Theoretische Maschinenlehre

in 4 Bänden

Theorie der Kraftmaschinen

Grashof, Franz

Leipzig, 1890

b. Einzelne Arten von Turbinen

urn:nbn:de:bsz:31-282943

Die Schwierigkeiten vortheilhafter Regulirung von Ueberdruckturbinen sind geeignet, im Allgemeinen für die Construction einer Turbine als Druckturbine den Ausschlag zu geben, sofern nicht besondere Umstände dagegen sprechen, insbesondere z. B. ein sehr veränderlicher Unterwasserstand bei kleinem Gefälle, so dass im Durchschnitt ein zu grosser Theil des letzteren verloren würde, wenn die Turbine beständig über Wasser ausgiessen sollte, während Einrichtungen, welche der Turbine künstlich die Eigenschaft einer Ueberwasserturbine ertheilen, den Umständen nach als nicht einfach genug erscheinen. —

Wenn die Turbine solche Arbeitsmaschinen zu treiben hat, welche grosse Gleichförmigkeit des Ganges erfordern, oder viele Arbeitsmaschinen, welche oft aus- oder einzurücken sind oder welche zum Theil sehr veränderliche Arbeiten zu leisten haben, so kann es vortheilhaft sein, die Bewegung der Regulirungsschütze von einem Regulator abhängig zu machen, welcher solche Bewegung selbstthätig in entsprechendem Sinne bei Geschwindigkeitsänderungen vermittelt (tachometrischer Regulator) und welcher bei dem erheblichen zu überwindenden Widerstande jedenfalls indirect wirkend einzurichten ist. (Siehe Bd. II, §. 122.)

b. Einzelne Arten von Turbinen.

§. 38. Seitenschlächtige Ueberdruckturbinen.

Diese Turbinengattung, lange Zeit gewöhnlich als Jonval-Turbine, richtiger als Henschel-Turbine bezeichnet,* stammt aus dem Jahre 1837, in welchem Henschel und Sohn in Cassel um ein Patent auf eine solche und zwar als Rohrturbine nachsuchten, welche zuerst in Holzminden im Frühjahr 1841 in Gang gebracht wurde. Im Herbst desselben Jahres nahm Jonval, Werkmeister der Maschinenfabrik von Andrée Köchlin in Mühlhausen, ein französisches Patent auf eine seitenschlächtige Rohrturbine, welche er „Turbine à double effet" nannte mit Rücksicht auf die gleichzeitige Wirkung der über dem Rade stehenden und der darunter gewissermassen hängenden Wassersäule, welche in keiner wesentlichen Beziehung von der Henschel-Turbine verschieden war. Zur constructiven Verbesserung und raschen Verbreitung dieser Turbinenart (als Druckturbine erst später von Rittinger, Hänel u. A. weiter ausgebildet) hat es wesentlich beigetragen, dass Jonval sein Patent im Jahre 1843 auf Köchlin übertrug.

* Siehe die geschichtliche Ausführung von M. Rühlmann in der Zeitschrift des Architekten- und Ingenieurvereins für das Königreich Hannover, 1855.

Die **Berechnung der Hauptdimensionen** einer solchen Turbine von verlangter Leistung bei gegebenem Gefälle kann nach §. 32 geschehen, und es mögen nur einige Angaben in Betreff der dabei nöthigen Annahmen hier Platz finden. Ausser $r_1 = r_2$ kann hier auch $b = b_2$ passend angenommen werden, während der Halbmesser r_1 nach §. 32, Gl. (1) auf Grund eines angenommenen ungefähren Verhältnisses $\frac{b}{r_1}$ zu berechnen ist, mit Rücksicht auf bewährte Ausführungen etwa

$$\frac{b}{r_1} = 0{,}25 \text{ bis } 0{,}4.$$

Nach §. 31, Gl. (18) ist dann mit der kürzeren Bezeichnung k' für $\frac{k k_1}{k_2}$:

$$tg\,\delta = m \frac{\varphi}{\varepsilon} k' \sin 2\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1);$$

hiermit sowie nach Gl. (2) und (7) desselben Paragraphen:

$$u_2 = v_1\, tg\,\delta = \frac{\varepsilon}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{gH}{2m}} \cdot m \frac{\varphi}{\varepsilon} k' \sin 2\alpha$$

$$= \varphi k' \sin\alpha \sqrt{m \,.\, 2gH}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = (\varphi k' \sin\alpha)^2 \,.\, m H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Nach §. 32, Gl. (1) ist behufs einer angemessenen Grösse der Turbine (eines weder allzu kleinen noch zu grossen Werthes von r_1) der Winkel α im Allgemeinen um so grösser anzunehmen, je grösser Q und je kleiner $u = \sqrt{m \,.\, 2gH}$ ist. Im Mittel kann

$$\alpha = 20^0 \text{ für } m = 0{,}5$$

gesetzt werden, und folgt dann aus (1) und (2) mit $\varepsilon = 0{,}8$ und $\varphi k' = 0{,}9$ im Durchschnitt nicht unpassend:

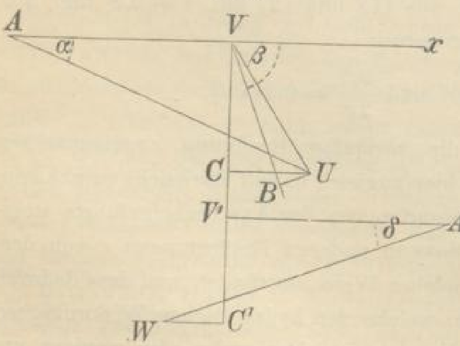
$$\delta \text{ nahe} = 20^0 \text{ und } \frac{u_2^2}{2g} = 0{,}047\, H.$$

Bei der Prüfung des für die vorläufige Rechnung angenommenen Werthes von ε gemäss §. 33 ist hier zugleich darauf Rücksicht zu nehmen, dass der für einen mittleren Abstand r_0 von der Axe herbeigeführte stossfreie Einfluss und normale Ausfluss in anderen Entfernungen r von derselben im Allgemeinen nicht in solcher Weise stattfindet, und dass dadurch Effectverluste verursacht werden, welche den hydraulischen Wirkungsgrad ε verkleinern. Ihre Grössenbestimmung ist ohne mehr oder weniger unsichere Annahmen nicht möglich. Denn wenn schon das Gesetz nicht sicher bekannt ist, nach welchen die Geschwindigkeit des in einer geraden cylindrischen Röhre strömenden Wassers von Punkt zu Punkt eines Querschnittes veränderlich ist, so ist das noch viel weniger der Fall in Betreff der gekrümmten Leit- und Turbinencanäle mit veränderlichen Querschnitten unter den obwaltenden Umständen. So ist es insbesondere fraglich, ob die absolute Geschwindigkeit u, mit welcher das Wasser aus den Leitcanälen aus- und dem Laufrade zufliesst, und von deren Veränderlichkeit im Sinne der Canalweiten a bei den bisherigen Entwickelungen abgesehen wurde, im Sinne der Breiten b, also hier in verschiedenen Entfernungen von der Axe wesentlich verschieden sei und ev. nach welchem Gesetze; denn hiervon hängt der Stoss gegen die Schaufelflächen beim Einflusse in die Turbine in den von r_0 verschiedenen Axenabständen r ebensowohl ab wie von den Winkeln α und β, welche dem vorausgesetzten Bildungsgesetze der Schaufelflächen entsprechend, wenn sie im Abstande r_0 mit α_0 und β_0 bezeichnet werden, für den Abstand r bestimmt sind durch:

$$tg\,\alpha = \frac{r_0}{r}\,tg\,\alpha_0 \quad \text{und} \quad tg\,\beta = \frac{r_0}{r}\,tg\,\beta_0 \quad \ldots\ldots\ldots (3).$$

Weil die in grösster Entfernung von der Axe sich bewegenden Wassertheilchen den längsten Weg zu durchlaufen haben, und besonders wegen der Krümmung aller Bahnen, wodurch infolge der Centrifugalkraft eine Zunahme des hydraulischen Druckes von innen nach aussen verursacht werden muss, welche insbesondere auch bezüglich des Spaltenüberdruckes gelten wird, lässt sich zwar thatsächlich eine von innen nach aussen abnehmende Geschwindigkeit u erwarten; für den vorliegenden Zweck angenäherter Bestimmung der kleinen Widerstandshöhe, welche dem Stosse des einfliessenden Wassers gegen die Schaufeln entspricht, mag sie constant = derjenigen gesetzt werden, welche für den mittleren Axenabstand r_0, nämlich $= \sqrt{m.2gH}$ angenommen wurde.

Fig. 35.



Ist nun für einen gewissen Abstand r der Winkel XAU in Fig. 35 = dem durch (3) bestimmten Winkel α, $AU = u$ und $AV = v = \frac{r}{r_0}v_0$, unter v_0 die Umfangsgeschwindigkeit in der Entfernung r_0 von der Axe verstanden, so ist VU nach Richtung und Grösse die relative Zuflussgeschwindigkeit w. Ist ferner XVB = dem durch (3) bestimmten Winkel β, welcher für den Stoss (hier gegen die concave Hinterfläche der betreffenden Schaufel) massgebend ist, so ist das Perpendikel $UB = z$ von U auf VB die durch den Stoss verlorene Geschwindigkeit, $\frac{z^2}{2g}$ die entsprechende Widerstandshöhe. Ihr Mittelwerth für die ganze Austrittsfläche des Leitrades, bezw. Eintrittsfläche des Laufrades ist

$$= \frac{1}{2\pi r_0 b} \int_{r_0 - \frac{b}{2}}^{r_0 + \frac{b}{2}} 2\pi r \frac{z^2}{2g} db = \frac{1}{b} \int \frac{r}{r_0} \frac{z^2}{2g} db$$

= einem Mittelwerthe von $\frac{r}{r_0} \frac{z^2}{2g}$, welcher nach der Simpson'schen Regel hinlänglich genau

$$= \frac{\left(1 - \frac{1}{2}\frac{b}{r_0}\right) z_1{}^2 + 4\left(1 - \frac{1}{4}\frac{b}{r_0}\right) z_2{}^2 + 2 z_3{}^2 + 4\left(1 + \frac{1}{4}\frac{b}{r_0}\right) z_4{}^2 + \left(1 + \frac{1}{2}\frac{b}{r_0}\right) z_5{}^2}{12 \, . \, 2g} \quad . \ (4)$$

gesetzt wird, wenn in beschriebener Weise

für $r = r_0 - \frac{b}{2} \quad r_0 - \frac{b}{4} \quad r_0 \quad r_0 + \frac{b}{4} \quad r_0 + \frac{b}{2}$

$z = \quad z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4 \quad z_5$

bestimmt worden ist. Dabei ist z_3 selbstverständlich $= 0$.

Zur Beurtheilung der Widerstandshöhe, welche dem im Allgemeinen nicht normalen Ausflusse aus der Turbine entspricht, ist zu bedenken, dass das Verhältniss der mittleren Normalcomponente (Axialcomponente) dieser Ausflussgeschwindigkeit u_2 zur mittleren Normalcomponente $u \sin \alpha$ der Zuflussgeschwindigkeit zur Turbine = ist dem umgekehrten Verhältnisse der betreffenden wirksamen Austrittsflächen, multiplicirt mit dem Verhältnisse der gleichzeitig hindurchfliessenden Wassermengen, d. h.

$$= \varphi \frac{k k_1 b}{k_2 b_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (5).$$

Nimmt man nun an, dass die Normalcomponente von u_2 in irgend einem Axenabstande r zu der demselben entsprechenden Geschwindigkeitscomponente $u \sin \alpha$ dasselbe Verhältniss (5) besitzt, so ergiebt sie sich in Fig. 35

$$= V'C' = \varphi \frac{k k_1 b}{k_2 b_2} \, . \, VC,$$

wenn VC senkrecht, UC parallel AX, also die Strecke $VC = u \sin \alpha$ gemacht wird. Macht man dann weiter $V'A'$ gleich und parallel $VA = v$, den Winkel $V'A'W = \delta$, bestimmt durch

$$tg\,\delta = \frac{r}{r_0}\,tg\,\delta_0$$

analog Gl. (3), zieht ferner $C'W$ parallel $V'A'$ bis zum Schnittpunkte W mit $A'W$, so ist $V'W = u_2$. Die gesuchte Widerstandshöhe ist als Ueberschuss des analog Gl. (4) zu bestimmenden Mittelwerthes von $\frac{u_2^2}{2g}$ über denjenigen Werth dieser Geschwindigkeitshöhe zu betrachten, welcher für den normalen Ausfluss im mittleren Axenabstande r_0 gilt.

Im Durchschnitt werde gemäss den Bemerkungen am Anfange dieses Paragraphen

$$b = b_2 \qquad m = 0{,}5 \qquad \varepsilon = 0{,}8 \qquad \varphi\frac{kk_1}{k_2} = 0{,}9$$

angenommen, womit für $\alpha_0 = 20^0$ sich auch $\delta_0 = 20^0$ ergab, sowie

$$\frac{u_2^2}{2g} = 0{,}047\,H \text{ für } r = r_0.$$

Um die in Rede stehenden Widerstandshöhen im Verhältnisse zu H zu finden, ist der Werth von H gleichgültig. Wird aber $H = 5$ angenommen, so ist nach §. 31, Gl. (4), (7) und (8):

$$u = 7{,}00 \qquad v_0 = 5{,}96 \qquad \beta_0 = 75\,{}^1/_2{}^0.$$

Wird endlich noch $b = 0{,}32\,r_0$ angenommen und die Zeichnung gemäss Fig. 35 für die 5 verschiedenen Werthe von r nach Mass ausgeführt, so wird ersichtlich, dass das Wasser innerhalb der mittleren Cylinderfläche zum Halbmesser r_0 mit Stoss gegen die concave Hinterfläche der Schaufeln einfliesst und entgegengesetzt dem Sinne der Umfangsgeschwindigkeit ausfliesst (beidem entspricht Fig. 35), ausserhalb jener mittleren Cylinderfläche aber mit Stoss gegen die vordere Schaufelfläche einfliesst und im Sinne der Umfangsgeschwindigkeit ausfliesst. Die Widerstandshöhen, welche dem mangelhaften Einflusse und Ausflusse entsprechen, ergeben sich unter den angenommenen mittleren Umständen nahe gleich gross und zusammen $= 0{,}004\,H$. —

Obgleich somit der fragliche Effectverlust nicht erheblich ist, und seine Vermeidung durch Abänderung der Schaufelform stets auf mehr oder weniger zweifelhaften Annahmen beruhen wird, mag doch noch die am Ende von §. 36 erwähnte Schaufelform für gänzlich stossfreien Einfluss und normalen Ausfluss nach v. Reiche erläutert werden.*

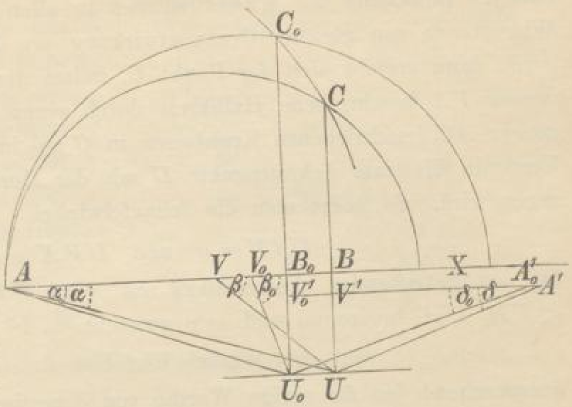
---

* Siehe die analoge Darstellung in G. Herrmann's Bearbeitung der 5. Auflage von Weisbach's Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 2. Theil, 2. Abtheilung, §. 128.

Für den mittleren Halbmesser r_0 sei in Fig. 36, in welcher AX als horizontale Gerade vorausgesetzt wird,

$$AV_0 = v_0, \quad AU_0 = u_0, \quad \text{Winkel } V_0AU_0 = \alpha_0.$$

Fig. 36.



Dann ist auch $V_0U_0 =$ der entsprechenden relativen mittleren Zuflussgeschwindigkeit w_0 und, sofern jene Werthe den Bedingungen stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses gemäss bestimmt wurden, Winkel $XV_0U_0 = \beta_0$; wird U_0V_0' im Verhältnisse (5) $< U_0B_0$ gemacht, $V_0'A_0'$ horizontal und $= v_0$, so ist Winkel $V_0'A_0'U_0 = \delta_0$. Auch gilt dann nach §. 30, Gl. (9) die Beziehung:

$$\varepsilon H = \frac{u_0 v_0 \cos\alpha_0}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Wenn über AX aus V_0 als Mittelpunkt mit dem Halbmesser $V_0A = v_0$ ein Halbkreis beschrieben und bis zum Schnittpunkte C_0 mit demselben die verticale Gerade $U_0B_0C_0$ gezogen wird, so ist $AB_0 = u_0 \cos\alpha_0$ und folglich nach (6):

$$AC_0 = \sqrt{2v_0 \,.\, u_0 \cos\alpha_0} = \sqrt{2g\varepsilon H} \quad \ldots\ldots\ldots (7).$$

Wird nun gefordert, dass das Wasser in allen Entfernungen r von der Axe mit derselben Geschwindigkeit axial ausfliesst, und wird angenommen, dass die Axialcomponente der Zuflussgeschwindigkeit u für jeden Werth von r zu jener Ausflussgeschwindigkeit dasselbe durch (5) bestimmte Verhältniss hat, so muss auch $u \sin\alpha$ unabhängig von r sein, also der Endpunkt U der irgend eine Geschwindigkeit u in Fig. 36 darstellenden Strecke AU in der durch U_0 gezogenen Horizontalen liegen. Wenn ferner in der beliebigen Axenentfernung r nicht nur der Ausfluss axial, sondern auch der Einfluss ohne Stoss stattfinden soll, so stehen u, v, α in einer der Gleichung (6) analogen Beziehung, und muss dann auch die Verticale durch U den aus V mit dem Halbmesser $VA = v$ über AX beschriebenen Halbkreis in einem solchen Punkte C schneiden, dass analog Gl. (7)

$$AC = \sqrt{2g\varepsilon H}, \text{ also } = AC_0$$

ist, sofern dem hydraulischen Wirkungsgrad ε auch mit Bezug auf den beliebigen Radius r der Mittelwerth zugeschrieben werden kann, welcher in Gl. (7) gemeint ist. Wird letzteres angenommen, was voraussetzt, dass die Bewegung der Wassertheilchen in allen Axenabständen r durch Widerstände von gleicher Gesammtwirkung pro Masseneinheit beeinflusst wird, dann ergiebt sich der Punkt U, indem der aus V mit dem Halbmesser VA beschriebene Halbkreis durch einen aus A mit dem Halbmesser AC_0 beschriebenen Kreisbogen in C geschnitten, und durch C die Verticale bis zum Schnittpunkte U mit der Horizontalen durch U_0 gezogen wird. So findet man die Schaufelwinkel

$$UAV = \alpha \quad \text{und} \quad UVX = \beta$$

für den betreffenden Axenabstand r. Wird UV' im Verhältnisse (5) $< UB$, $V'A'$ horizontal und $= v$ gemacht, so ist

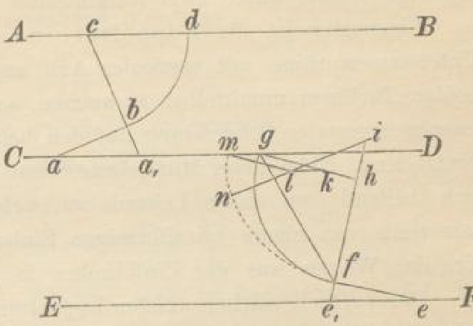
$$\text{Winkel } V'A'U = \delta.$$

Entsprechend den für einige Werthe von r bestimmten Winkeln α, β, δ können die betreffenden Profile gezeichnet werden, und sind dann die Schaufelflächen (die Flächen von Leit- und Turbinenschaufeln) so zu gestalten, dass sie von bezüglichen coaxialen Cylinderflächen in jenen (auf diese Cylinderflächen aufgewickelten) Profilen geschnitten werden.

Während bei den üblichen nach normalen Schraubenflächen gestalteten Schaufelflächen alle Winkel α, β, δ mit wachsendem r abnehmen, erkennt man aus der Figur 36, welche ausser für den Mittelwerth r_0, für ein kleineres r gezeichnet ist, dass hier bezüglich auf α und besonders auf β das Umgekehrte stattfindet. Auch ist ersichtlich, dass u mit wachsendem r abnimmt, was nach Obigem als den Umständen in der That entsprechend anzusehen ist. Ob freilich bei einer mit solchen Schaufeln ausgestatteten Axialturbine in dem Grade, wie es nach der Construction der Fall sein sollte, u mit wachsendem r abnimmt, der Spaltendruck und die Ueberdruckwirkung (Reactionswirkung) zunimmt, bleibt abhängig von der Richtigkeit der zu Grunde liegenden Annahmen. —

Die Verzeichnung eines Schaufelprofils bei gegebenen Schnittwinkeln α, bezw. β und δ, mit Rücksicht auf die Erwägungen im §. 36, insbesondere auch so, dass der Ausfluss aus den Canälen ohne Contraction mit (parallelen Bahnen der Wassertheilchen) stattfindet, wozu die ebenen Abwickelungen der Profile hier an den Enden geradlinig auslaufen müssen, hat keine Schwierigkeit. Sind in Fig. 37 die horizontalen Geraden AB, CD, EF die ebenen Abwickelungen der Durchschnittskreise der Ein- und Austrittsflächen des Leit- und Laufrades mit der Cylinderfläche zu einem gewissen Radius r, ist $aa_1 =$ der betreffenden Theilung des Leitrades, Winkel $a_1ab = \alpha$ und die Gerade a_1bc senkrecht zu ab, so kann das betreffende Leitschaufelprofil aus dem Kreisbogen db, beschrieben aus dem Mittelpunkte c mit dem Halbmesser cb, und aus der Geraden ba zusammengesetzt werden. Ist ebenso $ee_1 =$ der betreffenden Theilung des Laufrades, Winkel $e_1ef = \delta$ und die Gerade e_1fhi senkrecht zu ef, Winkel $hfg = \dfrac{\beta + \delta}{2}$ und h die Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks auf der Grundlinie fg, so ist dessen Winkel an der Spitze

Fig. 37.



$$fhg = 2\left(90^0 - \frac{\beta + \delta}{2}\right) = 180^0 - (\beta + \delta)$$

= dem erforderlichen Krümmungswinkel des betreffenden Turbinenschaufelprofils. Sollte also letzteres ausser aus dem geradlinigen Endstücke ef aus einem einzigen Kreisbogen fg gebildet werden, so wäre h dessen Mittelpunkt, $hf = hg = \varrho'$ der Halbmesser. Sollte aber der bogenförmige Theil des Profils aus zwei Kreisbögen mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 zusammengesetzt werden, welche z. B. in einer Beziehung gemäss §. 36 zu einander stehen, so sei in der Figur $gk = \varrho_1$ und $fi = \varrho_2$, kl parallel CD und $il = \varrho_2 - \varrho_1$, wodurch der Punkt l bestimmt ist, endlich lm parallel hg bis zum Schnittpunkte m mit CD; der fragliche Bogen besteht dann aus den Kreisbögen mn und fn, bezw. aus l und i mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 beschrieben, im Punkte n mit gemeinsamer Tangente in einander übergehend. —

Schliesslich sei darauf hingewiesen, dass die seitenschlächtige Ueberdruckturbine sich besonders dazu eignet, um, wie es mehrfach geschehen ist, als Doppelturbine mit horizontaler Axe angeordnet zu werden; durch die Anordnung beider Turbinen zugleich als Rohrturbinen wird dabei die Verschiedenheit der Höhe, in welcher die verschiedenen Wassertheilchen aus den Turbinen ausfliessen, fast ganz unschädlich gemacht. Zwischen denselben befindet sich ein von oben durch das gemeinschaftliche Einfallrohr gespeister und von der horizontalen Welle quer durchsetzter Behälter, aus welchem das Wasser in der Richtung dieser Welle nach beiden Seiten durch die festliegenden Leiträder hindurch in die auf der Welle festgekeilten Turbinen einfliesst; der Ausfluss erfolgt in sich anschliessende, gleichfalls von der Welle durchsetzte Kammern, aus welchen das Wasser durch zwei Abfallröhren in das Unterwasser abfliesst.

Eigenartig ist die Doppelturbine von Schiele, gewöhnlich als Unterwasserturbine mit verticaler Axe angeordnet. Bei ihr stossen die beiden Turbinen unmittelbar zusammen, so dass sie zu einem Rade mit entgegengesetzter Schaufelung auf den beiden Seiten der Mittelebene vereinigt sind. Nahe dieser Mittelebene fliesst das Wasser, nach beiden Seiten sich theilend, aus einem Leitrade zu, welches die Turbine umgiebt und seinerseits von einem spiralförmigen Einlaufe umgeben wird, in welchen sich das Wasser aus der Einfallröhre in tangentialer Richtung ergiesst.

Der Vortheil solcher axialen Doppelturbinen besteht in der Kleinheit oder gänzlichen Beseitigung des axialen Drucks und der entsprechenden Axenreibung. Dabei ist die Schiele'sche Turbine zwar sehr compendiös, gewährt aber bei den weniger einfachen Bahnen der Wassertheilchen geringere Sicherheit eines correcten und stossfreien Einlaufs.

§. 39. Seitenschlächtige Druckturbinen.

Zum Anschlusse von weiteren Erörterungen in Betreff dieser in neuerer Zeit besonders häufig ausgeführten Turbinengattung werde vor Allem ein Beispiel gerechnet. Es sei eine Turbine dieser Art zu entwerfen, welche

$$N = 40 \text{ Pferdestärken bei } H = 2{,}5 \text{ Mtr. Gefälle}$$

nutzbar machen soll. Mit $\varphi = 1$ und den vorläufigen Annahmen

$$\varepsilon = 0{,}8 \text{ und } \eta = 0{,}76$$

ergiebt sich die Aufschlagwassermenge

$$Q = \frac{0{,}075}{\eta}\frac{N}{H} = 1{,}579 \text{ Cubikmtr.}$$

Sofern es sich um eine Ueberwasserturbine handelt, ist Gleichung (12) im §. 30 für die vorläufige schon möglichst angenähert zutreffende Annahme der Charakteristik m massgebend. Wird die Geschwindigkeitshöhe, welche der Abflussgeschwindigkeit c_2 im Untergraben entspricht,

$$\frac{c_2^2}{2g} = 0{,}05 \text{ Mtr., entsprechend } c_2 \text{ nahe } = 1 \text{ Sek. Mtr.}$$

angenommen, und die Höhe des Spalts über dem Unterwasserspiegel (etwas grösser, als die Höhe des Laufrades) vorläufig zu

$$H_1 = 0,3 \text{ Mtr.}$$

geschätzt, so ist nach der angezogenen Gleichung:

$$\frac{u^2}{2g} = H + \frac{c_2^2}{2g} - H_1 - \varrho H = (0,9 - \varrho)\,H,$$

und mag danach vorläufig entsprechend $\varrho = 0,06$

$$m = \frac{u^2}{2gH} = 0,84$$

angenommen werden. Mit den weiteren Annahmen:

$$r_1 = r_2 = r,\quad \alpha = 20^0,\quad b_2 = 1,75\,b$$

folgt aus §. 31, Gl. (18) vorläufig

$$\delta = 19^0 9' \text{ mit der Schätzung: } \frac{kk_1}{k_2} = 0,9.$$

Dieser Näherungswerth von δ, welcher noch zu berichtigen bleibt, soll einstweilen nur die Angemessenheit der zu Grunde liegenden Annahmen erkennen lassen. Aus den Gleichungen (8), (7), (4), (1) im §. 31 ergiebt sich aber jetzt:

$$\beta = 38^0 18' \qquad v_1 = v_2 = v = 3,253 \text{ Sek. Mtr.}$$
$$u = 6,418 \text{ Sek. Mtr.} \qquad w = 3,543 \quad " \quad "$$

Zur Feststellung des mittleren Halbmessers r werde von einem passenden ungefähren Werthe des Verhältnisses $\frac{b}{r}$ ausgegangen. Es erscheint rathsam, dasselbe kleiner anzunehmen, als bei Ueberdruckturbinen, weil die Verschiedenheit der Verhältnisse in verschiedenen Entfernungen von der Axe bei Druckturbinen nachtheiliger ist; auch ist es zulässig unbeschadet angemessener Grösse von r, weil der Factor u in Gl. (1), §. 32, bei gleichem Gefälle hier grösser ist. Aus dieser Gleichung folgt mit der vorläufigen Annahme $kk_1 = 0,8$:

$$\frac{b}{r} r^2 = 0,1431$$

und daraus z. B. $r = 0,846$ für $\frac{b}{r} = 0,2$

$$r = 0,756 \text{ für } \frac{b}{r} = 0,25.$$

Festgesetzt werde $r = 0,8$ Mtr., dann im Anschlusse an §. 32, Gl. (4):

$$s = s_1 = s_2 = 0,005 \text{ Mtr.}$$

bei Voraussetzung von Schaufeln aus Blech. Nach Gl. (5) desselben Paragraph wäre 44 eine passende Schaufelzahl. Dieselbe für das Leitrad ($= z$) und für das Laufrad ($= z_1$) gleich gross zu wählen, würde zur Folge haben, dass die periodischen Ungleichförmigkeiten der Vorgänge im Spalt, welche durch die Schaufeldicken verursacht werden, bei allen Canälen gleichzeitig in gleicher Weise verlaufen, was nicht erwünscht sein kann. Wenn aber zu besserer Vertheilung dieser Ungleichförmigkeiten z und z_1 verschieden gemacht werden, so ist es fraglich, ob $z_1 > z$, wie es meistens geschieht, oder ob $z > z_1$ mehr zu empfehlen sei. Bei Druckturbinen, welche durch vollständigen Abschluss von Leitcanälen regulirt werden sollen, dürfte letzteres vorzuziehen sein; insbesondere für das Beispiel sei

$$z = 46 \text{ und } z_1 = 40.$$

Damit ergiebt sich nach §. 31, Gl. (9) und (10):

$$a = 0{,}0324 \text{ Mtr. und } a_1 = 0{,}0728 \text{ Mtr.},$$

$$k = \frac{a_1}{a_1 + s_1} = 0{,}936 \text{ und } k_1 = \frac{a}{a + s} = 0{,}866$$

sowie nach Gl. (12) desselben Paragraph:

$$b = \frac{Q}{k z a u} = 0{,}176 \text{ Mtr.} = 0{,}22\, r.$$

Die Weite a_2 der Turbinenencanäle am Ende und den genaueren Werth des Winkels δ findet man jetzt aus den Gleichungen (6) des §. 32; nämlich mit

$$A = \frac{m}{\varepsilon} k k_1 \frac{b}{b_2} \sin 2\alpha = 0{,}3126 \text{ und } e_2 = \frac{2\pi r}{z_1} = 0{,}1256$$

ergiebt sich für a_2 die Gleichung:

$$11{,}234\, a_2^2 + 0{,}01\, a_2 = 0{,}01575,$$

daraus $a_2 = 0{,}0370$ Mtr.,

$$\text{dann } \delta = 19^0 32', \text{ auch } k_2 = \frac{a_2}{a_2 + s_2} = 0{,}881.$$

Aus §. 31, Gl. (2) folgt noch

$$u_2 = v\, tg\, \delta = 1{,}154 \text{ Sek. Mtr.}, \; w_2 = \frac{v}{\cos \delta} = 3{,}452 \text{ Sek. Mtr.}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = 0{,}0679 = 0{,}027\, H.$$

Die relative Geschwindigkeit w_1, mit welcher das Wasser seine Bewegung durch die Turbinencanäle beginnt, ist etwas $< w$ wegen des Stosses gegen die Schaufeln, welcher, wie im §. 29 besprochen, durch die Schaufeldicken verursacht wird. Wenn der betreffende Gefällverlust zu $0{,}01\, H$ geschätzt wird, so ist nach der Bestimmung im §. 33 unter 2) ungefähr zu setzen:

$$w_1 = w \cos 12^0 = 3{,}466 \text{ Sek. Mtr.}$$

In Uebereinstimmung mit der vorläufigen Annahme $H_1 = 0,3$ Mtr. werde endlich die Höhe der Turbine auf

$$H_1 - H_2 = 0,28 \text{ Mtr.} = 0,35\, r$$

festgesetzt, dabei die Höhe ihrer Unterfläche über dem Unterwasserspiegel

$$H_2 = 0,02 \text{ Mtr.}$$

und die Höhe des Leitrades = 0,22 Mtr.

Unter der Voraussetzung, dass die Schaufeln in üblicher Weise nach normalen Schraubenflächen gestaltet werden, deren erzeugende Gerade die Axe und ausserdem ein in der mittleren coaxialen Cylinderfläche liegendes Schaufelprofil rechtwinklig schneidet, welches den berechneten Winkeln α, bezw. β und δ entsprechend auf noch weiter zu besprechende Weise in einer Ebene verzeichnet und auf die mittlere Cylinderfläche durch Aufwickelung der Zeichnungsebene übertragen wird, ist nun aber daran zu erinnern, dass dann nach vorigem Paragraph das in die Turbine einfliessende Wasser innerhalb der mittleren Cylinderfläche gegen die concaven Hinterflächen, ausserhalb gegen die convexen Vorderflächen stossen würde. Letzteres ist bei Druckturbinen durchaus zu vermeiden, weil es eine unregelmässige Hin- und Herbewegung des einfliessenden Wassers zwischen den Schaufeln, eine Störung der sicheren Führung durch die vordere dieser Schaufeln verursachen würde. Es wird deshalb die mittlere Umfangsgeschwindigkeit v in solchem Masse zu verkleinern sein, dass in grösster Entfernung von der Axe

$$r_e = r + \frac{b}{2} = 0,888 \text{ Mtr.} = 1,11\, r$$

das Wasser ohne Stoss einfliesst, wenn dann auch im Durchschnitt dieser Stoss erheblicher und der Ausfluss weniger normal ist, als es bei einem in der mittleren Entfernung stossfreien Einflusse der Fall sein würde. Sind α_e und β_e die betreffenden Schaufelwinkel in der Axenentfernung r_e, so ist

$$tg\,\alpha_e = \frac{r}{r_e}\, tg\,\alpha \quad \text{und} \quad tg\,\beta_e = \frac{r}{r_e}\, tg\,\beta$$

$$\alpha_e = 18^0 9' \qquad \beta_e = 35^0 26'$$

und die Umfangsgeschwindigkeit im Abstande r_e von der Axe, welche dem stossfreien Einflusse an dieser Stelle entspricht, gemäss §. 31, Gl. (1):

$$v_e = u \frac{\sin(\beta_e - \alpha_e)}{\sin \beta_e} = 3,077.$$

Entsprechend ist dann im mittleren Abstande

$$v = \frac{r}{r_e} v_e = 2,772$$

und die entsprechende, voraussichtlich nahe vortheilhafteste Zahl von Umläufen pro Minute:

$$n = 9,55 \frac{v}{r} = 33,1. —$$

Bevor nun die der bisherigen Rechnung zu Grunde liegenden Annahmen bezüglich der Coefficienten ε, η und m geprüft und danach nöthigenfalls die Rechnungsergebnisse corrigirt werden, mögen die Schaufelkrümmungen für den mittleren Axenabstand festgestellt werden, welche von Einfluss auf jene Prüfung sind. Die Forderung eines ganz contractionslosen, nämlich in genau parallelen Bahnen stattfindenden Ausflusses aus den Canälen, welche bei seitenschlächtigen Ueberdruckturbinen zu geradlinig auslaufenden Schaufelprofilen führte, ist bei Druckturbinen ohne wesentliche Bedeutung. Was also für das vorliegende Beispiel zunächst das mittlere Profil einer Leitschaufel betrifft, so kann es passend vom Anfang bis zum Ende gekrümmt sein, z. B. als ein Kreisbogen, dessen Halbmesser ϱ' mit Rücksicht auf die Höhe des Leitrades $= 0,22$ Mtr. und mit Rücksicht auf die Schnittwinkel $\alpha_0 = 90^0$ und $\alpha = 20^0$ sich zu

$$\varrho' = \frac{0,22}{sin\, 70^0} = 0,234 \text{ Mtr.}$$

ergeben würde. Wegen der beträchtlichen Geschwindigkeitszunahme des Wassers in den Leitcanälen von u_0 bis ku (letztere Geschwindigkeit auf den vollen Endquerschnitt bezogen), also im Verhältnisse

$$\frac{ku}{u_0} = \frac{a_0}{a} = \frac{0,1042}{0,0324} = \sqrt{10,34}$$

wegen

$$a_0 = \frac{2\pi r}{z} - \delta = \frac{2\pi \,.\, 0,8}{46} - 0,005 = 0,1042$$

bei Voraussetzung constanter Breite b des Leitradkranzes, ist es jedoch besser, den Krümmungshalbmesser von ϱ_0 bis ϱ wachsen zu lassen, indem etwa ϱ_0 ebenso viel $< \varrho'$, wie $\varrho > \varrho'$ genommen wird. Geschähe das nach §. 36 in solchem Grade, dass

$$\frac{0,04 + \left(\dfrac{a_0}{2\varrho_0}\right)^{3,5}}{0,04 + \left(\dfrac{a}{2\varrho}\right)^{3,5}} = \left(\frac{ku}{u_0}\right)^2 = 10,34$$

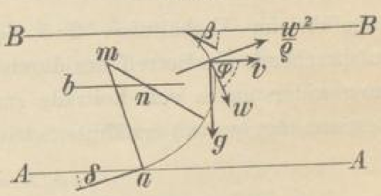
ist, so würde hier ϱ_0 in solchem Grade $< \varrho$ werden, dass die zu Grunde liegende Krümmungswiderstands-Formel, deren Anwendung hier an und für sich nur schwach begründet ist, selbst näherungsweise nicht mehr als massgebend zu betrachten wäre. Zur Annäherung an das Ziel eines constanten und so im Durchschnitte möglichst kleinen specifischen Krümmungswiderstandes mag es genügen, das Leitschaufelprofil aus 2 Kreisbögen zu bilden mit den Halbmessern:

$$\varrho_0 = 0{,}156 \text{ Mtr. und } \varrho = 0{,}312 \text{ Mtr.},$$

entsprechend $\varrho_0 + \varrho = 2\,\varrho'$ und $\varrho = 2\,\varrho_0$.

Für die Krümmung des mittleren Profils einer Turbinenschaufel ist nach §. 36 vor Allem die Forderung massgebend, dass jedes Wassertheilchen einen beständig nach vorn gegen die concave Seite der vorderen Schaufel hin gerichteten Druck auf dieselbe ausüben soll. Derselbe wird hier nur durch die relative Centrifugalkraft und durch die Schwerkraft verursacht; er ist an einer Stelle, wo die relative Geschwindigkeit w mit der Peripheriegeschwindigkeit v des betreffenden Schaufelpunktes den Winkel φ bildet (siehe Fig. 38) und der Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils $= \varrho$ ist, pro Masseneinheit

Fig. 38.



$$= \frac{w^2}{\varrho} - g \cos \varphi \quad . \; . \; . \; . \; (1),$$

indem die absolute Centrifugalkraft $= \omega^2 r$ und die zusammengesetzte Centrifugalkraft $= 2\,\omega\, w \cos\varphi$ radial gerichtet sind. Damit jener Normaldruck positiv sei, muss, wenn φ ein spitzer Winkel ist (φ ist von β bis $180^0 - \delta$ veränderlich),

$$\varrho < \frac{w^2}{g \cos \varphi}$$

sein, insbesondere im Anfangspunkte: $\varrho_1 < \frac{w_1^{\,2}}{g \cos \beta}$, für das vorliegende Beispiel: $\varrho_1 < 1{,}22$ Mtr. Für $\varphi > 90^0$ dürfte ϱ jede beliebige Grösse haben. Thatsächlich wird dadurch die Krümmung des mittleren (auf einer Ebene abgewickelten) Schaufelprofils nicht beschränkt; denn würde es als Kreisbogen verzeichnet, so wäre dessen Halbmesser bei der Turbinenhöhe von 0,28 Mtr. nur

$$\varrho' = \frac{0{,}28}{\cos\beta + \cos\delta} = 0{,}162 \text{ Mtr.}$$

Dieser constante Krümmungshalbmesser werde vorläufig angenommen, weil der Krümmungswiderstand hier von geringerer Bedeutung ist und übrigens die Gleichung

$$\frac{0{,}04 + \left(\frac{a_1}{2\varrho_1}\right)^{3,5}}{0{,}04 + \left(\frac{a_2}{2\varrho_2}\right)^{3,5}} = \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2$$

wegen $a_2 < a_1$ und $w_2 < w_1$ sogar einen abnehmenden Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils bedingen würde. —

Zur Controle des für den hydraulischen Wirkungsgrad angenommenen Werthes ($\varepsilon = 0{,}8$) gemäss §. 33 kann hier vom hydraulischen Widerstande auf der Strecke vom Oberwasserspiegel bis zum Leitapparat ohne in Betracht kommenden Fehler abgesehen werden; noch kleiner ist hier der Einflusswiderstand in letzteren, so dass für die Bewegung bis zum Spalt der Widerstand im Wesentlichen nur aus dem Leitungs- (Reibungs-) und aus dem Krümmungswiderstande der Leitcanäle besteht. Die betreffende Widerstandshöhe ergiebt sich aus Gl. (5) a. a. O.:

$$\varrho H = 0{,}175 \text{ Mtr.} = 0{,}07\, H,$$

ungefähr im Verhältnisse 2 : 5 den genannten zweierlei Widerständen entsprechend. In Betreff des durch die Schaufeldicken verursachten Uebergangswiderstandes vom Leitrade zum Laufrade werde die schon oben (bei Bestimmung von w_1) erwähnte Schätzung des fraglichen Gefällverlustes mit

$$\varrho_0 H = 0{,}01\, H$$

zu Grunde gelegt. Die Widerstandshöhen $\varrho_1 H$ und $\varrho_2 H$ werden nach den Gleichungen (8) und (11), §. 33,

$$\varrho_1 H = 0{,}031\, H \text{ und } \varrho_2 H = 0{,}015\, H$$

gefunden, so dass die ganze hydraulische Widerstandshöhe

$$(\varrho + \varrho_0 + \varrho_1 + \varrho_2)\, H = 0{,}126\, H$$

sein würde, wenn nicht noch die durch die Schaufelform bedingten Abweichungen vom stossfreien Einflusse und normalen Ausflusse zu berücksichtigen wären, sowie unberechenbare Störungen der regelrechten Wasserbewegung, wie solche z. B. in noch zu besprechender Art durch die radial gerichteten zwei Ergänzungskräfte der relativen Bewegung in der Turbine verursacht werden können. Der Gefällverlust infolge der erstgenannten Abweichungen ist, wenn der Stoss beim Einflusse nur gegen die concaven Schaufelflächen ausgeübt werden soll, hier grösser, als er im vorigen Paragraph (beispielsweise $= 0{,}004\, H$) gefunden wurde; seine Bestimmung nach dem dort erklärten Verfahren ist aber bei der Unsicherheit der übrigen schädlichen Einflüsse entbehrlich. Wenn diese noch nicht in

Rechnung gebrachten nachtheiligen Umstände zusammen nach Schätzung durch eine Widerstandshöhe $= 0{,}034\,H$ berücksichtigt werden, so ist der resultirende Gefällverlust $= 0{,}16\,H$ und

$$\varepsilon = 1 - 0{,}16 = 0{,}84 \quad \text{statt} \quad 0{,}8$$

mit einiger Wahrscheinlichkeit als corrigirter Werth des hydraulischen Wirkungsgrades zu betrachten. Der auf die Axenreibung und den Luftwiderstand bezügliche Coefficient $\mu = 0{,}04$ erfordert nach §. 35 kaum eine Aenderung, so dass

$$\eta = \varepsilon - \mu = 0{,}8 \quad \text{statt} \quad 0{,}76$$

zu setzen ist.

Was die Annahme der Charakteristik $m = 0{,}84$ betrifft, so hat sich zwar die ihr zu Grunde liegende Annahme $H_1 = 0{,}3$ Mtr. als passend ergeben, aber statt $\varrho = 0{,}06$ ist schliesslich $\varrho = 0{,}07$ gefunden worden, so dass sich für m der corrigirte Werth 0,83 ergeben würde. Es ist aber zu bedenken, dass der gefundene Coefficient $\varrho = 0{,}07$ zum grössten Theile (mit 0,05) dem sehr unsicher berechneten Krümmungswiderstande der Leitcanäle entspricht, welcher sich durch Erhöhung des Leitrades (von 0,22 auf etwa 0,25 Mtr.) mehr verkleinern liesse, als der Reibungswiderstand dadurch vergrössert wird. Der Werth $m = 0{,}84$ kann deshalb als genügend bestätigt betrachtet werden, um als Charakteristik einer Druckturbine zu entsprechen.

Wegen der etwas veränderten Werthe von ε und η wird jetzt

$$Q = \frac{0{,}76}{0{,}8} \,.\, 1{,}579 = 1{,}5 \text{ Cubikmtr.}$$

Unverändert können beibehalten werden (siehe §. 32 am Ende):

$$\alpha = 20^0, \qquad \delta = 19^0\,32', \qquad r = 0{,}8 \text{ Mtr.},$$
$$z = 46, \quad z_1 = 40, \quad s = s_1 = s_2 = 0{,}005 \text{ Mtr.},$$
$$a = 0{,}0324 \text{ Mtr.}, \quad a_2 = 0{,}0370 \text{ Mtr.}, \quad u = 6{,}418 \text{ Sek. Mtr.}$$

Bei Beziehung der Formelbezifferung auf §. 31 wird aber jetzt nach Gl. (7) daselbst:

$$v = \frac{0{,}84}{0{,}8} \,.\, 3{,}253 = 3{,}416 \text{ Sek. Mtr.},$$

nach (8): $cotg\,20^0 - cotg\,\beta = \frac{0{,}84}{0{,}8}\,(cotg\,20^0 - cotg\,38^0\,18')$, also $\beta = 40^0$,

ferner nach (1):

$$w = u\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 3{,}415 \text{ Sek. Mtr.},$$
$$w_1 = w\cos 12^0 = 3{,}340 \text{ Sek. Mtr.}$$

Nach (2) sind u_2 und w_2 in demselben Verhältnisse wie v zu ändern, wird also

$$u_2 = \frac{0,84}{0,8} \,.\, 1,154 = 1,212 \text{ Sek. Mtr.}$$

$$w_2 = \frac{0,84}{0,8} \,.\, 3,452 = 3,625 \quad " \quad "$$

Nach Gl. (10) ist $a_1 + s_1$ proportional $\sin\beta$ zu corrigiren, wodurch

$$a_1 = 0,0757 \text{ Mtr., aber } k = \frac{a_1}{a_1 + s_1} = 0,938$$

so wenig von dem früheren Werthe (0,936) verschieden wird, dass $\frac{b_2}{b}$ nach (18) umgekehrt proportional ε geändert, also

$$\frac{b_2}{b} = \frac{0,8}{0,84} \,.\, 1,75 = \frac{5}{3}$$

gesetzt werden kann, sowie nach (12):

$$b \text{ proportional } Q, \text{ also } b = \frac{0,76}{0,8} \,.\, 0,176 = 0,165 \text{ Mtr.,}$$

$$b_2 = \frac{5}{3} \,.\, 0,165 = 0,275 \quad "$$

Diejenige mittlere Umfangsgeschwindigkeit endlich, welche (abgesehen vom Einflusse der Schaufeldicken) einem stossfreien Einflusse im grössten Axenabstande entsprechend, als vortheilhafteste zu betrachten ist, ergiebt sich durch eine der obigen analoge Rechnung:

$$v = 3,131 \text{ Sek. Mtr., dazu } n = 37,4. \text{ —}$$

Anstatt dem abgewickelten mittleren Profil der Turbinenschaufel hier einen constanten Krümmungsradius = 0,162 Mtr. zu geben, wie vorläufig angenommen wurde, könnte es vorgezogen werden, denselben gemäss einer der im §. 36 besprochenen Forderungen stetig veränderlich zu machen, insbesondere z. B. so, dass der Normaldruck pro Masseneinheit constant, nach obiger Gleichung (1) also

$$\frac{w^2}{\varrho} - g \cos\varphi = Const.$$

wird. Wenn aber auch das dabei in Betracht kommende Gesetz willkürlich und möglichst einfach angenommen wird, nach welchem hier w von w_1 in w_2 stetig übergeht unter dem Einflusse der Schwere und der Widerstände (die Widerstandshöhe, wenigstens $= 0,031\,H = 0,08$ Mtr., ist gegen die Turbinenhöhe = 0,28 Mtr. nicht zu vernachlässigen), so würde doch die Umständlichkeit solcher Bestimmung in Missverhältniss zu ihrer Wichtigkeit stehen. Wenn man sich aber damit begnügt, für den Anfang und für das Ende (für $\varphi = \beta$ und $\varphi = 180^0 - \delta$) die Krümmungshalbmesser ϱ_1 und ϱ_2 so zu bestimmen, dass

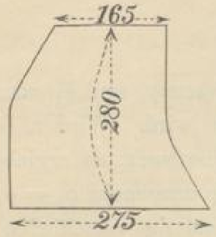
$$\frac{w_1^2}{\varrho_1} - g \cos \beta = \frac{w_2^2}{\varrho_2} + g \cos \delta$$

ist, so kann das leicht geschehen, indem eine der Grössen ϱ_1 und ϱ_2 oder eine zweite Beziehung zwischen ihnen angenommen wird. Wird z. B. $\varrho_1 = 0{,}14$ Mtr. = der halben Höhe der Turbine angenommen, so ergiebt sich $\varrho_2 = 0{,}21$ Mtr. $= 1{,}5\ \varrho_1$. In anderen Fällen würde umsomehr $\varrho_2 = \varrho_1$ werden, je grösser (und je weniger dann verhältnissmässig verschieden) w_1 und w_2 sind, je grösser also H ist.

Sollte das Profil aus zwei Kreisbögen mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 gebildet werden, so wäre in Fig. 38 die Strecke $am = \varrho_2$ unter dem Winkel $90^0 - \delta$ gegen die Gerade AA, die Gerade bn zwischen den in der Entfernung = 0,28 Mtr. parallelen Geraden AA, BB im Abstande $\varrho_1 \cos \beta$ von BB zu ziehen, endlich $mn = \varrho_2 - \varrho_1$ zu machen; dann wären m und n die Mittelpunkte der beiden bezw. mit den Radien ϱ_2 und ϱ_1 zu beschreibenden Kreisbögen, welche in einem Punkte der verlängerten Geraden mn mit gemeinschaftlicher Tangente in einander übergehen. —

Wenn, wie vorausgesetzt wurde, der Radkranz der Axialturbinen so gestaltet wird, dass die Mittellinie der Eintrittsfläche und der Austrittsfläche gleiche Kreise sind, und wenn, was freilich beständig nur bei voller Beaufschlagung (auch bezüglich der Eintrittsfläche nur bei Abstraction vom Einflusse der Schaufeldicken) der Fall sein kann, die Anfangs- und Endquerschnitte der Turbinencanäle ganz vom Wasserstrahl ausgefüllt werden, so wird dadurch ein gewisser Zwang auf das Wasser ausgeübt, sich näherungsweise in coaxialen Cylinderflächen durch die Turbine zu bewegen. Es ist aber nicht ausgeschlossen, dass in den nur unvollständig ausgefüllten Querschnitten der Canäle eine vorübergehende Ansammlung des Wassers an der äusseren oder inneren Kranzwand stattfindet infolge der Wirksamkeit radialer Kräfte, welche in der That in den beiden schon oben erwähnten Ergänzungskräften der relativen Bewegung vorhanden sind. Die erste derselben ist im Abstande r von der Axe $= \omega^2 r$ und nach aussen gerichtet, die zweite $= 2\,\omega\, w \cos \varphi$ und, während φ von β bis $180^0 - \delta$ zunimmt, anfangs, so lange $\varphi < 90^0$ ist, mit abnehmender Grösse auch nach aussen, später aber mit zunehmender Grösse nach innen gerichtet und absolut genommen schliesslich $= 2\,\omega\, w \cos \delta = 2\,\omega\, v$, also doppelt so gross, als die auswärts gerichtete andere Kraft $\omega^2 r = \omega v$. Die Resultirende beider Kräfte ist also ebenso wie die zweite allein zuerst mit stetig bis Null abnehmender Grösse nach aussen, später mit stetig zunehmender Grösse nach innen gerichtet, und es wird dadurch eine Ansammlung des Wassers zuerst an der äusseren, dann an der inneren Wand des Radkranzes verursacht. Bis zu gewissem Grade wird dieser unerwünschten Ansammlung durch eine solche Form des Kranzquerschnittes (Fig. 39) entgegengewirkt werden können, dass die (in der Figur gestrichelte) Mittellinie einen nach aussen convexen Bogen bildet, und somit eine gewisse Radialbewegung möglich wird, ohne dass damit eine Ansammlung aussen oder innen verbunden zu sein braucht.

Fig. 39.



§. 40. **Seitenschlächtige Stossturbinen.**

Turbinen, in welchen das Wasser nur oder vorzugsweise durch Stoss wirkt, sind meistens als Axialturbinen, nämlich mit verticaler Axe und Wasserzuführung von oben gebaut worden; letztere findet in der Regel nur an einer Stelle, bezw. längs einem Theile des Umfanges statt. Wenn auch seltener, als früher, finden sich solche Stossräder auch heutzutage noch als Motoren kleiner Gewerbebetriebe in Gegenden, wo es bei reichlichen Wasserkräften weniger auf ökonomische Verwerthung derselben, als auf Einfachheit und Billigkeit der Einrichtungen ankommt.

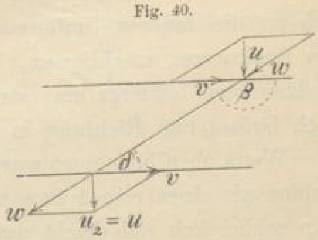
In ihrer einfachsten und ursprünglichsten Form sind sie mit rechteckigen ebenen Schaufeln ausgerüstet, welche von einer inneren hohlcylindrischen Kranzwand oder von einem massiven cylindrischen Radkörper in geneigter Stellung (unter etwa 45° gegen den Horizont und gegen die Axe geneigt) frei nach aussen hervorragen und von einem compacten Wasserstrahl eine nach der andern nahe normal getroffen werden. Vergrössert wird ihre Wirkung dadurch, dass die Schaufeln zwischen eine innere und eine äussere Kranzwand eingefügt und dass sie passend gekrümmt werden, wie es bei den Borda'schen und bei den Burdin'schen Turbinen der Fall ist, bei welchen letzteren zugleich die Richtung der Zuflussgeschwindigkeit durch Leitschaufeln in erhöhtem Grade gesichert wird. Die Wirkung solcher Turbinen nähert sich dann derjenigen der besseren Partial-Druckturbinen, indem sich die Stosswirkung mit stetiger Druckwirkung verbindet, auch jene zu Gunsten dieser verkleinert wird. Ist auch der von Borda auf $\eta = 0{,}75$ veranschlagte Wirkungsgrad seiner

Turbine zu bezweifeln, so haben doch Versuche mit einer Burdin'schen Turbine $\eta = 0,67$ ergeben.

Wesentlich zu verhältnissmässig so günstigen Ergebnissen ist eine genügende Zahl von Schaufeln und die Wasserzuführung in bestimmter Richtung; der Wirkungsgrad der ähnlich beschaffenen, im südlichen Frankreich vorkommenden sogenannten Kufenräder mit nur 9 krummen Schaufeln zwischen Kranzwänden und mit mangelhafter Wasserzuführung (am ganzen Umfange zugleich) wurde höchstens $= 0,27$ gefunden. Kaum weniger unvollkommen sind die hierher gehörigen sogenannten Danaiden, axiale Stossräder, deren Kranz bei grosser Höhe die Form eines nach unten sich verjüngenden Hohlkegels hat und durch Scheidewände in Kammern, bezw. in Canäle getheilt ist, aus welchen das oben in schräger Richtung stossend eingeflossene Wasser unten, wo die Umfangsgeschwindigkeit klein ist, nahe vertical ausfliesst.

Zu den Stossrädern gehört auch die Schraubenturbine, wie sie von Plataret für eine Spinnerei zu St. Maur bei Paris erbaut wurde. Sie ist eine seitenschlächtige Turbine mit verticaler Axe ohne Leitrad und ohne äussere Kranzwand, welche vielmehr durch einen festliegenden cylindrischen Mantel ersetzt ist, in welchem die Turbine mit möglichst kleinem Spielraum umläuft, während die innere Kranzwand als röhrenförmige Nabe die Schaufeln trägt, deren Breite b somit nur wenig kleiner ist, als der äussere Halbmesser r_a. Die Zahl der Schaufeln ist nur $= 2$; aber dieselben, als gewöhnliche normale Schraubenflächen von constantem Steigungsverhältnisse gestaltet, bilden zwei ganze Umgänge in dem Rade von entsprechend vergrösserter Höhe. Die ebene Abwickelung eines Schaufelprofils ist also geradlinig (Fig. 40), der Schnittwinkel $\beta = 180^0 - \delta$. Indem ohne Leitrad die Zuflussgeschwindigkeit u als normal zur Eintritttsfläche, hier als vertical gerichtet anzunehmen ist, lässt die Figur erkennen, dass in einem gewissen Axenabstande r der stossfreie Einfluss eine Umfangsgeschwindigkeit

Fig. 40.



$$v = u \, cotg \, \delta$$

erfordern würde, und weil des constanten Canalquerschnittes wegen die relative Ausflussgeschwindigkeit = der relativen Einflussgeschwindigkeit w wäre (womit eine Ueberdruckwirkung ausgeschlossen ist), so würde dann zwar zugleich der Ausfluss normal sein, aber auch die absolute Ausflussgeschwindigkeit = der Zuflussgeschwindigkeit u, so dass eine nützliche

Wirkung des Wassers auf das Rad nicht stattfinden könnte. Das wirksame Gefälle, welches bei Voraussetzung stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses nach §. 30, Gl. (9) proportional $\cos\alpha$ ist, wird in der That = Null für $\alpha = 90^0$. In der Schraubenturbine kann somit das Wasser nur durch Stoss wirken, so dass, da dieser Stoss nicht in allen Entfernungen von der Axe gleich vortheilhaft stattfinden wird, ihr Wirkungsgrad wesentlich $< 0,5$ sein muss. Damit die Schaufeln im Axenabstande r gegen ihre hinteren Flächen gestossen werden, muss, wie Fig. 40 erkennen lässt,

$$v < u \cot g\, \delta$$

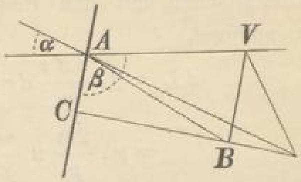
sein. Thatsächlich bedingt diese Ungleichung überall einen Stoss gegen die hinteren Schaufelflächen, indem sie von r unabhängig ist. Unter h die Höhe der Turbine verstanden, kann sie nämlich geschrieben werden:

$$r\omega < u\frac{2\pi r}{h} \quad \text{oder} \quad \omega < \frac{2\pi u}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Endlich gehört hierher eine auch als Schraubenrad (Roue Hélice à axe horizontal) bezeichnete eigenthümlich angeordnete Turbine, von Girard zum Betriebe einer Chocoladefabrik in Noisiel s. M. gebaut für ungefähr $H = 0,5$ Mtr. und $Q = 3$ Cubikmtr. Indem sie mit horizontaler Axe unmittelbar in den Wasserstrom des (an der betreffenden Stelle entsprechend cylindrisch gestalteten) Zuführungsgerinnes ungefähr zur Hälfte eintaucht, entspricht sie einem unterschlächtigen Wasserrade, wobei aber die Stosswirkung durch die Druckwirkung gegen die gekrümmten Schaufeln unterstützt wird. Leitschaufeln sind zwar nicht vorhanden, aber es wird durch conoidisch zugespitzte, im Gerinne befestigte Blechmäntel, welche sich an die inneren Umfänge der Eintrittsfläche und der Austrittsfläche des Radkranzes anschliessen, bei dem Zuflusse zu ersterer und bei dem Abflusse von letzterer eine stetige Aenderung der Wassergeschwindigkeit nach Grösse und Richtung in passender Weise gesichert. —

Wenn oben behauptet wurde, dass der Wirkungsgrad einer Schraubenturbine als eines reinen Stossrades jedenfalls $< 0,5$ sein müsse, so kann man schliesslich sich leicht davon überzeugen, dass in der That allgemein eine lebendige Kraft bewegten Wassers durch Stoss gegen eine bewegliche Fläche immer nur höchstens zur Hälfte auf dieselbe als Arbeit übertragen werden kann. Es sei nämlich $AU = u$ in Fig. 41 die Geschwindigkeit des stossenden Wassers, unter dem Winkel α gegen die Geschwindigkeit $AV = v$ geneigt, mit welcher die getroffene Schaufel oder sonstige feste Fläche AC ausweicht, welche eben und normal zur Ebene UAV sei. $VU = w =$ der relativen Geschwindigkeit des Wassers gegen die Schaufel zerfällt in die zu derselben senkrechte, durch den Stoss vernichtete Componente $BU = w_1$ und in die Componente VB, welche parallel der Schaufel ist und in der Ebene UAV unter dem Winkel $CAV = \beta$ gegen v geneigt sei. Ohne weitere Aenderung dieser letzteren relativen Geschwindigkeit ist $AB = u_1$ die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser die Schaufel verlässt, und ist folglich die Arbeit, welche bei Abstraction von sonstigen Widerständen ausser dem Stossverluste pro Gewichtseinheit Wasser auf die Schaufel übertragen wurde,

Fig. 41.



$$L_1 = \frac{u^2 - u_1{}^2 - w_1{}^2}{2g}$$

oder, weil mit Rücksicht auf das Dreieck ABU

$$u^2 = u_1{}^2 + w_1{}^2 + 2u_1 w_1 \cos(ABC)$$

ist, dabei $u_1 \cos(ABC) = v \sin\beta$

$$\text{und } w_1 = UC - BC = u \sin(\beta - \alpha) - v \sin\beta,$$

$$L_1 = \frac{u_1 w_1 \cos(ABC)}{g} = v \sin\beta \, \frac{u \sin(\beta - \alpha) - v \sin\beta}{g} \quad \ldots (2).$$

Bei gegebenen Werthen von u, v, β ist diese Arbeit bei normalem Stosse ($\beta - \alpha =$ Winkel $UAC = 90^0$) am grössten und zwar

$$L_1 = v \sin\beta \, \frac{u - v \sin\beta}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

welcher Ausdruck bei gegebener Geschwindigkeit u ein Maximum ist für

$$v \sin\beta = \frac{u}{2}, \text{ und zwar } L_1 = \tfrac{1}{2}\frac{u^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (4).$$

Z. B. bei der Schraubenturbine von Plataret ist $\alpha = 90^0$ und $\beta = 180^0 - \delta$, also nach (2):

$$L_1 = v \sin\delta \, \frac{u \cos\delta - v \sin\delta}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Damit das Wasser aus der vollen unteren Ringfläche

$$F = \pi (r_e{}^2 - r_i{}^2)$$

bei Abstraction von dem hier sehr kleinen Theile derselben, welcher von den zwei Schaufeln ausgefüllt wird, mit einer absoluten Geschwindigkeit $< u$ ausfliesse, kann es nur an einem Theile $= \frac{1}{p}$ der gleich grossen oberen Fläche zufliessen; selbst dann, wenn letztere nicht theilweise materiell abgeschlossen wäre, würde sich bei normalem Betriebe von selbst eine nur partielle Beaufschlagung (unbeschadet continuirlichen Einflusses in jeden der beiden Canäle) herstellen. Mit Rücksicht auf (5) und mit $v = r\omega$ ist dann die Arbeit des Wassers, welches zwischen zwei coaxialen Cylinderflächen mit den Radien r und $r + dr$ dem Schraubenrade pro Sek. zufliesst,

$$dL = \gamma \,.\, \frac{2\pi r}{p} dr \,.\, u \,.\, L_1$$

$$= \gamma \,.\, \frac{2\pi}{p} u \frac{\omega}{g} \,.\, r^2 \sin\delta \,(u \cos\delta - r\,\omega \sin\delta)\, dr$$

oder wegen $2\pi r\, tg\,\delta = h$, also

$$r \frac{d\delta}{\cos^2\delta} + tg\,\delta \,.\, dr = 0;\quad \frac{dr}{r} = \frac{-\,d\delta}{\sin\delta\cos\delta}:$$

$$dL = \frac{\gamma}{g} \,.\, \frac{2\pi}{p} u\,\omega \left(\frac{h}{2\pi}\right)^3 \frac{\cos^3\delta}{\sin^2\delta} \left(u\cos\delta - \omega \frac{h}{2\pi} \cos\delta\right) \frac{-\,d\delta}{\sin\delta\cos\delta}$$

$$= -\frac{\gamma}{g} \frac{h}{p} u\,\omega \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 \left(u - \omega \frac{h}{2\pi}\right) cotg^3\,\delta\, d\,\delta.$$

Durch Integration von $r = r_i$ bis $r = r_e$ und entsprechend von $\delta = \delta_i$ bis $\delta = \delta_e$ folgt daraus mit der Bezeichnung

$$J = -\int_{\delta_i}^{\delta_e} cotg^3\,\delta\, d\,\delta = \int_{\delta_e}^{\delta_i} cotg^3\,\delta\, d\,\delta$$

$$L = \frac{\gamma}{g} \frac{h}{p} u\,\omega \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 \left(u - \omega \frac{h}{2\pi}\right) J \;\ldots\ldots\ldots \;(6).$$

Insoweit diese Arbeit von ω abhängt, ist sie unter übrigens gegebenen Umständen am grössten, wenn

$$\omega \frac{h}{2\pi} = \frac{u}{2},\ \text{also}\ \omega = \frac{\pi u}{h} \;\ldots\ldots\ldots\ldots \;(7)$$

= der Hälfte des Grenzwerthes (1) ist, und zwar ist dann

$$L = \frac{\gamma}{g} \frac{h}{p} u \frac{h}{2\pi} \frac{u^2}{4} J = \frac{\gamma h^2 u^3}{8\pi g p} J.$$

Mit Rücksicht auf hydraulische Widerstände und Axenreibung ist der Nutzeffect

$$E = \varepsilon L - \mu E_0 = \frac{\varepsilon \gamma h^2 u^3}{8\pi g p} J - \mu E_0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots \;(8),$$

während der absolute Effect

$$E_0 = \gamma \frac{F}{p} u H = \gamma \frac{F}{p} u \,.\, \frac{1}{m} \frac{u^2}{2g}$$

ist, wo m wieder die Charakteristik bezeichnet. Daraus ergiebt sich der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{E}{E_0} = \frac{\varepsilon\, m}{4\pi}\,\frac{h^2}{F}\, J - \mu.$$

Wegen $\int cotg^3\,\delta = -\frac{cotg^2\,\delta}{2} - ln\, sin\,\delta = -\frac{1}{2}\left(\frac{2\,\pi}{h}\right)^2 r^2 - ln\, sin\,\delta$

ist aber

$$J = \left(\frac{2\,\pi}{h}\right)^2 \frac{r_e^{\,2} - r_i^{\,2}}{2} - ln\,\frac{sin\,\delta_i}{sin\,\delta_e} = 2\,\pi\,\frac{F}{h^2} - ln\,\frac{sin\,\delta_i}{sin\,\delta_e}$$

und deshalb auch

$$\eta = \frac{\varepsilon\, m}{2}\left(1 - \frac{1}{2\,\pi}\,\frac{h^2}{F}\,.\, ln\,\frac{sin\,\delta_i}{sin\,\delta_e}\right) - \mu \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9).$$

Bei der erwähnten Ausführung ist:*

$$2\, r_i = 0{,}25 \qquad 2\, r_e = 1{,}04 \qquad h = 0{,}52.$$

Damit ergiebt sich

$$F = 0{,}8 \text{ Quadratmtr.}, \quad \delta_i = 33^0\, 30', \quad \delta_e = 9^0\, 3'$$

und nach (9):

$$\eta = 0{,}466\, \varepsilon\, m - \mu = 0{,}42\, \varepsilon - \mu,$$

wenn mit Rücksicht auf die Umstände, insbesondere auf das Fehlen eines Leitrades und entsprechender Widerstände hier m verhältnissmässig gross $= 0{,}9$ geschätzt wird. Mit höchtens etwa $\varepsilon = 0{,}9$ und wenigstens $\mu = 0{,}028$ folgt höchstens $\eta = 0{,}35$.

Dieser grösstmögliche Wirkungsgrad kann aber bei den angegebenen Verhältnissen bei weitem nicht erreicht werden, weil thatsächlich ω viel kleiner sein muss, als Gl. (7) angiebt. Indem nämlich im Axenabstande r das Wasser nach dem Stosse mit der bis zum Ausflusse unverändert bleibenden ralativen Geschwindigkeit

$$w_2 = u\, sin\,\delta - v\, cos\,\delta$$

an den Schaufeln entlang fliesst, oder wegen

$$v = r\,\omega = \frac{h}{2\,\pi\, tg\,\delta}\,\omega$$

mit der Geschwindigkeit $w_2 = u\, sin\,\delta - \omega\,\frac{h}{2\,\pi}\,\frac{cos^2\,\delta}{sin\,\delta}$, ist das Wasservolumen, welches durch das ringförmige Element

$$d\,F = 2\,\pi\, r\,.\, d\,r$$

der Fläche F pro Sekunde ausfliesst,

---

* Weisbach, Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 5te Aufl., zweiter Theil, 2te Abtheilung, S. 365.

$$dQ = dF \sin\delta \,.\, w_2 = dF\left(u \sin^2\delta - \omega \frac{h}{2\pi} \cos^2\delta\right)$$

oder wegen $dF = \frac{1}{2\pi}(2\pi r)^2 \frac{dr}{r}$

$$= \frac{1}{2\pi} h^2 \cot g^2 \delta \frac{-d\delta}{\sin\delta \cos\delta} = \frac{-h^2}{2\pi} \frac{\cos\delta \,.\, d\delta}{\sin^3\delta}$$

$$dQ = -\frac{h^2}{2\pi} \cot g\delta \left(u - \omega \frac{h}{2\pi} \cot g^2 \delta\right) d\delta.$$

Mit obiger Bezeichnung J folgt daraus:

$$Q = \frac{h^2}{2\pi}\left(u \ln \frac{\sin\delta_i}{\sin\delta_e} - \omega \frac{h}{2\pi} J\right)$$

und weil auch $Q = \frac{F}{p} u$ ist, ergiebt sich:

$$\omega \frac{h}{2\pi} J = u\left(\ln \frac{\sin\delta_i}{\sin\delta_e} - \frac{2\pi F}{p h^2}\right).$$

Für obiges Beispiel folgt daraus

$$\omega \frac{h}{2\pi} = \left(0{,}145 - \frac{2{,}14}{p}\right) \frac{u}{2}$$

statt $= \frac{u}{2}$ nach (7); z. B. selbst mit $p = 25$ nur

$$\omega \frac{h}{2\pi} = 0{,}06 \,.\, \frac{u}{2},$$

so dass im Ausdrucke (6) von L das Product

$$\omega \frac{h}{2\pi}\left(u - \omega \frac{h}{2\pi}\right) = 0{,}116 \,.\, \frac{u^2}{4} \text{ statt } = \frac{u^2}{4}$$

wird, somit auch

$$\eta = 0{,}116 \,.\, 0{,}466\, \varepsilon m - \mu = 0{,}054\, \varepsilon m - \mu,$$

also fast verschwindend. Dabei ist die Umlaufzahl

$$n = 9{,}55\, \omega = 9{,}55 \,.\, 0{,}06 \frac{\pi u}{h}$$

$$= 0{,}573 \frac{\pi}{h} \sqrt{2 g m H} = 14{,}5 \sqrt{H}.$$

Die Richtung der absoluten Ausflussgeschwindigkeit ist, wie man sich leicht überzeugt, erheblich gegen die Verticale geneigt, in von innen nach aussen zunehmendem Grade und überall entgegengesetzt dem Sinne von v.

Es ist zwar nicht ausgeschlossen, dass andere Verhältnisse bessere Ergebnisse liefern, auch hätte p für verschiedene Axenabstände r im Allgemeinen verschieden gross angenommen werden sollen; indessen ist diese

Turbine offenbar im Princip so mangelhaft, dass auf die weitere Untersuchung verzichtet werden mag. Um sie zu verbessern, wäre das constante Steigungsverhältniss der schraubenflächigen Schaufeln durch ein so veränderliches zu ersetzen, dass die Canalquerschnitte im Sinne der Wasserbewegung abnehmen und dadurch eine Ueberdruckwirkung ermöglicht wird.

§. 41. Innenschlächtige Ueberdruckturbinen.

Die innenschlächtige Vollturbine mit Ueberdruckwirkung, nach ihrem Erfinder Fourneyron-Turbine genannt, ist die erste Turbine von solcher Vollkommenheit, dass sie mit den schon früher ausgebildeten verticalen oder Wasserrädern im engeren Sinne bezüglich des Wirkungsgrades gleichwerthig, bezüglich der Verwerthbarkeit fast beliebig grosser Gefälle aber ihnen überlegen ist. Sie verdankt ihre Entstehung zunächst einem im Jahre 1826 von der Société d'encouragement in Paris ausgeschriebenen Preise für die Herstellung von Turbinen, welche den oberschlächtigen und Poncelet-Rädern in Beziehung auf den Wirkungsgrad gleich kommen sollten, dabei aber geringeres Gewicht haben und weniger Raum einnehmen, als jene unter sonst gleichen Umständen. Nachdem schon Poncelet in demselben Jahre 1826 ein horizontales Wasserrad von ähnlicher Beschaffenheit wie sein bekanntes verticales Rad (§. 27) vorgeschlagen hatte, bei welchem wie bei diesem das Wasser an einem Theile des äusseren Umfanges fast tangential eintreten, dann aber, durch den Radkranz hindurchfliessend, innen mit sehr kleiner Geschwindigkeit ausfliessen sollte, wurde bei Eröffnung der Preisbewerbungen am 1. Mai 1827 nur die Arbeit des Ingenieurs Burdin als beachtenswerth, indessen doch nicht als vollständig genügend anerkannt, weshalb der Concurs bis zum 1. Juli 1829 ausgedehnt wurde. Die vollständige und preisgekrönte Lösung gelang dann dem Civilingenieur Fourneyron zu Besançon. Bei der Einreichung seiner Concurs-Arbeit konnte er schon auf 3 gelungene Ausführungen hinweisen; das grösste Aufsehen machte aber die bald nachher zu St. Blasien im Schwarzwalde in Betrieb gesetzte Hochdruck-Fourneyron-Turbine, welche bei nur 0,55 Mtr. Durchmesser eine Arbeitstärke von $N = 30$ bis 40 Pferden besass, indem sie ein ungewöhnlich grosses Gefälle $H = 108$ Mtr. bei $n = 2300$ Umläufen verwerthete.

Was die Annahmen betrifft, von welchen zur Berechnung der Hauptelemente einer solchen Turbine nach §. 32 passend ausgegangen wird, so kann

$$\frac{r_2}{r_1} = 1,2 \text{ bis } 1,5$$

angenommen werden, um so grösser, je kleiner r_1, ferner

$$b_2 = b \text{ und } \alpha = 25^0 \text{ bis } 30^0,$$

dieser Winkel um so grösser, je grösser Q und je kleiner H gegeben ist, auch je kleiner die Charakteristik m angenommen wird. Mit solchen Annahmen ist die verhältnissmässige Grösse des durch die Ausflussgeschwindigkeit u_2 bedingten Gefällverlustes durchschnittlich ungefähr ebenso gross, wie bei seitenschlächtigen Ueberdruckturbinen (§. 38) mit $\alpha = 20^0$. Wird nämlich in Gl. (18), §. 31, vorläufig nur

$$b_2 = b \text{ und } \frac{k k_1}{k_2} = k'$$

gesetzt, so folgt

$$tg\,\delta = m\frac{\varphi}{\varepsilon}k'\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 sin\,2\,\alpha \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

damit und mit §. 31, Gl. (2) und (7):

$$u_2 = v_2\,tg\,\delta = \frac{r_2}{r_1}\,\frac{\varepsilon}{cos\,\alpha}\sqrt{\frac{g\,H}{2\,m}}\,.\,m\frac{\varphi}{\varepsilon}k'\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 sin\,2\,\alpha$$

$$= \varphi\,k'\frac{r_1}{r_2}\,sin\,\alpha\,\sqrt{m\,.\,2\,g\,H}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = \left(\varphi k'\frac{r_1}{r_2}\,sin\,\alpha\right)^2.\,m\,H \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Mit durchschnittlich $\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3}$ und $\alpha = 27^0\,30'$, $m = 0{,}5$ sowie mit $\varepsilon = 0{,}8$ und $\varphi\,k' = 0{,}9$ ergiebt sich aus (1) und (2):

$$\delta = 14^0\,32' \text{ und } \frac{u_2^2}{2g} = 0{,}049\,H.$$

Ein bestimmter Werth der Charakteristik ist übrigens bei Ueberdruckturbinen nicht wesentlich, und es kann auch statt dessen ein gewisser Winkel β zu Grunde gelegt werden. Wird mit Fourneyron $\beta = 90^0$ angenommen, so ergiebt sich für m fast genau der obige Werth $m = 0{,}5$. Die Gleichung (8), §. 31, giebt nämlich

$$\varepsilon = 2\,m\,cos^2\,\alpha = m\,(1 + cos\,2\,\alpha)$$

$$m = 0{,}508 \text{ mit } \varepsilon = 0{,}8 \text{ und } \alpha = 27^0\,30'.$$

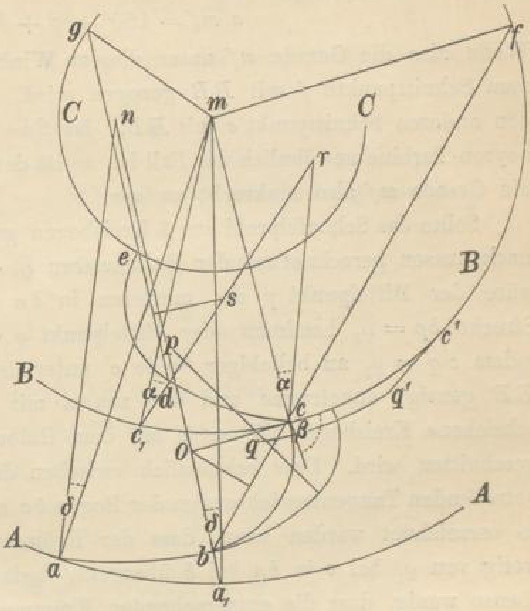
Die Zahl der Leitschaufeln kann etwas kleiner, als die Zahl der Turbinenschaufeln genommen werden, letztere etwa $= 20 + 30\,r_1$ oder nöthigenfalls so viel kleiner, dass die Canalweite a_2 nicht kleiner ausfällt, als etwa = 25 Millimeter. Dabei mag nach Redtenbacher

$$r_1 = \sqrt{\frac{Q}{\pi\,c}} = 0{,}54\,\sqrt{Q}$$

ungefähr gewählt werden, entsprechend einer Geschwindigkeit $c = 1{,}09$ Mtr. im Querschnitte πr_1^2, also einer etwas grösseren Geschwindigkeit des dem Leitrade zufliessenden Wassers. —

Figur 42 erläutert die Verzeichnung der Schaufelprofile mit Rücksicht auf möglichsten Parallelismus der Bahnen der aus den Canälen fliessenden Wassertheilchen, wobei zunächst eine Zusammensetzung dieser Profile aus Kreisbögen vorausgesetzt ist. Die concentrischen Kreise AA, BB und CC mit dem Mittelpunkte m mögen bezw. dem äusseren und inneren Umfange des Radkranzes, sowie der inneren Begrenzung der Leitschaufeln entsprechen. Der Bogen aa_1 sei ein Theilbogen, der Winkel ama_1 ein Theilwinkel:

Fig. 42.



$$ama_1 = \frac{2\pi r_2}{z_1} = \varepsilon.$$

Wenn die Geraden an und $a_1 n$ unter dem Winkel δ in gleichem Sinne bezw. gegen am und $a_1 m$ geneigt sind, so ist ihr Schnittpunkt n der Mittelpunkt des Kreisbogens ab, welcher als äusserstes Stück des durch a gehenden Schaufelprofils anzunehmen ist, und wenn dasselbe im Uebrigen durch einen einzigen anderen Kreisbogen bc gebildet werden soll, so ist die Lage seines Mittelpunktes o in $a_1 n$ durch die Bedingung bestimmt, dass dieser Bogen bc den Kreis BB unter dem Winkel β (in dem Sinne, wie die Figur anzeigt) schneiden soll. Durch den Punkt c würde auch o in leicht ersichtlicher Weise bestimmt sein; die Lage von c ergiebt sich aber durch folgende Ueberlegung. Schneidet die Gerade bc den Kreis BB zum zweiten Mal in f, so sind cmf und boc gleichschenklige Dreiecke, und ist der Winkel

$$\begin{aligned} mco &= 180^0 - mcf - ocb = 180^0 - mfb - obf \\ &= 180^0 - mfb - mbf - mbo \\ &= bmf - mbo = bmf - (bma_1 + \delta) \\ &= a_1 mf - \delta; \end{aligned}$$

weil aber, wie die Figur erkennen lässt, derselbe Winkel mco auch $= 180^0 - \beta$ ist, folgt

$$a_1 mf = 180^0 - \beta + \delta.$$

Wenn also die Gerade mf unter diesem Winkel gegen ma_1 geneigt bis zum Schnittpunkte f mit BB gezogen wird, so ergiebt die Gerade fb den anderen Schnittpunkt c mit BB. Ist $\beta = 90^0$, wie es bei der Fourneyron-Turbine gewöhnlich der Fall ist, so ist der Winkel $a_1 mf = 90^0 + \delta$, die Gesade mf also senkrecht zu $a_1 n$.

Sollte das Schaufelprofil aus 3 Kreisbogen gebildet werden, von innen nach aussen gerechnet mit den Halbmessern $\varrho_1 < bo$, $\varrho_2 > bo$ und bn, so wäre der Mittelpunkt p des mittleren in bn ohne Weiteres durch die Strecke $bp = \varrho_2$ bestimmt; der Mittelpunkt q des inneren ergiebt sich, indem $c'q' = \varrho_1$ an beliebiger Stelle c' unter dem Winkel $90^0 - \beta$ gegen BB geneigt angetragen und der aus m mit dem Halbmesser mq' beschriebene Kreisbogen $q'q$ aus p mit dem Halbmesser $pq = \varrho_2 - \varrho_1$ in q geschnitten wird. Dass schliesslich zwischen den Punkten b, c und den betreffenden Tangentenrichtungen der Bogen bc auch als empirische Curve so verzeichnet werden kann, dass der Krümmungshalbmesser möglichst stetig von ϱ_1 bei c in bn bei b übergeht, bedarf kaum der Erwähnung; ebenso wenig, dass die entsprechenden Krümmungsmittelpunkte n und o, bezw. p, q der übrigen Schaufelprofile in concentrischen Kreisen zum Mittelpunkte m gelegen sind, und zwar in Winkelabständen $= \varepsilon$.

Auf gleiche Weise kann das Profil cde einer Leitschaufel, welches die Kreise BB und CC unter den Winkeln α und 90^0 schneiden soll, verzeichnet werden. Ist hier

$$ce_1 = \frac{2\pi r_1}{z}$$

ein Theilbogen, und sind die Geraden cr und $c_1 r$ unter dem Winkel

$$\alpha = mcr = mc_1 r$$

gegen cm und $c_1 m$ geneigt, so ist ihr Durchschnittspunkt r der Mittelpunkt des Kreisbogens cd. Wird ferner die Gerade mg senkrecht zu $c_1 r$ gezogen, und ist g ihr Schnittpunkt mit dem Kreise CC, so liefert die Verbindungsgerade desselben mit dem Punkte d den Anfangspunkt e des Schaufelprofils, und die Normale im Mittelpunkte der Strecke de in ihrem Schnittpunkte s mit $c_1 r$ den Mittelpunkt des Kreisbogens de. —

Beispielsweise sei eine Fourneyron-Turbine für denselben Fall

$$N = 40 \text{ und } H = 2,5$$

zu entwerfen, für welchen in §. 39 die Elemente einer axialen Druckturbine bestimmt wurden. Nach §. 32 ergeben die Annahmen

$$\varepsilon = 0,8 \qquad \varphi = 0,95 \qquad \eta = 0,72$$

das Aufschlagwasserquantum $Q = \frac{5}{3}$, und die weiteren Annahmen

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3} \qquad b_2 = b \qquad \alpha = 30^0 \qquad \beta = 90^0$$

die Charakteristik $m = \frac{8}{15} = 0,533$ sowie die Geschwindigkeiten:

$$v_1 = 4,43 \text{ und } v_2 = \frac{4}{3} v_1 = 5,907$$

$$u = 5,115 \text{ und } w = \frac{u}{2} = 2,557.$$

In nahem Anschlusse an $0,54 \sqrt{Q} = 0,697$ werde

$$r_1 = 0,69 \text{ und } r_2 = 0,92$$

angenommen, ferner $z = 36$, $z_1 = 42$,

$$s = 0,005 \text{ und } s_1 = s_2 = 0,006.$$

Damit findet man weiter:

$$a = 0,0552 \text{ und } a_1 = 0,0972, \text{ sowie } b = 0,174$$
$$a_2 = 0,035 \text{ und } \delta = 17^0 20'$$
$$u_2 = 1,844 \text{ und } w_2 = 6,188$$
$$w_1 = k_1 w_0 = k_1 \varphi w = 2,227.$$

Die Umlaufzahl ist $n = 9,55 \frac{v_1}{r_1} = 61,3$.

Ist endlich der Halbmesser des inneren Umfangs des Leitrades = 0,25 Mtr., und werden die Profile der Leitschaufeln aus zwei Kreisbögen mit den Radien ϱ_0 und ϱ, die Profile der Turbinenschaufeln aus zwei Kreisbögen mit den Radien ϱ_1 und ϱ_2 gebildet, so ergeben sich dieselben sowie die gesammten Bogenlängen dieser Profile aus der Zeichnung gemäss Fig. 42:

$$\varrho_0 = 0,325 \qquad \varrho = 0,57 \qquad l = 0,59$$
$$\varrho_1 = 0,18 \qquad \varrho_2 = 0,88 \qquad l_1 = 0,38.$$

Um die Leitschaufeln nicht zu nahe zusammenkommen zu lassen, mögen sie nur abwechselnd sich bis zum inneren Umfange des Leitrades erstrecken, dazwischen bis etwa zur Hälfte dieser Kranzbreite.

Die Prüfung der Angemessenheit der Annahme $\varepsilon = 0{,}8$ nach §. 33 ergiebt unter der Voraussetzung, dass die Turbine im Unterwasser umläuft und die Abflussgeschwindigkeit c_2 nahe = 1 Sek. Mtr. sein soll, die den Widerständen im Spalt, in der Turbine selbst und infolge des Ausflusses aus derselben entsprechenden Gefällverluste bezw.

$$= 0{,}014\,H,\ 0{,}088\,H \text{ und } 0{,}015\,H,$$

zusammen $= 0{,}117\,H$, so dass $\varepsilon = 0{,}8$ einer Widerstandshöhe des Leitrades und überhaupt der Zuleitung $= 0{,}083\,H$ entsprechen würde. Letztere zu berechnen, würde hier allzu unsichere und willkürliche Annahmen erfordern; das Wasser strömt zwischen den Leitcanälen mit anfangs verticaler Geschwindigkeit in trapezförmigen Querschnitten von vorwiegend radialer Erstreckung bis zu der horizontalen Geschwindigkeit u in rechteckigen Querschnitten $= ab$ mit vorwiegend axialer Erstreckung in kaum angebbaren doppelt gekrümmten Bahnen. Die Widerstandshöhe $= 0{,}083\,H$ ist aber mit Rücksicht auf die Rechnungsergebnisse in anderen Fällen (z. B. im Beispiele des §. 39, wo sie $= 0{,}07\,H$ gefunden wurde) so wahrscheinlich nahe zutreffend, dass die Annahme $\varepsilon = 0{,}8$ einer Correctur nicht bedürftig erscheint.

Der Annahme $\varphi = 0{,}95$ entspricht hier nach §. 34, Gl. (5) der Werth

$$\mu' s' = 0{,}0044.$$

Dabei bedeutet s' die doppelte Spaltweite, sofern der Wasserverlust sowohl nach oben wie nach unten stattfinden kann; mit einem in §. 34 als wahrscheinlich nahe zutreffend gefundenen Ausflusscoefficienten $\mu' = {}^1/_3$ würde also die Annahme $\varphi = 0{,}95$ einer Spaltweite

$$\frac{3}{2} \cdot 0{,}0044 = 0{,}0066 \text{ Mtr.}$$

entsprechen, welche in der That weder zu klein, noch auch erheblich zu gross erscheint.

§. 42. Innenschlächtige Druckturbinen.

Bei Radialturbinen mit innerer Beaufschlagung ist für keine Grösse der Charakteristik m ein zwingender Grund vorhanden, von der einfachen rechteckigen Querschnittsform ($b_2 = b$) des Radkranzes abzugehen; nur ist bei Druckturbinen der Winkel α etwas kleiner zu machen, als bei Ueberdruckturbinen, im Durchschnitt etwa

$$\alpha = 20^0, \text{ während } \varphi = 1,\ \varepsilon = 0{,}78 \text{ und } m = 0{,}84$$

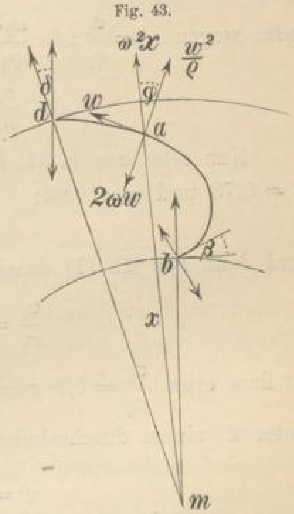
(besonders mit Rücksicht auf Partialturbinen, was ε betrifft) im Mittel anzunehmen sein mag. Nach den Gleichungen (1) und (2) im vorigen Paragraph findet man damit und mit

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3},\ k' = \frac{k k_1}{k_2} = 0{,}9:$$

$$\delta = 19^0\,18' \text{ und } \frac{u_2^{\ 2}}{2g} = 0{,}025\,H.$$

Wichtig ist bei der in Rede stehenden Turbinengattung die Krümmung der Turbinenschaufeln zur Erfüllung der Forderung, dass die Wassertheilchen überall sicher von ihnen geführt werden, indem sie einen stets nach vorn gegen die concave Schaufelfläche gerichteten Druck ausüben sollen. Von den 4 Kräften, welche denselben nach §. 36 bedingen, ist hier nur die Schwerkraft parallel den Schaufelflächen gerichtet, während die übrigen, die absolute, die zusammengesetzte und die relative Centrifugalkraft an dem fraglichen Normaldrucke betheiligt sind und eine von aussen nach innen zunehmende Krümmung der Schaufeln erfordern. Ist nämlich in Fig. 43 die Curve bd ein Schaufelprofil, ϱ ihr Krümmungshalbmesser im Punkte a, dem augenblicklichen Orte eines mit der augenblicklichen relativen Geschwindigkeit w entlang fliessenden Wassertheilchens, $x = ma$ seine Entfernung vom Mittelpunkte m, so wirken auf dieses Wassertheilchen ausser der zur Ebene der Figur senkrechten Schwere pro Masseneinheit die in der Figur angedeuteten Kräfte

Fig. 43.



$$\omega^2 x,\ 2\,\omega\,w \text{ und } \frac{w^2}{\varrho}$$

bezw. = der absoluten, zusammengesetzten und relativen Centrifugalkraft, und wenn φ den Winkel zwischen den Richtungen der ersten und der letzten dieser Kräfte bedeutet, so ist der entsprechende Normaldruck, welcher stets positiv sein soll,

$$= \omega^2 x \cos\varphi - 2\,\omega\,w + \frac{w^2}{\varrho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Im Anfangspunkte b ist

$$x = r_1,\ \varphi = 180^0 - \beta,\ w = w_1$$

und es sei $\varrho = \varrho_1$; dann ist die hier zu erfüllende Bedingung:

$$-\omega^2 r_1 \cos\beta - 2\omega w_1 + \frac{w_1^2}{\varrho_1} > 0$$

oder wegen $\omega = \frac{v_1}{r_1}$: $\quad \frac{w_1^2}{\varrho_1} > \frac{v_1}{r_1}(2w_1 + v_1 \cos\beta)$

$$\frac{r_1}{\varrho_1} > \frac{v_1}{w_1}\left(2 + \frac{v_1}{w_1}\cos\beta\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Im Endpunkte d ist

$$x = r_2,\ \varphi = \delta,\ w = w_2$$

und es sei $\varrho = \varrho_2$; die Forderung ist dann:

$$\omega^2 r_2 \cos\delta - 2\omega w_2 + \frac{w_2^2}{\varrho_2} > 0$$

oder wegen $\omega = \frac{v_2}{r_2}$: $\quad \frac{w_2^2}{\varrho_2} > \frac{v_2}{r_2}(2w_2 - v_2 \cos\delta)$

$$\frac{r_2}{\varrho_2} > \frac{v_2}{w_2}\left(2 - \frac{v_2}{w_2}\cos\delta\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Nun folgt aus §. 31, Gl. (8) mit den obigen Mittelwerthen $\alpha = 20^0$, $\varepsilon = 0{,}78$ und $m = 0{,}84$:

$$\beta = 17^0\,30'$$

und dann aus Gl. (1) daselbst:

$$\frac{v_1}{w_1} = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\alpha} = 0{,}879,$$

so dass etwa $\frac{v_1}{w_1} = 0{,}9$ gesetzt werden kann, entsprechend gemäss §. 33 unter 2) einem durchschnittlichen Stosswinkel

$$\psi = \operatorname{arc}\cos\frac{w_1}{w} = 12^0\,24'.$$

Die obige Bedingung (2) giebt dann

$$\frac{r_1}{\varrho_1} > 2{,}44 \text{ oder } \varrho_1 < 0{,}41\,r_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2, a).$$

Die Bedingung (3) giebt wegen $v_2 = w_2 \cos\delta$ mit durchschnittlich $\delta = 20^0$:

$$\frac{r_2}{\varrho_2} > 1{,}05 \text{ oder } \varrho_2 < 0{,}95\,r_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3, a).$$

Um das Schaufelprofil aus 3 Kreisbögen zusammenzusetzen (vorbehaltlich schliesslichen Ersatzes durch eine sich nahe anschliessende empirische Curve mit möglichst stetig veränderlicher Krümmung), kann analog Fig. 42 im vorigen Paragraph, wenn aa_1 wieder einen Theilbogen des äusseren Umfangs bedeutet, um a_1 mit einem Halbmesser $= a_2 + s_2$ ein

Kreis beschrieben und der Mittelpunkt n des äusseren Profilbogens ab so bestimmt werden, dass letzterer, durch a gehend, jenen um a_1 beschriebenen Kreis berührt, und dass sein Halbmesser $na = nb$ der Bedingung (3) mit hinlänglicher Sicherheit genügt. Wird dann der Krümmungshalbmesser ϱ_1 für den Anfangspunkt c gemäss der Bedingung (2) angenommen und $c'q'$ unter dem Winkel $90^0 - \beta$ gegen die Kreislinie BB geneigt angetragen, so ist nach den Erklärungen im vorigen Paragraph der Krümmungsmittelpunkt q im Kreisbogen $q'q$ bestimmt, sobald in bn der mittlere Krümmungsmittelpunkt p so angenommen ist, dass bp ein passender Mittelwerth ist zwischen bn und $\varrho_1 = c'q'$. —

Bei einer innenschlächtigen Partialdruckturbine kommt wesentlich in Betracht, dass das Wasser, welches in einen vom Einlaufe sich eben entfernenden Turbinencanal einfliesst, einen erheblichen Stoss gegen die vordere diesen Canal begrenzende Schaufel ausüben kann, wie schon im §. 29 bemerkt und durch Fig. 33 veranschaulicht wurde. Dieser Stoss (bei z' in Fig. 33) kann insbesondere dann den Wirkungsgrad merklich beeinträchtigen, wenn nur ein einziger Einlauf aus zwei oder drei Leitcanälen bestehend, vorhanden ist, wie z. B. bei der Schwamkrug-Turbine, jener schon im §. 28 erwähnten innenschlächtigen Partialturbine mit horizontaler Axe und Wasserzuleitung an der tiefsten Stelle des Radkranzes. Offenbar wird jener schädliche Stoss verkleinert, wenn sowohl die Schaufelzahl z_1 thunlichst gross, als auch der Krümmungshalbmesser ϱ_1 am Anfange des Schaufelprofils so gross gemacht wird, wie es die Bedingung (2) und die übrigen Umstände gestatten.

§. 43. Innenschlächtige Turbinen ohne Leitschaufeln.

So sehr auch die Leitschaufeln einer Turbine zur Erzielung eines grösstmöglichen Wirkungsgrades η wesentlich sind, kann doch ihre Weglassung in solchen Fällen gerechtfertigt sein, in welchen die Rücksicht auf möglichste Einfachheit ebenso sehr oder mehr, als die Rücksicht auf η in Betracht kommt und grosse Gefälle bei kleinen Wassermengen zur Verfügung sind. Ausser den im §. 40 besprochenen seitenschlächtigen Stossrädern sind es besonders innenschlächtige Turbinen ohne Leitschaufeln, welche gemäss bisherigen Ausführungen, meistens als Ueberdruckturbinen, in solchen Fällen gute Dienste leisten können. Dieselben brauchen nicht immer Stossräder zu sein; aus der fundamentalen Gleichung (§. 31, Gl. 3):

$$g \varepsilon H = u v_1 \cos \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

welche bekanntlich den Forderungen stossfreien Einflusses und normalen

Ausflusses entspricht, ist zunächst nur ersichtlich, dass diese beiden Forderungen nicht zugleich ohne Leitschaufeln erfüllbar sind, weil dann das Wasser als normal zur Eintrittsfläche, hier also radial zufliessend anzunehmen wäre, mit $\alpha = 90^0$ aber obiger Gleichung ein wirksames Gefälle = Null oder ein unendlich grosses Product uv_1 entsprechen würde. Auch der normale Ausfluss allein schliesst schon bei normalem Einflusse jede nützliche Arbeitsübertragung auf die Turbine aus; die Gleichung (1) wäre dann zu ersetzen durch:

$$g(\varepsilon - \varsigma) H = uv_1 \cos \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2),$$

so dass mit $\cos \alpha = 0$ das wirksame Gefälle εH ganz als Stossgefälle ςH verloren ginge, wenn nicht wieder $uv_1 = \infty$ wäre. Bei nicht normalem Ausflusse besteht aber nach §. 30, Gl. (6) die allgemeinere Beziehung:

$$g(\varepsilon - \varsigma) H = uv_1 \cos \alpha + v_2 w_2 \cos \delta - v_2^2 \quad \ldots \ldots \quad (3),$$

welche auch im Falle $\alpha = 90^0$ den stossfreien Einfluss ($\varsigma = 0$) nicht ausschliesst.

Hierher gehörige Turbinen sind insbesondere diejenigen von Cadiat und von Combes, die schottische oder Whitelaw'sche Turbine (gewöhnlich so bezeichnet, obschon Manouri d'Ectot schon früher ganz ähnliche in Frankreich ausgeführt hatte), und endlich Einrichtungen, welche sich mehr unmittelbar an die übliche Ausführungsform des bekannten Segner'schen Wasserrades anschliessen. Z. B. bei einer Ausführung von Althans in Vallendar* sind an einen um seine verticale Axe rotirenden, oben geschlossenen Hohlcylinder an diametral gegenüber liegenden Stellen zwei horizontale gerade Röhren (Schwungröhren) angesetzt, nahe deren geschlossenen äusseren Enden das Wasser seitlich aus durch Schieber mehr oder weniger verschliessbaren rechteckigen Oeffnungen entgegengesetzt dem Sinne der Umfangsgeschwindigkeit ausfliesst, während es dem Hohlcylinder von unten zugeführt wird durch ein Rohr, dessen aufwärts gekrümmtes Ende sich vermittels einer Stopfbüchse wasserdicht an den darin rotirenden Hohlcylinder anschliesst. Während diese Anordnung einer innenschlächtigen Ueberdruckturbine entspricht, bei welcher ausser $\alpha = 90^0$ auch $\beta = 90^0$ ist, der Einfluss des Wassers in die den Turbinencanälen entsprechenden Schwungröhren folglich mit Stoss stattfindet, lassen die übrigen genannten Turbinen einen stossfreien Einfluss zu. Von denselben möge hier nur die schottische, durch besonders compendiöse Beschaffenheit sich auszeichnende näher besprochen werden,

* Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik von Weisbach, V. Auflage, bearbeitet von G. Herrmann, II. Theil, 2. Abth., S. 356.

während die Turbine von Cadiat sich von einer Fourneyron-Turbine mit Wasserzuführung von oben kaum anders, als durch das Fehlen des Leitrades (sowie durch eine äussere Ringschütze zur Regulirung) unterscheidet, ähnlich die Turbine von Combes mit Wasserzuführung von unten, so dass ihre Substitution für die vollkommnere Fourneyron-Turbine kaum hinlänglich begründet erscheint.

1) Die schottische Turbine pflegt mit nur 2 bis 4 getrennten Canälen ausgestattet zu sein, deren Mittellinien no (Fig. 44) Centriwinkeln nmo von 180^0, bezw. 120^0 oder 90^0 entsprechen. Auf diese Mittellinien seien hier die Geschwindigkeiten, Schnittwinkel und Radien bezogen; von letzteren ist $mo = r_2$ etwa 3 bis 4 mal so gross, als $mn = r_1$. In der Cylinderfläche mit dem Halbmesser r_1 schneiden sich die verticalen Canalwandflächen fast scharfkantig, so dass von Störungen oder Widerständen durch Schaufeldicken hier abgesehen werden kann. Die inneren jener verticalen Canalwände bilden am Ende Klappen (qp in Fig. 44, drehbar um q) zur Regulirung der Turbine durch Aenderung der Ausflussweiten a_2. Trotz grossen Ueberdruckes des einfliessenden Wassers kann von einem Wasserverluste abgesehen ($\varphi = 1$ gesetzt) werden bei der von Redtenbacher getroffenen Anordnung: Fig. 45. In eine umlaufende Rinne an der Mündung A des Rohrs, durch welches das Wasser von unten zugeführt wird, ist zur Dichtung ein Lederstulp eingelegt, der durch den Druck des Wassers gegen die Aussenwand eines Messingringes B angepresst wird; dieser Ring selbst wird durch den Wasserdruck auf seine untere Fläche oben gegen den abgeschliffenen unteren Rand der Turbinenwand gepresst, und es wird dadurch ein wasserdichter Abschluss erzielt mit kleinerer Reibung, als dann stattfinden würde, wenn ohne den Messingring die Turbinenwand selbst, durch den Lederstulp gedichtet, in das Zuflussrohr

Fig. 44.

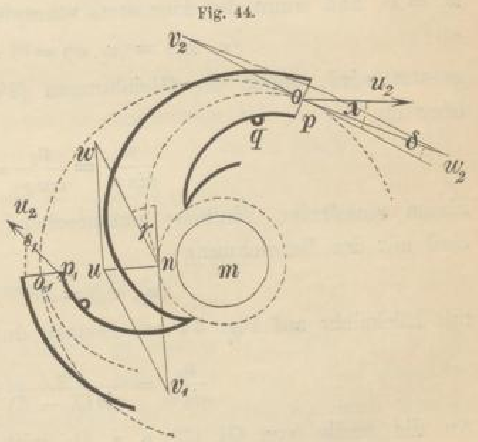
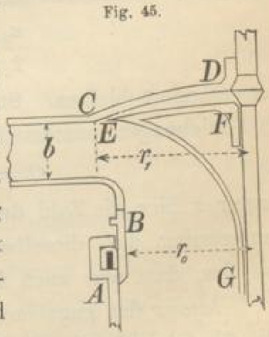


Fig. 45.



hinein reichte. Bei E zwischen dem Turbinenteller CD und der Abschlusswand EF des die Turbinenwelle umgebenden, mit stetiger Krümmung oben erweiterten feststehenden Rohres EG kann zwar auch ein Wasserverlust stattfinden; derselbe ist aber nicht von Belang, weil bei gehöriger Dichtung an der Stelle F sich der Raum zwischen CD und EF bald mit Wasser anfüllt, und ein weiterer Durchfluss bei E dadurch verhindert wird.

Ohne Wasserverlust und ohne Wirkung von Schaufeldicken ist $w_1 = w_0 = w$, und wenn der hier stets stumpfe Winkel

$$(v_1, w_1) = (v_1, w) = \beta = 180^0 - \gamma$$

gesetzt wird, gehen die Gleichungen (1), §. 31, zugleich mit $\alpha = 90^0$ über in:

$$\frac{u}{\sin\gamma} = \frac{v_1}{\cos\gamma} = w \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4),$$

einem stossfreien Einflusse entsprechend; die Gleichungen (2) daselbst sind mit der Bezeichnung

$$(u_2,\ v_2) = 180^0 - \lambda$$

mit Rücksicht auf Fig. 44 zu ersetzen durch:

$$\frac{u_2}{\sin\delta} = \frac{v_2}{\sin(\lambda - \delta)} = \frac{w_2}{\sin\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

An die Stelle von Gl. (3) a. a. O. tritt die obige Gleichung (3) mit $\alpha = 90^0$ und $\varsigma = 0$:

$$g\varepsilon H = v_2 (w_2 \cos\delta - v_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6),$$

während die Gleichungen

$$\frac{u_2^{\ 2}}{2g} = mH \ldots (7) \text{ und } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

unverändert bleiben. Statt (9)—(14) im §. 31 sind hier endlich nur die 3 Gleichungen aufzustellen:

$$Q = 2\pi r_1 b u = z a_1 b w = z a_2 b w_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9),$$

unter z hier die Zahl der Turbinencanäle verstanden, und unter der Voraussetzung, dass dieselben oben und unten von ebenen Wänden gebildet werden, dass also auch $b_2 = b$ ist.

Ausser den gegebenen oder angenommenen Grössen Q, H, ε enthalten die 10 Gleichungen (4)—(9) folgende 16 Elemente:

$$m \quad \frac{r_1}{r_2} \quad \gamma \quad \delta \quad \lambda \quad u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2 \quad z \quad r_1 \quad b \quad a_1 \quad a_2,$$

von welchen somit noch 6 angenommen werden können. Dazu eignen sich z. B.

$$\frac{r_1}{r_2} \quad \gamma \quad \delta \quad u \quad z \quad r_1.$$

Die üblichen Grenzen $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ und $z = 2$ bis 4 wurden schon erwähnt; r_1 ist etwas grösser, als der innere Halbmesser r_0 des Messingringes B, Fig. 45, welcher selbst bestimmt ist durch die Annahme einer passend scheinenden mittleren Geschwindigkeit u_0 in dem (mit Rücksicht auf das die Turbinenwelle umgebende Rohr) etwa $= 0{,}9 \,.\, \pi r_0^2$ zu setzenden betreffenden Querschnitte, also durch die Gleichung:

$$0{,}9 \,.\, \pi r_0^2 u_0 = Q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Für die Annahme von γ, δ, u ist vor allem die Rücksicht auf den daraus folgenden, nicht unnöthig gross zu machenden Werth von u_2 massgebend. Wie aus Fig. 44 unmittelbar ersichtlich, ist nämlich

$$u_2^2 = w_2^2 \sin^2\delta + (w_2 \cos\delta - v_2)^2,$$

also gemäss Gl. (6):

$$u_2^2 = \left(\frac{g\varepsilon H}{v_2} + v_2\right)^2 tg^2\delta + \left(\frac{g\varepsilon H}{v_2}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11).$$

Zunächst ist hiernach u_2 um so kleiner, je kleiner δ. Wenn aber δ ein kleiner Winkel und H nicht sehr klein, somit das zweite Glied des Ausdruckes (11) von u_2^2 überwiegend gross ist, so wird u_2 auch um so kleiner, je grösser

$$v_2 = \frac{r_2}{r_1} v_1 = \frac{r_2}{r_1} u \cot g\,\gamma,$$

je grösser also u und je kleiner γ angenommen wird. Die Vergrösserung von u hat freilich durch entsprechende Verkleinerung von b Vergrösserung des Reibungswiderstandes in den Canälen zur Folge, so dass es, zugleich zur Erzielung einer passenden Umlaufzahl n, in der Regel nicht rathsam sein wird, u viel $> u_0$ zu wählen. Auch ein sehr kleiner Winkel γ ist zu vermeiden, um die zu Grunde liegende Voraussetzung gleicher Verhältnisse für alle in einen Canal längs des Umfangsbogens $\frac{2\pi r_1}{z}$ einfliessenden Wassertheilchen nicht allzu ungenau werden zu lassen. Sind u und γ angenommen, so ist δ an einen entsprechenden unteren Grenzwerth gebunden, der dadurch bedingt ist, dass die Bewegung der Turbine und der Ausfluss des Wassers aus ihren Canälen sich nicht stören dürfen. In dieser Hinsicht ist zu fordern, dass während der Drehung des Rades um den Winkel omo_1 (Fig. 44), also während der Zeit $\frac{2\pi r_2}{z v_2}$, ein bei p_1

eben ausgeflossenes Wassertheilchen sich wenigstens bis s_1, nämlich so weit von m entfernt hat, dass es vom folgenden Canal no nicht mehr getroffen werden kann. Zu dem Ende muss der Weg jenes Wassertheilchens nach der zu w_2 senkrechten Richtung während der fraglichen Zeit $> a_2$, also

$$u_2 \sin(\lambda - \delta) \frac{2\pi r_2}{z v_2} > a_2$$

oder mit Rücksicht auf (5): $\sin\delta > \dfrac{z a_2}{2\pi r_2}$ . . . . (12)

sein.* Zunächst erscheint hierdurch die untere Grenze von δ abhängig von der wenigstens verlangten Ausflussweite a_2. Indem aber nach (9)

$$z a_2 = \frac{2\pi r_1 u}{w_2}$$

ist, folgt aus (12) auch

$$w_2 \sin\delta > \frac{r_1}{r_2} u,$$

und weil nach (6):

$$w_2 \cos\delta = \frac{g\varepsilon H}{v_2} + v_2 = \frac{r_1}{r_2}\frac{g\varepsilon H}{v_1} + \frac{r_2}{r_1} v_1$$

ist, mit $v_1 = u \operatorname{cotg}\delta$ endlich die Bedingung:

$$\operatorname{cotg}\delta < \frac{g\varepsilon H}{u v_1} + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \frac{v_1}{u}$$

$$< \frac{g\varepsilon H}{u^2} \operatorname{tg}\gamma + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \operatorname{cotg}\gamma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13).$$

Mit den von solchen Gesichtspunkten angenommenen 6 Elementen $\frac{r_1}{r_2}$, γ, δ, u, z, r_1 findet man m aus (7), v_1 und w aus (4), v_2 aus (8), w_2 aus (6), λ und u_2 aus (5).

---

* Streng genommen muss schon während der Drehung des Rades um den Winkel oms_1, Fig. 44, das bei p_1 eben ausgeflossene Wassertheilchen nach s_1 gelangt, also

$$u_2 \sin(\lambda - \delta) \frac{\frac{2\pi r_2}{z} - a_2\left(\frac{\pi}{2} + \delta - \lambda\right)}{v_2} > a_2$$

$$\frac{2\pi r_2}{z} > a_2\left(\frac{1}{\sin\delta} + \frac{\pi}{2} + \delta - \lambda\right)$$

sein. Indem aber δ nur etwa $= 5^0$, $\lambda = 15^0$ zu sein pflegt, ist

$$\frac{\pi}{2} + \delta - \lambda \text{ nahe } = 1{,}4 \text{ so klein gegen } \frac{1}{\sin\delta} = 11{,}5,$$

dass obiger Gleichung (12) nur mit wenig überschüssiger Sicherheit entsprochen zu werden braucht.

Die Mittellinie eines Turbinencanals kann als eine Curve, welche die in den bezüglichen Umfangskreisen im Winkelabstande $= \frac{360^0}{z}$ gelegenen Punkte n und o (Fig. 44) verbindet und jene Kreise unter den Winkeln γ und δ schneidet, aus freier Hand oder nach willkürlichen Regeln gezeichnet werden. Kreise, welche um n, o und um Zwischenpunkte dieser Mittellinie no mit Halbmessern $= \frac{a_1}{2}, \frac{a_2}{2}$, bezw. = passenden Zwischenwerthen beschrieben werden, können dann dazu dienen, die Profile der krummen Canalwände so zu zeichnen, dass sie (ev. verlängert) fragliche Kreise umhüllen, wobei aber zu Gunsten der Stetigkeit von Richtungs- und Querschnittsänderungen nöthigenfalls einerseits zugegeben, andererseits weggenommen werden mag, so dass die einzuhüllenden Kreise von dem einen Profil eben schon geschnitten, wenn sie vom anderen nicht ganz erreicht werden.

Beispielsweise sei $Q = 0{,}1$ und $H = 12$, nach vorläufiger Annahme $\varepsilon = 0{,}75$. Ferner sei

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3} \qquad z = 3 \qquad u_0 = 1{,}5.$$

Aus (10) folgt dann $r_0 = 0{,}153$, so dass

$$r_1 = 0{,}18 \text{ und } r_2 = 0{,}54$$

passend festzusetzen sind. Mit den weiteren Annahmen:

$$u = 2,\ \gamma = 45^0 \text{ und } \delta = 2^0\,30',$$

indem die Bedingung (13) nur $\delta > 1^0\,50'$ verlangt, würde sich dann aus (4) bis (8) ergeben:

$$m = 0{,}017 \qquad v_1 = 2 \qquad w = 2{,}828 \qquad v_2 = 6$$

$$w_2 = 20{,}74 \qquad \lambda = 3^0\,31' \qquad u_2 = 14{,}75 \qquad \frac{u_2^{\,2}}{2g} = 11{,}09.$$

Die Ausflussgeschwindigkeitshöhe ergäbe sich also $> \varepsilon H$ und würde eine Nutzleistung ausschliessen. Da die Verkleinerung von δ nicht in Frage kommen kann (das erste Glied mit δ im Ausdrucke (11) von $u_2^{\,2}$ ist überhaupt hier verschwindend klein gegen das zweite), auch die Vergrösserung von u mit Rücksicht auf b nicht räthlich erscheint, bleibt nur übrig, γ wesentlich kleiner anzunehmen. Sollte dadurch

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} \text{ auf } 0{,}2\,H = 2{,}4$$

reducirt werden, was einen Werth von ε höchstens etwa $= 0{,}7$ zulassen dürfte, so ergäbe sich aus (11) bei Abstraction von dem Gliede mit δ:

$$v_2 = 12, \text{ also } v_1 = 4 \text{ und } \gamma = arctg\frac{u}{v_1} = 26^0\,34'.$$

Hiernach werde (ausser $z = 3$, $r_1 = 0{,}18$, $r_2 = 0{,}54$ und $u = 2$) angenommen:

$$\gamma = 25^0, \text{ dabei } \varepsilon = 0{,}7.$$

Nach (13) brauchte jetzt nur $\delta < 2^0$ zu sein; bei der Geringfügigkeit des Einflusses dieses kleinen Winkels δ auf u_2 werde aber $\delta = 5^0$ angenommen. Analog obiger Rechnung findet man dann:

$$v_1 = 4{,}289 \qquad w = 4{,}733 \qquad v_2 = 12{,}87$$
$$w_2 = 19{,}34 \qquad \lambda = 14^0\,45' \qquad u_2 = 6{,}622.$$

Den verhältnissmässig grossen entsprechenden Gefällverlust

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} = 2{,}235 = 0{,}186\,H$$

muss man sich gefallen lassen, indem die weitere Verkleinerung von γ nicht erwünscht ist; ob die Annahme $\varepsilon = 0{,}7$ eine Aenderung verlangt, bleibt noch zu prüfen. Vorläufig ergeben mit den gefundenen Werthen die Gleichungen (9):

$$b = 0{,}0442 \qquad a_1 = 0{,}159 \qquad a_2 = 0{,}039$$

bei normaler Umlaufzahl:

$$n = 9{,}55\,\frac{v_1}{r_1} = 228.$$

Die Controle des angenommenen hydraulischen Wirkungsgrades $\varepsilon = 0{,}7$ ist nun aber hier um so nöthiger, als die Verhältnisse dieses Turbinensystems in so mancher Hinsicht aussergewöhnliche sind. Was zunächst die Widerstandshöhe der Zuleitungsröhre betrifft, so ergiebt sie sich nach §. 33 unter 1) bei einer Länge von 20 Mtr. und bei 1 Mtr. mittlerer Wassergeschwindigkeit $= 0{,}071$ Mtr. ohne besondere Widerstände, veranlasst z. B. durch die Richtungsänderung nach oben zur Mündung A in Fig. 45; mit Rücksicht auf einen solchen besonderen Widerstand werde die fragliche Höhe, welche hier den ganzen durch die Zuleitung verursachten Gefällverlust ϱH darstellt, angenommen zu

$$\varrho H = 0{,}15 \text{ Mtr.}$$

Ein Eintrittswiderstand, gemessen durch $\varrho_0 H$ in §. 33, kommt hier nicht in Betracht. Um so wesentlicher bei der grossen Länge = ungefähr 0,88 Mtr. und geringen Weite der Turbinencanäle ist die Widerstandshöhe $\varrho_1 H$ in ihnen, bestehend aus einer Reibungs- und Krümmungswiderstandshöhe:

$$\varrho_1 H = \zeta \frac{w_2^2}{2g} + \vartheta \frac{w^2 + w_2^2}{4g},$$

von welchen erstere nach §. 33 besonders gross = 3,355 Mtr. gefunden wird. Der Coefficient ϑ des Krümmungswiderstandes ist hier besser nach Bd. I, §. 91, Gl. (7)

$$\vartheta = 0{,}00416\, \varkappa \left(1 - \frac{r'}{\varrho'}\right) \sqrt{\frac{r'}{\varrho'}}$$

zu setzen, unter $\varkappa$ den Krümmungswinkel in Graden, r' die halbe mittlere Canalweite, und unter ϱ' den durchschnittlichen Krümmungshalbmesser der Canalmittellinie verstanden. Letzterer ergiebt sich aus der bezüglichen Zeichnung = 0,34 Mtr.; mit

$$r' = \frac{a_1 + a_2}{4} = 0{,}0495 \text{ und } \varkappa = 120^0 + \gamma - \delta = 140^0$$

ist $\vartheta = 0{,}19$ und $\vartheta \frac{w^2 + w_2^2}{4g} = 1{,}92$ Mtr.

Indem endlich der Ausflussgefällverlust der frei ausgiessenden Turbine:

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g} = \frac{u_2^2}{2g} = 2{,}235$$

ist, wenn $H_2 = \frac{c_2^2}{2g}$ (etwa = 0,05 Mtr.) angenommen wird, ergiebt sich

$$(1 - \varepsilon) H = (\varrho + \varrho_1 + \varrho_2) H = 7{,}66 = 0{,}64\, H,$$

also $\varepsilon = 0{,}36$ erheblich $< 0{,}7$.

Wenn demnach mit einem kleineren ε die Rechnung, soweit nöthig, wiederholt wird, so ist jedoch zu bedenken, dass damit nach (6) auch w_2, gemäss (11) und (5) auch v_2 und u_2 verkleinert, aus beiden Gründen ε wieder vergrössert wird. Der richtige Werth von ε liegt also zwischen 0,36 und 0,7; er werde = dem arithmetischen Mittel = 0,53 versuchsweise angenommen, ausserdem die Dimension b auf 0,05 Mtr. abgerundet. Mit Beibehaltung der Werthe von z, r_1, r_2, γ, δ findet man dann

$$\begin{array}{lll} u = 1{,}768 & v_1 = 3{,}791 & v_2 = 11{,}37 \\ w = 4{,}184 & w_2 = 16{,}92 & \lambda = 15^0\,3' \\ u_2 = 5{,}679 & a_1 = 0{,}159 & a_2 = 0{,}0394 \end{array}$$

und $n = 201$; damit

$$(1 - \varepsilon) H = 0{,}15 + (2{,}23 + 1{,}47) + 1{,}64 = 5{,}49 = 0{,}457\, H,$$

entsprechend $\varepsilon = 0{,}543$ in so naher Uebereinstimmung mit der letzten Annahme, dass die Elemente

$$z = 3 \quad r_1 = 0{,}18 \quad r_2 = 3\,r_1 \quad \gamma = 25^0 \quad \delta = 5^0$$
$$a_1 = 0{,}159 \quad a_2 = 0{,}0394 \quad b = 0{,}05 \quad n = 200$$

endgültig als zutreffend zu betrachten sind, während $\varepsilon = 0{,}54$ gesetzt werde. Die Charakteristik m ist entsprechend $u = 1{,}768$ nur $= 0{,}013$, so dass die Turbine fast ausschliesslich durch Ueberdruck wirkt.

Was schliesslich den zu erwartenden Nutzeffect $= N$ Pferdestärken betrifft, so handelt es sich noch um den Wirkungsgrad $\eta = \varepsilon - \mu$. An μ ist hauptsächlich (mit einem Bestandtheile $= \mu_1$) die Reibung betheiligt, welche zwischen dem Messingringe B (Fig. 45) und dem unteren Rande der Turbine stattfindet. Ist r der mittlere Halbmesser, e die Breite dieser ringförmigen Reibungsfläche, P der Druck, φ der betreffende Reibungscoefficient, so ist

$$\mu_1 = \frac{\varphi P r \omega}{1000\,Q H} \text{ mit } P = 1000\,H\,.\,2\pi r e$$

bei vorläufiger Abstraction von dem diesen hydrostatischen Druck P vermindernden Einflusse des gegen die Aussenfläche des Ringes B drückenden Lederstulps. Mit etwa

$$e = 0{,}015 \text{ Mtr.}, \; r = r_0 + \frac{e}{2} = 0{,}16 \text{ und } \omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{3{,}791}{0{,}18} = 21$$

findet man $P = 181$ Kgr., $\mu_1 = 0{,}5\,\varphi$. Wenn aber mit Rücksicht auf den Einfluss des Lederstulps nur die Hälfte gerechnet und $\varphi = 0{,}16$ angenommen wird, ergiebt sich $\mu_1 = 0{,}04$. Da im Uebrigen die Axenreibung hier nicht gross ist, mag

$$\mu = 0{,}06 \text{ und } \eta = \varepsilon - \mu = 0{,}48$$

geschätzt werden, entsprechend

$$N = \frac{\eta\,.\,1000\,Q H}{75} = 7{,}7.$$

Bei diesem Beispiele ist von Erfahrungen bezüglich der passenden Verhältnisse schottischer Turbinen abgesehen worden. Mit Rücksicht auf solche oder auf die Rechnungsergebnisse einiger Beispiele wird in anderen Fällen die Rechnung kürzer ausfallen, weil die nöthigen Annahmen von vornherein zutreffender gemacht werden können. Schon das eine Beispiel lässt übrigens die Geringfügigkeit des Wirkungsgrades dieser Turbinenart erkennen.

2) Bei dem Segner'schen Rade in der zu Anfange dieses Paragraphen erwähnten Ausführung von Althans ist die relative Geschwindigkeit w_1 des Wassers in den radialen cylindrischen Schwungröhren $=$ der ebenso gerichteten absoluten Zuflussgeschwindigkeit u zu denselben,

während die relative Zuflussgeschwindigkeit $w = \sqrt{u^2 + v_1^2}$ ist, also das Stossgefälle

$$\varsigma H = \frac{v_1^2}{2g} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

verloren geht. Die relative Ausflussgeschwindigkeit w_2 ist der auf die Mitten der Ausflussöffnungen bezogenen Umfangsgeschwindigkeit v_2 entgegengesetzt gerichtet, also

$$u_2 = w_2 - v_2 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (15).$$

Die Gleichung (3) nimmt also wegen $\alpha = 90^0$ und $\delta = 0$ die Form an:

$$g(\varepsilon - \varsigma) H = v_2 (w_2 - v_2) = u_2 v_2 \ldots \ldots \ldots \quad (16).$$

Dabei ist, r_2 auch auf die Mitten der Ausflussöffnungen bezogen,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (17).$$

Wesentlich ist hier die Grösse der absoluten Ausflussgeschwindigkeit u_2, wie schon daraus zu erkennen ist, dass ein endlicher Werth von $(\varepsilon - \varsigma) H$ nach (16) im Falle $u_2 = 0$ einer unendlich grossen Umfangsgeschwindigkeit v_2 entsprechen würde. Mit $\varepsilon_1 H$ werde die Summe des wirksamen Gefälles εH und der Ausflussgeschwindigkeitshöhe:

$$\varepsilon_1 H = \varepsilon H + \frac{u_2^2}{2g}$$

bezeichnet, so dass $\varepsilon_1 H =$ dem disponiblen Gefälle H nach Abzug der Widerstandshöhen ϱH, $\varrho_0 H$ und $\varrho_1 H$ für die Bewegung des Wassers bis zum Ausflusse aus der Turbine, also

$$\varepsilon_1 = 1 - \varrho - \varrho_0 - \varrho_1 \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

zu setzen ist, wenn die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ für die Bewegung von der (frei ausgiessenden) Turbine bis zum Unterwasser $= \frac{u_2^2}{2g}$, also $H_2 = \frac{c_2^2}{2g}$ gesetzt wird (§. 33, Gl. 11), was in der Regel ohne in Betracht kommenden Fehler wird geschehen können; widrigenfalls wäre ε_1 um

$$\frac{1}{H}\left(H_2 - \frac{c_2^2}{2g}\right)$$

kleiner. Mit Rücksicht auf (16) und (14) ist

$$\varepsilon_1 H = \varepsilon H + \frac{u_2^2}{2g} = \varsigma H + \frac{u_2 v_2}{g} + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$= \frac{v_1^2 + 2 u_2 v_2 + u_2^2}{2g} \ldots \ldots \ldots \quad (19).$$

Das aus (16) und (19) folgende Verhältniss

$$\frac{(\varepsilon - \varsigma) H}{\varepsilon_1 H} = \eta_i = \frac{2 u_2 v_2}{v_1^2 + 2 u_2 v_2 + u_2^2} \quad \ldots \ldots \ldots (20)$$

kann als ein gewisser, von Wasserverlusten, Axenreibung und von bis zum Ausflusse vorhandenen hydraulischen Widerständen abstrahirender Wirkungsgrad betrachtet werden, welcher wohl als ideeller Wirkungsgrad bezeichnet wird.* Um ihn als Function von u_2 möglichst gross zu erhalten, muss der reciproke Werth

$$\frac{1}{2 v_2}\left(\frac{v_1^2}{u_2} + 2 v_2 + u_2\right), \text{ muss also } \frac{v_1^2}{u_2} + u_2$$

ein Minimum sein, woraus folgt:

$$-\frac{v_1^2}{u_2^2} + 1 = 0;\ u_2 = v_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (21)$$

und entsprechend $\eta_i = \dfrac{2 v_2}{v_1 + 2 v_2 + v_1} = \dfrac{v_2}{v_1 + v_2} = \dfrac{r_2}{r_1 + r_2}$ . . . . . . (22)

$$\eta = (\varepsilon - \varsigma) - \mu = \varepsilon_1 \eta_i - \mu = \frac{\varepsilon_1 r_2}{r_1 + r_2} - \mu \quad \ldots \ldots (23).$$

Wenn H und Q gegeben sind, kann man zunächst mit einer angenommenen mittleren Strömungsgeschwindigkeit u_0 des Wassers in dem rotirenden verticalen Hohlcylinder dessen inneren Halbmesser r_1 aus der Gleichung

$$Q = \pi r_1^2 u_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (24)$$

berechnen, wobei zugleich die Forderung massgebend sein mag, dass der aufwärts gerichtete hydrostatische Druck auf den Hohlcylinder dem Gewichte der Turbine sammt Wasserfüllung der Schwungröhren möglichst Gleichgewicht halten soll, insoweit es nämlich ohne übermässige Vergrösserung von r_1 und damit der Stopfbüchsenreibung des in der Mündung

---

* G. Herrmann in seiner Bearbeitung der fünften Auflage von Weisbach's Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 2. Theil, 2. Abth., S. 412, findet für η_i einen Ausdruck, welcher sich von obigem Ausdrucke (20) durch einen im Zähler und im Nenner hinzukommenden Summand v_1^2 unterscheidet. Dieser Unterschied kommt darauf hinaus, dass die fundamentale Gleichung (5), §. 30, welche hier die obige Form (16) annimmt, von Herrmann mit der Modification verwendet wird, dass er w_1 an die Stelle von w setzt, eine Abweichung, welche im Falle $\varsigma = 0$ zwar keinen wesentlichen Fehler verursacht, sonst aber unzulässig ist, wie auch ohne auf die Entwickelung jener Gleichung einzugehen schon daraus geschlossen werden kann, dass diese relative Geschwindigkeit w in ihr natürlich auf dieselbe Stelle vor dem Einflusse in die Turbinencanäle bezogen werden muss wie die darin vorkommende absolute Geschwindigkeit v. Die Folgerungen Herrmann's bezüglich des Segner'schen Rades sind unter solchen Umständen wesentlich andere; z. B. im Falle $u_2 = 0$ ist ihm zufolge $\eta_i = 0{,}5$ statt $\eta_i = 0$.

des Zuflussrohrs rotirenden Hohlcylinders geschehen kann. Nachdem dann r_2 als ein Vielfaches von r_1 angenommen ist, ergiebt sich r_1 mit einem vorläufig angenommenen (erst später gemäss Gl. (18) zu controlirenden) Werthe von ε_1 aus (19) und (21), nämlich aus der Gleichung:

$$g\,\varepsilon_1 H = v_1(v_1 + v_2) = \frac{r_1 + r_2}{r_1} v_1^2 \quad \ldots\ldots\ldots (25),$$

damit die Umlaufzahl $n = 9{,}55 \frac{v_1}{r_1}$,

ferner v_2 nach (17) und $w_2 = v_1 + v_2$ nach (15) und (21). Durch w_2 und einen den Umständen gemäss zu schätzenden Contractionscoefficienten α ist die Gesammtgrösse der Ausflussöffnungen

$$F_2 = \frac{Q}{\alpha w_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

bestimmt, während die Querschnittssumme F_1 der Schwungröhren etwas $< \pi r_1^2$ angenommen werden kann, so dass u etwas $> u_0$ wird.

Damit das Wasser, welches aus einer Schwungröhre ausgeflossen ist, mit der folgenden nicht zusammenstossen könne, ist hier zu verlangen, dass während der Zeit t vom Augenblicke des Ausflusses bis zum Augenblicke des möglichen Zusammenstosses eine Senkung $= \frac{g t^2}{2}$ durch die Wirkung der Schwere stattgefunden habe, welche wenigstens = der Summe des äusseren Halbmessers der Schwungröhren und der halben Höhe von F_2 ist. Fragliche Zeit t ist bei z Schwungröhren offenbar durch die Gleichung bestimmt:

$$t = \frac{\frac{2\pi r_2}{z} - u_2 t}{v_2},$$

$$\text{also } t = \frac{2}{z} \frac{\pi r_2}{u_2 + v_2} = \frac{2}{z} \frac{\pi r_2}{w_2} \quad \ldots\ldots\ldots (27).$$

Wenn bei horizontalem Ausflusse der Forderung nicht genügt sein sollte, ist die freie Bewegung der Schwungröhren über den ausfliessenden Wasserstrahlen hinweg immer dadurch leicht herbeizuführen, dass w_2 unter einem kleinen Winkel σ abwärts geneigt wird, so dass die Summe

$$\frac{g t^2}{2} + u_2 \sin\sigma \,.\, t$$

die verlangte Grösse erhält.

Beispielsweise sei wieder $Q = 0{,}1$ und $H = 12$. Nimmt man dann etwa $r_1 = 0{,}15$ (entsprechend u_0 etwas $> 1{,}5$), $r_2 = 9\,r_1 = 1{,}35$ und $v_1 = 3$, was

$$n = 191 \text{ und nach (25): } \varepsilon_1 = 0{,}765$$

voraussetzt, so ist $v_2 = 27$ und $w_2 = 30$, mit $\alpha = {}^2/_3$ nach (26): $F_2 = 0{,}005$. Bei $z = 2$ Schwungröhren von $r = 0{,}09$ Mtr. innerem Halbmesser wäre endlich

$$F_1 = 2\pi r^2 = 0{,}0509 \text{ und } u = \frac{Q}{F_1} = 1{,}965.$$

Zur Prüfung des Werthes von ε_1 sind die Widerstandshöhen ϱH und $\varrho_1 H$ zu berechnen, da die Einflusswiderstandshöhe $\varrho_0 H$ hier ohne Bedeutung ist. Während unter ähnlichen Umständen bei dem Beispiele unter 1) $\varrho H = 0{,}15$ angenommen wurde, ist hier dieser Gefällverlust etwas grösser zu veranschlagen wegen der plötzlichen Richtungsänderung beim Einflusse aus dem verticalen Hohlcylinder in die horizontalen Schwungröhren, und zwar vermuthlich ungefähr zutreffend:

$$\varrho H = 0{,}15 + \frac{u_0{}^2}{2g} = 0{,}27.$$

$\varrho_1 H$ rührt her von dem Leitungswiderstande der Schwungröhren, deren Länge $= r_2 - r_1$ und Weite $= 2r$ ist, von der fast plötzlichen Richtungsänderung um 90^0 des den Ausflussöffnungen zufliessenden Wassers, und besonders vom Ausflusswiderstande der letzteren selbst, einem gewissen Widerstandscoefficienten ς entsprechend. Demgemäss kann

$$\varrho_1 H = \left(\lambda \frac{r_2 - r_1}{2r} + 1\right)\frac{u^2}{2g} + \varsigma \frac{w_2{}^2}{2g}$$

gesetzt werden; man findet mit $\lambda = 0{,}025$ und $\varsigma = 0{,}05$ (einem Geschwindigkeitscoefficienten $= 0{,}975$ entsprechend):

$$\varrho_1 H = 0{,}23 + 2{,}30 = 2{,}53.$$

Hiernach wäre

$$(1 - \varepsilon_1) H = (\varrho + \varrho_1) H = 2{,}8 \text{ Mtr.},$$

wenn nicht passender Weise H_2 um etwa 0,1 Mtr. $> \frac{c_2{}^2}{2g}$ anzunehmen und deshalb zu setzen wäre:

$$(1 - \varepsilon_1) H = 2{,}9 = 0{,}24\, H;\ \varepsilon_1 = 0{,}76$$

in Uebereinstimmung mit der Annahme. Der nach (23) resultirende Wirkungsgrad

$$\eta = 0{,}9\, \varepsilon_1 - \mu = 0{,}69 - \mu$$

könnte $= 0{,}6$ erwartet werden trotz verhältnissmässig grosser Stopfbüchsenreibung. Nach (27) findet man

$$\frac{g t^2}{2} = 0{,}1 \text{ Mtr.}$$

nur eben = dem halben äusseren Durchmesser der Schwungröhren, so dass es rathsam ist, das Wasser etwas abwärts gerichtet ausfliessen zu lassen, etwa unter $\sigma = 10^0$, so dass

$$u_2 \sin \sigma \,.\, t = 0{,}07 \text{ Mtr.}$$

wäre. Dieses Segner'sche Rad, auch fast nur durch Ueberdruck wirkend ($u = 1{,}965$ und $H = 12$ entspricht $m = 0{,}016$), erscheint für einfache und einstweilige Anlagen nicht unzweckmässig. Unerwünscht freilich ist die grosse Länge der Schwungröhren; ihre Verkürzung müsste durch Vergrösserung von n erkauft werden.

§. 44. Aussenschlächtige Ueberdruckturbinen.

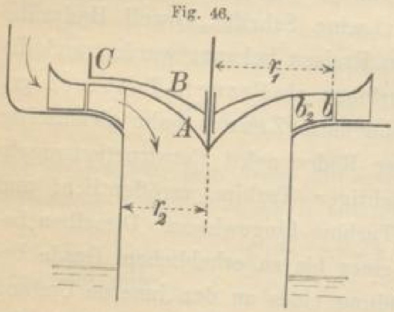
Diese Turbinen sind besonders in den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika verbreitet, wo sie im Jahre 1838 von S. B. Howd angegeben und zunächst freilich in unvollkommener Weise mit ebenen hölzernen Leitschaufeln mehrfach ausgeführt wurden. Wesentlich verbessert wurden sie vom Civilingenieur Francis zu Lowell im Staate Massachusetts; er baute 1849 daselbst zwei solche Turbinen von je 230 Pferdestärken, welche mit betreffenden Ermittelungen durch seine Schrift „Lowell Hydraulic Experiments, Boston 1855" in weiteren Kreisen bekannt wurden und die Bezeichnung der in Rede stehenden Turbinen als Francis-Turbinen gebräuchlich machten. Unabhängig davon hatte Zeuner nahe gleichzeitig im „Civilingenieur" die Theorie solcher Räder nebst Constructionsregeln und dem Entwurfe einer aussenschlächtigen Turbine veröffentlicht und auf die Vorzüge vor der Fourneyron-Turbine hingewiesen. Dieselben bestehen besonders in der Zulässigkeit einer bis zu erheblichem Grade beliebigen Höhenlage infolge der Anwendung eines an den inneren Umfang des Radkranzes sich anschliessenden sogenannten Saugerohrs, also in der Leichtigkeit der Anordnung als Rohrturbine mit der dadurch erreichbaren, schon im §. 30 hervorgehobenen Verkleinerung der Widerstandshöhe $\varrho_2 H$, auch in einer principiell mit der äusseren Beaufschlagung verbundenen Verkleinerung der hydraulischen Widerstandshöhe, und in einer besonders bei grossen Gefällen erwünschten geringeren Umlaufzahl n. Die mit dem Quadrat der relativen Geschwindigkeit w wachsende Reibungs- und Krümmungswiderstandshöhe für die Bewegung des Wassers durch das Laufrad ist hier nämlich insofern kleiner, als w durch die entgegenwirkende Centrifugalkraft verkleinert wird, und n ist schon deshalb unter sonst gleichen Umständen kleiner, weil die Geschwindigkeit

$$v_1 = \frac{\varepsilon}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{gH}{2m}} \quad (\text{§. 31, Gl. 7})$$

hier nicht die innere, sondern die äussere Umfangsgeschwindigkeit des Radkranzes, somit r_1 grösser ist. Wenn freilich Zeuner bei einer vergleichenden Rechnung die Umlaufzahl der aussenschlächtigen Turbine noch nicht halb so gross fand, als die der innenschlächtigen, so war es wesentlich mit dem Umstande zuzuschreiben, dass die verschiedenen Annahmen bei jener eine grössere Charakteristik m zur Folge hatten. Damit andererseits der Ausfluss am kleineren inneren Umfange nicht einen zu grossen Halbmesser r_1 erfordere, ist es hier zweckmässig, theils den Halbmesserunterschied $r_1 - r_2$ verhältnissmässig kleiner (das Verhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ weniger von 1 verschieden) anzunehmen, theils durch Vergrösserung der Canalbreite von b aussen bis b_2 innen die Ausflussfläche zu vergrössern, wie Fig 46 andeutet.

Um durch die conoidische Gestaltung des Radtellers A, Fig. 46, den Querschnitt des Wasserstroms allmählig von der cylindrischen Ausflussfläche $= 2\pi r_2 b_2$ in den kreisförmigen Querschnitt $= \pi r_2^2$ des Saugerohrs übergehen zu lassen und dadurch die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ so viel wie möglich zu verkleinern, ist es natürlich nöthig, jenes Rohr sich an den inneren Umfang des Turbinenradkranzes anschliessen zu lassen, nicht an den äusseren, wie es wohl geschehen ist. Die Figur lässt erkennen, wie auch sonst durch entsprechende Anordnungen möglichste Stetigkeit der Querschnitts- und Richtungsänderungen herbeigeführt werden kann. In dieser Figur bedeutet B sinen festliegenden Schutzteller, um den Wasserdruck von der Turbine abzuhalten; er bildet in der Mitte ein Halslager für die Turbinenwelle, welche oben durch einen Kammzapfen passend aufgehängt und geführt wird. Die Regulirung ist durch eine Ringschütze vermittelt gedacht, welche, gegen den Rand C des Schutztellers abgedichtet, in den Spalt zwischen Leitrad und Laufrad herabgelassen werden kann.

Fig. 46.



Diese Regulirungsart einer Ueberdruckturbine ist mit jener im §. 37 besprochenen erheblichen Verminderung des Wirkungsgrades η bei unvollkommener Beaufschlagung (durch Senkung der Ringschütze) verbunden;

Francis selbst fand den Wirkungsgrad, welchen er bei vollständiger Schützenöffnung $= 0,8$ bestimmt hatte,

bei $^3/_4$ $^1/_2$ $^1/_4$ der vollen Oeffnung

nur $= 0,74$ $0,60$ $0,38$

trotz in jedem Falle vortheilhaftester (mit der Schützenöffnung gleichfalls abnehmender) Umlaufzahl. Nicht besser ist die Regulirung durch Verkleinerung der Ausflussweiten a aller Leitcanäle mit Hülfe einer Art von Rundschütze,*) oder auch im Falle der Anordnung als Rohrturbine die Regulirung der unteren Oeffnung des Sauge- oder Abflussrohrs durch eine Ringschütze. Vollkommen im Princip ist dagegen die selbstthätige (durch einen Centrifugalregulator vermittelte) Regulirung bei Zeidler's aussenschlächtiger Turbine,**) indem sie durch gleichzeitige Aenderung der Dimension b für Laufrad und Leitrad zugleich geschieht, so dass alle Querschnitte der Leit- und Turbinencanäle, sowie entsprechend die betreffenden Strömungsgeschwindigkeiten des Wassers stets dieselben Verhältnisse behalten, und plötzliche Geschwindigkeitsänderungen insoweit ausgeschlossen bleiben, als sie nicht von den Schaufeldicken herrühren.

Um auch die unvollkommene Regulirung einer solchen Turbine weniger nachtheilig zu machen, ist es rathsam, bei ihrer Construction die Winkel α und β so anzunehmen, dass unbeschadet der verlangten Ueberdruckwirkung die Charakteristik m nicht sehr klein, wenigstens $> 0,5$ wird. Nimmt man z. B.

$$\alpha = 20^0 \text{ und } \beta = 60^0,$$

so wird mit $\varepsilon = 0,8$ nach § 31, Gl. (8): $m = 0,573$. Aus Gl. (18) daselbst folgt dann, wenn

$$\frac{r_1}{r_2} = 1,2 \text{ und nach Schätzung } \varphi\frac{kk_1}{k_2} = 0,9$$

angenommen wird,

$$tg\delta = 0,597\,\frac{b}{b_2};\ \text{z. B. } \delta = 25^0 \text{ für } \frac{b_2}{b} = 1,28.$$

Den Winkel $\delta < 25^0$ zu machen, ist hier kaum räthlich, um die Canalweite a_2 nicht zu klein werden zu lassen. Aus §. 31, Gl. (2), (5) und (6) ergiebt sich hiermit:

$$u_2 = v_2\,tg\,\delta = \frac{r_2}{r_1}\,tg\,\delta\,.\,v_1 = \frac{r_2}{r_1}\,tg\,\delta\sqrt{g\varepsilon H\left(1-\frac{tg\alpha}{tg\beta}\right)};\quad \frac{u_2^{\,2}}{2g} = 0,048\,H.$$

Diese Verhältnisse erscheinen passend für eine Ueberwasserturbine, bei welcher der durch den Ausfluss verursachte Gefällverlust

*) Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1886, S. 47 u. Taf. III.
**) Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1876, S. 89 u. Taf. VI.

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g}$$

ist, oder auch für eine Unterwasserturbine mit

$$\varrho_2 H = \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g}.$$

Bei einer Rohrturbine dagegen, bei welcher nach §. 33, Gl. (15, a), unter c' die mittlere Geschwindigkeit im Abflussrohr verstanden, bei Abstraction von dem geringfügigen Leitungswiderstande desselben und bei geeigneter Stetigkeit des Geschwindigkeitsüberganges von $k_2 u_2$ in c' zu setzen ist:

$$\varrho_2 H = (1 - k_2)^2 \frac{u_2^2}{2g} + \frac{(c' - c_2)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\varrho_2),$$

kann u_2 grösser, also δ grösser sein, ohne einen zu grossen Werth von $\varrho_2 H$ zur Folge zu haben.

Wären z. B. α, β und $\frac{r_1}{r_2}$ wie oben, so folgte mit $b_2 = b$:

$$\delta = arctg\ 0{,}597 = 30^0\, 50'; \quad \frac{u_2^2}{2g} = 0{,}078\, H.$$

Ferner wäre

$$\frac{c'}{u_2} = \frac{k_2 . 2\pi r_2 b}{\pi r_2^2} = 2 k_2 \frac{b}{r_2} = 2 k_2 \frac{r_1}{r_2} \frac{b}{r_1},$$

z. B. mit $\frac{b}{r_1} = 0{,}25$ (als durchschnittlich passendem Verhältnisse zur Bestimmung von r_1 nach §. 32, Gl. 1) und mit schätzungsweise $k_2 = 0{,}85$:

$$c' = 0{,}51\ u_2.$$

Für eine Rohrturbine wäre dann nach obiger Gleichung (ϱ_2)

$$\varrho_2 H < (1 - k_2)^2 \frac{u_2^2}{2g} + \frac{c'^2}{2g}, \text{ d. i.} < 0{,}283 \frac{u_2^2}{2g} \text{ oder } < 0{,}022\, H.$$

Weil übrigens, wie ein Blick auf Fig. 46 erkennen lässt, für die Stetigkeit der Querschnitts- und Richtungsänderungen hier die Annahme $b_2 > b$ zweckmässig ist, kann es auch vorgezogen werden, die Winkel α, β bei der Anordnung als Rohrturbine zu vergrössern, um dadurch die Krümmungswiderstände zu verkleinern, vermuthlich ohne $\varrho_2 H$ in höherem Grade zu vergrössern. Wird z. B. angenommen:

$\alpha = 25^0$ und $\beta = 75^0$, entsprechend $m = 0{,}557$ mit $\varepsilon = 0{,}8$ nach §. 31, Gl. (8), so folgt bei den Annahmen

$$\frac{r_1}{r_2} = 1{,}2 \qquad \frac{b_2}{b} = 1{,}25 \qquad \varphi \frac{kk_1}{k_2} = 0{,}9$$

aus den Gleichungen (18), (2), (5), und (6) a. a. O.

$$\delta = 28^0\,56' \quad \text{und} \quad \frac{u_2^{\,2}}{2g} = 0{,}074\,H.$$

Indem jetzt mit $\frac{b}{r_1} = 0{,}25$ und $k_2 = 0{,}85$ für eine Rohrturbine sich

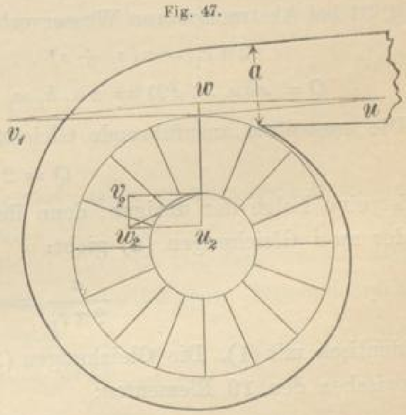
$$\frac{c'}{u_2} = \frac{k_2 .\ 2\pi r_2 b_2}{\pi r_2^{\,2}} = 2 k_2 \frac{r_1}{r_2} \frac{b_2}{b} \frac{b}{r_1} = 0{,}64$$

ergiebt, folgt aus obiger Gleichung (ϱ_2):

$$\varrho_2\, H < 0{,}432 \frac{u_2^{\,2}}{2g} \text{ oder } < 0{,}032\, H. \text{ —}$$

Bemerkenswerth für Fälle kleineren Arbeitsbedarfs ist die hierher gehörige Turbine von Thomson; wenn auch im Princip unvollkommener, zeichnet sie sich besonders durch ihre Gedrungenheit, durch ihr kleines Raumbedürfniss aus. Bei verhältnissmässig grosser Kranzbreite $r_1 - r_2$ hat sie radiale Schaufeln und rotirt mit kleinem Spielraume zwischen den Seitenwänden eines Gehäuses, welchem das Wasser durch ein Rohr von rechteckigem Querschnitte in fast tangentialer Richtung zufliesst: Fig. 47; besonders an die centrale runde Oeffnung in der einen Seitenwand dieses Gehäuses (ev. an die Oeffnungen in beiden Seitenwänden) muss sich der Radkranz mit seinem inneren Umfange möglichst dicht anschliessen. Am äusseren Umfange bildet das Gehäuse einen allmählig enger werdenden Canal um die Turbine herum, indem seine Aussenwand als eine einzige Leitschaufel zu betrachten ist, durch welche das Wasser am ganzen Umfange $= 2\pi r_1$ unter einem kleinen Winkel α gegen denselben geneigt zugeführt wird, welcher, unter a die anfängliche (grösste) Canalweite verstanden, nahe durch die Gleichung

Fig. 47.



$$2\pi r_1 \sin\alpha = a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

bestimmt ist. Wenn auch ein stossfreier Einfluss unter solchen Umständen nur unvollkommen erreichbar sein wird, so wird er mit Rücksicht auf $\beta = 90^0$ doch näherungsweise durch die Erfüllung der Gleichungen:

$$u = \frac{v_1}{\cos\alpha} = \frac{w}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

gewährleistet. Noch weniger ist der Ausfluss normal; für ihn ist, um nicht einen Richtungswinkel von u_2 als weiteres Element einführen zu müssen, nur die Gleichung aufzustellen:

$$u_2^2 = v_2^2 + w_2^2 \quad \ldots\ldots, \ldots\ldots\ldots (3).$$

Auch verliert dadurch die Gleichung (3), §. 31, ihre Berechtigung; statt ihrer ist auf die allgemeinere Gleichung (6), §. 30, zurückzugehen, aus welcher mit $\delta = 90^0$ und $\varsigma = 0$ mit Rücksicht auf (2) folgt:

$$g\,\varepsilon\,H = u\,v_1 \cos\alpha - v_2^2 = v_1^2 - v_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots (4).$$

Unverändert gelten auch hier die Beziehungen:

$$\frac{u^2}{2g} = m\,H \;..\; (5) \text{ und } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \ldots\ldots\ldots (6).$$

Wenn endlich mit b die Breite des Gehäuses am Umfange, mit b_1 und b_2 ($> b_1$) die Breite der Turbinencanäle bezw. am Anfange (aussen) und am Ende (innen), mit z die Zahl und mit s die gleichförmige Dicke der Schaufeln bezeichnet wird, so gelten statt der Gleichungen (9) — (14) im §. 31 bei Abstraction von Wasserverlusten noch die folgenden Gleichungen:

$$2\pi r_1 = z(a_1 + s) \;..\; (7); \quad 2\pi r_2 = z(a_2 + s) \quad \ldots\ldots (8)$$

$$Q = a\,b\,u \;..\; (9) = z\,a_1\,b_1\,w_1 \;..\; (10) = z\,a_2\,b_2\,w_2 \;..\; (11).$$

Die ausserdem anzuführende Gleichung

$$Q = 2\pi r_1\,b\,w$$

ist eine Folge der übrigen; denn ihre Verbindung mit (9) und der einen der zwei Gleichungen (2) giebt:

$$\frac{a}{2\pi r_1} = \frac{w}{u} = \sin\alpha$$

identisch mit (1). Die Gleichungen (1) — (11) sind somit 12 Beziehungen zwischen den 19 Elementen:

$$\begin{matrix} m & \alpha & r_1 & r_2 & a & a_1 & a_2 & b & b_1 & b_2 \\ z & s & u & u_2 & v_1 & v_2 & w & w_1 & w_2. \end{matrix}$$

Anzunehmen bleiben 7 dieser Elemente oder ebenso viel weitere Beziehungen zwischen ihnen.

Sind Q, H gegeben und wird ε vorbehaltlich nachträglicher Controle angenommen, so ergeben sich z. B. durch die Annahme des Verhältnisses $r_1 : r_2$ die Umfangsgeschwindigkeiten v_1, v_2 aus (4) und (6). Die weitere Annahme des kleinen Winkels α bestimmt u und w durch die Gleichungen (2), dann m durch (5). Zur Bestimmung von r_1, wodurch r_2 mitbestimmt ist, kann von einer gewissen Umlaufzahl

$$n = 9{,}55 \frac{v_1}{r_1}$$

oder von einem erwünschten ungefähren Verhältnisse $\frac{b}{r_1}$ gemäss der Gleichung

$$Q = 2\pi r_1 b w = 2\pi r_1^2 \frac{b}{r_1} w$$

ausgegangen werden. Dann ist a durch (1), b durch (9) bestimmt; auch lassen sich jetzt passende Werthe von z und s annehmen, damit a_1 und a_2 aus (7) und (8) berechnen. Nach der Annahme von b_1 (mit Rücksicht auf die Dicke der Kranzwände und den nöthigen Spielraum zwischen den Seitenwänden des Gehäuses etwas $< b$) findet man w_1 aus (10), und schliesslich nach der Annahme von b_2 auch w_2 aus (11), u_2 aus (3).

Je grösser die Verhältnisse $\frac{r_1}{r_2}$ und $\frac{b_2}{b_1}$ angenommen werden, desto kleiner ergeben sich v_2 und w_2, desto kleiner wird somit u_2. Dabei ist aber mit Rücksicht auf den Abfluss des Wassers, je nachdem derselbe durch eine centrale Oeffnung nur der einen oder auch der anderen Gehäusewand stattfindet, zu verlangen, dass

$$2\pi r_2 b_2 < \pi r_2^2 \text{ bezw. } < 2\pi r_2^2$$

$$b < \frac{r_2}{2} \quad \text{"} \quad < r_2$$

sei. Zur Berücksichtigung von Wasserverlusten wäre φQ statt Q in den Gleichungen (10) und (11) zu setzen.

Das Betriebswasser wirkt in dieser Turbine ungefähr ebenso sehr durch Ueberdruck, wie durch seine Zuflussgeschwindigkeit. Indem nämlich u^2 nur wenig $> v_1^2$, nach (4) also auch

$$u^2 \text{ etwas } > g\varepsilon H$$

ist, folgt $\frac{u^2}{2g}$ etwas $> \frac{\varepsilon H}{2}$, m etwas $> \frac{\varepsilon}{2}$.

§. 45. Aussenschlächtige Druckturbinen. Tangentialrad.

Diese Turbinen sind vorzugsweise als Partialturbinen unter der Bezeichnung „Tangentialräder" (wegen der Kleinheit des Winkels α, unter welchem bei ihnen die Zuflussgeschwindigkeit u gegen den Radumfang geneigt ist) ausgeführt worden. Das Tangentialrad ist eine gelungene Verwirklichung jener (zu Anfange von §. 41 erwähnten) schon 1826 von Poncelet vorgeschlagenen aussenschlächtigen Partialturbine. Das Verdienst ihrer Ausbildung und Einführung in die Praxis (seit 1844) gebührt der Maschinenfabrik von Escher, Wyss & Co. in Zürich, speciell dem damaligen Leiter der betreffenden Abtheilung dieser Fabrik, Herrn Zuppinger.

Die aussenschlächtige empfiehlt sich überhaupt als Druckturbine, insbesondere zu partieller Beaufschlagung durch den Umstand, dass die Schaufelkrümmung an keine einschränkende Bedingung geknüpft ist. Der Normaldruck des an der Schaufel entlang fliessenden Wassers pro Masseneinheit desselben ist nämlich hier, wie aus Fig. 43 (§. 42) ersichtlich ist, falls darin die Richtungen der relativen Geschwindigkeit w und der zusammengesetzten Centrifugalkraft $2\,\omega\,w$ umgekehrt werden,

$$N = \frac{w^2}{\varrho} + 2\,\omega\,w + \omega^2\,x\,\cos\varphi$$

und könnte, wenn überhaupt, nur gegen das Ende am inneren Radumfange hin zugleich mit $\cos\varphi$ negativ werden. Aber selbst im Endpunkte, also für

$$x = r_2,\quad \varrho = \varrho_2,\quad w = w_2,\quad \varphi = 180^0 - \delta$$

ist wegen $\omega\,r_2 = v_2$:

$$N = \frac{{w_2}^2}{\varrho_2} + \omega\,(2\,w_2 - v_2\cos\delta)$$

stets positiv, weil $w_2\cos\delta = v_2$, also $w_2 > v_2\cos\delta$ ist.

Dieser Umstand spricht übrigens doch weniger zu Gunsten einer aussenschlächtigen Druckturbine, als die Schwierigkeit der Annahme des ihr zufliessenden Wassers als wesentlicher Nachtheil hervorzuheben ist, indem trotz fehlenden Ueberdruckes ein erheblicher Wasserverlust im Spalt nicht vermieden werden kann, falls nicht die Umdrehungszahl des Rades viel kleiner ist, als sie der Theorie zufolge sein sollte. Der Grund dieser erfahrungsmässigen Thatsache mag theils in dem schädlichen Einflusse der Schaufeldicken, gesteigert durch die Kleinheit der Winkel α, β, und in dem bei Partialturbinen unvermeidlichen Stosse der Schaufeln durch das zufliessende Wasser, theils in der besonders hinderlichen Richtung der Massenkräfte zu suchen sein: siehe Fig. 43, wo bei d die zusammengesetzte Centrifugalkraft entgegengesetzt, also auch auswärts gerichtet ist.

Tangentialräder sind, wie Partialturbinen überhaupt, bei kleinen Wassermengen und grossen Gefällen am Platze, also unter Umständen, unter welchen Vollturbinen oft allzu kleine Durchmesser und zu grosse Umdrehungszahlen erhalten, und wobei zugleich der gebotene Ausguss in die freie Luft einen im Vergleich mit H nur kleinen Gefällverlust H_2 verursacht. Erfahrungsmässig können dann Wirkungsgrade $\eta = 0{,}7$

erreicht werden bei entsprechender Winkelgeschwindigkeit der Turbine und bei voller Oeffnung der (gewöhnlich drei) Leitcanäle des Einlaufs, bezw. jedes der beiden diametral gegenüberliegenden Einläufe. Der hydraulische Wirkungsgrad ε mag $= 0{,}82$ zu setzen sein (entsprechend $\mu = 0{,}06$ und $\varphi = 0{,}927$), die Charakteristik $m = 0{,}9$ wenigstens bei grossen Gefällen H, im Vergleich mit welchen H_1 in Gl. (12), §. 30, nur klein ist. Das Verhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ werde etwas grösser angenommen, als im vorigen Paragraph für Ueberdruckturbinen angegeben wurde, um bei dem kleineren Winkel β die Schaufeln nicht zu sehr krümmen zu müssen, der Winkel δ etwas kleiner, weil hier die der Ausflussgeschwindigkeit u_2 entsprechende lebendige Kraft nicht theilweise für den Effect verwerthbar ist. Z. B. mit

$$\frac{r_1}{r_2} = 1{,}25 \text{ und } \delta = 20^0,$$

wenn ferner mit Rücksicht auf den besprochenen Wasserverlust hier

$$\varphi \frac{kk_1}{k_2} \text{ nur } = 0{,}8$$

und vorläufig, wie es üblich ist, $b_2 = b$ angenommen wird, folgt aus §. 31, Gl. (18)

$$\alpha = 7^0\ 42',$$

dagegen mit $b_2 = 1{,}25\,b$, wie es zur Vergrösserung von α vorzuziehen sein wird,

$$\alpha = 9^0\ 41'.$$

Die Gleichung (8), §. 31, liefert im letzteren Ealle

$$\beta = 17^0\ 49',$$

während aus den Gleichungen (2), (5) und (7) daselbst sich ergiebt:

$$u_2 = v_2\, tg\,\delta = \frac{r_2}{r_1}\, tg\,\delta\, \frac{\varepsilon}{\cos\alpha} \sqrt{\frac{gH}{2m}}.$$

Der entsprechende verhältnissmässig kleine Werth von

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} = 0{,}016\ H$$

lässt erkennen, dass δ ohne wesentlichen Nachtheil auch etwas grösser zu wählen ist, wodurch zugleich α und β vergrössert werden. Z. B. die Winkel $\alpha = 12^0$, $\beta = 22^0$, $\delta = 25^0$ und die Verhältnisse $\frac{r_1}{r_2} = \frac{b_2}{b} = \frac{5}{4}$ entsprechen den vermuthlich nahe zutreffenden Coefficienten:

$$\varepsilon = 0{,}82 \qquad m = 0{,}904 \qquad \varphi \frac{kk_1}{k_2} = 0{,}832 \text{ und } \frac{u_2^{\,2}}{2g} = 0{,}027\ H.$$

Zur Bestimmung von r_1 gemäss Gl. (1,a) in der Anmerkung zu §. 32 kann $b = 0{,}25\, r_1$ angenommen werden und etwa $p = 4$ bis 6, um so grösser, je mehr es darauf ankommt, r_1 zu vergrössern und die Umlaufzahl n zu verkleinern. Die Schaufelzahl z_1 ist, wie immer bei Partialturbinen (siehe §§. 29, 42), möglichst gross zu machen, etwa gemäss der von Redtenbacher empfohlenen Regel:

$$z_1 = 35 + 50\, r_1.$$

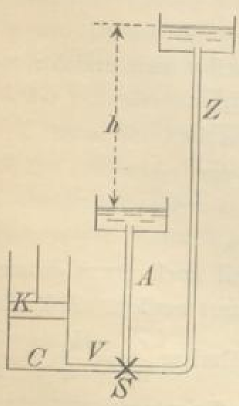
Um so mehr sollten dann die Schaufeldicken thunlichst klein gehalten werden.

IV. Wassersäulenmaschinen.

§. 46. Einleitende Bemerkungen.

Wassersäulenmaschinen sind hydraulische Kraftmaschinen, bei welchen das Betriebswasser unmittelbar durch seinen dem Gefälle entsprechenden Druck und zwar auf einen Kolben wirkt, welcher in einem Cylinder (Treibcylinder) dicht anschliessend beweglich ist. Sie werden vorzugsweise in Bergwerken bei grossen disponiblen Gefällen zur Hebung des Grubenwassers mittelst Pumpen mit lediglich hin- und hergehender Bewegung angewendet, in neuerer Zeit jedoch auch mehr und mehr zu manchen anderen Zwecken und in kleineren Verhältnissen mit rotirender Bewegung. Im ersteren Falle können sie bei verticaler Lage der Treibcylinderaxe einfach- oder doppeltwirkend mit einem Cylinder, auch einfachwirkend mit zwei Cylindern gebaut werden.

Fig. 48.



Die schematische Fig. 48 entspricht einer einfach-wirkenden eincylindrigen Maschine. Darin ist

h das disponible Gefälle = dem Höhenunterschiede des Ober- und des Unterwasserspiegels, woselbst die der Strömungsgeschwindigkeit des Wassers entsprechenden Geschwindigkeitshöhen im Vergleich mit dem hier stets erheblichen Gefälle ausser Betracht bleiben können,

C der Treibcylinder, K der Treibkolben,

Z das Zuflussrohr (Einfallrohr), A das Abflussrohr (Austragerohr) des Betriebswassers, beide zusammenlaufend bei