und $= \alpha a$, $\beta_1 b_1$ parallel und $= \beta b$ ist. In Folge der Drehung $= \omega dt$ um aJ durchläuft dann noch P einen Kreisbogen $b_1 c$, der als gerade Linie

Im vorliegenden Falle kann von vornherein angenommen werden, dass das Wassertheilchen sich in einem Profil der Schaufelfläche (einem Kreisbogen zum Halbmesser ϱ), also in einer zur Radaxe senkrechten Ebene bewegt; diese ist eine Ebene E, indem die Schaufel um die Radaxe mit der constanten Winkelgeschwindigkeit ω rotirt. Unter diesen Umständen ist F_n identisch mit F, w' identisch mit w; die erste Ergänzungskraft ist radial auswärts gerichtet und pro Masseneinheit $= \omega^2 x$ in der Entfernung x von der Radaxe, die zweite Ergänzungskraft, pro Masseneinheit $= 2\,\omega w$, ist normal zur Schaufel wie F, jedoch nicht wie F stets gegen die Schaufel hin, sondern gegen sie hin oder umgekehrt gerichtet,

---

betrachtet werden kann, senkrecht zur Ebene Jab_1 und in der Figur nach vorn gerichtet. Weil übrigens $a\beta_1 = R\beta$ unendlich klein 1. Ordnung, $\beta_1 b_1 = \beta b$ unendlich klein 2. Ordnung ist, kann mit Vernachlässigung von verhältnissmässig unendlich kleinen, also von absolut unendlich kleinen Grössen 3. Ordnung für den bei der Drehung von b_1 beschriebenen Bogen, welcher selbst unendlich klein 2. Ordnung ist, der von β_1 beschriebene substituirt werden, oder es kann die Gerade $b_1 c$ als senkrecht zur Ebene $Ja\beta_1$ (als senkrecht zur Momentanaxe aJ und zur relativen Geschwindigkeit w) betrachtet und $= p\omega dt$ gesetzt werden, wenn p das Perpendikel von β_1 auf aJ oder die Projection von $a\beta_1 = R\beta = w\,dt$ auf eine zu aJ senkrechte Ebene E bedeutet. Es ist also auch $b_1 c = w'dt \,.\, \omega dt = \omega w' dt^2$, unter w' die Projection von w auf die Ebene E verstanden, und ergiebt sich die Richtung von $b_1 c$ durch Drehung der Richtung von w' in E um 90^0 im Sinne von ω.

Die Deviation γc in der zusammengesetzten oder absoluten Bewegung von P erscheint nun als Resultante von drei Strecken: 1) $\gamma\beta_1$ gleich und gleich gerichtet der Deviation αa in der absoluten Bewegung des mit P augenblicklich zusammenfallenden Systempunktes S, 2) $\beta_1 b_1$ gleich und gleich gerichtet der Deviation βb in der relativen Bewegung von P, 3) $b_1 c = \omega w' dt^2$, gerichtet wie die Projection w' der relativen Geschwindigkeit w auf eine zur Momentanaxe senkrechte Ebene nach der Drehung in dieser um 90^0 im Sinne der Winkelgeschwindigkeit ω des Systems um die Momentanaxe. Wegen

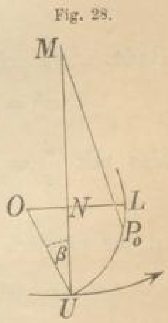
$$\text{Deviation} = \text{Beschleunigung mal } \frac{dt^2}{2}$$

ist die absolute Beschleunigung von P entsprechend zusammengesetzt aus der absoluten Beschleunigung von S, der relativen Beschleunigung von P und aus einer Beschleunigung $= 2\,\omega w'$, gerichtet wie von $b_1 c$ angegeben.

Weil endlich in dem räumlichen Viereck $\gamma\beta_1 b_1 c\gamma$ sich $\beta_1 b_1$ als Resultante von $\beta_1\gamma$, γc und cb_1 darstellt, ist die relative Beschleunigung (relative bewegende Kraft pro Masseneinheit) des Punktes P die Resultante der absoluten Beschleunigung dieses Punktes, der entgegengesetzt genommenen Beschleunigung des mit ihm augenblicklich zusammenfallenden Systempunktes und einer Beschleunigung $= 2\,\omega w'$, deren Richtung sich ergiebt, indem die Projection w' der relativen Geschwindigkeit von P auf eine zur Momentanaxe des Systems senkrechte Ebene in dieser um 90^0 gedreht wird entgegengesetzt dem Sinne der Winkelgeschwindigkeit ω des Systems um jene Momentanaxe.

jenachdem das Wassertheilchen sich einwärts oder auswärts an ihr entlang bewegt. Erstere Ergänzungskraft heisse die absolute, letztere die zusammengesetzte Centrifugalkraft. Indem endlich die absolute bewegende Kraft bei Abstraction von Reibungswiderständen lediglich in der Schwerkraft besteht, ist nach (13) hier der Normaldruck eines Wassertheilchens gegen die betreffende Schaufel = der algebraischen Summe der relativen und der zusammengesetzten Centrifugalkraft, sowie der zur Schaufel normal gerichteten Componenten der Schwerkraft und der absoluten Centrifugalkraft. Während das Wassertheilchen an der Schaufel aufwärts fliesst, sind die zwei ersten dieser vier Einzelkräfte normal gegen die Schaufel hin gerichtet, welche auch gegen die Richtungen der Schwerkraft und der absoluten Centrifugalkraft sich noch in günstigerer Lage befindet, als bei der rückläufigen Bewegung des Theilchens. Es genügt deshalb, für letztere durch passende Wahl von ϱ einen positiven (nach vorn gerichteten) Normaldruck zu sichern. Indem sich annehmen lässt, dass dieser Forderung für die ganze rückgängige Bewegung genügt sein wird, wenn es mit einem mässigen Ueberschusse von Sicherheit für den Anfang und das Ende derselben der Fall ist, werde zunächst jener Anfang, nämlich der Augenblick betrachtet, in welchem das Wassertheilchen in relativer Ruhe gegen das Rad sich am meisten dessen Axe genähert hat.

Fig. 28.



Die betreffende Schaufel ist dann nur sehr wenig von ihrer tiefsten Lage UL, Fig. 28, entfernt. In dieser Figur bedeutet P_0 die relative Ruhelage des Theilchens, O den Mittelpunkt des Kreises zum Radius ϱ, von welchem UL ein Bogen ist, ONL eine horizontale, also zu MU senkrechte Gerade. Mit $w = 0$ sind im fraglichen Augenblicke auch die relative und zusammengesetzte Centrifugalkraft $= 0$. Die Schwerkraft würde einen positiven Normaldruck bewirken, wenn P_0 unter L, die absolute Centrifugalkraft allein, wenn P_0 unter dem Punkte läge, in welchem das Schaufelprofil oberhalb L von einer durch M gehenden Geraden berührt wird. Mit Rücksicht auf beide Kräfte zusammen gewährt also die Forderung

$$MP_0 > ML$$

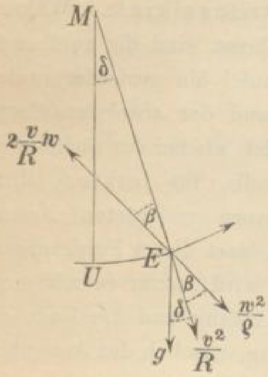
eine überschüssige Sicherheit. Für ein mittleres Theilchen der Wasserfüllung des betreffenden Schaufelraums wäre dabei $MP_0 =$ der durch (11) bestimmten Strecke r zu setzen. Mit Rücksicht auf die vorderen Theilchen ist es aber rathsamer, MP_0 nach (12) nicht grösser als $r - a_1$ zu nehmen, und ergiebt sich so, wie aus Fig. 28 leicht ersichtlich ist, die folgende einer wenigstens erforderlichen Grösse von ϱ entsprechende Bedingung:

$$(r - a_1)^2 > (R - \varrho \cos\beta)^2 + (\varrho - \varrho \sin\beta)^2$$

$$(r - a_1)^2 > R^2 - 2 R \varrho \cos\beta + 2 \varrho^2 (1 - \sin\beta)$$

$$\left(\frac{\varrho}{R}\right)^2 (1 - \sin\beta) - \frac{\varrho}{R}\cos\beta + \frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{r - a_1}{R}\right)^2\right] < 0 \quad \ldots (14).$$

Fig. 29.



Zu Ende der rückläufigen Bewegung des mittleren Wassertheilchens an der Stelle E (Fig. 29) ist seine relative Geschwindigkeit abgesehen von Widerständen wieder $= w$ wie beim Eintritte bei J (Figur 24). Die betreffenden Richtungen der den Normaldruck bedingenden vier Einzelkräfte sind in Fig. 29 durch Pfeile angedeutet und die Grössen pro Masseneinheit beigeschrieben. Es ergiebt sich daraus die Forderung:

$$2\frac{v}{R}w < \frac{w^2}{\varrho} + \frac{v^2}{R}\cos\beta + g\cos(\beta + \delta),$$

welche übrigens bei günstigem Gange des Rades stets erfüllt ist. Wegen

$$w^2 = u^2 + v^2 - 2uv\cos\alpha = \left(\frac{u^2}{v^2} + 1 - 2\frac{u}{v}\cos\alpha\right)v^2,$$

also mit $\frac{u}{v} = 1{,}866$ nach (7) wegen

$$w^2 = (4{,}48 - 3{,}73\cos\alpha)\,v^2 = \mu v^2$$

ist ihr nämlich die Form zu geben:

$$\frac{2\sqrt{\mu}}{R}v^2 < \frac{\mu v^2}{\varrho} + \frac{v^2}{R}\cos\beta + g\cos(\beta + \delta)$$

$$2\sqrt{\mu} < \mu\frac{R}{\varrho} + \cos\beta + \frac{gR}{v^2}\cos(\beta + \delta)$$

oder mit $v^2 = \frac{gH}{2}$ nach (6):

$$\frac{R}{\varrho} > \frac{1}{\mu}\left[2\sqrt{\mu} - \cos\beta - 2\frac{R}{H}\cos(\beta + \delta)\right] \quad \ldots\ldots (15).$$

Durch diese Bedingung wird aber die zulässige Grösse von ϱ, wenn überhaupt, dann um so mehr eingeschränkt, je kleiner

$$\mu, \quad \frac{R}{H}, \quad \cos\beta \text{ und } \cos(\beta + \delta)$$

sind, und da

$$\mu > 0{,}8\,(\alpha > 9^0\,21'), \text{ nahe } \sqrt{\mu} > 0{,}9$$
$$\frac{R}{H} > 1{,}5, \quad \cos\beta > 0{,}8\,(\beta < 36^0\,52'),$$
$$\cos(\beta + \delta) > 0{,}54\,(\beta + \delta < 57^0\,19')$$

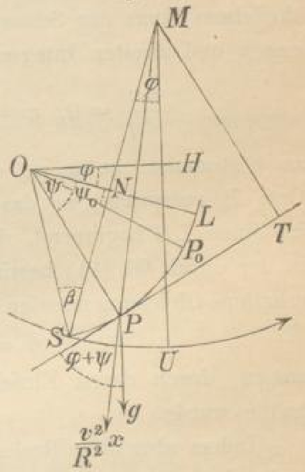
ist, folgt

$$\frac{R}{\varrho} > \frac{1}{0{,}8}(1{,}8 - 0{,}8 - 1{,}62),$$

wodurch thatsächlich ϱ nicht beschränkt wird. Die hier in Rede stehende Rücksicht führt also nur zur Grenzbedingung (14) für die Schaufelkrümmung.

4) Endlich bleibt der den bisherigen Erwägungen zu Grunde liegenden Voraussetzung gleicher Höhenlage der Punkte J und E (Fig. 24), in welchen das mittlere Wassertheilchen einer Schaufelraumfüllung ein- und austritt, durch eine Bedingungsgleichung zu entsprechen. Sie erfordert die Feststellung der Beziehung zwischen gleichzeitigen Wegen des Wassertheilchens längs der Schaufel und eines Schaufelpunktes in Beziehung auf die Erde. Zu dem Ende sei, während das Theilchen (abgesehen von störenden Einflüssen der übrigen, sowie von Reibungswiderständen) an der Schaufel SL emporsteigend sich in P (Fig. 30) befindet,

Fig. 30.



Winkel $UMS = HOL = \varphi$

(OH horizontal, ONL normal zu MS),

Winkel $LOP = \psi$, Strecke $MP = x$, MT parallel OP, PT normal dazu, also Tangente von SL. Die Beschleunigung des Wassertheilchens in seiner kreisförmigen relativen Bahn SL, welche einerseits $=$ Radius mal Winkelbeschleunigung um $O = \varrho\,\frac{d^2\psi}{dt^2}$ ist (positiv im Sinne LS), ist auch $=$ der Summe der nach TP gerichteten Componenten der vertical gerichteten Beschleunigung der Schwere und der im Sinne MP gerichteten absoluten Centrifugalbeschleunigung, indem die zusammengesetzte Centrifugalbeschleunigung ebenso wie der Bahnwiderstand als senkrecht zur Bahn ohne Antheil sind. Es ist also

$$\varrho\,\frac{d^2\psi}{dt^2} = g\cos(\varphi + \psi) + \frac{v^2}{R^2}\,x\cos(MPT)$$

oder wegen

$$x \cos(MPT) = MN . \cos\psi + NO . \sin\psi$$

$$\varrho \frac{d^2\psi}{dt^2} = g \cos(\varphi + \psi) + \frac{v^2}{R^2}[(R - \varrho\cos\beta)\cos\psi + \varrho\sin\beta\sin\psi] \quad (16).$$

Von den drei Veränderlichen φ, ψ, t dieser Gleichung wird t durch Multiplication mit

$$\frac{dt^2}{d\varphi^2} = \frac{R^2}{v^2}$$

eliminirt. (Es ist nämlich $v\,dt = -R\,d\varphi$ = dem Wegelement des Schaufelpunktes S.) Sie geht dadurch über in:

$$\varrho \frac{d^2\psi}{d\varphi^2} = g\frac{R^2}{v^2}\cos(\varphi + \psi) + (R - \varrho\cos\beta)\cos\psi + \varrho\sin\beta\sin\psi \quad (17).$$

Hieraus wäre nun streng genommen durch zweifache Integration eine endliche Gleichung zwischen φ und ψ abzuleiten, welche Winkel gleichzeitige Wege des Schaufelpunktes S gegen die Erde und des Wassertheilchens längs der Schaufel bestimmen; dabei wären die Constanten der ersten und zweiten Integration durch die zusammengehörigen Werthe

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = 0,\quad \psi = \psi_0 \quad \text{und} \quad \varphi = \delta,\quad \psi = 90^0 - \beta$$

zu bestimmen, unter ψ_0 den Winkel LOP_0 verstanden, welcher dem Orte P_0 entspricht, wo das Wassertheilchen, seine rückläufige Bewegung im Sinne LS beginnend, sich in relativer Ruhe an der Schaufel befindet in der durch Gl. (11) bestimmten Entfernung r von M. In die dann so erhaltene Gleichung müssten schliesslich auch die zusammengehörigen Werthe

$$\varphi = -\delta,\quad \psi = 90^0 - \beta$$

passen, durch deren Einsetzung die gesuchte Bedingungsgleichung erhalten würde.

Indem aber diese Rechnung mit kaum überwindlichen Schwierigkeiten verbunden wäre, mag näherungsweise in Gl. (16) $\varphi = 0$ gesetzt werden, gleich als ob, was die Wirkung der Schwere betrifft, bei der Bewegung des Wassertheilchens längs der Schaufel dieselbe sich beständig in ihrer tiefsten Lage befände. Die dadurch erhaltene Gleichung:

$$\varrho \frac{d^2\psi}{dt^2} = \left[g + \frac{v^2}{R^2}(R - \varrho\cos\beta)\right]\cos\psi + \frac{v^2}{R^2}\varrho\sin\beta\sin\psi$$

entspricht einer gleich grossen Zeit des Hinganges und des Herganges des Wassertheilchens; dass damit erstere zu klein, letztere zu gross gefunden wird, ist unerheblich, weil es hier nicht sowohl auf diese einzelnen Zeitintervalle, als vielmehr nur auf ihre durch fragliche Vereinfachung ohne Zweifel nur wenig geänderte Summe ankommt = der Zeit, welche dem Drehungswinkel 2δ des Rades entspricht. Indem nun die angenäherte Differentialgleichung auch geschrieben werden kann:

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{v^2}{R^2}\left(\frac{gR^2}{\varrho v^2} + \frac{R}{\varrho} - \cos\beta\right)\cos\psi + \frac{v^2}{R^2}\sin\beta\sin\psi,$$

hat sie die Form:

$$2\frac{d^2\psi}{dt^2} = A\cos\psi + B\sin\psi$$

oder

$$d\left[\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2\right] = A\,d\sin\psi - B\,d\cos\psi \quad \ldots\ldots\ldots (18)$$

mit

$$A = \frac{v^2}{R^2}m \text{ und } B = 2\frac{v^2}{R^2}\sin\beta,$$

wobei mit Rücksicht auf (6):

$$m = 2\frac{R}{\varrho}\left(\frac{gR}{v^2} + 1\right) - 2\cos\beta$$

$$= 2\frac{R}{\varrho}\left(2\frac{R}{H} + 1\right) - 2\cos\beta \quad \ldots\ldots\ldots (19)$$

ist. Die Integration von (18) giebt mit Berücksichtigung der zusammengehörigen Werthe

$$\frac{d\psi}{dt} = 0, \quad \psi = \psi_0$$

$$\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 = A(\sin\psi - \sin\psi_0) + B(\cos\psi_0 - \cos\psi)$$

und weiter, wenn jetzt t insbesondere die halbe Zeitdauer der Hin- und Herbewegung des Wassertheilchens bedeutet,

$$t = \int_{\psi_0}^{90^0-\beta} \frac{d\psi}{\sqrt{A(\sin\psi - \sin\psi_0) + B(\cos\psi_0 - \cos\psi)}}.$$

Weil diese Zeit auch $= \frac{R\delta}{v}$ sein soll, folgt endlich mit Rücksicht auf die Bedeutungen von A und B:

$$\delta = \int_{\psi_0}^{90^0-\beta} \frac{d\psi}{\sqrt{m(\sin\psi - \sin\psi_0) + 2\sin\beta(\cos\psi_0 - \cos\psi)}} \quad \ldots (20).$$

Den gefundenen Bedingungen (4), (7), (10), (11) und (12), (14), (20) muss durch Probiren zu entsprechen gesucht werden. Beispielsweise sei

$H = 1$	1,5	2 Mtr.
$R = 2$	2,5	3 „ $= H + 1$
$z = 40$	44	$48 = 32 + 8\,H$
$\frac{360^0}{z} = 9^0$	$8^0\,11'$	$7^0\,30'$
$a_1 = 0{,}16$	0,20	$0{,}24 = 0{,}08\,R$.

Wird $\alpha = 18^0$ angenommen, so folgt $\lambda = 10^0\,34'$ aus (10) etwas $> \frac{360^0}{z}$, was für die Wirksamkeit der Gerinnekröpfung nur vortheilhaft sein kann. Der weiteren Annahme $\beta = 36^0$ entspricht $\frac{u}{v} = 1{,}9$ nach Gl. (4), hinlänglich nahe = dem nach (7) erfahrungsmässig besten Werthe dieses Geschwindigkeitsverhältnisses. Aus (11) und (12) folgt dann weiter:

$\frac{r}{R} = 0{,}866$	0,852	0,844
$r = 1{,}732$	2,130	2,532 Mtr.
$a > 0{,}453$	0,605	0,752 „

und wenn etwa 0,1 Mtr. zugegeben wird, ergiebt sich

$a = 0{,}55$	0,70	0,85 Mtr.

Ferner muss nach (14)

$\frac{\varrho}{R} > 0{,}275$	0,294	0,304
$\varrho > 0{,}550$	0,735	0,912 Mtr.

sein, und wenn versuchsweise ϱ zunächst um 20% grösser angenommen wird, folgt

$\varrho = 0{,}660$	0,882	1,094 Mtr.
$m = 28{,}682$	22,952	20,318 nach (19)
$\psi_0 = 22^0$	21^0	20^0.

Die Werthe von ψ_0 sind betreffender Zeichnung entnommen. Jetzt bleibt nur noch zu prüfen, ob der Gleichung (20) genügend entsprochen wird mit $\delta = \alpha + \alpha_1$, also gemäss $\alpha = 18^0$ und $\alpha_1 =$ den auf S. 183 aus Gl. (3) gefundenen Werthen nahezu mit

$\delta = 19^0\,30'$	$19^0\,45'$	20^0.

Diese Prüfung erfordert, wenn

$$f(\psi) = \sqrt{m\,(\sin\psi - \sin\psi_0) + 2\sin\beta\,(\cos\psi_0 - \cos\psi)}$$

gesetzt wird, die angenäherte Berechnung des Integrals

$$J = \int_{\psi_0}^{90^0 - \beta} \frac{d\psi}{f(\psi)}.$$

Die Simpson'sche Formel kann dazu im ganzen Umfange nicht benutzt werden wegen

$$f(\psi_0) = 0, \text{ also } \frac{1}{f(\psi_0)} = \infty;$$

vielmehr ist eine Theilung nöthig:

$$J = J_1 + J_2 = \int_{\psi_0}^{\psi_1} \frac{d\psi}{f(\psi)} + \int_{\psi_1}^{90^0-\beta} \frac{d\psi}{f(\psi)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

und anderweitige Berechnung des ersten der beiden Theilintegrale, wobei

$$\psi_1 = \psi_0 + \varDelta\psi_1 \text{ als nur wenig } > \psi_0$$

vorausgesetzt sei. Indem aber, wenn

$$\psi_1 = \psi_0 + \varDelta\psi \text{ wenig } > \psi_0$$

ist, gesetzt werden kann:

$$\sin\psi = \sin\psi_0 + \cos\psi_0 \,.\, \varDelta\psi$$

$$\cos\psi = \cos\psi_0 - \sin\psi_0 \,.\, \varDelta\psi$$

$$f(\psi) = \sqrt{(m\cos\psi_0 + 2\sin\beta\sin\psi_0)\,\varDelta\psi}$$

und auch $d\psi = d\varDelta\psi$ ist, folgt

$$J_1 = \int_{\psi_0}^{\psi_1} \frac{d\psi}{f(\psi)} = \frac{2}{\sqrt{m\cos\psi_0 + 2\sin\beta\sin\psi_0}} \int_0^{\varDelta\psi_1} \frac{\frac{1}{2}d\,\varDelta\psi}{\sqrt{\varDelta\psi}}$$

$$= 2\sqrt{\frac{\varDelta\psi_1}{m\cos\psi_0 + 2\sin\beta\sin\psi_0}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22).$$

Dabei ist $\varDelta\psi_1$ in Bogenmass (als Bogenlänge für den Radius = 1) ausgedrückt vorausgesetzt. Das andere Theilintegral J_2 kann nach der Simpson'schen Formel, etwa

$$J_2 = \int_{\psi_1}^{90^0-\beta} \frac{d\psi}{f(\psi)}$$

$$= \frac{90^0 - \beta - \psi_1}{12}\left[\frac{1}{f(\psi_1)} + \frac{4}{f(\psi_2)} + \frac{2}{f(\psi_3)} + \frac{4}{f(\psi_4)} + \frac{1}{f(90^0-\beta)}\right] \quad \ldots \quad (23)$$

gesetzt werden mit

$$\psi_2 - \psi_1 = \psi_3 - \psi_2 = \psi_4 - \psi_3 = 90^0 - \beta - \psi_4.$$

Die Winkel sind hier in Graden ausgedrückt vorausgesetzt.

Mit den versuchsweise vorläufig angenommenen Werthen von ϱ (und entsprechenden Werthen von m, ψ_0) ergiebt sich nach (22), (23) und (21), wenn in allen drei Fällen für $90^0 - \beta = 54^0$:

$$\psi_1 = 28^0, \quad \psi_2 = 34^0\,30', \quad \psi_3 = 41^0, \quad \psi_4 = 47^0\,30',$$

also in den einzelnen Fällen

$$\Delta\psi_1 = 6^0 \qquad 7^0 \qquad 8^0$$
$$= 0{,}1047 \qquad 0{,}1222 \qquad 0{,}1396$$

gesetzt wird,

$$\begin{array}{llll} J_1 = & 7^0\,8' & 8^0\,34' & 9^0\,42' \\ J_2 = & \underline{9^0\,43'} & \underline{10^0\,33'} & \underline{10^0\,42'} \\ J = & 16^0\,51' & 19^0\,7' & 20^0\,24' \\ \text{statt} & 19^0\,30' & 19^0\,45' & 20^0 \quad = \delta. \end{array}$$

Der Unterschied zwischen J und δ ist in den zwei letzten Fällen so klein, dass man erwarten kann, ihn durch mässige Veränderung von ϱ genügend zu beseitigen. In der That, wenn in beiden Fällen $\varrho = 1$ Mtr. genommen wird, wozu sich

$$\begin{array}{rlll} & m & = 20{,}049 & \text{und } 22{,}382 \\ & \psi_0 & = 23^0\,30' & \text{„ } 17^0\,30' \text{ ergiebt,} \\ \text{ferner} & \Delta\psi_1 & = 6^0\,30' & \text{„ } 6^0\,30' \\ & & = 0{,}1134 & \text{„ } 0{,}1134, \\ \text{also} & \psi_1 & = 30^0 & \text{„ } 24^0 \\ & \psi_2 & = 36^0 & \text{„ } 31^0\,30' \\ & \psi_3 & = 42^0 & \text{„ } 39^0 \\ & \psi_4 & = 48^0 & \text{„ } 46^0\,30', \\ \text{so findet man} & J_1 & = 8^0\,53' & \text{„ } 8^0\,13' \\ & J_2 & = \underline{10^0\,47'} & \text{„ } \underline{11^0\,47'} \\ & J & = 19^0\,40' & \text{„ } 20^0. \end{array}$$

Für Gefälle $H = 1{,}5$ bis 2 Mtr. sind also u. A. die folgenden Constructionsverhältnisse passend:

$$R = H + 1 \text{ Mtr.}, \quad z = 32 + 8\,H, \quad a_1 = 0{,}08\,R$$
$$\alpha_1 = \left(1 + \frac{H}{2}\right)^0, \quad \alpha = 18^0 \qquad \beta = 36^0$$
$$a = 0{,}25 + 0{,}3\,H \text{ Mtr.}, \qquad \varrho = 1 \text{ Mtr.}$$

Bei den kleineren Gefällen ist es besser, den Winkel α kleiner zu wählen, um damit auch δ zu verkleinern. Wenn das geschieht, ohne das Verhältniss $\frac{a_1}{R}$ zu ändern, so wird freilich nach Gl. (10) der Winkel $\alpha - \lambda$ vergrössert und um so mehr λ verkleinert. Es werde deshalb mit α zugleich das Verhältniss $\frac{a_1}{R}$ kleiner genommen, und zwar etwa

$$\begin{array}{llll} \text{für} & H = 0{,}5 & 1 & 1{,}5 \text{ Mtr.} \\ \text{und} & R = 1{,}5 & 2 & 2{,}5 \text{ „} \\ & a_1 = 0{,}05\,R & 0{,}06\,R & 0{,}07\,R \\ & = 0{,}075 & 0{,}12 & 0{,}175 \text{ Mtr.,} \end{array}$$

$$\text{wozu } \lambda = 9^0\,27' \qquad 9^0\,45' \qquad 10^0\,7' \text{ aus (10)}$$
$$\text{und } \alpha_1 = 2^0\,20' \qquad 2^0\,26' \qquad 2^0\,14' \text{ aus (3)}$$

gefunden wird. Bei der sehr beschränkten Zuverlässigkeit dieser letzten Bestimmung mag übrigens in allen diesen Fällen $\alpha_1 = 2^0$, also $\delta = \alpha + 2^0$ gesetzt werden. Es sei nun hier

$$\alpha = 15^0 \qquad 16^0 \qquad 17^0$$
$$\beta = 30^0 \qquad 32^0 \qquad 34^0,$$
$$\text{also } \frac{u}{v} = 1{,}93 \qquad 1{,}92 \qquad 1{,}91 \text{ nach (4)}$$

immer noch hinlänglich wenig von dem nach (7) vortheilhaftesten Werthe dieses Geschwindigkeitsverhältnisses verschieden, da η als Function von $\frac{u}{v}$ sich in der Nähe ihres Maximums nur sehr allmählich mit $\frac{u}{v}$ ändert. Aus (11) und (12) folgt jetzt

$$a > 0{,}223 \qquad 0{,}381 \qquad 0{,}559;$$
$$\text{es möge } a = 0.35 \qquad 0{,}50 \qquad 0{,}65$$

gewählt werden. Indem ferner nach (14)

$$\varrho > 0{,}255 \qquad 0{,}444 \qquad 0{,}667$$

sein muss, werde versuchsweise vorläufig angenommen:

$$\varrho = \;0{,}4 \qquad 0{,}6 \qquad 0{,}8.$$

In oben erklärter Weise findet man dann

$$J = 12^0\,57' \qquad 16^0\,45' \qquad 18^0\,46'$$
$$\text{statt } \delta = 17^0 \qquad 18^0 \qquad 19^0.$$

Von der kleinen Differenz im letzten Falle kann man absehen, da der Einfluss der Störungen bei der Bewegung des Wassers längs den Schaufeln ja doch nicht rechnerisch in Anschlag gebracht werden kann. Im zweiten Falle lässt sich die Differenz genügend verkleinern durch eine mässige Vergrösserung von ϱ; in der That findet man

$$J = 17^0\,49' \text{ mit } \varrho = 0{,}8 \text{ Mtr.}$$

Für Gefälle $H = 1$ bis 1,5 Mtr. sind also u. A. die folgenden Constructionsverhältnisse passend:

$$R = H + 1 \text{ Mtr.}, \quad z = 32 + 8\,H, \quad a_1 = (0{,}04 + 0{,}02\,H)\,R$$
$$\alpha_1 = 2^0, \quad \alpha = (14 + 2\,H)^0, \quad \beta = 2\,\alpha$$
$$a = 0{,}2 + 0{,}3\,H \text{ Mtr.}, \quad \varrho = 0{,}8 \text{ Mtr.}$$

Für Gefälle unter 1 Mtr. bleibt den Bedingungsgleichungen, besonders Gl. (20) noch Genüge zu leisten; die bisherigen Annahmen ergaben J wesentlich $< \delta$. Um eine bessere Uebereinstimmung zu erzielen, ist

δ zu verkleinern und J zu vergrössern. Ersteres bedingt eine noch weitere Verkleinerung von α. J wird vergrössert besonders durch Verkleinerung von m, also von $\frac{R}{\varrho}$ und von $\frac{R}{H}$ gemäss Gl. (19). Auch wird J vergrössert durch Vergrösserung des Unterschiedes der Integrationsgrenzen, also durch Verkleinerung von β und von ψ_0; ersteres wird schon durch die Verkleinerung von α herbeigeführt, letzteres durch Verkleinerung von $\frac{r}{R}$, wie Fig. 30 erkennnen lässt, also durch Verkleinerung von $\frac{R}{H}$, wie aus Gl. (11) ersehen werden kann. Der Winkel β könnte zwar auch unabhängig von α verkleinert werden; denn nach Gl. (4) ist

$$\cos\alpha - \operatorname{cotg}\beta \sin\alpha = \frac{v}{u},$$

also β bei gegebenem Werthe von α um so kleiner, $\operatorname{cotg}\beta$ um so grösser, je kleiner $\frac{v}{u}$ oder je grösser $\frac{u}{v}$ ist. Weil jedoch die Vergrösserung von $\frac{u}{v}$ viel über 1,87 hinaus mit Rücksicht auf (7) nicht vortheilhaft ist, ist es sogar rathsam, für $\alpha < 15^0$ den Winkel β etwas $> 2\,\alpha$ zu nehmen, indem mit $\beta = 2\,\alpha$ einem verschwindend kleinen α entsprechen würde: $u = 2\,v$.

Die Bedingungsgleichung (20) verlangt somit bei kleinen Gefällen thunlichst kleine Werthe von

$$\alpha, \frac{R}{\varrho} \text{ und } \frac{R}{H}.$$

Das letztere Verhältniss, welches nach bisheriger Annahme bis 3 zunehmen sollte, wenn H bis 0,5 Mtr. abnimmt, mag auf höchstens 2,5 beschränkt werden. Die Vergrösserung von ϱ zur Verkleinerung von $\frac{R}{\varrho}$ erscheint höchstens bis $\varrho = 0{,}4\,R$ rathsam, so dass $\frac{R}{\varrho}$ wenigstens $= 2{,}5$ ist, wie es auch den schon gefundenen Regeln entspricht ($\varrho = 0{,}8$ für $R = 2$ bis 2,5 und $\varrho = 1$ für $R = 2{,}5$ bis 3). Die Verkleinerung von α ist nach Gl. (10) durch Verkleinerung von λ, also durch Einschränkung der Kröpfung des Gerinnes unter dem Rade zu erkaufen; jedenfalls muss aber dieser Gleichung zufolge

$$\sin\alpha > \sqrt{\frac{1}{2}\frac{a_1}{R}}$$

sein, z. B. $\alpha > 9^0 6'$ bezw. $9^0 58'$
für $a_1 = 0{,}05\,R$ „ $0{,}06\,R$.

Versuchsweise werde somit für $H = 0{,}5$ Mtr. angenommen:

$$R = 2{,}5\ H = 1{,}25 \text{ Mtr.}, \ \varrho = 0{,}4\ R = 0{,}5 \text{ Mtr.},$$
$$\alpha = 12^0\,30', \ \beta = 26^0, \text{ entsprechend } u = 1{,}88\ v \text{ nach (4).}$$

Um a_1 nicht allzu klein zu erhalten und damit den Vortheil des kleineren Winkels α theilweise zu verlieren durch Vergrösserung von α_1 nach (3), werde a_1 nicht $= 0{,}05\ R$ angenommen, wie vorhin, sondern

$$a_1 = 0{,}06\ R = 0{,}075 \text{ Mtr.},$$

entsprechend $\alpha_1 = 2^0\,20'$ wie oben, obschon dann aus (10) sich λ nur $= 4^0\,32'$ ergiebt.

Mit diesen Annahmen folgt aus (11) und (12):

$$a > 0{,}197 \text{ und mag } a = 0{,}3 \text{ Mtr.}$$

gewählt werden. Mit der Bedingung (14), welcher $\varrho > 0{,}219$ entspricht, sind die Annahmen nicht in Widerspruch. Indem aber schliesslich sich $J = 18^0\,15'$ ergiebt, während hier

$$\delta = \alpha + \alpha_1 = 14^0\,50'$$

ist, folgt, dass α unter den übrigens gegebenen Umständen schon zu klein angenommen wurde, entsprechend natürlich β. Mit Rücksicht zugleich auf die für $H = 1$ Mtr. oben gefundenen Werthe lässt sich schliessen, dass für Gefälle $H = 0{,}5$ bis 1 Mtr. die folgenden Constructionsverhältnisse nahe passend sein werden:

$$R = H + 1 \text{ Mtr., doch höchstens } = 2{,}5\ H$$
$$a_1 = 0{,}06\ R, \ \alpha_1 = 2{,}5^0, \ \alpha = (12 + 4\ H)^0, \ \beta = (2\,\alpha + 1 - H)^0$$
$$a = 0{,}1 + 0{,}4\ H \text{ Mtr.}, \ \varrho = 0{,}2 + 0{,}6\ H \text{ Mtr.}$$

Aus der gemäss Gl. (1) festgestellten Geschwindigkeit

$$u = \sqrt{\frac{2\,g\,H}{1{,}15}} = \sqrt{17\ H}$$

ergiebt sich v mit Hülfe des Verhältnisses beider Geschwindigkeiten, welches der Gleichung (4) entspricht, und bleibt dann nur noch die lichte Breite b des Rades zu bestimmen. Dieselbe kann der Weite des Schussgerinnes gleich gesetzt werden, wenn unter dem Rade das Gerinne entsprechend den Wanddicken des Radkranzes und dem nöthigen seitlichen Spielraume etwas verbreitert wird, so dass sie bei gegebener Nutzpferdestärke N und mit einem angenommenen Wirkungsgrade η aus

$$Q = \frac{0{,}075}{\eta}\frac{N}{H} = a_1\,b\,u \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (24)$$

gefunden wird. Wenn endlich unter dem Füllungscoefficienten auch hier das Verhältniss

$$\varepsilon = \frac{Q}{a\,b\,v} = \frac{a_1}{a}\,\frac{u}{v}$$

verstanden wird, ergiebt sich beispielsweise mit $\frac{u}{v} = 1,9$

für $H =$	0,5	1	1,5	2
mit $a_1 =$	0,075	0,12	0,175	0,24
und $a =$	0,3	0,5	0,65	0,85
$\varepsilon =$	0,47	0,46	0,51	0,54

durchschnittlich $\varepsilon = 0,5$.

III. Turbinen.*

§. 28. Einleitende Erklärungen.

Auch bei den Turbinen ist, ebenso wie bei den Wasserrädern im engeren Sinne, der wesentlichste Bestandtheil des Rades der die Schaufeln enthaltende Radkranz, welcher bei der theoretischen Untersuchung einzig in Betracht kommt (abgesehen zunächst von gewissen minder vollkommenen Turbinen, die eines eigentlichen Radkranzes entbehren); hier wie früher wird darunter der ringförmige Raum verstanden, welcher bei der Umdrehung des Rades von den Schaufeln durchlaufen wird. Nur ist dieser Raum hier nicht immer cylindrisch, nämlich von rechteckigem Querschnitte. Der wesentlichste Unterschied der Turbinen von den Wasserrädern im engeren Sinne besteht aber, wie früher (§. 8) schon bemerkt wurde, darin, dass bei ihnen das Wasser durch den Radkranz in stetigem Strome hindurch fliesst, dass es also an verschiedenen Stellen ein- und austritt. Dem entsprechend werden die zwischen den Schaufeln enthaltenen gleichen Theile des Radkranzes hier nicht als Schaufelräume, sondern als Turbinen-Canäle bezeichnet, und es sind — abgesehen von den unvollkommensten Stossrädern — die Schaufeln stetig gekrümmt, um Verluste an lebendiger Kraft durch Stoss bei der strömenden Bewegung in den Canälen auszuschliessen. Die Dicke der Schaufeln kommt hier

* Von neueren Arbeiten sind hier besonders G. Herrmann's Bearbeitung der fünften Auflage von Weisbach's Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik und Aufsätze von Bernh. Lehmann in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure zu Rath gezogen worden. C. Bach's Werk „Die Wasserräder" erschien während der Abfassung des Manuscripts und blieb unberücksichtigt.

wesentlicher in Betracht, als bei den Wasserrädern im engeren Sinne; der von ihnen erfüllte Theil des Radkranzes kann ein erheblicher Theil seines ganzen Volumens sein, und es können die Querschnitte, mit ihnen auch die Geschwindigkeit der Wasserströme in den Canälen wesentlich durch die Schaufeldicken beeinflusst werden.

Durch den Radkranz fliesst das Wasser in axialer oder in radialer Richtung, wonach Axialturbinen und Radialturbinen zu unterscheiden sind. Letztere sind innenschlächtig oder aussenschlächtig, jenachdem das Wasser von innen nach aussen oder umgekehrt fliesst; entsprechend können die Axialturbinen auch seitenschlächtig genannt werden. An den beiden Seiten, wo das Wasser ein- und ausfliesst, ist der Radkranz natürlich offen; was die beiden übrigen Seiten betrifft, so wird der hier nöthige Abschluss des Kranzes an einer von ihnen nothwendig durch eine mit dem Rade verbundene und die Schaufeln tragende Wand gebildet, an der anderen zuweilen durch eine unbewegliche Wand, an welcher die betreffenden Schaufelkanten mit möglichst kleinem Spielraume sich vorbeibewegen. Beide Wände als Bestandtheile des Rades herzustellen und dazwischen die (meistens aus Blech gebildeten) Schaufeln einzufügen, hat übrigens den Vorzug besserer Stützung der letzteren und somit kleinerer zulässiger Schaufeldicken. Einfluss- und Ausflussfläche des Radkranzes sind bei Axialturbinen parallele Ebenen, bei Radialturbinen coaxiale Cylinderflächen; entsprechend ist der Querschnitt des Radkranzes an den in der Ein- und Ausflussfläche liegenden Seiten durch parallele gerade Linien begrenzt, an den beiden anderen Seiten aber nicht nothwendig, sondern auch wohl durch divergirende gerade oder durch krumme Linien, so dass dann der Kranz nicht einen cylindrischen, sondern, wie oben bemerkt, einen anderweitig ringförmigen Raum bildet.

Sehr wesentlich sind die Winkel, unter welchen, und zwar bei Axialturbinen in radialen, bei Radialturbinen in axialen geraden Linien, die Einfluss- und die Ausflussfläche des Radkranzes von den Schaufelflächen geschnitten werden: ersterer mit Rücksicht auf möglichst stosslosen Einfluss, letzterer behufs möglichst kleiner und vortheilhaft gerichteter absoluter Ausflussgeschwindigkeit. Um ersteren Zweck sicher zu erreichen, muss der absoluten Geschwindigkeit, mit welcher das Wssser dem Rade zufliesst, eine bestimmte Richtung gegen dasselbe gegeben werden; dazu sind die besseren Turbinen mit einem Leitapparate versehen, bestehend aus einer Anzahl von Leitcanäle bildenden Leitschaufeln, deren Flächen die der Einflussfläche des Radkranzes dicht gegenüber liegende Ausflussfläche des Leitapparates unter bestimmten Winkeln schneiden, bei

Axialturbinen in radialen, bei Radialturbinen in axialen Geraden. Sowohl die Leit- wie die Turbinenschaufelflächen sind nämlich im Allgemeinen geradlinige Flächen, deren Erzeugende bei Axialturbinen die Axe rechtwinklig schneidet, bei Radialturbinen derselben parallel ist. Der schmale Raum zwischen dem festliegenden Leitapparate und dem daran sich vorbeibewegenden Radkranze der Turbine (zuweilen auch die schmale Umgrenzung dieses Raumes) heisst der Spalt.

In den Radkranz kann das Wasser entweder am ganzen Umfange zugleich oder nur an einem Theile desselben einfliessen, mit Bezug worauf Vollturbinen und Partialturbinen unterschieden werden. Bei ersteren hat der Leitapparat eine radförmige Anordnung, d. h. es sind die festen Leitschaufeln ebenso wie die beweglichen und im Gegensatze dazu auch wohl im engeren Sinne sogenannten Radschaufeln in einem ringförmigen Raume in gleichen Lagen gegen ihn und in gleichen Entfernungen angeordnet; man unterscheidet dann Leitrad und Laufrad. Zum Zwecke der Regulirung bei veränderlicher Wassermenge oder bei veränderlichem Arbeitsbedarf werden übrigens auch solche Turbinen, welche als Vollturbinen construirt sind, häufig nur partiell beaufschlagt, ohne deshalb als Partialturbinen bezeichet zu werden. Sowohl bei diesen, als bei zeitweilig partiell beaufschlagten Vollturbinen wird ein Seitendruck auf die Turbinenaxe dadurch vermieden, dass die Einflussstellen von gleicher Grösse einander diametral gegenüber gelegt werden.

Ausser durch theilweisen Abschluss von Leitcanälen kann die Regulirung der Turbinen auch auf andere Weise geschehen, insbesondere z. B. durch Verengung aller Leitcanäle, bezw. ihrer Ausflussmündungen in gleichem Verhältnisse. Dergleichen verschiedene Regulirungsmethoden sind, weil mit der Wirkungsweise des Wassers in Turbinen eng zusammenhängend, späterer Besprechung vorbehalten. Sofern übrigens diese Wirkungsweise und entsprechend die Eigenschaften, insbesondere auch der Wirkungsgrad einer Turbine wesentlich durch die Verhältnisse der Wassergeschwindigkeit an verschiedenen Stellen unter sich und zur Umfangsgeschwindigkeit des Rades bedingt werden, letztere aber meistens unverändert bleiben soll, lässt sich im Voraus schliessen, dass eine rationelle Regulirung möglichste Unabhängigkeit jener Wassergeschwindigkeiten von derselben erfordert. Eine mässige Abnahme des Wirkungsgrades mit abnehmender Beaufschlagung ist freilich schon wegen gewisser constanter Widerstände unvermeidlich, welche, je kleiner die Gesammtwirkung ist, im Verhältnisse zu ihr desto grössere Arbeitsverluste verursachen.

Die Zuführung des Aufschlagwassers erfolgt bei kleinen Gefällen von oben, indem sich die Turbine (Niederdruckturbine) am Ende des Zuflusscanals in einem oben offenen Gehäuse (Turbinenkammer) befindet. Bei grösseren Gefällen (Mittel- und Hochdruckturbinen) wird das Wasser durch ein Rohr zugeführt, gewöhnlich auch von oben, zuweilen jedoch von unten, indem das Rohr im ersten Falle oberhalb in das übrigens oben geschlossene, im zweiten (aufwärts gekrümmt) unterhalb in das übrigens unten geschlossene Gehäuse einmündet. Der Ausfluss des Wassers aus der Turbine findet entweder in die freie Luft statt etwas über dem Unterwasserspiegel, oder etwas unterhalb des letzteren, oder auch in grösserer Höhe über demselben (die nur kleiner als die Wasserbarometerhöhe von nahe 10 Mtr. sein muss), indem in diesem letzteren Falle das Wasser in einem festen Rohr abfliesst, welches sich an die Turbine mit kleinstmöglichem Spielraume anschliesst und bis in das Unterwasser hinabreicht. Die Turbine werde in diesen drei Fällen bezw. als Ueberwasserturbine (Turbine mit freiem Ausflusse, freihängende oder freiausgiessende Turbine), als Unterwasserturbine oder als Rohrturbine bezeichnet. Der Druck an der Ausflussstelle ist im ersten Falle = dem Atmosphärendruck, im zweiten etwas grösser, im dritten kleiner.

Die Turbinen drehen sich gewöhnlich um eine verticale Axe, wie auch im Folgenden stets stillschweigend vorausgesetzt sein soll, wenn Anderes nicht ausdrücklich bemerkt wird. Die Anordnung mit horizontaler Axe hat jedoch auch gewisse Vorzüge, insbesondere wird dadurch die sichere Lagerung erleichtert und die Herstellung von Doppelturbinen, nämlich von zwei gleichen Turbinen auf derselben Axe beiderseits vom Zuflussrohre, so dass, indem das Wasser von entgegengesetzten Seiten her in beide einfliesst, ein axialer Zapfendruck vollständig ausgeschlossen wird. Während aber bei Turbinen mit verticaler Axe entsprechende Punkte der Schaufelflächen in horizontaler Ebene, also gleich gegen den Ober- und Unterwasserspiegel gelegen sind, ist dies bei horizontaler Axe nicht der Fall, wodurch Unvollkommenheiten in der Wirkung des Wassers um so mehr hervortreten können, je weniger der Durchmesser des Rades klein im Vergleich mit dem Gefälle ist. Wenn gar die Turbine mit horizontaler Axe ringsum frei ausgiesst, geht hierdurch ein Gefälle verloren, welches im Durchschnitt wenigstens = dem Turbinenhalbmesser ist. Für Vollturbinen erscheint somit die horizontale Lagerung im Allgemeinen nur bei grossen Gefällen sowie bei Unterwasser- und Rohrturbinen zulässig. Bei Partialturbinen kommt die Lage der Axe weniger in Betracht, wenn nur der Einfluss des Wassers immer nahe an tiefster Stelle erfolgt; insbesondere innenschlächtig sind sie mit horizontaler Axe seit 1850 nach Schwamkrug mit Erfolg ausgeführt worden.

Die Wirkungsweise des Wassers in der Turbine kann eine dreifache sein. Zunächst eine Stosswirkung beim Einflusse, wenn die relative Zuflussgeschwindigkeit nicht tangential an die Schaufelfläche gerichtet ist. Turbinen, deren Leistungen wesentlich auf solcher Stosswirkung beruhen, heissen Stossturbinen (Stossräder). Wird wegen des erheblichen damit verbundenen Effectverlustes durch passende Schaufelstellung und mit Hülfe des Leitapparates solcher Stoss vermieden, so kann die Wirkung (nebenbei auch bei Stossrädern) noch theils auf dem Normaldrucke beruhen, den das Wasser infolge der relativen Centrifugalkraft und der relativen bewegenden Kraft (ihrerseits aus der Schwere als absoluter bewegenden Kraft und aus zwei Ergänzungskräften bestehend, siehe §. 27) auf die Schaufeln ausübt, theils auf der Reaction des Wassers gegen seine relative Beschleunigung durch den Ueberschuss des hydraulischen Drucks, mit welchem es seine Bewegung in den Turbinencanälen beginnt, über denselben beim Ausflusse aus ihnen. Die erstere Wirkung ist bis zu gewissem Grade immer vorhanden, die letztere nicht immer, sondern nur dann, wenn ein Ueberdruck in fraglichem Sinne vorhanden, der hydraulische Druck also während des Strömens durch die Turbinencanäle in der Abnahme begriffen ist; die Turbine werde dann als Ueberdruckturbine, anderenfalls im Gegensatze dazu als Druckturbine bezeichnet.*)

Die Canäle einer Ueberdruckturbine sind vollständig vom strömenden Wasser erfüllt, wenigstens wenn sie als Vollturbine am ganzen Umfange zugleich beaufschlagt wird, was behufs vortheilhafter Wirkung zu verlangen ist, da die Erhaltung des vom Drucke des Oberwassers herrührenden hydraulischen Ueberdrucks die beständige Communication der Turbinencanäle mit den Leitcanälen und dem Oberwasser erfordert. Umgekehrt ist deshalb eine Partialturbine, oder auch eine Vollturbine, wenn sie häufig nur partiell beaufschlagt werden soll, nur als Druckturbine vortheilhaft. Bei einer solchen sind selbst bei voller Beaufschlagung die Canäle nicht

* Ganz bezeichnend sind diese Benennungen an und für sich freilich nicht. Noch weniger dürften es jedoch andere übliche Benennungen sein, insbesondere z. B. Actionsturbinen für Druckturbinen, Reactionsturbinen für Ueberdruckturbinen; denn Action (Wirkung) ist natürlich ebenso in allen Fällen vorhanden wie Reaction (Gegenwirkung), sei sie die Reaction gegen den Zwang, den die Schaufeln auf die relative Bewegung des Wassers ausüben, oder die Reaction gegen relative Beschleunigung durch einen hydraulischen Ueberdruck.

nothwendig vom Wasser ausgefüllt; wenn es thatsächlich nicht der Fall ist, das Wasser vielmehr an den concaven Schaufelflächen sich mit andrerseits freien Oberflächen entlang bewegt, werden solche Turbinen auch wohl als Strahlturbinen bezeichnet.

Eine Ueberdruckturbine kann gleich vortheilhaft als Ueberwasser-, Unterwasser- oder als Rohrturbine angeordnet werden. Druckturbinen dagegen sollten thunlichst frei über Wasser ausgiessen, weil in die beim Ueberwassergange vom strömenden Wasser nicht erfüllten Canalräume bei der Drehung im Unterwasser aus diesem (auch bei Rohrturbinen aus dem Abflussrohre) Wasser zurücktreten kann, welches, indem es von dem strömenden Wasser wieder mitgerissen oder in wirbelnde Bewegung versetzt wird, Störungen und Effectverluste verursacht. Zwar kann durch Anpassung der Canalquerschnitte an die Querschnitte des Wasserstrahls bei voller Beaufschlagung durch unverengte Leitcanäle eine volle Ausfüllung der Turbinencanäle erzielt werden, insbesondere durch die von Hänel angeordneten sogenannten Rückschaufeln (Bleche, die entsprechend gekrümmt auf den convexen Rückseiten der Turbinenschaufeln angebracht werden), allein sie entsprechen dem Zwecke vollständig eben nur bei voller und grösstmöglicher Beaufschlagung; bei partieller Beaufschlagung ist eine beständig volle Ausfüllung aller Canäle mit regelrecht strömendem Wasser unmöglich, ebenso auch bei Querschnittsverkleinerungen der Wasserstrahlen durch Verengung der Austrittsquerschnitte aller Leitcanäle. Partialturbinen sollen immer Ueberwasserturbinen sein.

Im Princip vollkommener, freilich auf Kosten wünschenswerther Einfachheit der Anlage, wird das durch die Rückschaufeln angestrebte Ziel durch die „Hydropneumatisation“ nach Girard, nämlich dadurch erreicht, dass die Turbine mit einem oben dicht an das Zuführungsrohr, bezw. an den Leitapparat sich anschliessenden, nach unten offenen und in das Unterwasser reichenden Mantel umgeben, und in den so gebildeten glockenförmigen Raum Luft gepresst wird, welche den Unterwasserspiegel in ihm so weit herunterdrückt, dass die Ausflussöffnungen der Turbinencanäle ganz darüber zu liegen kommen. Auf solche Weise wird künstlich eine Unterwasserturbine in eine Ueberwasserturbine verwandelt, und es würden die erwähnten Störungen selbst für Partialturbinen zu beseitigen sein, deren Ausflussmündungen unterhalb des äusseren Unterwasserspiegels liegen.

Bei partiell beaufschlagten Vollturbinen sind damit noch nicht alle Hindernisse einer regelrechten Wasserbewegung beseitigt. Denn wenn auch der Ausfluss des Wassers in die freie (oder auch durch Hydropneumatisation abgesperrte) Luft stattfindet, ist zu bedenken, dass, wenn bei partieller Beaufschlagung ein mit Wasser so eben gefüllter Laufradcanal C an einem geschlossenen Leitcanal vorbeigeht, der ungehinderte Ausfluss jenes Wassers aus C den Eintritt von Luft in C erfordert. Sofern das aber an der Eintrittsseite von C wegen zu enger Spaltweite nicht wirksam genug geschehen kann, auch an der Austrittsseite wegen voller Ausfüllung des Ausflussquerschnitts durch den Wasserstrom vielleicht unmöglich, wenigstens zeitweilig unmöglich ist, kann sich eine Nachhülfe in dieser Hinsicht durch sogenannte Ventilation der Turbinencanäle als vortheilhaft erweisen, wie sie bei den Girard-Turbinen in Gebrauch ist; durch Oeffnungen in den Kranzwänden nahe den Rückseiten der Schaufeln (ungefähr in der Mitte, wo die Schaufelprofile von Axialturbinen parallel mit der Axe verlaufen) sind die Canalräume mit der äusseren Luft in Verbindung gesetzt. —

Einige weitere Vorbemerkungen mögen sich an die Erklärung von Buchstabenbezeichnungen anschliessen, welche in diesem von den Turbinen handelnden Abschnitte ohne anderweitige ausdrückliche Festsetzung stets in einerlei Sinn gebraucht werden sollen. Zunächst bedeuten auch hier (immer bei Voraussetzung von Meter, Kilogramm und Sekunde als Einheiten) gemäss den Erklärungen im §. 8:

Q das Aufschlagwasserquantum pro Sek.,
H das disponible Gefälle,
E_0 den absoluten Effect, E den Nutzeffect in Meterkgr.,
N_0 und N dieselben in Pferdestärken,
η den Wirkungsgrad.

Mit $\gamma = 1000$ als spezifischem Gewicht des Wassers ist also

$$E_0 = 75\ N_0 = \gamma Q H;\ \eta = \frac{E}{E_0} = \frac{N}{N_0};$$

ηH kann als Nutzgefälle bezeichnet werden.

Die im §. 8 erklärte Bedeutung von H werde jedoch etwas modificirt. Ist nämlich H_0 die Höhe des Oberwasserspiegels am Ende des Zuflusscanals über dem Unterwasserspiegel am Anfang des Abflusscanals, sind ferner c_1 und c_2 die mittleren Geschwindigkeiten des Wassers im Zufluss- und Abflusscanal an jenen Stellen, so wird mit jedem Kgr. Aufschlagwasser zwar ein Arbeitsvermögen $= H_0 + \frac{c_1^2}{2g}$ dargeboten, aber es muss davon $\frac{c_2^2}{2g}$ zum Abfliessen des Wassers übrig bleiben, so dass als zum Betriebe disponibles Gefälle richtiger nur

$$H = H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

in Rechnung gestellt wird.

Die Effectverluste, welche den Wirkungsgrad bedingen, können theils von hydraulischen Widerständen (Wasserreibung und Wasserstoss, bedingt durch plötzliche Richtungs- und Querschnittsänderungen), theils von dem Stoss gegen die Schaufelflächen, mit welchem der Einfluss in die Turbine ev. verbunden ist, theils von Wasserverlusten, theils von Zapfenreibung und Luftwiderstand herrühren. Mit Bezug darauf sei

εH das sogenannte wirksame Gefälle, welches von H nach Abzug der Gefällverluste durch die hydraulischen Widerstände übrig bleibt, wobei

ε als hydraulischer Wirkungsgrad bezeichnet werde,

ςH das Stossgefälle, d. h. der durch Stoss des einfliessenden Wassers gegen die Turbinenschaufeln verursachte Gefällverlust,

φQ das Aufschlagwasserquantum, welches pro Sek. thatsächlich in die Turbine einfliesst mit Rücksicht auf den Verlust $(1 - \varphi) Q$, welcher durch den Spalt bei Ueberdruckturbinen verursacht werden kann,

μE_0 der Effectverlust durch Zapfenreibung und Luftwiderstand, wobei unter Zapfenreibung die Axenreibung überhaupt, nämlich die Reibung zu verstehen ist, welche durch die Stützung und Führung der Turbinenwelle und durch etwa an ihr vorhandene Abdichtungen (Liederungen) verursacht wird.

Die Coefficienten $\eta, \varepsilon, \varsigma, \varphi, \mu$ stehen in der Beziehung:

$$\eta = \frac{1}{E_0}\left[\gamma \varphi Q (\varepsilon - \varsigma) H - \mu E_0\right] = \varphi(\varepsilon - \varsigma) - \mu \quad \ldots \ldots \quad (2).$$

Die Dimensionen betreffend sei:

r_1 der Einflussradius, r_2 der Ausflussradius der Turbine. Bei Axialturbinen sind r_1 und r_2 Mittelwerthe, und zwar ist, wenn r_i den inneren, r_e den äusseren Halbmesser der betreffenden Ringfläche bedeutet,

$$r_1 \text{ bezw. } r_2 = \frac{2}{3}\,\frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^2 - r_i^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

zu setzen; wenn jedoch r_e und r_i ziemlich gross im Vergleich mit $r_e - r_i$ sind, und wenn der Querschnitt des Radkranzes, wie gewöhnlich, eine mit der Turbinenaxe parallele Symmetrieaxe hat, kann

$$r_1 = r_2 = \frac{r_e + r_i}{2}$$

= dem Abstande jener beiden Axen gesetzt werden. Ferner sei

z die Zahl der Leitcanäle,

z_1 die Zahl der Turbinencanäle = der Schaufelzahl der Turbine.

Im Falle einer Vollturbine mit Leitrad ist z auch die Zahl der Leitschaufeln.

Sind die Schaufeln nicht von Blech, sondern gegossen, so kann ihre Dicke am Anfang und Ende (Anfang und Ende mit Bezug auf die Strömungsrichtung im Sinne von ersterem zu letzterem verstanden) verschieden sein, und zwar seien allgemein

s die Leitschaufeldicken am Ende,

s_1 und s_2 die Turbinenschaufeldicken am Anfang bezw. am Ende.

Wenn unter einem wirksamen Canalquerschnitte derjenige Theil des betreffenden Querschnitts verstanden wird, welcher von regelrecht in der Längenrichtung des Canals strömendem Wasser höchstens erfüllt ist, so besteht die Wirkung der Schaufeldicken s_1 vor Allem in einer Verkleinerung der wirksamen Ausflussquerschnitte der Leitcanäle, die Wirkung von s in Verkleinerung der wirksamen Einflussquerschnitte der Turbinencanäle;

k und k_1 seien die betreffenden Verengungscoefficienten, mit welchen der Ausflussquerschnitt eines Leitcanals, bezw. der Einflussquerschnitt eines Turbinencanals multiplicirt werden muss, um den kleineren wirksamen betreffenden Querschnitt zu erhalten.

Sofern jeder Canal von einer (gegen seinen Hohlraum hin) concaven und von einer convexen Schaufelfläche begrenzt wird, von welchen erstere für die Bewegung des Wassers allein oder vorzugsweise massgebend ist, werde ein Querschnitt des Canals hier verstanden als ein Schnitt seines Hohlraums mit einer Fläche, welche durch eine Erzeugungsgerade der concaven Schaufelfläche gehend normal zu derselben, und welche bei Axialturbinen eine Schraubenfläche von constantem Steigungsverhältnisse, bei Radialturbinen eine Ebene ist. Ein solcher Querschnitt kann bei Axialturbinen als Trapez betrachtet werden, bei Radialturbinen ist er rechteckig; seine radiale Dimension bei ersteren, seine axiale Dimension bei letzteren heisse die Breite des Canals, die dazu senkrechte Dimension die Canalweite an der betreffenden Stelle. Letztere ist bei Axialturbinen für denselben Querschnitt in verschiedenen Abständen von der Axe verschieden; die mittlere Weite hat zur inneren und zur äusseren Weite dasselbe Verhältniss wie der mittlere Radius nach Obigem zum inneren und zum äusseren Radius. Die schlechthin so genannte Weite bei Axialturbinen als mittlere Weite verstanden, seien

a und b bezw. die Weite und Breite eines Leitcanals am Ende (im Ausflussquerschnitte); die Weite und Breite eines Turbinencanals seien bezw. a_1 und b_1 am Anfange, a_2 und b_2 am Ende. Indem aber b_1 stets

$= b$ ist, sind dann die Summen der Ausflussquerschnitte aller Leitcanäle, der Einfluss- und der Ausflussquerschnitte aller Turbinencanäle bezw.

$$F = zab \qquad F_1 = z_1 a_1 b \qquad F_2 = z_1 a_2 b_2.$$

Von F und F_1 sind nur kF, bezw. $k_1 F_1$ wirksam.

Die Höhenlage der Turbine betreffend sei

H_1 die mittlere Höhe der Einflussfläche,

H_2 die mittlere Höhe der Ausflussfläche über dem Unterwasserspiegel. Beide können auch negativ sein, um so mehr ihre Differenz

$H_1 - H_2 =$ der mittleren Höhe, von welcher das Wasser in der Turbine selbst herabsinkt. Letztere ist (verticale Lage der Axe immer stillschweigend vorausgesetzt) bei Radialturbinen = Null oder (wenn b und b_2 verschieden sind) doch stets sehr klein. Bei Axialturbinen ist $H_1 - H_2$ positiv oder negativ, je nachdem sie von oben oder von unten beaufschlagt sind, und absolut genommen = der Höhe der Turbine.

Wie früher bei Wasserrädern sei wieder mit u eine absolute Wassergeschwindigkeit, mit v eine Peripheriegeschwindigkeit, mit w eine relative Geschwindigkeit des Wassers gegen das Rad bezeichnet. Insbesondere sei

u die absolute Ausflussgeschwindigkeit des Wassers aus den Leitcanälen,

u_1 die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser seine Bewegung in der Turbine beginnt,

u_2 die absolute Ausflussgeschwindigkeit aus derselben,

v_1 die dem Radius r_1, v_2 die dem Radius r_2 entsprechende Peripheriegeschwindigkeit,

w (= der Resultanten von u und $-v_1$) die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser im Spalt der Turbine zufliesst. Sie geht infolge des eventuellen Wasserverlustes durch den Spalt und, wenn sie nicht tangential an die Schaufelfläche gerichtet ist, ausserdem durch Stoss in die kleinere Relativgeschwindigkeit $w_0 =$ der nach der Schaufel gerichteten Componente von w (ev. von φw) über, mit welcher das Wasser seine relative Bewegung im Rade beginnen würde, wenn nicht (als Wirkung der Schaufeldicken) mit dem Einflusse eine Querschnittsvergrösserung, bezw. ein Widerstand verbunden wäre, wodurch w_0 an dieser Stelle weiter auf w_1 reducirt wird. Letztere Relativgeschwindigkeit giebt u_1 durch Zusammensetzung mit v_1.

w_2 sei die relative Ausflussgeschwindigkeit aus der Turbine; durch Zusammensetzung mit v_2 giebt sie u_2 als Resultante.

Die Geschwindigkeiten u, w_0 und w_1, w_2 sind als mittlere Geschwindigkeiten bezw. am Ende der Leitcanäle, am Anfang und am Ende der Turbinencanäle, und zwar normal zu den betreffenden Querschnitten derselben verstanden.

Wenn der Winkel zwischen den Richtungen u und v mit (u, v) und analog überhaupt der Winkel zwischen zwei Geschwindigkeitsrichtungen bezeichnet wird, so sind als besonders wichtige Winkel:

$$(u, v_1) \qquad (v_1, w_1) \qquad (v_2, w_2)$$

hervorzuheben. Sie seien bezw. mit

$$\alpha \qquad \beta \qquad 180^0 - \delta$$

bezeichnet. Der Winkel α ist höchstens ein rechter, δ stets ein spitzer Winkel.

Endlich seien noch Buchstabenbezeichnungen für die hydraulischen Ueberdruckhöhen an den besonders wichtigen Stellen festgesetzt, d. h. für die Wassersäulenhöhen, durch welche der Ueberschuss des hydraulischen Drucks an diesen Stellen über den Atmosphärendruck gemessen wird. Dieselben seien mit h, h_1 und h_2 bezw. im Spalt, in den Einflussquerschnitten und in den Ausflussquerschnitten der Turbinencanäle bezeichnet. Es entspricht also h den Geschwindigkeiten u, w und w_0; ferner entsprechen sich h_1, u_1 und w_1, sowie h_2, u_2 und w_2. Der Uebergang von w in w_0 bedingt nämlich keine Aenderung des hydraulischen Drucks, wohl aber ein Stoss von Wasser gegen in gleicher Richtung strömendes Wasser bei Ungleichheit von w_0 und w_1 und voller Ausfüllung der betreffenden Canalquerschnitte. Die Gleichheit von h_1 und h_2 charakterisirt eine Druckturbine.

Uebereinstimmend mit §. 12 sei

ω die Winkelgeschwindigkeit der Turbine,

n ihre Umdrehungszahl pro Minute, also

$$\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2}; \; n = \frac{30}{\pi}\,\omega = 9{,}55\,\omega.$$

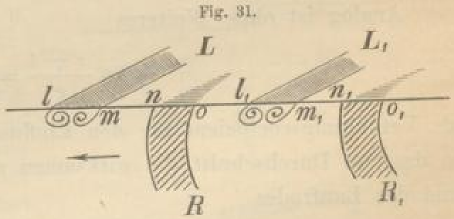
Die Theorie der Turbinen ist in höherem Grade einer allgemeinen Darstellung fähig, als die Theorie der Wasserräder im engeren Sinne, wegen der grösseren Gleichartigkeit der Wasserwirkung bei den verschiedenen Turbinensystemen und der in Betracht kommenden Widerstände. Letztere sind freilich grossentheils von solcher Art (insbesondere die Wasserreibung und die von den Krümmungen der Canäle oder von plötzlichen Richtungs- und Querschnittsänderungen herrührenden besonderen hydraulischen Widerstände), dass sie sich nur unvollkommen in Rechnung stellen lassen, und man deshalb in Betreff des Wirkungsgrades mehr, als bei den Wasserrädern, auf wenig sichere Erfahrungscoefficienten angewiesen ist. Ebenso wie es schon beim Ponceletrade der Fall war, welches überhaupt in mancher Hinsicht den Uebergang zu den Turbinen bildet, betrifft die Theorie hier vorzugsweise die Regeln, nach welchen die Radelemente zu wählen sind, um den Umständen gemäss einen möglichst grossen Wirkungsgrad und gewisse Eigenschaften der Turbine erwarten zu lassen.

a. Allgemeine Erörterungen in Betreff der Verhältnisse von Turbinen.

§. 29. **Die Wirkung der Schaufeldicken.**

Den vorläufigen Erklärungen im §. 28 bezüglich der Verengungscoefficienten k, k_1 und des eventuellen Unterschiedes der relativen Geschwindigkeiten w_0, w_1 sowie der hydraulischen Druckhöhen h, h_1 lagen Voraussetzungen zum Grunde, welche vor Allem einer näheren Untersuchung bedürfen. Es handelt sich dabei um den Einfluss der Schaufeldicken. Er ist derselbe bei Axial- und Radialturbinen, lässt sich aber (gleich anderen noch zu besprechenden Verhältnissen) für erstere am einfachsten darstellen in der ebenen Abwickelung des Schnitts der Turbine mit einer coaxialen Cylinderfläche. Fig. 31 sei die ebene Abwickelung eines solchen Schnitts von zwei benachbarten Leitschaufeln L, L_1 an ihren Enden

Fig. 31.



und von zwei Radschaufeln R, R_1 an ihren Anfängen z. B. mit der mittleren Cylinderfläche, nämlich mit der Cylinderfläche, deren Axe die Turbinenaxe und deren Radius der mittlere Radius der Einflussfläche E des Radkranzes ist. Der Leitapparat kann als Leitrad und E als mit seiner Ausflussfläche zusammenfallend angenommen werden. Ist dann, im mittleren Umfange (im Durchschnitt von E mit der mittleren Cylinderfläche) gemessen,

$e = l l_1 = m m_1$ die Theilung des Leitrades,

$t = l m = l_1 m_1$ der davon durch eine Leitschaufel eingenommene Theil, und haben

$$e_1 = n n_1 = o o_1,\ t_1 = n o = n_1 o_1$$

die analogen Bedeutungen für das Laufrad, so wird durch eine Radschaufel R, welche der Mündung des Leitcanals zwischen L und L_1 gerade gegenüberliegt, wie Fig. 31 darstellt, der freie Theilbogen $ml_1 = e - t$ um den Betrag $t_1 = no$ versperrt. Weil aber die Zeiten, während welcher R am freien Theilbogen ml_1 und am ganzen Theilbogen mm_1 des Leitrades vorbeigeht, sich wie diese Bögen selbst, also wie $e - t : e$ verhalten, ist als durchschnittlicher Betrag der Versperrung nicht t_1, sondern nur $t_1 \frac{e-t}{e}$ zu rechnen, so dass die Summe der freien Theilbögen

$$p = z(e - t)$$

durch die z_1 Radschaufeln durchschnittlich reducirt wird auf

$$p' = z(e-t) - z_1 t_1 \frac{e-t}{e}$$

als Summe der wirksamen freien Theilbögen des Leitrades, entsprechend dem Verengungscoefficienten

$$k = \frac{p'}{p} = 1 - \frac{z_1 t_1}{z e} = 1 - \frac{z_1 t_1}{2\pi r_1} = \frac{\frac{2\pi r_1}{z_1} - t_1}{\frac{2\pi r_1}{z_1}}$$

$$= \frac{e_1 - t_1}{e_1} = \frac{on}{oo_1} = \frac{a_1}{a_1 + s_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1).$$

Analog ist ohne Weiteres

$$k_1 = \frac{e-t}{e} = \frac{a}{a+s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

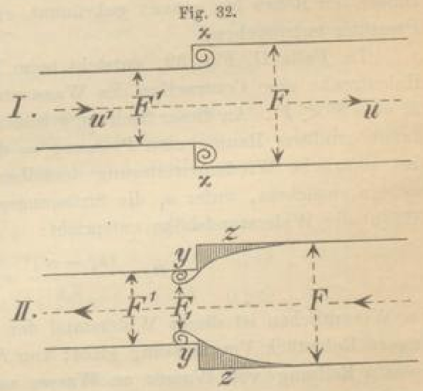
als Verengungscoefficient für den Einfluss in das Laufrad zu betrachten, so dass im Durchschnitt die wirksamen mittleren Umfänge des Leitrades und des Laufrades

$$kp = \frac{e_1 - t_1}{e_1} z(e-t) \text{ und } k_1 p_1 = \frac{e-t}{e} z_1 (e_1 - t_1)$$

wegen $ze = z_1 e_1$ einander gleich sind, somit auch die Theile der Ebene E, welchen als schiefe Projectionen (für die Neigungswinkel α und β der Projectionsstrahlen) die wirksamen Canalquerschnittssummen $z . kab$ und $z_1 . k_1 a_1 b$ entsprechen, in welchen bezw. die absolute Geschwindigkeit u und die relative Geschwindigkeit w_0 stattfindet. Der Uebergang aus der Geschwindigkeit im vollen Querschnitte eines Leitcanals zur Geschwindigkeit u im wirksamen Ausflussquerschnitte kab desselben findet stetig und ohne besonderen Widerstand statt; der Uebergang von u in Verbindung mit v_1 zu w_0 geschieht, wie sich ergeben hat, ohne Querschnittsänderung und somit auch ohne Widerstand, abgesehen von einem mit den Schaufeldicken nicht zusammenhängenden Stosse gegen die Schaufelflächen, der durch die Widerstandshöhe ςH gemessen wird und mit welchem die Aenderung von w in w_0 verbunden sein kann. Der weitere Uebergang der relativen Geschwindigkeit von w_0 zu w_1 im vollen Anfangsquerschnitte $= a_1 b$ eines Turbinencanals in dem hier zunächst vorausgesetzten Falle einer Ueberdruckturbine ist aber mit zweierlei plötzlichen Querschnittsänderungen (mit einer vorübergehenden, nämlich mit innerer Contraction, und mit einer bleibenden) und mit entsprechenden Widerständen verbunden. Alle diese Verhältnisse sind analog den Vorgängen bei der Strömung des Wassers in einer Rohrleitung, wenn diese an einer gewissen Stelle plötzlich I. aus dem kleineren Querschnitte F' (Strömungsgeschwindigkeit $= u'$, Pressung $= p'$) in den grösseren F (Geschwindigkeit $= u$, Pressung $= p$) übergeht, oder wenn II. das Umgekehrte stattfindet. Die Gesetze dieser Vorgänge sind unten erörtert.*)

* Im ersten der unterschiedenen zwei Fälle (Fig. 32, I) entstehen bei x, x Wirbel (Bewegungen ohne angebbare vorwiegende Richtung, bezw. nach allen möglichen Richtungen); der Druck ist in diesem ganzen von nicht strömendem Wasser erfüllten Raume als gleich gross anzunehmen, und zwar = dem Drucke des aus dem engeren Rohrstück in das weitere mit noch geradlinigen prarallelen Bahnen der Theilchen einfliessenden Wassers, d. h. $= p'$. Nun ist nach dem Princip des Antriebes die Aenderung der Bewegungsgrösse irgend eines Massensystems nach irgend einer Richtung für jedes Zeitelement = dem Antriebe der nach dieser Richtung genommenen resultirenden äusseren Kraft, d. h. = dem Product aus dieser Kraft und dem Zeitelement. Wird dieses Princip auf die zwischen F' und F strömende Wassermasse angewendet, so kann also wegen des Beharrungszustandes auch die resultirende Kraft in der Strömungsrichtung, d. h. (algebraisch verstanden) der Ueberschuss des auf die Hinterfläche fraglicher Wassermasse ausgeübten hydraulischen Drucks über den auf die Vorderfläche derselben ausgeübten (da Massenkräfte hier nicht in Betracht kommen) = dem Zuwachs an Bewegungsgrösse der Wassermasse in der Zeiteinheit gesetzt werden = dem Ueberschuss der Bewegungsgrösse, mit welcher das Wasser in einer Sekunde durch den Querschnitt F fliesst, über diejenige, mit welcher es gleichzeitig den Querschnitt F' durchfliesst. Somit ergiebt sich, unter G das Gewicht des in 1 Sek. jeden Querschnitt durchströmenden Wassers verstanden,

Fig. 32.



Analog dem Falle II ist anzunehmen, dass sich von den Stirnflächen der Turbinenschaufeln aus keilförmig zulaufende Räume (in Fig. 31 durch horizontale Schraffierung angedeutet) in die Leitcanäle hinein erstrecken, in welchen (entsprechend dem Raume z, z in Fig. 32, II) das Wasser an

---

$$F(p' - p) = \frac{G}{g}(u - u') = \frac{\gamma F u}{g}(u - u')$$

$$\frac{p' - p}{\gamma} = \frac{u(u - u')}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(a)}.$$

Wenn, wie hier, bewegende Massenkräfte wegen Kleinheit des Weges nicht in Betracht kommen, ist die Widerstandshöhe B_1 für die Bewegung von F' bis F (siehe folgenden Paragraph oder auch Bd. I, §. 78) = der Grösse, um welche die Summe aus Druckhöhe und Geschwindigkeitshöhe abnimmt:

$$B_1 = \frac{p'}{\gamma} + \frac{u'^2}{2g} - \left(\frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right) = \frac{p' - p}{\gamma} + \frac{u'^2 - u^2}{2g}$$

oder mit Rücksicht auf (a):

$$B_1 = \frac{2u(u - u') + u'^2 - u^2}{2g} = \frac{(u' - u)^2}{2g} = \left(\frac{F}{F'} - 1\right)^2 \frac{u^2}{2g} \quad \ldots\ldots \text{(b)}$$

wegen $Fu = F'u'$. Die Erhaltung der kleinen Pressung p' in dem mit Wirbeln erfüllten Raume x, x wird dadurch möglich, dass die Pressung der entlang fliessenden äussersten Wasserfäden auch nicht grösser ist, obschon die mittlere Pressung im ganzen von F' bis F wachsenden Querschnitte des Wasserstroms von p' bis p zunimmt; jene Fäden, bezw. Bahnen der Wassertheilchen sind nämlich gegen das Innere der Röhre hin convex gekrümmt, einer von aussen nach innen zunehmenden Pressung entsprechend.

Im Falle II, Fig. 32, entsteht beim Einflusse aus der weiteren in die engere Rohrstrecke eine Contraction des Wasserstroms bis zu einem gewissen Querschnitte $F_1 = \alpha F' < F'$. An dieser Stelle y, y bilden sich Wirbel, und herrscht in dem ganzen damit erfüllten Raume eine Pressung = der Pressung p_1 im Querschnitte F_1. Die fast plötzliche Wiedererweiterung desselben bis F' ist mit einem Wasserstoss verbunden, welchem, unter u_1 die Strömungsgeschwindigkeit in F_1 verstanden, analog Gl. (b) die Widerstandshöhe entspricht:

$$B_2 = \frac{(u_1 - u')^2}{2g} = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 \frac{u'^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(c)}.$$

Im Wesentlichen ist dieser Widerstand der einzige, zu welchem der Einfluss in das engere Rohrstück Veranlassung giebt; von F bis F_1, Fig. 32, II, findet höchstens vermehrte Reibung von Wasser an Wasser und an der scharfen Kante der Einflussmündung) statt. Bei z, z ist zwar auch der Wasserstrom von der Rohrwand getrennt, aber das von der Strömung ausgeschlossene Wasser (in der Figur vertical schraffirt) ist als in Ruhe befindlich zu betrachten mit einer Pressung, die $= p$ oder etwas kleiner ist. Die Erhaltung derselben ist dadurch möglich, dass die Bahnen der entlang fliessenden Wassertheilchen, deren Druck ebenso gross sein muss, hier einwärts concav gekrümmt sind, entsprechend einem kleineren mittleren Drucke in den Querschnitten des Wasserstroms.

Wird der Druck im Raume $z, z = p$ angenommen, und auf die Wassermasse zwischen F und F_1 das Princip des Antriebes angewendet, so folgt der Strömung nicht wesentlich Theil nimmt. Das an ihnen schräg entlang fliessende Wasser giebt zu inneren Contractionen an beiden Seiten der Turbinenschaufeln (neben n und o, n_1 und o_1 in Fig. 31) Veranlassung und dadurch zu einem resultirenden Widerstande, der mit Rücksicht

---

$$F'(p-p_1) = \frac{G}{g}(u_1-u) = \frac{\gamma F u}{g}(u_1-u)$$

$$\frac{p-p_1}{\gamma} = \frac{1}{\varphi}\frac{u(u_1-u)}{g} \text{ mit } \varphi = \frac{F'}{F} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(d).}$$

Wird ferner die Widerstandshöhe für die Bewegung von F bis F_1 = Null gesetzt, so ist auch

$$0 = \frac{p-p_1}{\gamma} + \frac{u^2-u_1^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left[\frac{2u(u_1-u)}{\varphi} - (u_1^2-u^2)\right]$$

$$\frac{2u}{\varphi} = u_1 + u; \quad u_1 = \frac{2-\varphi}{\varphi}u.$$

Mit Rücksicht darauf wäre der Coefficient der inneren Contraction:

$$\alpha = \frac{F_1}{F'} = \frac{F}{F'}\frac{F_1}{F} = \frac{1}{\varphi}\frac{u}{u_1} = \frac{1}{2-\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(e),}$$

also $\frac{1}{\alpha} - 1 = 1 - \varphi$, und somit die Widerstandshöhe B_2 auch zu setzen:

$$B_2 = \left(1 - \frac{F'}{F}\right)^2 \frac{u'^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(c').}$$

Die Zulässigkeit der Annahme, dass im Raume z, z der Druck $= p$ sei, lässt sich prüfen durch Vergleichung der Werthe von $\frac{1}{2-\varphi}$ mit den Werthen von α, welche aus Gl. (c) sich berechnen lassen, wenn B_2 als gesammte Widerstandshöhe durch Versuche bestimmt wird. Aus solchen Versuchen von Weisbach ergeben sich die folgenden zusammengehörigen Werthe (Bd. I, §. 92 unter 1):

$\varphi = 1$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$\alpha = 1$	0,892	0,813	0,755	0,712	0,681	0,659	0,643	0,632	0,624
$\frac{1}{2-\varphi} = 1$	0,909	0,833	0,769	0,714	0,667	0,625	0,588	0,556	0,526

Mit Rücksicht auf den mässigen Widerstand, welcher thatsächlich auch von F bis F_1 vorhanden sein wird, fände sich die Annahme als zulässig bestätigt durch α etwas $< \frac{1}{2-\varphi}$. Für $\varphi > 0,6$ ist das der Fall, und kann also für $F' > 0,6\,F$ die Gleichung (c) durch (c') ersetzt werden. Je mehr aber $F' < 0,6\,F$ ist, desto mehr ist im Raume z, z der Druck $< p$. Wäre er $= p - \Delta p$, so käme auf der linken Seite der Gleichung, welche oben der Gleichung (d) vorhergeht, das Glied $(F - F')\Delta p$ hinzu, was auch ohne solchen Zusatz durch Vergrösserung von F', also von φ berücksichtigt werden könnte. Mit φ würde auch $\frac{1}{2-\varphi}$ vergrössert, wie es sein muss.

darauf, dass es sich um nur mässige verhältnissmässige Querschnittsänderungen handelt, durch eine Widerstandshöhe gemäss Gl. (c′) in der Anmerkung gemessen werden kann, indem darin der Verengungscoefficient k der Leitcanäle durch die Turbinenschaufeln für $\frac{F'}{F}$, und w_0 für u' gesetzt wird. Hinter den Stirnflächen der Leitschaufeln entstehen Wirbel (in Fig. 31 angedeutet bei lm und $l_1 m_1$), analog den Wirbeln bei x, x in Fig. 32, I und entsprechend einer Widerstandshöhe, welche aus (b) erhalten wird mit k_1 statt $\frac{F'}{F}$ und w_1 statt u. Die gesammte Widerstandshöhe für den Einfluss des Wassers aus dem Leitapparat in das Laufrad (abgesehen von Stössen gegen die krummen Schaufelflächen) ergäbe sich somit:

$$B = (1-k)^2 \frac{w_0^2}{2g} + \left(\frac{1}{k_1} - 1\right)^2 \frac{w_1^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Die relative Geschwindigkeit w_1 bezieht sich auf den vollen Anfangsquerschnitt $= a_1 b$ eines Leitcanals, w_0 auf einen kurz vorher durchströmten Querschnitt von der durchschnittlichen Grösse $k_1 a_1 b$; zwischen beiden sind jene mit den besprochenen Widerständen verbundenen Wirbel an den Endflächen der Leitschaufeln und am Anfange der Seitenflächen der Turbinenschaufeln stattfindend zu denken. Es ist deshalb auch

$$w_1 = k_1 w_0; \; B = [(1-k)^2 + (1-k_1)^2] \frac{w_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots (4),$$

und weil auch

$$B = h - h_1 + \frac{w_0^2 - w_1^2}{2g},$$

folgt

$$h_1 - h = (1-k_1^2)\frac{w_0^2}{2g} - [(1-k)^2 + (1-k_1)^2]\frac{w_0^2}{2g}$$

$$= [2(1-k_1)k_1 - (1-k)^2]\frac{w_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (5),$$

eine stets positive Grösse, da $1-k$ und $1-k_1$ kleine Brüche sind.

Din Einsetzung der Werthe von k und k_1 nach (1) und (2) giebt:

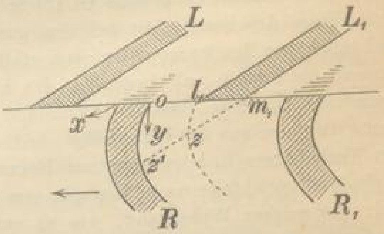
$$B = \left[\left(\frac{s_1}{a_1+s_1}\right)^2 + \left(\frac{s}{a+s}\right)^2\right]\frac{w_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (4,a)$$

$$h_1 - h = \left[\frac{2as}{(a+s)^2} - \left(\frac{s_1}{a_1+s_1}\right)^2\right]\frac{w_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (5,a).$$

Uebrigens ist zuzugeben, dass die Vorstellungen, auf Grund welcher die Widerstandshöhe B und entsprechende Druckzunahme $h_1 - h$ hier berechnet wurden, nur für den Beharrungszustand des in einfach gestalteten Röhren strömenden Wassers erfahrungsmässig bewährt sind, während es wahrscheinlich ist, dass der keilförmige, mit verhältnissmässig ruhigem Wasser erfüllte Raum z. B. vor der Stirnfläche no der Schaufel R, Fig. 31, wenn sie mit grosser Geschwindigkeit an der Mündung des Leitcanals zwischen L und L_1 vorbeigeht, sich nicht so vollkommen ausbilden kann, wie es der Fall wäre, wenn die Schaufel R vor jener Mündung in Ruhe wäre. Die Contractionen beiderseits von R können so in verstärktem Masse zu Stande kommen. —

Bei Druckturbinen ist eine Nöthigung zu voller Ausfüllung der Turbinencanäle durch hydraulischen Druck nicht vorhanden. Damit fallen auch die vorbesprochenen Wirbelbildungen und die entsprechenden continuirlichen hydraulischen Stösse von schneller fliessendem gegen langsamer in gleicher Richtung fliessendes Wasser fort. Auch eine Zunahme des hydraulischen Drucks beim Einfliessen des Wassers in die Turbine findet dann nicht statt; es ist hier immer $h = h_1$, also auch $= h_2$. Dagegen sind Widerstände nicht ausgeschlossen, welche verursachen, dass $w_1 < w_0$ ist; nur sind sie von anderer Art, als bei Ueberdruckturbinen. Indem nämlich die keilförmig zulaufenden, in die Leitcanäle sich hinein erstreckenden und mit kaum strömendem Wasser erfüllten Räume vor den Stirnflächen der Turbinenschaufeln auch hier sich ausbilden, wird eine Ablenkung der relativen Einflussgeschwindigkeit w_0 von der zur Turbinenschaufelfläche tangentialen Richtung dadurch verursacht, wie die Pfeile x und y in Fig. 33 andeuten; diese nachtheilige Wirkung nimmt zu mit der Dicke der Turbinenschaufeln. Die Dicke der Leitschaufeln, z. B. der Schaufel L_1 in der Figur wirkt insofern schädlich, als das bei ol_1 eingeflossene Wasser von dem bei m_1 eingeflossenen an einer um so entfernteren Stelle z unter einem um so grösseren Winkel (nahe = dem Krümmungswinkel der Strecke $l_1 z$ der punktirten betreffenden relativen Wasserbahn) gestossen wird, je dicker die Leitschaufel L_1 ist. Die dem Einflusse der Schaufeldicken entsprechende Widerstandshöhe ist also von ähnlicher Art wie ein Stossgefälle ςH; indessen soll sie zum hydraulischen Widerstandsgefälle $(1-\varepsilon) H$ gerechnet werden ebenso wie die entsprechende oben berechnete Widerstandshöhe B bei Ueberdruckturbinen, um das sogenannte Stossgefälle auch bei beliebiger Schaufeldicke immer

Fig. 33.



auf Null reduciren zu können. Eine allgemeine Grössenbestimmung fraglicher Widerstandshöhe ist hier aber ebenso unthunlich, wie die Bestimmung der entsprechenden Geschwindigkeitsabnahme von w_0 bis w_1.*

Schliesslich sei schon hier bemerkt, dass der Stoss, welcher Obigem zufolge bei z, Fig. 33, durch die Leitschaufeldicke verursacht wird, in erhöhtem Grade bei Partialturbinen an den Stellen stattfindet, wo ein Turbinencanal, nachdem er an der Ausmündung des Leitapparates fast ganz vorbeigegangen ist, dieselbe verlässt. Ist nämlich L_1 in Fig. 33 Grenzwand des rechts davon liegenden Leitapparates (L ist beseitigt zu denken), so trifft das bei m_1 noch einfliessende Wasser die Schaufel R erst bei z' mit erheblichem Stosse. Dieser wächst hier nicht mit der Dicke der Leitschaufel, bezw. der Grenzwand L_1, sondern er ist um so grösser, je weiter die Turbinencanäle und je stärker ihre Schaufeln am Anfange gekrümmt sind. Diese Erwägung spricht für enge Schaufelung der Partialturbinen und gegen die Anordnung einer grösseren Zahl getrennter Einläufe.

---

* Eine wesentlich andere Auffassung des Einflusses der Schaufeldicken findet sich in der neuen Bearbeitung der Turbinentheorie von G. Herrmann in Weisbach's Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik. Für Ueberdruckturbinen wird daselbst angenommen, dass beim Ausflusse des Wassers aus den Leitcanälen in den Spalt eine plötzliche Querschnittsvergrösserung im Verhältnisse $e - t : e$ (bei Benutzung obiger Bezeichnungen), und bei dem unmittelbar darauf folgenden Einflusse aus dem Spalt in die Turbine eine plötzliche Querschnittsverkleinerung im Verhältnisse $e_1 : e_1 - t_1$ stattfinde, und dass jeder dieser Querschnittsveränderungen eine Widerstandshöhe gemäss Gl. (b) in voriger Anmerkuug entspreche. Das Ergebniss dieser Anschauung ist bei den gewöhnlichen Verhältnissen von Turbinen nicht erheblich von demjenigen der oben erklärten Anschauung verschieden. Bedenklicher, sowohl im Princip, als bezüglich des Ergebnisses, erscheint die für Druckturbinen gemachte Annahme, dass der Widerstand in plötzlicher Geschwindigkeitsvergrösserung beim Ausflusse aus den Leitcanälen, bedingt durch plötzliche Querschnittsverkleinerung im Verhältnisse $1 : k$ (wieder mit Benutzung obiger Bezeichnungen) seinen Grund habe und gleichfalls nach Analogie von Gl. (b) in voriger Anmerkung zu berechnen sei; ein solcher Widerstand, wie er entsprechend auch beim Ausflusse aus einer Oeffnung in der Schlusswand am Ende einer Leitungsröhre (überhaupt beim Ausflusse aus Mündungen) stattfinden müsste, findet thatsächlich nicht statt, weil bei der strömenden Bewegung der Wassers in Röhren wohl plötzliche Querschnittsvergrösserungen des Wasserstroms (verbunden mit Wirbeln), nicht aber plötzliche Verkleinerungen desselben vorkommen. Eine plötzliche Verkleinerung des Rohrquerschnitts veranlasst die Ausscheidung einer gewissen Wassermenge (z, z in Fig. 32) aus dem Strom, dessen eigene Querschnittsverkleinerung dadurch zu einer stetigen wird.

§. 30. Fundamentalgleichungen und Haupterfordernisse.

Hinsichtlich der Bewegung des Wassers vom Zuflusscanal bis zum Abflusscanal mögen 4 Theile unterschieden werden:

1. die Bewegung bis zum Spalt,
2. der Einfluss in die Turbine,
3. der Durchfluss durch die Turbine,
4. die Bewegung vom Ausflusse aus der Turbine bis zum Unterwasser.

Auf jeden dieser Theile werde die Gleichung der lebendigen Kraft angewendet in der Ausdrucksform, welche in der technischen Hydraulik ihr gegeben zu werden pflegt und von welcher für einen Spezialfall schon im vorigen Paragraph Gebrauch gemacht wurde, nämlich der Satz (siehe Bd. I, §. 78), dass, wenn sich Wasser im Beharrungszustande in irgend einem Canal, bezw. in einer Röhre von beliebiger Form strömend bewegt, die Summe aus Druckhöhe und relativer Geschwindigkeitshöhe für irgend einen Querschnitt $F =$ ist der entsprechenden Summe für einen vorhergehenden Querschnitt F', vermehrt um die Arbeit der bewegenden relativen Massenkraft pro 1 Kgr. Wasser auf dem Wege von F' bis F, und vermindert um die Widerstandshöhe (Arbeit der hydraulischen Bewegungswiderstände pro 1 Kgr.) für die Canalstrecke $F'F$. Ist der Canal in Ruhe, so sind die Geschwindigkeiten absolute und besteht die bewegende Massenkraft nur in der Schwerkraft; ihre Arbeit pro 1 Kgr. auf dem Wege $F'F$ ist = der mittleren Höhe von F' über F. Ist der Canal in Bewegung, so enthält die Arbeit der bewegenden relativen Massenkraft zugleich die Arbeit der ersten Ergänzungskraft (die Arbeit der zweiten ist = Null), z. B. der Centrifugalkraft im Falle der Drehung um eine feste Axe, wie sie den Turbinencanälen eigen ist.

Auf Grund dieses allgemeinen Gesetzes und mit den im §. 28 erklärten Buchstabenbezeichnungen ist zunächst für die Bewegung bis zum Spalt, für welche die hydraulische Widerstandshöhe mit ϱH bezeichnet sei,

$$h + \frac{u^2}{2g} = \frac{c_1^{\,2}}{2g} + H_0 - H_1 - \varrho H \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

mit Rücksicht darauf, dass am Oberwasserspiegel die hydraulische Ueberdruckhöhe $= 0$ ist.

Beim Einfliessen des Wassers in die Turbine kann im Allgemeinen ein Stoss gegen die Schaufelflächen stattfinden (falls die relative Geschwindigkeit w nicht tangential an dieselben gerichtet ist), entsprechend dem Stossgefälle ςH, ferner eine Abnahme der zur Schaufelfläche tangentialen Componente von w, welche deshalb mit $\frac{w_0}{\varphi}$ zu bezeichnen ist, zu w_0 infolge eines Wasserverlustes durch den Spalt, endlich ein hydraulischer Widerstand, entsprechend dem im vorigen Paragraph besprochenen Widerstandsgefälle, welches hier mit $\varrho_0 H$ bezeichnet sei, und infolge dessen die relative Geschwindigkeit w_0 in die abermals kleinere w_1, die Ueberdruckhöhe h (bei Ueberdruckturbinen) in die grössere h_1 übergeht. Die betreffenden Gleichungen

$$\frac{1}{\varphi^2}\frac{w_0^2}{2g} = \frac{w^2}{2g} - \varsigma H$$

und

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = h + \frac{w_0^2}{2g} - \varrho_0 H$$

mögen durch Addition und indem der Verlust an relativer Geschwindigkeitshöhe

$$= \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)\frac{w_0^2}{2g}$$

in die Widerstandshöhe $\varrho_0 H$ einbegriffen wird, zusammengefasst werden zu der Gleichung:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = h + \frac{w^2}{2g} - (\varsigma + \varrho_0) H \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2).$$

Bei Druckturbinen ist $h = h_1$ und das Widerstandsgefälle $\varrho_0 H$ von ähnlicher Bedeutung wie das Stossgefälle ςH (siehe vorigen Paragraph), indem auch die erwähnte in $\varrho_0 H$ einbegriffene Grösse wegen $\varphi = 1$ verschwindet.

Bei dem Durchfluss durch die Turbine handelt es sich um eine relative Bewegung des Wassers in Canälen, welche nicht so kurz sind, dass die Arbeiten der Schwere ($= H_1 - H_2$ pro 1 Kgr. Wasser) und der ersten Ergänzungskraft, nämlich der Centrifugalkraft zu vernachlässigen wären. Letztere ist vielmehr pro 1 Kgr., wenn r einen beliebigen Abstand von der Turbinenaxe bedeutet,

$$= \frac{\omega^2}{g}\int_{r_1}^{r_2} r\,dr = \frac{\omega^2}{g}\frac{r_2^2 - r_1^2}{2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

und deshalb die betreffende Gleichung der Arbeiten und lebendigen Kräfte, wenn $\varrho_1 H$ hier die hydraulische Widerstandshöhe bedeutet,

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2g} = h_1 + \frac{w_1^2}{2g} + H_1 - H_2 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} - \varrho_1 H \; . \; . \; . \; (3).$$

Bei einer Druckturbine ist $h_1 = h_2$, somit $h = h_1 = h_2$.

Endlich ist für die wieder absolute Bewegung vom Ausflusse aus der Turbine bis zum Unterwasserspiegel, an welchem die hydraulische Ueberdruckhöhe = 0 ist, unter $\varrho_2 H$ die betreffende hydraulische Widerstandshöhe verstanden,

$$\frac{c_2^2}{2g} = h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + H_2 - \varrho_2 H \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4).$$

Bei der Addition der Gleichungen (1) bis (4) heben sich die entgegengesetzt gleichen Glieder $h, h_1, h_2, \frac{w_1^2}{2g}, H_1, H_2$, und man erhält:

$$\frac{u^2 + w_2^2 + c_2^2}{2g} = \frac{c_1^2 + w^2 + u_2^2}{2g} + H_0 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} - (\varsigma + \varrho + \varrho_0 + \varrho_1 + \varrho_2) H$$

oder mit

$$H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} = H \text{ (§. 28, Gl. 1)}$$

und $$(1 - \varrho - \varrho_0 - \varrho_1 - \varrho_2)\, H = \varepsilon H$$

gemäss der Definition des wirksamen Gefälles εH im §. 28:

$$\frac{u^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = (\varepsilon - \varsigma)\, H \quad \ldots \ldots (5).^*$$

Gemäss Fig. 34, welche mit Rücksicht auf das Vorhergehende einer Erklärung nicht bedarf, ist

$$\begin{aligned} w^2 &= u^2 + v_1^2 - 2uv_1 \cos\alpha \\ u_2^2 &= v_2^2 + w_2^2 - 2 v_2 w_2 \cos\delta, \\ \text{also } u^2 - w^2 + v_1^2 &= 2uv_1 \cos\alpha \\ -u_2^2 + w_2^2 - v_2^2 &= 2 v_2 w_2 \cos\delta - 2 v_2^2, \end{aligned}$$

so dass Gl. (5) auf die Form gebracht werden kann:

$$(\varepsilon - \varsigma)\, H = \frac{1}{g}(uv_1 \cos\alpha + v_2 w_2 \cos\delta - v_2^2) \quad \ldots \ldots (6).$$

---

* Im Falle $\varsigma = 0$ nennt G. Herrmann

$$\frac{u^2 - u_2^2}{2g} \text{ das Actionsgefälle,}$$

$$\frac{w_2^2 - w^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \text{ das Reactionsgefälle,}$$

die Summe beider $= \varepsilon H$ das Nutzgefälle, während

$$\varepsilon H + \frac{u_2^2}{2g} \text{ als wirksames Gefälle}$$

bezeichnet wird. Ihm zufolge ist eine Actions- oder Druckturbine dadurch charakterisirt, dass das Reactionsgefälle

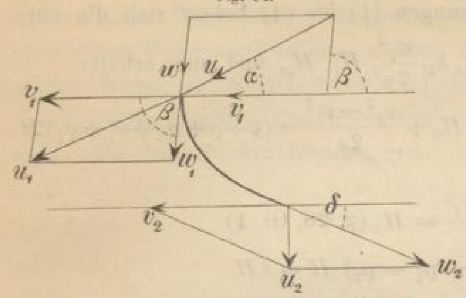
$$\frac{w_2^2 - w^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = 0$$

ist, während hier eine Druckturbine als eine solche definirt wurde, für welche $h = h_1 = h_2$ ist und somit gemäss Gl. (2) und (3) mit $\varsigma = 0$ sich ergiebt:

$$\frac{w_2^2 - w^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = H_1 - H_2 - (\varrho_0 + \varrho_1)\, H.$$

Das Maximum des Wirkungsgrades η einer Turbine entspricht nach Gl. (2), §. 28, bei gewissen Werthen der mehr untergeordneten Elemente φ und μ dem Maximum von $\varepsilon - \varsigma$, vor Allem also $\varsigma = 0$, d. h. einem stossfreien Einflusse des Wassers in die Turbine, unter welcher Bezeichnung hier immer das Fehlen eines solchen Stosses verstanden wird, welcher, durch das Stossgefälle ςH gemessen, dann stattfindet, wenn die Richtung von w gegen die Gerade geneigt ist, welche das Turbinenschaufelprofil (das Profil der concaven Schaufelfläche) in seinem Anfangspunkte berührt. Aus Fig. 34, worin der Bedingung des stossfreien Einflusses durch das Zusammenfallen der Richtungen von w und w_1 entsprochen ist, ergiebt sich als analytische Bedingung desselben:

Fig. 34.



$$\frac{u}{\sin\beta} = \frac{v_1}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{w}{\sin\alpha} \quad . \; . \; . \; , \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7).$$

Da ferner die der Ausflussgeschwindigkeit u_2 entsprechende Geschwindigkeitshöhe für den Effect des Rades gewöhnlich verloren ist, soll sie möglichst klein, wenigstens möglichst wenig $> c_2$ sein. Unbeschadet des erforderlichen Abflussses von der Turbine darf aber diese Geschwindigkeit u_2 um so kleiner sein, je mehr sie normal zur Ausflussfläche gerichtet ist, da eine dieser Fläche parallele Componente von u_2 nichts dazu beitragen würde, das Wasser von der Turbine zu entfernen und somit besser zu nützlicher Arbeit in ihr verwendet worden wäre. Dieser Fall eines normalen Ausflusses, wie er in der Folge kurz bezeichnet werde, ist in Fig. 34 vorausgesetzt; ihm entsprechen die Beziehungen:

$$\frac{u_2}{\sin\delta} = \frac{v_2}{\cos\delta} = w_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (8).$$

Bei stossfreiem Einflusse ($\varsigma = 0$) und normalem Ausflusse ($v_2 = w_2 \cos\delta$) geht (6) über in:

$$\varepsilon H = \frac{u v_1 \cos\alpha}{g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (9),$$

ist also das wirksame Gefälle = dem durch g dividirten Product der mittleren Umfangsgeschwindigkeit v_1 und der im Sinne derselben genommenen Componente der absoluten Zuflussgeschwindigkeit u. Diese Gleichung stellt eine Beziehung dar, welche zwischen u, v_1 und α stattfinden muss, wenn bei gegebenem wirksamen Gefälle die beiden Grundbedingungen des stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses erfüllt sein sollen. Mit Rücksicht auf (7) folgt auch

$$\varepsilon H = \frac{v_1^2}{g} \frac{\cos\alpha \sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}$$

$$v_1 = \sqrt{g\varepsilon H \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\cos\alpha \sin\beta}} = \sqrt{g\varepsilon H\left(1-\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta}\right)} \quad \ldots\ldots (10).$$

Die vortheilhafteste (den Grundbedingungen 7 und 8 entsprechende) Umfangsgeschwindigkeit v_1 einer Turbine ist also durch das wirksame Gefälle εH und durch die Winkel α, β bestimmt; bei einer gegebenen Turbine (bei gegebenen Werthen von α, β und δ) ist nicht nur sie proportional $\sqrt{\varepsilon H}$, sondern (nach 7 und 8 und wegen des für eine gegebene Turbine bestimmten Verhältnisses $\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2}$) jede der Geschwindigkeiten

$$u, \ v_1, \ w, \ u_2, \ v_2, \ w_2.$$

Je weniger eine Turbine mit Ueberdruck arbeitet, desto mehr ist das disponible Arbeitsvermögen als lebendige Kraft im einfliessenden Wasser vorhanden, d. h. desto grösser ist u bei gegebenem wirksamen Gefälle εH, desto kleiner folglich v_1 nach Gl. (9) bei gegebenem Winkel α, desto kleiner auch der Winkel β nach (10). —

Um den hydraulischen Wirkungsgrad ε möglichst gross zu erhalten, ist nach Erfüllung der Hauptforderungen (u_2 normal zur Austrittsfläche und $\varsigma = 0$) noch dafür zu sorgen, dass die hydraulischen Widerstandshöhen ϱH, $\varrho_\delta H$, $\varrho_1 H$ und $\varrho_2 H$ möglichst klein sind. Sie sollen später so weit thunlich bestimmt werden; die drei ersten sind um so kleiner, je kleiner die Schaufeldicken, je grösser die Krümmungshalbmesser der Schaufelflächen sind und je kleiner die Summe aller Schaufelflächen ist, je mehr also die Schaufelzahlen und die einzelnen Schaufelflächen beschränkt werden, insoweit es die Rücksicht auf sichere Führung des Wassers und die so eben erwähnte Forderung mässiger Schaufelkrümmung gestattet. Theilweise andere Rücksichten sind zur Verkleinerung von $\varrho_2 H$ massgebend. Im Falle einer Ueberwasserturbine ist nach Gl. (4) wegen $h_2 = 0$:

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11),$$

also nur dadurch zu verkleinern, dass H_2 möglichst klein und u_2 möglichst wenig $> c_2$ gemacht wird. Indem aber, je kleiner u_2, desto grösser natürlich die Austrittsfläche der Turbine sein muss, ist es wichtig zu bemerken, dass bei der Anordnung als Rohrturbine und bei voller Beaufschlagung auch bei grösserer Ausflussgeschwindigkeit u_2 die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ fast beliebig verkleinert werden kann, wenn nur dafür gesorgt wird, dass die ganze Fläche, durch welche das Wasser mit der Geschwindigkeit u_2 aus der Turbine ausfliesst, hinlänglich allmählich in die der mittleren Geschwindigkeit c_2 entsprechende Querschnittsgrösse übergeht, um hydraulische Stossverluste auszuschliessen ausser demjenigen, welcher durch die den Schaufeldicken entsprechende plötzliche Querschnittsvergrösserung im Verhältnisse $e_2 - t_2 : e_2 = a_2 : a_2 + s_2$ unvermeidlich verursacht wird. Bei Axialturbinen und bei aussenschlächtigen Radialturbinen lässt sich das durch conoidische Gestaltung des Radtellers, welcher den Radkranz mit der Welle verbindet, leicht genügend erreichen. Weniger einfach ist es bei innenschlächtigen Turbinen, welche zur Ausführung als Rohrturbinen weniger geeignet sind; für diesen Fall ist von Boyden der sogenannte Diffuser zu fraglichem Zwecke angegeben worden: ein festliegender Kranz, welcher mit seiner offenen Innenfläche der gleich grossen cylindrischen Austrittsfläche der Turbine mit sehr kleinem Spielraume gegenüberliegt und sich nach aussen zu der gleichfalls cylindrischen offenen Aussenfläche erweitert nicht nur in radialem, sondern zugleich in axialem Sinne. —

Ob eine Turbine eine reine Druckturbine ist oder ob sie mehr oder weniger durch Ueberdruck wirkt, hängt bei gegebenem Gefälle hauptsächlich ab von der Geschwindigkeit u. Indem die Druckturbine durch $h = h_1 = h_2$ charakterisirt und für eine Ueberwasserturbine $h_2 = 0$ ist, ergiebt sich für eine Ueberwasser-Druckturbine auch $h = 0$, also nach Gl. (1):

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{c_1{}^2}{2g} + H_0 - H_1 - \varrho H \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12);$$

das Arbeitsvermögen, welches der Geschwindigkeit c_1 am Oberwasserspiegel und dessen Höhe $= H_0 - H_1$ über dem Spalt entspricht, soweit es nicht durch die Bewegungswiderstände bis zu dieser Stelle verbraucht ist, befindet sich ganz als lebendige Kraft (als freies Arbeitsvermögen) in dem aus dem Leitapparate ausfliessenden Wasser.

Bei einer (freilich nur bei voller Beaufschlagung und mit Rückschaufeln im Allgemeinen zweckmässigen) Unterwasser-Druckturbine ist, da hier die Ausflussgeschwindigkeit u_2 plötzlich (mit Stoss) in die Abflussgeschwindigkeit c_2 des Untergrabens übergeht,

$$\varrho_2 H = \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g},$$

also nach (4):

$$0 = h_2 + H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2 - (u_2 - c_2)^2}{2g}$$

$$= h_2 + H_2 + \frac{(u_2 - c_2)\, c_2}{g}.$$

Mit $h = h_2$ folgt dann aus (1):

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{c_1^2}{2g} + H_0 - H_1 + H_2 - \varrho H + \frac{(u_2 - c_2) c_2}{g} \quad \ldots . (13)$$

oder auch mit $H = H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$:

$$\frac{u^2}{2g} = H - H_1 + H_2 - \varrho H + \frac{(2 u_2 - c_2)\, c_2}{2g} \quad \ldots . (13,a).$$

Würde endlich eine **Druckturbine** als **Rohrturbine** angeordnet, so würde aus (1) und (4) folgen:

$$h - h_2 = \left\{ \begin{array}{l} -\dfrac{u^2}{2g} + \dfrac{c_1^2}{2g} + H_0 - H_1 - \varrho H \\[2ex] \qquad -\dfrac{c_2^2}{2g} + \dfrac{u_2^2}{2g} + H_2 - \varrho_2 H \end{array} \right.$$

und mit $H = H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$ für $h = h_2$:

$$\frac{u^2}{2g} = H - H_1 + H_2 + \frac{u_2^2}{2g} - (\varrho + \varrho_2)\, H \quad \ldots\ldots (14).$$

Indem hier $\varrho_2 H$ nach obiger Bemerkung mit Hülfe conoidischer Gestaltung des Radtellers bei seiten- und aussenschlächtigen, bezw. des Boyden'schen Diffusers bei innenschlächtigen Turbinen verkleinert werden kann, wird u entsprechend grösser.

Bei einer **Ueberdruckturbine** ist die aus Gl. (3) sich ergebende Druckhöhendifferenz $h_1 - h_2$ als **Ueberdruckgefälle**, d. h. als das Gefälle zu bezeichnen, welches durch Ueberdruckwirkung, nämlich durch Reaction gegen die relative Beschleunigung in der Turbine verwerthet wird. Indem es aber dabei auf einen ganz bestimmten Betrag solcher Ueberdruckwirkung nicht ankommt, kann sie auch ungefähr mit Rücksicht auf das Verhältniss der Geschwindigkeitshöhe $\frac{u^2}{2g}$ zu ihrem Maximalwerthe beurtheilt werden, welcher nach (12) — (14) einer Druckturbine unter den betreffenden Umständen zukommen würde. Letzterer lässt sich freilich für eine zu entwerfende Turbine zunächst nicht genau ermitteln, weil gewisse der in den Gleichungen (12) — (14) vorkommenden Grössen erst durch den wenigstens angenähert festgestellten Entwurf bekannt, bezw. genauer bestimmbar werden. Die Beziehung zwischen u und H werde deshalb vorläufig in der Form

$$\frac{u^2}{2g} = mH \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

eingeführt, wobei der Coefficient m, weil besonders die Wirkungsweise des Wassers in der Turbine charakterisirend (je kleiner m, desto mehr Ueberdruck) im Anschluss an Rittinger und G. Schmidt als Charakteristik bezeichnet werde. Für eine zu entwerfende Druckturbine kann m vorläufig (vorbehaltlich nachträglicher Berichtigung gemäss Gl. 12, bezw. 13 oder 14) etwa $= 0{,}8$ bis $0{,}9$ angenommen werden, um so kleiner, je kleiner H, je grösser also voraussichtlich H_1 im Vergleich mit H sein muss, auch etwas kleiner, wenn den Umständen gemäss ein verhältnissmässig grosser Werth von ϱH erwartet werden kann (z. B. bei grosser Länge der Zuleitungsröhre vom Oberwasser zum Leitapparat), oder wenn H_2 mit erheblichem Absolutwerthe negativ ist, etwas grösser, wenn in besprochener Weise die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ erheblich verkleinert wird. Für Ueberdruckturbinen ist durchschnittlich $m = 0{,}5$ angemessen.

§. 31. Uebersicht der Beziehungen zwischen den wesentlichsten Elementen einer Turbine.

Nach vorigem Paragraph finden bei stossfreiem Einflusse und normalem Ausflusse folgende Gleichungen zwischen den Elementen einer Turbine statt:

$$\frac{u}{\sin\beta} = \frac{v_1}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{w}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\frac{u_2}{\sin\delta} = \frac{v_2}{\cos\delta} = w_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$g\varepsilon H = u v_1 \cos\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

welchen hinzugefügt werden kann:

$$\frac{u^2}{2g} = mH \ldots (4) \text{ und } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Mit Rücksicht darauf, dass unter (1) und (2) je zwei Gleichungen begriffen sind, stellen sie 7 von einander unabhängige Beziehungen dar zwischen dem Gefälle H, dem gleichfalls hier vorläufig als bekannt vorausgesetzten hydraulischen Wirkungsgrad ε und den folgenden 11 Turbinenelementen:

$$m \quad \frac{r_1}{r_2} \quad \alpha \quad \beta \quad \delta \quad u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 1.$$

Von den Verbindungen und Folgerungen, welche sie zulassen, werde hier ausser dem schon im vorigen Paragraph abgeleiteten Ausdrucke von v_1 durch α und β:

$$v_1 = \sqrt{g \varepsilon H \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\cos\alpha \sin\beta}} = \sqrt{g \varepsilon H \left(1 - \frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta}\right)} \quad \ldots\ldots (6)$$

die Verbindung von (3) und (4) mit dem daraus folgenden Ausdrucke von v_1 durch m und α:

$$g \varepsilon H = v_1 \cos\alpha \sqrt{2 g m H};\ v_1 = \frac{\varepsilon}{\cos\alpha} \sqrt{\frac{g H}{2 m}} \quad \ldots\ldots (7)$$

hervorgehoben, und die aus der Gleichsetzung der Ausdrücke von $v_1{}^2$ nach (6) und (7) folgende Beziehung zwischen m, α, β:

$$\varepsilon = 2 m \cos^2\alpha \left(1 - \frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta}\right) = m \sin 2\alpha\,(cotg\,\alpha - cotg\,\beta) \quad \ldots\ldots (8).$$

Diese und andere abgeleitete Beziehungen hindern es natürlich nicht, dass vorläufig 4 von obigen 11 Turbinenelementen, bezw. 4 Beziehungen zwischen ihnen willkürlich bleiben.

Weiteren Gleichungen zwischen denselben und andern Elementen werde einstweilen die Voraussetzung einer Vollturbine bei grösstmöglicher Beaufschlagung zu Grunde gelegt, wobei also der Leitapparat ein Leitrad ist und die Canalquerschnitte nicht durch Regulirungsvorrichtungen (Schützen) verengt sind. Die Leitcanäle sind dann am Ende, die Turbinencanäle am Anfange nur infolge des Einflusses der Schaufeldicken (§. 29) nicht vollständig von strömendem Wasser erfüllt. Im Uebrigen ist volle Ausfüllung der ersteren Canäle immer, der letzteren nur bei Ueberdruckturbinen nothwendig vorhanden; jedoch soll gefordert werden, dass wenigstens die Ausflussquerschnitte der Turbinencanäle auch bei voll beaufschlagten Druckturbinen von strömendem Wasser ausgefüllt sind, weil anderenfalls die Ausflussfläche der Turbine und überhaupt ihre Dimensionen überflüssig gross sein würden, oder bei gegebenen Dimensionen die Ausflussgeschwindigkeit u_2 überflüssig gross wäre. Unter diesen Voraussetzungen und mit bekannten Buchstabenbezeichnungen (§. 28), insbesondere mit den im §. 29, Gl. (1) und (2), bestimmten Coefficienten k und k_1 gelten mit Bezug auf den Ausfluss aus dem Leitrade, den Einfluss in das Laufrad und den Ausfluss aus demselben offenbar die folgenden Gleichungen:

$$2\pi r_1 = z \frac{a+s}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

$$2\pi r_1 = z_1 \frac{a_1+s_1}{\sin\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

$$2\pi r_2 = z_1 \frac{a_2+s_2}{\sin\delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

$$Q = kzabu \text{ mit } k = \frac{a_1}{a_1+s_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

$$\varphi Q = k_1 z_1 a_1 b w_0 \text{ mit } k_1 = \frac{a}{a+s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

$$\varphi Q = z_1 a_2 b_2 w_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14).$$

Sie enthalten ausser den gegebenen, bezw. als bekannt vorausgesetzten Grössen Q, φ und Elementen der Gruppe I noch folgende 11 Turbinenelemente:

$$z \quad z_1 \quad s \quad s_1 \quad s_2 \quad r_1 \quad \frac{b}{b_2} \quad b \quad a \quad a_1 \quad a_2 \quad \ldots\ldots\ldots \text{II},$$

wobei von den Elementen r_1, r_2 nur das eine angeführt ist, weil das Verhältniss beider zur Gruppe I gerechnet wurde, und auch neben b nicht b_2, sondern das Verhältniss dieser zwei analogen Dimensionen. Man kann aber bemerken, dass Gl. (13) eine Folge der übrigen Gleichungen ist. Denn wegen $w_0 = \varphi w$ folgt aus (12) und (13)

$$\frac{k}{k_1} \frac{z}{z_1} \frac{a}{a_1} \frac{u}{w} = 1,$$

daraus mit Rücksicht auf (1) und auf die Bedeutungen von k und k_1:

$$\frac{a_1}{a_1+s_1} \frac{a+s}{a} \frac{z}{z_1} \frac{a}{a_1} \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{z(a+s)}{\sin\alpha} \cdot \frac{\sin\beta}{z_1(a_1+s_1)} = 1,$$

was nach (9) und (10) eine identische Gleichung ist. Die Gleichung (13) ist folglich als unabhängige Bedingungsgleichung auszuscheiden; ausserdem werde (14) durch eine Gleichung ersetzt, welche daraus durch Verbindung mit anderen wie folgt erhalten werden kann. Aus (13) und (14) ergiebt sich durch Division:

$$k_1 \frac{a_1}{a_2} \frac{b}{b_2} = \frac{w_2}{w_0}$$

oder, weil $w_0 = \varphi w$ und nach (1), (2), (5):

$$\frac{w_2}{w_0} = \frac{1}{\varphi} \frac{v_2}{\cos\delta} \frac{\sin(\beta-\alpha)}{v_1 \sin\alpha} = \frac{1}{\varphi} \frac{r_2}{r_1} \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\cos\delta \sin\alpha} \quad \ldots\ldots (15)$$

ist, durch beiderseitige Multiplication mit $\varphi \frac{r_2 \sin\delta}{r_1 \sin\beta}$:

$$\varphi k_1 \frac{a_1}{a_2} \frac{r_2 \sin\delta}{r_1 \sin\beta} \frac{b}{b_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 tg\,\delta \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\alpha \sin\beta}$$

$$= \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 tg\,\delta\,(cotg\,\alpha - cotg\,\beta) \quad \ldots \; (16).$$

Mit der den Bedeutungen von k und k_1 analogen Bezeichnung:

$$k_2 = \frac{a_2}{a_2 + s_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (17)$$

ist aber nach Gl. (10) und (11)

$$\frac{a_1}{a_2} \frac{r_2 \sin\delta}{r_1 \sin\beta} = \frac{a_1}{a_2} \frac{a_2 + s_2}{a_1 + s_1} = \frac{k}{k_2},$$

so dass der Gleichung (16) mit Rücksicht zugleich auf (8) die Form gegeben werden kann:

$$\varphi \frac{kk_1}{k_2} \frac{b}{b_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 tg\,\delta \frac{\varepsilon}{m \sin 2\alpha}$$

$$tg\,\delta = m \frac{\varphi}{\varepsilon} \frac{kk_1}{k_2} \frac{b}{b_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \sin 2\alpha \quad \ldots\ldots\ldots \; (18).$$

Diese Gleichung enthält neben $\frac{b}{b_2}$ die Elemente m, $\frac{r_1}{r_2}$, α und δ der Gruppe I, und sie mag, da $\frac{k\,k_1}{k_2}$ immer wenig von 1 verschieden ist, als eine 8te Bestimmungsgleichung jener 11 Elemente betrachtet werden, so dass nur noch 3 derselben willkürlich, bezw. nach erfahrungsmässigen Regeln anzunehmen bleiben. Die 11 Elemente der Gruppe II sind dann aber nur an die 4 Gleichungen (9)—(12) gebunden. Bezüglich der im Ganzen 22 Elemente bleiben 10 erfahrungsmässige Annahmen nöthig, welche im folgenden Paragraph und bei den einzelnen Arten von Turbinen besprochen werden.

Zur Berechnung einer Partialturbine, welcher bei grösster Leistung das Wasser durch im Ganzen z Leitcanäle zugeführt werden soll, genügt entsprechende Aenderung der einzigen Gleichung (9). Bei x getrennten Einläufen (gewöhnlich $x = 2$ diametral gegenüber liegenden) längs je einem Bogen $= i$ des mittleren Umfanges der Eintrittsfläche des Rades, welcher Bogen durch die Leitschaufeln von der Dicke s in $\frac{z}{x}$ gleiche Theile, den einzelnen Leitcanälen entsprechend, und in $\frac{z}{x} - 1$ Theile $= \frac{s}{\sin\alpha}$, welche von den Leitschaufeln eingenommen werden, getheilt ist, hat man in Gl. (9) nur

$$x\left(i + \frac{s}{\sin\alpha}\right)$$

an die Stelle des Umfanges $2\pi r_1$ zu setzen. —

Schliesslich mögen noch einige Folgerungen für Druckturbinen angeführt werden. Bei solchen sind 2α und β stets spitze Winkel, und ist ε etwas $< m$. Aus (8) folgt deshalb:

$$\cot g\,\beta = \cot g\,\alpha - \frac{\varepsilon}{m}\frac{1}{\sin 2\alpha} \text{ etwas } > \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{1}{\sin 2\alpha}$$

oder wegen $\quad \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{1}{\sin 2\alpha} = \frac{2\cos^2\alpha - 1}{\sin 2\alpha} = \cot g\,2\alpha$:

$$\cot g\,\beta \text{ etwas } > \cot g\,2\alpha;\ \beta \text{ etwas } < 2\alpha \quad \ldots\ldots \quad (19).$$

Wegen $\varphi = 1$, also $w_0 = w$ folgt ferner aus (15):

$$\frac{w_0}{w_2} = \frac{w}{w_2} = \frac{r_1}{r_2}\frac{\cos\delta \sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)}$$

und weil hier δ stets ein kleiner Winkel, also

$$\cos\delta \text{ wenig } < 1,$$

während nach (19): $\frac{\sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)}$ wenig > 1

ist, folgt

$$\frac{w_0}{w_2} = \frac{w}{w_2} \text{ nahe } = \frac{r_1}{r_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20).$$

§. 32. Bestimmung der Elemente einer zu entwerfenden Turbine.

Wenn eine möglichst vollkommene, jedenfalls mit Leitapparat versehene Turbine entworfen werden soll, welche bei dem disponiblen Gefälle H (bei gegebenen Werthen von H_0, c_1 und c_2) einen Nutzeffect $= N$ Pferdestärken erwarten lässt, so sind vor Allem, nachdem das System der Turbine (ob seiten-, innen- oder aussenschlächtig, Druck- oder Ueberdruckturbine, Ueberwasser-, Unterwasser- oder Rohrturbine) in der Hauptsache bestimmt ist, vorläufige Annahmen bezüglich der Coefficienten η, ε, φ zu machen. Im Durchschnitt kann etwa $\varepsilon = 0{,}8$ und

für Druckturbinen $\varphi = 1$, $\eta = 0{,}76$

für Ueberdruckturbinen $\varphi = 0{,}95$, $\eta = 0{,}72$

vorläufig angenommen werden, entsprechend mit $\varsigma = 0$:

$$\mu = \varphi\varepsilon - \eta = 0{,}04$$

in beiden Fällen. In der That wird die Axenreibung sammt Luftwiderstand, auch wohl der Wasserverlust bei Ueberdruckturbinen, sowie der (durch $1-\varepsilon$ gemessene) hydraulische Bewegungswiderstand meistens etwas kleiner sein können; doch mag auf eine kleine Grösse des Stossgefälles gerechnet werden, wie es überhaupt rathsam ist, die mehr oder weniger zweifelhaften Annahmen eher etwas zu ungünstig zu machen, als umgekehrt. Für Partialturbinen ist es sogar passend, μ noch etwas grösser, ε etwas kleiner anzunehmen, z. B.

$$\varepsilon = 0{,}76 \text{ und } \mu = 0{,}06, \text{ entsprechend } \eta = 0{,}7 \text{ mit } \varphi = 1.$$

Mit dem betreffenden Werthe von η ergiebt sich die Aufschlagwassermenge

$$Q = \frac{0{,}075}{\eta} \frac{N}{H}.$$

Von den 11 Elementen der Gruppe I im vorigen Paragraph waren 3 willkürlich, bezw. erfahrungsmässig anzunehmen; dazu eignen sich die drei ersten:

$$m, \frac{r_1}{r_2} \text{ und } \alpha,$$

α wenigstens versuchsweise und vorbehaltlich nachträglicher Aenderung bei unpassenden Folgen; im Allgemeinen wird α um so grösser anzunehmen sein, je grösser Q und je kleiner H (je mehr Wasser mit je kleinerer Geschwindigkeit aus dem Leitrade ausfliessen muss, für welches bei bestimmter Grösse die Summe der Ausflussmündungen seiner Canäle proportional $\sin\alpha$ wächst), mit Rücksicht auf Gl. (18) auch um so grösser, je kleiner m und $\frac{r_1}{r_2}$, am grössten also bei innenschlächtigen Ueberdruckturbinen mit grosser Aufschlagwassermenge und kleinem Gefälle.*

Man kann nun zunächst prüfen, ob diese Werthe von m, $\frac{r_1}{r_2}$ und α

---

* G. Herrmann empfiehlt die Annahme von u_2 statt von α, und zwar $\frac{u_2^2}{2g} = 0{,}05\,H$ für grosse bis $0{,}08\,H$ für kleine Gefälle. Die entsprechenden Grenzen von $u_2 : \sqrt{H}$ erscheinen jedoch allzu eng, insbesondere würde u_2 für grosse Gefälle überflüssig gross, z. B. für $H = 16$ Mtr.

$$u_2 = \sqrt{0{,}05 \,.\, 2g \,.\, 16} \text{ nahe} = 4 \text{ Mtr.},$$

während ein Bedürfniss zur Verkleinerung der Turbine durch Vergrösserung von u_2 bei so grossen Gefällen nicht vorhanden zu sein pflegt. Noch mehr wäre $c_2 = 4$ Mtr. überflüssig gross, wenn mit Herrmann immer $c_2 = u_2$ angenommen würde. Auch wird u_2 passend zugleich von anderen Umständen abhängig gemacht; z. B. für Rohrturbinen, bei welchen die Ausflussgeschwindigkeit durch allmählige Querschnittsänderung grossentheils nützlich verwerthet werden kann, darf u_2 unter übrigens gleichen Umständen grösser sein, als in anderen Fällen.

nach Gl. (18),* worin einstweilen $\frac{k\,k_1}{k_2} = 1$ (oder nach Schätzung etwas kleiner) zu setzen ist, einen hinlänglich kleinen Winkel δ zur Folge haben, wenn zugleich $b_2 = b$ angenommen wird (wie es, wenn thunlich, der Einfachheit wegen vorzuziehen ist), oder ob und in welchem Grade dazu $b_2 > b$ angenommen werden müsste. Müsste es in zu hohem Grade geschehen, so könnte man Veranlassung nehmen, den Winkel α nachträglich zu verkleinern. Der Winkel δ soll zur Verkleinerung von u_2 besonders dann möglichst klein sein, wenn eine Verwerthung der Ausflussgeschwindigkeit (wie sie bei Rohrturbinen durch Verkleinerung des hydraulischen Drucks an der Ausflussfläche infolge allmähliger statt plötzlicher Geschwindigkeitsänderung möglich ist) den Umständen nach nicht stattfindet In der Regel ist $\delta < 25^0$ zu wünschen, ein allzu kleiner Winkel δ jedoch auch zu vermeiden, damit nicht die Weite a_2 der Turbinencanäle an ihrem Ende mit Rücksicht auf die Möglichkeit von Verstopfungen durch zufällig im Wasser schwimmende Körper allzu klein ausfalle; bei kleinen Turbinen kann diese Rücksicht Veranlassung sein, einen Winkel $\delta > 25^0$ zuzulassen. Aus Gl. (11) im vorigen Paragraph folgt nämlich

$$sin\,\delta = z_1 \frac{a_2 + s_2}{2\pi r_2}$$

und daraus z. B. mit $z_1 = 20 + 30\,r_2$ und $s_2 = 0{,}008\,r_2$ entsprechend der Forderung $a_2 > 0{,}025$ Mtr.

für $r_2 =$	0,2	0,4	0,6	0,8	1 Mtr.
$\delta >$	34^0	21^0	18^0	16^0	15^0.

Bei dem kleinen Halbmesser $r_2 = 0{,}2$ Mtr. müsste selbst dann noch $\delta > 27^0$ sein, wenn die Forderung auf $a_2 > 0{,}02$ Mtr. ermässigt würde.

Nachdem auf solche Weise mit Hülfe von (18) die Angemessenheit der Annahmen von m, $\frac{r_1}{r_2}$ und α geprüft, auch das Verhältniss $\frac{b}{b_2}$ festgesetzt und zugleich ein Näherungswerth von δ gefunden worden ist, findet man β aus (8) und v_1 aus (7), dadurch auch $v_2 = \frac{r_2}{r_1} v_1$, während u durch (4) bestimmt ist und w durch (1).

Vor Allem ist jetzt der Halbmesser r_1 festzusetzen (wodurch auf Grund der Annahmen r_2 mitbestimmt ist), um entsprechend die Schaufelzahlen und Schaufeldicken passend annehmen zu können. Man kann dabei von verschiedenen Gesichtspunkten ausgehen. Wird, was besonders z. B.

* Die ohne anderweitige Angabe in diesem Paragraph angezogenen Gleichungen sind diejenigen von §. 31.

bei Axialturbinen angemessen ist, von einem erfahrungsmässigen ungefähren Werthe des Verhältnisses $\frac{b}{r_1}$ ausgegangen, so kann Gl. (12), weil nach (9)

$$z\,a = k_1\,z\,(a+s) = k_1 \,.\, 2\,\pi\,r_1 \sin\alpha$$

ist, in der Form geschrieben werden:

$$Q = k\,k_1 \,.\, 2\,\pi\,r_1 \sin\alpha \,.\, b\,u = k\,k_1 \,.\, 2\,\pi\,r_1^2 \,.\, \frac{b}{r_1}\, u \sin\alpha \;.\;.\;.\;. \quad (1).$$

Da es auf ein ganz bestimmtes Verhältniss $\frac{b}{r_1}$ nicht ankommt, kann r_1 abgerundet demjenigen Werthe nahe gleich gesetzt werden, welcher sich aus dieser Gleichung mit einem angenäherten Werthe von $k k_1$ (etwas < 1, etwa $= 0{,}8$ bis $0{,}9$) ergiebt.* Oder es kann r_1 einer gewissen Umdrehungszahl n entsprechend aus

$$n = 9{,}55\,\omega = 9{,}55\,\frac{v_1}{r_1} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (2)$$

gefunden werden. Bei innenschlächtigen Turbinen wird auch wohl von einer passend scheinenden mittleren Geschwindigkeit c des an den inneren Umfang des Radkranzes sich anschliessenden Zuführungsrohrs, also von der Gleichung

$$Q = \pi\,r_1^2 \,.\, c \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (3)$$

ausgegangen und z. B. $c = 1$ Mtr. oder etwas grösser gesetzt, wobei indessen auch hier ein nahe kommender abgerundeter Werth für r_1 schliesslich anzunehmen ist. In besonderen Fällen können auch andere Rücksichten die Wahl von r_1 beeinflussen.

Ist nun r der mittlere Halbmesser des Radkranzes, b nahe proportional r, und wird die Schaufel, was ihre Anstrengung durch den Wasserdruck betrifft, einem prismatischen stabförmigen Körper von der Länge

---

* Wenn gemäss einer Bemerkung im vorigen Paragraph jener Gleichung (9) im Falle einer Partialturbine die Form gegeben ist:

$$x\left(i + \frac{s}{\sin\alpha}\right) = z\,\frac{a+s}{\sin\alpha}$$

und wenn die vom ganzen Einlaufbogen $= x\,i$ nur wenig verschiedene Bogenlänge

$$x\left(i + \frac{s}{\sin\alpha}\right) = \frac{2\,\pi\,r_1}{p}$$

gesetzt wird, so ist

$$z\,a = k_1\,z\,(a+s) = k_1\,\frac{2\,\pi\,r_1}{p} \sin\alpha$$

$$Q = k\,k_1\,\frac{2\pi r_1}{p} \sin\alpha \,.\, b\,u = k\,k_1\,\frac{2\,\pi}{p}\,r_1^2 \,.\, \frac{b}{r_1}\, u \sin\alpha \;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (1,a).$$

Diese Gleichung ist ebenso zu benutzen, wie obige Gleichung (1), nachdem für p ein Zahlenwerth angenommen worden ist.

b verglichen, so ist das grösste Spannungsmoment in einem Querschnitte derselben proportional b^2, also proportional r^2, und sofern die grösste Spannung diesem grössten Spannungsmoment direct und dem Quadrat der Dicke s indirect proportional zu setzen ist, auch s proportional r anzunehmen. Mit Rücksicht auf den nachtheiligen Einfluss der Schaufeldicken ist es rathsam, dieselben thunlichst klein zu machen durch die Wahl von Blechschaufeln aus entsprechendem Material (z. B. aus Stahl), welche zwischen Kranzwänden eingefügt sind analog einem beiderseits eingeklemmten stabförmigen Körper. Dann kann etwa

$$s = (0{,}006 \text{ bis } 0{,}01)\, r \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

gesetzt werden, im Verhältniss zu r um so grösser, je grösser H. Gegossene Schaufeln fallen dicker aus; auch Blechschaufeln, welche nur an der einen Kranzwand befestigt sind (z. B. an der inneren cylindrischen Kranzwand einer Axialturbine) müssten behufs gleicher Anstrengung durch den Wasserdruck mehr als doppelt so dick gemacht werden.*

Bei einer im ungefähren Anschlusse an Gl. (4) gewählten Schaufeldicke kann die Zahl der Schaufeln nahe

$$z = 20 + 30\, r \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

angenommen werden, entsprechend kleiner bei grösserer Dicke; grösser dagegen bei Partialturbinen.

Mit den solcherweise festgestellten Werthen von

$$z \quad z_1 \quad s \quad s_1 \quad s_2$$

sind die Elemente der Gruppe II des vorigen Paragraph bis auf die 4 letzten bestimmt; denn wenn auch vielleicht r_1 einem gewissen Verhältnisse $b:r_1$ entsprechend bestimmt wurde, so geschah es doch nur näherungsweise, und ist b noch nicht als endgültig dadurch bestimmt zu betrachten. Man findet aber jetzt a und a_1, wodurch auch k und k_1 bestimmt sind, aus (9) und (10), b aus (12), einen Näherungswerth von a_2, dem vorläufig erst gefundenen Näherungswerthe von δ entsprechend, aus (11). Mit dem gleichfalls entsprechenden Näherungswerthe von k_2 ergeben sich aber jetzt corrigirte Werthe von δ und a_2 aus (18) und (11), welche nöthigenfalls weiter verbessert werden können mit dem verbesserten k_2. Mit Vermeidung wiederholter Näherungen kann man auch aus (18)

* Bei gleichförmig vertheilter Belastung ist das grösste Spannungsmoment eines prismatischen Stabes 6 mal so gross, wenn er einerseits befestigt und andererseits frei, als wenn er beiderseits befestigt ist; behufs gleicher Anstrengung unter übrigens gleichen Umständen müsste also seine Dicke im ersten Falle $\sqrt{6} = 2{,}45$ mal so gross sein, als im zweiten.

$$k_2\, tg\, \delta = m \frac{\varphi}{\varepsilon} k k_1 \frac{b}{b_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \sin 2\alpha = A$$

endgültig berechnen, wonach, weil nach (11) wegen $a_2 + s_2 = \frac{a_2}{k_2}$

$$\frac{a_2}{k_2 \sin \delta} = \frac{2\pi r_2}{z_1} = e_2$$

ist, sich ergiebt:

$$A e_2 = \frac{a_2}{\cos \delta} = a_2 \sqrt{1 + \frac{A^2}{k_2^2}} = \sqrt{a_2^2 + A^2 (a_2 + s_2)^2}$$

$$\frac{a_2^2}{A^2} + (a_2 + s_2)^2 = e_2^2$$

$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{1}{A^2} + 1\right) a_2^2 + 2 s_2 a_2 = e_2^2 - s_2^2 \\ \text{Hieraus folgt } a_2, \text{ dann } \cos \delta = \frac{a_2}{A e_2} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (6).$$

Mit δ ergeben sich schliesslich u_2 und w_2 aus (2). Es sind dann alle 22 Elemente der Gruppen I und II des vorigen Paragraph gefunden von welchen einige zwar nicht zur Construction der Turbine, aber gleich den übrigen zu der in den folgenden Paragraphen erörterten Prüfung der angenommenen Werthe von ε, φ, η gebraucht werden, sowie ev. zur Prüfung, ob der angenommene Werth von m eine Druckturbine wirklich ergiebt.

Zu demselben Zwecke dienen ausserdem die Elemente H_1 und H_2 Die Höhe H_2 ist bei Ueberwasserturbinen natürlich so klein zu machen, als es die ev. schwankende Höhenlage des Unterwasserspiegels thunlich erscheinen lässt; bei den übrigen Turbinenarten ist sie zwischen weiteren Grenzen beliebig, bedingt durch die Umstände und Anforderungen des besonderen Falles. H_1 ist bei Axialturbinen durch die Höhe $= H_1 - H_2$ derselben bestimmt, welche $= 0{,}3\, r$ bis $0{,}5\, r$ gemacht werden kann (im Verhältnisse zu r um so grösser, je kleiner r), die Höhe des Leitrades höchstens ebenso gross; bei Radialturbinen ist $H_1 - H_2$ von geringer Bedeutung und durch die Form des Kranzquerschnittes bedingt.

Wenn auch die vorläufig angenommenen Werthe von ε, φ, η auf Grund der Controle einer Aenderung bedürftig erscheinen, so braucht doch nicht die ganze Rechnung mit diesen geänderten Werthen wiederholt zu werden. Im Allgemeinen können

$$\frac{r_1}{r_2} \quad \alpha \quad \beta \quad \delta \quad z \quad z_1 \quad s \quad s_1 \quad s_2 \quad r_1$$

unverändert gelassen werden. Nur sind gemäss einer schon im §. 30

gemachten Bemerkung die Geschwindigkeiten

$$u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2$$

alle in demselben Verhältnisse wie $\sqrt{\varepsilon}$ zu ändern, wodurch die Gleichungen (1) — (5) erfüllt bleiben, sofern nur mit Rücksicht auf (4) der Controle zufolge m in demselben Verhältnisse geändert werden darf wie ε. Es wird das immer geschehen dürfen, wenn es sich um eine Ueberdruckturbine, nicht immer, wenn es sich um eine Druckturbine handelt. Während dann die Dimensionen

$$a \quad a_1 \quad a_2$$

gemäss den Gleichungen (9) — (11) nicht zu ändern sind, ist nach Gl. (18)

$$\frac{b}{b_2} \text{ umgekehrt proportional } \varphi$$

zu corrigiren. Schliesslich aber hat man, weil Q umgekehrt proportional η ist, mit Rücksicht auf (12)

$$b \text{ umgekehrt proportional } \eta \sqrt{\varepsilon}$$

zu verändern.

Eine mehr durchgreifende Correctur der zuerst erhaltenen Rechnungsergebnisse würde nur dann erforderlich sein, wenn es im Falle einer zu entwerfenden Druckturbine nicht zulässig erschiene, die Charakteristik m in demselben Verhältnisse anders anzunehmen, wie den hydraulischen Wirkungsgrad ε. Auch dann braucht sich übrigens die Aenderung ausser auf die Elemente

$$u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2 \quad \frac{b}{b_2} \quad b$$

nur auf β und a_1 zu erstrecken. Es ist nur u proportional $\sqrt{m}$ nach (4), v_1, v_2, u_2 und w_2 proportional $\frac{\varepsilon}{\sqrt{m}}$ nach (3), (5) und (2) zu ändern, wonach sich w und β aus den Gleichungen (1) ergeben. Der Winkel β bedingt die Weite a_1 nach (10), während jetzt

$$\text{nach (18): } \frac{b}{b_2} \text{ umgekehrt proportional } \frac{m\varphi k}{\varepsilon}$$

$$\text{„ (12): } b \quad \text{„} \quad \text{„} \quad k\eta\sqrt{m}$$

zu corrigiren ist, alles Uebrige aber ungeändert bleiben kann.

Dass der hier dargestellte Rechnungsgang nur für normale Fälle ohne Nebenbedingungen empfohlen werden soll, dass dagegen durch die besonderen Umstände zuweilen Abweichungen bedingt werden können, braucht wohl kaum ausdrücklich bemerkt zu werden.

§. 33. Der hydraulische Wirkungsgrad.

Derselbe ist $\varepsilon = 1 - (\varrho + \varrho_0 + \varrho_1 + \varrho_2)$ und erfordert zu seiner Bestimmung die Berechnung der hydraulischen Widerstandshöhen ϱH, $\varrho_0 H$, $\varrho_1 H$ und $\varrho_2 H$.

1) Die Widerstandshöhe ϱH für die Bewegung des Wassers bis zum Ausflusse aus dem Leitapparat rührt im Allgemeinen her vom Bewegungswiderstande im Zuflussrohre (bei Niederdruckturbinen mit diesem Rohre selbst wegfallend), aus dem Widerstande, mit welchem der Einfluss in die Leitcanäle verbunden ist, sowie aus dem Leitungs- und Krümmungswiderstande derselben. Ist l' die Länge, d' die Weite des cylindrischen Zuflussrohrs, c die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in ihm, so ist die betreffende Widerstandshöhe, wenn hier besondere Widerstände neben dem allgemeinen Leitungswiderstande nicht vorkommen,

$$= \lambda \frac{l'}{d'} \frac{c^2}{2g}.$$

Nach Bd. I, §. 90 kann dabei mit Rücksicht auf die viel grösseren Fehler anderer noch zu besprechender Widerstandsbestimmungen sowohl hier für das Zuflussrohr, als auch für die Leit- und Turbinencanäle (in der Regel etwas zu gross) $\lambda = 0{,}025$ gesetzt werden.

Beim Einfluss des Wassers in die Leitcanäle findet eine innere Contraction und infolge dessen ein Widerstand statt, welcher nach Gl. (c') in der Anmerkung zu §. 29 gemessen werden kann durch die Widerstandshöhe:

$$(1 - k_0)^2 \frac{u_0^{\,2}}{2g} \text{ mit } k_0 = \frac{a_0}{a_0 + s_0},\ u_0 = \frac{ab}{a_0 b_0} ku \quad \ldots\ldots (1),$$

unter a_0 und b_0 bezw. die Weite und Breite eines Leitcanals am Anfange, und unter s_0 die Leitschaufeldicke daselbst (im Allgemeinen $= s$) verstanden.

Wenn der mittlere Durchmesser eines solchen Leitcanals am Anfange mit d_0, am Ende mit d bezeichnet, wenn also nach Bd. I, §. 90 gesetzt wird:

$$d_0 = \frac{2 a_0 b_0}{a_0 + b_0} \text{ und } d = \frac{2ab}{a+b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

wenn ferner derselbe bezüglich seines Leitungswiderstandes einer von der Weite d_0 bis zur kleineren Weite d cónisch zulaufenden Röhre verglichen wird, so kann nach Bd. I, §. 95 die Leitungswiderstandshöhe

$$= \varsigma \frac{(k\,u)^2}{2g} \text{ mit } \varsigma = \frac{\lambda}{4}\,\frac{l}{d_0}\left(1+\frac{d}{d_0}\right)\left(1+\frac{d^2}{d_0^{\,2}}\right) \quad \ldots\ldots (3)$$

gesetzt werden, unter l die Länge eines Leitcanals = der Länge eines Leitschaufelprofils verstanden.

Endlich werde die Krümmungswiderstandshöhe

$$= \vartheta\,\frac{u_0^{\,2} + (k\,u)^2}{4g}$$

gesetzt, der Coefficient ϑ dabei gemäss der Weisbach'schen Bestimmung des Widerstandscoefficienten eines rechtwinklig gekrümmten Kropfrohres von rechteckigem Querschnitte (Bd. I, §. 91, Gl. 3) beurtheilt. Mit Rücksicht darauf, dass der Krümmungswinkel (Drehungswinkel einer auf dem Schaufelprofil sich abwälzenden Geraden) eines Leitcanals nicht $= 90^0$, sondern etwa $= \varkappa$ und dass, ebenso wie die Canalweite von a_0 bis a, so auch der Krümmungshalbmesser zwischen gewissen Werthen ϱ_0 und ϱ veränderlich ist, kann nach der angezogenen Formel in Ermangelung besserer Anhaltspunkte wenigstens näherungsweise gesetzt werden:

$$\vartheta = \frac{\varkappa}{90^0}\left[0{,}124 + 3{,}104\,\frac{\left(\frac{a_0}{2\varrho_0}\right)^{3,5} + \left(\frac{a}{2\varrho}\right)^{3,5}}{2}\right] \quad \ldots\ldots (4)^*$$

Die Berechnung wird durch folgende Tabelle erleichtert.

x	$x^{3,5}$	x	$x^{3,5}$	x	$x^{3,5}$	x	$x^{3,5}$
0,1	0,0003	0,22	0,0050	0,28	0,0116	0,33	0,0206
0,13	0,0008	0,24	0,0068	0,29	0,0131	0,34	0,0229
0,16	0,0016	0,25	0,0078	0,3	0,0148	0,35	0,0254
0,18	0,0025	0,26	0,0090	0,31	0,0166	0,36	0,0280
0,2	0,0036	0,27	0,0102	0,32	0,0185	0,37	0,0308

* Wäre die Grundlage dieser angenäherten Berechnung des Krümmungswiderstandes zuverlässiger, als es thatsächlich der Fall ist, so würde, wenn die Strömungsgeschwindigkeit in irgend einem Canalquerschnitte $= x$, die Canalweite daselbst $= y$, der Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils $= z$, sein Contingenzwinkel $= d\tau$ wäre, die betreffende Widerstandshöhe eigentlich

$$= \frac{1}{90^0}\int_{\alpha}^{90^0}\left[0{,}124 + 3{,}104\left(\frac{y}{2z}\right)^{3,5}\right]\frac{x^2}{2g}\,.\,d\tau$$

zu setzen sein. Hier ist das Integral = der Summe aller $d\tau = \varkappa$ gesetzt worden, multiplicirt mit den Mittelwerthen des einen und des anderen der beiden Factoren von $d\tau$, welche Mittelwerthe einfach den arithmetischen Mitteln je des Anfangs- und des Endwerthes gleich gesetzt wurden.

Die ganze Widerstandshöhe ϱH ist:

$$\varrho H = \lambda \frac{l'}{d'} \frac{c^2}{2g} + (1-k_0)^2 \frac{u_0^2}{2g} + \varsigma \frac{(k u)^2}{2g} + \vartheta \frac{u_0^2 + (k u)^2}{4g} \quad . \ (5),$$

wo k_0, u_0, ς, ϑ durch (1) — (4) bestimmt sind.

2) Der mit dem Einflusse des Wassers in die Turbine verbundene Widerstand ist, insofern er von den Schaufeldicken herrührt, in §. 29 besprochen, und die betreffende Widerstandshöhe für Ueberdruckturbinen durch Gl. (4) daselbst ausgedrückt worden. Dazu kommt aber noch wegen des Wasserverlustes durch den Ueberdruck im Spalt der im §. 30 (vor Gl. 2 daselbst) erwähnte Verlust an Geschwindigkeitshöhe, so dass sich im Ganzen ergiebt:

$$\varrho_0 H = \left[(1-k)^2 + (1-k_1)^2\right] \frac{w_0^2}{2g} + \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{w_0^2}{2g}$$

oder mit $w_0 = \varphi w$:

$$\varrho_0 H = \left(\left[(1-k)^2 + (1-k_1^2)\right] \varphi^2 + 1 - \varphi^2\right) \frac{w^2}{2g} \quad . \ . \ . \ . \ (6).$$

Bei Druckturbinen, für welche $\varphi = 1$, $w_0 = w$ ist, muss man sich mit ungefährer Schätzung des fraglichen Widerstandes begnügen. Er beruht hier auf einer durch die Schaufeldicke verursachten Ablenkung der relativen Bewegungsrichtung des Wassers von der Richtung des Schaufelprofils an betreffender Stelle, wie im §. 29 mit Hülfe von Fig. 33 erklärt wurde. Wäre der durchschnittliche Ablenkungswinkel $= \psi$, so wäre

$$\varrho_0 H = \sin^2 \psi \frac{w^2}{2g}$$

oder mit $w = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} u$ nahe $= \frac{u}{2}$ (siehe §. 31 am Schluss) und mit $\frac{u^2}{2g}$ $=$ ungefähr $0{,}9\,H$ für Druckturbinen:

$$\varrho_0 H = \left(\frac{\sin \psi}{2}\right)^2 \frac{u^2}{2g} = 0{,}9 \left(\frac{\sin \psi}{2}\right)^2 H \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (7).$$

Die Schätzung $\varrho_0 = 0{,}01$ bei voller Beaufschlagung entspräche z. B.

$$\sin \psi = \frac{2}{3} \sqrt{0{,}1}\ ; \ \psi \text{ nahe} = 12^0.$$

Bei partieller Beaufschlagung müsste jedenfalls $\varrho_0 > 0{,}01$ angenommen werden.

3) Die Widerstandhöhe $\varrho_1 H$ für den Durchfluss des Wassers durch die Turbine ist als Summe einer Leitungs- und einer Krüm-

mungswiderstandshöhe zu betrachten und im Falle einer Ueberdruckturbine analog den zwei letzten Gliedern von Gl. (5) zu setzen:

$$\varrho_1 H = \varsigma_1 \frac{w_2^2}{2g} + \vartheta_1 \frac{w_1^2 + w_2^2}{4g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} \text{mit } \varsigma_1 &= \frac{\lambda}{4} \frac{l_1}{d_1} \left(1 + \frac{d_2}{d_1}\right)\left(1 + \frac{d_2^2}{d_1^2}\right) \ldots \ldots \ldots \\ d_1 &= \frac{2 a_1 b}{a_1 + b},\ d_2 = \frac{2 a_2 b_2}{a_2 + b_2},\ w_1 = k_1 w_0 = k_1 \varphi w \end{aligned}\right\} \quad (9),$$

unter l_1 die Länge eines Turbinencanals = der Länge eines Turbinenschaufelprofils verstanden, ferner mit

$$\vartheta_1 = \frac{\varkappa_1}{90^0}\left[0{,}124 + 3{,}104 \frac{\left(\frac{a_1}{2\varrho_1}\right)^{3,5} + \left(\frac{a_2}{2\varrho_2}\right)^{3,5}}{2}\right] \ldots \quad (10),$$

wo ϱ_1 und ϱ_2 die Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils bezw. am Anfange und am Ende bedeuten, und wobei es wahrscheinlich etwas zu ungünstig gerechnet ist, wenn der Widerstandscoefficient ϑ_1 dem Krümmungswinkel $\varkappa_1$ einfach proportional gesetzt wird.

Bei Druckturbinen mag $\varrho_1 H$ zwar auch nach Gl. (8), aber mit kleineren Werthen von ς_1 und ϑ_1 berechnet werden; ς_1 ist kleiner, weil der durch einen Turbinencanal fliessende Wasserstrahl an seiner concaven Fläche frei (ausser am Anfange und am Ende mit einer Schaufel nicht in Berührung) ist. Im Ausdrucke (9) von ς_1 ist dann entsprechend

$$d_1 = \frac{4 a_1 b}{2 a_1 + b} \text{ und } d_2 = \frac{4 a_2 b_2}{2 a_2 + b_2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9,a).$$

Für den Krümmungswiderstand in diesem Falle fehlt es gänzlich an experimenteller Grundlage; es mag ϑ_1 etwa = der Hälfte des Werthes nach (10) geschätzt werden.

4) In Betreff der Widerstandhöhe $\varrho_2 H$ für die Bewegung von der Turbine zum Unterwasserspiegel sind Ueberwasser-, Unterwasser- und Rohrturbinen zu unterscheiden. Für eine Ueberwasserturbine ist

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (11),$$

wie auch aus (4), §. 30, mit $h_2 = 0$ hervorgeht. Ein Stoss findet hier nicht unmittelbar nach dem Ausflusse aus der Turbine, sondern erst dann statt, wenn das ausgeflossene Betriebswasser den Unterwasserspiegel erreicht hat; doch ist es nicht ein hydraulischer Stoss, mit welchem eine

Aenderung des hydraulischen Drucks verbunden wäre, welcher vielmehr dem atmosphärischen Drucke hier beständig gleich ist.

Bei einer Unterwasserturbine ist infolge des hydraulischen Stosses unmittelbar nach dem Ausflusse:

$$\varrho_2 H = \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12),$$

immer kleiner, als $\varrho_2 H$ nach (11); die Einsetzung in (4), §. 30, giebt:

$$h_2 = -H_2 - \frac{u_2^2 - c_2^2 - (u_2 - c_2)^2}{2g} = -H_2 - \frac{(u_2 - c_2)\,c_2}{g},$$

von welcher Grösse die Ueberdruckhöhe im Ausflussquerschnitte plötzlich in $-H_2$ ausserhalb desselben übergeht. Die Verkleinerung des Drucks im Ausflussquerschnitte hat dieselbe Wirkung wie eine Vergrösserung des Gefälles. Wenn übrigens im Uebergangsfalle ($H_2 = 0$) einer Ueberwasser- zu einer Unterwasserturbine sich für $\varrho_2 H$ nach (11) und (12) verschiedene Werthe ergeben, während thatsächlich solcher Uebergang nicht plötzlich stattfinden kann, vielmehr bei der Abnahme von einem kleinen positiven zu einem kleinen negativen Werthe von H_2 die fragliche Widerstandshöhe stetig abnehmen sollte, so beruht das auf einer Unvollständigkeit der Gleichungen (11) und (12), welche empirisch einigermassen ausgeglichen wird durch die Annahme:

$$\varrho_2 H = \frac{u_2^2 - c_2^2 + (u_2 - c_2)^2}{4g} = \frac{u_2\,(u_2 - c_2)}{2g} \text{ für } H_2 = 0 \;.\; (13),$$

während es freilich ungewiss bleibt, bis zu welchem kleinen positiven Werthe von H_2 die Verkleinerung der nach (11) berechneten, bis zu welchem kleinen negativen Werthe von H_2 die Vergrösserung der nach (12) berechneten Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ im Maximalbetrage

$$\frac{u_2^2 - c_2^2 - (u_2 - c_2)^2}{4g} = \frac{(u_2 - c_2)\,c_2}{2g} \text{ für } H_2 = 0$$

den Verhältnissen entsprechend ist.

Wenn endlich für eine Rohrturbine die mittlere Geschwindigkeit im Abflussrohre (Länge $= l_2$, Weite $= d_2$) $= c_2$ angenommen wird, was wenigstens nicht erheblich fehlerhaft sein wird, so wäre bei plötzlichem Uebergange von u_2 in diese Geschwindigkeit c_2 (des Ausflussquerschnitts der Turbine in den vollen Querschnitt des Abflussrohrs)

$$\varrho_2 H = \varsigma_2 \frac{c_2^2}{2g} + \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g} \text{ mit } \varsigma_2 = \lambda \frac{l_2}{d_2} \quad \ldots\ldots (14).$$

Vor der Unterwasserturbine könnte dann die Rohrturbine nur den Vorzug einer mehr erwünschten (besser zugänglichen) Lage der Turbine haben.

Es wird aber zugleich ein Effectgewinn dadurch erzielt, wenn durch allmähliche Querschnittsänderung nach der unvermeidlichen geringen Querschnittsvergrösserung im Verhältnisse $a_2 : a_2 + s_2 = k_2 : 1$ die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ auf

$$\varrho_2 H = \varsigma_2 \frac{c_2^2}{2g} + \frac{(u_2 - k_2 u_2)^2}{2g} = \varsigma_2 \frac{c_2^2}{2g} + (1 - k_2)^2 \frac{u_2^2}{2g} \quad . \; . \; (15)$$

reducirt wird, streng genommen auf

$$\varrho_2 H = \varsigma_2 \frac{c'^2}{2g} + (1 - k_2)^2 \frac{u_2^2}{2g} + \frac{(c' - c_2)^2}{2g} \quad . \; . \; . \; . \; (15,a),$$

unter c' die von c_2 im Allgemeinen verschiedene mittlere Geschwindigkeit im Abflussrohre verstanden. Eine solche Anordnung hat noch vollkommener, als es bei Unterwasser- im Vergleich mit Ueberwasserturbinen der Fall ist, durch Verkleinerung des hydraulischen Drucks im Ausflussquerschnitte eine mittelbare Vergrösserung des Gefälles zur Folge. —

Schliesslich ist zu bemerken, dass der hydraulische Wirkungsgrad auch noch gewissen Einflüssen unterworfen ist, welche Unregelmässigkeiten der strömenden Bewegung des Wassers verursachen, die sich zum Theil selbst angenäherter Bestimmung entziehen. Dahin gehören die Geschwindigkeitsunterschiede in den verschiedenen Punkten eines Querschnitts, bei Axialturbinen auch die Grössenunterschiede der Winkel α, β, δ in verschiedenen Entfernungen von der Axe (siehe §. 38), bei Radialturbinen die doppelte Richtungsänderung der Wasserbahnen im Leitapparat in axialem und radialem Sinne zugleich, ferner die Bewegung des Wassers längs den Schaufeln normal zu den regelrechten Bahnen infolge des Einflusses der radial gerichteten Ergänzungskräfte bei Axialturbinen, der axial gerichteten Schwerkraft bei Radialturbinen, und zwar besonders dann, wenn im Falle von Druckturbinen mit unvollständiger Ausfüllung der Canäle reichlich Gelegenheit zu solchen störenden Bewegungen geboten ist. Unter diesen Umständen und bei der beschränkten Zuverlässigkeit der Rechnung nach obigen Gleichungen (1) — (15) ist die Correction des Coefficienten ε, welcher der Berechnung der Turbinenelemente nach vorigem Paragraph zu Grunde gelegt worden war, besonders dann meistens entbehrlich, wenn dieser Coefficient durch die Rechnung etwas grösser gefunden wird, als er angenommen worden war.

§. 34. Wasserverlust durch den Ueberdruck im Spalt.

Bezeichnet F' die Grösse der Spaltöffnung, aus welcher den Umständen gemäss ein Theil des Wassers, anstatt aus dem Leitapparat in die Turbine einzufliessen, infolge der Ueberdruckhöhe h seitlich entweichen kann,

h' die Ueberdruckhöhe in dem diesen Spalt umgebenden Raum, in welchen das Verlustwasser abfliesst,

μ' einen erfahrungsmässigen Coefficienten, so kann der Wasserverlust pro Sekunde

$$(1-\varphi)\,Q = \mu'\,F'\sqrt{2g(h-h')} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

gesetzt werden. Bei der Unsicherheit der Werthe von μ' und F' genügt hier eine roh angenäherte Bestimmung von $h-h'$. Die Ueberdruckhöhe h ist nach Gl. (1), §. 30, und mit $\frac{u^2}{2g} = mH$:

$$h = \frac{c_1^{\,2}}{2g} + H_0 - H_1 - (m+\varrho)\,H \quad \ldots\ldots\ldots (2).$$

Befindet sich ferner der Spalt in freier Luft, was jedenfalls bei Ueberwasserturbinen, zuweilen auch bei Unterwasser- und Rohrturbinen der Fall ist, so ist $h' = 0$. Bei ganz unterhalb des Unterwasserspiegels befindlichen Turbinen (H_1 negativ) ist $h' = -H_1$, und dasselbe (aber mit positivem H_1) gilt auch für Rohrturbinen, deren Abflussrohr sich bis über den Spalt hinauf erstreckt, bei Abstraction von der meistens geringen Leitungswiderstandshöhe und wenn den Umständen gemäss ein plötzlicher Uebergang der Ausflussgeschwindigkeit u_2 in die Abflussgeschwindigkeit c_2 anzunehmen ist; bei im Wesentlichen stetigem Uebergange von u_2 in c_2 ist h' beinahe um die Differenz der betreffenden Geschwindigkeitshöhen kleiner. Da es nur auf einen angenäherten Werth von h' ankommt, im Falle $h' = 0$ aber jedenfalls H_1 klein ist, mag zu Gunsten eines gemeinsamen Ausdrucks von $h - h'$ allgemein

$$h' = -H_1 - \left(\frac{u_2^{\,2} - c_2^{\,2}}{2g}\right)$$

gesetzt werden, wo die Einklammerung des letzten Gliedes andeuten soll, dass es nur eventuell, nämlich nur im Falle einer Rohrturbine hinzuzufügen ist, wenn das Abflussrohr derselben die Turbine einschliessend bis über den Spalt hinaufreicht und die Geschwindigkeit u_2 allmählig in c_2 übergeht. Zu Gunsten eines möglichst einfachen angenäherten Ausdruckes von $h - h'$ werde endlich noch die kleine, nur eventuell bei Rohrturbinen im Ausdruck von h' enthaltene Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_2^{\,2}}{2g}$ in allen Fällen hinzugefügt, also

$$h' = \frac{c_2^{\,2}}{2g} - H_1 - \left(\frac{u_2^{\,2}}{2g}\right)$$

gesetzt, wodurch nebenbei der im Falle $h' = 0$ durch die Annahme $h' = -H_1$ begangene Fehler theilweise berichtigt wird. Aus (2) folgt dann mit $H = H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$:

$$h - h = (1 - m - \varrho)\,H + \left(\frac{u_2^2}{2g}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ (4).$$

Ist eine Vollturbine so angeordnet, dass als Spaltöffnung, durch welche der Wasserverlust stattfindet, nur eine der beiden ringförmigen Spalten an den Seiten der Ausflussfläche des Leitrades in Betracht kommt, ist r' der Halbmesser, s' die Weite dieses Spalts, also mit Rücksicht auf §. 32, Gl. (1):

$$F' = 2\pi r' s' \quad \text{und} \quad Q = kk_1 . 2\pi r_1 b . u \sin\alpha,$$

so folgt aus (1) und (4) im Falle $\left(\frac{u_2^2}{2g}\right) = 0$:

$$1 - \varphi = \frac{\mu' r' s'}{kk_1 r_1 b \sin\alpha}\sqrt{\frac{2g(1 - m - \varrho)H}{u^2}}$$

oder mit $u^2 = 2gmH$:

$$1 - \varphi = \frac{\mu' r' s'}{kk_1 r_1 b \sin\alpha}\sqrt{\frac{1 - m - \varrho}{m}} \quad \ldots\ldots\ldots\ (5).$$

Bei Radialturbinen ist $r' = r_1$, bei Axialturbinen mit Wasserverlust durch den äusseren Spalt: $r' = r_1 + 0{,}5\,b$. Fände der Wasserverlust durch beide Spalten (den obern und untern bei Radialturbinen, den innern und äussern bei Axialturbinen) zugleich statt, so wäre s' doppelt so gross und auch bei Axialturbinen $r' = r_1$ zu setzen.

Der Coefficient ϱ kann $= 0{,}1$ angenommen werden, die einfache Spaltweite etwa:

$$s' = 0{,}002 + 0{,}004\,r_1 \text{ Mtr.} \quad \ldots\ldots\ldots\ (6),$$

was eine schon recht sorgfältige Ausführung und Lagerung voraussetzen wird. Sehr unsicher ist aber der Ausflusscoefficient μ'. Bekanntlich ist nämlich ein solcher wesentlich abhängig von der Grösse und Richtung der Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser seitlich der Oeffnung zufliesst. Hier fliesst es mit meistens grosser Geschwindigkeit auf der einen Seite gegen die Oeffnung hin, auf der anderen Seite von ihr weg, und es können dabei eigenthümliche, durch die Geschwindigkeit des entlang fliesenden Wassers beeinflusste Gesetzmässigkeiten obwalten, welche nur durch besondere Versuche festzustellen wären. Dergleichen sind nicht bekannt; wenn man indessen μ' so bestimmt, dass Gl. (5) den verhältnissmässigen Wasserverlust $1 - \varphi$ für kleinere Ueberdruckturbinen (etwa $r_1 = 0{,}25$ Mtr.) im Durchschnitt ($m = 0{,}5$) = einem wahrscheinlich ungefähr zutreffenden Werthe, z. B. $= 0{,}05$ ergiebt, wie im §. 32 (mit Absicht im Durchschnitt wohl etwas zu ungünstig) angenommen wurde, so kann jene Gleichung zur Bestimmung von φ auch in anderen Fällen wenigstens mit ähnlicher Annäherung dienen.

Nun sei bei Voraussetzung einer axialen Ueberdruckturbine mit Wasserverlust durch den äusseren Spalt im Durchschnitt

$$b = \frac{r_1}{3{,}5} \quad \text{und} \quad \sin\alpha = 0{,}35\ (\alpha = 20{,}5^0),$$

also $b \sin\alpha = 0{,}1\, r_1$ und $r' = \frac{8}{7} r_1$; ferner

$$\frac{1}{kk_1} \cdot \frac{8}{7} = 1{,}4, \quad \text{entsprechend} \quad kk_1 = 0{,}82.$$

Dann ist nach (5) mit $\varrho = 0{,}1$:

$$1 - \varphi = 14\, \mu' \frac{s'}{r_1} \sqrt{\frac{0{,}9 - m}{m}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5{,}a)$$

und mit $r_1 = 0{,}25$, also $s' = 0{,}003$ nach (6), ferner mit $m = 0{,}5$ und $1 - \varphi = 0{,}05$:

$$\mu' = 0{,}33.$$

So unsicher diese Rechnung ist, lässt sie doch auf einen wesentlich kleineren Werth von μ' schliessen, als nach bekannten sonstigen, freilich unter wesentlich anderen Umständen gewonnenen Erfahrungen anzunehmen wäre, trotzdem dabei für die zu Grunde gelegten Verhältnisse ein grösserer Wasserverlust angenommen wurde, als es gewöhnlich zu geschehen pflegt. — Wie sehr übrigens φ von der den Grad des Ueberdruckes bestimmenden Charakteristik m, sowie auch bei Voraussetzung der Beziehung (6) von r_1 abhängt, zeigt die folgende Zusammenstellung der mit $\mu' = \frac{1}{3}$ beispielsweise aus Gl. (5,a) sich ergebenden Werthe des procentischen Wasserverlustes

$$= 100\,(1 - \varphi).$$

$r_1 =$	1	0,75	0,5	0,25 Mtr.
$m = 0{,}75$	1,25	1,4	1,7	2,5
$m = 0{,}5$	2,5	2,8	3,3	5,0
$m = 0{,}25$	4,5	5,0	6,0	9,0

Zur Beschränkung des Wasserverlustes ist es besonders bei kleinen Turbinen rathsam, die Spaltweite thunlichst noch mehr zu verkleinern, als Gl. (6) voraussetzt, und erhebliche Ueberdrucksgrade (kleine Werthe von m) zu vermeiden.

§. 35. Axenreibung.

Die Axenreibung einer Turbine mit verticaler Axe besteht hauptsächlich aus der Reibung des Spurzapfens der Turbinenwelle, wesentlich aber auch aus den Reibungen ihrer zu sicherer Führung vorhandenen Halslager und eventuell von Stopfbüchsen oder Liederungsmanschetten zur Dichtung gegen Wasserdurchflüsse; in den Coefficient $\mu =$ dem Verhältnisse des Effectverlustes durch diese Axenreibung zum absoluten Effect der Turbine werden endlich noch die Nebenwiderstände einbegriffen, welche durch die Luft und ev. (bei Unterwasser- und Rohrturbinen) durch das Wasser verursacht werden, in welchem die Turbine umläuft, da sie zu unsicher zu beurtheilen und auch zu nebensächlich sind, um besonders in Rechnung gestellt zu werden.

Der Spurzapfen muss so angeordnet sein, dass die Welle etwas gehoben oder gesenkt werden kann, um trotz Abnutzung der Reibungsflächen die Eintrittsfläche des Laufrades bei Radialturbinen stets genau der Austrittsfläche des Leitrades gegenüber, bei Axialturbinen in bestimmter kleiner Entfernung s' von ihr erhalten zu können. Die Anordnung als Unterzapfen, in der Regel somit als Unterwasserzapfen am unteren Ende der Welle hat den Nachtheil erschwerter Zugänglichkeit und verursacht (abgesehen von Pockholzzapfen mit Wasserschmierung, wie sie bei kleineren Turbinen passend sind) constructive Schwierigkeiten mit Rücksicht auf die Zu- und Abführung des Schmieröls und zur Abhaltung des Wassers von den Reibungsflächen. Obschon sich diese Schwierigkeiten durch verschiedene Einrichtungen befriedigend überwinden lassen, wird es doch vielfach vorgezogen, sie (bei nicht allzu grossen Gefällen) dadurch zu vermeiden, dass die Turbinenwelle, anstatt unten gestützt zu werden, vermittels eines Ueberwasserzapfens über Wasser aufgehängt wird, sei es an ihrem oberen Ende (Oberzapfen), sei es an einer mittleren Stelle (Mittelzapfen). Eine massive Welle pflegt so durch einen Ringzapfen oder durch einen Kammzapfen (Zapfen, dessen Reibungsfläche aus einer Ringfläche, bezw. aus einer Anzahl von Ringflächen besteht), besonders als Oberzapfen passend, über Wasser aufgehängt zu werden; ist er auch mit grösserem Reibungsmoment verbunden, so empfiehlt er sich doch (wenigstens als Kammzapfen) bei grosser Umdrehungszahl durch die Leichtigkeit beliebiger Verkleinerung des specifischen Zapfendrucks. Häufig wird auch die Welle hohl gegossen und an einer in der Höhlung aufgerichteten Säule mit einem gewöhnlichen Zapfen aufgehängt, der sich oben auf die Säule stützt; dieser sogenannte Fontaine-Zapfen eignet sich ebensowohl als Mittel- wie als Oberzapfen.

Der axiale Druck des Spurzapfens auf seine Lagerplatte, mit Rücksicht auf welchen das betreffende Reibungsmoment, bezw. der dadurch verursachte Effectverlust für jede Form der Reibungsfläche mit einem erfahrungsmässig anzunehmenden Reibungscoefficienten nach bekannten Regeln bestimmt werden kann (siehe Bd. II, §. 70), ist im Allgemeinen

$$P = A + G,$$

unter A den axialen Druck des Wassers auf die Turbine, unter G das Eigengewicht der letzteren sammt Welle und Zubehör verstanden. Für eine Axialturbine kann A mit Rücksicht darauf berechnet werden, dass der Ueberschuss der Bewegungsgrösse, mit welcher das Betriebswasser im Sinne der Axe pro Sekunde aus der Turbine ausfliesst, über diejenige, mit welcher es ihr zufliesst, nämlich die Grösse

$$\frac{\gamma \varphi Q}{g}(u_2 - u \sin \alpha)$$

= ist der in demselben Sinne genommenen Kraft, welche theils als Massenkraft, theils als Oberflächenkraft auf das in der Turbine befindliche Wasser, dessen Gewicht $= W$ sei, ausgeübt wird. Wenn dieses von oben nach unten die Turbine durchfliesst, fragliche Kraft also abwärts positiv verstanden wird, wenn ferner E und E_2 die wirksamen Ausflussflächen bezw. des Leitapparates und des Laufrades sind (erstere bei voll beaufschlagter Turbine = der wirksamen Einflussfläche des Laufrades), ergiebt sich somit die Gleichung:

$$\frac{\gamma \varphi Q}{g}(u_2 - u \sin \alpha) = W + \gamma (E h - E_2 h_2) - A$$

mit Rücksicht darauf, dass der Druck des Wassers auf die Turbine einen gleichen Gegendruck der letzteren auf ersteres zur Folge hat. Mit

$$E = \frac{\varphi Q}{u \sin \alpha} \text{ und } E_2 = \frac{\varphi Q}{u_2}$$

folgt daraus

$$A = W + \gamma \varphi Q \left(\frac{h}{u \sin \alpha} - \frac{h_2}{u_2} + \frac{u \sin \alpha - u_2}{g} \right) \quad \ldots \ldots (1).$$

Darin sind h und h_2 durch die Gleichungen (1) und (4), §. 30, bestimmt. Fliesst das Wasser von unten nach oben durch die Turbine, so ist das Glied mit Q negativ zu nehmen. Dasselbe ist $= 0$, also $A = W$, wenn im Falle einer Druckturbine ($h = h_2$) zugleich $u_2 = u \sin \alpha$ ist; jedenfalls ist es unter sonst gleichen Umständen um so kleiner, je weniger die Turbine mit Ueberdruck arbeitet.

Bei Radialturbinen ist immer $A = W =$ dem Gewichte des im Radkranze befindlichen Wassers, weil die vom Pressungszustande und von der Bewegung des Wassers herrührenden axialen Drucke sich paarweise aufheben. Dasselbe gilt von den radialen Drucken, wenn die Turbine voll beaufschlagt ist oder wenn die Einläufe symmetrisch am Umfange vertheilt sind. Sofern ausserdem der Teller einer Vollturbine, welcher den Radkranz mit der Welle verbindet, gegen den Druck des Wassers geschützt ist, indem dieser vom festliegenden Bodenteller des Leitrades aufgenommen wird, sind Radialturbinen bezüglich des Zapfendruckes und der entsprechenden Reibung vor Axialturbinen, wenigstens wenn diese von oben beaufschlagt sind, im Vortheil.

Die genauere Bestimmung des Zapfendruckes P hat übrigens zur Berechnung der Axenreibung besonders deshalb wenig Werth, weil, abgesehen von der Zweifelhaftigkeit des anzunehmenden Reibungscoefficienten, die dabei nicht berücksichtigten oft erheblichen Reibungswiderstände der Halslager, Stopfbüchsen und sonstigen Dichtungen von zufälligen Umständen abhängig sind und ebenso wie der Widerstand des Mediums, in welchem die Turbine umläuft, der Berechnung nicht zugänglich sind. Von um so grösserem Interesse sind deshalb ausgedehnte Versuche von Bernh. Lehmann* über die Axenreibung von Turbinen, bei welchen die Kraftmomente gemessen wurden, welche erforderlich waren, um Turbinen verschiedener Art und Grösse im Betriebszustande bei abgestellter Beaufschlagung in langsame Bewegung zu versetzen. Abgesehen von den Ring- und Kammzapfen (von Schmiedeeisen oder Stahl mit Ringfutter aus Bronze) bestanden dabei die Spurzapfen und Spurplatten aus gehärtetem Gussstahl mit einer Zwischenplatte aus harter Bronze. Es ergab sich, dass die ganze Axenreibung (ohne Widerstand des Mediums) genügend gefunden werden konnte, wenn sie als blosse Zapfenreibung, aber mit entsprechend vergrössertem Reibungscoefficient berechnet wurde; letzterer wurde (bezogen auf den Reibungsradius des Spurzapfens) im Durchschnitt $= 0{,}1$ gefunden, für Turbinen mit horizontaler Axe und gewöhnlichen Lagern $= 0{,}054$. Mit diesen Mittelwerthen wurden dann von Lehmann die der Axenreibung entsprechenden verhältnissmässigen Effectverluste für 100 ausgeführte Turbinen zugleich mit Rücksicht auf den vom Wasserdrucke herrührenden Antheil A des Zapfendruckes P

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1879, S. 122

berechnet und so die folgenden procentischen Antheile p bezw. p_1 des fraglichen Effectverlustes am absoluten Effect = dem 100 fachen des Coefficienten μ von Gl. (2) im §. 28 gefunden, wobei sich p auf volle, p_1 auf halbe Beaufschlagung bezieht.

1) Von oben beaufschlagte Axialturbinen mit Unterzapfen und mit Manschette am Leitradboden:

$$p = 1{,}4 \text{ bis } 2{,}4;\ p_1 = 2{,}3 \text{ bis } 3{,}6.$$

2) Von oben beaufschlagte Axialturbinen mit Fontaine-Zapfen (hohler Welle) ohne Manschette am Leitradboden:

$$p = 1{,}5 \text{ bis } 3{,}2;\ p_1 = 2{,}3 \text{ bis } 5{,}4.$$

3) Von oben beaufschlagte Axialturbinen mit Kamm- oder Ringzapfen und mit Manschette am Leitradboden:

$$p = 2{,}1 \text{ bis } 3{,}4;\ p_1 = 2{,}7 \text{ bis } 4{,}7.$$

4) Innenschlächtige Turbinen mit Unterzapfen ohne Liederung:

$$p = 0{,}8 \text{ bis } 1;\ p_1 = 0{,}5 \text{ bis } 0{,}9.$$

5) Innenschlächtige Turbinen mit Fontaine-Zapfen:

$$p = 0{,}9 \text{ bis } 1{,}2.$$

6) Aussenschlächtige Turbinen, Unterzapfen mit Liederung, Manschette am Leitradboden:

$$p = 0{,}9 \text{ bis } 1{,}1.$$

7) Aussenschlächtige Turbinen mit Kamm- oder Ringzapfen, ohne Manschette am Leitradboden:

$$p = 1{,}3 \text{ bis } 1{,}7.$$

8) Innenschlächtige Partialturbinen mit horizontaler Axe:

$$p = 1 \text{ bis } 1{,}6.$$

Diese Werthe von p für volle Beaufschlagung liegen bei Radialturbinen zwischen 0,8 und 1,7, bei Axialturbinen zwischen 1,4 und 3,4. Wenn aber auch die von Lehmann für den Fall der beginnenden Bewegung ermittelten Reibungen einerseits im Betriebe etwas kleiner sein mögen (obschon die Reibung geölter Zapfen über relative Gleitungsgeschwindigkeiten von etwa 0,5 Mtr. hinaus mit diesen zu wachsen pflegt), so ist es doch auch fraglich, ob der andererseits dann hinzukommende Widerstand des Mediums genügend dadurch mitberücksichtigt ist. Um sicher zu gehen, werden die jeweils anzunehmenden Werthe von μ selbst über die angeführten oberen Grenzwerthe von 0,01 p bezw. 0,01 p_1 hinaus etwas zu vergrössern sein.

Die Ermittelung des Zapfendruckes P bleibt übrigens auch dann von Interesse, wenn auf die Berechnung von μ verzichtet wird, um nämlich die Dimensionen der Reibungsfläche des Zapfens so zu bestimmen, dass der specifische Druck erfahrungsmässig zulässige Grenzen nicht überschreitet. Derselbe ergab sich für die von Lehmann zur Berechnung gezogenen, im Betriebe bewährten, Zapfen zwischen 0,5 und 1,3 Kgr. pro Quadratmillimeter der wirklichen Reibungsfläche (Zapfenfläche nach Abzug von Oelrinnen und Abrundungen im Betrage von ungefähr 15 %), wobei die Umdrehungszahlen n, insoweit sie mitgetheilt sind, höchstens $= 200$ waren, ohne dass eine Beziehung zwischen n und dem specifischen Drucke deutlich hervorträte. Indessen soll derselbe mit Rücksicht auf Warmlaufen und Abnutzung unter sonst gleichen Umständen um so kleiner sein, je grösser n ist.

§. 36. Die Schaufelform.

Wenn die Schaufeln von geradlinigen Flächen begrenzt werden, deren gerade Erzeugende bei Axialturbinen die Axe rechtwinklig schneiden, bei Radialturbinen derselben parallel sind, so sind ihre Formen durch die Schaufelprofile bestimmt, nämlich durch die Curven, in welchen die Schaufelflächen von Axialturbinen durch coaxiale Cylinderflächen, von Radialturbinen durch Normalebenen der Axe geschnitten werden, wobei zudem die doppelt gekrümmten Schaufelprofile von Axialturbinen behufs der Untersuchung und Formbestimmung mit ihren betreffenden Cylinderflächen in eine Ebene abgewickelt gedacht werden. Von diesen Profilen haben sich durch die vorhergehenden Untersuchungen nur die Winkel α, β, δ ergeben, unter welchen bezw. die Austrittsfläche des Leitapparates, die Eintritts- und die Austrittsfläche des Laufrades von ihnen geschnitten werden; für die Eintrittsfläche des Leitapparates, sofern von einer solchen gesprochen werden kann, ist der betreffende Schnittwinkel $= 90^0$.

Die weitere Bestimmung jener Curven ist an die Forderung zu knüpfen, dass die Schaufeln ihren Zweck, den Wasserstrom zu einer bestimmten allmähligen Richtungsänderung zu zwingen, sicher und mit möglichst kleinem Effectverluste durch Widerstände erfüllen. Für die Leitschaufeln kann die Sicherheit der Führung des Wassers nicht in Frage kommen, da die Leitcanäle, sofern sie überhaupt für den Durchfluss des Wassers geöffnet sind, stets vollständig von demselben erfüllt werden. Bei ihnen handelt es sich also nur um thunlichste Verminderung der Widerstände, des von ihrer Krümmung unabhängigen schlechtweg so genannten Leitungswiderstandes und des Krümmungswiderstandes. Wäre das Wirkungsgesetz des letzteren ebenso genügend bekannt wie das des ersteren, so könnte unter übrigens gegebenen Umständen die Profilform mathematisch stets so bestimmt werden, dass die Summe der Arbeiten beider Widerstände pro 1 Kgr. Wasser, d. i. die Summe der betreffenden Widerstandshöhen, ein Minimum ist; allein abgesehen davon, dass solche Aufgabe zu erheblichen und zum erzielbaren Gewinne im Missverhältniss stehenden Schwierigkeiten, mindestens Weitläufigkeiten führen würde, ist sie z. Z. wegen mangelnder Kenntniss des Krümmungswiderstands-Gesetzes überhaupt nicht lösbar, und ist man auf allgemeinere Erwägungen angewiesen. Wäre der Leitungswiderstand von vorwiegender Bedeutung, so sollten die Canäle vor Allem möglichst kurz gehalten werden, sollten also die Schaufeln zwischen den gegebenen oder angenommenen Begrenzungsflächen des Leitapparates (ebenso auch des Laufrades) möglichst normal zu denselben verlaufen und nur an den Enden zur Erzielung der betreffenden Schnittwinkel stärker gekrümmt sein. Indessen ergiebt sich der allein näherungsweise zu beurtheilende gesammte Krümmungswiderstand durchaus nicht wesentlich kleiner, meistens sogar grösser, als der gesammte Leitungswiderstand, so dass es mit Rücksicht darauf, dass jener Krümmungswiderstand mit der Grösse der Krümmung (mit dem reciproken Werthe des Krümmungshalbmessers ϱ) rasch zunimmt, rathsam erscheinen muss, vor Allem die grösste Krümmung nicht zu gross (den kleinsten Krümmungshalbmesser nicht zu klein) zu machen, somit den verlangten ganzen Krümmungswinkel mit nicht mehr veränderlicher specifischer Krümmung der Schaufelprofile herbeizuführen, als mit Rücksicht auf die für verschiedene Canalquerschnitte verschiedenen Weiten a und verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten passend erscheint. Sofern nämlich der fragliche Widerstandscoefficient gemäss der Weisbach'schen betreffenden Formel proportional $\left(\frac{a}{2\varrho}\right)^{3,5}$, die entsprechende Widerstandshöhe aber zugleich proportional dem Geschwindigkeitsquadrat zunimmt, erscheint es passend, das Verhältniss $\frac{a}{\varrho}$ längs dem Canal in dem Sinne abnehmen zu lassen, in welchem die Strömungsgeschwindigkeit zunimmt. Ist ϱ' der durch Construction leicht zu findende Halbmesser des Kreisbogens, welcher die Eintritts- und die Austrittsfläche des Leitrades unter den verlangten Winkeln (90^0 und α) schneidet, sind ferner a_0 und a die Weiten eines Leitcanals am Anfang und am Ende, u_0 und ku die Strömungsgeschwindigkeiten des Wassers daselbst (ku auf den vollen Endquerschnitt reducirt), so kann etwa das Schaufelprofil aus zwei mit gemeinsamer Tangente in einander übergehenden Kreisbögen gebildet werden, deren Halbmesser $\varrho_0 < \varrho'$ und $\varrho > \varrho'$ der Gleichung entsprechen:

$$\frac{0{,}04 + \left(\frac{a_0}{2\,\varrho_0}\right)^{3,5}}{0{,}04 + \left(\frac{a}{2\,\varrho}\right)^{3,5}} = \left(\frac{k\,u}{u_0}\right)^2,$$

wo $0{,}04 = \frac{0{,}124}{3{,}104}$ (siehe §. 33, Gl. 4) ist.

Die Laufradschaufeln sind bei Ueberdruckturbinen auf Grund derselben Erwägungen zu gestalten wie die Leitschaufeln. Nur am Anfang und am Ende gestaltet man die Turbinenschaufeln, ebenso die Leitschaufeln am Ende, auch wohl so, dass das Wasser dadurch gezwungen wird, in parallelen Bahnen aus den Canälen aus-, bezw. in dieselben einzufliessen. Wie dieser Forderung genügt werden kann, soll bei den einzelnen Arten von Turbinen besprochen werden. Die Convergenz der Bahnen beim Ausflusse aus den Leitcanälen sowohl wie aus den Turbinencanälen erscheint in der That nachtheilig besonders mit Rücksicht auf die mit Wirbelbildungen hinter den Endflächen der Schaufeln verbundenen hydraulischen Stosswiderstände, welche dadurch verstärkt werden; bezüglich des Einflusses in die Turbinencanäle ist ein ähnlicher Nachtheil freilich kaum vorhanden. Auch ist es fraglich, ob nicht der erzielte Vortheil paralleler Bahnen beim Ausflusse durch Nachtheile aufgewogen wird, insbesondere dadurch, dass, sofern er sehr schwache oder gar keine Krümmung der Schaufeln am Ende erfordert, dieselben im Uebrigen um so stärker gekrümmt werden müssen.

Andere Rücksichten sind für die Form der Laufradschaufeln von Druckturbinen massgebend. Während die hydraulischen Widerstände hier geringer sind und weniger Beachtung erfordern, ist dagegen durch die Form der Schaufeln vor Allem dafür zu sorgen, dass sie ihren Zweck sicherer Führung des die Canalquerschnitte im Allgemeinen nicht ganz ausfüllenden Wasserstromes überhaupt erfüllen. Dazu ist erforderlich, dass jedes Wassertheilchen einen beständig nach vorn gegen die concave Seite der vorderen Schaufel hin gerichteten Druck auf dieselbe ausübe, widrigenfalls das Wasser zeitweilig nicht nur keine Arbeit an das Rad abgeben, sondern auch zwischen den Schaufeln in eine hin- und hergehende unregelmässige Bewegung gerathen würde. Jener Normaldruck ist, wenn die Bahn des Wassertheilchens mit einem Schaufelprofil zusammenfällt, gemäss der im §. 27 für das Poncelet-

Rad angestellten, gleicher Weise auch hier gültigen Untersuchung = der Summe aus der relativen Centrifugalkraft und der zur Schaufel senkrechten Componente der relativen bewegenden Kraft; dabei ist in der Entfernung x von der Radaxe, entsprechend dem Krümmungshalbmesser ϱ des Schaufelprofils und der relativen Wassergeschwindigkeit w, pro Masseneinheit

die relative Centrifugalkraft $= \frac{w^2}{\varrho}$,

während die relative bewegende Kraft zusammengesetzt ist aus

der vertical abwärts gerichteten Schwerkraft $= g$,

der radial auswärts gerichteten absoluten Centrifugalkraft $= \omega^2 x$ und

der zusammengesetzten Centrifugalkraft $= 2\,\omega\,w'$,

unter w' die Projection von w auf eine zur Radaxe senkrechte Ebene verstanden, in welcher Ebene die Richtung w' entgegengesetzt dem Drehungssinne des Rades um 90° gedreht werden muss, um die Richtung dieser zusammengesetzten Centrifugalkraft zu erhalten.*

---

* Wenn Hr. Bernh. Lehmann über noch immer herrschende vermeintlich irrthümliche Ansichten klagt, indem er sagt (Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1879, S. 160): „das die Laufzellen durchströmende Wasser könne bei der Actionswirkung aus dem Grunde der Einwirkung der Centrifugalkraft nicht unterworfen sein, weil das Wasser als der motorische Körper zu betrachten ist, dessen absoluter Weg aus der Peripheriegeschwindigkeit und relativen Geschwindigkeit resultirt und unabhängig von der Centrifugalkraft ist; wenn letztere wirksam werden sollte, so müsste das Wasser vom Rade mitgenommen werden", so ist dagegen zu bemerken, dass es nicht sowohl auf das Mitgenommenwerden des Wassers, als vielmehr darauf ankommt, dass es durch das Rad gehindert wird, sich frei zu bewegen, ein Zwang, ohne welchen von Arbeitsübertragung auf das Rad keine Rede sein könnte. Oben genannte besondere Kräfte der relativen Bewegung, also nicht nur die absolute oder schlechtweg so genannte, sondern auch die zusammengesetzte Centrifugalkraft, beruhen ausdrücklich auf der Voraussetzung, dass die Bahn jedes Wassertheilchens mit einem Schaufelprofil zusammenfällt; dass freilich diese besondere Voraussetzung bei unvollständiger Ausfüllung der Canäle nicht streng erfüllbar ist, dass vielmehr insbesondere beim Durchflusse durch Axialturbinen von oben nach unten das Wasser infolge jener Kräfte selbst anfangs nach aussen, später nach innen gedrängt wird, bleibt näherer Besprechung an geeigneter Stelle vorbehalten. — Uebrigens ist immer zu bedenken, dass die zwei Ergänzungskräfte der relativen Bewegung nur Hülfsmittel der Rechnung sind, nämlich Kräfte, welche zur gegebenen bewegenden Kraft eines materiellen Punktes hinzugedacht werden müssen, um seine relative Bewegung gegen ein selbst in Bewegung begriffenes System gerade so beurtheilen zu können, als ob sie eine absolute Bewegung, d. h. als ob das System in Ruhe wäre. In diesem Sinne wird selbst von den Ergänzungskräften für die relative Bewegung eines materiellen Punktes gegen ein System gesprochen, von welchem derselbe ganz unab-

Unter Umständen ist die obige Forderung mit jedem Werthe von ϱ erfüllt; sie kann aber auch zu einer oberen Grenze führen, welche nicht von ϱ überschritten werden darf. Sind solcher Weise, wie bei einzelnen Arten von Turbinen demnächst näher besprochen werden wird, mit angemessen überschüssiger Sicherheit passende Krümmungshalbmesser ϱ_1 und ϱ_2 für den Anfangs- und Endpunkt des Schaufelprofils bestimmt worden, so kann dieses entweder wieder aus zwei Kreisbögen mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 gebildet, oder noch besser als eine Curve verzeichnet werden, deren Krümmungshalbmesser sich stetig von ϱ_1 bis ϱ_2 ändert. Insoweit das Schaufelprofil durch jene Hauptforderung nicht beschränkt wird, ist es so zu wählen, dass seine Länge mit Vermeidung allzu starker Krümmungen möglichst klein wird, um so auch hier wieder die Widerstände möglichst gering zu erhalten, von welchen der Leitungswiderstand (die Reibung des Wassers an den Schaufeln) wahrscheinlich in geringerem Grade, als der Krümmungswiderstand, kleiner ist, als bei voller Ausfüllung der Canäle mit strömendem Wasser.

Wenn übrigens auch die Forderung eines positiven Drucks auf die concave Schaufelfläche an allen Stellen derselben erfüllt ist, so würde es doch unzweckmässig sein, wenn derselbe an einer Stelle sehr gross, an einer anderen sehr klein wäre. Insbesondere würde, da die Reibung zwischen Wasser und einer festen Wand vom gegenseitigen Drucke bekanntlich unabhängig ist, die Arbeitsübertragung auf die Turbine aber durch diesen Druck vermittelt wird, an den Stellen des sehr kleinen Druckes die Reibung fast nutzlos Arbeit verbrauchen. Von diesem Gesichtspunkte aus kann es passend erscheinen, das Schaufelprofil einer Druckturbine möglichst so zu gestalten, dass der Normaldruck pro Masseneinheit des Wassers oder pro Flächeneinheit der Schaufel oder pro Längeneinheit derselben längs dem Schaufelprofil gemessen, oder dass die Componente solchen specifischen Druckes im Sinne des Umfanges, oder endlich dass das Moment der letzteren in Beziehung auf die Axe u. s. w. durchweg constant sei, wodurch zugleich eine recht regelmässige und mit kleinem Widerstande verbundene relative Bewegung des Wassers durch die Turbine hindurch erwartet werden kann. Genaue Lösungen der sich hier darbietenden Aufgaben führen freilich im Allgemeinen zu

hängig ist; statt der schlechtweg so genannten Centrifugalkraft ist dann die erste Ergänzungskraft pro Masseneinheit des Punktes im Allgemeinen entgegengesetzt gleich der Beschleunigung, welche er in dem betreffenden Augenblicke als ein mit dem System fest verbundener Punkt hätte.

grösseren Weitläufigkeiten, als durch den erreichbaren Gewinn gerechtfertigt sind.*

Uebrigens kann man sich schliesslich fragen, ob und wie das im Eingange dieses Paragraphen und bei den bisherigen Erörterungen vorausgesetzte einfache und übliche Bildungsgesetz der Schaufelflächen von Axialturbinen als normaler Schraubenflächen (mit gesetzmässig veränderlichem Steigungsverhältnisse), welches den Grundbedingungen des stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses nur in einem gewissen (wie einstweilen angenommen, dem mittleren) Abstande von der Axe zu entsprechen gestattet, auf praktische Weise so zu ändern ist, dass jene Bedingungen in allen Entfernungen von der Axe erfüllt sind. Diese Vervollkommnung, welche, soweit bekannt, zuerst von Bernh. Lehmann praktisch durchgeführt, unabhängig davon später von H. v. Reiche behandelt worden ist, soll auch an betreffender Stelle demnächst erörtert werden.

§. 37. **Regulirung der Turbinen.**

Die Regulirung der Aufschlagwassermenge Q einer Turbine kann theils durch Veränderlichkeit des Arbeitsbedarfes, theils durch Veränderlichkeit der vorhandenen Wassermenge bedingt werden. Auch die nothgedrungene Verkleinerung von Q im letzteren Falle hat unerwünschter Weise eine Verkleinerung des Nutzeffects E zur Folge; selbst im Verhältniss zu Q nimmt dann E bei gleich bleibendem Gefälle H stets mehr oder weniger ab, schon wegen gewisser Widerstände, welche, wie die Axenreibung, fast ebenso viel Arbeit bei kleinerer wie bei grösster Beaufschlagung verbrauchen. Es ist eine wichtige Aufgabe des Turbinenbaues, die Verminderung von Q in solcher Weise zu bewirken, dass $E:QH$, dass also der Wirkungsgrad η möglichst wenig dadurch verkleinert wird. Dazu ist es nöthig, dass die den letzteren vorzugsweise bedingenden Elemente, die Grössen und Richtungen der Wassergeschwindigkeiten in der Aus- und Einflussfläche des Leitapparats und des Laufrades, möglichst wenig durch die Regulirung beeinflusst werden, während auch die Umfangsgeschwindigkeit der Turbine, durch den verlangten Gang der zu treibenden Arbeitsmaschinen bedingt, unverändert bleibt.

* Zum Theil sind dieselben, vom Verf. in seinen Vorträgen nur angedeutet und für Axialturbinen näherungsweise behandelt, von Hrn. G. Zahikjanz weiter durchgeführt worden in seiner verdienstlichen Schrift: „Kinetische Analyse der Actionsturbinen mit freiem Strahl". (Sonderabdruck aus dem „Civilingenieur", XXXI. Bd., 6. Heft.)

Am leichtesten ist die Forderung bei **Druckturbinen** zu erfüllen durch Verkleinerung der gesammten Ausflussöffnung des Leitapparats, nämlich entweder dadurch, dass einige Leitcanäle ganz abgeschlossen, oder dadurch, dass alle in gleichem Grade verengt werden, wobei es die Umstände mit sich bringen, dass ersteres am Anfange, letzteres am Ende der Leitcanäle zu geschehen pflegt, und wobei die Verengerung im letzteren Falle durch Verkleinerung der Weite a oder der Breite b bewirkt werden kann.

Am häufigsten und den Verhältnissen von Druckturbinen am angemessensten geschieht ihre Regulirung durch den **Abschluss** von Leitcanälen, bei Vollturbinen also durch mehr oder weniger **theilweise** (partielle) **Beaufschlagung**. Die Zuflussgeschwindigkeit u bleibt dann ungeändert, und es findet eine Vergrösserung des hydraulischen Widerstandes hauptsächlich nur als vergrösserter Einflusswiderstand (Stosswiderstand) bezüglich solcher Turbinencanäle statt, welche von einem offenen zu einem geschlossenen Leitcanale übergehen (§. 29, Fig. 33); eine gewisse Widerstandsvergrösserung wird freilich auch dadurch bedingt, dass der beginnende Wasserdurchfluss durch einen Turbinencanal jedesmal mit von Null an zunehmender, der zeitweilig aufhörende Durchfluss mit bis Null abnehmender Strahldicke verbunden ist. Denn je kleiner diese, desto grösser ist die Reibung pro Einheit der Wassermasse. Beide Umstände verlangen, um möglichst wenig nachtheilig zu sein, den Abschluss **benachbarter** oder wenigstens (zur Vermeidung einseitiger Belastungen der Turbinenwelle) von nur zwei diametral gegenüberliegenden Gruppen benachbarter Leitcanäle, wie es bei den vollkommensten derartigen Regulirungsvorrichtungen, den sogenannten **Rundschützen** verschiedener Art der Fall ist. Sie unterscheiden sich von anderen Regulirungsschützen, welche man ebenso bezeichnen könnte, welche aber zum Unterschiede als Ringschützen bezeichnet seien, durch ihre Bewegung im Sinne des Umfangs, bezw. Drehbewegung um die Turbinenaxe, und durch verschiedene Anordnung der beiden Hälften, bedingt durch die Nothwendigkeit, dieselben bei voller Beaufschlagung so unterzubringen, dass der Einfluss des Wassers in die andere Hälfte von Leitcanälen nicht dadurch beeinträchtigt wird; auch pflegt dadurch etwas stärkere oder doppelte Krümmung der Leitcanäle nöthig zu werden. Der regulirenden Wirkung solcher Rundschützen ähnlich ist diejenige der constructiv davon wesentlich verschiedenen **Rollschütze**, wie sie bei Axialturbinen und kleineren Gefällen Anwendung findet, wobei zwei als Ringsectoren gestaltete Lederstreifen, welche einerseits an diametral gegenüber liegenden Leitschaufeln, andererseits an kegelförmigen Rollen befestigt sind, um so mehr gegenüber liegende Leitcanäle zudecken, je mehr sie sich von den Rollen bei entsprechender Bewegung derselben abwickeln.

Die andere der beiden unterschiedenen Regulirungsarten von Druckturbinen, nämlich die gleichmässig verminderte Beaufschlagung durch Verengung der Ausflussöffnungen aller Leitcanäle in gleichem Grade, kann bei Axialturbinen besonders durch Verkleinerung der Canalweiten a, bei Radialturbinen durch Verkleinerung der Breiten b bewirkt werden: im ersten Falle durch abgerundete Holzklötze, welche, mit Stielen an einem vertical beweglichen horizontalen Ringe befestigt, durch Bewegung des letzteren in die einzelnen Leitcanäle zugleich vorgeschoben werden können, im letzteren Falle durch eine Ringschütze, nämlich durch einen Hohlcylinder, welcher in den Zwischenraum (Spalt) zwischen Leitrad und Laufrad mehr oder weniger vorgeschoben wird, wobei am Hohlcylinder befestigte abgerundete Holzklötze in die einzelnen Leitcanäle dicht eingreifen. Die erstere Einrichtung findet sich bei der Fontaine-, die andere bei der Fourneyron-Turbine, obschon dieselben nicht als Druckturbinen gebaut zu sein pflegen. In beiden Fällen ist bei Verkleinerung von Q Vergrösserung des hydraulischen Widerstandes in höherem Grade zu erwarten, als wenn die Verkleinerung von Q durch theilweise Beaufschlagung auf passende Weise (durch eine Rund- oder Rollschütze) bewirkt wird, besonders aber bei der Verkleinerung der Dimension a. Denn der Einfluss des Wassers in die Turbine ist dann in ähnlicher Weise unvortheilhaft, wie wenn die Unvollständigkeit der Beaufschlagung durch Abschliessung des 1ten, 3ten, 5ten u. s. w. Leitcanals oder durch Vergrösserung der Leitschaufeldicken bewirkt würde, und ausserdem haben die in allen Turbinencanälen verkleinerten Strahldicken entsprechend vergrösserte Reibungswiderstände pro Masseneinheit zur Folge; letzteres ist kaum weniger bei der Verkleinerung der Breiten b der einfliessenden Strahlen der Fall, weil diese sich alsbald auf den Schaufeln ausbreiten werden. Auch eine mässige Verkleinerung von u wird in beiden Fällen trotz sorgfältiger Abrundung und Glättung der genannten Holzklötze nicht zu vermeiden sein.

Die Veränderung der Ausflussweiten a der Leitcanäle kann u. A. auch durch Drehung der Leitschaufeln um Bolzen bewirkt werden, deren Axen den Dimensionen b parallel sind; freilich ist dann auch eine Aenderung der Winkel α damit verbunden. Diese Art der Regulirung ist u. A. bei Partialturbinen gebräuchlich. Im Allgemeinen besser erscheint jedoch auch hier der theilweise Abschluss einzelner Leitcanäle, um so mehr, als er meistens durch einen seitlich vorgeschobenen ebenen Schieber in einfacher Weise bewerkstelligt werden kann. —

Während somit die Regulirung durch theilweise Beaufschlagung (durch Abschluss einzelner Leitcanäle) für Druckturbinen am angemessensten ist, würde sie für Ueberdruckturbinen nicht vortheilhaft sein, weil der an continuirlichen Zusammenhang mit dem Oberwasser gebundene Ueberdruck des Wassers in einem eben gefüllten Turbinencanal sofort aufhören würde, wenn dieser einem geschlossenen Leitcanal gegenüber zu liegen kommt. Bei Ueberdruckturbinen ist deshalb die Regulirung durch gleichmässig verminderte Beaufschlagung, d. h. durch Verengung aller Leitcanäle in gleichem Grade gebräuchlich. Indessen ist auch mit ihr ein zweifacher erheblicher Nachtheil verbunden, wenn sie so ausgeführt wird, wie es üblich und für Druckturbinen auch angemessen ist, wenn sich nämlich die Verengung auf die Leitcanäle beschränkt, während die Turbinencanäle ihre vollen Querschnitte behalten. Indem dann nämlich diese durch den Ueberdruck nach wie vor mit strömendem Wasser ausgefüllt werden, ist dessen relative Geschwindigkeit w (w_1 bis w_2) der kleineren Aufschlagwassermenge entsprechend kleiner, während die Zuflussgeschwindigkeit u fast unverändert geblieben ist. Bei gleichfalls unveränderter Peripheriegeschwindigkeit v können deshalb die Bedingungen des stossfreien Einflusses und des normalen Ausflusses, welche an gewisse Beziehungen zwischen u, v, w (§. 31, Gl. 1 und 2) gebunden sind, nicht mehr erfüllt sein. Ausser dem Stosse gegen die Schaufeln findet noch ein hydraulischer Stoss des mit der relativen Geschwindigkeit w zufliessenden Wassers gegen das in den vollen Anfangsquerschnitten der Turbinencanäle mit wesentlich kleinerer relativer Geschwindigkeit w_1 fliessende Wasser statt. Eine solche Regulirung ist kaum vortheilhafter als eine solche, welche durch Schützen, die vor Allem zu gänzlicher Abstellung der Turbinen dienen, bewirkt wird, z. B. durch eine Ringschütze, welche die Ausflussfläche einer innenschlächtigen Turbine oder das Abflussrohr einer Rohrturbine abschliessen kann. Es ist deshalb begreiflich, dass der Wirkungsgrad von so regulirten Ueberdruckturbinen um so mehr und zwar erheblich abnimmt, je kleiner das Aufschlagwasserquantum, je mehr also in der Regel gerade zu sparsamer Verwerthung seines Arbeitsvermögens Veranlassung vorhanden ist.

Der hydraulische Stoss kann zwar vermieden werden, wenn die Turbine in freier Luft umläuft, indem es dann bei erheblich verminderter Beaufschlagung zu voller Ausfüllung der Turbinencanäle gar nicht kommt; die Turbine geht dann in eine Druckturbine über, welche zwar unvollkommen arbeitet, aber doch einen höheren Wirkungsgrad haben kann, als die Ueberdruckturbine bei so viel grösserer Beaufschlagung, dass die Canäle mit strömendem Wasser noch eben ganz ausgefüllt werden. Abgesehen davon aber, dass die erwähnte eventuelle Vergrösserung von η schon deshalb ohne Werth ist, weil sie von ganz besonderen, mehr oder weniger zufälligen Umständen abhängt, können die fraglichen zweierlei wesentlichen Effectverluste bei Ueberdruckturbinen mit verminderter Beaufschlagung gleichzeitig und vollständig nur dadurch beseitigt werden, dass die örtliche Verengung der Leitcanäle mit entsprechender Verkleinerung aller Querschnitte der Turbinencanäle verbunden wird. Bei Radialturbinen ist dieser Forderung nach dem Vorgange von Combes u. A. auch von Nagel & Kämp für innere, von Zeidler für äussere Beaufschlagung auf die Weise entsprochen worden, dass zwischen der oberen und unteren Kranzwand eine ringförmige Zwischenwand mit Schlitzen zum Durchgange der Radschaufeln stellbar eingerichtet wurde, so dass sie mit einer jener festen Wände zusammen die veränderliche Canalbreite b bestimmt. Wegen der schwierigen Dichtung jener Schlitze und sonstiger mancherlei Misslichkeiten von so zusammengesetzten Einrichtungen sind dieselben übrigens nur ausnahmsweise zur Anwendung gekommen. Häufiger hat man sich als Annäherung an das vorgesteckte Ziel bei Axialturbinen sowohl, wie namentlich bei Radialturbinen (Etagenräder) mit der Anordnung fester Zwischenwände begnügt, durch welche der Radkranz im Sinne der Breite b in Theile getheilt wird, welche mittels entsprechender Einrichtungen nach Bedürfniss einzeln, gruppenweise oder alle zugleich beaufschlagt werden können.*

* Eine freilich noch nicht praktisch bewährte und auch ziemlich complicirte Regulirungsschütze behufs theilweiser Beaufschlagung von Vollturbinen mit anderer, als der üblichen, Anwendung von Rundschützen ist in neuester Zeit Hrn. B. Bilfinger in Pforzheim patentirt worden (D.R.P. No. 32674, Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure, 1885, S. 887). Zwei diametral gegenüber liegende Gruppen benachbarter Laufradcanäle können dabei an ihren Ausflussöffnungen in kleinerer oder grösserer Zahl abgeschlossen werden durch einen Rundschieber, der mit der Turbine in Rotation begriffen ist und während des Ganges gegen dieselbe verdreht werden kann. Bei Druckturbinen wäre solche Abänderung der constructiv einfacheren gewöhnlichen Anordnung und Verwendungsart von Rundschiebern offenbar nicht zu empfehlen; bei Ueberdruckturbinen würde aber allerdings die sonst bei ihrer theilweisen Beaufschlagung so schädliche abwechselnde Unterbrechung und Herstellung des continuirlichen Zusammenhanges zwischen dem Wasser in der Turbine und dem Oberwasser vermieden, und ist ein Vortheil der neuen Anordnung nicht unmöglich, obschon die abwechselnde Hemmung und Freigebung der strömenden Bewegung in den Leitcanälen auch mit nicht unerheblichem Effectverluste verbunden sein wird.

Die Schwierigkeiten vortheilhafter Regulirung von Ueberdruckturbinen sind geeignet, im Allgemeinen für die Construction einer Turbine als Druckturbine den Ausschlag zu geben, sofern nicht besondere Umstände dagegen sprechen, insbesondere z. B. ein sehr veränderlicher Unterwasserstand bei kleinem Gefälle, so dass im Durchschnitt ein zu grosser Theil des letzteren verloren würde, wenn die Turbine beständig über Wasser ausgiessen sollte, während Einrichtungen, welche der Turbine künstlich die Eigenschaft einer Ueberwasserturbine ertheilen, den Umständen nach als nicht einfach genug erscheinen. —

Wenn die Turbine solche Arbeitsmaschinen zu treiben hat, welche grosse Gleichförmigkeit des Ganges erfordern, oder viele Arbeitsmaschinen, welche oft aus- oder einzurücken sind oder welche zum Theil sehr veränderliche Arbeiten zu leisten haben, so kann es vortheilhaft sein, die Bewegung der Regulirungsschütze von einem Regulator abhängig zu machen, welcher solche Bewegung selbstthätig in entsprechendem Sinne bei Geschwindigkeitsänderungen vermittelt (tachometrischer Regulator) und welcher bei dem erheblichen zu überwindenden Widerstande jedenfalls indirect wirkend einzurichten ist. (Siehe Bd. II, §. 122.)

b. Einzelne Arten von Turbinen.

§. 38. Seitenschlächtige Ueberdruckturbinen.

Diese Turbinengattung, lange Zeit gewöhnlich als Jonval-Turbine, richtiger als Henschel-Turbine bezeichnet,* stammt aus dem Jahre 1837, in welchem Henschel und Sohn in Cassel um ein Patent auf eine solche und zwar als Rohrturbine nachsuchten, welche zuerst in Holzminden im Frühjahr 1841 in Gang gebracht wurde. Im Herbst desselben Jahres nahm Jonval, Werkmeister der Maschinenfabrik von Andrée Köchlin in Mühlhausen, ein französisches Patent auf eine seitenschlächtige Rohrturbine, welche er „Turbine à double effet" nannte mit Rücksicht auf die gleichzeitige Wirkung der über dem Rade stehenden und der darunter gewissermassen hängenden Wassersäule, welche in keiner wesentlichen Beziehung von der Henschel-Turbine verschieden war. Zur constructiven Verbesserung und raschen Verbreitung dieser Turbinenart (als Druckturbine erst später von Rittinger, Hänel u. A. weiter ausgebildet) hat es wesentlich beigetragen, dass Jonval sein Patent im Jahre 1843 auf Köchlin übertrug.

* Siehe die geschichtliche Ausführung von M. Rühlmann in der Zeitschrift des Architekten- und Ingenieurvereins für das Königreich Hannover, 1855.

Die Berechnung der Hauptdimensionen einer solchen Turbine von verlangter Leistung bei gegebenem Gefälle kann nach §. 32 geschehen, und es mögen nur einige Angaben in Betreff der dabei nöthigen Annahmen hier Platz finden. Ausser $r_1 = r_2$ kann hier auch $b = b_2$ passend angenommen werden, während der Halbmesser r_1 nach §. 32, Gl. (1) auf Grund eines angenommenen ungefähren Verhältnisses $\frac{b}{r_1}$ zu berechnen ist, mit Rücksicht auf bewährte Ausführungen etwa

$$\frac{b}{r_1} = 0{,}25 \text{ bis } 0{,}4.$$

Nach §. 31, Gl. (18) ist dann mit der kürzeren Bezeichnung k' für $\frac{k k_1}{k_2}$:

$$tg\,\delta = m\frac{\varphi}{\varepsilon}k' \sin 2\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1);$$

hiermit sowie nach Gl. (2) und (7) desselben Paragraphen:

$$u_2 = v_1\, tg\,\delta = \frac{\varepsilon}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{gH}{2m}}\cdot m\frac{\varphi}{\varepsilon}k' \sin 2\alpha$$

$$= \varphi k' \sin\alpha \sqrt{m\,.\,2gH}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = (\varphi k' \sin\alpha)^2 .\, mH \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Nach §. 32, Gl. (1) ist behufs einer angemessenen Grösse der Turbine (eines weder allzu kleinen noch zu grossen Werthes von r_1) der Winkel α im Allgemeinen um so grösser anzunehmen, je grösser Q und je kleiner $u = \sqrt{m\,.\,2gH}$ ist. Im Mittel kann

$$\alpha = 20^0 \text{ für } m = 0{,}5$$

gesetzt werden, und folgt dann aus (1) und (2) mit $\varepsilon = 0{,}8$ und $\varphi k' = 0{,}9$ im Durchschnitt nicht unpassend:

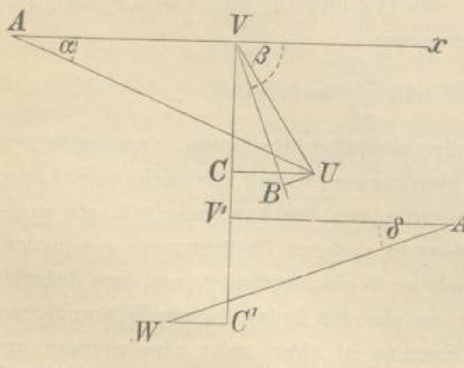
$$\delta \text{ nahe } = 20^0 \text{ und } \frac{u_2^2}{2g} = 0{,}047\,H.$$

Bei der Prüfung des für die vorläufige Rechnung angenommenen Werthes von ε gemäss §. 33 ist hier zugleich darauf Rücksicht zu nehmen, dass der für einen mittleren Abstand r_0 von der Axe herbeigeführte stossfreie Einfluss und normale Ausfluss in anderen Entfernungen r von derselben im Allgemeinen nicht in solcher Weise stattfindet, und dass dadurch Effectverluste verursacht werden, welche den hydraulischen Wirkungsgrad ε verkleinern. Ihre Grössenbestimmung ist ohne mehr oder weniger unsichere Annahmen nicht möglich. Denn wenn schon das Gesetz nicht sicher bekannt ist, nach welchen die Geschwindigkeit des in einer geraden cylindrischen Röhre strömenden Wassers von Punkt zu Punkt eines Querschnittes veränderlich ist, so ist das noch viel weniger der Fall in Betreff der gekrümmten Leit- und Turbinencanäle mit veränderlichen Querschnitten unter den obwaltenden Umständen. So ist es insbesondere fraglich, ob die absolute Geschwindigkeit u, mit welcher das Wasser aus den Leitcanälen aus- und dem Laufrade zufliesst, und von deren Veränderlichkeit im Sinne der Canalweiten a bei den bisherigen Entwickelungen abgesehen wurde, im Sinne der Breiten b, also hier in verschiedenen Entfernungen von der Axe wesentlich verschieden sei und ev. nach welchem Gesetze; denn hiervon hängt der Stoss gegen die Schaufelflächen beim Einflusse in die Turbine in den von r_0 verschiedenen Axenabständen r ebensowohl ab wie von den Winkeln α und β, welche dem vorausgesetzten Bildungsgesetze der Schaufelflächen entsprechend, wenn sie im Abstande r_0 mit α_0 und β_0 bezeichnet werden, für den Abstand r bestimmt sind durch:

$$tg\,\alpha = \frac{r_0}{r}\,tg\,\alpha_0 \quad \text{und} \quad tg\,\beta = \frac{r_0}{r}\,tg\,\beta_0 \;\ldots\ldots\ldots (3).$$

Weil die in grösster Entfernung von der Axe sich bewegenden Wassertheilchen den längsten Weg zu durchlaufen haben, und besonders wegen der Krümmung aller Bahnen, wodurch infolge der Centrifugalkraft eine Zunahme des hydraulischen Druckes von innen nach aussen verursacht werden muss, welche insbesondere auch bezüglich des Spaltenüberdruckes gelten wird, lässt sich zwar thatsächlich eine von innen nach aussen abnehmende Geschwindigkeit u erwarten; für den vorliegenden Zweck angenäherter Bestimmung der kleinen Widerstandshöhe, welche dem Stosse des einfliessenden Wassers gegen die Schaufeln entspricht, mag sie constant = derjenigen gesetzt werden, welche für den mittleren Axenabstand r_0, nämlich $= \sqrt{m.2gH}$ angenommen wurde.

Fig. 35.



Ist nun für einen gewissen Abstand r der Winkel XAU in Fig. 35 = dem durch (3) bestimmten Winkel α, $AU = u$ und $AV = v = \frac{r}{r_0} v_0$, unter v_0 die Umfangsgeschwindigkeit in der Entfernung r_0 von der Axe verstanden, so ist VU nach Richtung und Grösse die relative Zuflussgeschwindigkeit w. Ist ferner XVB = dem durch (3) bestimmten Winkel β, welcher für den Stoss (hier gegen die concave Hinterfläche der betreffenden Schaufel) massgebend ist, so ist das Perpendikel $UB = z$ von U auf VB die durch den Stoss verlorene Geschwindigkeit, $\frac{z^2}{2g}$ die entsprechende Widerstandshöhe. Ihr Mittelwerth für die ganze Austrittsfläche des Leitrades, bezw. Eintrittsfläche des Laufrades ist

$$= \frac{1}{2\pi r_0 b} \int_{r_0 - \frac{b}{2}}^{r_0 + \frac{b}{2}} 2\pi r \frac{z^2}{2g} db = \frac{1}{b} \int \frac{r}{r_0} \frac{z^2}{2g} db$$

= einem Mittelwerthe von $\frac{r}{r_0} \frac{z^2}{2g}$, welcher nach der Simpson'schen Regel hinlänglich genau

$$= \frac{\left(1 - \frac{1}{2}\frac{b}{r_0}\right) z_1^2 + 4\left(1 - \frac{1}{4}\frac{b}{r_0}\right) z_2^2 + 2 z_3^2 + 4\left(1 + \frac{1}{4}\frac{b}{r_0}\right) z_4^2 + \left(1 + \frac{1}{2}\frac{b}{r_0}\right) z_5^2}{12 \, . \, 2g} \quad . \ (4)$$

gesetzt wird, wenn in beschriebener Weise

$$\text{für} \quad r = r_0 - \frac{b}{2} \quad r_0 - \frac{b}{4} \quad r_0 \quad r_0 + \frac{b}{4} \quad r_0 + \frac{b}{2}$$
$$z = \quad z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4 \quad z_5$$

bestimmt worden ist. Dabei ist z_3 selbstverständlich $= 0$.

Zur Beurtheilung der Widerstandshöhe, welche dem im Allgemeinen nicht normalen Ausflusse aus der Turbine entspricht, ist zu bedenken, dass das Verhältniss der mittleren Normalcomponente (Axialcomponente) dieser Ausflussgeschwindigkeit u_2 zur mittleren Normalcomponente $u \sin \alpha$ der Zuflussgeschwindigkeit zur Turbine = ist dem umgekehrten Verhältnisse der betreffenden wirksamen Austrittsflächen, multiplicirt mit dem Verhältnisse der gleichzeitig hindurchfliessenden Wassermengen, d. h.

$$= \varphi \frac{k k_1 b}{k_2 b_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (5).$$

Nimmt man nun an, dass die Normalcomponente von u_2 in irgend einem Axenabstande r zu der demselben entsprechenden Geschwindigkeitscomponente $u \sin \alpha$ dasselbe Verhältniss (5) besitzt, so ergiebt sie sich in Fig. 35

$$= V'C' = \varphi \frac{k k_1 b}{k_2 b_2} \, . \, VC,$$

wenn VC senkrecht, UC parallel AX, also die Strecke $VC = u \sin \alpha$ gemacht wird. Macht man dann weiter $V'A'$ gleich und parallel $VA = v$, den Winkel $V'A'W = \delta$, bestimmt durch

$$tg\,\delta = \frac{r}{r_0}\,tg\,\delta_0$$

analog Gl. (3), zieht ferner $C'W$ parallel $V'A'$ bis zum Schnittpunkte W mit $A'W$, so ist $V'W = u_2$. Die gesuchte Widerstandshöhe ist als Ueberschuss des analog Gl. (4) zu bestimmenden Mittelwerthes von $\frac{u_2^2}{2g}$ über denjenigen Werth dieser Geschwindigkeitshöhe zu betrachten, welcher für den normalen Ausfluss im mittleren Axenabstande r_0 gilt.

Im Durchschnitt werde gemäss den Bemerkungen am Anfange dieses Paragraphen

$$b = b_2 \qquad m = 0{,}5 \qquad \varepsilon = 0{,}8 \qquad \varphi\,\frac{k k_1}{k_2} = 0{,}9$$

angenommen, womit für $\alpha_0 = 20^0$ sich auch $\delta_0 = 20^0$ ergab, sowie

$$\frac{u_2^2}{2g} = 0{,}047\,H \text{ für } r = r_0.$$

Um die in Rede stehenden Widerstandshöhen im Verhältnisse zu H zu finden, ist der Werth von H gleichgültig. Wird aber $H = 5$ angenommen, so ist nach §. 31, Gl. (4), (7) und (8):

$$u = 7{,}00 \qquad v_0 = 5{,}96 \qquad \beta_0 = 75\,^1/_2{}^0.$$

Wird endlich noch $b = 0{,}32\,r_0$ angenommen und die Zeichnung gemäss Fig. 35 für die 5 verschiedenen Werthe von r nach Mass ausgeführt, so wird ersichtlich, dass das Wasser innerhalb der mittleren Cylinderfläche zum Halbmesser r_0 mit Stoss gegen die concave Hinterfläche der Schaufeln einfliesst und entgegengesetzt dem Sinne der Umfangsgeschwindigkeit ausfliesst (beidem entspricht Fig. 35), ausserhalb jener mittleren Cylinderfläche aber mit Stoss gegen die vordere Schaufelfläche einfliesst und im Sinne der Umfangsgeschwindigkeit ausfliesst. Die Widerstandshöhen, welche dem mangelhaften Einflusse und Ausflusse entsprechen, ergeben sich unter den angenommenen mittleren Umständen nahe gleich gross und zusammen $= 0{,}004\,H$. —

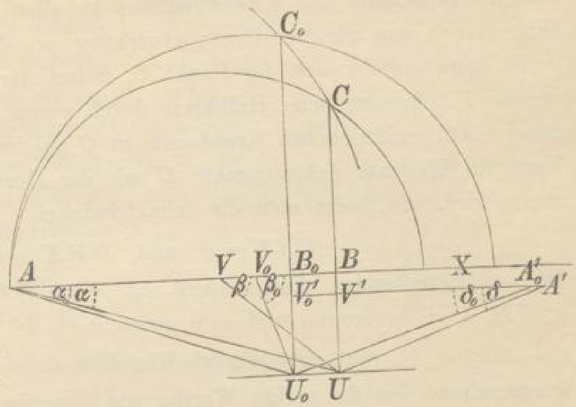
Obgleich somit der fragliche Effectverlust nicht erheblich ist, und seine Vermeidung durch Abänderung der Schaufelform stets auf mehr oder weniger zweifelhaften Annahmen beruhen wird, mag doch noch die am Ende von §. 36 erwähnte Schaufelform für gänzlich stossfreien Einfluss und normalen Ausfluss nach v. Reiche erläutert werden.*

* Siehe die analoge Darstellung in G. Herrmann's Bearbeitung der 5. Auflage von Weisbach's Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 2. Theil, 2. Abtheilung, §. 128.

Für den mittleren Halbmesser r_0 sei in Fig. 36, in welcher AX als horizontale Gerade vorausgesetzt wird,

$$AV_0 = v_0, \quad AU_0 = u_0, \quad \text{Winkel } V_0AU_0 = \alpha_0.$$

Fig. 36.



Dann ist auch $V_0U_0 =$ der entsprechenden relativen mittleren Zuflussgeschwindigkeit w_0 und, sofern jene Werthe den Bedingungen stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses gemäss bestimmt wurden, Winkel $XV_0U_0 = \beta_0$; wird U_0V_0' im Verhältnisse (5) $< U_0B_0$ gemacht, $V_0'A_0'$ horizontal und $= v_0$, so ist Winkel $V_0'A_0'U_0 = \delta_0$. Auch gilt dann nach §. 30, Gl. (9) die Beziehung:

$$\varepsilon H = \frac{u_0 v_0 \cos\alpha_0}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6).$$

Wenn über AX aus V_0 als Mittelpunkt mit dem Halbmesser $V_0A = v_0$ ein Halbkreis beschrieben und bis zum Schnittpunkte C_0 mit demselben die verticale Gerade $U_0B_0C_0$ gezogen wird, so ist $AB_0 = u_0 \cos\alpha_0$ und folglich nach (6):

$$AC_0 = \sqrt{2v_0 \,.\, u_0 \cos\alpha_0} = \sqrt{2g\,\varepsilon H} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7).$$

Wird nun gefordert, dass das Wasser in allen Entfernungen r von der Axe mit derselben Geschwindigkeit axial ausfliesst, und wird angenommen, dass die Axialcomponente der Zuflussgeschwindigkeit u für jeden Werth von r zu jener Ausflussgeschwindigkeit dasselbe durch (5) bestimmte Verhältniss hat, so muss auch $u \sin\alpha$ unabhängig von r sein, also der Endpunkt U der irgend eine Geschwindigkeit u in Fig. 36 darstellenden Strecke AU in der durch U_0 gezogenen Horizontalen liegen. Wenn ferner in der beliebigen Axenentfernung r nicht nur der Ausfluss axial, sondern auch der Einfluss ohne Stoss stattfinden soll, so stehen u, v, α in einer der Gleichung (6) analogen Beziehung, und muss dann auch die Verticale durch U den aus V mit dem Halbmesser $VA = v$ über AX beschriebenen Halbkreis in einem solchen Punkte C schneiden, dass analog Gl. (7)

$$AC = \sqrt{2g\varepsilon H}, \text{ also } = AC_0$$

ist, sofern dem hydraulischen Wirkungsgrad ε auch mit Bezug auf den beliebigen Radius r der Mittelwerth zugeschrieben werden kann, welcher in Gl. (7) gemeint ist. Wird letzteres angenommen, was voraussetzt, dass die Bewegung der Wassertheilchen in allen Axenabständen r durch Widerstände von gleicher Gesammtwirkung pro Masseneinheit beeinflusst wird, dann ergiebt sich der Punkt U, indem der aus V mit dem Halbmesser VA beschriebene Halbkreis durch einen aus A mit dem Halbmesser AC_0 beschriebenen Kreisbogen in C geschnitten, und durch C die Verticale bis zum Schnittpunkte U mit der Horizontalen durch U_0 gezogen wird. So findet man die Schaufelwinkel

$$UAV = \alpha \quad \text{und} \quad UVX = \beta$$

für den betreffenden Axenabstand r. Wird UV' im Verhältnisse (5) $< UB$, $V'A'$ horizontal und $= v$ gemacht, so ist

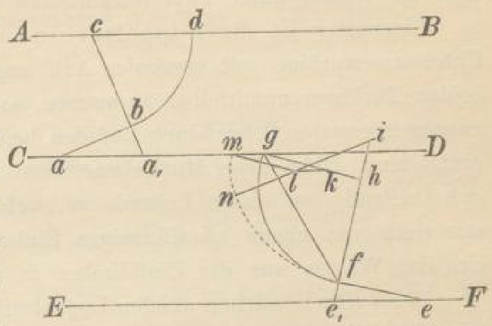
$$\text{Winkel } V'A'U = \delta.$$

Entsprechend den für einige Werthe von r bestimmten Winkeln α, β, δ können die betreffenden Profile gezeichnet werden, und sind dann die Schaufelflächen (die Flächen von Leit- und Turbinenschaufeln) so zu gestalten, dass sie von bezüglichen coaxialen Cylinderflächen in jenen (auf diese Cylinderflächen aufgewickelten) Profilen geschnitten werden.

Während bei den üblichen nach normalen Schraubenflächen gestalteten Schaufelflächen alle Winkel α, β, δ mit wachsendem r abnehmen, erkennt man aus der Figur 36, welche ausser für den Mittelwerth r_0, für ein kleineres r gezeichnet ist, dass hier bezüglich auf α und besonders auf β das Umgekehrte stattfindet. Auch ist ersichtlich, dass u mit wachsendem r abnimmt, was nach Obigem als den Umständen in der That entsprechend anzusehen ist. Ob freilich bei einer mit solchen Schaufeln ausgestatteten Axialturbine in dem Grade, wie es nach der Construction der Fall sein sollte, u mit wachsendem r abnimmt, der Spaltendruck und die Ueberdruckwirkung (Reactionswirkung) zunimmt, bleibt abhängig von der Richtigkeit der zu Grunde liegenden Annahmen. —

Die Verzeichnung eines Schaufelprofils bei gegebenen Schnittwinkeln α, bezw. β und δ, mit Rücksicht auf die Erwägungen im §. 36, insbesondere auch so, dass der Ausfluss aus den Canälen ohne Contraction mit (parallelen Bahnen der Wassertheilchen) stattfindet, wozu die ebenen Abwickelungen der Profile hier an den Enden geradlinig auslaufen müssen, hat keine Schwierigkeit. Sind in Fig. 37 die horizontalen Geraden AB, CD, EF die ebenen Abwickelungen der Durchschnittskreise der Ein- und Austrittsflächen des Leit- und Laufrades mit der Cylinderfläche zu einem gewissen Radius r, ist $aa_1 =$ der betreffenden Theilung des Leitrades, Winkel $a_1ab = \alpha$ und die Gerade a_1bc senkrecht zu ab, so kann das betreffende Leitschaufelprofil aus dem Kreisbogen db, beschrieben aus dem Mittelpunkte c mit dem Halbmesser cb, und aus der Geraden ba zusammengesetzt werden. Ist ebenso $ee_1 =$ der betreffenden Theilung des Laufrades, Winkel $e_1ef = \delta$ und die Gerade e_1fhi senkrecht zu ef, Winkel $hfg = \frac{\beta+\delta}{2}$ und h die Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks auf der Grundlinie fg, so ist dessen Winkel an der Spitze

Fig. 37.



$$fhg = 2\left(90^0 - \frac{\beta+\delta}{2}\right) = 180^0 - (\beta+\delta)$$

= dem erforderlichen Krümmungswinkel des betreffenden Turbinenschaufelprofils. Sollte also letzteres ausser aus dem geradlinigen Endstücke ef aus einem einzigen Kreisbogen fg gebildet werden, so wäre h dessen Mittelpunkt, $hf = hg = \varrho'$ der Halbmesser. Sollte aber der bogenförmige Theil des Profils aus zwei Kreisbögen mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 zusammengesetzt werden, welche z. B. in einer Beziehung gemäss §. 36 zu einander stehen, so sei in der Figur $gk = \varrho_1$ und $fi = \varrho_2$, kl parallel CD und $il = \varrho_2 - \varrho_1$, wodurch der Punkt l bestimmt ist, endlich lm parallel hg bis zum Schnittpunkte m mit CD; der fragliche Bogen besteht dann aus den Kreisbögen mn und fn, bezw. aus l und i mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 beschrieben, im Punkte n mit gemeinsamer Tangente in einander übergehend. —

Schliesslich sei darauf hingewiesen, dass die seitenschlächtige Ueberdruckturbine sich besonders dazu eignet, um, wie es mehrfach geschehen ist, als Doppelturbine mit horizontaler Axe angeordnet zu werden; durch die Anordnung beider Turbinen zugleich als Rohrturbinen wird dabei die Verschiedenheit der Höhe, in welcher die verschiedenen Wassertheilchen aus den Turbinen ausfliessen, fast ganz unschädlich gemacht. Zwischen denselben befindet sich ein von oben durch das gemeinschaftliche Einfallrohr gespeister und von der horizontalen Welle quer durchsetzter Behälter, aus welchem das Wasser in der Richtung dieser Welle nach beiden Seiten durch die festliegenden Leiträder hindurch in die auf der Welle festgekeilten Turbinen einfliesst; der Ausfluss erfolgt in sich anschliessende, gleichfalls von der Welle durchsetzte Kammern, aus welchen das Wasser durch zwei Abfallröhren in das Unterwasser abfliesst.

Eigenartig ist die Doppelturbine von Schiele, gewöhnlich als Unterwasserturbine mit verticaler Axe angeordnet. Bei ihr stossen die beiden Turbinen unmittelbar zusammen, so dass sie zu einem Rade mit entgegengesetzter Schaufelung auf den beiden Seiten der Mittelebene vereinigt sind. Nahe dieser Mittelebene fliesst das Wasser, nach beiden Seiten sich theilend, aus einem Leitrade zu, welches die Turbine umgiebt und seinerseits von einem spiralförmigen Einlaufe umgeben wird, in welchen sich das Wasser aus der Einfallröhre in tangentialer Richtung ergiesst.

Der Vortheil solcher axialen Doppelturbinen besteht in der Kleinheit oder gänzlichen Beseitigung des axialen Drucks und der entsprechenden Axenreibung. Dabei ist die Schiele'sche Turbine zwar sehr compendiös, gewährt aber bei den weniger einfachen Bahnen der Wassertheilchen geringere Sicherheit eines correcten und stossfreien Einlaufs.

§. 39. **Seitenschlächtige Druckturbinen.**

Zum Anschlusse von weiteren Erörterungen in Betreff dieser in neuerer Zeit besonders häufig ausgeführten Turbinengattung werde vor Allem ein Beispiel gerechnet. Es sei eine Turbine dieser Art zu entwerfen, welche

$$N = 40 \text{ Pferdestärken bei } H = 2{,}5 \text{ Mtr. Gefälle}$$

nutzbar machen soll. Mit $\varphi = 1$ und den vorläufigen Annahmen

$$\varepsilon = 0{,}8 \text{ und } \eta = 0{,}76$$

ergiebt sich die Aufschlagwassermenge

$$Q = \frac{0{,}075}{\eta}\,\frac{N}{H} = 1{,}579 \text{ Cubikmtr.}$$

Sofern es sich um eine Ueberwasserturbine handelt, ist Gleichung (12) im §. 30 für die vorläufige schon möglichst angenähert zutreffende Annahme der Charakteristik m massgebend. Wird die Geschwindigkeitshöhe, welche der Abflussgeschwindigkeit c_2 im Untergraben entspricht,

$$\frac{c_2^{\,2}}{2g} = 0{,}05 \text{ Mtr., entsprechend } c_2 \text{ nahe } = 1 \text{ Sek. Mtr.}$$

angenommen, und die Höhe des Spalts über dem Unterwasserspiegel (etwas grösser, als die Höhe des Laufrades) vorläufig zu

$$H_1 = 0{,}3 \text{ Mtr.}$$

geschätzt, so ist nach der angezogenen Gleichung:

$$\frac{u^2}{2g} = H + \frac{c_2^{\,2}}{2g} - H_1 - \varrho H = (0{,}9 - \varrho)\, H,$$

und mag danach vorläufig entsprechend $\varrho = 0{,}06$

$$m = \frac{u^2}{2gH} = 0{,}84$$

angenommen werden. Mit den weiteren Annahmen:

$$r_1 = r_2 = r,\;\; \alpha = 20^0,\;\; b_2 = 1{,}75\, b$$

folgt aus §. 31, Gl. (18) vorläufig

$$\delta = 19^0 9' \text{ mit der Schätzung: } \frac{k k_1}{k_2} = 0{,}9.$$

Dieser Näherungswerth von δ, welcher noch zu berichtigen bleibt, soll einstweilen nur die Angemessenheit der zu Grunde liegenden Annahmen erkennen lassen. Aus den Gleichungen (8), (7), (4), (1) im §. 31 ergiebt sich aber jetzt:

$$\beta = 38^0 18' \qquad v_1 = v_2 = v = 3{,}253 \text{ Sek. Mtr.}$$
$$u = 6{,}418 \text{ Sek. Mtr.} \qquad w = 3{,}543 \;\;\text{„}\;\;\text{„}$$

Zur Feststellung des mittleren Halbmessers r werde von einem passenden ungefähren Werthe des Verhältnisses $\frac{b}{r}$ ausgegangen. Es erscheint rathsam, dasselbe kleiner anzunehmen, als bei Ueberdruckturbinen, weil die Verschiedenheit der Verhältnisse in verschiedenen Entfernungen von der Axe bei Druckturbinen nachtheiliger ist; auch ist es zulässig unbeschadet angemessener Grösse von r, weil der Factor u in Gl. (1), §. 32, bei gleichem Gefälle hier grösser ist. Aus dieser Gleichung folgt mit der vorläufigen Annahme $k k_1 = 0{,}8$:

$$\frac{b}{r} r^2 = 0{,}1431$$

und daraus z. B. $r = 0{,}846$ für $\frac{b}{r} = 0{,}2$

$$r = 0{,}756 \text{ für } \frac{b}{r} = 0{,}25.$$

Festgesetzt werde $r = 0{,}8$ Mtr., dann im Anschlusse an §. 32, Gl. (4):

$$s = s_1 = s_2 = 0{,}005 \text{ Mtr.}$$

bei Voraussetzung von Schaufeln aus Blech. Nach Gl. (5) desselben Paragraph wäre 44 eine passende Schaufelzahl. Dieselbe für das Leitrad $(= z)$ und für das Laufrad $(= z_1)$ gleich gross zu wählen, würde zur Folge haben, dass die periodischen Ungleichförmigkeiten der Vorgänge im Spalt, welche durch die Schaufeldicken verursacht werden, bei allen Canälen gleichzeitig in gleicher Weise verlaufen, was nicht erwünscht sein kann. Wenn aber zu besserer Vertheilung dieser Ungleichförmigkeiten z und z_1 verschieden gemacht werden, so ist es fraglich, ob $z_1 > z$, wie es meistens geschieht, oder ob $z > z_1$ mehr zu empfehlen sei. Bei Druckturbinen, welche durch vollständigen Abschluss von Leitcanälen regulirt werden sollen, dürfte letzteres vorzuziehen sein; insbesondere für das Beispiel sei

$$z = 46 \text{ und } z_1 = 40.$$

Damit ergiebt sich nach §. 31, Gl. (9) und (10):

$$a = 0{,}0324 \text{ Mtr. und } a_1 = 0{,}0728 \text{ Mtr.},$$

$$k = \frac{a_1}{a_1 + s_1} = 0{,}936 \text{ und } k_1 = \frac{a}{a + s} = 0{,}866$$

sowie nach Gl. (12) desselben Paragraph:

$$b = \frac{Q}{k z a u} = 0{,}176 \text{ Mtr.} = 0{,}22\, r.$$

Die Weite a_2 der Turbinenencanäle am Ende und den genaueren Werth des Winkels δ findet man jetzt aus den Gleichungen (6) des §. 32; nämlich mit

$$A = \frac{m}{\varepsilon} k k_1 \frac{b}{b_2} \sin 2\alpha = 0{,}3126 \text{ und } e_2 = \frac{2\pi r}{z_1} = 0{,}1256$$

ergiebt sich für a_2 die Gleichung:

$$11{,}234\, a_2^2 + 0{,}01\, a_2 = 0{,}01575,$$

daraus $a_2 = 0{,}0370$ Mtr.,

$$\text{dann } \delta = 19^0 32', \text{ auch } k_2 = \frac{a_2}{a_2 + s_2} = 0{,}881.$$

Aus §. 31, Gl. (2) folgt noch

$$u_2 = v\, tg\, \delta = 1{,}154 \text{ Sek. Mtr.}, \; w_2 = \frac{v}{\cos \delta} = 3{,}452 \text{ Sek. Mtr.}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = 0{,}0679 = 0{,}027\, H.$$

Die relative Geschwindigkeit w_1, mit welcher das Wasser seine Bewegung durch die Turbinencanäle beginnt, ist etwas $< w$ wegen des Stosses gegen die Schaufeln, welcher, wie im §. 29 besprochen, durch die Schaufeldicken verursacht wird. Wenn der betreffende Gefällverlust zu $0{,}01\, H$ geschätzt wird, so ist nach der Bestimmung im §. 33 unter 2) ungefähr zu setzen:

$$w_1 = w \cos 12^0 = 3{,}466 \text{ Sek. Mtr.}$$

In Uebereinstimmung mit der vorläufigen Annahme $H_1 = 0{,}3$ Mtr. werde endlich die Höhe der Turbine auf

$$H_1 - H_2 = 0{,}28 \text{ Mtr.} = 0{,}35\, r$$

festgesetzt, dabei die Höhe ihrer Unterfläche über dem Unterwasserspiegel

$$H_2 = 0{,}02 \text{ Mtr.}$$

und die Höhe des Leitrades $= 0{,}22$ Mtr.

Unter der Voraussetzung, dass die Schaufeln in üblicher Weise nach normalen Schraubenflächen gestaltet werden, deren erzeugende Gerade die Axe und ausserdem ein in der mittleren coaxialen Cylinderfläche liegendes Schaufelprofil rechtwinklig schneidet, welches den berechneten Winkeln α, bezw. β und δ entsprechend auf noch weiter zu besprechende Weise in einer Ebene verzeichnet und auf die mittlere Cylinderfläche durch Aufwickelung der Zeichnungsebene übertragen wird, ist nun aber daran zu erinnern, dass dann nach vorigem Paragraph das in die Turbine einfliessende Wasser innerhalb der mittleren Cylinderfläche gegen die concaven Hinterflächen, ausserhalb gegen die convexen Vorderflächen stossen würde. Letzteres ist bei Druckturbinen durchaus zu vermeiden, weil es eine unregelmässige Hin- und Herbewegung des einfliessenden Wassers zwischen den Schaufeln, eine Störung der sicheren Führung durch die vordere dieser Schaufeln verursachen würde. Es wird deshalb die mittlere Umfangsgeschwindigkeit v in solchem Masse zu verkleinern sein, dass in grösster Entfernung von der Axe

$$r_e = r + \frac{b}{2} = 0{,}888 \text{ Mtr.} = 1{,}11\, r$$

das Wasser ohne Stoss einfliesst, wenn dann auch im Durchschnitt dieser Stoss erheblicher und der Ausfluss weniger normal ist, als es bei einem in der mittleren Entfernung stossfreien Einflusse der Fall sein würde. Sind α_e und β_e die betreffenden Schaufelwinkel in der Axenentfernung r_e, so ist

$$tg\,\alpha_e = \frac{r}{r_e}\, tg\,\alpha \text{ und } tg\,\beta_e = \frac{r}{r_e}\, tg\,\beta$$

$$\alpha_e = 18^0 9' \qquad \beta_e = 35^0 26'$$

und die Umfangsgeschwindigkeit im Abstande r_e von der Axe, welche dem stossfreien Einflusse an dieser Stelle entspricht, gemäss §. 31, Gl. (1):

$$v_e = u\, \frac{\sin(\beta_e - \alpha_e)}{\sin \beta_e} = 3{,}077.$$

Entsprechend ist dann im mittleren Abstande

$$v = \frac{r}{r_e} v_e = 2,772$$

und die entsprechende, voraussichtlich nahe vortheilhafteste Zahl von Umläufen pro Minute:

$$n = 9,55 \frac{v}{r} = 33,1. —$$

Bevor nun die der bisherigen Rechnung zu Grunde liegenden Annahmen bezüglich der Coefficienten ε, η und m geprüft und danach nöthigenfalls die Rechnungsergebnisse corrigirt werden, mögen die Schaufelkrümmungen für den mittleren Axenabstand festgestellt werden, welche von Einfluss auf jene Prüfung sind. Die Forderung eines ganz contractionslosen, nämlich in genau parallelen Bahnen stattfindenden Ausflusses aus den Canälen, welche bei seitenschlächtigen Ueberdruckturbinen zu geradlinig auslaufenden Schaufelprofilen führte, ist bei Druckturbinen ohne wesentliche Bedeutung. Was also für das vorliegende Beispiel zunächst das mittlere Profil einer Leitschaufel betrifft, so kann es passend vom Anfang bis zum Ende gekrümmt sein, z. B. als ein Kreisbogen, dessen Halbmesser ϱ' mit Rücksicht auf die Höhe des Leitrades = 0,22 Mtr. und mit Rücksicht auf die Schnittwinkel $\alpha_0 = 90^0$ und $\alpha = 20^0$ sich zu

$$\varrho' = \frac{0,22}{\sin 70^0} = 0,234 \text{ Mtr.}$$

ergeben würde. Wegen der beträchtlichen Geschwindigkeitszunahme des Wassers in den Leitcanälen von u_0 bis ku (letztere Geschwindigkeit auf den vollen Endquerschnitt bezogen), also im Verhältnisse

$$\frac{ku}{u_0} = \frac{a_0}{a} = \frac{0,1042}{0,0324} = \sqrt{10,34}$$

wegen

$$a_0 = \frac{2\pi r}{z} - \delta = \frac{2\pi \,.\, 0,8}{46} - 0,005 = 0,1042$$

bei Voraussetzung constanter Breite b des Leitradkranzes, ist es jedoch besser, den Krümmungshalbmesser von ϱ_0 bis ϱ wachsen zu lassen, indem etwa ϱ_0 ebenso viel $< \varrho'$, wie $\varrho > \varrho'$ genommen wird. Geschähe das nach §. 36 in solchem Grade, dass

$$\frac{0,04 + \left(\frac{a_0}{2\varrho_0}\right)^{3,5}}{0,04 + \left(\frac{a}{2\varrho}\right)^{3,5}} = \left(\frac{ku}{u_0}\right)^2 = 10,34$$

ist, so würde hier ϱ_0 in solchem Grade $< \varrho$ werden, dass die zu Grunde liegende Krümmungswiderstands-Formel, deren Anwendung hier an und für sich nur schwach begründet ist, selbst näherungsweise nicht mehr als massgebend zu betrachten wäre. Zur Annäherung an das Ziel eines constanten und so im Durchschnitte möglichst kleinen specifischen Krümmungswiderstandes mag es genügen, das Leitschaufelprofil aus 2 Kreisbögen zu bilden mit den Halbmessern:

$$\varrho_0 = 0{,}156 \text{ Mtr. und } \varrho = 0{,}312 \text{ Mtr.},$$

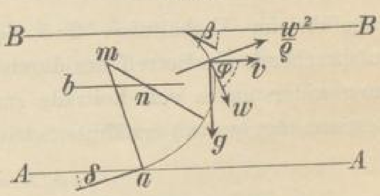
entsprechend $\varrho_0 + \varrho = 2\,\varrho'$ und $\varrho = 2\,\varrho_0$.

Für die Krümmung des mittleren Profils einer Turbinenschaufel ist nach §. 36 vor Allem die Forderung massgebend, dass jedes Wassertheilchen einen beständig nach vorn gegen die concave Seite der vorderen Schaufel hin gerichteten Druck auf dieselbe ausüben soll. Derselbe wird hier nur durch die relative Centrifugalkraft und durch die Schwerkraft verursacht; er ist an einer Stelle, wo die relative Geschwindigkeit w mit der Peripheriegeschwindigkeit v des betreffenden Schaufelpunktes den Winkel φ bildet (siehe Fig. 38) und der Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils $= \varrho$ ist, pro Masseneinheit

$$= \frac{w^2}{\varrho} - g\cos\varphi \quad . \; . \; . \; . \; (1),$$

indem die absolute Centrifugalkraft $= \omega^2 r$ und die zusammengesetzte Centrifugalkraft $= 2\,\omega\, w \cos\varphi$ radial gerichtet sind.

Fig. 38.



Damit jener Normaldruck positiv sei, muss, wenn φ ein spitzer Winkel ist (φ ist von β bis $180^0 - \delta$ veränderlich),

$$\varrho < \frac{w^2}{g\cos\varphi}$$

sein, insbesondere im Anfangspunkte: $\varrho_1 < \frac{w_1^{\,2}}{g\cos\beta}$, für das vorliegende Beispiel: $\varrho_1 < 1{,}22$ Mtr. Für $\varphi > 90^0$ dürfte ϱ jede beliebige Grösse haben. Thatsächlich wird dadurch die Krümmung des mittleren (auf einer Ebene abgewickelten) Schaufelprofils nicht beschränkt; denn würde es als Kreisbogen verzeichnet, so wäre dessen Halbmesser bei der Turbinenhöhe von 0,28 Mtr. nur

$$\varrho' = \frac{0{,}28}{\cos\beta + \cos\delta} = 0{,}162 \text{ Mtr.}$$

Dieser constante Krümmungshalbmesser werde vorläufig angenommen, weil der Krümmungswiderstand hier von geringerer Bedeutung ist und übrigens die Gleichung

$$\frac{0{,}04 + \left(\frac{a_1}{2\varrho_1}\right)^{3,5}}{0{,}04 + \left(\frac{a_2}{2\varrho_2}\right)^{3,5}} = \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2$$

wegen $a_2 < a_1$ und $w_2 < w_1$ sogar einen abnehmenden Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils bedingen würde. —

Zur Controle des für den hydraulischen Wirkungsgrad angenommenen Werthes ($\varepsilon = 0{,}8$) gemäss §. 33 kann hier vom hydraulischen Widerstande auf der Strecke vom Oberwasserspiegel bis zum Leitapparat ohne in Betracht kommenden Fehler abgesehen werden; noch kleiner ist hier der Einflusswiderstand in letzteren, so dass für die Bewegung bis zum Spalt der Widerstand im Wesentlichen nur aus dem Leitungs- (Reibungs-) und aus dem Krümmungswiderstande der Leitcanäle besteht. Die betreffende Widerstandshöhe ergiebt sich aus Gl. (5) a. a. O.:

$$\varrho H = 0{,}175 \text{ Mtr.} = 0{,}07\, H,$$

ungefähr im Verhältnisse 2:5 den genannten zweierlei Widerständen entsprechend. In Betreff des durch die Schaufeldicken verursachten Uebergangswiderstandes vom Leitrade zum Laufrade werde die schon oben (bei Bestimmung von w_1) erwähnte Schätzung des fraglichen Gefällverlustes mit

$$\varrho_0 H = 0{,}01\, H$$

zu Grunde gelegt. Die Widerstandshöhen $\varrho_1 H$ und $\varrho_2 H$ werden nach den Gleichungen (8) und (11), §. 33,

$$\varrho_1 H = 0{,}031\, H \text{ und } \varrho_2 H = 0{,}015\, H$$

gefunden, so dass die ganze hydraulische Widerstandshöhe

$$(\varrho + \varrho_0 + \varrho_1 + \varrho_2)\, H = 0{,}126\, H$$

sein würde, wenn nicht noch die durch die Schaufelform bedingten Abweichungen vom stossfreien Einflusse und normalen Ausflusse zu berücksichtigen wären, sowie unberechenbare Störungen der regelrechten Wasserbewegung, wie solche z. B. in noch zu besprechender Art durch die radial gerichteten zwei Ergänzungskräfte der relativen Bewegung in der Turbine verursacht werden können. Der Gefällverlust infolge der erstgenannten Abweichungen ist, wenn der Stoss beim Einflusse nur gegen die concaven Schaufelflächen ausgeübt werden soll, hier grösser, als er im vorigen Paragraph (beispielsweise $= 0{,}004\, H$) gefunden wurde; seine Bestimmung nach dem dort erklärten Verfahren ist aber bei der Unsicherheit der übrigen schädlichen Einflüsse entbehrlich. Wenn diese noch nicht in

Rechnung gebrachten nachtheiligen Umstände zusammen nach Schätzung durch eine Widerstandshöhe $= 0{,}034\,H$ berücksichtigt werden, so ist der resultirende Gefällverlust $= 0{,}16\,H$ und

$$\varepsilon = 1 - 0{,}16 = 0{,}84 \quad \text{statt} \quad 0{,}8$$

mit einiger Wahrscheinlichkeit als corrigirter Werth des hydraulischen Wirkungsgrades zu betrachten. Der auf die Axenreibung und den Luftwiderstand bezügliche Coefficient $\mu = 0{,}04$ erfordert nach §. 35 kaum eine Aenderung, so dass

$$\eta = \varepsilon - \mu = 0{,}8 \quad \text{statt} \quad 0{,}76$$

zu setzen ist.

Was die Annahme der Charakteristik $m = 0{,}84$ betrifft, so hat sich zwar die ihr zu Grunde liegende Annahme $H_1 = 0{,}3$ Mtr. als passend ergeben, aber statt $\varrho = 0{,}06$ ist schliesslich $\varrho = 0{,}07$ gefunden worden, so dass sich für m der corrigirte Werth 0,83 ergeben würde. Es ist aber zu bedenken, dass der gefundene Coefficient $\varrho = 0{,}07$ zum grössten Theile (mit 0,05) dem sehr unsicher berechneten Krümmungswiderstande der Leitcanäle entspricht, welcher sich durch Erhöhung des Leitrades (von 0,22 auf etwa 0,25 Mtr.) mehr verkleinern liesse, als der Reibungswiderstand dadurch vergrössert wird. Der Werth $m = 0{,}84$ kann deshalb als genügend bestätigt betrachtet werden, um als Charakteristik einer Druckturbine zu entsprechen.

Wegen der etwas veränderten Werthe von ε und η wird jetzt

$$Q = \frac{0{,}76}{0{,}8} \,.\, 1{,}579 = 1{,}5 \text{ Cubikmtr.}$$

Unverändert können beibehalten werden (siehe §. 32 am Ende):

$$\alpha = 20^0, \qquad \delta = 19^0\,32', \qquad r = 0{,}8 \text{ Mtr.},$$
$$z = 46, \qquad z_1 = 40, \qquad s = s_1 = s_2 = 0{,}005 \text{ Mtr.},$$
$$a = 0{,}0324 \text{ Mtr.}, \qquad a_2 = 0{,}0370 \text{ Mtr.}, \qquad u = 6{,}418 \text{ Sek. Mtr.}$$

Bei Beziehung der Formelbezifferung auf §. 31 wird aber jetzt nach Gl. (7) daselbst:

$$v = \frac{0{,}84}{0{,}8} \,.\, 3{,}253 = 3{,}416 \text{ Sek. Mtr.},$$

nach (8): $cotg\,20^0 - cotg\,\beta = \frac{0{,}84}{0{,}8}\,(cotg\,20^0 - cotg\,38^0\,18')$, also $\beta = 40^0$,

ferner nach (1):

$$w = u\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 3{,}415 \text{ Sek. Mtr.},$$
$$w_1 = w\cos 12^0 = 3{,}340 \text{ Sek. Mtr.}$$

Nach (2) sind u_2 und w_2 in demselben Verhältnisse wie v zu ändern, wird also

$$u_2 = \frac{0,84}{0,8} \,.\, 1,154 = 1,212 \text{ Sek. Mtr.}$$

$$w_2 = \frac{0,84}{0,8} \,.\, 3,452 = 3,625 \quad " \quad "$$

Nach Gl. (10) ist $a_1 + s_1$ proportional $\sin\beta$ zu corrigiren, wodurch

$$a_1 = 0,0757 \text{ Mtr., aber } k = \frac{a_1}{a_1 + s_1} = 0,938$$

so wenig von dem früheren Werthe (0,936) verschieden wird, dass $\frac{b_2}{b}$ nach (18) umgekehrt proportional ε geändert, also

$$\frac{b_2}{b} = \frac{0,8}{0,84} \,.\, 1,75 = \frac{5}{3}$$

gesetzt werden kann, sowie nach (12):

$$b \text{ proportional } Q, \text{ also } b = \frac{0,76}{0,8} \,.\, 0,176 = 0,165 \text{ Mtr.,}$$

$$b_2 = \frac{5}{3} \,.\, 0,165 = 0,275 \quad "$$

Diejenige mittlere Umfangsgeschwindigkeit endlich, welche (abgesehen vom Einflusse der Schaufeldicken) einem stossfreien Einflusse im grössten Axenabstande entsprechend, als vortheilhafteste zu betrachten ist, ergiebt sich durch eine der obigen analoge Rechnung:

$$v = 3,131 \text{ Sek. Mtr., dazu } n = 37,4. \text{ —}$$

Anstatt dem abgewickelten mittleren Profil der Turbinenschaufel hier einen constanten Krümmungsradius = 0,162 Mtr. zu geben, wie vorläufig angenommen wurde, könnte es vorgezogen werden, denselben gemäss einer der im §. 36 besprochenen Forderungen stetig veränderlich zu machen, insbesondere z. B. so, dass der Normaldruck pro Masseneinheit constant, nach obiger Gleichung (1) also

$$\frac{w^2}{\varrho} - g \cos\varphi = Const.$$

wird. Wenn aber auch das dabei in Betracht kommende Gesetz willkürlich und möglichst einfach angenommen wird, nach welchem hier w von w_1 in w_2 stetig übergeht unter dem Einflusse der Schwere und der Widerstände (die Widerstandshöhe, wenigstens $= 0,031\,H = 0,08$ Mtr., ist gegen die Turbinenhöhe = 0,28 Mtr. nicht zu vernachlässigen), so würde doch die Umständlichkeit solcher Bestimmung in Missverhältniss zu ihrer Wichtigkeit stehen. Wenn man sich aber damit begnügt, für den Anfang und für das Ende (für $\varphi = \beta$ und $\varphi = 180^0 - \delta$) die Krümmungshalbmesser ϱ_1 und ϱ_2 so zu bestimmen, dass

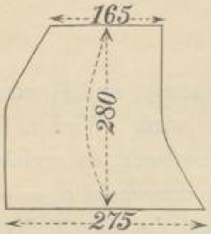
$$\frac{w_1^2}{\varrho_1} - g\cos\beta = \frac{w_2^2}{\varrho_2} + g\cos\delta$$

ist, so kann das leicht geschehen, indem eine der Grössen ϱ_1 und ϱ_2 oder eine zweite Beziehung zwischen ihnen angenommen wird. Wird z. B. $\varrho_1 = 0{,}14$ Mtr. = der halben Höhe der Turbine angenommen, so ergiebt sich $\varrho_2 = 0{,}21$ Mtr. $= 1{,}5\,\varrho_1$. In anderen Fällen würde umsomehr $\varrho_2 = \varrho_1$ werden, je grösser (und je weniger dann verhältnissmässig verschieden) w_1 und w_2 sind, je grösser also H ist.

Sollte das Profil aus zwei Kreisbögen mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 gebildet werden, so wäre in Fig. 38 die Strecke $am = \varrho_2$ unter dem Winkel $90^0 - \delta$ gegen die Gerade AA, die Gerade bn zwischen den in der Entfernung = 0,28 Mtr. parallelen Geraden AA, BB im Abstande $\varrho_1 \cos\beta$ von BB zu ziehen, endlich $mn = \varrho_2 - \varrho_1$ zu machen; dann wären m und n die Mittelpunkte der beiden bezw. mit den Radien ϱ_2 und ϱ_1 zu beschreibenden Kreisbögen, welche in einem Punkte der verlängerten Geraden mn mit gemeinschaftlicher Tangente in einander übergehen. —

Wenn, wie vorausgesetzt wurde, der Radkranz der Axialturbinen so gestaltet wird, dass die Mittellinie der Eintrittsfläche und der Austrittsfläche gleiche Kreise sind, und wenn, was freilich beständig nur bei voller Beaufschlagung (auch bezüglich der Eintrittsfläche nur bei Abstraction vom Einflusse der Schaufeldicken) der Fall sein kann, die Anfangs- und Endquerschnitte der Turbinencanäle ganz vom Wasserstrahl ausgefüllt werden, so wird dadurch ein gewisser Zwang auf das Wasser ausgeübt, sich näherungsweise in coaxialen Cylinderflächen durch die Turbine zu bewegen. Es ist aber nicht ausgeschlossen, dass in den nur unvollständig ausgefüllten Querschnitten der Canäle eine vorübergehende Ansammlung des Wassers an der äusseren oder inneren Kranzwand stattfindet infolge der Wirksamkeit radialer Kräfte, welche in der That in den beiden schon oben erwähnten Ergänzungskräften der relativen Bewegung vorhanden sind. Die erste derselben ist im Abstande r von der Axe $= \omega^2 r$ und nach aussen gerichtet, die zweite $= 2\,\omega\, w \cos\varphi$ und, während φ von β bis $180^0 - \delta$ zunimmt, anfangs, so lange $\varphi < 90^0$ ist, mit abnehmender Grösse auch nach aussen, später aber mit zunehmender Grösse nach innen gerichtet und absolut genommen schliesslich $= 2\,\omega\, w \cos\delta = 2\,\omega\, v$, also doppelt so gross, als die auswärts gerichtete andere Kraft $\omega^2 r = \omega v$. Die Resultirende beider Kräfte ist also ebenso wie die zweite allein zuerst mit stetig bis Null abnehmender Grösse nach aussen, später mit stetig zunehmender Grösse nach innen gerichtet, und es wird dadurch eine Ansammlung des Wassers zuerst an der äusseren, dann an der inneren Wand des Radkranzes verursacht. Bis zu gewissem Grade wird dieser unerwünschten Ansammlung durch eine solche Form des Kranzquerschnittes (Fig. 39) entgegengewirkt werden können, dass die (in der Figur gestrichelte) Mittellinie einen nach aussen convexen Bogen bildet, und somit eine gewisse Radialbewegung möglich wird, ohne dass damit eine Ansammlung aussen oder innen verbunden zu sein braucht.

Fig. 39.



§. 40. Seitenschlächtige Stossturbinen.

Turbinen, in welchen das Wasser nur oder vorzugsweise durch Stoss wirkt, sind meistens als Axialturbinen, nämlich mit verticaler Axe und Wasserzuführung von oben gebaut worden; letztere findet in der Regel nur an einer Stelle, bezw. längs einem Theile des Umfanges statt. Wenn auch seltener, als früher, finden sich solche Stossräder auch heutzutage noch als Motoren kleiner Gewerbebetriebe in Gegenden, wo es bei reichlichen Wasserkräften weniger auf ökonomische Verwerthung derselben, als auf Einfachheit und Billigkeit der Einrichtungen ankommt.

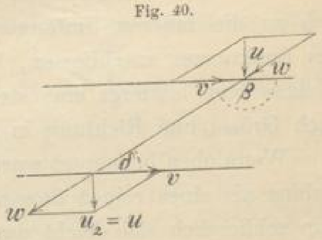
In ihrer einfachsten und ursprünglichsten Form sind sie mit rechteckigen ebenen Schaufeln ausgerüstet, welche von einer inneren hohlcylindrischen Kranzwand oder von einem massiven cylindrischen Radkörper in geneigter Stellung (unter etwa 45° gegen den Horizont und gegen die Axe geneigt) frei nach aussen hervorragen und von einem compacten Wasserstrahl eine nach der andern nahe normal getroffen werden. Vergrössert wird ihre Wirkung dadurch, dass die Schaufeln zwischen eine innere und eine äussere Kranzwand eingefügt und dass sie passend gekrümmt werden, wie es bei den Borda'schen und bei den Burdin'schen Turbinen der Fall ist, bei welchen letzteren zugleich die Richtung der Zuflussgeschwindigkeit durch Leitschaufeln in erhöhtem Grade gesichert wird. Die Wirkung solcher Turbinen nähert sich dann derjenigen der besseren Partial-Druckturbinen, indem sich die Stosswirkung mit stetiger Druckwirkung verbindet, auch jene zu Gunsten dieser verkleinert wird. Ist auch der von Borda auf $\eta = 0,75$ veranschlagte Wirkungsgrad seiner

Turbine zu bezweifeln, so haben doch Versuche mit einer Burdin'schen Turbine $\eta = 0{,}67$ ergeben.

Wesentlich zu verhältnissmässig so günstigen Ergebnissen ist eine genügende Zahl von Schaufeln und die Wasserzuführung in bestimmter Richtung; der Wirkungsgrad der ähnlich beschaffenen, im südlichen Frankreich vorkommenden sogenannten Kufenräder mit nur 9 krummen Schaufeln zwischen Kranzwänden und mit mangelhafter Wasserzuführung (am ganzen Umfange zugleich) wurde höchstens $= 0{,}27$ gefunden. Kaum weniger unvollkommen sind die hierher gehörigen sogenannten Danaiden, axiale Stossräder, deren Kranz bei grosser Höhe die Form eines nach unten sich verjüngenden Hohlkegels hat und durch Scheidewände in Kammern, bezw. in Canäle getheilt ist, aus welchen das oben in schräger Richtung stossend eingeflossene Wasser unten, wo die Umfangsgeschwindigkeit klein ist, nahe vertical ausfliesst.

Zu den Stossrädern gehört auch die Schraubenturbine, wie sie von Plataret für eine Spinnerei zu St. Maur bei Paris erbaut wurde. Sie ist eine seitenschlächtige Turbine mit verticaler Axe ohne Leitrad und ohne äussere Kranzwand, welche vielmehr durch einen festliegenden cylindrischen Mantel ersetzt ist, in welchem die Turbine mit möglichst kleinem Spielraum umläuft, während die innere Kranzwand als röhrenförmige Nabe die Schaufeln trägt, deren Breite b somit nur wenig kleiner ist, als der äussere Halbmesser r_a. Die Zahl der Schaufeln ist nur $= 2$; aber dieselben, als gewöhnliche normale Schraubenflächen von constantem Steigungsverhältnisse gestaltet, bilden zwei ganze Umgänge in dem Rade von entsprechend vergrösserter Höhe. Die ebene Abwickelung eines Schaufelprofils ist also geradlinig (Fig. 40), der Schnittwinkel $\beta = 180^0 - \delta$. Indem ohne Leitrad die Zuflussgeschwindigkeit u als normal zur Eintritttsfläche, hier als vertical gerichtet anzunehmen ist, lässt die Figur erkennen, dass in einem gewissen Axenabstande r der stossfreie Einfluss eine Umfangsgeschwindigkeit

Fig. 40.



$$v = u \, cotg \, \delta$$

erfordern würde, und weil des constanten Canalquerschnittes wegen die relative Ausflussgeschwindigkeit = der relativen Einflussgeschwindigkeit w wäre (womit eine Ueberdruckwirkung ausgeschlossen ist), so würde dann zwar zugleich der Ausfluss normal sein, aber auch die absolute Ausflussgeschwindigkeit = der Zuflussgeschwindigkeit u, so dass eine nützliche

Wirkung des Wassers auf das Rad nicht stattfinden könnte. Das wirksame Gefälle, welches bei Voraussetzung stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses nach §. 30, Gl. (9) proportional $\cos\alpha$ ist, wird in der That = Null für $\alpha = 90^0$. In der Schraubenturbine kann somit das Wasser **nur** durch Stoss wirken, so dass, da dieser Stoss nicht in allen Entfernungen von der Axe gleich vortheilhaft stattfinden wird, ihr Wirkungsgrad wesentlich $< 0{,}5$ sein muss. Damit die Schaufeln im Axenabstande r gegen ihre hinteren Flächen gestossen werden, muss, wie Fig. 40 erkennen lässt,

$$v < u \cot g\, \delta$$

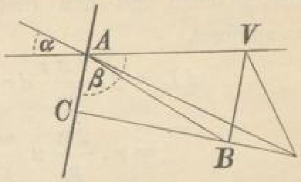
sein. Thatsächlich bedingt diese Ungleichung **überall** einen Stoss gegen die hinteren Schaufelflächen, indem sie von r unabhängig ist. Unter h die Höhe der Turbine verstanden, kann sie nämlich geschrieben werden:

$$r\,\omega < u\frac{2\,\pi\,r}{h} \quad \text{oder} \quad \omega < \frac{2\,\pi\,u}{h} \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Endlich gehört hierher eine auch als Schraubenrad (Roue Hélice à axe horizontal) bezeichnete eigenthümlich angeordnete Turbine, von **Girard** zum Betriebe einer Chocoladefabrik in Noisiel s. M. gebaut für ungefähr $H = 0{,}5$ Mtr. und $Q = 3$ Cubikmtr. Indem sie mit horizontaler Axe unmittelbar in den Wasserstrom des (an der betreffenden Stelle entsprechend cylindrisch gestalteten) Zuführungsgerinnes ungefähr zur Hälfte eintaucht, entspricht sie einem unterschlächtigen Wasserrade, wobei aber die Stosswirkung durch die Druckwirkung gegen die gekrümmten Schaufeln unterstützt wird. Leitschaufeln sind zwar nicht vorhanden, aber es wird durch conoidisch zugespitzte, im Gerinne befestigte Blechmäntel, welche sich an die inneren Umfänge der Eintrittsfläche und der Austrittsfläche des Radkranzes anschliessen, bei dem Zuflusse zu ersterer und bei dem Abflusse von letzterer eine stetige Aenderung der Wassergeschwindigkeit nach Grösse und Richtung in passender Weise gesichert. —

Wenn oben behauptet wurde, dass der Wirkungsgrad einer Schraubenturbine als eines reinen Stossrades jedenfalls $< 0{,}5$ sein müsse, so kann man schliesslich sich leicht davon überzeugen, **dass in der That allgemein eine lebendige Kraft bewegten Wassers durch Stoss gegen eine bewegliche Fläche immer nur höchstens zur Hälfte auf dieselbe als Arbeit übertragen werden kann.** Es sei nämlich $AU = u$ in Fig. 41 die Geschwindigkeit des stossenden Wassers, unter dem Winkel α gegen die Geschwindigkeit $AV = v$ geneigt, mit welcher die getroffene Schaufel oder sonstige feste Fläche AC ausweicht, welche eben und normal zur Ebene UAV sei. $VU = w =$ der relativen Geschwindigkeit des Wassers gegen die Schaufel zerfällt in die zu derselben senkrechte, durch den Stoss vernichtete Componente $BU = w_1$ und in die Componente VB, welche parallel der Schaufel ist und in der Ebene UAV unter dem Winkel $CAV = \beta$ gegen v geneigt sei. Ohne weitere Aenderung dieser letzteren relativen Geschwindigkeit ist $AB = u_1$ die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser die Schaufel verlässt, und ist folglich die Arbeit, welche bei Abstraction von sonstigen Widerständen ausser dem Stossverluste pro Gewichtseinheit Wasser auf die Schaufel übertragen wurde,

Fig. 41.



$$L_1 = \frac{u^2 - u_1^2 - w_1^2}{2g}$$

oder, weil mit Rücksicht auf das Dreieck ABU

$$u^2 = u_1^2 + w_1^2 + 2u_1 w_1 \cos(ABC)$$

ist, dabei $u_1 \cos(ABC) = v \sin\beta$

$$\text{und } w_1 = UC - BC = u \sin(\beta - \alpha) - v \sin\beta,$$

$$L_1 = \frac{u_1 w_1 \cos(ABC)}{g} = v \sin\beta \, \frac{u \sin(\beta - \alpha) - v \sin\beta}{g} \quad \ldots \; (2).$$

Bei gegebenen Werthen von u, v, β ist diese Arbeit bei normalem Stosse ($\beta - \alpha =$ Winkel $UAC = 90^0$) am grössten und zwar

$$L_1 = v \sin\beta \, \frac{u - v \sin\beta}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; (3),$$

welcher Ausdruck bei gegebener Geschwindigkeit u ein Maximum ist für

$$v \sin\beta = \frac{u}{2}, \text{ und zwar } L_1 = \tfrac{1}{2}\frac{u^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \; (4).$$

Z. B. bei der Schraubenturbine von Plataret ist $\alpha = 90^0$ und $\beta = 180^0 - \delta$, also nach (2):

$$L_1 = v \sin\delta \, \frac{u \cos\delta - v \sin\delta}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; (5).$$

Damit das Wasser aus der vollen unteren Ringfläche

$$F = \pi\,(r_e^2 - r_i^2)$$

bei Abstraction von dem hier sehr kleinen Theile derselben, welcher von den zwei Schaufeln ausgefüllt wird, mit einer absoluten Geschwindigkeit $< u$ ausfliesse, kann es nur an einem Theile $= \frac{1}{p}$ der gleich grossen oberen Fläche zufliessen; selbst dann, wenn letztere nicht theilweise materiell abgeschlossen wäre, würde sich bei normalem Betriebe von selbst eine nur partielle Beaufschlagung (unbeschadet continuirlichen Einflusses in jeden der beiden Canäle) herstellen. Mit Rücksicht auf (5) und mit $v = r\,\omega$ ist dann die Arbeit des Wassers, welches zwischen zwei coaxialen Cylinderflächen mit den Radien r und $r + dr$ dem Schraubenrade pro Sek. zufliesst,

$$d L = \gamma \,.\, \frac{2\pi r}{p} d r \,.\, u \,.\, L_1$$

$$= \gamma \,.\, \frac{2\pi}{p} u \frac{\omega}{g} \,.\, r^2 \sin\delta\,(u\cos\delta - r\,\omega\sin\delta)\, d r$$

oder wegen $2\pi r\, tg\,\delta = h$, also

$$r\frac{d\delta}{\cos^2\delta} + tg\,\delta\,.\,d r = 0;\quad \frac{d r}{r} = \frac{-\,d\delta}{\sin\delta\cos\delta}:$$

$$d L = \frac{\gamma}{g}\,.\,\frac{2\pi}{p} u\,\omega\left(\frac{h}{2\pi}\right)^3 \frac{\cos^3\delta}{\sin^2\delta}\left(u\cos\delta - \omega\frac{h}{2\pi}\cos\delta\right)\frac{-\,d\delta}{\sin\delta\cos\delta}$$

$$= -\frac{\gamma}{g}\frac{h}{p} u\,\omega\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2\left(u - \omega\frac{h}{2\pi}\right) cotg^3\,\delta\, d\,\delta.$$

Durch Integration von $r = r_i$ bis $r = r_e$ und entsprechend von $\delta = \delta_i$ bis $\delta = \delta_e$ folgt daraus mit der Bezeichnung

$$J = -\int_{\delta_i}^{\delta_e} cotg^3\,\delta\, d\,\delta = \int_{\delta_e}^{\delta_i} cotg^3\,\delta\, d\,\delta$$

$$L = \frac{\gamma}{g}\frac{h}{p} u\,\omega\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2\left(u - \omega\frac{h}{2\pi}\right) J \;\ldots\ldots\ldots (6).$$

Insoweit diese Arbeit von ω abhängt, ist sie unter übrigens gegebenen Umständen am grössten, wenn

$$\omega\frac{h}{2\pi} = \frac{u}{2},\ \text{also}\ \omega = \frac{\pi u}{h} \;\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

= der Hälfte des Grenzwerthes (1) ist, und zwar ist dann

$$L = \frac{\gamma}{g}\frac{h}{p} u \frac{h}{2\pi}\frac{u^2}{4} J = \frac{\gamma h^2 u^3}{8\pi g p} J.$$

Mit Rücksicht auf hydraulische Widerstände und Axenreibung ist der Nutzeffect

$$E = \varepsilon L - \mu E_0 = \frac{\varepsilon\gamma h^2 u^3}{8\pi g p} J - \mu E_0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots (8),$$

während der absolute Effect

$$E_0 = \gamma\frac{F}{p} u H = \gamma\frac{F}{p} u\,.\,\frac{1}{m}\frac{u^2}{2g}$$

ist, wo m wieder die Charakteristik bezeichnet. Daraus ergiebt sich der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{E}{E_0} = \frac{\varepsilon\, m}{4\pi}\,\frac{h^2}{F}\,J - \mu.$$

Wegen $\int cotg^3\,\delta = -\frac{cotg^2\,\delta}{2} - ln\,sin\,\delta = -\frac{1}{2}\left(\frac{2\,\pi}{h}\right)^2 r^2 - ln\,sin\,\delta$

ist aber

$$J = \left(\frac{2\,\pi}{h}\right)^2 \frac{r_e^2 - r_i^2}{2} - ln\frac{sin\,\delta_i}{sin\,\delta_e} = 2\,\pi\,\frac{F}{h^2} - ln\frac{sin\,\delta_i}{sin\,\delta_e}$$

und deshalb auch

$$\eta = \frac{\varepsilon\, m}{2}\left(1 - \frac{1}{2\,\pi}\,\frac{h^2}{F}\,.\,ln\,\frac{sin\,\delta_i}{sin\,\delta_e}\right) - \mu \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9).$$

Bei der erwähnten Ausführung ist:*

$$2\,r_i = 0{,}25 \qquad 2\,r_e = 1{,}04 \qquad h = 0{,}52.$$

Damit ergiebt sich

$$F = 0{,}8 \text{ Quadratmtr.},\quad \delta_i = 33^0\,30',\quad \delta_e = 9^0\,3'$$

und nach (9):

$$\eta = 0{,}466\,\varepsilon\, m - \mu = 0{,}42\,\varepsilon - \mu,$$

wenn mit Rücksicht auf die Umstände, insbesondere auf das Fehlen eines Leitrades und entsprechender Widerstände hier m verhältnissmässig gross $= 0{,}9$ geschätzt wird. Mit höchtens etwa $\varepsilon = 0{,}9$ und wenigstens $\mu = 0{,}028$ folgt höchstens $\eta = 0{,}35$.

Dieser grösstmögliche Wirkungsgrad kann aber bei den angegebenen Verhältnissen bei weitem nicht erreicht werden, weil thatsächlich ω viel kleiner sein muss, als Gl. (7) angiebt. Indem nämlich im Axenabstande r das Wasser nach dem Stosse mit der bis zum Ausflusse unverändert bleibenden ralativen Geschwindigkeit

$$w_2 = u\,sin\,\delta - v\,cos\,\delta$$

an den Schaufeln entlang fliesst, oder wegen

$$v = r\,\omega = \frac{h}{2\,\pi\,tg\,\delta}\,\omega$$

mit der Geschwindigkeit $w_2 = u\,sin\,\delta - \omega\,\frac{h}{2\,\pi}\,\frac{cos^2\,\delta}{sin\,\delta}$, ist das Wasservolumen, welches durch das ringförmige Element

$$d\,F = 2\,\pi\,r\,.\,d\,r$$

der Fläche F pro Sekunde ausfliesst,

* Weisbach, Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 5te Aufl., zweiter Theil, 2te Abtheilung, S. 365.

$$d\,Q = d\,F \sin\delta \,.\, w_2 = d\,F\left(u \sin^2\delta - \omega\,\frac{h}{2\,\pi}\,\cos^2\delta\right)$$

oder wegen $d\,F = \dfrac{1}{2\,\pi}(2\,\pi\,r)^2\,\dfrac{d\,r}{r}$

$$= \frac{1}{2\,\pi}\,h^2 \cot g^2\delta\,\frac{-\,d\,\delta}{\sin\delta\cos\delta} = \frac{-\,h^2}{2\,\pi}\,\frac{\cos\delta\,.\,d\,\delta}{\sin^3\delta}$$

$$d\,Q = -\,\frac{h^2}{2\,\pi}\cot g\delta\left(u - \omega\,\frac{h}{2\,\pi}\cot g^2\delta\right)d\,\delta.$$

Mit obiger Bezeichnung J folgt daraus:

$$Q = \frac{h^2}{2\,\pi}\left(u\,ln\,\frac{\sin\delta_i}{\sin\delta_e} - \omega\,\frac{h}{2\,\pi}\,J\right)$$

und weil auch $Q = \dfrac{F}{p}\,u$ ist, ergiebt sich:

$$\omega\,\frac{h}{2\,\pi}\,J = u\left(ln\,\frac{\sin\delta_i}{\sin\delta_e} - \frac{2\,\pi\,F}{p\,h^2}\right).$$

Für obiges Beispiel folgt daraus

$$\omega\,\frac{h}{2\,\pi} = \left(0{,}145 - \frac{2{,}14}{p}\right)\frac{u}{2}$$

statt $= \dfrac{u}{2}$ nach (7); z. B. selbst mit $p = 25$ nur

$$\omega\,\frac{h}{2\,\pi} = 0{,}06\,.\,\frac{u}{2},$$

so dass im Ausdrucke (6) von L das Product

$$\omega\,\frac{h}{2\,\pi}\left(u - \omega\,\frac{h}{2\,\pi}\right) = 0{,}116\,.\,\frac{u^2}{4}\ \text{statt} = \frac{u^2}{4}$$

wird, somit auch

$$\eta = 0{,}116\,.\,0{,}466\,\varepsilon\,m - \mu = 0{,}054\,\varepsilon\,m - \mu,$$

also fast verschwindend. Dabei ist die Umlaufzahl

$$n = 9{,}55\,\omega = 9{,}55\,.\,0{,}06\,\frac{\pi\,u}{h}$$

$$= 0{,}573\,\frac{\pi}{h}\sqrt{2\,g\,m\,H} = 14{,}5\sqrt{H}.$$

Die Richtung der absoluten Ausflussgeschwindigkeit ist, wie man sich leicht überzeugt, erheblich gegen die Verticale geneigt, in von innen nach aussen zunehmendem Grade und überall entgegengesetzt dem Sinne von v.

Es ist zwar nicht ausgeschlossen, dass andere Verhältnisse bessere Ergebnisse liefern, auch hätte p für verschiedene Axenabstände r im Allgemeinen verschieden gross angenommen werden sollen; indessen ist diese

Turbine offenbar im Princip so mangelhaft, dass auf die weitere Untersuchung verzichtet werden mag. Um sie zu verbessern, wäre das constante Steigungsverhältniss der schraubenflächigen Schaufeln durch ein so veränderliches zu ersetzen, dass die Canalquerschnitte im Sinne der Wasserbewegung abnehmen und dadurch eine Ueberdruckwirkung ermöglicht wird.

§. 41. Innenschlächtige Ueberdruckturbinen.

Die innenschlächtige Vollturbine mit Ueberdruckwirkung, nach ihrem Erfinder Fourneyron-Turbine genannt, ist die erste Turbine von solcher Vollkommenheit, dass sie mit den schon früher ausgebildeten verticalen oder Wasserrädern im engeren Sinne bezüglich des Wirkungsgrades gleichwerthig, bezüglich der Verwerthbarkeit fast beliebig grosser Gefälle aber ihnen überlegen ist. Sie verdankt ihre Entstehung zunächst einem im Jahre 1826 von der Société d'encouragement in Paris ausgeschriebenen Preise für die Herstellung von Turbinen, welche den oberschlächtigen und Poncelet-Rädern in Beziehung auf den Wirkungsgrad gleich kommen sollten, dabei aber geringeres Gewicht haben und weniger Raum einnehmen, als jene unter sonst gleichen Umständen. Nachdem schon Poncelet in demselben Jahre 1826 ein horizontales Wasserrad von ähnlicher Beschaffenheit wie sein bekanntes verticales Rad (§. 27) vorgeschlagen hatte, bei welchem wie bei diesem das Wasser an einem Theile des äusseren Umfanges fast tangential eintreten, dann aber, durch den Radkranz hindurchfliessend, innen mit sehr kleiner Geschwindigkeit ausfliessen sollte, wurde bei Eröffnung der Preisbewerbungen am 1. Mai 1827 nur die Arbeit des Ingenieurs Burdin als beachtenswerth, indessen doch nicht als vollständig genügend anerkannt, weshalb der Concurs bis zum 1. Juli 1829 ausgedehnt wurde. Die vollständige und preisgekrönte Lösung gelang dann dem Civilingenieur Fourneyron zu Besançon. Bei der Einreichung seiner Concurs-Arbeit konnte er schon auf 3 gelungene Ausführungen hinweisen; das grösste Aufsehen machte aber die bald nachher zu St. Blasien im Schwarzwalde in Betrieb gesetzte Hochdruck-Fourneyron-Turbine, welche bei nur 0,55 Mtr. Durchmesser eine Arbeitstärke von $N = 30$ bis 40 Pferden besass, indem sie ein ungewöhnlich grosses Gefälle $H = 108$ Mtr. bei $n = 2300$ Umläufen verwerthete.

Was die Annahmen betrifft, von welchen zur Berechnung der Hauptelemente einer solchen Turbine nach §. 32 passend ausgegangen wird, so kann

$$\frac{r_2}{r_1} = 1,2 \text{ bis } 1,5$$

angenommen werden, um so grösser, je kleiner r_1, ferner

$$b_2 = b \text{ und } \alpha = 25^0 \text{ bis } 30^0,$$

dieser Winkel um so grösser, je grösser Q und je kleiner H gegeben ist, auch je kleiner die Charakteristik m angenommen wird. Mit solchen Annahmen ist die verhältnissmässige Grösse des durch die Ausflussgeschwindigkeit u_2 bedingten Gefällverlustes durchschnittlich ungefähr ebenso gross, wie bei seitenschlächtigen Ueberdruckturbinen (§. 38) mit $\alpha = 20^0$. Wird nämlich in Gl. (18), §. 31, vorläufig nur

$$b_2 = b \text{ und } \frac{k k_1}{k_2} = k'$$

gesetzt, so folgt

$$tg\,\delta = m \frac{\varphi}{\varepsilon} k' \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 sin\, 2\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

damit und mit §. 31, Gl. (2) und (7):

$$u_2 = v_2\, tg\,\delta = \frac{r_2}{r_1} \frac{\varepsilon}{cos\,\alpha} \sqrt{\frac{g\,H}{2\,m}} \,.\, m \frac{\varphi}{\varepsilon} k' \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 sin\, 2\,\alpha$$

$$= \varphi\, k' \frac{r_1}{r_2}\, sin\,\alpha \sqrt{m\,.\,2\,g\,H}$$

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} = \left(\varphi k' \frac{r_1}{r_2}\, sin\,\alpha\right)^2 .\, m\,H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Mit durchschnittlich $\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3}$ und $\alpha = 27^0\,30'$, $m = 0{,}5$ sowie mit $\varepsilon = 0{,}8$ und $\varphi\, k' = 0{,}9$ ergiebt sich aus (1) und (2):

$$\delta = 14^0\,32' \text{ und } \frac{u_2^{\,2}}{2g} = 0{,}049\,H.$$

Ein bestimmter Werth der Charakteristik ist übrigens bei Ueberdruckturbinen nicht wesentlich, und es kann auch statt dessen ein gewisser Winkel β zu Grunde gelegt werden. Wird mit Fourneyron $\beta = 90^0$ angenommen, so ergiebt sich für m fast genau der obige Werth $m = 0{,}5$. Die Gleichung (8), §. 31, giebt nämlich

$$\varepsilon = 2\,m\,cos^2\,\alpha = m\,(1 + cos\,2\,\alpha)$$

$$m = 0{,}508 \text{ mit } \varepsilon = 0{,}8 \text{ und } \alpha = 27^0\,30'.$$

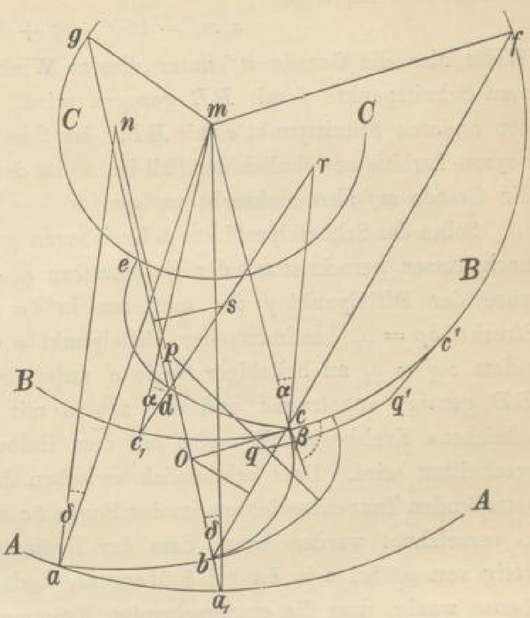
Die Zahl der Leitschaufeln kann etwas kleiner, als die Zahl der Turbinenschaufeln genommen werden, letztere etwa $= 20 + 30\,r_1$ oder nöthigenfalls so viel kleiner, dass die Canalweite a_2 nicht kleiner ausfällt, als etwa = 25 Millimeter. Dabei mag nach Redtenbacher

$$r_1 = \sqrt{\frac{Q}{\pi\,c}} = 0{,}54\sqrt{Q}$$

ungefähr gewählt werden, entsprechend einer Geschwindigkeit $c = 1{,}09$ Mtr. im Querschnitte πr_1^2, also einer etwas grösseren Geschwindigkeit des dem Leitrade zufliessenden Wassers. —

Figur 42 erläutert die Verzeichnung der Schaufelprofile mit Rücksicht auf möglichsten Parallelismus der Bahnen der aus den Canälen fliessenden Wassertheilchen, wobei zunächst eine Zusammensetzung dieser Profile aus Kreisbögen vorausgesetzt ist. Die concentrischen Kreise AA, BB und CC mit dem Mittelpunkte m mögen bezw. dem äusseren und inneren Umfange des Radkranzes, sowie der inneren Begrenzung der Leitschaufeln entsprechen. Der Bogen aa_1 sei ein Theilbogen, der Winkel ama_1 ein Theilwinkel:

Fig. 42.



$$ama_1 = \frac{2\pi r_2}{z_1} = \varepsilon.$$

Wenn die Geraden an und a_1n unter dem Winkel δ in gleichem Sinne bezw. gegen am und a_1m geneigt sind, so ist ihr Schnittpunkt n der Mittelpunkt des Kreisbogens ab, welcher als äusserstes Stück des durch a gehenden Schaufelprofils anzunehmen ist, und wenn dasselbe im Uebrigen durch einen einzigen anderen Kreisbogen bc gebildet werden soll, so ist die Lage seines Mittelpunktes o in a_1n durch die Bedingung bestimmt, dass dieser Bogen bc den Kreis BB unter dem Winkel β (in dem Sinne, wie die Figur anzeigt) schneiden soll. Durch den Punkt c würde auch o in leicht ersichtlicher Weise bestimmt sein; die Lage von c ergiebt sich aber durch folgende Ueberlegung. Schneidet die Gerade bc den Kreis BB zum zweiten Mal in f, so sind cmf und boc gleichschenklige Dreiecke, und ist der Winkel

$$\begin{aligned} mco &= 180^0 - mcf - ocb = 180^0 - mfb - obf \\ &= 180^0 - mfb - mbf - mbo \\ &= bmf - mbo = bmf - (bma_1 + \delta) \\ &= a_1 mf - \delta; \end{aligned}$$

weil aber, wie die Figur erkennen lässt, derselbe Winkel mco auch $= 180^0 - \beta$ ist, folgt

$$a_1 mf = 180^0 - \beta + \delta.$$

Wenn also die Gerade mf unter diesem Winkel gegen ma_1 geneigt bis zum Schnittpunkte f mit BB gezogen wird, so ergiebt die Gerade fb den anderen Schnittpunkt c mit BB. Ist $\beta = 90^0$, wie es bei der Fourneyron-Turbine gewöhnlich der Fall ist, so ist der Winkel $a_1 mf = 90^0 + \delta$, die Gesade mf also senkrecht zu $a_1 n$.

Sollte das Schaufelprofil aus 3 Kreisbogen gebildet werden, von innen nach aussen gerechnet mit den Halbmessern $\varrho_1 < bo$, $\varrho_2 > bo$ und bn, so wäre der Mittelpunkt p des mittleren in bn ohne Weiteres durch die Strecke $bp = \varrho_2$ bestimmt; der Mittelpunkt q des inneren ergiebt sich, indem $c'q' = \varrho_1$ an beliebiger Stelle c' unter dem Winkel $90^0 - \beta$ gegen BB geneigt angetragen und der aus m mit dem Halbmesser mq' beschriebene Kreisbogen $q'q$ aus p mit dem Halbmesser $pq = \varrho_2 - \varrho_1$ in q geschnitten wird. Dass schliesslich zwischen den Punkten b, c und den betreffenden Tangentenrichtungen der Bogen bc auch als empirische Curve so verzeichnet werden kann, dass der Krümmungshalbmesser möglichst stetig von ϱ_1 bei c in bn bei b übergeht, bedarf kaum der Erwähnung; ebenso wenig, dass die entsprechenden Krümmungsmittelpunkte n und o, bezw. p, q der übrigen Schaufelprofile in concentrischen Kreisen zum Mittelpunkte m gelegen sind, und zwar in Winkelabständen $= \varepsilon$.

Auf gleiche Weise kann das Profil cde einer Leitschaufel, welches die Kreise BB und CC unter den Winkeln α und 90^0 schneiden soll, verzeichnet werden. Ist hier

$$ce_1 = \frac{2\pi r_1}{z}$$

ein Theilbogen, und sind die Geraden cr und $c_1 r$ unter dem Winkel

$$\alpha = mcr = mc_1 r$$

gegen cm und $c_1 m$ geneigt, so ist ihr Durchschnittspunkt r der Mittelpunkt des Kreisbogens cd. Wird ferner die Gerade mg senkrecht zu $c_1 r$ gezogen, und ist g ihr Schnittpunkt mit dem Kreise CC, so liefert die Verbindungsgerade desselben mit dem Punkte d den Anfangspunkt e des Schaufelprofils, und die Normale im Mittelpunkte der Strecke de in ihrem Schnittpunkte s mit $c_1 r$ den Mittelpunkt des Kreisbogens de. —

Beispielsweise sei eine Fourneyron-Turbine für denselben Fall

$$N = 40 \text{ und } H = 2,5$$

zu entwerfen, für welchen in §. 39 die Elemente einer axialen Druckturbine bestimmt wurden. Nach §. 32 ergeben die Annahmen

$$\varepsilon = 0,8 \qquad \varphi = 0,95 \qquad \eta = 0,72$$

das Aufschlagwasserquantum $Q = \frac{5}{3}$, und die weiteren Annahmen

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3} \qquad b_2 = b \qquad \alpha = 30^0 \qquad \beta = 90^0$$

die Charakteristik $m = \frac{8}{15} = 0,533$ sowie die Geschwindigkeiten:

$$v_1 = 4,43 \text{ und } v_2 = \frac{4}{3} v_1 = 5,907$$

$$u = 5,115 \text{ und } w = \frac{u}{2} = 2,557.$$

In nahem Anschlusse an $0,54 \sqrt{Q} = 0,697$ werde

$$r_1 = 0,69 \text{ und } r_2 = 0,92$$

angenommen, ferner $z = 36$, $z_1 = 42$,

$$s = 0,005 \text{ und } s_1 = s_2 = 0,006.$$

Damit findet man weiter:

$$a = 0,0552 \text{ und } a_1 = 0,0972, \text{ sowie } b = 0,174$$
$$a_2 = 0,035 \text{ und } \delta = 17^0 20'$$
$$u_2 = 1,844 \text{ und } w_2 = 6,188$$
$$w_1 = k_1 w_0 = k_1 \varphi w = 2,227.$$

Die Umlaufszahl ist $n = 9,55 \frac{v_1}{r_1} = 61,3$.

Ist endlich der Halbmesser des inneren Umfangs des Leitrades = 0,25 Mtr., und werden die Profile der Leitschaufeln aus zwei Kreisbögen mit den Radien ϱ_0 und ϱ, die Profile der Turbinenschaufeln aus zwei Kreisbögen mit den Radien ϱ_1 und ϱ_2 gebildet, so ergeben sich dieselben sowie die gesammten Bogenlängen dieser Profile aus der Zeichnung gemäss Fig. 42:

$$\varrho_0 = 0,325 \qquad \varrho = 0,57 \qquad l = 0,59$$
$$\varrho_1 = 0,18 \qquad \varrho_2 = 0,88 \qquad l_1 = 0,38.$$

Um die Leitschaufeln nicht zu nahe zusammenkommen zu lassen, mögen sie nur abwechselnd sich bis zum inneren Umfange des Leitrades erstrecken, dazwischen bis etwa zur Hälfte dieser Kranzbreite.

Die Prüfung der Angemessenheit der Annahme $\varepsilon = 0,8$ nach §. 33 ergiebt unter der Voraussetzung, dass die Turbine im Unterwasser umläuft und die Abflussgeschwindigkeit c_2 nahe = 1 Sek. Mtr. sein soll, die den Widerständen im Spalt, in der Turbine selbst und infolge des Ausflusses aus derselben entsprechenden Gefällverluste bezw.

$$= 0,014\,H,\ 0,088\,H \text{ und } 0,015\,H,$$

zusammen $= 0,117\,H$, so dass $\varepsilon = 0,8$ einer Widerstandshöhe des Leitrades und überhaupt der Zuleitung $= 0,083\,H$ entsprechen würde. Letztere zu berechnen, würde hier allzu unsichere und willkürliche Annahmen erfordern; das Wasser strömt zwischen den Leitcanälen mit anfangs verticaler Geschwindigkeit in trapezförmigen Querschnitten von vorwiegend radialer Erstreckung bis zu der horizontalen Geschwindigkeit u in rechteckigen Querschnitten $= ab$ mit vorwiegend axialer Erstreckung in kaum angebbaren doppelt gekrümmten Bahnen. Die Widerstandshöhe $= 0,083\,H$ ist aber mit Rücksicht auf die Rechnungsergebnisse in anderen Fällen (z. B. im Beispiele des §. 39, wo sie $= 0,07\,H$ gefunden wurde) so wahrscheinlich nahe zutreffend, dass die Annahme $\varepsilon = 0,8$ einer Correctur nicht bedürftig erscheint.

Der Annahme $\varphi = 0,95$ entspricht hier nach §. 34, Gl. (5) der Werth

$$\mu' s' = 0,0044.$$

Dabei bedeutet s' die doppelte Spaltweite, sofern der Wasserverlust sowohl nach oben wie nach unten stattfinden kann; mit einem in §. 34 als wahrscheinlich nahe zutreffend gefundenen Ausflusscoefficienten $\mu' = {}^1/_3$ würde also die Annahme $\varphi = 0,95$ einer Spaltweite

$$\frac{3}{2} \cdot 0,0044 = 0,0066 \text{ Mtr.}$$

entsprechen, welche in der That weder zu klein, noch auch erheblich zu gross erscheint.

§. 42. **Innenschlächtige Druckturbinen.**

Bei Radialturbinen mit innerer Beaufschlagung ist für keine Grösse der Charakteristik m ein zwingender Grund vorhanden, von der einfachen rechteckigen Querschnittsform ($b_2 = b$) des Radkranzes abzugehen; nur ist bei Druckturbinen der Winkel α etwas kleiner zu machen, als bei Ueberdruckturbinen, im Durchschnitt etwa

$$\alpha = 20^0, \text{ während } \varphi = 1,\ \varepsilon = 0,78 \text{ und } m = 0,84$$

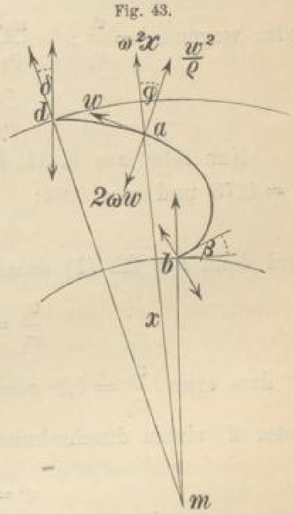
(besonders mit Rücksicht auf Partialturbinen, was ε betrifft) im Mittel anzunehmen sein mag. Nach den Gleichungen (1) und (2) im vorigen Paragraph findet man damit und mit

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3},\ k' = \frac{k k_1}{k_2} = 0{,}9:$$

$$\delta = 19^0\, 18' \text{ und } \frac{u_2{}^2}{2g} = 0{,}025\, H.$$

Wichtig ist bei der in Rede stehenden Turbinengattung die Krümmung der Turbinenschaufeln zur Erfüllung der Forderung, dass die Wassertheilchen überall sicher von ihnen geführt werden, indem sie einen stets nach vorn gegen die concave Schaufelfläche gerichteten Druck ausüben sollen. Von den 4 Kräften, welche denselben nach §. 36 bedingen, ist hier nur die Schwerkraft parallel den Schaufelflächen gerichtet, während die übrigen, die absolute, die zusammengesetzte und die relative Centrifugalkraft an dem fraglichen Normaldrucke betheiligt sind und eine von aussen nach innen zunehmende Krümmung der Schaufeln erfordern. Ist nämlich in Fig. 43 die Curve bd ein Schaufelprofil, ϱ ihr Krümmungshalbmesser im Punkte a, dem augenblicklichen Orte eines mit der augenblicklichen relativen Geschwindigkeit w entlang fliessenden Wassertheilchens, $x = ma$ seine Entfernung vom Mittelpunkte m, so wirken auf dieses Wassertheilchen ausser der zur Ebene der Figur senkrechten Schwere pro Masseneinheit die in der Figur angedeuteten Kräfte

Fig. 43.



$$\omega^2 x,\ 2\omega w \text{ und } \frac{w^2}{\varrho}$$

bezw. = der absoluten, zusammengesetzten und relativen Centrifugalkraft, und wenn φ den Winkel zwischen den Richtungen der ersten und der letzten dieser Kräfte bedeutet, so ist der entsprechende Normaldruck, welcher stets positiv sein soll,

$$= \omega^2 x \cos \varphi - 2\omega w + \frac{w^2}{\varrho} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1).$$

Im Anfangspunkte b ist

$$x = r_1,\ \varphi = 180^0 - \beta,\ w = w_1$$

und es sei $\varrho = \varrho_1$; dann ist die hier zu erfüllende Bedingung:

$$-\omega^2 r_1 \cos\beta - 2\omega w_1 + \frac{w_1^2}{\varrho_1} > 0$$

oder wegen $\omega = \frac{v_1}{r_1}$: $\quad \frac{w_1^2}{\varrho_1} > \frac{v_1}{r_1}(2w_1 + v_1 \cos\beta)$

$$\frac{r_1}{\varrho_1} > \frac{v_1}{w_1}\left(2 + \frac{v_1}{w_1}\cos\beta\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Im Endpunkte d ist

$$x = r_2,\ \varphi = \delta,\ w = w_2$$

und es sei $\varrho = \varrho_2$; die Forderung ist dann:

$$\omega^2 r_2 \cos\delta - 2\omega w_2 + \frac{w_2^2}{\varrho_2} > 0$$

oder wegen $\omega = \frac{v_2}{r_2}$: $\quad \frac{w_2^2}{\varrho_2} > \frac{v_2}{r_2}(2w_2 - v_2\cos\delta)$

$$\frac{r_2}{\varrho_2} > \frac{v_2}{w_2}\left(2 - \frac{v_2}{w_2}\cos\delta\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Nun folgt aus §. 31, Gl. (8) mit den obigen Mittelwerthen $\alpha = 20^0$, $\varepsilon = 0{,}78$ und $m = 0{,}84$:

$$\beta = 17^0\,30'$$

und dann aus Gl. (1) daselbst:

$$\frac{v_1}{w_1} = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\alpha} = 0{,}879,$$

so dass etwa $\frac{v_1}{w_1} = 0{,}9$ gesetzt werden kann, entsprechend gemäss §. 33 unter 2) einem durchschnittlichen Stosswinkel

$$\psi = arc\cos\frac{w_1}{w} = 12^0\,24'.$$

Die obige Bedingung (2) giebt dann

$$\frac{r_1}{\varrho_1} > 2{,}44 \text{ oder } \varrho_1 < 0{,}41\, r_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2, a).$$

Die Bedingung (3) giebt wegen $v_2 = w_2 \cos\delta$ mit durchschnittlich $\delta = 20^0$:

$$\frac{r_2}{\varrho_2} > 1{,}05 \text{ oder } \varrho_2 < 0{,}95\, r_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3, a).$$

Um das Schaufelprofil aus 3 Kreisbögen zusammenzusetzen (vorbehaltlich schliesslichen Ersatzes durch eine sich nahe anschliessende empirische Curve mit möglichst stetig veränderlicher Krümmung), kann analog Fig. 42 im vorigen Paragraph, wenn aa_1 wieder einen Theilbogen des äusseren Umfangs bedeutet, um a_1 mit einem Halbmesser $= a_2 + s_2$ ein

Kreis beschrieben und der Mittelpunkt n des äusseren Profilbogens ab so bestimmt werden, dass letzterer, durch a gehend, jenen um a_1 beschriebenen Kreis berührt, und dass sein Halbmesser $na = nb$ der Bedingung (3) mit hinlänglicher Sicherheit genügt. Wird dann der Krümmungshalbmesser ϱ_1 für den Anfangspunkt c gemäss der Bedingung (2) angenommen und $c'q'$ unter dem Winkel $90^0 - \beta$ gegen die Kreislinie BB geneigt angetragen, so ist nach den Erklärungen im vorigen Paragraph der Krümmungsmittelpunkt q im Kreisbogen $q'q$ bestimmt, sobald in bn der mittlere Krümmungsmittelpunkt p so angenommen ist, dass bp ein passender Mittelwerth ist zwischen bn und $\varrho_1 = c'q'$. —

Bei einer innenschlächtigen Partialdruckturbine kommt wesentlich in Betracht, dass das Wasser, welches in einen vom Einlaufe sich eben entfernenden Turbinencanal einfliesst, einen erheblichen Stoss gegen die vordere diesen Canal begrenzende Schaufel ausüben kann, wie schon im §. 29 bemerkt und durch Fig. 33 veranschaulicht wurde. Dieser Stoss (bei z' in Fig. 33) kann insbesondere dann den Wirkungsgrad merklich beeinträchtigen, wenn nur ein einziger Einlauf aus zwei oder drei Leitcanälen bestehend, vorhanden ist, wie z. B. bei der Schwamkrug-Turbine, jener schon im §. 28 erwähnten innenschlächtigen Partialturbine mit horizontaler Axe und Wasserzuleitung an der tiefsten Stelle des Radkranzes. Offenbar wird jener schädliche Stoss verkleinert, wenn sowohl die Schaufelzahl z_1 thunlichst gross, als auch der Krümmungshalbmesser ϱ_1 am Anfange des Schaufelprofils so gross gemacht wird, wie es die Bedingung (2) und die übrigen Umstände gestatten.

§. 43. Innenschlächtige Turbinen ohne Leitschaufeln.

So sehr auch die Leitschaufeln einer Turbine zur Erzielung eines grösstmöglichen Wirkungsgrades η wesentlich sind, kann doch ihre Weglassung in solchen Fällen gerechtfertigt sein, in welchen die Rücksicht auf möglichste Einfachheit ebenso sehr oder mehr, als die Rücksicht auf η in Betracht kommt und grosse Gefälle bei kleinen Wassermengen zur Verfügung sind. Ausser den im §. 40 besprochenen seitenschlächtigen Stossrädern sind es besonders innenschlächtige Turbinen ohne Leitschaufeln, welche gemäss bisherigen Ausführungen, meistens als Ueberdruckturbinen, in solchen Fällen gute Dienste leisten können. Dieselben brauchen nicht immer Stossräder zu sein; aus der fundamentalen Gleichung (§. 31, Gl. 3):

$$g\varepsilon H = uv_1 \cos\alpha \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1),$$

welche bekanntlich den Forderungen stossfreien Einflusses und normalen

Ausflusses entspricht, ist zunächst nur ersichtlich, dass diese beiden Forderungen nicht zugleich ohne Leitschaufeln erfüllbar sind, weil dann das Wasser als normal zur Eintrittsfläche, hier also radial zufliessend anzunehmen wäre, mit $\alpha = 90^0$ aber obiger Gleichung ein wirksames Gefälle = Null oder ein unendlich grosses Product uv_1 entsprechen würde. Auch der normale Ausfluss allein schliesst schon bei normalem Einflusse jede nützliche Arbeitsübertragung auf die Turbine aus; die Gleichung (1) wäre dann zu ersetzen durch:

$$g(\varepsilon - \varsigma) H = uv_1 \cos\alpha \; \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2),$$

so dass mit $\cos\alpha = 0$ das wirksame Gefälle εH ganz als Stossgefälle ςH verloren ginge, wenn nicht wieder $uv_1 = \infty$ wäre. Bei nicht normalem Ausflusse besteht aber nach §. 30, Gl. (6) die allgemeinere Beziehung:

$$g(\varepsilon - \varsigma) H = uv_1 \cos\alpha + v_2 w_2 \cos\delta - v_2{}^2 \; \ldots \ldots \quad (3),$$

welche auch im Falle $\alpha = 90^0$ den stossfreien Einfluss ($\varsigma = 0$) nicht ausschliesst.

Hierher gehörige Turbinen sind insbesondere diejenigen von Cadiat und von Combes, die schottische oder Whitelaw'sche Turbine (gewöhnlich so bezeichnet, obschon Manouri d'Ectot schon früher ganz ähnliche in Frankreich ausgeführt hatte), und endlich Einrichtungen, welche sich mehr unmittelbar an die übliche Ausführungsform des bekannten Segner'schen Wasserrades anschliessen. Z. B. bei einer Ausführung von Althans in Vallendar* sind an einen um seine verticale Axe rotirenden, oben geschlossenen Hohlcylinder an diametral gegenüber liegenden Stellen zwei horizontale gerade Röhren (Schwungröhren) angesetzt, nahe deren geschlossenen äusseren Enden das Wasser seitlich aus durch Schieber mehr oder weniger verschliessbaren rechteckigen Oeffnungen entgegengesetzt dem Sinne der Umfangsgeschwindigkeit ausfliesst, während es dem Hohlcylinder von unten zugeführt wird durch ein Rohr, dessen aufwärts gekrümmtes Ende sich vermittels einer Stopfbüchse wasserdicht an den darin rotirenden Hohlcylinder anschliesst. Während diese Anordnung einer innenschlächtigen Ueberdruckturbine entspricht, bei welcher ausser $\alpha = 90^0$ auch $\beta = 90^0$ ist, der Einfluss des Wassers in die den Turbinencanälen entsprechenden Schwungröhren folglich mit Stoss stattfindet, lassen die übrigen genannten Turbinen einen stossfreien Einfluss zu. Von denselben möge hier nur die schottische, durch besonders compendiöse Beschaffenheit sich auszeichnende näher besprochen werden,

* Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik von Weisbach, V. Auflage, bearbeitet von G. Herrmann, II. Theil, 2. Abth., S. 356.

während die Turbine von Cadiat sich von einer Fourneyron-Turbine mit Wasserzuführung von oben kaum anders, als durch das Fehlen des Leitrades (sowie durch eine äussere Ringschütze zur Regulirung) unterscheidet, ähnlich die Turbine von Combes mit Wasserzuführung von unten, so dass ihre Substitution für die vollkommnere Fourneyron-Turbine kaum hinlänglich begründet erscheint.

1) Die schottische Turbine pflegt mit nur 2 bis 4 getrennten Canälen ausgestattet zu sein, deren Mittellinien no (Fig. 44) Centriwinkeln nmo von 180^0, bezw. 120^0 oder 90^0 entsprechen. Auf diese Mittellinien seien hier die Geschwindigkeiten, Schnittwinkel und Radien bezogen; von letzteren ist $mo = r_2$ etwa 3 bis 4 mal so gross, als $mn = r_1$. In der Cylinderfläche mit dem Halbmesser r_1 schneiden sich die verticalen Canalwandflächen fast scharfkantig, so dass von Störungen oder Widerständen durch Schaufeldicken hier abgesehen werden kann. Die inneren jener verticalen Canalwände bilden am Ende Klappen (qp in Fig. 44, drehbar um q) zur Regulirung der Turbine durch Aenderung der Ausflussweiten a_2. Trotz grossen Ueberdruckes des einfliessenden Wassers kann von einem Wasserverluste abgesehen ($\varphi = 1$ gesetzt) werden bei der von Redtenbacher getroffenen Anordnung: Fig. 45. In eine umlaufende Rinne an der Mündung A des Rohrs, durch welches das Wasser von unten zugeführt wird, ist zur Dichtung ein Lederstulp eingelegt, der durch den Druck des Wassers gegen die Aussenwand eines Messingringes B angepresst wird; dieser Ring selbst wird durch den Wasserdruck auf seine untere Fläche oben gegen den abgeschliffenen unteren Rand der Turbinenwand gepresst, und es wird dadurch ein wasserdichter Abschluss erzielt mit kleinerer Reibung, als dann stattfinden würde, wenn ohne den Messingring die Turbinenwand selbst, durch den Lederstulp gedichtet, in das Zuflussrohr

Fig. 44.

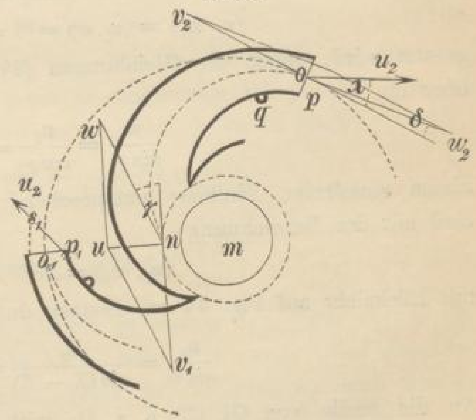
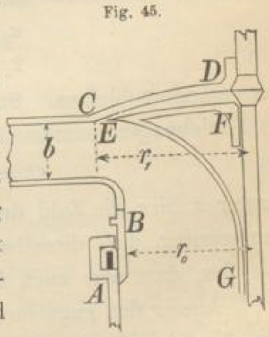


Fig. 45.



hinein reichte. Bei E zwischen dem Turbinenteller CD und der Abschlusswand EF des die Turbinenwelle umgebenden, mit stetiger Krümmung oben erweiterten feststehenden Rohres EG kann zwar auch ein Wasserverlust stattfinden; derselbe ist aber nicht von Belang, weil bei gehöriger Dichtung an der Stelle F sich der Raum zwischen CD und EF bald mit Wasser anfüllt, und ein weiterer Durchfluss bei E dadurch verhindert wird.

Ohne Wasserverlust und ohne Wirkung von Schaufeldicken ist $w_1 = w_0 = w$, und wenn der hier stets stumpfe Winkel

$$(v_1, w_1) = (v_1, w) = \beta = 180^0 - \gamma$$

gesetzt wird, gehen die Gleichungen (1), §. 31, zugleich mit $\alpha = 90^0$ über in:

$$\frac{u}{\sin\gamma} = \frac{v_1}{\cos\gamma} = w \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4),$$

einem stossfreien Einflusse entsprechend; die Gleichungen (2) daselbst sind mit der Bezeichnung

$$(u_2,\ v_2) = 180^0 - \lambda$$

mit Rücksicht auf Fig. 44 zu ersetzen durch:

$$\frac{u_2}{\sin\delta} = \frac{v_2}{\sin(\lambda - \delta)} = \frac{w_2}{\sin\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

An die Stelle von Gl. (3) a. a. O. tritt die obige Gleichung (3) mit $\alpha = 90^0$ und $\varsigma = 0$:

$$g\varepsilon H = v_2(w_2\cos\delta - v_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6),$$

während die Gleichungen

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} = mH \ldots (7) \text{ und } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

unverändert bleiben. Statt (9)—(14) im §. 31 sind hier endlich nur die 3 Gleichungen aufzustellen:

$$Q = 2\pi r_1 bu = za_1bw = za_2bw_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9),$$

unter z hier die Zahl der Turbinencanäle verstanden, und unter der Voraussetzung, dass dieselben oben und unten von ebenen Wänden gebildet werden, dass also auch $b_2 = b$ ist.

Ausser den gegebenen oder angenommenen Grössen Q, H, ε enthalten die 10 Gleichungen (4)—(9) folgende 16 Elemente:

$$m \quad \frac{r_1}{r_2} \quad \gamma \quad \delta \quad \lambda \quad u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2 \quad z \quad r_1 \quad b \quad a_1 \quad a_2,$$

von welchen somit noch 6 angenommen werden können. Dazu eignen sich z. B.

$$\frac{r_1}{r_2} \quad \gamma \quad \delta \quad u \quad z \quad r_1.$$

Die üblichen Grenzen $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ und $z = 2$ bis 4 wurden schon erwähnt; r_1 ist etwas grösser, als der innere Halbmesser r_0 des Messingringes B, Fig. 45, welcher selbst bestimmt ist durch die Annahme einer passend scheinenden mittleren Geschwindigkeit u_0 in dem (mit Rücksicht auf das die Turbinenwelle umgebende Rohr) etwa $= 0{,}9 \,.\, \pi r_0^2$ zu setzenden betreffenden Querschnitte, also durch die Gleichung:

$$0{,}9 \,.\, \pi r_0^2 u_0 = Q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Für die Annahme von γ, δ, u ist vor allem die Rücksicht auf den daraus folgenden, nicht unnöthig gross zu machenden Werth von u_2 massgebend. Wie aus Fig. 44 unmittelbar ersichtlich, ist nämlich

$$u_2^2 = w_2^2 \sin^2\delta + (w_2 \cos\delta - v_2)^2,$$

also gemäss Gl. (6):

$$u_2^2 = \left(\frac{g\varepsilon H}{v_2} + v_2\right)^2 tg^2\delta + \left(\frac{g\varepsilon H}{v_2}\right)^2 \quad \ldots\ldots \quad (11).$$

Zunächst ist hiernach u_2 um so kleiner, je kleiner δ. Wenn aber δ ein kleiner Winkel und H nicht sehr klein, somit das zweite Glied des Ausdruckes (11) von u_2^2 überwiegend gross ist, so wird u_2 auch um so kleiner, je grösser

$$v_2 = \frac{r_2}{r_1} v_1 = \frac{r_2}{r_1} u \cot g\,\gamma,$$

je grösser also u und je kleiner γ angenommen wird. Die Vergrösserung von u hat freilich durch entsprechende Verkleinerung von b Vergrösserung des Reibungswiderstandes in den Canälen zur Folge, so dass es, zugleich zur Erzielung einer passenden Umlaufzahl n, in der Regel nicht rathsam sein wird, u viel $> u_0$ zu wählen. Auch ein sehr kleiner Winkel γ ist zu vermeiden, um die zu Grunde liegende Voraussetzung gleicher Verhältnisse für alle in einen Canal längs des Umfangsbogens $\frac{2\pi r_1}{z}$ einfliessenden Wassertheilchen nicht allzu ungenau werden zu lassen. Sind u und γ angenommen, so ist δ an einen entsprechenden unteren Grenzwerth gebunden, der dadurch bedingt ist, dass die Bewegung der Turbine und der Ausfluss des Wassers aus ihren Canälen sich nicht stören dürfen. In dieser Hinsicht ist zu fordern, dass während der Drehung des Rades um den Winkel omo_1 (Fig. 44), also während der Zeit $\frac{2\pi r_2}{z v_2}$, ein bei p_1

eben ausgeflossenes Wassertheilchen sich wenigstens bis s_1, nämlich so weit von m entfernt hat, dass es vom folgenden Canal no nicht mehr getroffen werden kann. Zu dem Ende muss der Weg jenes Wassertheilchens nach der zu w_2 senkrechten Richtung während der fraglichen Zeit $> a_2$, also

$$u_2 \sin(\lambda - \delta) \frac{2\pi r_2}{z v_2} > a_2$$

oder mit Rücksicht auf (5): $\sin\delta > \dfrac{z a_2}{2\pi r_2}$ . . . . (12)

sein.* Zunächst erscheint hierdurch die untere Grenze von δ abhängig von der wenigstens verlangten Ausflussweite a_2. Indem aber nach (9)

$$z a_2 = \frac{2\pi r_1 u}{w_2}$$

ist, folgt aus (12) auch

$$w_2 \sin\delta > \frac{r_1}{r_2} u,$$

und weil nach (6):

$$w_2 \cos\delta = \frac{g\varepsilon H}{v_2} + v_2 = \frac{r_1}{r_2}\frac{g\varepsilon H}{v_1} + \frac{r_2}{r_1} v_1$$

ist, mit $v_1 = u \operatorname{cotg}\delta$ endlich die Bedingung:

$$\operatorname{cotg}\delta < \frac{g\varepsilon H}{u v_1} + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \frac{v_1}{u}$$

$$< \frac{g\varepsilon H}{u^2} \operatorname{tg}\gamma + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \operatorname{cotg}\gamma \quad . . . . (13).$$

Mit den von solchen Gesichtspunkten angenommenen 6 Elementen $\frac{r_1}{r_2}$, γ, δ, u, z, r_1 findet man m aus (7), v_1 und w aus (4), v_2 aus (8), w_2 aus (6), λ und u_2 aus (5).

---

* Streng genommen muss schon während der Drehung des Rades um den Winkel oms_1, Fig. 44, das bei p_1 eben ausgeflossene Wassertheilchen nach s_1 gelangt, also

$$u_2 \sin(\lambda - \delta) \frac{\frac{2\pi r_2}{z} - a_2\left(\frac{\pi}{2} + \delta - \lambda\right)}{v_2} > a_2$$

$$\frac{2\pi r_2}{z} > a_2\left(\frac{1}{\sin\delta} + \frac{\pi}{2} + \delta - \lambda\right)$$

sein. Indem aber δ nur etwa $= 5^0$, $\lambda = 15^0$ zu sein pflegt, ist

$$\frac{\pi}{2} + \delta - \lambda \text{ nahe } = 1,4 \text{ so klein gegen } \frac{1}{\sin\delta} = 11,5,$$

dass obiger Gleichung (12) nur mit wenig überschüssiger Sicherheit entsprochen zu werden braucht.

Die Mittellinie eines Turbinencanals kann als eine Curve, welche die in den bezüglichen Umfangskreisen im Winkelabstande $= \frac{360^0}{z}$ gelegenen Punkte n und o (Fig. 44) verbindet und jene Kreise unter den Winkeln γ und δ schneidet, aus freier Hand oder nach willkürlichen Regeln gezeichnet werden. Kreise, welche um n, o und um Zwischenpunkte dieser Mittellinie no mit Halbmessern $= \frac{a_1}{2}, \frac{a_2}{2}$, bezw. = passenden Zwischenwerthen beschrieben werden, können dann dazu dienen, die Profile der krummen Canalwände so zu zeichnen, dass sie (ev. verlängert) fragliche Kreise umhüllen, wobei aber zu Gunsten der Stetigkeit von Richtungs- und Querschnittsänderungen nöthigenfalls einerseits zugegeben, andererseits weggenommen werden mag, so dass die einzuhüllenden Kreise von dem einen Profil eben schon geschnitten, wenn sie vom anderen nicht ganz erreicht werden.

Beispielsweise sei $Q = 0{,}1$ und $H = 12$, nach vorläufiger Annahme $\varepsilon = 0{,}75$. Ferner sei

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3} \qquad z = 3 \qquad u_0 = 1{,}5.$$

Aus (10) folgt dann $r_0 = 0{,}153$, so dass

$$r_1 = 0{,}18 \text{ und } r_2 = 0{,}54$$

passend festzusetzen sind. Mit den weiteren Annahmen:

$$u = 2,\ \gamma = 45^0 \text{ und } \delta = 2^0\,30',$$

indem die Bedingung (13) nur $\delta > 1^0\,50'$ verlangt, würde sich dann aus (4) bis (8) ergeben:

$$m = 0{,}017 \qquad v_1 = 2 \qquad w = 2{,}828 \qquad v_2 = 6$$

$$w_2 = 20{,}74 \qquad \lambda = 3^0\,31' \qquad u_2 = 14{,}75 \qquad \frac{u_2^{\,2}}{2g} = 11{,}09.$$

Die Ausflussgeschwindigkeitshöhe ergäbe sich also $> \varepsilon H$ und würde eine Nutzleistung ausschliessen. Da die Verkleinerung von δ nicht in Frage kommen kann (das erste Glied mit δ im Ausdrucke (11) von $u_2^{\,2}$ ist überhaupt hier verschwindend klein gegen das zweite), auch die Vergrösserung von u mit Rücksicht auf b nicht räthlich erscheint, bleibt nur übrig, γ wesentlich kleiner anzunehmen. Sollte dadurch

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} \text{ auf } 0{,}2\,H = 2{,}4$$

reducirt werden, was einen Werth von ε höchstens etwa $= 0{,}7$ zulassen dürfte, so ergäbe sich aus (11) bei Abstraction von dem Gliede mit δ:

$$v_2 = 12, \text{ also } v_1 = 4 \text{ und } \gamma = arctg\frac{u}{v_1} = 26^0\,34'.$$

Hiernach werde (ausser $z = 3$, $r_1 = 0{,}18$, $r_2 = 0{,}54$ und $u = 2$) angenommen:

$$\gamma = 25^0, \text{ dabei } \varepsilon = 0{,}7.$$

Nach (13) brauchte jetzt nur $\delta < 2^0$ zu sein; bei der Geringfügigkeit des Einflusses dieses kleinen Winkels δ auf u_2 werde aber $\delta = 5^0$ angenommen. Analog obiger Rechnung findet man dann:

$$v_1 = 4{,}289 \quad w = 4{,}733 \quad v_2 = 12{,}87$$
$$w_2 = 19{,}34 \quad \lambda = 14^0\,45' \quad u_2 = 6{,}622.$$

Den verhältnissmässig grossen entsprechenden Gefällverlust

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} = 2{,}235 = 0{,}186\,H$$

muss man sich gefallen lassen, indem die weitere Verkleinerung von γ nicht erwünscht ist; ob die Annahme $\varepsilon = 0{,}7$ eine Aenderung verlangt, bleibt noch zu prüfen. Vorläufig ergeben mit den gefundenen Werthen die Gleichungen (9):

$$b = 0{,}0442 \quad a_1 = 0{,}159 \quad a_2 = 0{,}039$$

bei normaler Umlaufzahl:

$$n = 9{,}55\,\frac{v_1}{r_1} = 228.$$

Die Controle des angenommenen hydraulischen Wirkungsgrades $\varepsilon = 0{,}7$ ist nun aber hier um so nöthiger, als die Verhältnisse dieses Turbinensystems in so mancher Hinsicht aussergewöhnliche sind. Was zunächst die Widerstandshöhe der Zuleitungsröhre betrifft, so ergiebt sie sich nach §. 33 unter 1) bei einer Länge von 20 Mtr. und bei 1 Mtr. mittlerer Wassergeschwindigkeit = 0,071 Mtr. ohne besondere Widerstände, veranlasst z. B. durch die Richtungsänderung nach oben zur Mündung A in Fig. 45; mit Rücksicht auf einen solchen besonderen Widerstand werde die fragliche Höhe, welche hier den ganzen durch die Zuleitung verursachten Gefällverlust ϱH darstellt, angenommen zu

$$\varrho H = 0{,}15 \text{ Mtr.}$$

Ein Eintrittswiderstand, gemessen durch $\varrho_0 H$ in §. 33, kommt hier nicht in Betracht. Um so wesentlicher bei der grossen Länge = ungefähr 0,88 Mtr. und geringen Weite der Turbinencanäle ist die Widerstandshöhe $\varrho_1 H$ in ihnen, bestehend aus einer Reibungs- und Krümmungswiderstandshöhe:

$$\varrho_1 H = \zeta \frac{w_2^2}{2g} + \vartheta \frac{w^2 + w_2^2}{4g},$$

von welchen erstere nach §. 33 besonders gross = 3,355 Mtr. gefunden wird. Der Coefficient ϑ des Krümmungswiderstandes ist hier besser nach Bd. I, §. 91, Gl. (7)

$$\vartheta = 0{,}00416\,\varkappa\left(1 - \frac{r'}{\varrho'}\right)\sqrt{\frac{r'}{\varrho'}}$$

zu setzen, unter $\varkappa$ den Krümmungswinkel in Graden, r' die halbe mittlere Canalweite, und unter ϱ' den durchschnittlichen Krümmungshalbmesser der Canalmittellinie verstanden. Letzterer ergiebt sich aus der bezüglichen Zeichnung = 0,34 Mtr.; mit

$$r' = \frac{a_1 + a_2}{4} = 0{,}0495 \text{ und } \varkappa = 120^0 + \gamma - \delta = 140^0$$

ist $\vartheta = 0{,}19$ und $\vartheta \frac{w^2 + w_2^2}{4g} = 1{,}92$ Mtr.

Indem endlich der Ausflussgefällverlust der frei ausgiessenden Turbine:

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g} = \frac{u_2^2}{2g} = 2{,}235$$

ist, wenn $H_2 = \frac{c_2^2}{2g}$ (etwa = 0,05 Mtr.) angenommen wird, ergiebt sich

$$(1 - \varepsilon) H = (\varrho + \varrho_1 + \varrho_2) H = 7{,}66 = 0{,}64\, H,$$

also $\varepsilon = 0{,}36$ erheblich $< 0{,}7$.

Wenn demnach mit einem kleineren ε die Rechnung, soweit nöthig, wiederholt wird, so ist jedoch zu bedenken, dass damit nach (6) auch w_2, gemäss (11) und (5) auch v_2 und u_2 verkleinert, aus beiden Gründen ε wieder vergrössert wird. Der richtige Werth von ε liegt also zwischen 0,36 und 0,7; er werde = dem arithmetischen Mittel = 0,53 versuchsweise angenommen, ausserdem die Dimension b auf 0,05 Mtr. abgerundet. Mit Beibehaltung der Werthe von z, r_1, r_2, γ, δ findet man dann

$$\begin{array}{lll} u = 1{,}768 & v_1 = 3{,}791 & v_2 = 11{,}37 \\ w = 4{,}184 & w_2 = 16{,}92 & \lambda = 15^0\,3' \\ u_2 = 5{,}679 & a_1 = 0{,}159 & a_2 = 0{,}0394 \end{array}$$

und $n = 201$; damit

$$(1 - \varepsilon) H = 0{,}15 + (2{,}23 + 1{,}47) + 1{,}64 = 5{,}49 = 0{,}457\, H,$$

entsprechend $\varepsilon = 0{,}543$ in so naher Uebereinstimmung mit der letzten Annahme, dass die Elemente

$$z = 3 \quad r_1 = 0{,}18 \quad r_2 = 3\,r_1 \quad \gamma = 25^0 \quad \delta = 5^0$$
$$a_1 = 0{,}159 \quad a_2 = 0{,}0394 \quad b = 0{,}05 \quad n = 200$$

endgültig als zutreffend zu betrachten sind, während $\varepsilon = 0{,}54$ gesetzt werde. Die Charakteristik m ist entsprechend $u = 1{,}768$ nur $= 0{,}013$, so dass die Turbine fast ausschliesslich durch Ueberdruck wirkt.

Was schliesslich den zu erwartenden Nutzeffect $= N$ Pferdestärken betrifft, so handelt es sich noch um den Wirkungsgrad $\eta = \varepsilon - \mu$. An μ ist hauptsächlich (mit einem Bestandtheile $= \mu_1$) die Reibung betheiligt, welche zwischen dem Messingringe B (Fig. 45) und dem unteren Rande der Turbine stattfindet. Ist r der mittlere Halbmesser, e die Breite dieser ringförmigen Reibungsfläche, P der Druck, φ der betreffende Reibungscoefficient, so ist

$$\mu_1 = \frac{\varphi P r \omega}{1000\,Q H} \text{ mit } P = 1000\,H.2\pi r e$$

bei vorläufiger Abstraction von dem diesen hydrostatischen Druck P vermindernden Einflusse des gegen die Aussenfläche des Ringes B drückenden Lederstulps. Mit etwa

$$e = 0{,}015 \text{ Mtr.}, \; r = r_0 + \frac{e}{2} = 0{,}16 \text{ und } \omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{3{,}791}{0{,}18} = 21$$

findet man $P = 181$ Kgr., $\mu_1 = 0{,}5\,\varphi$. Wenn aber mit Rücksicht auf den Einfluss des Lederstulps nur die Hälfte gerechnet und $\varphi = 0{,}16$ angenommen wird, ergiebt sich $\mu_1 = 0{,}04$. Da im Uebrigen die Axenreibung hier nicht gross ist, mag

$$\mu = 0{,}06 \text{ und } \eta = \varepsilon - \mu = 0{,}48$$

geschätzt werden, entsprechend

$$N = \frac{\eta\,.\,1000\,Q H}{75} = 7{,}7.$$

Bei diesem Beispiele ist von Erfahrungen bezüglich der passenden Verhältnisse schottischer Turbinen abgesehen worden. Mit Rücksicht auf solche oder auf die Rechnungsergebnisse einiger Beispiele wird in anderen Fällen die Rechnung kürzer ausfallen, weil die nöthigen Annahmen von vornherein zutreffender gemacht werden können. Schon das eine Beispiel lässt übrigens die Geringfügigkeit des Wirkungsgrades dieser Turbinenart erkennen.

2) Bei dem Segner'schen Rade in der zu Anfange dieses Paragraphen erwähnten Ausführung von Althans ist die relative Geschwindigkeit w_1 des Wassers in den radialen cylindrischen Schwungröhren $=$ der ebenso gerichteten absoluten Zuflussgeschwindigkeit u zu denselben,

während die relative Zuflussgeschwindigkeit $w = \sqrt{u^2 + v_1^2}$ ist, also das Stossgefälle

$$\varsigma H = \frac{v_1^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

verloren geht. Die relative Ausflussgeschwindigkeit w_2 ist der auf die Mitten der Ausflussöffnungen bezogenen Umfangsgeschwindigkeit v_2 entgegengesetzt gerichtet, also

$$u_2 = w_2 - v_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (15).$$

Die Gleichung (3) nimmt also wegen $\alpha = 90^0$ und $\delta = 0$ die Form an:

$$g(\varepsilon - \varsigma) H = v_2 (w_2 - v_2) = u_2 v_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (16).$$

Dabei ist, r_2 auch auf die Mitten der Ausflussöffnungen bezogen,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (17).$$

Wesentlich ist hier die Grösse der absoluten Ausflussgeschwindigkeit u_2, wie schon daraus zu erkennen ist, dass ein endlicher Werth von $(\varepsilon - \varsigma) H$ nach (16) im Falle $u_2 = 0$ einer unendlich grossen Umfangsgeschwindigkeit v_2 entsprechen würde. Mit $\varepsilon_1 H$ werde die Summe des wirksamen Gefälles εH und der Ausflussgeschwindigkeitshöhe:

$$\varepsilon_1 H = \varepsilon H + \frac{u_2^2}{2g}$$

bezeichnet, so dass $\varepsilon_1 H =$ dem disponiblen Gefälle H nach Abzug der Widerstandshöhen ϱH, $\varrho_0 H$ und $\varrho_1 H$ für die Bewegung des Wassers bis zum Ausflusse aus der Turbine, also

$$\varepsilon_1 = 1 - \varrho - \varrho_0 - \varrho_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

zu setzen ist, wenn die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ für die Bewegung von der (frei ausgiessenden) Turbine bis zum Unterwasser $= \frac{u_2^2}{2g}$, also $H_2 = \frac{c_2^2}{2g}$ gesetzt wird (§. 33, Gl. 11), was in der Regel ohne in Betracht kommenden Fehler wird geschehen können; widrigenfalls wäre ε_1 um

$$\frac{1}{H}\left(H_2 - \frac{c_2^2}{2g}\right)$$

kleiner. Mit Rücksicht auf (16) und (14) ist

$$\varepsilon_1 H = \varepsilon H + \frac{u_2^2}{2g} = \varsigma H + \frac{u_2 v_2}{g} + \frac{u_2^2}{2g}$$
$$= \frac{v_1^2 + 2 u_2 v_2 + u_2^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (19).$$

Das aus (16) und (19) folgende Verhältniss

$$\frac{(\varepsilon - \varsigma) H}{\varepsilon_1 H} = \eta_i = \frac{2 u_2 v_2}{v_1^2 + 2 u_2 v_2 + u_2^2} \quad \ldots \ldots \ldots (20)$$

kann als ein gewisser, von Wasserverlusten, Axenreibung und von bis zum Ausflusse vorhandenen hydraulischen Widerständen abstrahirender Wirkungsgrad betrachtet werden, welcher wohl als ideeller Wirkungsgrad bezeichnet wird.* Um ihn als Function von u_2 möglichst gross zu erhalten, muss der reciproke Werth

$$\frac{1}{2 v_2}\left(\frac{v_1^2}{u_2} + 2 v_2 + u_2\right), \text{ muss also } \frac{v_1^2}{u_2} + u_2$$

ein Minimum sein, woraus folgt:

$$-\frac{v_1^2}{u_2^2} + 1 = 0; \; u_2 = v_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (21)$$

und entsprechend $\eta_i = \frac{2 v_2}{v_1 + 2 v_2 + v_1} = \frac{v_2}{v_1 + v_2} = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \quad \ldots \ldots (22)$

$$\eta = (\varepsilon - \varsigma) - \mu = \varepsilon_1 \eta_i - \mu = \frac{\varepsilon_1 r_2}{r_1 + r_2} - \mu \quad \ldots \ldots (23).$$

Wenn H und Q gegeben sind, kann man zunächst mit einer angenommenen mittleren Strömungsgeschwindigkeit u_0 des Wassers in dem rotirenden verticalen Hohlcylinder dessen inneren Halbmesser r_1 aus der Gleichung

$$Q = \pi r_1^2 u_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (24)$$

berechnen, wobei zugleich die Forderung massgebend sein mag, dass der aufwärts gerichtete hydrostatische Druck auf den Hohlcylinder dem Gewichte der Turbine sammt Wasserfüllung der Schwungröhren möglichst Gleichgewicht halten soll, insoweit es nämlich ohne übermässige Vergrösserung von r_1 und damit der Stopfbüchsenreibung des in der Mündung

* G. Herrmann in seiner Bearbeitung der fünften Auflage von Weisbach's Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 2. Theil, 2. Abth., S. 412, findet für η_i einen Ausdruck, welcher sich von obigem Ausdrucke (20) durch einen im Zähler und im Nenner hinzukommenden Summand v_1^2 unterscheidet. Dieser Unterschied kommt darauf hinaus, dass die fundamentale Gleichung (5), §. 30, welche hier die obige Form (16) annimmt, von Herrmann mit der Modification verwendet wird, dass er w_1 an die Stelle von w setzt, eine Abweichung, welche im Falle $\varsigma = 0$ zwar keinen wesentlichen Fehler verursacht, sonst aber unzulässig ist, wie auch ohne auf die Entwickelung jener Gleichung einzugehen schon daraus geschlossen werden kann, dass diese relative Geschwindigkeit w in ihr natürlich auf dieselbe Stelle vor dem Einflusse in die Turbinencanäle bezogen werden muss wie die darin vorkommende absolute Geschwindigkeit v. Die Folgerungen Herrmann's bezüglich des Segner'schen Rades sind unter solchen Umständen wesentlich andere; z. B. im Falle $u_2 = 0$ ist ihm zufolge $\eta_i = 0{,}5$ statt $\eta_i = 0$.

des Zuflussrohrs rotirenden Hohlcylinders geschehen kann. Nachdem dann r_2 als ein Vielfaches von r_1 angenommen ist, ergiebt sich r_1 mit einem vorläufig angenommenen (erst später gemäss Gl. (18) zu controlirenden) Werthe von ε_1 aus (19) und (21), nämlich aus der Gleichung:

$$g\varepsilon_1 H = v_1(v_1 + v_2) = \frac{r_1 + r_2}{r_1} v_1^2 \quad \ldots\ldots\ldots (25),$$

damit die Umlaufzahl $n = 9{,}55\frac{v_1}{r_1}$,

ferner v_2 nach (17) und $w_2 = v_1 + v_2$ nach (15) und (21). Durch w_2 und einen den Umständen gemäss zu schätzenden Contractionscoefficienten α ist die Gesammtgrösse der Ausflussöffnungen

$$F_2 = \frac{Q}{\alpha w_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

bestimmt, während die Querschnittssumme F_1 der Schwungröhren etwas $< \pi r_1^2$ angenommen werden kann, so dass u etwas $> u_0$ wird.

Damit das Wasser, welches aus einer Schwungröhre ausgeflossen ist, mit der folgenden nicht zusammenstossen könne, ist hier zu verlangen, dass während der Zeit t vom Augenblicke des Ausflusses bis zum Augenblicke des möglichen Zusammenstosses eine Senkung $= \frac{gt^2}{2}$ durch die Wirkung der Schwere stattgefunden habe, welche wenigstens = der Summe des äusseren Halbmessers der Schwungröhren und der halben Höhe von F_2 ist. Fragliche Zeit t ist bei z Schwungröhren offenbar durch die Gleichung bestimmt:

$$t = \frac{\frac{2\pi r_2}{z} - u_2 t}{v_2},$$

$$\text{also } t = \frac{2}{z}\frac{\pi r_2}{u_2 + v_2} = \frac{2}{z}\frac{\pi r_2}{w_2} \ldots\ldots\ldots (27).$$

Wenn bei horizontalem Ausflusse der Forderung nicht genügt sein sollte, ist die freie Bewegung der Schwungröhren über den ausfliessenden Wasserstrahlen hinweg immer dadurch leicht herbeizuführen, dass w_2 unter einem kleinen Winkel σ abwärts geneigt wird, so dass die Summe

$$\frac{gt^2}{2} + u_2 \sin\sigma . t$$

die verlangte Grösse erhält.

Beispielsweise sei wieder $Q = 0{,}1$ und $H = 12$. Nimmt man dann etwa $r_1 = 0{,}15$ (entsprechend u_0 etwas $> 1{,}5$), $r_2 = 9\,r_1 = 1{,}35$ und $v_1 = 3$, was

$$n = 191 \text{ und nach (25): } \varepsilon_1 = 0{,}765$$

voraussetzt, so ist $v_2 = 27$ und $w_2 = 30$, mit $\alpha = {}^2/_3$ nach (26): $F_2 = 0{,}005$. Bei $z = 2$ Schwungröhren von $r = 0{,}09$ Mtr. innerem Halbmesser wäre endlich

$$F_1 = 2\pi r^2 = 0{,}0509 \text{ und } u = \frac{Q}{F_1} = 1{,}965.$$

Zur Prüfung des Werthes von ε_1 sind die Widerstandshöhen ϱH und $\varrho_1 H$ zu berechnen, da die Einflusswiderstandshöhe $\varrho_0 H$ hier ohne Bedeutung ist. Während unter ähnlichen Umständen bei dem Beispiele unter 1) $\varrho H = 0{,}15$ angenommen wurde, ist hier dieser Gefällverlust etwas grösser zu veranschlagen wegen der plötzlichen Richtungsänderung beim Einflusse aus dem verticalen Hohlcylinder in die horizontalen Schwungröhren, und zwar vermuthlich ungefähr zutreffend:

$$\varrho H = 0{,}15 + \frac{u_0^2}{2g} = 0{,}27.$$

$\varrho_1 H$ rührt her von dem Leitungswiderstande der Schwungröhren, deren Länge $= r_2 - r_1$ und Weite $= 2r$ ist, von der fast plötzlichen Richtungsänderung um 90° des den Ausflussöffnungen zufliessenden Wassers, und besonders vom Ausflusswiderstande der letzteren selbst, einem gewissen Widerstandscoefficienten ς entsprechend. Demgemäss kann

$$\varrho_1 H = \left(\lambda \frac{r_2 - r_1}{2r} + 1\right)\frac{u^2}{2g} + \varsigma \frac{w_2^2}{2g}$$

gesetzt werden; man findet mit $\lambda = 0{,}025$ und $\varsigma = 0{,}05$ (einem Geschwindigkeitscoefficienten $= 0{,}975$ entsprechend):

$$\varrho_1 H = 0{,}23 + 2{,}30 = 2{,}53.$$

Hiernach wäre

$$(1 - \varepsilon_1) H = (\varrho + \varrho_1) H = 2{,}8 \text{ Mtr.},$$

wenn nicht passender Weise H_2 um etwa 0,1 Mtr. $> \frac{c_2^2}{2g}$ anzunehmen und deshalb zu setzen wäre:

$$(1 - \varepsilon_1) H = 2{,}9 = 0{,}24\, H;\ \varepsilon_1 = 0{,}76$$

in Uebereinstimmung mit der Annahme. Der nach (23) resultirende Wirkungsgrad

$$\eta = 0{,}9\, \varepsilon_1 - \mu = 0{,}69 - \mu$$

könnte $= 0{,}6$ erwartet werden trotz verhältnissmässig grosser Stopfbüchsenreibung. Nach (27) findet man

$$\frac{g t^2}{2} = 0{,}1 \text{ Mtr.}$$

nur eben = dem halben äusseren Durchmesser der Schwungröhren, so dass es rathsam ist, das Wasser etwas abwärts gerichtet ausfliessen zu lassen, etwa unter $\sigma = 10^0$, so dass

$$u_2 \sin \sigma . t = 0{,}07 \text{ Mtr.}$$

wäre. Dieses Segner'sche Rad, auch fast nur durch Ueberdruck wirkend ($u = 1{,}965$ und $H = 12$ entspricht $m = 0{,}016$), erscheint für einfache und einstweilige Anlagen nicht unzweckmässig. Unerwünscht freilich ist die grosse Länge der Schwungröhren; ihre Verkürzung müsste durch Vergrösserung von n erkauft werden.

§. 44. Aussenschlächtige Ueberdruckturbinen.

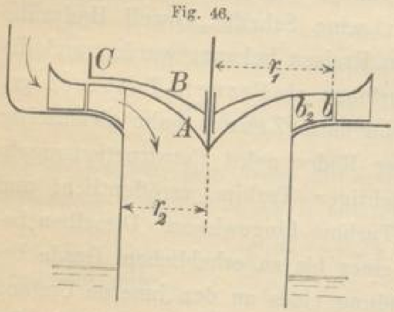
Diese Turbinen sind besonders in den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika verbreitet, wo sie im Jahre 1838 von S. B. Howd angegeben und zunächst freilich in unvollkommener Weise mit ebenen hölzernen Leitschaufeln mehrfach ausgeführt wurden. Wesentlich verbessert wurden sie vom Civilingenieur Francis zu Lowell im Staate Massachusetts; er baute 1849 daselbst zwei solche Turbinen von je 230 Pferdestärken, welche mit betreffenden Ermittelungen durch seine Schrift „Lowell Hydraulic Experiments, Boston 1855“ in weiteren Kreisen bekannt wurden und die Bezeichnung der in Rede stehenden Turbinen als Francis-Turbinen gebräuchlich machten. Unabhängig davon hatte Zeuner nahe gleichzeitig im „Civilingenieur“ die Theorie solcher Räder nebst Constructionsregeln und dem Entwurfe einer aussenschlächtigen Turbine veröffentlicht und auf die Vorzüge vor der Fourneyron-Turbine hingewiesen. Dieselben bestehen besonders in der Zulässigkeit einer bis zu erheblichem Grade beliebigen Höhenlage infolge der Anwendung eines an den inneren Umfang des Radkranzes sich anschliessenden sogenannten Saugerohrs, also in der Leichtigkeit der Anordnung als Rohrturbine mit der dadurch erreichbaren, schon im §. 30 hervorgehobenen Verkleinerung der Widerstandshöhe $\varrho_2 H$, auch in einer principiell mit der äusseren Beaufschlagung verbundenen Verkleinerung der hydraulischen Widerstandshöhe, und in einer besonders bei grossen Gefällen erwünschten geringeren Umlaufzahl n. Die mit dem Quadrat der relativen Geschwindigkeit w wachsende Reibungs- und Krümmungswiderstandshöhe für die Bewegung des Wassers durch das Laufrad ist hier nämlich insofern kleiner, als w durch die entgegenwirkende Centrifugalkraft verkleinert wird, und n ist schon deshalb unter sonst gleichen Umständen kleiner, weil die Geschwindigkeit

$$v_1 = \frac{\varepsilon}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{gH}{2m}} \quad (\text{§. 31, Gl. 7})$$

hier nicht die innere, sondern die äussere Umfangsgeschwindigkeit des Radkranzes, somit r_1 grösser ist. Wenn freilich Zeuner bei einer vergleichenden Rechnung die Umlaufzahl der aussenschlächtigen Turbine noch nicht halb so gross fand, als die der innenschlächtigen, so war es wesentlich mit dem Umstande zuzuschreiben, dass die verschiedenen Annahmen bei jener eine grössere Charakteristik m zur Folge hatten. Damit andererseits der Ausfluss am kleineren inneren Umfange nicht einen zu grossen Halbmesser r_1 erfordere, ist es hier zweckmässig, theils den Halbmesserunterschied $r_1 - r_2$ verhältnissmässig kleiner (das Verhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ weniger von 1 verschieden) anzunehmen, theils durch Vergrösserung der Canalbreite von b aussen bis b_2 innen die Ausflussfläche zu vergrössern, wie Fig 46 andeutet.

Um durch die conoidische Gestaltung des Radtellers A, Fig. 46, den Querschnitt des Wasserstroms allmählig von der cylindrischen Ausflussfläche $= 2\pi r_2 b_2$ in den kreisförmigen Querschnitt $= \pi r_2^2$ des Saugerohrs übergehen zu lassen und dadurch die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ so viel wie möglich zu verkleinern, ist es natürlich nöthig, jenes Rohr sich an den inneren Umfang des Turbinenradkranzes anschliessen zu lassen, nicht an den äusseren, wie es wohl geschehen ist. Die Figur lässt erkennen, wie auch sonst durch entsprechende Anordnungen möglichste Stetigkeit der Querschnitts- und Richtungsänderungen herbeigeführt werden kann. In dieser Figur bedeutet B sinen festliegenden Schutzteller, um den Wasserdruck von der Turbine abzuhalten; er bildet in der Mitte ein Halslager für die Turbinenwelle, welche oben durch einen Kammzapfen passend aufgehängt und geführt wird. Die Regulirung ist durch eine Ringschütze vermittelt gedacht, welche, gegen den Rand C des Schutztellers abgedichtet, in den Spalt zwischen Leitrad und Laufrad herabgelassen werden kann.

Fig. 46.



Diese Regulirungsart einer Ueberdruckturbine ist mit jener im §. 37 besprochenen erheblichen Verminderung des Wirkungsgrades η bei unvollkommener Beaufschlagung (durch Senkung der Ringschütze) verbunden;

Francis selbst fand den Wirkungsgrad, welchen er bei vollständiger Schützenöffnung $= 0{,}8$ bestimmt hatte,

bei $^3/_4$ $^1/_2$ $^1/_4$ der vollen Oeffnung
nur $= 0{,}74$ $0{,}60$ $0{,}38$

trotz in jedem Falle vortheilhaftester (mit der Schützenöffnung gleichfalls abnehmender) Umlaufzahl. Nicht besser ist die Regulirung durch Verkleinerung der Ausflussweiten a aller Leitcanäle mit Hülfe einer Art von Rundschütze,*) oder auch im Falle der Anordnung als Rohrturbine die Regulirung der unteren Oeffnung des Sauge- oder Abflussrohrs durch eine Ringschütze. Vollkommen im Princip ist dagegen die selbstthätige (durch einen Centrifugalregulator vermittelte) Regulirung bei Zeidler's aussenschlächtiger Turbine,**) indem sie durch gleichzeitige Aenderung der Dimension b für Laufrad und Leitrad zugleich geschieht, so dass alle Querschnitte der Leit- und Turbinencanäle, sowie entsprechend die betreffenden Strömungsgeschwindigkeiten des Wassers stets dieselben Verhältnisse behalten, und plötzliche Geschwindigkeitsänderungen insoweit ausgeschlossen bleiben, als sie nicht von den Schaufeldicken herrühren.

Um auch die unvollkommene Regulirung einer solchen Turbine weniger nachtheilig zu machen, ist es rathsam, bei ihrer Construction die Winkel α und β so anzunehmen, dass unbeschadet der verlangten Ueberdruckwirkung die Charakteristik m nicht sehr klein, wenigstens $> 0{,}5$ wird. Nimmt man z. B.

$$\alpha = 20^0 \text{ und } \beta = 60^0,$$

so wird mit $\varepsilon = 0{,}8$ nach § 31, Gl. (8): $m = 0{,}573$. Aus Gl. (18) daselbst folgt dann, wenn

$$\frac{r_1}{r_2} = 1{,}2 \text{ und nach Schätzung } \varphi\frac{kk_1}{k_2} = 0{,}9$$

angenommen wird,

$$tg\delta = 0{,}597\frac{b}{b_2};\ \text{z. B. } \delta = 25^0 \text{ für } \frac{b_2}{b} = 1{,}28.$$

Den Winkel $\delta < 25^0$ zu machen, ist hier kaum räthlich, um die Canalweite a_2 nicht zu klein werden zu lassen. Aus §. 31, Gl. (2), (5) und (6) ergiebt sich hiermit:

$$u_2 = v_2\,tg\,\delta = \frac{r_2}{r_1}\,tg\,\delta\,.\,v_1 = \frac{r_2}{r_1}\,tg\,\delta\sqrt{g\varepsilon H\left(1-\frac{tg\alpha}{tg\beta}\right)};\quad \frac{u_2^{\,2}}{2g} = 0{,}048\,H.$$

Diese Verhältnisse erscheinen passend für eine Ueberwasserturbine, bei welcher der durch den Ausfluss verursachte Gefällverlust

*) Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1886, S. 47 u. Taf. III.
**) Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1876, S. 89 u. Taf. VI.

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2{}^2 - c_2{}^2}{2g}$$

ist, oder auch für eine Unterwasserturbine mit

$$\varrho_2 H = \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g}.$$

Bei einer Rohrturbine dagegen, bei welcher nach §. 33, Gl. (15, a), unter c' die mittlere Geschwindigkeit im Abflussrohr verstanden, bei Abstraction von dem geringfügigen Leitungswiderstande desselben und bei geeigneter Stetigkeit des Geschwindigkeitsüberganges von $k_2 u_2$ in c' zu setzen ist:

$$\varrho_2 H = (1 - k_2)^2 \frac{u_2{}^2}{2g} + \frac{(c' - c_2)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (\varrho_2),$$

kann u_2 grösser, also δ grösser sein, ohne einen zu grossen Werth von $\varrho_2 H$ zur Folge zu haben.

Wären z. B. α, β und $\frac{r_1}{r_2}$ wie oben, so folgte mit $b_2 = b$:

$$\delta = arctg\ 0{,}597 = 30^0\,50'; \quad \frac{u_2{}^2}{2g} = 0{,}078\,H.$$

Ferner wäre

$$\frac{c'}{u_2} = \frac{k_2 . 2\,\pi\,r_2\,b}{\pi\,r_2{}^2} = 2\,k_2\,\frac{b}{r_2} = 2\,k_2\,\frac{r_1}{r_2}\,\frac{b}{r_1},$$

z. B. mit $\frac{b}{r_1} = 0{,}25$ (als durchschnittlich passendem Verhältnisse zur Bestimmung von r_1 nach §. 32, Gl. 1) und mit schätzungsweise $k_2 = 0{,}85$:

$$c' = 0{,}51\ u_2.$$

Für eine Rohrturbine wäre dann nach obiger Gleichung (ϱ_2)

$$\varrho_2 H < (1 - k_2)^2 \frac{u_2{}^2}{2g} + \frac{c'^2}{2g}, \text{ d. i. } < 0{,}283\,\frac{u_2{}^2}{2g} \text{ oder } < 0{,}022\,H.$$

Weil übrigens, wie ein Blick auf Fig. 46 erkennen lässt, für die Stetigkeit der Querschnitts- und Richtungsänderungen hier die Annahme $b_2 > b$ zweckmässig ist, kann es auch vorgezogen werden, die Winkel α, β bei der Anordnung als Rohrturbine zu vergrössern, um dadurch die Krümmungswiderstände zu verkleinern, vermuthlich ohne $\varrho_2 H$ in höherem Grade zu vergrössern. Wird z. B. angenommen:

$\alpha = 25^0$ und $\beta = 75^0$, entsprechend $m = 0{,}557$ mit $\varepsilon = 0{,}8$ nach §. 31, Gl. (8), so folgt bei den Annahmen

$$\frac{r_1}{r_2} = 1{,}2 \qquad \frac{b_2}{b} = 1{,}25 \qquad \varphi\,\frac{kk_1}{k_2} = 0{,}9$$

aus den Gleichungen (18), (2), (5), und (6) a. a. O.

$$\delta = 28^0\,56' \quad \text{und} \quad \frac{u_2^2}{2g} = 0{,}074\,H.$$

Indem jetzt mit $\frac{b}{r_1} = 0{,}25$ und $k_2 = 0{,}85$ für eine Rohrturbine sich

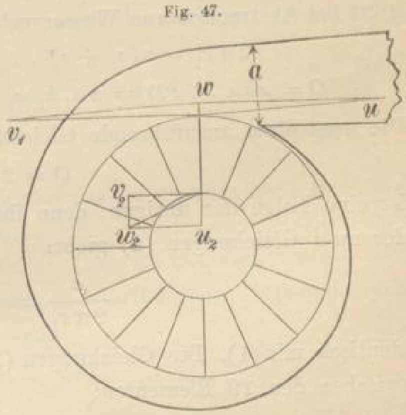
$$\frac{c'}{u_2} = \frac{k_2 .\ 2\pi r_2 b_2}{\pi r_2^2} = 2 k_2 \frac{r_1}{r_2} \frac{b_2}{b} \frac{b}{r_1} = 0{,}64$$

ergiebt, folgt aus obiger Gleichung (ϱ_2):

$$\varrho_2 H < 0{,}432 \frac{u_2^2}{2g} \text{ oder } < 0{,}032\,H. -$$

Bemerkenswerth für Fälle kleineren Arbeitsbedarfs ist die hierher gehörige Turbine von Thomson; wenn auch im Princip unvollkommener, zeichnet sie sich besonders durch ihre Gedrungenheit, durch ihr kleines Raumbedürfniss aus. Bei verhältnissmässig grosser Kranzbreite $r_1 - r_2$ hat sie radiale Schaufeln und rotirt mit kleinem Spielraume zwischen den Seitenwänden eines Gehäuses, welchem das Wasser durch ein Rohr von rechteckigem Querschnitte in fast tangentialer Richtung zufliesst: Fig. 47; besonders an die centrale runde Oeffnung in der einen Seitenwand dieses Gehäuses (ev. an die Oeffnungen in beiden Seitenwänden) muss sich der Radkranz mit seinem inneren Umfange möglichst dicht anschliessen. Am äusseren Umfange bildet das Gehäuse einen allmählig enger werdenden Canal um die Turbine herum, indem seine Aussenwand als eine einzige Leitschaufel zu betrachten ist, durch welche das Wasser am ganzen Umfange $= 2\pi r_1$ unter einem kleinen Winkel α gegen denselben geneigt zugeführt wird, welcher, unter a die anfängliche (grösste) Canalweite verstanden, nahe durch die Gleichung

Fig. 47.



$$2\pi r_1 \sin\alpha = a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

bestimmt ist. Wenn auch ein stossfreier Einfluss unter solchen Umständen nur unvollkommen erreichbar sein wird, so wird er mit Rücksicht auf $\beta = 90^0$ doch näherungsweise durch die Erfüllung der Gleichungen:

$$u = \frac{v_1}{\cos\alpha} = \frac{w}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

gewährleistet. Noch weniger ist der Ausfluss normal; für ihn ist, um nicht einen Richtungswinkel von u_2 als weiteres Element einführen zu müssen, nur die Gleichung aufzustellen:

$$u_2^2 = v_2^2 + w_2^2 \quad \ldots\ldots, \ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Auch verliert dadurch die Gleichung (3), §. 31, ihre Berechtigung; statt ihrer ist auf die allgemeinere Gleichung (6), §. 30, zurückzugehen, aus welcher mit $\delta = 90^0$ und $\varsigma = 0$ mit Rücksicht auf (2) folgt:

$$g \varepsilon H = u v_1 \cos\alpha - v_2^2 = v_1^2 - v_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

Unverändert gelten auch hier die Beziehungen:

$$\frac{u^2}{2g} = m H \ \ldots (5) \text{ und } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6).$$

Wenn endlich mit b die Breite des Gehäuses am Umfange, mit b_1 und b_2 ($> b_1$) die Breite der Turbinencanäle bezw. am Anfange (aussen) und am Ende (innen), mit z die Zahl und mit s die gleichförmige Dicke der Schaufeln bezeichnet wird, so gelten statt der Gleichungen (9) — (14) im §. 31 bei Abstraction von Wasserverlusten noch die folgenden Gleichungen:

$$2\pi r_1 = z(a_1 + s) \ \ldots (7); \quad 2\pi r_2 = z(a_2 + s) \ \ldots\ldots (8)$$

$$Q = abu \ \ldots (9) = z a_1 b_1 w_1 \ \ldots (10) = z a_2 b_2 w_2 \ \ldots (11).$$

Die ausserdem anzuführende Gleichung

$$Q = 2\pi r_1 b w$$

ist eine Folge der übrigen; denn ihre Verbindung mit (9) und der einen der zwei Gleichungen (2) giebt:

$$\frac{a}{2\pi r_1} = \frac{w}{u} = \sin\alpha$$

identisch mit (1). Die Gleichungen (1) — (11) sind somit 12 Beziehungen zwischen den 19 Elementen:

$$\begin{array}{cccccccccc} m & \alpha & r_1 & r_2 & a & a_1 & a_2 & b & b_1 & b_2 \\ z & s & u & u_2 & v_1 & v_2 & w & w_1 & w_2. & \end{array}$$

Anzunehmen bleiben 7 dieser Elemente oder ebenso viel weitere Beziehungen zwischen ihnen.

Sind Q, H gegeben und wird ε vorbehaltlich nachträglicher Controle angenommen, so ergeben sich z. B. durch die Annahme des Verhältnisses $r_1 : r_2$ die Umfangsgeschwindigkeiten v_1, v_2 aus (4) und (6). Die weitere Annahme des kleinen Winkels α bestimmt u und w durch die Gleichungen (2), dann m durch (5). Zur Bestimmung von r_1, wodurch r_2 mitbestimmt ist, kann von einer gewissen Umlaufzahl

$$n = 9{,}55 \frac{v_1}{r_1}$$

oder von einem erwünschten ungefähren Verhältnisse $\frac{b}{r_1}$ gemäss der Gleichung

$$Q = 2\pi r_1 b w = 2\pi r_1^2 \frac{b}{r_1} w$$

ausgegangen werden. Dann ist a durch (1), b durch (9) bestimmt; auch lassen sich jetzt passende Werthe von z und s annehmen, damit a_1 und a_2 aus (7) und (8) berechnen. Nach der Annahme von b_1 (mit Rücksicht auf die Dicke der Kranzwände und den nöthigen Spielraum zwischen den Seitenwänden des Gehäuses etwas $< b$) findet man w_1 aus (10), und schliesslich nach der Annahme von b_2 auch w_2 aus (11), u_2 aus (3).

Je grösser die Verhältnisse $\frac{r_1}{r_2}$, und $\frac{b_2}{b_1}$ angenommen werden, desto kleiner ergeben sich v_2 und w_2, desto kleiner wird somit u_2. Dabei ist aber mit Rücksicht auf den Abfluss des Wassers, je nachdem derselbe durch eine centrale Oeffnung nur der einen oder auch der anderen Gehäusewand stattfindet, zu verlangen, dass

$$2\pi r_2 b_2 < \pi r_2^2 \text{ bezw. } < 2\pi r_2^2$$

$$b < \frac{r_2}{2} \quad \text{„} \quad < r_2$$

sei. Zur Berücksichtigung von Wasserverlusten wäre φQ statt Q in den Gleichungen (10) und (11) zu setzen.

Das Betriebswasser wirkt in dieser Turbine ungefähr ebenso sehr durch Ueberdruck, wie durch seine Zuflussgeschwindigkeit. Indem nämlich u^2 nur wenig $> v_1^2$, nach (4) also auch

$$u^2 \text{ etwas } > g\varepsilon H$$

ist, folgt $\frac{u^2}{2g}$ etwas $> \frac{\varepsilon H}{2}$, m etwas $> \frac{\varepsilon}{2}$.

§. 45. Aussenschlächtige Druckturbinen. Tangentialrad.

Diese Turbinen sind vorzugsweise als Partialturbinen unter der Bezeichnung „Tangentialräder" (wegen der Kleinheit des Winkels α, unter welchem bei ihnen die Zuflussgeschwindigkeit u gegen den Radumfang geneigt ist) ausgeführt worden. Das Tangentialrad ist eine gelungene Verwirklichung jener (zu Anfange von §. 41 erwähnten) schon 1826 von Poncelet vorgeschlagenen aussenschlächtigen Partialturbine. Das Verdienst ihrer Ausbildung und Einführung in die Praxis (seit 1844) gebührt der Maschinenfabrik von Escher, Wyss & Co. in Zürich, speciell dem damaligen Leiter der betreffenden Abtheilung dieser Fabrik, Herrn Zuppinger.

Die aussenschlächtige empfiehlt sich überhaupt als Druckturbine, insbesondere zu partieller Beaufschlagung durch den Umstand, dass die Schaufelkrümmung an keine einschränkende Bedingung geknüpft ist. Der Normaldruck des an der Schaufel entlang fliessenden Wassers pro Masseneinheit desselben ist nämlich hier, wie aus Fig. 43 (§. 42) ersichtlich ist, falls darin die Richtungen der relativen Geschwindigkeit w und der zusammengesetzten Centrifugalkraft $2\,\omega\, w$ umgekehrt werden,

$$N = \frac{w^2}{\varrho} + 2\,\omega\, w + \omega^2\, x\, cos\, \varphi$$

und könnte, wenn überhaupt, nur gegen das Ende am inneren Radumfange hin zugleich mit $cos\, \varphi$ negativ werden. Aber selbst im Endpunkte, also für

$$x = r_2,\quad \varrho = \varrho_2,\quad w = w_2,\quad \varphi = 180^0 - \delta$$

ist wegen $\omega\, r_2 = v_2$:

$$N = \frac{w_2^{\,2}}{\varrho_2} + \omega\,\left(2\, w_2 - v_2\, cos\, \delta\right)$$

stets positiv, weil $w_2\, cos\, \delta = v_2$, also $w_2 > v_2\, cos\, \delta$ ist.

Dieser Umstand spricht übrigens doch weniger zu Gunsten einer aussenschlächtigen Druckturbine, als die Schwierigkeit der Annahme des ihr zufliessenden Wassers als wesentlicher Nachtheil hervorzuheben ist, indem trotz fehlenden Ueberdruckes ein erheblicher Wasserverlust im Spalt nicht vermieden werden kann, falls nicht die Umdrehungszahl des Rades viel kleiner ist, als sie der Theorie zufolge sein sollte. Der Grund dieser erfahrungsmässigen Thatsache mag theils in dem schädlichen Einflusse der Schaufeldicken, gesteigert durch die Kleinheit der Winkel α, β, und in dem bei Partialturbinen unvermeidlichen Stosse der Schaufeln durch das zufliessende Wasser, theils in der besonders hinderlichen Richtung der Massenkräfte zu suchen sein: siehe Fig. 43, wo bei d die zusammengesetzte Centrifugalkraft entgegengesetzt, also auch auswärts gerichtet ist.

Tangentialräder sind, wie Partialturbinen überhaupt, bei kleinen Wassermengen und grossen Gefällen am Platze, also unter Umständen, unter welchen Vollturbinen oft allzu kleine Durchmesser und zu grosse Umdrehungszahlen erhalten, und wobei zugleich der gebotene Ausguss in die freie Luft einen im Vergleich mit H nur kleinen Gefällverlust H_2 verursacht. Erfahrungsmässig können dann Wirkungsgrade $\eta = 0{,}7$

erreicht werden bei entsprechender Winkelgeschwindigkeit der Turbine und bei voller Oeffnung der (gewöhnlich drei) Leitcanäle des Einlaufs, bezw. jedes der beiden diametral gegenüberliegenden Einläufe. Der hydraulische Wirkungsgrad ε mag $= 0{,}82$ zu setzen sein (entsprechend $\mu = 0{,}06$ und $\varphi = 0{,}927$), die Charakteristik $m = 0{,}9$ wenigstens bei grossen Gefällen H, im Vergleich mit welchen H_1 in Gl. (12), §. 30, nur klein ist. Das Verhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ werde etwas grösser angenommen, als im vorigen Paragraph für Ueberdruckturbinen angegeben wurde, um bei dem kleineren Winkel β die Schaufeln nicht zu sehr krümmen zu müssen, der Winkel δ etwas kleiner, weil hier die der Ausflussgeschwindigkeit u_2 entsprechende lebendige Kraft nicht theilweise für den Effect verwerthbar ist. Z. B. mit

$$\frac{r_1}{r_2} = 1{,}25 \text{ und } \delta = 20^0,$$

wenn ferner mit Rücksicht auf den besprochenen Wasserverlust hier

$$\varphi \frac{kk_1}{k_2} \text{ nur } = 0{,}8$$

und vorläufig, wie es üblich ist, $b_2 = b$ angenommen wird, folgt aus §. 31, Gl. (18)

$$\alpha = 7^0\ 42',$$

dagegen mit $b_2 = 1{,}25\, b$, wie es zur Vergrösserung von α vorzuziehen sein wird,

$$\alpha = 9^0\ 41'.$$

Die Gleichung (8), §. 31, liefert im letzteren Ealle

$$\beta = 17^0\ 49',$$

während aus den Gleichungen (2), (5) und (7) daselbst sich ergiebt:

$$u_2 = v_2\, tg\, \delta = \frac{r_2}{r_1}\, tg\, \delta\, \frac{\varepsilon}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{g H}{2m}}.$$

Der entsprechende verhältnissmässig kleine Werth von

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} = 0{,}016\ H$$

lässt erkennen, dass δ ohne wesentlichen Nachtheil auch etwas grösser zu wählen ist, wodurch zugleich α und β vergrössert werden. Z. B. die Winkel $\alpha = 12^0$, $\beta = 22^0$, $\delta = 25^0$ und die Verhältnisse $\frac{r_1}{r_2} = \frac{b_2}{b} = \frac{5}{4}$ entsprechen den vermuthlich nahe zutreffenden Coefficienten:

$$\varepsilon = 0{,}82 \qquad m = 0{,}904 \qquad \varphi \frac{kk_1}{k_2} = 0{,}832 \text{ und } \frac{u_2^{\,2}}{2g} = 0{,}027\ H.$$

Zur Bestimmung von r_1 gemäss Gl. (1,a) in der Anmerkung zu §. 32 kann $b = 0{,}25\, r_1$ angenommen werden und etwa $p = 4$ bis 6, um so grösser, je mehr es darauf ankommt, r_1 zu vergrössern und die Umlaufzahl n zu verkleinern. Die Schaufelzahl z_1 ist, wie immer bei Partialturbinen (siehe §§. 29, 42), möglichst gross zu machen, etwa gemäss der von Redtenbacher empfohlenen Regel:

$$z_1 = 35 + 50\, r_1.$$

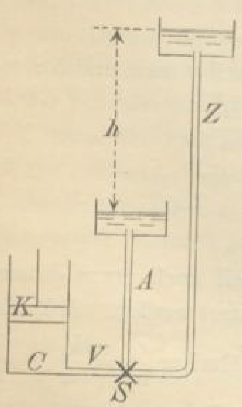
Um so mehr sollten dann die Schaufeldicken thunlichst klein gehalten werden.

IV. Wassersäulenmaschinen.

§. 46. Einleitende Bemerkungen.

Wassersäulenmaschinen sind hydraulische Kraftmaschinen, bei welchen das Betriebswasser unmittelbar durch seinen dem Gefälle entsprechenden Druck und zwar auf einen Kolben wirkt, welcher in einem Cylinder (Treibcylinder) dicht anschliessend beweglich ist. Sie werden vorzugsweise in Bergwerken bei grossen disponiblen Gefällen zur Hebung des Grubenwassers mittelst Pumpen mit lediglich hin- und hergehender Bewegung angewendet, in neuerer Zeit jedoch auch mehr und mehr zu manchen anderen Zwecken und in kleineren Verhältnissen mit rotirender Bewegung. Im ersteren Falle können sie bei verticaler Lage der Treibcylinderaxe einfach- oder doppeltwirkend mit einem Cylinder, auch einfachwirkend mit zwei Cylindern gebaut werden.

Fig. 48.



Die schematische Fig. 48 entspricht einer einfach-wirkenden eincylindrigen Maschine. Darin ist

h das disponible Gefälle = dem Höhenunterschiede des Ober- und des Unterwasserspiegels, woselbst die der Strömungsgeschwindigkeit des Wassers entsprechenden Geschwindigkeitshöhen im Vergleich mit dem hier stets erheblichen Gefälle ausser Betracht bleiben können,

C der Treibcylinder, K der Treibkolben,

Z das Zuflussrohr (Einfallrohr), A das Abflussrohr (Austragerohr) des Betriebswassers, beide zusammenlaufend bei

S, woselbst durch ein Kreuz die **Steuerung** angedeutet ist,

V das **Verbindungsrohr** der letzteren mit dem Treibcylinder.

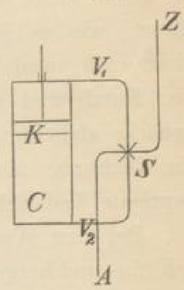
Durch die Steuerung S wird zur Vermittelung des Auf- und Niederganges des belasteten (durch die zugehörige Kolbenstange und eventuell weitere Mechanismen die Nutzleistung verrichtenden) Kolbens K abwechselungsweise V

in Verbindung mit Z, ausser Verbindung mit A,

oder „ „ „ A, „ „ „ Z

gesetzt. Bei der durch die Figur angedeuteten verticalen Stellung des oben offenen Cylinders C ist nur für den Aufgang des Kolbens der Wasserdruck die Triebkraft, für den Niedergang dagegen seine eigene und die Schwere des mit ihm verbundenen Gestänges.

Fig. 49.



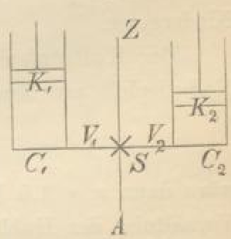
Bei der **doppeltwirkenden Wassersäulenmaschine** wirkt der Wasserdruck auf den Kolben nach beiden Seiten, indem nach dem Schema von Fig. 49 das Betriebswasser vermittels der Steuerung S abwechselungsweise geleitet wird auf den Wegen:

$Z\,S\,V_1\,K$ zufliessend, $K\,V_2\,S\,A$ abfliessend

und $Z\,S\,V_2\,K$ „ $K\,V_1\,S\,A$ „

Die zweicylindrige Wassersäulenmaschine, Fig. 50, ist eine solche Verbindung von zwei einfachwirkenden eincylindrigen Maschinen, dass die in den Cylindern C_1 und C_2 beweglichen Kolben K_1 und K_2 entgegengesetzt gleiche Bewegungen haben, indem sie gelenkartig an die Enden eines zwei- und gleicharmigen Hebels (eines Balanciers) angeschlossen sind. Durch die Steuerung S wird hier das Wasser abwechselnd geleitet auf den Wegen:

Fig. 50.



$Z\,S\,V_1\,K_1$ zufliessend, $K_2\,V_2\,S\,A$ abfliessend

und $Z\,S\,V_2\,K_2$ „ $K_1\,V_1\,S\,A$ „

Der **Treibkolben** ist entweder ein geliederter oder ein Plungerkolben; im letzteren Falle hat die Liederung (allgemein als Abdichtungsvorrichtung verstanden, auch wenn der abdichtende Körper nicht Leder ist) am Cylinder eine feste Lage. Gewöhnlich ist der abdichtende Körper ein Lederstulp, welcher vom Wasser selbst gegen die Wand des Cylinders bezw. gegen die Oberfläche des Plungerkolbens gepresst wird mit einer Kraft, die dem hydrostatischen Drucke proportional ist und somit angemessener Weise gerade in dem Masse wächst, wie das Bedürfniss der

Abdichtung. Bei sehr grossen Gefällen kann dieser sogenannten hydrostatischen Liederung gleichwohl eine andere Abdichtung vorgezogen werden, welche die Pressung des Dichtungsmaterials unabhängig von dem sehr grossen Wasserdrucke zu reguliren gestattet.

Wenn bei einer einfachwirkenden Maschine die Kolbenstange aus dem offenen Ende des Treibcylinders herausragt, wie es in den Figuren 48 und 50 angedeutet ist, so kann sie aus Holz verfertigt sein ohne besondere Bearbeitung. Geht sie aber durch einen Deckel des Cylinders an einem Ende desselben, an welchem das Betriebswasser ein- und ausfliesst, wie es jedenfalls bei doppeltwirkenden Maschinen der Fall ist, aber auch sonst der Fall sein kann, so muss sie von Eisen, überhaupt von Metall und rund abgedreht sein, um sie durch eine Stopfbüchse gehörig abdichten zu können; dieselbe ist gewöhnlich eine Lederbüchse, die Dichtung nämlich durch aufeinander geschichtete und zusammengepresste Lederscheiben hergestellt. —

Bei den Wassersäulenmaschinen des Bergwerksbetriebes mit lediglich hin- und hergehender Bewegung*) pflegt die mittlere Geschwindigkeit v des Treibkolbens nur etwa 0,3 Mtr. pro Sek. zu betragen, indem man übrigens bei einfach wirkenden eincylindrigen Maschinen den mit grösseren Widerständen verbundenen Aufgang des Kolbens zur Mässigung dieser Widerstände oft langsamer stattfinden lässt, als den Niedergang.

Der Kolbenhub s pflegt so bemessen zu werden, dass die Zahl der Kolbenspiele pro Minute = 3 bis 6 ist. Gemäss der Gleichung:

$$n \cdot 2s = 60v \text{ oder } s = \frac{30v}{n}$$

wäre dann $s = 1,5$ bis 3 Mtr. für $v = 0,3$ Mtr. und $n = 6$ bis 3. Das Verhältniss der Hublänge s zum Durchmesser d des Kolbens findet sich zwischen weiten Grenzen verschieden, etwa zwischen 2,5 und 6; denn d ist natürlich von den Umständen des betreffenden Falles abhängig, insbesondere vom disponiblen Aufschlagwasserquantum und vom verlangten gesammten Wasserdrucke auf den Kolben.

Die Weiten des Zufluss- und des Abflussrohrs pflegen zwischen $\frac{1}{2}d$ und $\frac{1}{3}d$ gewählt zu werden, entsprechend mittleren Wassergeschwindigkeiten in diesen Röhren $= 4v$ bis $9v$.

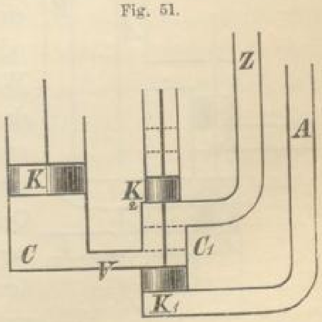
*) Die Theorie dieser Maschinen ist so einfach und besonders von Weisbach in seinem Lehrbuche der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik so genügend behandelt worden, dass hier wenig hinzuzufügen war.

§. 47. Steuerungsarten.

Sehr wesentlich und besonderer Sorgfalt bedürftig ist die Steuerung von Wassersäulenmaschinen. Sie kann als innere und äussere Steuerung unterschieden werden. Jene dient unmittelbar zum wechselsweisen Zulassen und Absperren des Betriebswassers, diese dazu, jene innere Steuerung von der Bewegung der Treibkolbenstange so abhängig zu machen, dass sie selbstthätig zu gehöriger Zeit in Function tritt; diese Abhängigkeit erfordert gewisse Hülfsmittel, welche im folgenden Paragraph besprochen werden. Die hier zunächst in Rede stehende innere Steuerung, bei älteren Maschinen als Hahnsteuerung vorkommend, wurde später vorzugsweise als Kolbensteuerung ausgeführt, während neuere Maschinen auch mit Ventil- und Schiebersteuerungen ausgerüstet sind.

1) Der Steuerhahn hat die gewöhnliche Form eines abgestumpften Kegels und sitzt in einem entsprechend gestalteten, mit Hartmetallfutter ausgerüsteten Gehäuse. Die Bohrungen (Hahnwege) sind verschieden angeordnet je nach der (durch die Figuren 48 bis 50 charakterisirten) Maschinengattung; wenn dabei die Bewegungsrichtungen des Wassers vor und nach dem Durchgange durch den Hahn einen Winkel miteinander bilden, so kann der dadurch bedingte Seitendruck im Sinne der Halbirungslinie dieses Winkels durch einen hydrostatischen Gegendruck infolge besonderer Einrichtung des Hahns (nach Schitko) aufgehoben oder vermindert werden. Möglichste Gleichförmigkeit der Abnutzung wird durch die von Brendel zuerst angewendeten Steuerhähne erzielt, welche nicht hin- und her-, sondern stets in demselben Sinne umgedreht werden.

Fig. 51.



2) Die Einrichtung einer Kolbensteuerung zeigt im Princip Fig. 51 zunächst bei Voraussetzung einer einfach wirkenden eincylindrigen Maschine. In dem Steuercylinder C_1 ist der Steuerkolben K_1 dicht anschliessend beweglich, welcher, indem er von oben durch das Oberwasser, von unten durch das Unterwasser gedrückt wird, zur Gewinnung eines Gegendruckes behufs leichterer Bewegung mit dem Gegenkolben K_2, in einem Fortsatze des Steuercylinders gleichfalls dicht anschliessend beweglich, durch eine Stange verbunden ist. Die in der Figur gezeichnete Lage der Kolbenverbindung

$K_1 K_2$ entspricht dem Einflusse des Betriebswassers in den Treibcylinder C, die punktirt angedeutete Lage, in welcher K_1 sich über dem Verbindungsrohr V, doch nach wie vor unter der Einmündung des Zuflussrohrs Z in den Steuercylinder befindet, entspricht dem Abflusse des Wassers aus C.

Die möglichst vollkommene Entlastung des Steuerkolbens erfordert ein gewisses Verhältniss seines Durchmessers d_1 zum Durchmesser d_2 des Gegenkolbens; dasselbe wird im §. 49 mit Rücksicht auf sonstige dabei in Betracht kommende Umstände besprochen. Einstweilen nur mit Rücksicht auf den hydrostatischen Druck ergiebt es sich durch folgende Ueberlegung. Sind h_1 und h_2 die Höhen bezw. des Ober- und des Unterwasserspiegels über der Unterfläche von K_2, ist e die Entfernung dieser Fläche von der oberen Fläche des Steuerkolbens K_1, sowie k die Höhe des letzteren, endlich δ die Dicke der Verbindungsstange beider Kolben, so ist der resultirende hydrostatische Druck auf dieselben $= 0$, wenn

$$(d_1{}^2 - \delta^2)(h_1 + e) - d_1{}^2(h_2 + e + k) - (d_2{}^2 - \delta^2)h_1 = 0$$

oder mit $h_1 - h_2 = h$, wenn

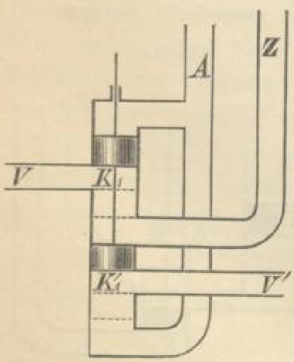
$$d_1{}^2(h - k) - d_2{}^2 h_1 - \delta^2 e = 0$$

ist. Indem hier $\delta^2 e$ verhältnissmässig sehr klein, auch k sehr klein gegen h ist, folgt näherungsweise

$$\frac{d_2}{d_1} = \sqrt{\frac{h}{h_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

wobei das in den Grenzlagen der Kolbenverbindung $K_1 K_2$ etwas verschiedene h_1 als mittlere Höhe des Oberwasserspiegels über der Unterfläche des Gegenkolbens zu verstehen ist.

Fig. 52.



Die Figur 52 lässt im Princip die Kolbensteuerung einer doppeltwirkenden eincylindrigen oder einer einfachwirkenden zweicylindrigen Wassersäulenmaschine erkennen. Dabei ist V das Verbindungsrohr zu dem einen Cylinderende bezw. zu dem einen Cylinder, V' dasselbe zum andern Cylinderende bezw. zum andern Cylinder; die gezeichnete obere Lage der Kolbenverbindung entspricht dem Zuflusse in V und dem Abflusse aus V', die punktirt angedeutete untere Lage dem Zufluss in V' und Abfluss aus V. Von diesen zwei Steuerkolben K_1, $K_1{}^1$ ist hier jeder zugleich der Gegenkolben des anderen. Während die untere Fläche von K_1 sowie die obere von $K_1{}^1$ beständig von der Wassersäule in Z gedrückt werden, sind die gegenüberliegenden Flächen beider Kolben stets dem Drucke der in A befindlichen Wassersäule ausgesetzt, so dass für jeden von ihnen die Differenz der beiderseitigen hydrostatischen Druckhöhen, und zwar für den einen nach oben, für den anderen nach unten $= h$, somit bei gleichen Durchmessern der resultirende hydrostatische Druck auf die Kolbenverbindung nahe = Null ist. Wegen der Dicke des äusseren Theils der Steuerkolbenstange ist, falls der Steuercylinder unter dem Unterwasserspiegel liegt, nur ein kleiner aufwärts gerichteter Druck vorhanden, welchem das Gewicht der Kolbenverbindung entgegenwirkt.

Als Liederung der Steuer- und Gegenkolben wird gewöhnlich eine Packung von übereinander liegenden Lederscheiben angewendet.

Wenn der Steuerkolben K_1, Fig. 51 und Fig. 52, an dem Verbindungsrohre V vorbeigehend, dasselbe abschliesst, ist er von ihm aus einem u. U. sehr bedeutenden Seitendrucke ausgesetzt, welcher aber dadurch fast ganz vermieden werden kann, dass man V um den Steuercylinder herumführt, bezw. letzterem an der Stelle von V eine Erweiterung von gleicher Höhe mit V giebt, von welcher nur einzelne Rippen zur Führung des Kolbens bis zu dessen Oberfläche hervorragen. Damit ferner der Zu- und Abfluss des Betriebswassers in und aus dem Treibcylinder möglichst allmählig abgesperrt werde, giebt man dem Steuerkolben an beiden Seiten conoidisch endigende Ansätze und bringt daselbst auch wohl noch Längsfurchen an, welche gegen die Mitte des Kolbens hin allmählig in dessen cylindrischer Oberfläche verlaufen. Seine Höhe wird bei diesen Anordnungen wesentlich grösser, als die Höhe des Verbindungsrohrs.

Indem durch solche Gestaltung des Steuerkolbens in Verbindung mit angemessen langsamer Bewegung desselben die Durchlassöffnung für das Betriebswasser zu Ende eines Hubes möglichst allmählig verkleinert wird, hat der entsprechend allmählig vergrösserte hydraulische Widerstand eine ebenso allmählige Abnahme oder Zunahme des Drucks im Treibcylinder bezw. zu Ende des Zuflusses oder des Abflusses des Wassers zur Folge, wodurch die lebendige Kraft der mit dem Treibkolben verbundenen Massen allmählig aufgebraucht wird. Gleichwohl kann es sein, dass dies noch nicht vollkommen der Fall ist, wenn der Steuerkolben vollkommen abschliesst, so dass zu Ende des Zuflusses ein leerer Raum von wenn auch nur kleiner Grösse im Cylinder entstehen würde, dessen spätere Wiederausfüllung einen Stoss zur Folge hätte, während ein solcher zu Ende des Abflusses unmittelbar erfolgen müsste. Vollkommen sind solche Stösse dadurch zu verhindern, dass das Verbindungsrohr V mit dem Abflussrohr A durch ein directes (die Steuerung umgehendes) Rohr mit einem von A gegen V sich öffnenden Ventil, mit dem Zuflussrohr Z durch ein zweites Rohr mit einem von V gegen Z sich öffnenden Ventil verbunden wird, so dass Wasser zu Ende des Zuflusshubes aus A in den Treibcylinder, zu Ende des Abflusshubes aus diesem in Z zurücktreten kann.

Zu demselben Zwecke kann auch das Verbindungsrohr V in Communication mit einem Windkessel gesetzt werden, welcher zu Ende des Einflusshubes durch Expansion der eingeschlossenen Luft Wasser hergiebt, zu Ende des Ausflusshubes solches aufnimmt, indem die Luft comprimirt wird. Damit hierbei kein Wasser verloren gehe, nämlich nicht bei Beginn des Zuflusshubes Wasser aus Z in den Windkessel einfliesse, bei Beginn des Abflusshubes Wasser aus ihm durch A ausfliesse, ohne eine nützliche Arbeit verrichtet zu haben, müsste freilich eine bestimmte, dauernd kaum sicher erfüllbare Beziehung zwischen gewissen massgebenden Grössen stattfinden der Art, dass, unter b die Wasserbarometerhöhe nahe $= 10$ Mtr. verstanden, bei Beginn des Zuflusshubes der Luftdruck im Windkessel der ganzen Wasserdruckhöhe $b + h_1$, bei Beginn des Abflusshubes der Druckhöhe $b + h_2$ entspricht. Ist F die wirksame Kolbenfläche und s der Kolbenhub, so muss zu dem Ende vor Allem der Kolben im Augenblicke der Absperrung des zufliessenden Wassers einen ebenso grossen Weg s_1 etwas $< s$ durchlaufen haben, wie bei dem umgekehrten Hube im Augenblicke der Absperrung des abfliessenden Wassers, und ausserdem muss das Luftvolumen $= V_1$ im Windkessel unter der Wasserdruckhöhe $b + h_1$ so gross sein, dass es durch Ausdehnung um das Volumen $= F(s - s_1)$ des aus dem Windkessel in den Treibcylinder ausfliessenden Wassers in

$$V_2 = V_1 \frac{b + h_1}{b + h_2}$$

übergeht, der Druckhöhe $b + h_2$ bei gleicher Temperatur entsprechend, somit auch durch Compression um den Betrag dieses Volumens $= F(s - s_1)$ des am Ende des umgekehrten Hubes in den Windkessel zurückfliessenden Wassers wieder auf V_1 reducirt wird. Die Bedingung dafür ist:

$$V_1 + F(s - s_1) = V_1 \frac{b + h_1}{b + h_2}$$

und folgt daraus

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= F(s - s_1)\frac{b + h_2}{h} \\ V_2 &= V_1 \frac{b + h_1}{b + h_2} = F(s - s_1)\frac{b + h_1}{h} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Die dauernde Erfüllung dieser Bedingungsgleichungen wird dadurch erschwert, dass die Luft aus dem Windkessel unter dem Einflusse des hohen Drucks allmählig verschwindet, indem sie theils durch Poren und undichte Stellen der Kesselwand entweicht, theils und zwar vorzugsweise vom Wasser absorbirt wird. Indem freilich bei der Abnahme von V_1 unter übrigens gleichen Umständen die Druckhöhe der expandirenden Luft kleiner, als $b + h_2$ wird, liesse sich im Princip (abgesehen von praktischen Rücksichten) dem Uebelstande durch ein sich einwärts öffnendes Ventil am Luftraume des Windkessels begegnen, welches, indem es durch die Atmosphäre und durch besondere Mittel der Druckhöhe $b + h_2$ entsprechend im Sinne von aussen nach innen belastet ist, sich öffnet und Luft einströmen lässt, sobald die Druckhöhe innen $< b + h_2$ wird. Bei sehr grossem Gefälle bleibt übrigens die entsprechend grosse Explosionsgefahr des Windkessels ein misslicher Umstand.

Aehnliche Erwägungen in Betreff thunlichster Vermeidung von Stössen, wie die hier im Anschlusse an die vorzugsweise übliche Kolbensteuerung angestellten, gelten auch für andere Steuerungsarten von Wassersäulenmaschinen.

3) Zur Ventilsteuerung einer Wassersäulenmaschine sind an jedem Ende eines Treibcylinders, wo das Wasser ein- und auszufliessen hat, zwei Ventile nöthig, ein Einlass- und ein Auslassventil, von welchen stets das eine offen, das andere geschlossen ist. Beide spielen in verticaler Richtung; behufs Erleichterung dieser Bewegung wird jedes durch die aufwärts reichende Ventilstange mit einem Gegenkolben verbunden, der im betreffenden Steuercylinder anschliessend beweglich ist, und der Raum unter dem Ventilsitz mit dem Raum über dem Gegenkolben durch ein Rohr verbunden. Bei gleichen Durchmessern des Ventils und seines Gegenkolbens ist dann der resultirende hydrostatische Druck auf beide zusammen nahe = Null.

Die Schiebersteuerung einer Wassersäulenmaschine ist derjenigen einer Dampfmaschine im Wesentlichen nachgebildet.

§. 48. Hülfsmittel zur Ergänzung und Sicherung der Steuerungswirkung.

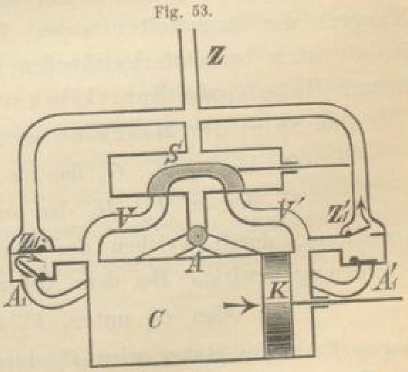
Ausser den im vorigen Paragraph erwähnten Mitteln zur thunlichsten Vermeidung von Kolbenstössen sind zur Sicherung regelrechter Wirksamkeit der Steuerung einer Wassersäulenmaschine im Gegensatze zur Steuerung von Maschinen mit ausdehnsamer Arbeitsflüssigkeit, z. B. von Dampfmaschinen, besondere Hülfsmittel nöthig, gleichfalls zumeist infolge der fast vollkommenen Unabhängigkeit des Wasservolumens vom jeweiligen Drucke. Betrachtet man z. B. die Kolbensteuerung Fig. 51, so ist zu bemerken, dass, wenn gegen Ende der Aufwärtsbewegung des Treibkolbens der durch entsprechende Verbindung mit der Treibkolbenstange gleichfalls aufwärts bewegte Steuerkolben K_1 das Verbindungsrohr V eben abgesperrt hat, dadurch fast augenblicklich (abgesehen von einem etwa vorhandenen, mit V communicirenden Windkessel) der Druck im Treibcylinder auf Null (bezw. auf den kleineren Werth γh_2 im Falle der im §. 47 besprochenen unmittelbaren Verbindung von V mit A) reducirt wird, und somit der aufsteigende Treibkolben K im Wesentlichen nur noch vermöge der lebendigen Kraft der bewegten Massen (und ev. des kleinen Arbeitsvermögens der comprimirten Luft in einem Windkessel) entgegen seiner Belastung sich etwas weiter bewegt, bei seiner kleinen Geschwindigkeit um eine so kleine Strecke, dass sie nicht ausreichen würde, den Steuerkolben K_1 in seine höchste Lage zu bringen, falls auch der zweite Theil der erforderlichen Bewegung des letzteren unmittelbar von der Bewegung des Treibkolbens K abhinge. Bei der umgekehrten Bewegung von K_1 aus der oberen in die untere Grenzlage (wenn der abwärts gehende Treibkolben seine tiefste Lage fast erreicht hat) würde im Augenblicke des Abschlusses von V sofort die Abwärtsbewegung von K und somit auch die weitere Abwärtsbewegung von K_1 vollständig gehemmt und ausserdem ein gefährlicher Stoss durch die in ihrer Bewegung plötzlich aufgehaltenen trägen Massen verursacht werden, oder wenigstens würde (im Falle eines kleinen Windkessels oder der im §. 47 besprochenen unmittelbaren Verbindung von V mit Z) der dann vom Treibkolben noch zurückgelegte Weg wieder zu klein sei, um die Vollendung der Umsteuerung zu vermitteln.

Aehnliche Unzuträglichkeiten wären mit anderen Steuerungsarten von Wassersäulenmaschinen verbunden, wenn sie nicht durch besondere Hülfsmittel beseitigt werden. Dieselben sind verschieden, jenachdem die Maschine eine nur hin- und hergehende oder zugleich eine davon abgeleitete stetig rotirende Bewegung besitzt; in allen Fällen bedarf es aber einer Hülfskraft, um entweder die Bewegung des Steuerungskörpers zu vollenden, nachdem sie durch die unmittelbare Wirkung des Treibkolbens gegen Ende eines Hubes desselben nur eingeleitet worden ist, oder um (bei rotirender Bewegung) die letzte kleine Strecke des Treibkolbenhubes zu ermöglichen.

1) Hat die Maschine ausser der hin- und hergehenden zugleich

eine stetig rotirende Bewegung, was nur bei doppeltwirkenden Maschinen passend und ohne Schwierigkeit ausführbar ist, so wird die fragliche Hülfskraft durch die lebendige Kraft eines Schwungrades dargeboten. Sind dabei die Bewegungen des Steuerkörpers, des Schwungrades und des Treibkolbens K so von einander abhängig gemacht, dass die Bewegung von K erst in dem Augenblicke jeweils sich umkehren kann und muss, in welchem die Umsteuerung vollendet ist, d. h. der Steuerkörper die der umgekehrten Bewegung von K entsprechende neue Lage erreicht hat, so muss, weil schon vorher die der noch andauernden Bewegung von K entsprechende Bewegung des Wassers vom Zuflussrohre Z in den Treibcylinder C, oder von diesem in das Abflussrohr A unterbrochen worden war, der letzte Theil der Bewegung von K durch die lebendige Kraft des Schwungrades vermittelt und ausserdem Vorkehrung getroffen werden, dass diese Bewegung von K trotz der Unterbrechung der ihr entsprechenden Bewegung des unausdehnsamen und unzusammendrückbaren Wassers möglich ist. Das geschieht besonders hier zweckmässig auf die schon im vorigen Paragraph erwähnte Weise, nämlich dadurch, dass das betreffende Ende des Treibcylinders C oder das zugehörige Verbindungsrohr V durch ein besonderes Rohr, in welchem ein einwärts sich öffnendes Ventil A_1 befindlich ist, mit A, und durch ein zweites Rohr mit einem auswärts sich öffnenden Ventil Z_1 mit Z verbunden wird. Wenn nun K in solchem Sinne in Bewegung begriffen ist, dass das Betriebswasser aus Z in C einströmt, so öffnet sich in dem Augenblicke, in welchem diese Zuströmung gegen Ende des Hubes gehemmt wird, das Ventil A_1 und lässt Wasser aus A nach C hinter dem Kolben K zurückströmen, bis dieser am Ende des Hubes angekommen ist; bei der umgekehrten Bewegung von K tritt gegen Ende des Hubes der Rest des vor K in C befindlichen Wassers durch Z_1 in Z zurück.

Fig. 53.



Sofern die Maschine doppeltwirkend ist, müssen beide Enden des Treibcylinders C, bezw. die betreffenden Verbindungsröhren V durch solche zwei mit Ventilen ausgerüstete Röhren mit A und Z verbunden werden. Fig. 53 zeigt die Disposition einer solchen Einrichtung für eine doppeltwirkende Maschine mit liegendem Cylinder und mit

Schiebersteuerung. K ist fast am Ende des Weges von links nach rechts; der Steuerschieber S ist in der Mitte seines Weges von rechts nach links und schliesst augenblicklich beide Verbindungscanäle V, V^1 von Z und von A ab. Von dieser Zeit an bis zum Ende des Hubes fliesst hinter dem Kolben K Wasser aus A durch A_1 zu, während das vor ihm befindliche Wasser durch $Z_1{}^1$ nach Z zurückgetrieben wird.

2) Bei lediglich hin- und hergehender Bewegung, z. B. zur Hebung von Grubenwasser, pflegt die Maschine einfach wirkend, ihre Steuerung eine Kolben- oder Ventilsteuerung zu sein. In einem solchen Falle, also bei dem Fehlen einer stetig rotirenden Bewegung und somit eines Schwungrades, muss die durch die Treibkolbenstange eingeleitete Umsteuerung vollendet werden, während der Treibkolben K ruht, und die dazu dienende Hülfskraft ist entweder ein Gewicht (bezw. eine dasselbe vertretende Feder) oder der Wasserdruck vermittels einer Hülfswassersäulenmaschine.

a) Die Gewichtsteuerung ist besonders in Verbindung mit Steuerventilen geeignet. Gegen Ende eines Kolbenhubes wird das eine der beiden Ventile, welches bis dahin offen war und mit V_1 bezeichnet sei, durch den Druck eines an der Treibkolbenstange befindlichen Knaggens gegen einen Hebel geschlossen. Sobald dies geschehen, ist auch K zur Ruhe gekommen, gleichzeitig aber die Hemmung eines Gewichtes ausgelöst worden, durch dessen Niedersinken das andere, bis dahin geschlossene Ventil V_2 geöffnet wird, worauf dann die neue Kolbenbewegung beginnt; jenes Gewicht war zu Ende des vorigen Kolbenhubes gehoben worden gleichzeitig mit der Schliessung des Ventils V_2 durch einen anderen Knaggen der Steuerkolbenstange. Die dazu dienende äussere Steuerung ist die auch bei einfachwirkenden Dampfmaschinen gebräuchliche sogenannte Hebel- oder Sperrklinkensteuerung.

Das Spiel der Maschine ist also folgendes, wenn

G_1 das zu V_1, G_2 das zu V_2 gehörige Hülfsgewicht,

H_1 den zu V_1, H_2 den zu V_2 gehörigen Hebel

bezeichnet, durch welchen der Druck des betreffenden Knaggens die Schliessung bewirkt. Bei dem Aufgange von K ist

V_1 offen, G_1 unten, V_2 geschlossen, G_2 gehoben.

Gegen Ende des Hubes wird V_1 durch H_1 geschlossen, G_1 gehoben und die Hemmung von G_2 ausgelöst; während dann K ruht, sinkt G_2 nieder und hebt V_2. Bei dem Niedergange des Treibkolbens ist also

V_1 geschlossen, G_1 gehoben, V_2 offen, G_2 unten

Gegen Ende des Hubes wird V_2 durch H_2 geschlossen, G_2 gehoben und die Hemmung von G_1 gelöst, wodurch G_1 niedersinkt und V_1 öffnet.

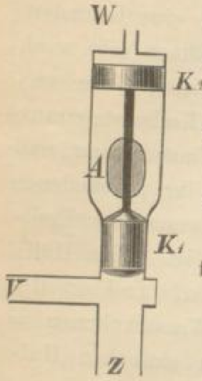
b) Eine Hülfswassersäulenmaschine pflegt zur Umsteuerung angewendet zu werden, wenn die Hauptmaschine mit Kolbensteuerung versehen ist. Die Hülfsmaschine, deren Treibkolben als Hülfskolben bezeichnet werde, ist dabei doppeltwirkend, wenn sie eine besondere Maschine für sich und nicht etwa, wie sogleich zu erwähnen sein wird, mit dem Steuercylinder der Hauptmaschine in eigenthümlicher Weise vereinigt ist. Ihre eigene Steuerung kann selbst wieder eine Kolbensteuerung oder auch von anderer Art sein; jedenfalls muss ihre Umsteuerung, und zwar durch die Wirkung der in gewisser Weise mit ihr verbundenen Treibkolbenstange der Hauptmaschine vollendet sein, wenn der Treibkolben der letzteren am Ende seines Hubes angelangt ist. Eine Hülfswassersäulenmaschine erfordert stets einen gewissen Aufwand an Betriebswasser, und zwar für jede Umsteuerung ein Wasservolumen = dem von der wirksamen Hülfskolbenfläche bei einem einfachen Hube durchlaufenen Volumen.

Bei Maschinen neuerer Construction ist nach dem Muster der Reichenbach'schen Maschinen in Baiern der Hülfskolben mit dem Steuer- und Gegenkolben der Hauptmaschine in einem Cylinder, dem Steuercylinder enthalten, welcher somit zu gleicher Zeit die Rolle des Treibcylinders der Hülfsmaschine übernimmt; von den genannten drei Kolben (Dreikolbensteuersystem) wird selbst zuweilen noch einer erspart, indem der Gegenkolben zugleich als Hülfskolben dient (Zweikolbensteuersystem). In allen diesen Fällen ist die Hülfsmaschine einfachwirkend, d. h. der Hülfskolben wird nur bei der Bewegung in einem Sinne von dem aus Z zufliessenden Druckwasser getrieben; ein Steuerwasserverbrauch = dem bei einem einfachen Hube des Hülfskolbens durchlaufenen Volumen reicht deshalb hier für eine zweimalige Umsteuerung, d. h. für ein ganzes Spiel der Maschine aus. Indessen liegt der Vorzug fraglicher Einrichtung nicht sowohl in diesem Umstande, als vielmehr in der constructiven Einfachheit, weil der Hülfskolben, wenigstens im Falle des Zweikolbensystems, entsprechend grösser gemacht werden muss.

§. 49. Kolbengrösse und Steuerwassermenge einer zugleich als Hülfsmaschine dienenden Kolbensteuerung.

Die im vorigen Paragraph zuletzt besprochene bei neueren Maschinen vorzugsweise angewendete Kolbensteuerung, welche zugleich als Hülfswassersäulenmaschine zur nöthigen Ergänzung der Steuerungswirkung dienen soll, erfordert zur Sicherung solcher regelrechter Wirkung ausserdem gewisse Grössen der Durchmesser ihrer 2, bezw. 3 Kolben, welche wie folgt ermittelt werden können.

Fig. 54.



1) Das Zweikolbensteuersystem ist schematisch durch Fig. 54 dargestellt, worin bei Voraussetzung verticaler Stellung des Steuercylinders

V den zum Treibcylinder führenden Verbindungscanal,

Z die Einmündung des Zuflussrohrs in den Steuercylinder,

A die Ausmündung aus letzterem in das Abflussrohr,

K_1 den Steuerkolben,

K_2 den Gegen- und Hülfskolben,

W ein oberhalb K_2 vom Steuercylinder ausgehendes engeres Rohr bedeutet, welches je nach der Stellung der Hülfssteuerung (vermittelt gegen Ende eines Treibkolbenhubes durch einen Knaggen der Treibkolbenstange) den Steuercylinder über K_2 entweder mit dem Zuflussrohre Z oder mit dem Abflussrohre A in Communication setzt.

Jenachdem K_1 sich über oder unter dem Canal V befindet, fliesst das Betriebswasser aus Z in den Treibcylinder oder aus diesem nach A. Um diese Lagen von K_1 abwechselnd herbeizuführen, ist die Kolbenverbindung wechselsweise aufwärts und abwärts zu bewegen dadurch, dass W bezw. mit dem Unterwasser (mit A) oder mit dem Oberwasser (mit Z) in Communication gesetzt wird. Es handelt sich um die Durchmesser d_1 und d_2, welche bezw. den Kolben K_1 und K_2 gegeben werden müssen, um jene Bewegungen gerade möglich zu machen mit Rücksicht zugleich auf den Reibungswiderstand $= R$, welcher die Bewegung der Kolbenverbindung im Steuercylinder erschwert, sowie auf ihr Gewicht $= G$. Abgesehen werde dagegen von der Dicke der Stange, durch welche die Kolben verbunden sind, während auch die Höhe des Kolbensystems und sein Hub im Vergleich mit der Wasserdruckhöhe so klein zu sein pflegen, dass letztere für alle Punkte von K_1 K_2, welche zugleich vom Oberwasser oder zugleich vom Unterwasser gedrückt werden, gleich gross zu setzen ist, und zwar bei jeder Lage von K_1 K_2. Die somit einzuführenden Druckhöhen des Oberwassers $= h_1$ und des Unterwassers $= h_2$ überall im Steuercylinder sind dann zu verstehen als Höhen bezw.

des Ober- und des Unterwasserspiegels über einem mittleren Punkte der Kolbenverbindung $K_1 K_2$ bei mittlerer Höhenlage derselben.

Ist W mit Z in Communication, so wirkt die überschüssige Druckhöhe $h = h_1 - h_2$ auf K_1 von unten nach oben, auf K_2 von oben nach unten. Dem Gleichgewicht der Kräfte an dem hinabgehenden Kolben entspricht also die Gleichung:

$$\frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2) h\gamma + G = R \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Communicirt dagegen W mit A, so ist beiderseits von K_2 die Druckhöhe $= h_2$, das Gleichgewicht der Kräfte an dem hinaufgehenden Kolben folglich ausgedrückt durch die Gleichung:

$$\frac{\pi}{4} d_1^2 h\gamma - G = R \ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

vorausgesetzt, dass die Reibung im einen und anderen Sinne gleich gross ist. Dieselbe wächst offenbar im Verhältnisse der Durchmesser; wird sie ausserdem proportional h gesetzt, indem, wenn die Liederung auch nicht hydrostatisch, es doch nöthig ist, dass ein um so dichterer Abschluss durch sie gewährt wird, je grösser h, setzt man also etwa

$$R = \varrho \frac{\pi}{4}(d_1 + d_2) h\gamma \ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

so können die Gleichungen (1) und (2) wie folgt geschrieben werden:

$$d_2^2 - d_1^2 + \frac{4G}{\pi h\gamma} = \varrho(d_1 + d_2) \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$d_1^2 - \frac{4G}{\pi h\gamma} = \varrho(d_1 + d_2) \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Wird vorläufig $G = 0$ gesetzt, was mit um so kleinerem Fehler geschehen kann, je grösser h ist, so folgt aus (4) und (5):

$$d_2 = d_1 \sqrt{2}$$

und damit aus (4) durch Division mit $d_1 + d_2$:

$$d_2 - d_1 = (\sqrt{2} - 1) d_1 = \varrho$$

$$d_1 = (\sqrt{2} + 1)\varrho, \text{ also } d_2 = (2 + \sqrt{2})\varrho \ldots\ldots (6).$$

Setzt man jetzt

$$\frac{4G}{\pi h\gamma} = x \ldots\ldots\ldots\ldots (7),$$

so folgt aus (4) und (5):

$$d_2^2 = 2 d_1^2 - 2x, \text{ angenähert } d_2 = d_1\sqrt{2} - \frac{x}{d_1\sqrt{2}}$$

oder, wenn hier in dem untergeordneten Gliede mit x für d_1 der Näherungswerth nach (6) gesetzt wird,

$$d_2 = d_1\sqrt{2} - \frac{x}{(2+\sqrt{2})\varrho} = d_1\sqrt{2} - \frac{2-\sqrt{2}}{2\varrho}x \quad \ldots \quad (8).$$

Hiermit ergiebt sich aus (4):

$$d_2 - d_1 = (\sqrt{2}-1)d_1 - \frac{2-\sqrt{2}}{2\varrho}x = \varrho - \frac{x}{d_1+d_2}$$

oder, weil nach (6) angenähert

$$\frac{1}{d_1+d_2} = \frac{1}{(3+2\sqrt{2})\varrho} = \frac{3-2\sqrt{2}}{\varrho},$$

$$(\sqrt{2}-1)d_1 = \varrho + \frac{x}{2\varrho}(2-\sqrt{2}-6+4\sqrt{2}) = \varrho + \frac{3\sqrt{2}-4}{2\varrho}x$$

$$d_1 = (\sqrt{2}+1)\varrho + \frac{2-\sqrt{2}}{2\varrho}x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9).$$

Aus (8) und (9) folgt dann

$$d_2 = (2+\sqrt{2})\varrho + \frac{3\sqrt{2}-4}{2\varrho}x \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Durch Beobachtungen an bestehenden Maschinen wurde $\varrho = 0{,}032$ gefunden. Zu grösserer Sicherheit und mit Rücksicht auf die mehr oder weniger zufällige und veränderliche (mit der Zeit durch Abnutzung der Lederscheiben ohne Zweifel abnehmende) Grösse der Reibung ist es aber vorzuziehn, ϱ etwas grösser anzunehmen; zu thunlichster Verkleinerung der hydraulischen Widerstände beim Durchflusse des Wassers durch den Steuercylinder ist es auch rathsam, d_1 nicht viel kleiner zu machen, als den Durchmesser des Zuflussrohrs Z. Um dann trotz übermässiger Grösse von d_1 und d_2 einen sanften Gang der Steuerung zu sichern, dienen Stellhähne in den Verbindungscanälen von W mit Z und A, wodurch die Druckhöhe oberhalb K_2 beim Niedergange der Kolbenverbindung beliebig $< h_1$, beim Aufgange beliebig $> h_2$ gemacht werden kann.

Wird etwa $\varrho = 0{,}04$ angenommen und nach (7)

$$x = \frac{4G}{\pi h \gamma} = 0{,}00127\frac{G}{h}$$

eingesetzt, so ergiebt sich aus (9) und (10) nahe:

$$d_1 = 0{,}1 + 0{,}009\frac{G}{h};\quad d_2 = 0{,}14 + 0{,}004\frac{G}{h}\ \text{Mtr.}$$

Mit $\varrho = 0{,}05$ wird

$$d_1 = 0{,}125 + 0{,}007\,\frac{G}{h}:\ d_2 = 0{,}175 + 0{,}003\,\frac{G}{h}\ \text{Mtr.}$$

Wird d_1 angenommen, so ist nach Obigem angenähert

$$d_2 = d_1\sqrt{2} - \frac{x}{d_1\sqrt{2}} = d_1\sqrt{2} - \frac{0{,}00127}{d_1\sqrt{2}}\,\frac{G}{h} \quad \ldots\ldots \quad (8, a).$$

zu machen. Dabei ist

G in Kgr., h in Mtr. ausgedrückt

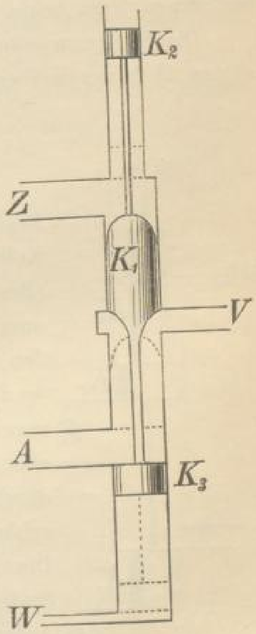
vorausgesetzt.

Die erforderliche Steuerwassermenge für ein ganzes Spiel der Maschine ist:

$$q = \frac{\pi}{4}\,d_2^{\,2}\,s_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11),$$

unter s_1 den Hub von $K_1\,K_2$ verstanden.

Fig. 55.



2) Das Dreikolbensteuersystem wird auf verschiedene Weise ausgeführt; Fig. 55 zeigt die Einrichtung bei einer Clausthaler eincylindrigen einfachwirkenden Maschine. Während Z, A, V, W die obigen Bedeutungen haben, auch K_1 der Steuerkolben ist, sind der Gegenkolben K_2 und der Hülfskolben K_3 getrennt durch Stangen mit K_1 verbunden. Die Druckhöhe (Ueberdruckhöhe) ist beständig oberhalb $K_1 = h_1$, unterhalb $= h_2$, oberhalb $K_2 = 0$ wegen Communication mit der äusseren Luft, unterhalb $= h_1$, oberhalb $K_3 = h_2$, unterhalb $= h_1$ oder $= h_2$, jenachdem W (durch die Wirkung der Hülfssteuerung) mit Z oder mit A communicirt. Sind die Durchmesser der Kolben K_1, K_2, K_3 bezw. $= d_1$, d_2, d_3, so entspricht mit obigen Bedeutungen von G und R dem Niedergange des Kolbensystems (W in Verbindung mit A) die Gleichung:

$$\frac{\pi}{4}\,d_1^{\,2} h\gamma - \frac{\pi}{4}\,d_2^{\,2} h_1\gamma + G = R$$

und dem Aufgange (W in Verbindung mit Z):

$$-\frac{\pi}{4}\,d_1^{\,2} h\gamma + \frac{\pi}{4}\,d_2^{\,2} h_1\gamma + \frac{\pi}{4}\,d_3^{\,2} h\gamma - G = R,$$

welche Gleichungen mit

$$R = \varrho \frac{\pi}{4}(d_1 + d_2 + d_3) h \gamma$$

auch geschrieben werden können:

$$d_1^2 - \frac{h_1}{h} d_2^2 + \frac{4G}{\pi h \gamma} = \varrho (d_1 + d_2 + d_3)$$

$$-d_1^2 + \frac{h_1}{h} d_2^2 + d_3^2 - \frac{4G}{\pi h \gamma} = \varrho (d_1 + d_2 + d_3)$$

oder auch zu ersetzen sind durch die daraus abgeleiteten Gleichungen:

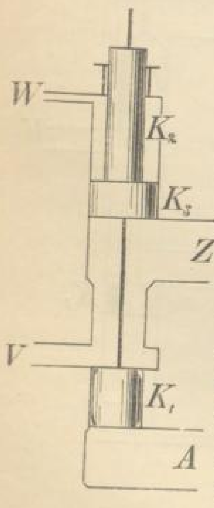
$$\left.\begin{array}{l} d_3^2 = 2\varrho (d_1 + d_2 + d_3) \\ d_3^2 = 2\left(d_1^2 - \frac{h_1}{h} d_2^2\right) + \frac{8G}{\pi h \gamma} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (12).$$

Man kann hier einen der 3 Durchmesser willkürlich wählen, insbesondere d_1 nahe = der Weite des Zuflussrohrs Z, dann durch Probiren d_2 so bestimmen, dass beide Gleichungen denselben Werth von d_3 ergeben.

Die Steuerwassermenge pro Spiel der Maschine ist, wenn wieder s_1 den Hub des Kolbensystems bedeutet,

$$q = \frac{\pi}{4} d_3^2 s_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13).$$

Fig. 56.



Eine andere, mehr gedrungene Ausführung des Dreikolbensystems zeigt Fig. 56 bei tiefster Lage der Kolben, entsprechend einer Maschine zu Huelgoat (Bretagne). Gegenkolben und Hülfskolben sind hier unmittelbar (ohne Stange) verbunden. Denkt man den hohlen Plungerkolben K_2 (äusserer Durchmesser $= d_2$) bis zur Unterfläche des Kolbens K_3 (Durchmesser $= d_3$) sich erstreckend, so wird er beständig ebenso, wie der Kolben K_2 in Fig. 55, von unten durch das Oberwasser, von oben durch die Atmosphäre gedrückt; er ist als Gegenkolben zu betrachten. Die Kolbenfläche, welche für den Niedergang des Systems der resultirenden Druckhöhe Null, für den Aufgang der von unten wirkenden Ueberdruckhöhe h ausgesetzt wird, ist aber hier nicht, wie im Falle von Fig. 55, eine volle Kreisfläche $= \frac{\pi}{4} d_3^2$, sondern die Ringfläche $= \frac{\pi}{4}(d_3^2 - d_2^2)$ infolge der Verbindung von W mit Z oder A, so dass diese Ringfläche hier als Hülfskolbenfläche zu betrachten ist. Wegen im Uebrigen ganz entsprechender Umstände ergeben sich die Bestimmungsgleichungen der

Kolbendurchmesser sowie auch die Steuerwassermenge q aus (12) und (13) durch Substitution von

$$d_3^2 - d_2^2 \text{ für } d_3^2.$$

Die Kolbensteuerung Fig. 52 (§. 47) einer zweicylindrigen (oder auch doppeltwirkenden) Maschine kann zur Hülfsmaschine ergänzt werden, indem der Steuercylinder nach oben verlängert, und in dieser (oben geschlossenen) Verlängerung ein anschliessender dritter Kolben als Hülfskolben K_3 so mit den Steuerkolben K_1, K_1^1 verbunden wird, dass er sich beständig oberhalb der Einmündung des Abflussrohrs A befindet, dass somit die Druckhöhe an seiner Unterfläche beständig $= h_2$ ist, während sie oberhalb K_3 dadurch abwechselnd $= h_1$ und $= h_2$ wird, dass ein in die Verlängerung des Steuercylinders hier einmündendes engeres Rohr W durch die Hülfssteuerung abwechselnd mit Z und mit A in Communication gesetzt wird. Sind also d_1, d_2, d_3 hier die Durchmesser der Kolben K_1, K_1^1, K_3, so entsprechen mit Rücksicht darauf, dass die Druckhöhe an den einander zugekehrten Seiten der Steuerkolben K_1, K_1^1 stets $= h_1$, an den anderen Seiten $= h_2$ ist, dem Niedergange (W in Verbindung mit Z) und dem Aufgange (W in Verbindung mit A) des Kolbensystems die Gleichungen:

$$\frac{\pi}{4}(-d_1^2 + d_2^2 + d_3^2)h\gamma + G = R$$

$$\frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)h\gamma - G = R$$

oder mit $R = \varrho\frac{\pi}{4}(d_1 + d_2 + d_3)h\gamma$:

$$-d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \frac{4G}{\pi h\gamma} = \varrho(d_1 + d_2 + d_3)$$

$$d_1^2 - d_2^2 - \frac{4G}{\pi h\gamma} = \varrho(d_1 + d_2 + d_3)$$

oder auch die daraus folgenden Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} d_3^2 &= 2\varrho(d_1 + d_2 + d_3) \\ d_3^2 &= 2(d_1^2 - d_2^2) - \frac{8G}{\pi h\gamma} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (14).$$

Von den Steuerkolben K_1 und K_1^1 erhält letzterer den kleineren Durchmesser d_2; wird dieser nahe = der Weite des Zuflussrohrs angenommen, so sind d_1 und d_3 durch die Gleichungen (14) bestimmt. Gl. (13) ergiebt auch hier die Steuerwassermenge.

Indem letztere in allen Fällen proportional s_1 ist und, wenn a die

Höhe des gewöhnlich rechteckigen Querschnittes des Verbindungsrohrs V, a_1 die Höhe des Steuerkolbens K_1 bedeutet,

$$s_1 \text{ wenigstens } = a + a_1 \text{ nahe } = 4\,a \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

sein muss, ist a möglichst klein, zu dem Ende die Breite des Verbindungsrohrs möglichst gross = der Weite d des Treibcylinders zu nehmen. Dann ist a passend so zu bemessen, dass der Querschnitt $= a\,d$ von V nahe = dem Querschnitte des Steuerkolbens und des Zuflussrohrs wird.

§. 50. Regulirung des Ganges einer Wassersäulenmaschine.

Wenn mit dem Hin- und Hergange des Treibkolbens der Auf- und Niedergang eines Gestänges verbunden ist, so pflegt durch dessen Gewicht eine so erhebliche Vergrösserung des Widerstandes beim Aufgange, der Triebkraft beim Niedergange bedingt zu sein, dass eine doppeltwirkende Maschine mit für jeden einfachen Hub des Treibkolbens gleich grosser hydraulischer Triebkraft nicht am Platze wäre. Selbst in dem hier gewöhnlichen Falle einer einfachwirkenden Maschine mit verticalem Treibcylinder, wobei nur der Aufgang des mit dem Gestänge verbundenen Treibkolbens durch den Wasserdruck bewirkt wird, pflegt es zur Regulirung des Ganges nöthig zu werden, von dem Gesammtgewicht $= G$ jener Gestängemasse einen Theil $= X$ durch ein Gegengewicht aufzuheben, insbesondere mit Hülfe eines Balanciers, nämlich eines um horizontaler Axe schwingenden zweiarmigen Hebels, der am einen Ende gelenkig mit dem Gestänge verbunden, am anderen durch Gewichte beschwert ist. Ist dann

F die wirksame Treibkolbenfläche,

h_1 die Höhe des Oberwasserspiegels,

h_2 die Höhe des Unterwasserspiegels über dem Treibkolben in dessen mittlerer Höhenlage,

w_1 die mittlere hydraulische Widerstandshöhe für die Bewegung des Wassers vom Zuflussbehälter bis in den Treibcylinder,

w_2 die entsprechende mittlere Widerstandshöhe für den Abfluss des Betriebswassers aus dem Cylinder,

R die Reibung des Treibkolbens, einschliesslich der übrigen auf den Treibkolben reducirten Reibungen und Nebenwiderstände, und zwar R_1 für den Aufgang, R_2 für den Niedergang,

P der mittlere Nutzwiderstand des Gestänges, und zwar P_1 für den Aufgang, P_2 für den Niedergang, so ist die Bedingung dafür, dass die Bewegung im betreffenden Sinne (mit der Geschwindigkeit, welcher die vorausgesetzten Nebenwiderstände entsprechen) gerade möglich ist, ohne dass dem Gestänge zu Ende des Hubes eine lebendige Kraft verbleibt, welche durch Stoss vernichtet werden müsste, für den Aufgang:

$$\gamma F(h_1 - w_1) - (G - X) - R_1 = P_1 \quad \ldots \ldots \ldots (1),$$

für den Niedergang:

$$-\gamma F(h_2 + w_2) + (G - X) - R_2 = P_2 \quad \ldots \ldots \ldots (2).$$

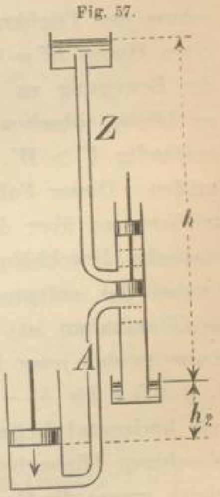
Wenn die dem Auf- und Niedergange zusammen entsprechende, durch Summirung von (1) und (2) entstehende Gleichung:

$$\gamma F(h - w_1 - w_2) - R_1 - R_2 = P_1 + P_2 \quad \ldots \ldots \ldots (3)$$

erfüllt ist (durch Regulirung insbesondere von P_1 und P_2), so kann X (die Belastung des Balanciers) einer der Gleichungen (1), (2) entsprechend gewählt werden, womit dann auch die andere erfüllt ist.

Sofern übrigens nicht h_1 und h_2 einzeln gegeben zu sein pflegen, sondern nur ihre Differenz $h = h_1 - h_2$, kann auch $X = 0$ gesetzt und h_2 nach (2) bestimmt werden, um den Druck der Unterwassersäule auf den Treibkolben als Gegengewicht zu benutzen. Bei der entsprechenden als hydraulischer Balancier bezeichneten Einrichtung ist die doppelte Rohrführung für die Höhe h_2 gemäss Fig. 57 zu ersparen durch Anordnung der Steuerung nahe in der Höhe des Unterwasserspiegels. Der grösseren Einfachheit dieses hydraulischen Balanciers steht freilich der Vortheil des Gewichts-Balanciers gegenüber, bezüglich seiner ausgleichenden Wirkung durch Aenderung der Belastung beliebig regulirt werden zu können.

Fig. 57.



Bei einer zweicylindrigen Maschine ist die Ausgleichung schon dadurch herbeigeführt, dass die gleichbelasteten Treibkolbenstangen durch einen Balancier verbunden sind, der sie zu stets entgegengesetzt gleicher Bewegung nöthigt. —

Die Umstände, durch welche die Erfüllung der Gleichungen (1) und (2) bedingt ist, können der Aenderung unterworfen sein, insbesondere die Nutzwiderstände P_1, P_2. Mit Rücksicht darauf sind zur Regulirung des Ganges noch Stellhähne (bezw. Ventile oder Schieber) im Zufluss- und Abflussrohr nöthig, welche dann freilich, um sowohl der Vergrösserung, als der Verkleinerung von P_1, P_2 Rechnung tragen zu können, stets mehr oder weniger geschlossen sein, also Arbeit als solche vernichten (w_1 und w_2 vergrössern) müssen. Wären nicht sowohl P_1 und P_2 selbst, als vielmehr die Arbeiten dieser Widerstände pro Kolbenspiel veränderlich, so würde die Maschine besser bei ganz geöffneten Stellvorrichtungen in Z und A durch Aenderung des Kolbenhubes s (durch Verstellung der Knaggen an der Treibkolbenstange) regulirt werden, oder im Falle der Veränderlichkeit jener Arbeiten pro Sekunde durch entsprechende Aenderung der Kolbengeschwindigkeit. Von den Stellhähnen zur Regulirung der Steuerung wurde schon im vorigen Paragraph gesprochen. —

Schliesslich werde darauf aufmerksam gemacht, dass die vorausgesetzte und übliche verticale Stellung des Treibcylinders der einfachwirkenden Maschine mit Zu- und Abfluss des Betriebswassers unter dem Kolben bei constanten oder wenig veränderlichen Nutzwiderständen P_1 und P_2 insofern am besten ist, als es dadurch allein möglich wird, dass die vom Ruhezustande aus beginnenden Kolbenhübe auch mit allmählig bis Null abnehmender Geschwindigkeit aufhören, ohne Stoss und ohne besondere Vorkehrungen. Bezeichnet nämlich W den auf das Gestänge reducirten hydraulischen Widerstand, U den Ueberschuss der Triebkraft über die übrigen Widerstände, so ist zu Anfang eines Hubes $W = 0$, und muss natürlich U positiv sein, um den Beginn der Bewegung zu ermöglichen. Nähme nun U während des Hubes zu, so bliebe, obschon W mit zunehmender Geschwindigkeit wächst, doch beständig $U > W$, die Geschwindigkeit bis zu Ende im Zunehmen begriffen. Dieser Fall fände statt, wenn bei verticalem Cylinder das Betriebswasser über dem Kolben zu- und abflösse, indem dann die hydrostatische Druckhöhe an der wirksamen Kolbenfläche bei dem Zuflusse (wobei der entsprechende hydrostatische Druck auf den Kolben positiv in U enthalten ist) von $h_1 - 0{,}5\,s$ bis $h_1 + 0{,}5\,s$ zunähme, bei dem Abflusse (wobei jener hydrostatische Druck negativ in U enthalten ist) von $h_2 + 0{,}5\,s$ bis $h_2 - 0{,}5\,s$ abnähme. Bei einfach wirkenden Maschinen mit horizontal liegendem Treibcylinder und immer bei doppeltwirkenden Maschinen bliebe bei constantem Nutzwiderstande während des Hubes U gleich gross; die Geschwindigkeit würde dann bis zu einer der Gleichung $W = U$ entsprechenden Grösse wachsen, darauf bis zu Ende des Hubes unverändert bleiben. Nur wenn bei verticaler Stellung des Cylinders einer einfachwirkenden Maschine das Betriebswasser unter dem Kolben zu- und abfliesst, nimmt bei constantem Nutzwiderstande während des Hubes U ab, indem die hydrostatische Druckhöhe an der wirksamen

Kolbenfläche beim Zuflusse von $h_1 + 0{,}5\,s$ bis $h_1 - 0{,}5\,s$ abnimmt, beim Abflusse von $h_2 - 0{,}5\,s$ bis $h_2 + 0{,}5\,s$ zunimmt; es ist dann möglich, die Verhältnisse so zu bestimmen, dass die anfangs zunehmende, später abnehmende Kolbengeschwindigkeit zu Ende des Hubes wieder $= 0$ wird, ohne Stoss und ohne dass Wasser aus dem Abflussrohre zurückgesaugt oder in das Zuflussrohr zurückgedrückt werden müsste, überhaupt ohne besondere Vorkehrungen. Jedenfalls erreicht dann der Kolben mit dem Gestänge seine grösste Geschwindigkeit etwas vor der Mitte des Hubes; die Strecken $= x_1$ und $= x_2$, um welche es bezw. beim Aufgange und beim Niedergange des Kolbens der Fall ist, sind, wenn w' und w'' die den Maximalgeschwindigkeiten entsprechenden hydraulischen Widerstandshöhen bedeuten, analog Gl. (1) und (2) bestimmt durch die Gleichungen:

$$\gamma F(h_1 + x_1 - w') - (G - X) - R_1 = P_1$$
$$-\gamma F(h_2 - x_2 + w'') + (G - X) - R_2 = P_2.$$

Die Vergleichung mit (1) und (2) ergiebt:

$$x_1 = w^1 - w_1 \text{ und } x_2 = w^1 - w_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

Die beim Aufgange des Kolbens bis zum Augenblicke seiner grössten Geschwindigkeit von $h_1 + 0{,}5\,s$ bis $h_1 + x_1$ gleichmässig abnehmende hydrostatische Druckhöhe ist im Mittel

$$= h_1 + \frac{0{,}5\,s + x_1}{2},$$

also die mittlere hydraulische Druckhöhe, wenn $w_1{}^1$ die entsprechende mittlere hydraulische Widerstandshöhe bedeutet,

$$= h_1 - w_1{}^1 + \frac{0{,}5\,s + x_1}{2}.$$

Ein Theil $= h_1 - w_1$ derselben entspricht nach Gl. (1) dem Wasserdrucke auf den Kolben, welcher mit den constanten Widerständen im Gleichgewicht ist; die Arbeit, welche der überschüssige Druck auf dem Wege $= 0{,}5\,s - x_1$ verrichtet, nämlich

$$\gamma F\left(w_1 - w_1{}^1 + \frac{0{,}5\,s + x_1}{2}\right)(0{,}5\,s - x_1) = L \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

dient zur Erzeugung der grössten Geschwindigkeit des Gestänges und ist $=$ der entsprechenden lebendigen Kraft L aller bewegten Massen. Wird in dieser Gleichung $x_1 = w^1 - w_1$ nach (4) eingesetzt, ferner

$$w_1 = \frac{1}{s}\int_0^s w\,dz \text{ und } w_1{}^1 = \frac{1}{0{,}5\,s - x_1}\int_0^{0{,}5\,s - x_1} w\,dz \quad \ldots\ldots \quad (6),$$

unter z einen vom Anfange des Hubes an gerechneten beliebigen Kolbenweg und unter w die entsprechende augenblickliche hydraulische Widerstandshöhe verstanden, so kann, da w sich als Function der augenblicklichen Kolbengeschwindigkeit ausdrücken lässt (siehe den folgenden Paragraph), ebenso w^1 als Function der grössten Kolbengeschwindigkeit v^1, durch welche auch L bestimmt ist, die Gleichung (5) dazu dienen, v^1 oder s der Forderung gemäss zu bestimmen, jenachdem s oder v^1 ausser den übrigen dabei in Betracht kommenden Elementen gegeben ist oder angenommen wird.

Analog wäre bezüglich auf den Niedergang des Gestänges zu verfahren. Freilich ist es fraglich, ob die solcher Weise zu ermittelnden Werthe von v^1 oder s den sonstigen Anforderungen passend entsprechen, und ob es nicht vorzuziehen ist, den Stössen zu Ende der Hübe durch besondere Vorkehrungen, wie sie im Vorhergehenden besprochen wurden, zu begegnen. Wenigstens braucht das aber in dem hier in Rede stehenden Falle nur in geringerem Masse, als unter anderen Umständen, zu geschehen.

§. 51. Nutzeffect und Wirkungsgrad von Wassersäulenmaschinen.

Für eine einfachwirkende Maschine und bei Voraussetzung des Meters als Längeneinheit sei

F die wirksame Fläche, d der Durchmesser, s die Hublänge, v die mittlere Geschwindigkeit des Treibkolbens,

n die Anzahl der Kolbenspiele pro Minute,

d_1 die Weite, l_1 die Länge der Zuflussröhre, v_1 die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in derselben,

d_2 die Weite, l_2 die Länge der Abflussröhre, v_2 die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in ihr,

h_1 die Höhe des Oberwasserspiegels, h_2 die Höhe des Unterwasserspiegels über der gedrückten Kolbenfläche in ihrer mittleren Lage,

$h = h_1 - h_2$ das disponible Gefälle,

Q das Aufschlagwasserquantum, d. h. die im Ganzen pro Sek. verbrauchte Betriebswassermenge in Cubikmtr.,

Q_1 der Theil desselben, welcher durch eine vorhandene Hülfsmaschine zur Steuerung verbraucht wird, also

$$Q - Q_1 = \frac{nFs}{60} \text{ und } Q_1 = \frac{nq}{60} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

wo q gemäss §. 49 zu beurtheilen ist. Sind ferner im Durchschnitt

w_1 und w_2 die gesammten hydraulischen Widerstandshöhen bezw. des zufliessenden und des abfliessenden Wassers,

$R_1 = \gamma F k_1$ und $R_2 = \gamma F k_2$ bezw. für den Zufluss und Abfluss die auf den Treibkolben bezogenen übrigen Nebenwiderstände, so ist die Nutzarbeit für ein Kolbenspiel:

$$A = \gamma F (h_1 - k_1 - w_1) s - \gamma F (h_2 + k_2 + w_2) s$$
$$= \gamma F s (h - k_1 - k_2 - w_1 - w_2) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2),$$

also der Nutzeffect = der Nutzarbeit pro Sek. mit Rücksicht auf (1):

$$\varepsilon = \frac{n A}{60} = \gamma (Q - Q_1)(h - k_1 - k_2 - w_1 - w_2) \quad \ldots \ldots (3),$$

während der absolute Effect $E_0 = \gamma Q h$ ist. Daraus folgt der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{E}{E_0} = \left(1 - \frac{Q_1}{Q}\right)\left(1 - \frac{k_1 + k_2 + w_1 + w_2}{h}\right) \quad \ldots \ldots (4).$$

Von den nicht hydraulischen Nebenwiderständen ist die Reibung des Treibkolbens von so vorwiegender Erheblichkeit, dass bei genügend reichlicher Schätzung derselben die anderen dieser Nebenwiderstände unberücksichtigt bleiben können, ausser etwa dem durch eine Gewichtssteuerung bedingten Arbeitsaufwande. Im Falle einer solchen mag der Einfluss des betreffenden Arbeitsaufwandes auf η demjenigen des Steuerwasserbedarfs im Falle einer Hülfsmaschine zum Betriebe der Steuerung nahe gleich geachtet werden. Zu reichlicher Schätzung der Kolbenreibung ist man schon durch die Unsicherheit der Grundlagen zu ihrer Beurtheilung veranlasst. Indem diese Reibung bei Voraussetzung der üblichen hydrostatischen oder Manschettenliederung in einer cylindrischen Ringfläche vom Umfange πd und von einer gewissen Breite b stattfindet, und sofern bei grösserer Druckhöhe der Einfluss des der Ledermanschette eigenthümlichen Spannungszustandes verhältnissmässig unerheblich sein wird, kann, unter μ den betreffenden Reibungscoefficient verstanden,

$$R_1 = \gamma F k_1 = \gamma \frac{\pi d^2}{4} k_1 = \mu \gamma \pi d b (h_1 - w_1)$$

$$R_2 = \gamma F k_2 = \gamma \frac{\pi d^2}{4} k_2 = \mu \gamma \pi d b (h_2 + w_2)$$

gesetzt werden, also mit der Bezeichnung

$$\varrho = 4 \mu \frac{b}{d} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

$$k_1 = \varrho (h_1 - w_1) \text{ und } k_2 = \varrho (h_2 + w_2) \quad \ldots \ldots \ldots (6).$$

Der Coefficient μ wird sehr verschieden angegeben. Neueren Bestimmungen ist einstweilen mit Sicherheit nur zu entnehmen, dass die bisher übliche Annahme $\mu = 0{,}25$ nach Morin zu gross, dass vielmehr $\mu = 0{,}2$ selbst zum Zwecke der hier beabsichtigten reichlichen Schätzung ausreichend ist. Es wäre dann

$$\varrho = 0{,}08 \text{ bis } 0{,}12 \text{ mit } \frac{b}{d} = 0{,}1 \text{ bis } 0{,}15 \quad \ldots\ldots\ldots (7).$$

Die hydraulischen Widerstände sind bedingt 1) durch den allgemeinen Leitungswiderstand, 2) durch die Trägheit des Wassers, 3) durch Richtungs- und Querschnittsänderungen auf dem Wege des Betriebswassers.

1) Dem allgemeinen Leitungswiderstande entspricht die Widerstandshöhe

$$\left.\begin{array}{ll} \text{im Zuflussrohre:} & x_1 = \lambda \dfrac{l_1}{d_1} \dfrac{v_1^2}{2g} = \lambda \dfrac{l_1}{d_1} \left(\dfrac{d}{d_1}\right)^4 \dfrac{v^2}{2g} \\ \text{im Abflussrohre:} & x_2 = \lambda \dfrac{l_2}{d_2} \dfrac{v_2^2}{2g} = \lambda \dfrac{l_2}{d_2} \left(\dfrac{d}{d_2}\right)^4 \dfrac{v^2}{2g} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (8),$$

wobei $\lambda = 0{,}025$ gesetzt werden kann.

2) Die Trägheit des Wassers betreffend ist zunächst zu bemerken, dass der Zufluss desselben in den Treibcylinder zwar gegen Ende des Hubes, aber noch während der Bewegung des Treibkolbens unterbrochen wird, so dass ein Theil der mittleren lebendigen Kraft des in der Zuflussröhre enthaltenen Wassers

$$= \gamma F \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 l_1 \frac{v_1^2}{2g} = \gamma F l_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 \frac{v^2}{2g}$$

für den Antrieb des Treibkolbens verloren geht. Setzt man diesen Arbeitsverlust = jener ganzen mittleren lebendigen Kraft, und die entsprechende Widerstandshöhe $= y_1$, so ist

$$\gamma F l_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 \frac{v^2}{2g} = \gamma F y_1 s,$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{also} & y_1 = \dfrac{l_1}{s} \left(\dfrac{d}{d_1}\right)^2 \dfrac{v^2}{2g} \\ \text{und entsprechend} & y_2 = \dfrac{l_2}{s} \left(\dfrac{d}{d_2}\right)^2 \dfrac{v^2}{2g} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (9)$$

mit Rücksicht auf die lebendige Kraft, welche zu Ende der umgekehrten Kolbenbewegung das im Abflussrohre enthaltene Wasser im Augenblick der Absperrung besitzt, und welche ihm durch den Treibkolben zuvor hatte mitgetheilt werden müssen.

Zum Einfliessen des Betriebswassers in den Treibcylinder muss zwar ausserdem der ganzen Wasserfüllung $= Fs$ Cubikmtr. im Zuflussrohre die Geschwindigkeit v_1 durchschnittlich ertheilt werden, allein dieselbe kommt zum Theil dem Antrieb des Kolbens wieder zugut als entsprechende Vergrösserung der hydraulischen Druckhöhe im Treibcylinder im Betrage

$$\frac{(v_1 - v)\, v}{g} \text{ (§. 29, Anmerkung, Gl. a),}$$

so dass sie unberücksichtigt bleiben mag, nachdem y_1 und y_2 gemäss (9) jedenfalls zu gross geschätzt worden sind. Bei der umgekehrten Kolbenbewegung entweicht freilich die Wasserfüllung des Cylinders durch das Abflussrohr mit einer ganz verlorenen mittleren lebendigen Kraft

$$\gamma F s \frac{v_2^2}{2g} = \gamma F s \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \frac{v^2}{2g}, \text{ welche } = \gamma F y_3 s$$

gesetzt, die fernere Widerstandshöhe

$$y_3 = \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \frac{v^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

ergiebt, deren Verhältniss zu y_2 durchaus nicht klein zu sein braucht.

Diese Trägheitswiderstände können wesentlich vermindert und zugleich die schädlichen Stösse in Folge plötzlicher Hemmung der Wasserbewegung in den Röhren vermieden werden durch Windkessel, mit welchen sie (insbesondere die Zuflussröhre) nahe ihren Einmündungen in den Steuercylinder communiciren.

3) Richtungs- und Querschnittsänderungen finden theils im Zufluss- und Abflussrohre selbst, theils auf dem Wege vom Zuflussrohr durch die Steuerung in den Cylinder und aus diesem durch die Steuerung in das Abflussrohr statt. Bezogen auf die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 seien für den Zufluss bezw. Abfluss die den ersteren Widerständen entsprechenden Widerstandscoefficienten $= \eta_1$ und η_2, die den letzteren entsprechenden $= \vartheta_1$ und ϑ_2, so dass dann die betreffenden Widerstandshöhen sind:

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= (\eta_1 + \vartheta_1)\frac{v_1^2}{2g} = (\eta_1 + \vartheta_1)\left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \frac{v^2}{2g} \\ z_2 &= (\eta_2 + \vartheta_2)\frac{v_2^2}{2g} = (\eta_2 + \vartheta_2)\left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \frac{v^2}{2g} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (11).$$

Bei der Beurtheilung von η_1 und η_2 können plötzliche Richtungsänderungen um 90^0 mit je einer Einheit in Rechnung gebracht werden, Rohrkrümmungen dagegen in der Regel unberücksichtigt bleiben, wenn sie nicht in zu grosser Zahl und mit kleinen Krümmungshalbmessern vorkommen. Vorzugsweise werden η_1 und η_2 durch die **Regulirungsvorrichtungen** (Stellhähne u. s. w.) bedingt, je nach deren Stellung diese Coefficienten sehr verschieden sein können.

Was ϑ_1 und ϑ_2 betrifft, so ist im Falle einer Kolbensteuerung durch besondere Versuche (Weisbach's Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, II. Theil, 4. Aufl., S. 745) der Widerstandscoefficient, bezogen auf die Geschwindigkeit im Steuercylinder (Durchmesser $= d_3$) für den Uebergang des Wassers

aus dem Steuercylinder in das Verbindungsrohr $= 5$,
aus dem Verbindungsrohr in den Steuercylinder $= 34{,}5$

gefunden worden, ferner, bezogen auf die Geschwindigkeit v des Treibkolbens, für die Bewegung

aus dem Verbindungsrohr in den Treibcylinder $= 31$,
aus dem Treibcylinder in das Verbindungsrohr $= 26$.

Hiernach wäre
$$\left\{\begin{aligned}\vartheta_1 &= 5\left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4 + 31\left(\frac{d_1}{d}\right)^4\\ \vartheta_2 &= 34{,}5\left(\frac{d_2}{d_3}\right)^4 + 26\left(\frac{d_2}{d}\right)^4\end{aligned}\right.$$

insbesondere z. B. nahezu $\vartheta_1 = 7$ und $\vartheta_2 = 36$

$$\text{mit } \frac{d_1}{d_3} = \frac{d_2}{d_3} = 1 \text{ und } \frac{d_1}{d} = \frac{d_2}{d} = \frac{1}{2}.$$

Für die meisten Fälle erscheinen übrigens diese Werthe von ϑ_1 und besonders von ϑ_2 übermässig gross, und lässt sich vielmehr annehmen, dass bei angemessenen Querschnittsverhältnissen diese Coefficienten kaum > 3 geschätzt zu werden brauchen, 3 scharfen Richtungsveränderungen um je 90^0 entsprechend.

Setzt man endlich

$$\left.\begin{aligned}w_1 &= x_1 + y_1 + z_1 = \varsigma_1\left(\frac{d}{d_1}\right)^4\frac{v^2}{2g}\\ \text{und } w_2 &= x_2 + y_2 + y_3 + z_2 = \varsigma_2\left(\frac{d}{d_2}\right)^4\frac{v^2}{2g}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (12),$$

so folgt aus (8), (9), (10) und (11):

$$\left.\begin{aligned}\varsigma_1 &= \lambda\frac{l_1}{d_1} + \frac{l_1}{s}\left(\frac{d_1}{d}\right)^2 + \eta_1 + \vartheta_1\\ \varsigma_2 &= \lambda\frac{l_2}{d_2} + \frac{l_2}{s}\left(\frac{d_2}{d}\right)^2 + 1 + \eta_2 + \vartheta_2\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (13).$$

Die Hublänge s, die mittlere Kolbengeschwindigkeit v, die Zeit eines

Kolbenspiels $= t$ Sekunden und die Anzahl der Kolbenspiele pro Minute $= n$ stehen in den Beziehungen:

$$t = \frac{60}{n} \text{ und } v = \frac{2s}{t} = \frac{ns}{30} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14).$$

Die Zeiten t_1 und t_2 der einfachen Hübe, welche bezw. dem Zufluss des Wasser in den Treibcylinder und dem Abfluss entsprechen, können übrigens bei einer einfachwirkenden Maschine verschieden gross sein, folglich auch die betreffenden mittleren Kolbengeschwindigkeiten

$$\left.\begin{array}{l} = \dfrac{s}{t_1} = \dfrac{vt}{2t_1} = \varphi_1 v \text{ mit } \varphi_1 = \dfrac{t}{2t_1} \\ \text{und } = \dfrac{s}{t_2} = \dfrac{vt}{2t_2} = \varphi_2 v \text{ mit } \varphi_2 = \dfrac{t}{2t_2} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (15).$$

In den Ausdrücken (12) von w_1 und w_2 sind dann auch diese Geschwindigkeiten $\varphi_1 v$ und $\varphi_2 v$ für v zu setzen:

$$w_1 = \varphi_1^2 \varsigma_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \frac{v^2}{2g}; \quad w_2 = \varphi_2^2 \varsigma_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \frac{v^2}{2g} \quad \ldots\ldots \quad (16).$$

Um die Zeiten t_1, t_2 oder die Verhältnisszahlen φ_1, φ_2 so zu bestimmen, dass der Wirkungsgrad η möglichst gross ist, kann man bemerken, dass derselbe nach (4) mit Rücksicht auf (6) um so grösser ist, je kleiner

$$k_1 + k_2 + w_1 + w_2 = \varrho(h_1 + h_2) + (1 - \varrho) w_1 + (1 + \varrho) w_2,$$

also je kleiner mit Rücksicht auf (16) die Function

$$f = \frac{(1-\varrho)\varphi_1^2 \varsigma_1}{d_1^4} + \frac{(1+\varrho)\varphi_2^2 \varsigma_2}{d_2^4} = a_1 \varphi_1^2 + a_2 \varphi_2^2$$

ist, wo zur Abkürzung

$$a_1 = \frac{(1-\varrho)\varsigma_1}{d_1^4} \quad \text{und } a_2 = \frac{(1+\varrho)\varsigma_2}{d_2^4}$$

gesetzt wurde. Während die Function f, jenachdem $a_1 \gtreqless a_2$ ist, um so grösser wäre, je mehr bezw. $\varphi_1 \gtreqless \varphi_2$ ist, entspricht ihr Minimum dem $=$ Null gesetzten Differential, also der Gleichung:

$$a_1 \varphi_1 \, d\varphi_1 + a_2 \varphi_2 \, d\varphi_2 = a_1 \varphi_1^3 \frac{d\varphi_1}{\varphi_1^2} + a_2 \varphi_2^3 \frac{d\varphi_2}{\varphi_2^2} = 0$$

oder, weil nach (15)

$$\frac{1}{\varphi_1} + \frac{1}{\varphi_2} = 2\frac{t_1 + t_2}{t} = 2, \quad \text{also } \frac{d\varphi_1}{\varphi_1^2} + \frac{d\varphi_2}{\varphi_2^2} = 0$$

ist, der Gleichung:

$$a_1 \varphi_1{}^3 - a_2 \varphi_2{}^3 = 0, \text{ woraus } \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \sqrt[3]{\frac{a_2}{a_1}}$$

folgt, somit

$$2 = \frac{1}{\varphi_1} + \frac{1}{\varphi_2} = \frac{1}{\varphi_1}\left(1 + \frac{\varphi_1}{\varphi_2}\right) = \frac{1}{\varphi_1}\left(1 + \sqrt[3]{\frac{a_2}{a_1}}\right)$$

und schliesslich

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt[3]{\frac{a_2}{a_1}}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt[3]{\frac{1+\varrho}{1-\varrho}\,\frac{\varsigma_2}{\varsigma_1}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4}\right) \\ \varphi_2 = \varphi_1 \sqrt[3]{\frac{a_1}{a_2}} &= \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt[3]{\frac{a_1}{a_2}}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt[3]{\frac{1-\varrho}{1+\varrho}\,\frac{\varsigma_1}{\varsigma_2}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4}\right) \end{aligned}\right\} (17).$$

Durch φ_1 und φ_2 sind nach (15) auch

$$t_1 = \frac{t}{2\varphi_1} \text{ und } t_2 = \frac{t}{2\varphi_2}$$

bestimmt. Wäre

$$\frac{d_1}{d_2} = \sqrt[4]{\frac{1-\varrho}{1+\varrho}\,\frac{\varsigma_1}{\varsigma_2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18),$$

so ergäbe sich $\varphi_1 = \varphi_2 = 1$, also $t_1 = t_2 = \frac{t}{2}$.

Zur Berechnung des Wirkungsgrades η mit gegebenen oder angenommenen Werthen von

$$h \quad h_1 \quad h_2 \quad n \quad v \quad s \quad d \quad l_1 \quad d_1 \quad l_2 \quad d_2$$

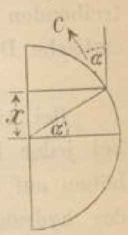
wären ς_1 und ς_2 aus (13), dann φ_1 und φ_2 aus (17), w_1 und w_2 aus (16), k_1 und k_2 aus (6) zu bestimmen, wonach sich η aus (4) ergiebt, nachdem auch noch die Steuerwassermenge q aus den bezüglichen Dimensionen, damit Q und Q_1 aus (1) ermittelt worden sind.

Die Regulirung der Zeiten t_1 und t_2 geschieht am besten durch Aenderuug der Belastung eines Gegengewichtsbalanciers (§. 50), wodurch die Ueberwucht (überschüssige bewegende Kraft) für den einen Hub ebenso viel vergrössert, wie für den anderen verkleinert, fragliche Zeit also für jenen verkleinert, für diesen vergrössert wird. Ist ein solcher Balancier nicht vorhanden, so kann es durch Stellungsänderung der Regulirungsvorrichtung im Zu- oder Abflussrohre geschehen; allein die Engerstellung einer solchen ist mit einem Arbeitsverluste verbunden, der den Arbeitsgewinn in Folge der Verbesserung des Zeitverhältnisses $t_1 : t_2$ wesentlich vermindern oder ganz aufwiegen könnte.

Schliesslich ist es nun aber noch wichtig zu bemerken, dass die Ausdrücke (12), bezw. (16) der mittleren hydraulischen Widerstandshöhen w_1 und w_2 insofern einer Correction bedürftig sind, als in denselben v^2 den Mittelwerth des Quadrats der Kolbengeschwindigkeit bedeuten sollte, welcher vom Quadrat der gemäss (14) bestimmten mittleren Geschwindigkeit v des Treibkolbens u. U. sehr verschieden sein kann.

Bewegte sich z. B. der Kolben bei mittlerer Geschwindigkeit v so, wie es bei einer doppeltwirkenden Maschine mit schwerem Schwungrade der Fall wäre, nämlich nahe so, wie ein Punkt im Durchmesser $s = 2r$ eines Kreises sich bewegt als Projection eines anderen Punktes, welcher die Peripherie dieses Kreises mit der constanten Geschwindigkeit

Fig. 58.



$$c = \frac{\pi}{2} v$$

durchläuft, so wäre die Geschwindigkeit des Kolbens, nachdem er die Mitte des Hubes um $x = r \sin\alpha$ überschritten hat (siehe Fig. 58), $= c\cos\alpha$, und ihr Differentialquotient nach der Zeit, d. i. die Beschleunigung

$$\varphi = -c \sin\alpha \frac{d\alpha}{dt} = -\text{Const.}\, x \quad \ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

bei Voraussetzung constanter Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\alpha}{dt}$. Das mittlere Geschwindigkeitsquadrat wäre dann

$$= \frac{1}{2r}\int_{-r}^{r}(c\cos\alpha)^2\,dx = \frac{c^2}{2r}\int_{-r}^{r}\left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right)dx$$

$$= \frac{c^2}{2r}\left(2r - \frac{2r}{3}\right) = \frac{2}{3}c^2 = \frac{\pi^2}{6}v^2 = 1{,}645\, v^2,$$

also der Correctionsfactor, mit welchem die Ausdrücke (12), bezw. (16) von w_1 und w_2 noch multiplicirt werden müssten, $= \frac{\pi^2}{6} = 1{,}645.$

Näherungsweise ebenso ist das Bewegungsgesetz des Kolbens einer einfachwirkenden Maschine mit verticalem Treibcylinder, wenn das Betriebswasser unter dem Kolben zu- und abfliesst und die Geschwindigkeit desselben ohne besondere Vorkehrungen allmählig bis Null zu Ende jedes Hubes abnimmt (§. 50). Denn dann entspricht dem Kolbenwege x, gerechnet von der Mitte des Hubes im Sinne desselben,

für den Aufgang die treibende Druckhöhe $h_1 - x$,

für den Niedergang die widerstehende Druckhöhe $h_2 + x$,

also, sofern h_1 bezw. h_2 als näherungsweise mit den Widerständen im Gleichgewicht zu betrachten ist, in beiden Fällen eine Beschleunigung von der Ausdrucksform (19). Der Correctionsfactor von v^2 in den Ausdrücken von w_1 und w_2 braucht deshalb in solchem Falle nur wenig $> 1{,}645$ gewählt zu werden.

Noch weniger ist dies nöthig unter übrigens gleichen Umständen im Falle einer zweicylindrigen einfachwirkenden Maschine. Denn massgebend ist dann der Ueberschuss der den aufsteigenden Kolben treibenden über die dem niedergehenden Widerstand leistende hydrostatische Druckhöhe:

$$(h_1 - x) - (h_2 + x) = h - 2x.$$

Bei einer doppeltwirkenden Maschine ohne Schwungrad ist bei jeder Lage des Cylinders die Differenz der hydrostatischen Druckhöhen auf beiden Seiten des Kolbens $= h$; abgesehen von der Zunahme des hydraulischen Widerstandes mit der Geschwindigkeit und bei Voraussetzung constanter Grösse der übrigen Widerstände wäre also hier die Beschleunigung des Kolbens constant, seine Geschwindigkeit während eines einfachen Hubes gleichmässig wachsend von 0 bis $2v$, und weil das Geschwindigkeitsquadrat dem vom Anfange des Hubes an durchlaufenen Wege z proportional wäre, würde sich das mittlere Quadrat der Kolbengeschwindigkeit

$$= \frac{1}{s}\int_0^s \frac{z}{s}(2v)^2 . dz = \frac{4v^2}{s^2} . \frac{s^2}{2} = 2v^2$$

ergeben, der fragliche Correctionsfactor folglich $= 2$.

Ebenso ungünstig wäre bei einer einfachwirkenden Maschine die horizontale Lage der Treibcylinderaxe, noch ungünstiger der Zu- und Abfluss des Wassers über dem Kolben bei verticaler Axe. In dem gewöhnlichen Falle einer einfachwirkenden Maschine mit Zu- und Abfluss des Wassers unter dem vertical auf- und niedergehenden Kolben wird es aber voraussichtlich genügend sein, den Correctionsfactor von v^2 in den Ausdrücken von w_1 und w_2 durchschnittlich etwa $= 1{,}8$ anzunehmen.

Beispielsweise sei in solchem Falle

$$h = 55,\quad h_1 = 70,\quad h_2 = 15,\quad l_1 = 80,\quad l_2 = 20$$

$$v = 0{,}3 \text{ und } d = 0{,}75$$

$$d_1 = d_2 = 0{,}3, \text{ also } v_1 = v_2 = 6{,}25\,v = 1{,}875$$

$$s = 2, \text{ entsprechend } n = \frac{30\,v}{s} = 4{,}5.$$

Dann ist nach (1): $Q - Q_1 = \frac{n F s}{60} = 0{,}0663.$

Die Steuerung entspreche der Figur 54, §. 49; zur Bestimmung ihrer Verhältnisse, insoweit sie den Steuerwasserverbrauch bedingen, werde die Höhe des rechteckigen Verbindungscanals zwischen Steuer- und Treibcylinder:

$$a = \frac{1}{d} \cdot \frac{\pi}{4} d_1^2 = 0,094$$

und demgemäss der Hub der Steuerkolbenverbindung zu

$$s_1 = 0,4 \text{ Mtr.}$$

angenommen. Bei Schätzung des Gewichtes dieses Kolbensystems zu $G = 150$ Kgr. und bei der Annahme des im §. 49 mit ϱ bezeichneten Coefficienten $= 0,04$ brauchte nach Gl. (9) und (10) jenes Paragraphen der Durchmesser

des Steuerkolbens nur 0,124 Mtr.,

des Gegen- und Hülfskolbens nur 0,151 Mtr.

zu betragen; um jedoch ersteren den Durchmessern d_1 und d_2 anzunähern, werde er $= 0,25$ und dann der Durchmesser des Gegen- und Hülfskolbens gemäss Gl. (8, a) daselbst $= 0,35$ angenommen, so dass der Steuerwasserbedarf pro Spiel:

$$q = \frac{\pi}{4}(0,35)^2 . s_1 = 0,0385 \text{ Cubikmtr.,}$$

pro Sekunde:

$$Q_1 = \frac{n\,q}{60} = 0,0029$$

und somit der ganze Wasserverbrauch pro Sekunde:

$$Q = 0,0663 + Q_1 = 0,0692$$

sich ergiebt, dabei

$$\frac{Q_1}{Q} = 0,042$$

und der absolute Effect in Pferdestärken:

$$N_0 = \frac{E_0}{75} = \frac{1000}{75} . 0,0692 . 55 = 50,7.$$

Nach Gl. (13) wäre nun, wenn angenommen wird.

$$\lambda = 0,025,\ \eta_1 + \vartheta_1 = 3,\ \eta_2 + \vartheta_2 = 4:$$

$$\varsigma_1 = 16 \text{ und } \varsigma_2 = 8,$$

damit nach (17) bei der Annahme $\varrho = 0,08$ (Gl. 7):

$$\varphi_1 = 0,919 \text{ und } \varphi_2 = 1,097$$

sowie gemäss (16) nach der Multiplication mit einem Correctionsfactor $= 1,8$:

$$w_1 = 4,37 \text{ und } w_2 = 3,10$$

Aus (6) folgt dann $k_1 = 5{,}25$ und $k_2 = 1{,}45$, so dass sich $k_1 + k_2 + w_1 + w_2 = 14{,}2$ ergiebt und endlich nach (4) der Wirkungsgrad

$$\eta = (1 - 0{,}042)\left(1 - \frac{14{,}2}{55}\right) = 0{,}71$$

abgesehen von zusätzlichen Widerständen der Regulirungsvorrichtungen in der Zu- und Abflussröhre.

Aus den wenigen zuverlässigen Beobachtungen an Wassersäulenmaschinen, welche in Bergwerken (Clausthal, Freiberg) bei disponiblen Gefällen von 100 bis 200 Mtr. und darüber und $n = 3$ bis 4 Spielen pro Minute zur Wasserhebung mittelst Pumpen dienen, ist auf einen wesentlich grösseren Wirkungsgrad zu schliessen. Aus diesen Beobachtungen ergab sich zwar unmittelbar nur der resultirende Wirkungsgrad der ganzen Maschinenanlage, nämlich

$$\eta' = \frac{Q'h'}{Qh},$$

unter Q' das pro Sek. auf die Höhe h' geförderte Wasservolumen verstanden. Indem aber mit vermuthlich unerheblichem Fehler der ganze Arbeitsverlust ($= 1 - \eta'$ pro aufgewendete Arbeitseinheit) zur Hälfte der Kraftmaschine (der Wassersäulenmaschine), zur Hälfte der Arbeitsmaschine (den Pumpen) zugeschrieben wurde, ergab sich

$$\eta = 1 - \frac{1 - \eta'}{2} = \frac{1 + \eta'}{2}.$$

Bei vollständiger Oeffnung der Regulirungsvorrichtungen (nöthigenfalls verbunden mit Vergrösserung von h' oder Verkleinerung von h, um gleichwohl den normalen Gang zu erzielen) wurde

$$\eta' = 0{,}66 - 0{,}70, \text{ also } \eta = 0{,}83 - 0{,}85$$

gefunden. Bei der Berechnung von η in ähnlichen Fällen wird theils der Correctionsfactor von v^2 in den Ausdrücken von w_1 und w_2 etwas $< 1{,}8$ anzunehmen sein, theils der Coefficient ϱ (Gl. 7) noch etwas kleiner, als es bei obigem Beispiele geschehen ist, besonders wenn dabei die hydrostatische Manschettenliederung durch eine unabhängig von der Druckhöhe regulirbare Stopfbüchsendichtung ersetzt wird, wie es bei sehr grossen Druckhöhen passend ist. Uebrigens fallen auch die nach Obigem berechneten Wirkungsgrade bei grösseren Gefällen schon deshalb grösser aus, weil der durch die Steuerung verursachte Effectverlust und zum Theil die hydraulischen Widerstände, insbesondere die durch die Coefficienten $\eta_1 + \vartheta_1$ und $\eta_2 + \vartheta_2$ gemessenen, nicht im Verhältnisse des Gefälles zunehmen.

§. 52. Rotirende Wassersäulenmaschinen.

Die Verwendung von Wassersäulenmaschinen auch zu anderen Zwecken, als zur Wasserhebung mittels Pumpen, und zwar mit Rücksicht auf die Art der gewöhnlich zu verrichtenden Arbeiten ihre Verwendung als doppelt wirkende Maschine mit rotirender Schwungradwelle, welche vom hin- und hergehenden Kolben nach Art der üblichen Dampfmaschinen vermittels eines Kurbelmechanismus angetrieben wird, kann in manchen Fällen zweckmässig sein, sei es zu vortheilhafter Ausnutzung natürlich vorhandener, sei es mit Hülfe künstlich erzeugter grosser Gefälle dann, wenn es sich um das Bedürfniss mechanischen Arbeitsvermögens an entlegenen und zerstreuten Stellen in veränderlichem Betrage oder überhaupt nur zeitweilig handelt, so dass zu gleicher Zeit eine billige, allen Oertlichkeiten leicht und mit geringem Raumbedürfnisse anzupassende Kraftleitung und eine Ansammlung von Arbeitsvermögen in Frage kommt. Beispiele sind der Betrieb von unterirdischen Arbeitsmaschinen in Bergwerken, von Bohrmaschinen bei Tunnelarbeiten, von Hebemaschinen und überhaupt von Transportmaschinen auf Werften und Bahnhöfen u. s. w. In solchen Fällen kann von einer an einem passenden Orte aufgestellten primären Kraftmaschine, z. B. von einer Dampfmaschine, das Betriebswasser in einen hydraulischen Accumulator (Bd. II, §. 103) gefördert und von da unter constantem Druck betrotz veränderlichen Verbrauchs durch eine verzweigte Röhrenleitung beliebig vielen Wassersäulenmaschinen als secundären Kraftmaschinen zugeführt werden. Die Leitung von Dampf aus einer centralen, z. B. oberirdischen Kesselanlage nach entfernten, z. B. unterirdischen Dampfmaschinen leidet an dem Uebel erheblicher Abkühlungsverluste, die Verwendung hochgespannter Luft als Triebmittel an dem Uebelstande, dass die zu ihrer Compression aufzuwendende Arbeit nur zu kleinem Theil durch ihre Expansion wieder verwerthbar ist wegen praktischer Unzuträglichkeiten der Ausscheidung des Wassergehaltes der Luft als Eis infolge der mit ihrer Expansion verbundenen Temperaturerniedrigung, nachdem schon die mit ihrer Compression verbunden gewesene Temperaturerhöhung einen erheblichen Wärmeverlust zur Folge gehabt hatte; lange Wellenleitungen und Seiltransmissionen pflegen in den in Rede stehenden Fällen mit erheblich grösseren Kosten verbunden oder durch locale und andere Umstände ausgeschlossen zu sein.

Ausser zu den erwähnten grossgewerblichen werden rotirende Wassersäulenmaschinen auch zu kleingewerblichen und häuslichen Arbeitszwecken verwendet mit Benutzung des in der Regel unter 2 bis 3 Atm. Druck (im Erdgeschoss der Häuser) stehenden Wassers städtischer Wasserleitungen. Die betreffenden Maschinen, von welchen zuerst der Wassermotor von Schmid in Zürich grössere Verbreitung gefunden hat, unterscheiden sich vorzugsweise nur durch die Anordnung der Steuerung (im Allgemeinen einer Schiebersteuerung mit selbstverständlicher Beschränkung auf einen Vertheilungsschieber wegen der Expansionsunfähigkeit des Wassers); sie pflegen zu möglichster Vereinfachung (Ersparung eines besonderen Schiebers und einer Kurbelstange) und zur Raumersparniss als oscillirende Maschinen gebaut und an der Einmündungsstelle des Zuflussrohrs in den Schieberkasten mit einem Windkessel versehen zu werden, um den bei den Kolbenwechseln durch die Trägheit des Wassers im Zuflussrohr bedingten Schwankungen der hydraulischen Druckhöhe an dieser Stelle entgegenzuwirken. Bezogen auf den Mittelwerth dieser Druckhöhe als disponibles Gefälle h (also abgesehen von den je nach Umständen sehr verschiedenen Widerständen des Zuflussrohrs) ergeben solche Wassermotoren einen Wirkungsgrad $\eta = 0,8$ bis $0,85$ bei $0,5$ bis $0,75$ Meter mittlerer Kolbengeschwindigkeit und bei 50 und bis gegen 300 Kolbenspielen pro Minute.

Je mehr die Kolbengeschwindigkeit dieser rotirenden Wassersäulenmaschinen im Vergleiche mit Maschinen ohne rotirende Bewegung vergrössert wird, desto mehr ist es nöthig, durch geeignete Mittel den Kolbenstössen vorzubeugen, welche sonst wegen der fast vollkommenen Unzusammendrückbarkeit des Wassers bei den Kolbenwechseln nicht ausbleiben würden. Ein Windkessel in Verbindung mit dem Zuflussrohre kann diesen Zweck nicht erfüllen, weil er bei den Kolbenwechseln vom Inneren des Cylinders abgesperrt ist.

Hätte der Schieber weder Voreilung noch Ueberdeckung, so dass er sich in den Augenblicken des Kolbenwechsels in seiner Mittellage befände und die Mündungen der nach den Enden des Cylinders führenden Canäle gerade abschlösse, während unmittelbar vorher hinter dem Kolben Einströmung, vor ihm Ausströmung stattgefunden hätte und sogleich nachher das Umgekehrte der Fall wäre, so würde freilich ein Kolbenstoss nicht, höchstens ein zeitweilig schwerer Gang stattfinden. Indem aber die genaue und dauernde Erfüllung dieser Bedingungen nicht zu erwarten ist, kann schon dadurch geholfen werden, dass die Breite der wirksamen Flächen des Schiebers, im Sinne seiner Bewegung gemessen, etwas kleiner, als die im gleichen Sinne verstandene Einmündungsbreite der beiden Cylindercanäle gemacht wird, so dass vollständige Absperrung niemals stattfindet, vielmehr (ohne Voreilung des Schiebers) das Wasser beim Kolbenwechsel sowohl hinter, als vor dem Kolben durch schmale spaltförmige Oeffnungen neben den Rändern der Schieberflächen sowohl zu- wie abfliessen kann. Während dieser kurzen Zeiträume kann dann freilich auch das Betriebswasser aus dem Zuflussrohr, bezw. dem Schiebergehäuse unmittelbar um die Schieberflächen herum ausfliessen, ohne zeitweilig in den Cylinder gelangt zu sein, so dass ein unter Umständen erheblicher Wasserverlust die nothwendige Folge ist.

Schon im §. 47 unter 3) wurde angeführt, wie ferner die fraglichen Kolbenstösse zwar weniger einfach, aber mit voraussichtlich viel kleinerem Verlust dadurch vermieden werden können, dass (Fig. 53 daselbst) jeder der beiden Cylindercanäle V mit dem Abflussrohr A und mit dem Zuflussrohr Z (oder dem Schieberkasten) in Communication gesetzt wird durch engere Canäle mit bezw. im Sinne AV und VZ sich öffnenden Ventilen. Indem aber von diesen Communicationen AV und VZ die letztere wesentlicher ist, als erstere, pflegt man sich darauf zu beschränken, die Cylindercanäle V nur mit dem Schieberkasten ausserhalb des Bereichs des Schiebers durch Bohrungen (enge Hülfscanäle) zu verbinden, in welchen sich sogenannte Stoss- oder Bufferventile gegen das Schiebergehäuse hin öffnen, sobald der Druck in ihm vom Drucke in V, bezw. an der betreffenden Seite des Kolbens im Cylinder übertroffen wird.

Endlich können die in Rede stehenden Stösse auf gleichfalls im §. 47 angeführte Weise vermieden werden durch Windkessel, welche auf beiden Seiten des Kolbens mit dem Treibcylinder communiciren, und zwar ganz ohne Verluste, falls die Luftmengen in diesen Windkesseln gemäss den Gleichungen (2) a. a. O. passend gewählt und mit Hülfe der dort erwähnten Ventile dauernd erhalten, bezw. die unvermeidlichen Verluste automatisch ersetzt werden. Bei Kleinmotoren, welche das Betriebswasser einer städtischen Wasserleitung entnehmen, ist h_2 nahe $= 0$ und h von so mässiger Grösse, dass erhebliche praktische Schwierigkeiten der Anordnung und Wirksamkeit solcher Luftsaugeventile nicht im Wege sind. Bei der Wassersäulenmaschine von Ph. Mayer in Wien werden Luftkammern an beiden Seiten des Cylinders zugleich dazu verwerthet, die Leistung der Maschine durch Verkleinerung des Füllungshubes s_1 dem Bedürfnisse entsprechend verkleinern zu können, was sonst ohne Aenderung des Gefälles h und der Umlaufzahl n nur durch Drosselung mit entsprechendem Effectverlust geschehen kann. Jedes andere s_1

verlangt dann zwar auch ein anderes Luftvolumen in den genannten Kammern; doch stellt sich dasselbe wenigstens nach einiger Zeit durch die Wirksamkeit der Luftsaugeventile, oder indem überschüssige Luft vom Wasser absorbirt wird, von selbst her.

C. Windmotoren.

§. 53. Uebersicht der üblichen Arten von Windmotoren und ihrer Eigenthümlichkeiten.

Um die lebendige Kraft der bewegten atmosphärischen Luft zur Gewinnung mechanischer Arbeit von einiger Erheblichkeit zu benutzen, ist bei der kleinen specifischen Masse und durchschnittlich mässigen Geschwindigkeit der Luft die Darbietung grosser Angriffsflächen durch die betreffenden Motoren unerlässlich. Sofern auch die Einzwängung des als Träger freien Arbeitsvermögens fassbaren Luftstroms durch Leitungen ausgeschlossen ist, sind es nur Windräder, welche hier in Betracht kommen und ausschliesslich als Windmotoren technische Verwendung finden. Ihre älteste und noch immer hauptsächlichste Verwendung ist zu Mühlen, insbesondere Mahlmühlen; die Bezeichnung „Windmühle“ wird auf das ganze betreffende Gebäude mit dem durch das Windrad bewegten Triebwerke und den angeschlossenen Arbeitsmaschinen zuweilen selbst unabhängig von der Art dieser letzteren bezogen.

Indem der Wind jede beliebige nahe horizontale Richtung annehmen kann, wird von ihm ein Windrad mit fest gelagerter Axe nur dann in stets gleicher Weise getroffen, wenn die Axe vertical ist. Damit freilich ein solches, mit Rücksicht auf die horizontalen Bahnen aller Punkte sogenanntes horizontales Windrad z. B. bei einfachster Construction mit ebenen radialen Schaufeln vom Winde umgetrieben werden könne, muss derselbe auf einer Seite der mit der Windrichtung parallelen Axialebene vom Rade abgehalten werden. Geschähe das durch einen diese Radhälfte umgebenden Mantel, so müsste derselbe mit der sich drehenden Windrichtung drehbar, seine Anordnung somit derselben Erschwerung unterworfen sein, welche bezüglich des Windrades selbst durch die verticale Lage der Axe vermieden wird. Einfacher und praktischer wird der Zweck durch feste verticale Wände erreicht, welche in geneigter Stellung gegen die radiale Richtung ringsum das horizontale Windrad wie ein Leitrad umgeben, dessen Canäle, indem sie stets nur auf einer Seite mit ihren äusseren Oeffnungen gegen den Wind gerichtet sind, die