Theoretische Maschinenlehre

in 4 Bänden

Theorie der Kraftmaschinen

Grashof, Franz

Leipzig, 1890

III. Turbinen

urn:nbn:de:bsz:31-282943

gefunden wird. Wenn endlich unter dem Füllungscoefficienten auch hier das Verhältniss

$$\varepsilon = \frac{Q}{a\,b\,v} = \frac{a_1}{a}\,\frac{u}{v}$$

verstanden wird, ergiebt sich beispielsweise mit $\frac{u}{v} = 1{,}9$

für $H =$	0,5	1	1,5	2
mit $a_1 =$	0,075	0,12	0,175	0,24
und $a =$	0,3	0,5	0,65	0,85
$\varepsilon =$	0,47	0,46	0,51	0,54

durchschnittlich $\varepsilon = 0{,}5$.

III. Turbinen.*

§. 28. Einleitende Erklärungen.

Auch bei den Turbinen ist, ebenso wie bei den Wasserrädern im engeren Sinne, der wesentlichste Bestandtheil des Rades der die Schaufeln enthaltende Radkranz, welcher bei der theoretischen Untersuchung einzig in Betracht kommt (abgesehen zunächst von gewissen minder vollkommenen Turbinen, die eines eigentlichen Radkranzes entbehren); hier wie früher wird darunter der ringförmige Raum verstanden, welcher bei der Umdrehung des Rades von den Schaufeln durchlaufen wird. Nur ist dieser Raum hier nicht immer cylindrisch, nämlich von rechteckigem Querschnitte. Der wesentlichste Unterschied der Turbinen von den Wasserrädern im engeren Sinne besteht aber, wie früher (§. 8) schon bemerkt wurde, darin, dass bei ihnen das Wasser durch den Radkranz in stetigem Strome hindurch fliesst, dass es also an verschiedenen Stellen ein- und austritt. Dem entsprechend werden die zwischen den Schaufeln enthaltenen gleichen Theile des Radkranzes hier nicht als Schaufelräume, sondern als Turbinen-Canäle bezeichnet, und es sind — abgesehen von den unvollkommensten Stossrädern — die Schaufeln stetig gekrümmt, um Verluste an lebendiger Kraft durch Stoss bei der strömenden Bewegung in den Canälen auszuschliessen. Die Dicke der Schaufeln kommt hier

* Von neueren Arbeiten sind hier besonders G. Herrmann's Bearbeitung der fünften Auflage von Weisbach's Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik und Aufsätze von Bernh. Lehmann in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure zu Rath gezogen worden. C. Bach's Werk „Die Wasserräder" erschien während der Abfassung des Manuscripts und blieb unberücksichtigt.

wesentlicher in Betracht, als bei den Wasserrädern im engeren Sinne; der von ihnen erfüllte Theil des Radkranzes kann ein erheblicher Theil seines ganzen Volumens sein, und es können die Querschnitte, mit ihnen auch die Geschwindigkeit der Wasserströme in den Canälen wesentlich durch die Schaufeldicken beeinflusst werden.

Durch den Radkranz fliesst das Wasser in axialer oder in radialer Richtung, wonach Axialturbinen und Radialturbinen zu unterscheiden sind. Letztere sind innenschlächtig oder aussenschlächtig, jenachdem das Wasser von innen nach aussen oder umgekehrt fliesst; entsprechend können die Axialturbinen auch seitenschlächtig genannt werden. An den beiden Seiten, wo das Wasser ein- und ausfliesst, ist der Radkranz natürlich offen; was die beiden übrigen Seiten betrifft, so wird der hier nöthige Abschluss des Kranzes an einer von ihnen nothwendig durch eine mit dem Rade verbundene und die Schaufeln tragende Wand gebildet, an der anderen zuweilen durch eine unbewegliche Wand, an welcher die betreffenden Schaufelkanten mit möglichst kleinem Spielraume sich vorbeibewegen. Beide Wände als Bestandtheile des Rades herzustellen und dazwischen die (meistens aus Blech gebildeten) Schaufeln einzufügen, hat übrigens den Vorzug besserer Stützung der letzteren und somit kleinerer zulässiger Schaufeldicken. Einfluss- und Ausflussfläche des Radkranzes sind bei Axialturbinen parallele Ebenen, bei Radialturbinen coaxiale Cylinderflächen; entsprechend ist der Querschnitt des Radkranzes an den in der Ein- und Ausflussfläche liegenden Seiten durch parallele gerade Linien begrenzt, an den beiden anderen Seiten aber nicht nothwendig, sondern auch wohl durch divergirende gerade oder durch krumme Linien, so dass dann der Kranz nicht einen cylindrischen, sondern, wie oben bemerkt, einen anderweitig ringförmigen Raum bildet.

Sehr wesentlich sind die Winkel, unter welchen, und zwar bei Axialturbinen in radialen, bei Radialturbinen in axialen geraden Linien, die Einfluss- und die Ausflussfläche des Radkranzes von den Schaufelflächen geschnitten werden: ersterer mit Rücksicht auf möglichst stosslosen Einfluss, letzterer behufs möglichst kleiner und vortheilhaft gerichteter absoluter Ausflussgeschwindigkeit. Um ersteren Zweck sicher zu erreichen, muss der absoluten Geschwindigkeit, mit welcher das Wssser dem Rade zufliesst, eine bestimmte Richtung gegen dasselbe gegeben werden; dazu sind die besseren Turbinen mit einem Leitapparate versehen, bestehend aus einer Anzahl von Leitcanäle bildenden Leitschaufeln, deren Flächen die der Einflussfläche des Radkranzes dicht gegenüber liegende Ausflussfläche des Leitapparates unter bestimmten Winkeln schneiden, bei

Axialturbinen in radialen, bei Radialturbinen in axialen Geraden. Sowohl die Leit- wie die Turbinenschaufelflächen sind nämlich im Allgemeinen geradlinige Flächen, deren Erzeugende bei Axialturbinen die Axe rechtwinklig schneidet, bei Radialturbinen derselben parallel ist. Der schmale Raum zwischen dem festliegenden Leitapparate und dem daran sich vorbeibewegenden Radkranze der Turbine (zuweilen auch die schmale Umgrenzung dieses Raumes) heisst der Spalt.

In den Radkranz kann das Wasser entweder am ganzen Umfange zugleich oder nur an einem Theile desselben einfliessen, mit Bezug worauf Vollturbinen und Partialturbinen unterschieden werden. Bei ersteren hat der Leitapparat eine radförmige Anordnung, d. h. es sind die festen Leitschaufeln ebenso wie die beweglichen und im Gegensatze dazu auch wohl im engeren Sinne sogenannten Radschaufeln in einem ringförmigen Raume in gleichen Lagen gegen ihn und in gleichen Entfernungen angeordnet; man unterscheidet dann Leitrad und Laufrad. Zum Zwecke der Regulirung bei veränderlicher Wassermenge oder bei veränderlichem Arbeitsbedarf werden übrigens auch solche Turbinen, welche als Vollturbinen construirt sind, häufig nur partiell beaufschlagt, ohne deshalb als Partialturbinen bezeichet zu werden. Sowohl bei diesen, als bei zeitweilig partiell beaufschlagten Vollturbinen wird ein Seitendruck auf die Turbinenaxe dadurch vermieden, dass die Einflussstellen von gleicher Grösse einander diametral gegenüber gelegt werden.

Ausser durch theilweisen Abschluss von Leitcanälen kann die Regulirung der Turbinen auch auf andere Weise geschehen, insbesondere z. B. durch Verengung aller Leitcanäle, bezw. ihrer Ausflussmündungen in gleichem Verhältnisse. Dergleichen verschiedene Regulirungsmethoden sind, weil mit der Wirkungsweise des Wassers in Turbinen eng zusammenhängend, späterer Besprechung vorbehalten. Sofern übrigens diese Wirkungsweise und entsprechend die Eigenschaften, insbesondere auch der Wirkungsgrad einer Turbine wesentlich durch die Verhältnisse der Wassergeschwindigkeit an verschiedenen Stellen unter sich und zur Umfangsgeschwindigkeit des Rades bedingt werden, letztere aber meistens unverändert bleiben soll, lässt sich im Voraus schliessen, dass eine rationelle Regulirung möglichste Unabhängigkeit jener Wassergeschwindigkeiten von derselben erfordert. Eine mässige Abnahme des Wirkungsgrades mit abnehmender Beaufschlagung ist freilich schon wegen gewisser constanter Widerstände unvermeidlich, welche, je kleiner die Gesammtwirkung ist, im Verhältnisse zu ihr desto grössere Arbeitsverluste verursachen.

Die Zuführung des Aufschlagwassers erfolgt bei kleinen Gefällen von oben, indem sich die Turbine (Niederdruckturbine) am Ende des Zuflusscanals in einem oben offenen Gehäuse (Turbinenkammer) befindet. Bei grösseren Gefällen (Mittel- und Hochdruckturbinen) wird das Wasser durch ein Rohr zugeführt, gewöhnlich auch von oben, zuweilen jedoch von unten, indem das Rohr im ersten Falle oberhalb in das übrigens oben geschlossene, im zweiten (aufwärts gekrümmt) unterhalb in das übrigens unten geschlossene Gehäuse einmündet. Der Ausfluss des Wassers aus der Turbine findet entweder in die freie Luft statt etwas über dem Unterwasserspiegel, oder etwas unterhalb des letzteren, oder auch in grösserer Höhe über demselben (die nur kleiner als die Wasserbarometerhöhe von nahe 10 Mtr. sein muss), indem in diesem letzteren Falle das Wasser in einem festen Rohr abfliesst, welches sich an die Turbine mit kleinstmöglichem Spielraume anschliesst und bis in das Unterwasser hinabreicht. Die Turbine werde in diesen drei Fällen bezw. als Ueberwasserturbine (Turbine mit freiem Ausflusse, freihängende oder freiausgiessende Turbine), als Unterwasserturbine oder als Rohrturbine bezeichnet. Der Druck an der Ausflussstelle ist im ersten Falle = dem Atmosphärendruck, im zweiten etwas grösser, im dritten kleiner.

Die Turbinen drehen sich gewöhnlich um eine verticale Axe, wie auch im Folgenden stets stillschweigend vorausgesetzt sein soll, wenn Anderes nicht ausdrücklich bemerkt wird. Die Anordnung mit horizontaler Axe hat jedoch auch gewisse Vorzüge, insbesondere wird dadurch die sichere Lagerung erleichtert und die Herstellung von Doppelturbinen, nämlich von zwei gleichen Turbinen auf derselben Axe beiderseits vom Zuflussrohre, so dass, indem das Wasser von entgegengesetzten Seiten her in beide einfliesst, ein axialer Zapfendruck vollständig ausgeschlossen wird. Während aber bei Turbinen mit verticaler Axe entsprechende Punkte der Schaufelflächen in horizontaler Ebene, also gleich gegen den Ober- und Unterwasserspiegel gelegen sind, ist dies bei horizontaler Axe nicht der Fall, wodurch Unvollkommenheiten in der Wirkung des Wassers um so mehr hervortreten können, je weniger der Durchmesser des Rades klein im Vergleich mit dem Gefälle ist. Wenn gar die Turbine mit horizontaler Axe ringsum frei ausgiesst, geht hierdurch ein Gefälle verloren, welches im Durchschnitt wenigstens = dem Turbinenhalbmesser ist. Für Vollturbinen erscheint somit die horizontale Lagerung im Allgemeinen nur bei grossen Gefällen sowie bei Unterwasser- und Rohrturbinen zulässig. Bei Partialturbinen kommt die Lage der Axe weniger in Betracht, wenn nur der Einfluss des Wassers immer nahe an tiefster Stelle erfolgt; insbesondere innenschlächtig sind sie mit horizontaler Axe seit 1850 nach Schwamkrug mit Erfolg ausgeführt worden.

Die Wirkungsweise des Wassers in der Turbine kann eine dreifache sein. Zunächst eine Stosswirkung beim Einflusse, wenn die relative Zuflussgeschwindigkeit nicht tangential an die Schaufelfläche gerichtet ist. Turbinen, deren Leistungen wesentlich auf solcher Stosswirkung beruhen, heissen Stossturbinen (Stossräder). Wird wegen des erheblichen damit verbundenen Effectverlustes durch passende Schaufelstellung und mit Hülfe des Leitapparates solcher Stoss vermieden, so kann die Wirkung (nebenbei auch bei Stossrädern) noch theils auf dem Normaldrucke beruhen, den das Wasser infolge der relativen Centrifugalkraft und der relativen bewegenden Kraft (ihrerseits aus der Schwere als absoluter bewegenden Kraft und aus zwei Ergänzungskräften bestehend, siehe §. 27) auf die Schaufeln ausübt, theils auf der Reaction des Wassers gegen seine relative Beschleunigung durch den Ueberschuss des hydraulischen Drucks, mit welchem es seine Bewegung in den Turbinencanälen beginnt, über denselben beim Ausflusse aus ihnen. Die erstere Wirkung ist bis zu gewissem Grade immer vorhanden, die letztere nicht immer, sondern nur dann, wenn ein Ueberdruck in fraglichem Sinne vorhanden, der hydraulische Druck also während des Strömens durch die Turbinencanäle in der Abnahme begriffen ist; die Turbine werde dann als Ueberdruckturbine, anderenfalls im Gegensatze dazu als Druckturbine bezeichnet.*)

Die Canäle einer Ueberdruckturbine sind vollständig vom strömenden Wasser erfüllt, wenigstens wenn sie als Vollturbine am ganzen Umfange zugleich beaufschlagt wird, was behufs vortheilhafter Wirkung zu verlangen ist, da die Erhaltung des vom Drucke des Oberwassers herrührenden hydraulischen Ueberdrucks die beständige Communication der Turbinencanäle mit den Leitcanälen und dem Oberwasser erfordert. Umgekehrt ist deshalb eine Partialturbine, oder auch eine Vollturbine, wenn sie häufig nur partiell beaufschlagt werden soll, nur als Druckturbine vortheilhaft. Bei einer solchen sind selbst bei voller Beaufschlagung die Canäle nicht

* Ganz bezeichnend sind diese Benennungen an und für sich freilich nicht. Noch weniger dürften es jedoch andere übliche Benennungen sein, insbesondere z. B. Actionsturbinen für Druckturbinen, Reactionsturbinen für Ueberdruckturbinen; denn Action (Wirkung) ist natürlich ebenso in allen Fällen vorhanden wie Reaction (Gegenwirkung), sei sie die Reaction gegen den Zwang, den die Schaufeln auf die relative Bewegung des Wassers ausüben, oder die Reaction gegen relative Beschleunigung durch einen hydraulischen Ueberdruck.

nothwendig vom Wasser ausgefüllt; wenn es thatsächlich nicht der Fall ist, das Wasser vielmehr an den concaven Schaufelflächen sich mit andrerseits freien Oberflächen entlang bewegt, werden solche Turbinen auch wohl als Strahlturbinen bezeichnet.

Eine Ueberdruckturbine kann gleich vortheilhaft als Ueberwasser-, Unterwasser- oder als Rohrturbine angeordnet werden. Druckturbinen dagegen sollten thunlichst frei über Wasser ausgiessen, weil in die beim Ueberwassergange vom strömenden Wasser nicht erfüllten Canalräume bei der Drehung im Unterwasser aus diesem (auch bei Rohrturbinen aus dem Abflussrohre) Wasser zurücktreten kann, welches, indem es von dem strömenden Wasser wieder mitgerissen oder in wirbelnde Bewegung versetzt wird, Störungen und Effectverluste verursacht. Zwar kann durch Anpassung der Canalquerschnitte an die Querschnitte des Wasserstrahls bei voller Beaufschlagung durch unverengte Leitcanäle eine volle Ausfüllung der Turbinencanäle erzielt werden, insbesondere durch die von Hänel angeordneten sogenannten Rückschaufeln (Bleche, die entsprechend gekrümmt auf den convexen Rückseiten der Turbinenschaufeln angebracht werden), allein sie entsprechen dem Zwecke vollständig eben nur bei voller und grösstmöglicher Beaufschlagung; bei partieller Beaufschlagung ist eine beständig volle Ausfüllung aller Canäle mit regelrecht strömendem Wasser unmöglich, ebenso auch bei Querschnittsverkleinerungen der Wasserstrahlen durch Verengung der Austrittsquerschnitte aller Leitcanäle. Partialturbinen sollen immer Ueberwasserturbinen sein.

Im Princip vollkommener, freilich auf Kosten wünschenswerther Einfachheit der Anlage, wird das durch die Rückschaufeln angestrebte Ziel durch die „Hydropneumatisation“ nach Girard, nämlich dadurch erreicht, dass die Turbine mit einem oben dicht an das Zuführungsrohr, bezw. an den Leitapparat sich anschliessenden, nach unten offenen und in das Unterwasser reichenden Mantel umgeben, und in den so gebildeten glockenförmigen Raum Luft gepresst wird, welche den Unterwasserspiegel in ihm so weit herunterdrückt, dass die Ausflussöffnungen der Turbinencanäle ganz darüber zu liegen kommen. Auf solche Weise wird künstlich eine Unterwasserturbine in eine Ueberwasserturbine verwandelt, und es würden die erwähnten Störungen selbst für Partialturbinen zu beseitigen sein, deren Ausflussmündungen unterhalb des äusseren Unterwasserspiegels liegen.

Bei partiell beaufschlagten Vollturbinen sind damit noch nicht alle Hindernisse einer regelrechten Wasserbewegung beseitigt. Denn wenn auch der Ausfluss des Wassers in die freie (oder auch durch Hydropneumatisation abgesperrte) Luft stattfindet, ist zu bedenken, dass, wenn bei partieller Beaufschlagung ein mit Wasser so eben gefüllter Laufradcanal C an einem geschlossenen Leitcanal vorbeigeht, der ungehinderte Ausfluss jenes Wassers aus C den Eintritt von Luft in C erfordert. Sofern das aber an der Eintrittsseite von C wegen zu enger Spaltweite nicht wirksam genug geschehen kann, auch an der Austrittsseite wegen voller Ausfüllung des Ausflussquerschnitts durch den Wasserstrom vielleicht unmöglich, wenigstens zeitweilig unmöglich ist, kann sich eine Nachhülfe in dieser Hinsicht durch sogenannte Ventilation der Turbinencanäle als vortheilhaft erweisen, wie sie bei den Girard-Turbinen in Gebrauch ist; durch Oeffnungen in den Kranzwänden nahe den Rückseiten der Schaufeln (ungefähr in der Mitte, wo die Schaufelprofile von Axialturbinen parallel mit der Axe verlaufen) sind die Canalräume mit der äusseren Luft in Verbindung gesetzt. —

Einige weitere Vorbemerkungen mögen sich an die Erklärung von Buchstabenbezeichnungen anschliessen, welche in diesem von den Turbinen handelnden Abschnitte ohne anderweitige ausdrückliche Festsetzung stets in einerlei Sinn gebraucht werden sollen. Zunächst bedeuten auch hier (immer bei Voraussetzung von Meter, Kilogramm und Sekunde als Einheiten) gemäss den Erklärungen im §. 8:

Q das Aufschlagwasserquantum pro Sek.,
H das disponible Gefälle,
E_0 den absoluten Effect, E den Nutzeffect in Meterkgr.,
N_0 und N dieselben in Pferdestärken,
η den Wirkungsgrad.

Mit $\gamma = 1000$ als spezifischem Gewicht des Wassers ist also

$$E_0 = 75\ N_0 = \gamma Q H;\ \eta = \frac{E}{E_0} = \frac{N}{N_0};$$

ηH kann als Nutzgefälle bezeichnet werden.

Die im §. 8 erklärte Bedeutung von H werde jedoch etwas modificirt. Ist nämlich H_0 die Höhe des Oberwasserspiegels am Ende des Zuflusscanals über dem Unterwasserspiegel am Anfang des Abflusscanals, sind ferner c_1 und c_2 die mittleren Geschwindigkeiten des Wassers im Zufluss- und Abflusscanal an jenen Stellen, so wird mit jedem Kgr. Aufschlagwasser zwar ein Arbeitsvermögen $= H_0 + \frac{c_1^2}{2g}$ dargeboten, aber es muss davon $\frac{c_2^2}{2g}$ zum Abfliessen des Wassers übrig bleiben, so dass als zum Betriebe disponibles Gefälle richtiger nur

$$H = H_0 + \frac{c_1^{\,2} - c_2^{\,2}}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

in Rechnung gestellt wird.

Die Effectverluste, welche den Wirkungsgrad bedingen, können theils von hydraulischen Widerständen (Wasserreibung und Wasserstoss, bedingt durch plötzliche Richtungs- und Querschnittsänderungen), theils von dem Stoss gegen die Schaufelflächen, mit welchem der Einfluss in die Turbine ev. verbunden ist, theils von Wasserverlusten, theils von Zapfenreibung und Luftwiderstand herrühren. Mit Bezug darauf sei

εH das sogenannte wirksame Gefälle, welches von H nach Abzug der Gefällverluste durch die hydraulischen Widerstände übrig bleibt, wobei

ε als hydraulischer Wirkungsgrad bezeichnet werde,

ϱH das Stossgefälle, d. h. der durch Stoss des einfliessenden Wassers gegen die Turbinenschaufeln verursachte Gefällverlust,

φQ das Aufschlagwasserquantum, welches pro Sek. thatsächlich in die Turbine einfliesst mit Rücksicht auf den Verlust $(1-\varphi)\,Q$, welcher durch den Spalt bei Ueberdruckturbinen verursacht werden kann,

$\mu\, E_0$ der Effectverlust durch Zapfenreibung und Luftwiderstand, wobei unter Zapfenreibung die Axenreibung überhaupt, nämlich die Reibung zu verstehen ist, welche durch die Stützung und Führung der Turbinenwelle und durch etwa an ihr vorhandene Abdichtungen (Liederungen) verursacht wird.

Die Coefficienten $\eta, \varepsilon, \varrho, \varphi, \mu$ stehen in der Beziehung:

$$\eta = \frac{1}{E_0}\left[\gamma \varphi Q(\varepsilon - \varrho)\, H - \mu E_0\right] = \varphi(\varepsilon - \varrho) - \mu \quad \ldots\ldots (2).$$

Die Dimensionen betreffend sei:

r_1 der Einflussradius, r_2 der Ausflussradius der Turbine. Bei Axialturbinen sind r_1 und r_2 Mittelwerthe, und zwar ist, wenn r_i den inneren, r_e den äusseren Halbmesser der betreffenden Ringfläche bedeutet,

$$r_1 \text{ bezw. } r_2 = \frac{2}{3}\,\frac{r_e^{\,3} - r_i^{\,3}}{r_e^{\,2} - r_i^{\,2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

zu setzen; wenn jedoch r_e und r_i ziemlich gross im Vergleich mit $r_e - r_i$ sind, und wenn der Querschnitt des Radkranzes, wie gewöhnlich, eine mit der Turbinenaxe parallele Symmetrieaxe hat, kann

$$r_1 = r_2 = \frac{r_e + r_i}{2}$$

= dem Abstande jener beiden Axen gesetzt werden. Ferner sei

z die Zahl der Leitcanäle,

z_1 die Zahl der Turbinencanäle = der Schaufelzahl der Turbine.

Im Falle einer Vollturbine mit Leitrad ist z auch die Zahl der Leitschaufeln.

Sind die Schaufeln nicht von Blech, sondern gegossen, so kann ihre Dicke am Anfang und Ende (Anfang und Ende mit Bezug auf die Strömungsrichtung im Sinne von ersterem zu letzterem verstanden) verschieden sein, und zwar seien allgemein

s die Leitschaufeldicken am Ende,

s_1 und s_2 die Turbinenschaufeldicken am Anfang bezw. am Ende.

Wenn unter einem wirksamen Canalquerschnitte derjenige Theil des betreffenden Querschnitts verstanden wird, welcher von regelrecht in der Längenrichtung des Canals strömendem Wasser höchstens erfüllt ist, so besteht die Wirkung der Schaufeldicken s_1 vor Allem in einer Verkleinerung der wirksamen Ausflussquerschnitte der Leitcanäle, die Wirkung von s in Verkleinerung der wirksamen Einflussquerschnitte der Turbinencanäle;

k und k_1 seien die betreffenden Verengungscoefficienten, mit welchen der Ausflussquerschnitt eines Leitcanals, bezw. der Einflussquerschnitt eines Turbinencanals multiplicirt werden muss, um den kleineren wirksamen betreffenden Querschnitt zu erhalten.

Sofern jeder Canal von einer (gegen seinen Hohlraum hin) concaven und von einer convexen Schaufelfläche begrenzt wird, von welchen erstere für die Bewegung des Wassers allein oder vorzugsweise massgebend ist, werde ein Querschnitt des Canals hier verstanden als ein Schnitt seines Hohlraums mit einer Fläche, welche durch eine Erzeugungsgerade der concaven Schaufelfläche gehend normal zu derselben, und welche bei Axialturbinen eine Schraubenfläche von constantem Steigungsverhältnisse, bei Radialturbinen eine Ebene ist. Ein solcher Querschnitt kann bei Axialturbinen als Trapez betrachtet werden, bei Radialturbinen ist er rechteckig; seine radiale Dimension bei ersteren, seine axiale Dimension bei letzteren heisse die Breite des Canals, die dazu senkrechte Dimension die Canalweite an der betreffenden Stelle. Letztere ist bei Axialturbinen für denselben Querschnitt in verschiedenen Abständen von der Axe verschieden; die mittlere Weite hat zur inneren und zur äusseren Weite dasselbe Verhältniss wie der mittlere Radius nach Obigem zum inneren und zum äusseren Radius. Die schlechthin so genannte Weite bei Axialturbinen als mittlere Weite verstanden, seien

a und b bezw. die Weite und Breite eines Leitcanals am Ende (im Ausflussquerschnitte); die Weite und Breite eines Turbinencanals seien bezw. a_1 und b_1 am Anfange, a_2 und b_2 am Ende. Indem aber b_1 stets

$= b$ ist, sind dann die Summen der Ausflussquerschnitte aller Leitcanäle, der Einfluss- und der Ausflussquerschnitte aller Turbinencanäle bezw.

$$F = zab \qquad F_1 = z_1 a_1 b \qquad F_2 = z_1 a_2 b_2.$$

Von F und F_1 sind nur kF, bezw. $k_1 F_1$ wirksam.

Die Höhenlage der Turbine betreffend sei

H_1 die mittlere Höhe der Einflussfläche,

H_2 die mittlere Höhe der Ausflussfläche über dem Unterwasserspiegel. Beide können auch negativ sein, um so mehr ihre Differenz

$H_1 - H_2 =$ der mittleren Höhe, von welcher das Wasser in der Turbine selbst herabsinkt. Letztere ist (verticale Lage der Axe immer stillschweigend vorausgesetzt) bei Radialturbinen = Null oder (wenn b und b_2 verschieden sind) doch stets sehr klein. Bei Axialturbinen ist $H_1 - H_2$ positiv oder negativ, je nachdem sie von oben oder von unten beaufschlagt sind, und absolut genommen = der Höhe der Turbine.

Wie früher bei Wasserrädern sei wieder mit u eine absolute Wassergeschwindigkeit, mit v eine Peripheriegeschwindigkeit, mit w eine relative Geschwindigkeit des Wassers gegen das Rad bezeichnet. Insbesondere sei

u die absolute Ausflussgeschwindigkeit des Wassers aus den Leitcanälen,

u_1 die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser seine Bewegung in der Turbine beginnt,

u_2 die absolute Ausflussgeschwindigkeit aus derselben,

v_1 die dem Radius r_1, v_2 die dem Radius r_2 entsprechende Peripheriegeschwindigkeit,

w (= der Resultanten von u und $-v_1$) die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser im Spalt der Turbine zufliesst. Sie geht infolge des eventuellen Wasserverlustes durch den Spalt und, wenn sie nicht tangential an die Schaufelfläche gerichtet ist, ausserdem durch Stoss in die kleinere Relativgeschwindigkeit $w_0 =$ der nach der Schaufel gerichteten Componente von w (ev. von φw) über, mit welcher das Wasser seine relative Bewegung im Rade beginnen würde, wenn nicht (als Wirkung der Schaufeldicken) mit dem Einflusse eine Querschnittsvergrösserung, bezw. ein Widerstand verbunden wäre, wodurch w_0 an dieser Stelle weiter auf w_1 reducirt wird. Letztere Relativgeschwindigkeit giebt u_1 durch Zusammensetzung mit v_1.

w_2 sei die relative Ausflussgeschwindigkeit aus der Turbine; durch Zusammensetzung mit v_2 giebt sie u_2 als Resultante.

Die Geschwindigkeiten u, w_0 und w_1, w_2 sind als mittlere Geschwindigkeiten bezw. am Ende der Leitcanäle, am Anfang und am Ende der Turbinencanäle, und zwar normal zu den betreffenden Querschnitten derselben verstanden.

Wenn der Winkel zwischen den Richtungen u und v mit (u, v) und analog überhaupt der Winkel zwischen zwei Geschwindigkeitsrichtungen bezeichnet wird, so sind als besonders wichtige Winkel:

$$(u, v_1) \qquad (v_1, w_1) \qquad (v_2, w_2)$$

hervorzuheben. Sie seien bezw. mit

$$\alpha \qquad \beta \qquad 180^0 - \delta$$

bezeichnet. Der Winkel α ist höchstens ein rechter, δ stets ein spitzer Winkel.

Endlich seien noch Buchstabenbezeichnungen für die hydraulischen Ueberdruckhöhen an den besonders wichtigen Stellen festgesetzt, d. h. für die Wassersäulenhöhen, durch welche der Ueberschuss des hydraulischen Drucks an diesen Stellen über den Atmosphärendruck gemessen wird. Dieselben seien mit h, h_1 und h_2 bezw. im Spalt, in den Einflussquerschnitten und in den Ausflussquerschnitten der Turbinencanäle bezeichnet. Es entspricht also h den Geschwindigkeiten u, w und w_0; ferner entsprechen sich h_1, u_1 und w_1, sowie h_2, u_2 und w_2. Der Uebergang von w in w_0 bedingt nämlich keine Aenderung des hydraulischen Drucks, wohl aber ein Stoss von Wasser gegen in gleicher Richtung strömendes Wasser bei Ungleichheit von w_0 und w_1 und voller Ausfüllung der betreffenden Canalquerschnitte. Die Gleichheit von h_1 und h_2 charakterisirt eine Druckturbine.

Uebereinstimmend mit §. 12 sei

ω die Winkelgeschwindigkeit der Turbine,

n ihre Umdrehungszahl pro Minute, also

$$\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2};\ n = \frac{30}{\pi}\,\omega = 9{,}55\,\omega.$$

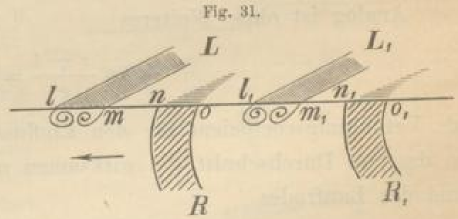
Die Theorie der Turbinen ist in höherem Grade einer allgemeinen Darstellung fähig, als die Theorie der Wasserräder im engeren Sinne, wegen der grösseren Gleichartigkeit der Wasserwirkung bei den verschiedenen Turbinensystemen und der in Betracht kommenden Widerstände. Letztere sind freilich grossentheils von solcher Art (insbesondere die Wasserreibung und die von den Krümmungen der Canäle oder von plötzlichen Richtungs- und Querschnittsänderungen herrührenden besonderen hydraulischen Widerstände), dass sie sich nur unvollkommen in Rechnung stellen lassen, und man deshalb in Betreff des Wirkungsgrades mehr, als bei den Wasserrädern, auf wenig sichere Erfahrungscoefficienten angewiesen ist. Ebenso wie es schon beim Ponceletrade der Fall war, welches überhaupt in mancher Hinsicht den Uebergang zu den Turbinen bildet, betrifft die Theorie hier vorzugsweise die Regeln, nach welchen die Radelemente zu wählen sind, um den Umständen gemäss einen möglichst grossen Wirkungsgrad und gewisse Eigenschaften der Turbine erwarten zu lassen.

a. Allgemeine Erörterungen in Betreff der Verhältnisse von Turbinen.

§. 29. Die Wirkung der Schaufeldicken.

Den vorläufigen Erklärungen im §. 28 bezüglich der Verengungscoefficienten k, k_1 und des eventuellen Unterschiedes der relativen Geschwindigkeiten w_0, w_1 sowie der hydraulischen Druckhöhen h, h_1 lagen Voraussetzungen zum Grunde, welche vor Allem einer näheren Untersuchung bedürfen. Es handelt sich dabei um den Einfluss der Schaufeldicken. Er ist derselbe bei Axial- und Radialturbinen, lässt sich aber (gleich anderen noch zu besprechenden Verhältnissen) für erstere am einfachsten darstellen in der ebenen Abwickelung des Schnitts der Turbine mit einer coaxialen Cylinderfläche. Fig. 31 sei die ebene Abwickelung eines solchen Schnitts von zwei benachbarten Leitschaufeln L, L_1 an ihren Enden und von zwei Radschaufeln R, R_1 an ihren Anfängen z. B. mit der mittleren Cylinderfläche, nämlich mit der Cylinderfläche, deren Axe die Turbinenaxe und deren Radius der mittlere Radius der Einflussfläche E des Radkranzes ist. Der Leitapparat kann als Leitrad und E als mit seiner Ausflussfläche zusammenfallend angenommen werden. Ist dann, im mittleren Umfange (im Durchschnitt von E mit der mittleren Cylinderfläche) gemessen,

Fig. 31.



$e = l l_1 = m m_1$ die Theilung des Leitrades,

$t = l m = l_1 m_1$ der davon durch eine Leitschaufel eingenommene Theil, und haben

$$e_1 = n n_1 = o o_1,\ t_1 = n o = n_1 o_1$$

die analogen Bedeutungen für das Laufrad, so wird durch eine Radschaufel R, welche der Mündung des Leitcanals zwischen L und L_1 gerade gegenüberliegt, wie Fig. 31 darstellt, der freie Theilbogen $ml_1 = e - t$ um den Betrag $t_1 = no$ versperrt. Weil aber die Zeiten, während welcher R am freien Theilbogen ml_1 und am ganzen Theilbogen mm_1 des Leitrades vorbeigeht, sich wie diese Bögen selbst, also wie $e - t : e$ verhalten, ist als durchschnittlicher Betrag der Versperrung nicht t_1, sondern nur $t_1 \frac{e-t}{e}$ zu rechnen, so dass die Summe der freien Theilbögen

$$p = z(e - t)$$

durch die z_1 Radschaufeln durchschnittlich reducirt wird auf

$$p' = z(e-t) - z_1 t_1 \frac{e-t}{e}$$

als Summe der wirksamen freien Theilbögen des Leitrades, entsprechend dem Verengungscoefficienten

$$k = \frac{p'}{p} = 1 - \frac{z_1 t_1}{z e} = 1 - \frac{z_1 t_1}{2\pi r_1} = \frac{\frac{2\pi r_1}{z_1} - t_1}{\frac{2\pi r_1}{z_1}}$$

$$= \frac{e_1 - t_1}{e_1} = \frac{on}{oo_1} = \frac{a_1}{a_1 + s_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Analog ist ohne Weiteres

$$k_1 = \frac{e-t}{e} = \frac{a}{a+s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

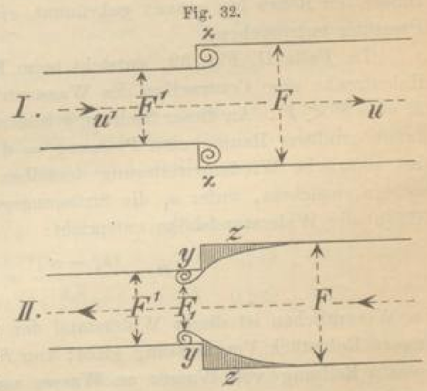
als Verengungscoefficient für den Einfluss in das Laufrad zu betrachten, so dass im Durchschnitt die wirksamen mittleren Umfänge des Leitrades und des Laufrades

$$kp = \frac{e_1 - t_1}{e_1} z(e-t) \text{ und } k_1 p_1 = \frac{e-t}{e} z_1 (e_1 - t_1)$$

wegen $ze = z_1 e_1$ einander gleich sind, somit auch die Theile der Ebene E, welchen als schiefe Projectionen (für die Neigungswinkel α und β der Projectionsstrahlen) die wirksamen Canalquerschnittssummen $z . kab$ und $z_1 . k_1 a_1 b$ entsprechen, in welchen bezw. die absolute Geschwindigkeit u und die relative Geschwindigkeit w_0 stattfindet. Der Uebergang aus der Geschwindigkeit im vollen Querschnitte eines Leitcanals zur Geschwindigkeit u im wirksamen Ausflussquerschnitte kab desselben findet stetig und ohne besonderen Widerstand statt; der Uebergang von u in Verbindung mit v_1 zu w_0 geschieht, wie sich ergeben hat, ohne Querschnittsänderung und somit auch ohne Widerstand, abgesehen von einem mit den Schaufeldicken nicht zusammenhängenden Stosse gegen die Schaufelflächen, der durch die Widerstandshöhe ςH gemessen wird und mit welchem die Aenderung von w in w_0 verbunden sein kann. Der weitere Uebergang der relativen Geschwindigkeit von w_0 zu w_1 im vollen Anfangsquerschnitte $= a_1 b$ eines Turbinencanals in dem hier zunächst vorausgesetzten Falle einer Ueberdruckturbine ist aber mit zweierlei plötzlichen Querschnittsänderungen (mit einer vorübergehenden, nämlich mit innerer Contraction, und mit einer bleibenden) und mit entsprechenden Widerständen verbunden. Alle diese Verhältnisse sind analog den Vorgängen bei der Strömung des Wassers in einer Rohrleitung, wenn diese an einer gewissen Stelle plötzlich I. aus dem kleineren Querschnitte F' (Strömungsgeschwindigkeit $= u'$, Pressung $= p'$) in den grösseren F (Geschwindigkeit $= u$, Pressung $= p$) übergeht, oder wenn II. das Umgekehrte stattfindet. Die Gesetze dieser Vorgänge sind unten erörtert.*)

* Im ersten der unterschiedenen zwei Fälle (Fig. 32, I) entstehen bei x, x Wirbel (Bewegungen ohne angebbare vorwiegende Richtung, bezw. nach allen möglichen Richtungen); der Druck ist in diesem ganzen von nicht strömendem Wasser erfüllten Raume als gleich gross anzunehmen, und zwar = dem Drucke des aus dem engeren Rohrstück in das weitere mit noch geradlinigen prarallelen Bahnen der Theilchen einfliessenden Wassers, d. h. $= p'$. Nun ist nach dem Princip des Antriebes die Aenderung der Bewegungsgrösse irgend eines Massensystems nach irgend einer Richtung für jedes Zeitelement = dem Antriebe der nach dieser Richtung genommenen resultirenden äusseren Kraft, d. h. = dem Product aus dieser Kraft und dem Zeitelement. Wird dieses Princip auf die zwischen F' und F strömende Wassermasse angewendet, so kann also wegen des Beharrungszustandes auch die resultirende Kraft in der Strömungsrichtung, d. h. (algebraisch verstanden) der Ueberschuss des auf die Hinterfläche fraglicher Wassermasse ausgeübten hydraulischen Drucks über den auf die Vorderfläche derselben ausgeübten (da Massenkräfte hier nicht in Betracht kommen) = dem Zuwachs an Bewegungsgrösse der Wassermasse in der Zeiteinheit gesetzt werden = dem Ueberschuss der Bewegungsgrösse, mit welcher das Wasser in einer Sekunde durch den Querschnitt F fliesst, über diejenige, mit welcher es gleichzeitig den Querschnitt F' durchfliesst. Somit ergiebt sich, unter G das Gewicht des in 1 Sek. jeden Querschnitt durchströmenden Wassers verstanden,

Fig. 32.



Analog dem Falle II ist anzunehmen, dass sich von den Stirnflächen der Turbinenschaufeln aus keilförmig zulaufende Räume (in Fig. 31 durch horizontale Schraffierung angedeutet) in die Leitcanäle hinein erstrecken, in welchen (entsprechend dem Raume z, z in Fig. 32, II) das Wasser an

---

$$F(p' - p) = \frac{G}{g}(u - u') = \frac{\gamma F u}{g}(u - u')$$

$$\frac{p' - p}{\gamma} = \frac{u(u - u')}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(a).}$$

Wenn, wie hier, bewegende Massenkräfte wegen Kleinheit des Weges nicht in Betracht kommen, ist die Widerstandshöhe B_1 für die Bewegung von F' bis F (siehe folgenden Paragraph oder auch Bd. I, §. 78) = der Grösse, um welche die Summe aus Druckhöhe und Geschwindigkeitshöhe abnimmt:

$$B_1 = \frac{p'}{\gamma} + \frac{u'^2}{2g} - \left(\frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right) = \frac{p' - p}{\gamma} + \frac{u'^2 - u^2}{2g}$$

oder mit Rücksicht auf (a):

$$B_1 = \frac{2u(u - u') + u'^2 - u^2}{2g} = \frac{(u' - u)^2}{2g} = \left(\frac{F}{F'} - 1\right)^2 \frac{u^2}{2g} \quad \ldots\ldots \text{(b)}$$

wegen $Fu = F'u'$. Die Erhaltung der kleinen Pressung p' in dem mit Wirbeln erfüllten Raume x, x wird dadurch möglich, dass die Pressung der entlang fliessenden äussersten Wasserfäden auch nicht grösser ist, obschon die mittlere Pressung im ganzen von F' bis F wachsenden Querschnitte des Wasserstroms von p' bis p zunimmt; jene Fäden, bezw. Bahnen der Wassertheilchen sind nämlich gegen das Innere der Röhre hin convex gekrümmt, einer von aussen nach innen zunehmenden Pressung entsprechend.

Im Falle II, Fig. 32, entsteht beim Einflusse aus der weiteren in die engere Rohrstrecke eine Contraction des Wasserstroms bis zu einem gewissen Querschnitte $F_1 = \alpha F' < F'$. An dieser Stelle y, y bilden sich Wirbel, und herrscht in dem ganzen damit erfüllten Raume eine Pressung = der Pressung p_1 im Querschnitte F_1. Die fast plötzliche Wiedererweiterung desselben bis F' ist mit einem Wasserstoss verbunden, welchem, unter u_1 die Strömungsgeschwindigkeit in F_1 verstanden, analog Gl. (b) die Widerstandshöhe entspricht:

$$B_2 = \frac{(u_1 - u')^2}{2g} = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 \frac{u'^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(c).}$$

Im Wesentlichen ist dieser Widerstand der einzige, zu welchem der Einfluss in das engere Rohrstück Veranlassung giebt; von F bis F_1, Fig. 32, II, findet höchstens vermehrte Reibung von Wasser an Wasser und an der scharfen Kante der Einflussmündung) statt. Bei z, z ist zwar auch der Wasserstrom von der Rohrwand getrennt, aber das von der Strömung ausgeschlossene Wasser (in der Figur vertical schraffirt) ist als in Ruhe befindlich zu betrachten mit einer Pressung, die $= p$ oder etwas kleiner ist. Die Erhaltung derselben ist dadurch möglich, dass die Bahnen der entlang fliessenden Wassertheilchen, deren Druck ebenso gross sein muss, hier einwärts concav gekrümmt sind, entsprechend einem kleineren mittleren Drucke in den Querschnitten des Wasserstroms.

Wird der Druck im Raume $z, z = p$ angenommen, und auf die Wassermasse zwischen F und F_1 das Princip des Antriebes angewendet, so folgt der Strömung nicht wesentlich Theil nimmt. Das an ihnen schräg entlang fliessende Wasser giebt zu inneren Contractionen an beiden Seiten der Turbinenschaufeln (neben n und o, n_1 und o_1 in Fig. 31) Veranlassung und dadurch zu einem resultirenden Widerstande, der mit Rücksicht

---

$$F'(p-p_1) = \frac{G}{g}(u_1-u) = \frac{\gamma F u}{g}(u_1-u)$$

$$\frac{p-p_1}{\gamma} = \frac{1}{\varphi}\,\frac{u(u_1-u)}{g} \quad \text{mit } \varphi = \frac{F'}{F} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(d).}$$

Wird ferner die Widerstandshöhe für die Bewegung von F bis F_1 = Null gesetzt, so ist auch

$$0 = \frac{p-p_1}{\gamma} + \frac{u^2-u_1^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left[\frac{2u(u_1-u)}{\varphi} - (u_1^2-u^2)\right]$$

$$\frac{2u}{\varphi} = u_1 + u;\quad u_1 = \frac{2-\varphi}{\varphi}\,u.$$

Mit Rücksicht darauf wäre der Coefficient der inneren Contraction:

$$\alpha = \frac{F_1}{F'} = \frac{F}{F'}\,\frac{F_1}{F} = \frac{1}{\varphi}\,\frac{u}{u_1} = \frac{1}{2-\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(e),}$$

also $\frac{1}{\alpha} - 1 = 1 - \varphi$, und somit die Widerstandshöhe B_2 auch zu setzen:

$$B_2 = \left(1 - \frac{F'}{F}\right)^2 \frac{u'^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(c').}$$

Die Zulässigkeit der Annahme, dass im Raume z, z der Druck $= p$ sei, lässt sich prüfen durch Vergleichung der Werthe von $\frac{1}{2-\varphi}$ mit den Werthen von α, welche aus Gl. (c) sich berechnen lassen, wenn B_2 als gesammte Widerstandshöhe durch Versuche bestimmt wird. Aus solchen Versuchen von Weisbach ergeben sich die folgenden zusammengehörigen Werthe (Bd. I, §. 92 unter 1):

$\varphi = 1$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$\alpha = 1$	0,892	0,813	0,755	0,712	0,681	0,659	0,643	0,632	0,624
$\frac{1}{2-\varphi} = 1$	0,909	0,833	0,769	0,714	0,667	0,625	0,588	0,556	0,526

Mit Rücksicht auf den mässigen Widerstand, welcher thatsächlich auch von F bis F_1 vorhanden sein wird, fände sich die Annahme als zulässig bestätigt durch α etwas $< \frac{1}{2-\varphi}$. Für $\varphi > 0{,}6$ ist das der Fall, und kann also für $F' > 0{,}6\,F$ die Gleichung (c) durch (c') ersetzt werden. Je mehr aber $F' < 0{,}6\,F$ ist, desto mehr ist im Raume z, z der Druck $< p$. Wäre er $= p - \Delta p$, so käme auf der linken Seite der Gleichung, welche oben der Gleichung (d) vorhergeht, das Glied $(F - F')\,\Delta p$ hinzu, was auch ohne solchen Zusatz durch Vergrösserung von F', also von φ berücksichtigt werden könnte. Mit φ würde auch $\frac{1}{2-\varphi}$ vergrössert, wie es sein muss.

darauf, dass es sich um nur mässige verhältnissmässige Querschnittsänderungen handelt, durch eine Widerstandshöhe gemäss Gl. (c′) in der Anmerkung gemessen werden kann, indem darin der Verengungscoefficient k der Leitcanäle durch die Turbinenschaufeln für $\frac{F'}{F}$, und w_0 für u' gesetzt wird. Hinter den Stirnflächen der Leitschaufeln entstehen Wirbel (in Fig. 31 angedeutet bei lm und $l_1 m_1$), analog den Wirbeln bei x, x in Fig. 32, I und entsprechend einer Widerstandshöhe, welche aus (b) erhalten wird mit k_1 statt $\frac{F'}{F}$ und w_1 statt u. Die gesammte Widerstandshöhe für den Einfluss des Wassers aus dem Leitapparat in das Laufrad (abgesehen von Stössen gegen die krummen Schaufelflächen) ergäbe sich somit:

$$B = (1-k)^2 \frac{w_0^2}{2g} + \left(\frac{1}{k_1} - 1\right)^2 \frac{w_1^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Die relative Geschwindigkeit w_1 bezieht sich auf den vollen Anfangsquerschnitt $= a_1 b$ eines Leitcanals, w_0 auf einen kurz vorher durchströmten Querschnitt von der durchschnittlichen Grösse $k_1 a_1 b$; zwischen beiden sind jene mit den besprochenen Widerständen verbundenen Wirbel an den Endflächen der Leitschaufeln und am Anfange der Seitenflächen der Turbinenschaufeln stattfindend zu denken. Es ist deshalb auch

$$w_1 = k_1 w_0;\ B = [(1-k)^2 + (1-k_1)^2] \frac{w_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots \quad (4),$$

und weil auch

$$B = h - h_1 + \frac{w_0^2 - w_1^2}{2g},$$

folgt

$$h_1 - h = (1 - k_1^2) \frac{w_0^2}{2g} - [(1-k)^2 + (1-k_1)^2] \frac{w_0^2}{2g}$$

$$= [2(1-k_1)k_1 - (1-k)^2] \frac{w_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5),$$

eine stets positive Grösse, da $1-k$ und $1-k_1$ kleine Brüche sind.

Din Einsetzung der Werthe von k und k_1 nach (1) und (2) giebt:

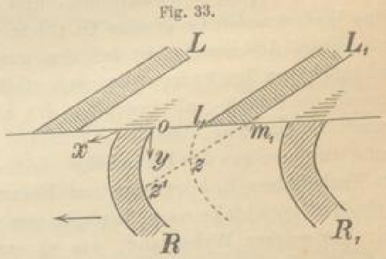
$$B = \left[\left(\frac{s_1}{a_1+s_1}\right)^2 + \left(\frac{s}{a+s}\right)^2\right] \frac{w_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4,a)$$

$$h_1 - h = \left[\frac{2as}{(a+s)^2} - \left(\frac{s_1}{a_1+s_1}\right)^2\right] \frac{w_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots \quad (5,a).$$

Uebrigens ist zuzugeben, dass die Vorstellungen, auf Grund welcher die Widerstandshöhe B und entsprechende Druckzunahme $h_1 - h$ hier berechnet wurden, nur für den Beharrungszustand des in einfach gestalteten Röhren strömenden Wassers erfahrungsmässig bewährt sind, während es wahrscheinlich ist, dass der keilförmige, mit verhältnissmässig ruhigem Wasser erfüllte Raum z. B. vor der Stirnfläche no der Schaufel R, Fig. 31, wenn sie mit grosser Geschwindigkeit an der Mündung des Leitcanals zwischen L und L_1 vorbeigeht, sich nicht so vollkommen ausbilden kann, wie es der Fall wäre, wenn die Schaufel R vor jener Mündung in Ruhe wäre. Die Contractionen beiderseits von R können so in verstärktem Masse zu Stande kommen. —

Bei Druckturbinen ist eine Nöthigung zu voller Ausfüllung der Turbinencanäle durch hydraulischen Druck nicht vorhanden. Damit fallen auch die vorbesprochenen Wirbelbildungen und die entsprechenden continuirlichen hydraulischen Stösse von schneller fliessendem gegen langsamer in gleicher Richtung fliessendes Wasser fort. Auch eine Zunahme des hydraulischen Drucks beim Einfliessen des Wassers in die Turbine findet dann nicht statt; es ist hier immer $h = h_1$, also auch $= h_2$. Dagegen sind Widerstände nicht ausgeschlossen, welche verursachen, dass $w_1 < w_0$ ist; nur sind sie von anderer Art, als bei Ueberdruckturbinen. Indem nämlich die keilförmig zulaufenden, in die Leitcanäle sich hinein erstreckenden und mit kaum strömendem Wasser erfüllten Räume vor den Stirnflächen der Turbinenschaufeln auch hier sich ausbilden, wird eine Ablenkung der relativen Einflussgeschwindigkeit w_0 von der zur Turbinenschaufelfläche tangentialen Richtung dadurch verursacht, wie die Pfeile x und y in Fig. 33 andeuten; diese nachtheilige Wirkung nimmt zu mit der Dicke der Turbinenschaufeln. Die Dicke der Leitschaufeln, z. B. der Schaufel L_1 in der Figur wirkt insofern schädlich, als das bei ol_1 eingeflossene Wasser von dem bei m_1 eingeflossenen an einer um so entfernteren Stelle z unter einem um so grösseren Winkel (nahe = dem Krümmungswinkel der Strecke l_1z der punktirten betreffenden relativen Wasserbahn) gestossen wird, je dicker die Leitschaufel L_1 ist. Die dem Einflusse der Schaufeldicken entsprechende Widerstandshöhe ist also von ähnlicher Art wie ein Stossgefälle ςH; indessen soll sie zum hydraulischen Widerstandsgefälle $(1-\varepsilon)H$ gerechnet werden ebenso wie die entsprechende oben berechnete Widerstandshöhe B bei Ueberdruckturbinen, um das sogenannte Stossgefälle auch bei beliebiger Schaufeldicke immer

Fig. 33.



auf Null reduciren zu können. Eine allgemeine Grössenbestimmung fraglicher Widerstandshöhe ist hier aber ebenso unthunlich, wie die Bestimmung der entsprechenden Geschwindigkeitsabnahme von w_0 bis w_1.*

Schliesslich sei schon hier bemerkt, dass der Stoss, welcher Obigem zufolge bei z, Fig. 33, durch die Leitschaufeldicke verursacht wird, in erhöhtem Grade bei Partialturbinen an den Stellen stattfindet, wo ein Turbinencanal, nachdem er an der Ausmündung des Leitapparates fast ganz vorbeigegangen ist, dieselbe verlässt. Ist nämlich L_1 in Fig. 33 Grenzwand des rechts davon liegenden Leitapparates (L ist beseitigt zu denken), so trifft das bei m_1 noch einfliessende Wasser die Schaufel R erst bei z' mit erheblichem Stosse. Dieser wächst hier nicht mit der Dicke der Leitschaufel, bezw. der Grenzwand L_1, sondern er ist um so grösser, je weiter die Turbinencanäle und je stärker ihre Schaufeln am Anfange gekrümmt sind. Diese Erwägung spricht für enge Schaufelung der Partialturbinen und gegen die Anordnung einer grösseren Zahl getrennter Einläufe.

---

* Eine wesentlich andere Auffassung des Einflusses der Schaufeldicken findet sich in der neuen Bearbeitung der Turbinentheorie von G. Herrmann in Weisbach's Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik. Für Ueberdruckturbinen wird daselbst angenommen, dass beim Ausflusse des Wassers aus den Leitcanälen in den Spalt eine plötzliche Querschnittsvergrösserung im Verhältnisse $e - t : e$ (bei Benutzung obiger Bezeichnungen), und bei dem unmittelbar darauf folgenden Einflusse aus dem Spalt in die Turbine eine plötzliche Querschnittsverkleinerung im Verhältnisse $e_1 : e_1 - t_1$ stattfinde, und dass jeder dieser Querschnittsveränderungen eine Widerstandshöhe gemäss Gl. (b) in voriger Anmerkuug entspreche. Das Ergebniss dieser Anschauung ist bei den gewöhnlichen Verhältnissen von Turbinen nicht erheblich von demjenigen der oben erklärten Anschauung verschieden. Bedenklicher, sowohl im Princip, als bezüglich des Ergebnisses, erscheint die für Druckturbinen gemachte Annahme, dass der Widerstand in plötzlicher Geschwindigkeitsvergrösserung beim Ausflusse aus den Leitcanälen, bedingt durch plötzliche Querschnittsverkleinerung im Verhältnisse $1 : k$ (wieder mit Benutzung obiger Bezeichnungen) seinen Grund habe und gleichfalls nach Analogie von Gl. (b) in voriger Anmerkung zu berechnen sei; ein solcher Widerstand, wie er entsprechend auch beim Ausflusse aus einer Oeffnung in der Schlusswand am Ende einer Leitungsröhre (überhaupt beim Ausflusse aus Mündungen) stattfinden müsste, findet thatsächlich nicht statt, weil bei der strömenden Bewegung der Wassers in Röhren wohl plötzliche Querschnittsvergrösserungen des Wasserstroms (verbunden mit Wirbeln), nicht aber plötzliche Verkleinerungen desselben vorkommen. Eine plötzliche Verkleinerung des Rohrquerschnitts veranlasst die Ausscheidung einer gewissen Wassermenge (z, z in Fig. 32) aus dem Strom, dessen eigene Querschnittsverkleinerung dadurch zu einer stetigen wird.

§. 30. Fundamentalgleichungen und Haupterfordernisse.

Hinsichtlich der Bewegung des Wassers vom Zuflusscanal bis zum Abflusscanal mögen 4 Theile unterschieden werden:

1. die Bewegung bis zum Spalt,
2. der Einfluss in die Turbine,
3. der Durchfluss durch die Turbine,
4. die Bewegung vom Ausflusse aus der Turbine bis zum Unterwasser.

Auf jeden dieser Theile werde die Gleichung der lebendigen Kraft angewendet in der Ausdrucksform, welche in der technischen Hydraulik ihr gegeben zu werden pflegt und von welcher für einen Spezialfall schon im vorigen Paragraph Gebrauch gemacht wurde, nämlich der Satz (siehe Bd. I, §. 78), dass, wenn sich Wasser im Beharrungszustande in irgend einem Canal, bezw. in einer Röhre von beliebiger Form strömend bewegt, die Summe aus Druckhöhe und relativer Geschwindigkeitshöhe für irgend einen Querschnitt $F =$ ist der entsprechenden Summe für einen vorhergehenden Querschnitt F', vermehrt um die Arbeit der bewegenden relativen Massenkraft pro 1 Kgr. Wasser auf dem Wege von F' bis F, und vermindert um die Widerstandshöhe (Arbeit der hydraulischen Bewegungswiderstände pro 1 Kgr.) für die Canalstrecke $F'F$. Ist der Canal in Ruhe, so sind die Geschwindigkeiten absolute und besteht die bewegende Massenkraft nur in der Schwerkraft; ihre Arbeit pro 1 Kgr. auf dem Wege $F'F$ ist $=$ der mittleren Höhe von F' über F. Ist der Canal in Bewegung, so enthält die Arbeit der bewegenden relativen Massenkraft zugleich die Arbeit der ersten Ergänzungskraft (die Arbeit der zweiten ist $=$ Null), z. B. der Centrifugalkraft im Falle der Drehung um eine feste Axe, wie sie den Turbinencanälen eigen ist.

Auf Grund dieses allgemeinen Gesetzes und mit den im §. 28 erklärten Buchstabenbezeichnungen ist zunächst für die Bewegung bis zum Spalt, für welche die hydraulische Widerstandshöhe mit ϱH bezeichnet sei,

$$h + \frac{u^2}{2g} = \frac{c_1^{\,2}}{2g} + H_0 - H_1 - \varrho H \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

mit Rücksicht darauf, dass am Oberwasserspiegel die hydraulische Ueberdruckhöhe $= 0$ ist.

Beim Einfliessen des Wassers in die Turbine kann im Allgemeinen ein Stoss gegen die Schaufelflächen stattfinden (falls die relative Geschwindigkeit w nicht tangential an dieselben gerichtet ist), entsprechend dem Stossgefälle ςH, ferner eine Abnahme der zur Schaufelfläche tangentialen Componente von w, welche deshalb mit $\frac{w_0}{\varphi}$ zu bezeichnen ist, zu w_0 infolge eines Wasserverlustes durch den Spalt, endlich ein hydraulischer Widerstand, entsprechend dem im vorigen Paragraph besprochenen Widerstandsgefälle, welches hier mit $\varrho_0 H$ bezeichnet sei, und infolge dessen die relative Geschwindigkeit w_0 in die abermals kleinere w_1, die Ueberdruckhöhe h (bei Ueberdruckturbinen) in die grössere h_1 übergeht. Die betreffenden Gleichungen

$$\frac{1}{\varphi^2}\frac{w_0^2}{2g} = \frac{w^2}{2g} - \varsigma H$$

und

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = h + \frac{w_0^2}{2g} - \varrho_0 H$$

mögen durch Addition und indem der Verlust an relativer Geschwindigkeitshöhe

$$= \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)\frac{w_0^2}{2g}$$

in die Widerstandshöhe $\varrho_0 H$ einbegriffen wird, zusammengefasst werden zu der Gleichung:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = h + \frac{w^2}{2g} - (\varsigma + \varrho_0) H \quad \ldots\ldots\ldots (2).$$

Bei Druckturbinen ist $h = h_1$ und das Widerstandsgefälle $\varrho_0 H$ von ähnlicher Bedeutung wie das Stossgefälle ςH (siehe vorigen Paragraph), indem auch die erwähnte in $\varrho_0 H$ einbegriffene Grösse wegen $\varphi = 1$ verschwindet.

Bei dem Durchfluss durch die Turbine handelt es sich um eine relative Bewegung des Wassers in Canälen, welche nicht so kurz sind, dass die Arbeiten der Schwere ($= H_1 - H_2$ pro 1 Kgr. Wasser) und der ersten Ergänzungskraft, nämlich der Centrifugalkraft zu vernachlässigen wären. Letztere ist vielmehr pro 1 Kgr., wenn r einen beliebigen Abstand von der Turbinenaxe bedeutet,

$$= \frac{\omega^2}{g}\int_{r_1}^{r_2} r\,dr = \frac{\omega^2}{g}\frac{r_2^2 - r_1^2}{2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

und deshalb die betreffende Gleichung der Arbeiten und lebendigen Kräfte, wenn $\varrho_1 H$ hier die hydraulische Widerstandshöhe bedeutet,

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2g} = h_1 + \frac{w_1^2}{2g} + H_1 - H_2 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} - \varrho_1 H \quad \ldots (3).$$

Bei einer Druckturbine ist $h_1 = h_2$, somit $h = h_1 = h_2$.

Endlich ist für die wieder absolute Bewegung vom Ausflusse aus der Turbine bis zum Unterwasserspiegel, an welchem die hydraulische Ueberdruckhöhe = 0 ist, unter $\varrho_2 H$ die betreffende hydraulische Widerstandshöhe verstanden,

$$\frac{c_2^2}{2g} = h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + H_2 - \varrho_2 H \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Bei der Addition der Gleichungen (1) bis (4) heben sich die entgegengesetzt gleichen Glieder $h, h_1, h_2, \frac{w_1^2}{2g}, H_1, H_2$, und man erhält:

$$\frac{u^2 + w_2^2 + c_2^2}{2g} = \frac{c_1^2 + w^2 + u_2^2}{2g} + H_0 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} - (\varsigma + \varrho + \varrho_0 + \varrho_1 + \varrho_2) H$$

oder mit

$$H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} = H \text{ (§. 28, Gl. 1)}$$

und $$(1 - \varrho - \varrho_0 - \varrho_1 - \varrho_2)\, H = \varepsilon H$$

gemäss der Definition des wirksamen Gefälles εH im §. 28:

$$\frac{u^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = (\varepsilon - \varsigma) H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5).^*$$

Gemäss Fig. 34, welche mit Rücksicht auf das Vorhergehende einer Erklärung nicht bedarf, ist

$$w^2 = u^2 + v_1^2 - 2 u v_1 \cos\alpha$$
$$u_2^2 = v_2^2 + w_2^2 - 2 v_2 w_2 \cos\delta,$$
$$\text{also } u^2 - w^2 + v_1^2 = 2 u v_1 \cos\alpha$$
$$-u_2^2 + w_2^2 - v_2^2 = 2 v_2 w_2 \cos\delta - 2 v_2^2,$$

so dass Gl. (5) auf die Form gebracht werden kann:

$$(\varepsilon - \varsigma) H = \frac{1}{g}(u v_1 \cos\alpha + v_2 w_2 \cos\delta - v_2^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

---

* Im Falle $\varsigma = 0$ nennt G. Herrmann

$$\frac{u^2 - u_2^2}{2g} \text{ das Actionsgefälle,}$$

$$\frac{w_2^2 - w^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \text{ das Reactionsgefälle,}$$

die Summe beider $= \varepsilon H$ das Nutzgefälle, während

$$\varepsilon H + \frac{u_2^2}{2g} \text{ als wirksames Gefälle}$$

bezeichnet wird. Ihm zufolge ist eine Actions- oder Druckturbine dadurch chara-terisirt, dass das Reactionsgefälle

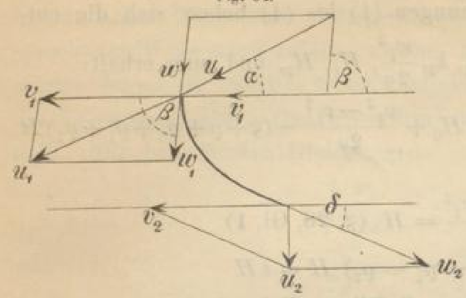
$$\frac{w_2^2 - w^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = 0$$

ist, während hier eine Druckturbine als eine solche definirt wurde, für welche $h = h_1 = h_2$ ist und somit gemäss Gl. (2) und (3) mit $\varsigma = 0$ sich ergiebt:

$$\frac{w_2^2 - w^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = H_1 - H_2 - (\varrho_0 + \varrho_1) H.$$

Das Maximum des Wirkungsgrades η einer Turbine entspricht nach Gl. (2), §. 28, bei gewissen Werthen der mehr untergeordneten Elemente φ und μ dem Maximum von $\varepsilon - \varsigma$, vor Allem also $\varsigma = 0$, d. h. einem stossfreien Einflusse des Wassers in die Turbine, unter welcher Bezeichnung hier immer das Fehlen eines solchen Stosses verstanden wird, welcher, durch das Stossgefälle ςH gemessen, dann stattfindet, wenn die Richtung von w gegen die Gerade geneigt ist, welche das Turbinenschaufelprofil (das Profil der concaven Schaufelfläche) in seinem Anfangspunkte berührt.

Fig. 34.



Aus Fig. 34, worin der Bedingung des stossfreien Einflusses durch das Zusammenfallen der Richtungen von w und w_1 entsprochen ist, ergiebt sich als analytische Bedingung desselben:

$$\frac{u}{\sin\beta} = \frac{v_1}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{w}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7).$$

Da ferner die der Ausflussgeschwindigkeit u_2 entsprechende Geschwindigkeitshöhe für den Effect des Rades gewöhnlich verloren ist, soll sie möglichst klein, wenigstens möglichst wenig $> c_2$ sein. Unbeschadet des erforderlichen Abflussses von der Turbine darf aber diese Geschwindigkeit u_2 um so kleiner sein, je mehr sie normal zur Ausflussfläche gerichtet ist, da eine dieser Fläche parallele Componente von u_2 nichts dazu beitragen würde, das Wasser von der Turbine zu entfernen und somit besser zu nützlicher Arbeit in ihr verwendet worden wäre. Dieser Fall eines normalen Ausflusses, wie er in der Folge kurz bezeichnet werde, ist in Fig. 34 vorausgesetzt; ihm entsprechen die Beziehungen:

$$\frac{u_2}{\sin\delta} = \frac{v_2}{\cos\delta} = w_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Bei stossfreiem Einflusse ($\varsigma = 0$) und normalem Ausflusse ($v_2 = w_2 \cos\delta$) geht (6) über in:

$$\varepsilon H = \frac{u v_1 \cos\alpha}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9),$$

ist also das wirksame Gefälle = dem durch g dividirten Product der mittleren Umfangsgeschwindigkeit v_1 und der im Sinne derselben genommenen Componente der absoluten Zuflussgeschwindigkeit u. Diese Gleichung stellt eine Beziehung dar, welche zwischen u, v_1 und α stattfinden muss, wenn bei gegebenem wirksamen Gefälle die beiden Grundbedingungen des stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses erfüllt sein sollen. Mit Rücksicht auf (7) folgt auch

$$\varepsilon H = \frac{v_1^2}{g}\frac{\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}$$

$$v_1 = \sqrt{g\varepsilon H\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\cos\alpha\sin\beta}} = \sqrt{g\varepsilon H\left(1-\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta}\right)} \quad \ldots\ldots (10).$$

Die vortheilhafteste (den Grundbedingungen 7 und 8 entsprechende) Umfangsgeschwindigkeit v_1 einer Turbine ist also durch das wirksame Gefälle εH und durch die Winkel α, β bestimmt; bei einer gegebenen Turbine (bei gegebenen Werthen von α, β und δ) ist nicht nur sie proportional $\sqrt{\varepsilon H}$, sondern (nach 7 und 8 und wegen des für eine gegebene Turbine bestimmten Verhältnisses $\frac{v_1}{v_2}=\frac{r_1}{r_2}$) jede der Geschwindigkeiten

$$u,\ v_1,\ w,\ u_2,\ v_2,\ w_2.$$

Je weniger eine Turbine mit Ueberdruck arbeitet, desto mehr ist das disponible Arbeitsvermögen als lebendige Kraft im einfliessenden Wasser vorhanden, d. h. desto grösser ist u bei gegebenem wirksamen Gefälle εH, desto kleiner folglich v_1 nach Gl. (9) bei gegebenem Winkel α, desto kleiner auch der Winkel β nach (10). —

Um den hydraulischen Wirkungsgrad ε möglichst gross zu erhalten, ist nach Erfüllung der Hauptforderungen (u_2 normal zur Austrittsfläche und $\varsigma = 0$) noch dafür zu sorgen, dass die hydraulischen Widerstandshöhen ϱH, $\varrho_\delta H$, $\varrho_1 H$ und $\varrho_2 H$ möglichst klein sind. Sie sollen später so weit thunlich bestimmt werden; die drei ersten sind um so kleiner, je kleiner die Schaufeldicken, je grösser die Krümmungshalbmesser der Schaufelflächen sind und je kleiner die Summe aller Schaufelflächen ist, je mehr also die Schaufelzahlen und die einzelnen Schaufelflächen beschränkt werden, insoweit es die Rücksicht auf sichere Führung des Wassers und die so eben erwähnte Forderung mässiger Schaufelkrümmung gestattet. Theilweise andere Rücksichten sind zur Verkleinerung von $\varrho_2 H$ massgebend. Im Falle einer Ueberwasserturbine ist nach Gl. (4) wegen $h_2 = 0$:

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11),$$

also nur dadurch zu verkleinern, dass H_2 möglichst klein und u_2 möglichst wenig $> c_2$ gemacht wird. Indem aber, je kleiner u_2, desto grösser natürlich die Austrittsfläche der Turbine sein muss, ist es wichtig zu bemerken, dass bei der Anordnung als Rohrturbine und bei voller Beaufschlagung auch bei grösserer Ausflussgeschwindigkeit u_2 die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ fast beliebig verkleinert werden kann, wenn nur dafür gesorgt wird, dass die ganze Fläche, durch welche das Wasser mit der Geschwindigkeit u_2 aus der Turbine ausfliesst, hinlänglich allmählich in die der mittleren Geschwindigkeit c_2 entsprechende Querschnittsgrösse übergeht, um hydraulische Stossverluste auszuschliessen ausser demjenigen, welcher durch die den Schaufeldicken entsprechende plötzliche Querschnittsvergrösserung im Verhältnisse $e_2 - t_2 : e_2 = a_2 : a_2 + s_2$ unvermeidlich verursacht wird. Bei Axialturbinen und bei aussenschlächtigen Radialturbinen lässt sich das durch conoidische Gestaltung des Radtellers, welcher den Radkranz mit der Welle verbindet, leicht genügend erreichen. Weniger einfach ist es bei innenschlächtigen Turbinen, welche zur Ausführung als Rohrturbinen weniger geeignet sind; für diesen Fall ist von Boyden der sogenannte Diffuser zu fraglichem Zwecke angegeben worden: ein festliegender Kranz, welcher mit seiner offenen Innenfläche der gleich grossen cylindrischen Austrittsfläche der Turbine mit sehr kleinem Spielraume gegenüberliegt und sich nach aussen zu der gleichfalls cylindrischen offenen Aussenfläche erweitert nicht nur in radialem, sondern zugleich in axialem Sinne. —

Ob eine Turbine eine reine Druckturbine ist oder ob sie mehr oder weniger durch Ueberdruck wirkt, hängt bei gegebenem Gefälle hauptsächlich ab von der Geschwindigkeit u. Indem die Druckturbine durch $h = h_1 = h_2$ charakterisirt und für eine Ueberwasserturbine $h_2 = 0$ ist, ergiebt sich für eine Ueberwasser-Druckturbine auch $h = 0$, also nach Gl. (1):

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{c_1{}^2}{2g} + H_0 - H_1 - \varrho H \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12);$$

das Arbeitsvermögen, welches der Geschwindigkeit c_1 am Oberwasserspiegel und dessen Höhe $= H_0 - H_1$ über dem Spalt entspricht, soweit es nicht durch die Bewegungswiderstände bis zu dieser Stelle verbraucht ist, befindet sich ganz als lebendige Kraft (als freies Arbeitsvermögen) in dem aus dem Leitapparate ausfliessenden Wasser.

Bei einer (freilich nur bei voller Beaufschlagung und mit Rückschaufeln im Allgemeinen zweckmässigen) Unterwasser-Druckturbine ist, da hier die Ausflussgeschwindigkeit u_2 plötzlich (mit Stoss) in die Abflussgeschwindigkeit c_2 des Untergrabens übergeht,

$$\varrho_2 H = \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g},$$

also nach (4):

$$0 = h_2 + H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2 - (u_2 - c_2)^2}{2g}$$

$$= h_2 + H_2 + \frac{(u_2 - c_2)\, c_2}{g}.$$

Mit $h = h_2$ folgt dann aus (1):

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{c_1^2}{2g} + H_0 - H_1 + H_2 - \varrho H + \frac{(u_2 - c_2)c_2}{g} \quad \ldots . (13)$$

oder auch mit $H = H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$:

$$\frac{u^2}{2g} = H - H_1 + H_2 - \varrho H + \frac{(2u_2 - c_2)\, c_2}{2g} \quad \ldots . (13,a).$$

Würde endlich eine Druckturbine als Rohrturbine angeordnet, so würde aus (1) und (4) folgen:

$$h - h_2 = \left| \begin{array}{l} -\frac{u^2}{2g} + \frac{c_1^2}{2g} + H_0 - H_1 - \varrho H \\ \qquad - \frac{c_2^2}{2g} + \frac{u_2^2}{2g} + H_2 - \varrho_2 H \end{array} \right.$$

und mit $H = H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$ für $h = h_2$:

$$\frac{u^2}{2g} = H - H_1 + H_2 + \frac{u_2^2}{2g} - (\varrho + \varrho_2)\, H \quad \ldots \ldots (14).$$

Indem hier $\varrho_2 H$ nach obiger Bemerkung mit Hülfe conoidischer Gestaltung des Radtellers bei seiten- und aussenschlächtigen, bezw. des Boyden'schen Diffusers bei innenschlächtigen Turbinen verkleinert werden kann, wird u entsprechend grösser.

Bei einer Ueberdruckturbine ist die aus Gl. (3) sich ergebende Druckhöhendifferenz $h_1 - h_2$ als Ueberdruckgefälle, d. h. als das Gefälle zu bezeichnen, welches durch Ueberdruckwirkung, nämlich durch Reaction gegen die relative Beschleunigung in der Turbine verwerthet wird. Indem es aber dabei auf einen ganz bestimmten Betrag solcher Ueberdruckwirkung nicht ankommt, kann sie auch ungefähr mit Rücksicht auf das Verhältniss der Geschwindigkeitshöhe $\frac{u^2}{2g}$ zu ihrem Maximalwerthe beurtheilt werden, welcher nach (12) — (14) einer Druckturbine unter den betreffenden Umständen zukommen würde. Letzterer lässt sich freilich für eine zu entwerfende Turbine zunächst nicht genau ermitteln, weil gewisse der in den Gleichungen (12) — (14) vorkommenden Grössen erst durch den wenigstens angenähert festgestellten Entwurf bekannt, bezw. genauer bestimmbar werden. Die Beziehung zwischen u und H werde deshalb vorläufig in der Form

$$\frac{u^2}{2g} = mH \qquad (15)$$

eingeführt, wobei der Coefficient m, weil besonders die Wirkungsweise des Wassers in der Turbine charakterisirend (je kleiner m, desto mehr Ueberdruck) im Anschluss an Rittinger und G. Schmidt als Charakteristik bezeichnet werde. Für eine zu entwerfende Druckturbine kann m vorläufig (vorbehaltlich nachträglicher Berichtigung gemäss Gl. 12, bezw. 13 oder 14) etwa $= 0,8$ bis $0,9$ angenommen werden, um so kleiner, je kleiner H, je grösser also voraussichtlich H_1 im Vergleich mit H sein muss, auch etwas kleiner, wenn den Umständen gemäss ein verhältnissmässig grosser Werth von ϱH erwartet werden kann (z. B. bei grosser Länge der Zuleitungsröhre vom Oberwasser zum Leitapparat), oder wenn H_2 mit erheblichem Absolutwerthe negativ ist, etwas grösser, wenn in besprochener Weise die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ erheblich verkleinert wird. Für Ueberdruckturbinen ist durchschnittlich $m = 0,5$ angemessen.

§. 31. Uebersicht der Beziehungen zwischen den wesentlichsten Elementen einer Turbine.

Nach vorigem Paragraph finden bei stossfreiem Einflusse und normalem Ausflusse folgende Gleichungen zwischen den Elementen einer Turbine statt:

$$\frac{u}{\sin\beta} = \frac{v_1}{\sin(\beta-\alpha)} = \frac{w}{\sin\alpha} \qquad (1)$$

$$\frac{u_2}{\sin\delta} = \frac{v_2}{\cos\delta} = w_2 \qquad (2)$$

$$g\varepsilon H = uv_1 \cos\alpha \qquad (3)$$

welchen hinzugefügt werden kann:

$$\frac{u^2}{2g} = mH \;\ldots\; (4) \text{ und } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \qquad (5).$$

Mit Rücksicht darauf, dass unter (1) und (2) je zwei Gleichungen begriffen sind, stellen sie 7 von einander unabhängige Beziehungen dar zwischen dem Gefälle H, dem gleichfalls hier vorläufig als bekannt vorausgesetzten hydraulischen Wirkungsgrad ε und den folgenden 11 Turbinenelementen:

$$m \quad \frac{r_1}{r_2} \quad \alpha \quad \beta \quad \delta \quad u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 1.$$

Von den Verbindungen und Folgerungen, welche sie zulassen, werde hier ausser dem schon im vorigen Paragraph abgeleiteten Ausdrucke von v_1 durch α und β:

$$v_1 = \sqrt{g\varepsilon H \frac{sin(\beta-\alpha)}{cos\,\alpha\, sin\,\beta}} = \sqrt{g\varepsilon H\left(1-\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta}\right)} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

die Verbindung von (3) und (4) mit dem daraus folgenden Ausdrucke von v_1 durch m und α:

$$g\varepsilon H = v_1\, cos\,\alpha \sqrt{2gmH};\; v_1 = \frac{\varepsilon}{cos\,\alpha}\sqrt{\frac{gH}{2m}} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

hervorgehoben, und die aus der Gleichsetzung der Ausdrücke von $v_1{}^2$ nach (6) und (7) folgende Beziehung zwischen m, α, β:

$$\varepsilon = 2m\, cos^2\alpha\left(1-\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta}\right) = m\, sin\, 2\alpha\,(cotg\,\alpha - cotg\,\beta) \quad \ldots\ldots \quad (8).$$

Diese und andere abgeleitete Beziehungen hindern es natürlich nicht, dass vorläufig 4 von obigen 11 Turbinenelementen, bezw. 4 Beziehungen zwischen ihnen willkürlich bleiben.

Weiteren Gleichungen zwischen denselben und andern Elementen werde einstweilen die Voraussetzung einer Vollturbine bei grösstmöglicher Beaufschlagung zu Grunde gelegt, wobei also der Leitapparat ein Leitrad ist und die Canalquerschnitte nicht durch Regulirungsvorrichtungen (Schützen) verengt sind. Die Leitcanäle sind dann am Ende, die Turbinencanäle am Anfange nur infolge des Einflusses der Schaufeldicken (§. 29) nicht vollständig von strömendem Wasser erfüllt. Im Uebrigen ist volle Ausfüllung der ersteren Canäle immer, der letzteren nur bei Ueberdruckturbinen nothwendig vorhanden; jedoch soll gefordert werden, dass wenigstens die Ausflussquerschnitte der Turbinencanäle auch bei voll beaufschlagten Druckturbinen von strömendem Wasser ausgefüllt sind, weil anderenfalls die Ausflussfläche der Turbine und überhaupt ihre Dimensionen überflüssig gross sein würden, oder bei gegebenen Dimensionen die Ausflussgeschwindigkeit u_2 überflüssig gross wäre. Unter diesen Voraussetzungen und mit bekannten Buchstabenbezeichnungen (§. 28), insbesondere mit den im §. 29, Gl. (1) und (2), bestimmten Coefficienten k und k_1 gelten mit Bezug auf den Ausfluss aus dem Leitrade, den Einfluss in das Laufrad und den Ausfluss aus demselben offenbar die folgenden Gleichungen:

$$2\pi r_1 = z \frac{a+s}{\sin\alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

$$2\pi r_1 = z_1 \frac{a_1+s_1}{\sin\beta} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

$$2\pi r_2 = z_1 \frac{a_2+s_2}{\sin\delta} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

$$Q = kzabu \text{ mit } k = \frac{a_1}{a_1+s_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

$$\varphi Q = k_1 z_1 a_1 b w_0 \text{ mit } k_1 = \frac{a}{a+s} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

$$\varphi Q = z_1 a_2 b_2 w_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (14).$$

Sie enthalten ausser den gegebenen, bezw. als bekannt vorausgesetzten Grössen Q, φ und Elementen der Gruppe I noch folgende 11 Turbinenelemente:

$$z \quad z_1 \quad s \quad s_1 \quad s_2 \quad r_1 \quad \frac{b}{b_2} \quad b \quad a \quad a_1 \quad a_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{II},$$

wobei von den Elementen r_1, r_2 nur das eine angeführt ist, weil das Verhältniss beider zur Gruppe I gerechnet wurde, und auch neben b nicht b_2, sondern das Verhältniss dieser zwei analogen Dimensionen. Man kann aber bemerken, dass Gl. (13) eine Folge der übrigen Gleichungen ist. Denn wegen $w_0 = \varphi w$ folgt aus (12) und (13)

$$\frac{k}{k_1} \frac{z}{z_1} \frac{a}{a_1} \frac{u}{w} = 1,$$

daraus mit Rücksicht auf (1) und auf die Bedeutungen von k und k_1:

$$\frac{a_1}{a_1+s_1} \frac{a+s}{a} \frac{z}{z_1} \frac{a}{a_1} \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{z(a+s)}{\sin\alpha} \cdot \frac{\sin\beta}{z_1(a_1+s_1)} = 1,$$

was nach (9) und (10) eine identische Gleichung ist. Die Gleichung (13) ist folglich als unabhängige Bedingungsgleichung auszuscheiden; ausserdem werde (14) durch eine Gleichung ersetzt, welche daraus durch Verbindung mit anderen wie folgt erhalten werden kann. Aus (13) und (14) ergiebt sich durch Division:

$$k_1 \frac{a_1}{a_2} \frac{b}{b_2} = \frac{w_2}{w_0}$$

oder, weil $w_0 = \varphi w$ und nach (1), (2), (5):

$$\frac{w_2}{w_0} = \frac{1}{\varphi} \frac{v_2}{\cos\delta} \frac{\sin(\beta-\alpha)}{v_1 \sin\alpha} = \frac{1}{\varphi} \frac{r_2}{r_1} \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\cos\delta \sin\alpha} \quad \ldots \ldots \quad (15)$$

ist, durch beiderseitige Multiplication mit $\varphi \frac{r_2 \sin\delta}{r_1 \sin\beta}$:

$$\varphi k_1 \frac{a_1}{a_2} \frac{r_2 \sin\delta}{r_1 \sin\beta} \frac{b}{b_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 tg\,\delta \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\alpha \sin\beta}$$

$$= \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 tg\,\delta\,(cotg\,\alpha - cotg\,\beta) \quad \ldots \quad (16).$$

Mit der den Bedeutungen von k und k_1 analogen Bezeichnung:

$$k_2 = \frac{a_2}{a_2 + s_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

ist aber nach Gl. (10) und (11)

$$\frac{a_1}{a_2} \frac{r_2 \sin\delta}{r_1 \sin\beta} = \frac{a_1}{a_2} \frac{a_2 + s_2}{a_1 + s_1} = \frac{k}{k_2},$$

so dass der Gleichung (16) mit Rücksicht zugleich auf (8) die Form gegeben werden kann:

$$\varphi \frac{k k_1}{k_2} \frac{b}{b_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 tg\,\delta \frac{\varepsilon}{m \sin 2\alpha}$$

$$tg\,\delta = m \frac{\varphi}{\varepsilon} \frac{k k_1}{k_2} \frac{b}{b_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \sin 2\alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad (18).$$

Diese Gleichung enthält neben $\frac{b}{b_2}$ die Elemente m, $\frac{r_1}{r_2}$, α und δ der Gruppe I, und sie mag, da $\frac{k k_1}{k_2}$ immer wenig von 1 verschieden ist, als eine 8te Bestimmungsgleichung jener 11 Elemente betrachtet werden, so dass nur noch 3 derselben willkürlich, bezw. nach erfahrungsmässigen Regeln anzunehmen bleiben. Die 11 Elemente der Gruppe II sind dann aber nur an die 4 Gleichungen (9)—(12) gebunden. Bezüglich der im Ganzen 22 Elemente bleiben 10 erfahrungsmässige Annahmen nöthig, welche im folgenden Paragraph und bei den einzelnen Arten von Turbinen besprochen werden.

Zur Berechnung einer Partialturbine, welcher bei grösster Leistung das Wasser durch im Ganzen z Leitcanäle zugeführt werden soll, genügt entsprechende Aenderung der einzigen Gleichung (9). Bei x getrennten Einläufen (gewöhnlich $x = 2$ diametral gegenüber liegenden) längs je einem Bogen $= i$ des mittleren Umfanges der Eintrittsfläche des Rades, welcher Bogen durch die Leitschaufeln von der Dicke s in $\frac{z}{x}$ gleiche Theile, den einzelnen Leitcanälen entsprechend, und in $\frac{z}{x} - 1$ Theile $= \frac{s}{\sin\alpha}$, welche von den Leitschaufeln eingenommen werden, getheilt ist, hat man in Gl. (9) nur

$$x\left(i + \frac{s}{\sin\alpha}\right)$$

an die Stelle des Umfanges $2\pi r_1$ zu setzen. —

Schliesslich mögen noch einige Folgerungen für Druckturbinen angeführt werden. Bei solchen sind 2α und β stets spitze Winkel, und ist ε etwas $< m$. Aus (8) folgt deshalb:

$$cotg\,\beta = cotg\,\alpha - \frac{\varepsilon}{m}\frac{1}{\sin 2\alpha} \text{ etwas } > \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{1}{\sin 2\alpha}$$

oder wegen $$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{1}{\sin 2\alpha} = \frac{2\cos^2\alpha - 1}{\sin 2\alpha} = cotg\,2\alpha:$$

$$cotg\,\beta \text{ etwas } > cotg\,2\alpha;\ \beta \text{ etwas } < 2\alpha \quad \ldots\ldots (19).$$

Wegen $\varphi = 1$, also $w_0 = w$ folgt ferner aus (15):

$$\frac{w_0}{w_2} = \frac{w}{w_2} = \frac{r_1}{r_2}\frac{\cos\delta\sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)}$$

und weil hier δ stets ein kleiner Winkel, also

$$\cos\delta \text{ wenig } < 1,$$

während nach (19): $\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)}$ wenig > 1

ist, folgt

$$\frac{w_0}{w_2} = \frac{w}{w_2} \text{ nahe } = \frac{r_1}{r_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (20).$$

§. 32. Bestimmung der Elemente einer zu entwerfenden Turbine.

Wenn eine möglichst vollkommene, jedenfalls mit Leitapparat versehene Turbine entworfen werden soll, welche bei dem disponiblen Gefälle H (bei gegebenen Werthen von H_0, c_1 und c_2) einen Nutzeffect $= N$ Pferdestärken erwarten lässt, so sind vor Allem, nachdem das System der Turbine (ob seiten-, innen- oder aussenschlächtig, Druck- oder Ueberdruckturbine, Ueberwasser-, Unterwasser- oder Rohrturbine) in der Hauptsache bestimmt ist, vorläufige Annahmen bezüglich der Coefficienten η, ε, φ zu machen. Im Durchschnitt kann etwa $\varepsilon = 0{,}8$ und

für Druckturbinen $\varphi = 1$, $\eta = 0{,}76$

für Ueberdruckturbinen $\varphi = 0{,}95$, $\eta = 0{,}72$

vorläufig angenommen werden, entsprechend mit $\varsigma = 0$:

$$\mu = \varphi\varepsilon - \eta = 0{,}04$$

in beiden Fällen. In der That wird die Axenreibung sammt Luftwiderstand, auch wohl der Wasserverlust bei Ueberdruckturbinen, sowie der (durch $1 - \varepsilon$ gemessene) hydraulische Bewegungswiderstand meistens etwas kleiner sein können; doch mag auf eine kleine Grösse des Stossgefälles gerechnet werden, wie es überhaupt rathsam ist, die mehr oder weniger zweifelhaften Annahmen eher etwas zu ungünstig zu machen, als umgekehrt. Für Partialturbinen ist es sogar passend, μ noch etwas grösser, ε etwas kleiner anzunehmen, z. B.

$$\varepsilon = 0{,}76 \text{ und } \mu = 0{,}06, \text{ entsprechend } \eta = 0{,}7 \text{ mit } \varphi = 1.$$

Mit dem betreffenden Werthe von η ergiebt sich die Aufschlagwassermenge

$$Q = \frac{0{,}075}{\eta}\frac{N}{H}.$$

Von den 11 Elementen der Gruppe I im vorigen Paragraph waren 3 willkürlich, bezw. erfahrungsmässig anzunehmen; dazu eignen sich die drei ersten:

$$m, \frac{r_1}{r_2} \text{ und } \alpha,$$

α wenigstens versuchsweise und vorbehaltlich nachträglicher Aenderung bei unpassenden Folgen; im Allgemeinen wird α um so grösser anzunehmen sein, je grösser Q und je kleiner H (je mehr Wasser mit je kleinerer Geschwindigkeit aus dem Leitrade ausfliessen muss, für welches bei bestimmter Grösse die Summe der Ausflussmündungen seiner Canäle proportional $\sin\alpha$ wächst), mit Rücksicht auf Gl. (18) auch um so grösser, je kleiner m und $\frac{r_1}{r_2}$, am grössten also bei innenschlächtigen Ueberdruckturbinen mit grosser Aufschlagwassermenge und kleinem Gefälle.*

Man kann nun zunächst prüfen, ob diese Werthe von m, $\frac{r_1}{r_2}$ und α

---

* G. Herrmann empfiehlt die Annahme von u_2 statt von α, und zwar $\frac{u_2^2}{2g} = 0{,}05\,H$ für grosse bis $0{,}08\,H$ für kleine Gefälle. Die entsprechenden Grenzen von $u_2 : \sqrt{H}$ erscheinen jedoch allzu eng, insbesondere würde u_2 für grosse Gefälle überflüssig gross, z. B. für $H = 16$ Mtr.

$$u_2 = \sqrt{0{,}05 \,.\, 2g \,.\, 16} \text{ nahe} = 4 \text{ Mtr.},$$

während ein Bedürfniss zur Verkleinerung der Turbine durch Vergrösserung von u_2 bei so grossen Gefällen nicht vorhanden zu sein pflegt. Noch mehr wäre $c_2 = 4$ Mtr. überflüssig gross, wenn mit Herrmann immer $c_2 = u_2$ angenommen würde. Auch wird u_2 passend zugleich von anderen Umständen abhängig gemacht; z. B. für Rohrturbinen, bei welchen die Ausflussgeschwindigkeit durch allmählige Querschnittsänderung grossentheils nützlich verwerthet werden kann, darf u_2 unter übrigens gleichen Umständen grösser sein, als in anderen Fällen.

nach Gl. (18),* worin einstweilen $\frac{k k_1}{k_2} = 1$ (oder nach Schätzung etwas kleiner) zu setzen ist, einen hinlänglich kleinen Winkel δ zur Folge haben, wenn zugleich $b_2 = b$ angenommen wird (wie es, wenn thunlich, der Einfachheit wegen vorzuziehen ist), oder ob und in welchem Grade dazu $b_2 > b$ angenommen werden müsste. Müsste es in zu hohem Grade geschehen, so könnte man Veranlassung nehmen, den Winkel α nachträglich zu verkleinern. Der Winkel δ soll zur Verkleinerung von u_2 besonders dann möglichst klein sein, wenn eine Verwerthung der Ausflussgeschwindigkeit (wie sie bei Rohrturbinen durch Verkleinerung des hydraulischen Drucks an der Ausflussfläche infolge allmähliger statt plötzlicher Geschwindigkeitsänderung möglich ist) den Umständen nach nicht stattfindet In der Regel ist $\delta < 25^0$ zu wünschen, ein allzu kleiner Winkel δ jedoch auch zu vermeiden, damit nicht die Weite a_2 der Turbinencanäle an ihrem Ende mit Rücksicht auf die Möglichkeit von Verstopfungen durch zufällig im Wasser schwimmende Körper allzu klein ausfalle; bei kleinen Turbinen kann diese Rücksicht Veranlassung sein, einen Winkel $\delta > 25^0$ zuzulassen. Aus Gl. (11) im vorigen Paragraph folgt nämlich

$$sin\, \delta = z_1 \frac{a_2 + s_2}{2\pi r_2}$$

und daraus z. B. mit $z_1 = 20 + 30\, r_2$ und $s_2 = 0{,}008\, r_2$ entsprechend der Forderung $a_2 > 0{,}025$ Mtr.

für $r_2 =$	0,2	0,4	0,6	0,8	1 Mtr.
$\delta >$	34^0	21^0	18^0	16^0	15^0.

Bei dem kleinen Halbmesser $r_2 = 0{,}2$ Mtr. müsste selbst dann noch $\delta > 27^0$ sein, wenn die Forderung auf $a_2 > 0{,}02$ Mtr. ermässigt würde.

Nachdem auf solche Weise mit Hülfe von (18) die Angemessenheit der Annahmen von m, $\frac{r_1}{r_2}$ und α geprüft, auch das Verhältniss $\frac{b}{b_2}$ festgesetzt und zugleich ein Näherungswerth von δ gefunden worden ist, findet man β aus (8) und v_1 aus (7), dadurch auch $v_2 = \frac{r_2}{r_1} v_1$, während u durch (4) bestimmt ist und w durch (1).

Vor Allem ist jetzt der Halbmesser r_1 festzusetzen (wodurch auf Grund der Annahmen r_2 mitbestimmt ist), um entsprechend die Schaufelzahlen und Schaufeldicken passend annehmen zu können. Man kann dabei von verschiedenen Gesichtspunkten ausgehen. Wird, was besonders z. B.

* Die ohne anderweitige Angabe in diesem Paragraph angezogenen Gleichungen sind diejenigen von §. 31.

bei Axialturbinen angemessen ist, von einem erfahrungsmässigen ungefähren Werthe des Verhältnisses $\frac{b}{r_1}$ ausgegangen, so kann Gl. (12), weil nach (9)

$$z\,a = k_1\, z\,(a + s) = k_1 \,.\, 2\,\pi\, r_1 \sin\alpha$$

ist, in der Form geschrieben werden:

$$Q = k\,k_1 \,.\, 2\,\pi\, r_1 \sin\alpha \,.\, b\,u = k\,k_1 \,.\, 2\,\pi\, r_1^2 \,.\, \frac{b}{r_1}\, u \sin\alpha \;.\;.\;.\;.\; (1).$$

Da es auf ein ganz bestimmtes Verhältniss $\frac{b}{r_1}$ nicht ankommt, kann r_1 abgerundet demjenigen Werthe nahe gleich gesetzt werden, welcher sich aus dieser Gleichung mit einem angenäherten Werthe von $k k_1$ (etwas < 1, etwa $= 0{,}8$ bis $0{,}9$) ergiebt.* Oder es kann r_1 einer gewissen Umdrehungszahl n entsprechend aus

$$n = 9{,}55\,\omega = 9{,}55\,\frac{v_1}{r_1} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. (2)$$

gefunden werden. Bei innenschlächtigen Turbinen wird auch wohl von einer passend scheinenden mittleren Geschwindigkeit c des an den inneren Umfang des Radkranzes sich anschliessenden Zuführungsrohrs, also von der Gleichung

$$Q = \pi\, r_1^2 \,.\, c \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. (3)$$

ausgegangen und z. B. $c = 1$ Mtr. oder etwas grösser gesetzt, wobei indessen auch hier ein nahe kommender abgerundeter Werth für r_1 schliesslich anzunehmen ist. In besonderen Fällen können auch andere Rücksichten die Wahl von r_1 beeinflussen.

Ist nun r der mittlere Halbmesser des Radkranzes, b nahe proportional r, und wird die Schaufel, was ihre Anstrengung durch den Wasserdruck betrifft, einem prismatischen stabförmigen Körper von der Länge

---

* Wenn gemäss einer Bemerkung im vorigen Paragraph jener Gleichung (9) im Falle einer Partialturbine die Form gegeben ist:

$$x\left(i + \frac{s}{\sin\alpha}\right) = z\,\frac{a + s}{\sin\alpha}$$

und wenn die vom ganzen Einlaufbogen $= x\,i$ nur wenig verschiedene Bogenlänge

$$x\left(i + \frac{s}{\sin\alpha}\right) = \frac{2\,\pi\, r_1}{p}$$

gesetzt wird, so ist

$$z\,a = k_1\, z\,(a + s) = k_1\,\frac{2\,\pi\, r_1}{p} \sin\alpha$$

$$Q = k\,k_1\,\frac{2\pi r_1}{p} \sin\alpha \,.\, b\,u = k\,k_1\,\frac{2\,\pi}{p}\, r_1^2 \,.\, \frac{b}{r_1}\, u \sin\alpha \;.\;.\;.\;.\;.\;. (1,a).$$

Diese Gleichung ist ebenso zu benutzen, wie obige Gleichung (1), nachdem für p ein Zahlenwerth angenommen worden ist.

b verglichen, so ist das grösste Spannungsmoment in einem Querschnitte derselben proportional b^2, also proportional r^2, und sofern die grösste Spannung diesem grössten Spannungsmoment direct und dem Quadrat der Dicke s indirect proportional zu setzen ist, auch s proportional r anzunehmen. Mit Rücksicht auf den nachtheiligen Einfluss der Schaufeldicken ist es rathsam, dieselben thunlichst klein zu machen durch die Wahl von Blechschaufeln aus entsprechendem Material (z. B. aus Stahl), welche zwischen Kranzwänden eingefügt sind analog einem beiderseits eingeklemmten stabförmigen Körper. Dann kann etwa

$$s = (0{,}006 \text{ bis } 0{,}01)\, r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

gesetzt werden, im Verhältniss zu r um so grösser, je grösser H. Gegossene Schaufeln fallen dicker aus; auch Blechschaufeln, welche nur an der einen Kranzwand befestigt sind (z. B. an der inneren cylindrischen Kranzwand einer Axialturbine) müssten behufs gleicher Anstrengung durch den Wasserdruck mehr als doppelt so dick gemacht werden.*

Bei einer im ungefähren Anschlusse an Gl. (4) gewählten Schaufeldicke kann die Zahl der Schaufeln nahe

$$z = 20 + 30\, r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

angenommen werden, entsprechend kleiner bei grösserer Dicke; grösser dagegen bei Partialturbinen.

Mit den solcherweise festgestellten Werthen von

$$z \quad z_1 \quad s \quad s_1 \quad s_2$$

sind die Elemente der Gruppe II des vorigen Paragraph bis auf die 4 letzten bestimmt; denn wenn auch vielleicht r_1 einem gewissen Verhältnisse $b : r_1$ entsprechend bestimmt wurde, so geschah es doch nur näherungsweise, und ist b noch nicht als endgültig dadurch bestimmt zu betrachten. Man findet aber jetzt a und a_1, wodurch auch k und k_1 bestimmt sind, aus (9) und (10), b aus (12), einen Näherungswerth von a_2, dem vorläufig erst gefundenen Näherungswerthe von δ entsprechend, aus (11). Mit dem gleichfalls entsprechenden Näherungswerthe von k_2 ergeben sich aber jetzt corrigirte Werthe von δ und a_2 aus (18) und (11), welche nöthigenfalls weiter verbessert werden können mit dem verbesserten k_2. Mit Vermeidung wiederholter Näherungen kann man auch aus (18)

* Bei gleichförmig vertheilter Belastung ist das grösste Spannungsmoment eines prismatischen Stabes 6 mal so gross, wenn er einerseits befestigt und andererseits frei, als wenn er beiderseits befestigt ist; behufs gleicher Anstrengung unter übrigens gleichen Umständen müsste also seine Dicke im ersten Falle $\sqrt{6} = 2{,}45$ mal so gross sein, als im zweiten.

$$k_2 \, tg \, \delta = m \frac{\varphi}{\varepsilon} k k_1 \frac{b}{b_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \sin 2\alpha = A$$

endgültig berechnen, wonach, weil nach (11) wegen $a_2 + s_2 = \frac{a_2}{k_2}$

$$\frac{a_2}{k_2 \sin \delta} = \frac{2 \pi r_2}{z_1} = e_2$$

ist, sich ergiebt:

$$A e_2 = \frac{a_2}{\cos \delta} = a_2 \sqrt{1 + \frac{A^2}{k_2^2}} = \sqrt{a_2^2 + A^2 (a_2 + s_2)^2}$$

$$\frac{a_2^2}{A^2} + (a_2 + s_2)^2 = e_2^2$$

$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{1}{A^2} + 1\right) a_2^2 + 2 s_2 a_2 = e_2^2 - s_2^2 \\ \text{Hieraus folgt } a_2\text{, dann } \cos \delta = \frac{a_2}{A e_2} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (6).$$

Mit δ ergeben sich schliesslich u_2 und w_2 aus (2). Es sind dann alle 22 Elemente der Gruppen I und II des vorigen Paragraph gefunden von welchen einige zwar nicht zur Construction der Turbine, aber gleich den übrigen zu der in den folgenden Paragraphen erörterten Prüfung der angenommenen Werthe von ε, φ, η gebraucht werden, sowie ev. zur Prüfung, ob der angenommene Werth von m eine Druckturbine wirklich ergiebt.

Zu demselben Zwecke dienen ausserdem die Elemente H_1 und H_2 Die Höhe H_2 ist bei Ueberwasserturbinen natürlich so klein zu machen, als es die ev. schwankende Höhenlage des Unterwasserspiegels thunlich erscheinen lässt; bei den übrigen Turbinenarten ist sie zwischen weiteren Grenzen beliebig, bedingt durch die Umstände und Anforderungen des besonderen Falles. H_1 ist bei Axialturbinen durch die Höhe $= H_1 - H_2$ derselben bestimmt, welche $= 0{,}3\,r$ bis $0{,}5\,r$ gemacht werden kann (im Verhältnisse zu r um so grösser, je kleiner r), die Höhe des Leitrades höchstens ebenso gross; bei Radialturbinen ist $H_1 - H_2$ von geringer Bedeutung und durch die Form des Kranzquerschnittes bedingt.

Wenn auch die vorläufig angenommenen Werthe von ε, φ, η auf Grund der Controle einer Aenderung bedürftig erscheinen, so braucht doch nicht die ganze Rechnung mit diesen geänderten Werthen wiederholt zu werden. Im Allgemeinen können

$$\frac{r_1}{r_2} \quad \alpha \quad \beta \quad \delta \quad z \quad z_1 \quad s \quad s_1 \quad s_2 \quad r_1$$

unverändert gelassen werden. Nur sind gemäss einer schon im §. 30

gemachten Bemerkung die Geschwindigkeiten

$$u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2$$

alle in demselben Verhältnisse wie $\sqrt{\varepsilon}$ zu ändern, wodurch die Gleichungen (1) — (5) erfüllt bleiben, sofern nur mit Rücksicht auf (4) der Controle zufolge m in demselben Verhältnisse geändert werden darf wie ε. Es wird das immer geschehen dürfen, wenn es sich um eine Ueberdruckturbine, nicht immer, wenn es sich um eine Druckturbine handelt. Während dann die Dimensionen

$$a \quad a_1 \quad a_2$$

gemäss den Gleichungen (9) — (11) nicht zu ändern sind, ist nach Gl. (18)

$$\frac{b}{b_2} \text{ umgekehrt proportional } \varphi$$

zu corrigiren. Schliesslich aber hat man, weil Q umgekehrt proportional η ist, mit Rücksicht auf (12)

$$b \text{ umgekehrt proportional } \eta \sqrt{\varepsilon}$$

zu verändern.

Eine mehr durchgreifende Correctur der zuerst erhaltenen Rechnungsergebnisse würde nur dann erforderlich sein, wenn es im Falle einer zu entwerfenden Druckturbine nicht zulässig erschiene, die Charakteristik m in demselben Verhältnisse anders anzunehmen, wie den hydraulischen Wirkungsgrad ε. Auch dann braucht sich übrigens die Aenderung ausser auf die Elemente

$$u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2 \quad \frac{b}{b_2} \quad b$$

nur auf β und a_1 zu erstrecken. Es ist nur u proportional $\sqrt{m}$ nach (4), v_1, v_2, u_2 und w_2 proportional $\frac{\varepsilon}{\sqrt{m}}$ nach (3), (5) und (2) zu ändern, wonach sich w und β aus den Gleichungen (1) ergeben. Der Winkel β bedingt die Weite a_1 nach (10), während jetzt

$$\text{nach (18): } \frac{b}{b_2} \text{ umgekehrt proportional } \frac{m\varphi k}{\varepsilon}$$

$$\text{„ (12): } b \text{ „ „ } k\eta\sqrt{m}$$

zu corrigiren ist, alles Uebrige aber ungeändert bleiben kann.

Dass der hier dargestellte Rechnungsgang nur für normale Fälle ohne Nebenbedingungen empfohlen werden soll, dass dagegen durch die besonderen Umstände zuweilen Abweichungen bedingt werden können, braucht wohl kaum ausdrücklich bemerkt zu werden.

§. 33. Der hydraulische Wirkungsgrad.

Derselbe ist $\varepsilon = 1 - (\varrho + \varrho_0 + \varrho_1 + \varrho_2)$ und erfordert zu seiner Bestimmung die Berechnung der hydraulischen Widerstandshöhen ϱH, $\varrho_0 H$, $\varrho_1 H$ und $\varrho_2 H$.

1) Die Widerstandshöhe ϱH für die Bewegung des Wassers bis zum Ausflusse aus dem Leitapparat rührt im Allgemeinen her vom Bewegungswiderstande im Zuflussrohre (bei Niederdruckturbinen mit diesem Rohre selbst wegfallend), aus dem Widerstande, mit welchem der Einfluss in die Leitcanäle verbunden ist, sowie aus dem Leitungs- und Krümmungswiderstande derselben. Ist l' die Länge, d' die Weite des cylindrischen Zuflussrohrs, c die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in ihm, so ist die betreffende Widerstandshöhe, wenn hier besondere Widerstände neben dem allgemeinen Leitungswiderstande nicht vorkommen,

$$= \lambda \frac{l'}{d'} \frac{c^2}{2g}.$$

Nach Bd. I, §. 90 kann dabei mit Rücksicht auf die viel grösseren Fehler anderer noch zu besprechender Widerstandsbestimmungen sowohl hier für das Zuflussrohr, als auch für die Leit- und Turbinencanäle (in der Regel etwas zu gross) $\lambda = 0{,}025$ gesetzt werden.

Beim Einfluss des Wassers in die Leitcanäle findet eine innere Contraction und infolge dessen ein Widerstand statt, welcher nach Gl. (c') in der Anmerkung zu §. 29 gemessen werden kann durch die Widerstandshöhe:

$$(1 - k_0)^2 \frac{u_0^2}{2g} \text{ mit } k_0 = \frac{a_0}{a_0 + s_0},\ u_0 = \frac{ab}{a_0 b_0} ku \quad \ldots \ldots \ (1),$$

unter a_0 und b_0 bezw. die Weite und Breite eines Leitcanals am Anfange, und unter s_0 die Leitschaufeldicke daselbst (im Allgemeinen $= s$) verstanden.

Wenn der mittlere Durchmesser eines solchen Leitcanals am Anfange mit d_0, am Ende mit d bezeichnet, wenn also nach Bd. I, §. 90 gesetzt wird:

$$d_0 = \frac{2 a_0 b_0}{a_0 + b_0} \text{ und } d = \frac{2ab}{a + b} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ (2),$$

wenn ferner derselbe bezüglich seines Leitungswiderstandes einer von der Weite d_0 bis zur kleineren Weite d cónisch zulaufenden Röhre verglichen wird, so kann nach Bd. I, §. 95 die Leitungswiderstandshöhe

$$= \varsigma \frac{(k u)^2}{2g} \text{ mit } \varsigma = \frac{\lambda}{4} \frac{l}{d_0}\left(1+\frac{d}{d_0}\right)\left(1+\frac{d^2}{d_0^{\,2}}\right) \quad \ldots\ldots (3)$$

gesetzt werden, unter l die Länge eines Leitcanals = der Länge eines Leitschaufelprofils verstanden.

Endlich werde die Krümmungswiderstandshöhe

$$= \vartheta \frac{u_0^{\,2} + (k u)^2}{4g}$$

gesetzt, der Coefficient ϑ dabei gemäss der Weisbach'schen Bestimmung des Widerstandscoefficienten eines rechtwinklig gekrümmten Kropfrohres von rechteckigem Querschnitte (Bd. I, §. 91, Gl. 3) beurtheilt. Mit Rücksicht darauf, dass der Krümmungswinkel (Drehungswinkel einer auf dem Schaufelprofil sich abwälzenden Geraden) eines Leitcanals nicht $= 90^0$, sondern etwa $= \varkappa$ und dass, ebenso wie die Canalweite von a_0 bis a, so auch der Krümmungshalbmesser zwischen gewissen Werthen ϱ_0 und ϱ veränderlich ist, kann nach der angezogenen Formel in Ermangelung besserer Anhaltspunkte wenigstens näherungsweise gesetzt werden:

$$\vartheta = \frac{\varkappa}{90^0}\left[0{,}124 + 3{,}104 \frac{\left(\frac{a_0}{2\varrho_0}\right)^{3,5} + \left(\frac{a}{2\varrho}\right)^{3,5}}{2}\right] \quad \ldots\ldots (4)^*$$

Die Berechnung wird durch folgende Tabelle erleichtert.

x	$x^{3,5}$	x	$x^{3,5}$	x	$x^{3,5}$	x	$x^{3,5}$
0,1	0,0003	0,22	0,0050	0,28	0,0116	0,33	0,0206
0,13	0,0008	0,24	0,0068	0,29	0,0131	0,34	0,0229
0,16	0,0016	0,25	0,0078	0,3	0,0148	0,35	0,0254
0,18	0,0025	0,26	0,0090	0,31	0,0166	0,36	0,0280
0,2	0,0036	0,27	0,0102	0,32	0,0185	0,37	0,0308

* Wäre die Grundlage dieser angenäherten Berechnung des Krümmungswiderstandes zuverlässiger, als es thatsächlich der Fall ist, so würde, wenn die Strömungsgeschwindigkeit in irgend einem Canalquerschnitte $= x$, die Canalweite daselbst $= y$, der Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils $= z$, sein Contingenzwinkel $= d\tau$ wäre, die betreffende Widerstandshöhe eigentlich

$$= \frac{1}{90^0}\int_{\alpha}^{90^0}\left[0{,}124 + 3{,}104\left(\frac{y}{2z}\right)^{3,5}\right]\frac{x^2}{2g}\,.\,d\tau$$

zu setzen sein. Hier ist das Integral = der Summe aller $d\tau = \varkappa$ gesetzt worden, multiplicirt mit den Mittelwerthen des einen und des anderen der beiden Factoren von $d\tau$, welche Mittelwerthe einfach den arithmetischen Mitteln je des Anfangs- und des Endwerthes gleich gesetzt wurden.

Die ganze Widerstandshöhe ϱH ist:

$$\varrho H = \lambda \frac{l'}{d'} \frac{c^2}{2g} + (1-k_0)^2 \frac{u_0^2}{2g} + \varsigma \frac{(k u)^2}{2g} + \vartheta \frac{u_0^2 + (k u)^2}{4g} \quad . \ (5),$$

wo k_0, u_0, ς, ϑ durch (1) — (4) bestimmt sind.

2) Der mit dem Einflusse des Wassers in die Turbine verbundene Widerstand ist, insofern er von den Schaufeldicken herrührt, in §. 29 besprochen, und die betreffende Widerstandshöhe für Ueberdruckturbinen durch Gl. (4) daselbst ausgedrückt worden. Dazu kommt aber noch wegen des Wasserverlustes durch den Ueberdruck im Spalt der im §. 30 (vor Gl. 2 daselbst) erwähnte Verlust an Geschwindigkeitshöhe, so dass sich im Ganzen ergiebt:

$$\varrho_0 H = \left[(1-k)^2 + (1-k_1)^2 \right] \frac{w_0^2}{2g} + \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1 \right) \frac{w_0^2}{2g}$$

oder mit $w_0 = \varphi w$:

$$\varrho_0 H = \left([(1-k)^2 + (1-k_1^2)] \varphi^2 + 1 - \varphi^2 \right) \frac{w^2}{2g} \quad . \ . \ . \ . \ (6).$$

Bei Druckturbinen, für welche $\varphi = 1$, $w_0 = w$ ist, muss man sich mit ungefährer Schätzung des fraglichen Widerstandes begnügen. Er beruht hier auf einer durch die Schaufeldicke verursachten Ablenkung der relativen Bewegungsrichtung des Wassers von der Richtung des Schaufelprofils an betreffender Stelle, wie im §. 29 mit Hülfe von Fig. 33 erklärt wurde. Wäre der durchschnittliche Ablenkungswinkel $= \psi$, so wäre

$$\varrho_0 H = \sin^2 \psi \frac{w^2}{2g}$$

oder mit $w = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} u$ nahe $= \frac{u}{2}$ (siehe §. 31 am Schluss) und mit $\frac{u^2}{2g}$ $=$ ungefähr $0,9\, H$ für Druckturbinen:

$$\varrho_0 H = \left(\frac{\sin \psi}{2} \right)^2 \frac{u^2}{2g} = 0,9 \left(\frac{\sin \psi}{2} \right)^2 H \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (7).$$

Die Schätzung $\varrho_0 = 0,01$ bei voller Beaufschlagung entspräche z. B.

$$\sin \psi = \frac{2}{3} \sqrt{0,1}\ ; \ \psi \text{ nahe} = 12^0.$$

Bei partieller Beaufschlagung müsste jedenfalls $\varrho_0 > 0,01$ angenommen werden.

3) Die Widerstandhöhe $\varrho_1 H$ für den Durchfluss des Wassers durch die Turbine ist als Summe einer Leitungs- und einer Krüm-

mungswiderstandshöhe zu betrachten und im Falle einer Ueberdruckturbine analog den zwei letzten Gliedern von Gl. (5) zu setzen:

$$\varrho_1 H = \varsigma_1 \frac{w_2^2}{2g} + \vartheta_1 \frac{w_1^2 + w_2^2}{4g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} \text{mit } \varsigma_1 &= \frac{\lambda}{4} \frac{l_1}{d_1} \left(1 + \frac{d_2}{d_1}\right) \left(1 + \frac{d_2^2}{d_1^2}\right) \ldots \ldots \ldots \\ d_1 &= \frac{2 a_1 b}{a_1 + b},\ d_2 = \frac{2 a_2 b_2}{a_2 + b_2},\ w_1 = k_1 w_0 = k_1 \varphi w \end{aligned}\right\} (9),$$

unter l_1 die Länge eines Turbinencanals = der Länge eines Turbinenschaufelprofils verstanden, ferner mit

$$\vartheta_1 = \frac{\varkappa_1}{90^0} \left[0{,}124 + 3{,}104 \frac{\left(\frac{a_1}{2\varrho_1}\right)^{3,5} + \left(\frac{a_2}{2\varrho_2}\right)^{3,5}}{2}\right] \quad \ldots . \quad (10),$$

wo ϱ_1 und ϱ_2 die Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils bezw. am Anfange und am Ende bedeuten, und wobei es wahrscheinlich etwas zu ungünstig gerechnet ist, wenn der Widerstandscoefficient ϑ_1 dem Krümmungswinkel $\varkappa_1$ einfach proportional gesetzt wird.

Bei Druckturbinen mag $\varrho_1 H$ zwar auch nach Gl. (8), aber mit kleineren Werthen von ς_1 und ϑ_1 berechnet werden; ς_1 ist kleiner, weil der durch einen Turbinencanal fliessende Wasserstrahl an seiner concaven Fläche frei (ausser am Anfange und am Ende mit einer Schaufel nicht in Berührung) ist. Im Ausdrucke (9) von ς_1 ist dann entsprechend

$$d_1 = \frac{4 a_1 b}{2 a_1 + b} \text{ und } d_2 = \frac{4 a_2 b_2}{2 a_2 + b_2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9,a).$$

Für den Krümmungswiderstand in diesem Falle fehlt es gänzlich an experimenteller Grundlage; es mag ϑ_1 etwa = der Hälfte des Werthes nach (10) geschätzt werden.

4) In Betreff der Widerstandhöhe $\varrho_2 H$ für die Bewegung von der Turbine zum Unterwasserspiegel sind Ueberwasser-, Unterwasser- und Rohrturbinen zu unterscheiden. Für eine Ueberwasserturbine ist

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (11),$$

wie auch aus (4), §. 30, mit $h_2 = 0$ hervorgeht. Ein Stoss findet hier nicht unmittelbar nach dem Ausflusse aus der Turbine, sondern erst dann statt, wenn das ausgeflossene Betriebswasser den Unterwasserspiegel erreicht hat; doch ist es nicht ein hydraulischer Stoss, mit welchem eine

Aenderung des hydraulischen Drucks verbunden wäre, welcher vielmehr dem atmosphärischen Drucke hier beständig gleich ist.

Bei einer Unterwasserturbine ist infolge des hydraulischen Stosses unmittelbar nach dem Ausflusse:

$$\varrho_2 H = \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g} \ldots \ldots \ldots \ldots (12),$$

immer kleiner, als $\varrho_2 H$ nach (11); die Einsetzung in (4), §. 30, giebt:

$$h_2 = -H_2 - \frac{u_2^2 - c_2^2 - (u_2 - c_2)^2}{2g} = -H_2 - \frac{(u_2 - c_2)\,c_2}{g},$$

von welcher Grösse die Ueberdruckhöhe im Ausflussquerschnitte plötzlich in $-H_2$ ausserhalb desselben übergeht. Die Verkleinerung des Drucks im Ausflussquerschnitte hat dieselbe Wirkung wie eine Vergrösserung des Gefälles. Wenn übrigens im Uebergangsfalle ($H_2 = 0$) einer Ueberwasser- zu einer Unterwasserturbine sich für $\varrho_2 H$ nach (11) und (12) verschiedene Werthe ergeben, während thatsächlich solcher Uebergang nicht plötzlich stattfinden kann, vielmehr bei der Abnahme von einem kleinen positiven zu einem kleinen negativen Werthe von H_2 die fragliche Widerstandshöhe stetig abnehmen sollte, so beruht das auf einer Unvollständigkeit der Gleichungen (11) und (12), welche empirisch einigermassen ausgeglichen wird durch die Annahme:

$$\varrho_2 H = \frac{u_2^2 - c_2^2 + (u_2 - c_2)^2}{4g} = \frac{u_2\,(u_2 - c_2)}{2g} \text{ für } H_2 = 0 \;. \; (13),$$

während es freilich ungewiss bleibt, bis zu welchem kleinen positiven Werthe von H_2 die Verkleinerung der nach (11) berechneten, bis zu welchem kleinen negativen Werthe von H_2 die Vergrösserung der nach (12) berechneten Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ im Maximalbetrage

$$\frac{u_2^2 - c_2^2 - (u_2 - c_2)^2}{4g} = \frac{(u_2 - c_2)\,c_2}{2g} \text{ für } H_2 = 0$$

den Verhältnissen entsprechend ist.

Wenn endlich für eine Rohrturbine die mittlere Geschwindigkeit im Abflussrohre (Länge $= l_2$, Weite $= d_2$) $= c_2$ angenommen wird, was wenigstens nicht erheblich fehlerhaft sein wird, so wäre bei plötzlichem Uebergange von u_2 in diese Geschwindigkeit c_2 (des Ausflussquerschnitts der Turbine in den vollen Querschnitt des Abflussrohrs)

$$\varrho_2 H = \varsigma_2 \frac{c_2^2}{2g} + \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g} \text{ mit } \varsigma_2 = \lambda \frac{l_2}{d_2} \ldots \ldots (14).$$

Vor der Unterwasserturbine könnte dann die Rohrturbine nur den Vorzug einer mehr erwünschten (besser zugänglichen) Lage der Turbine haben.

Es wird aber zugleich ein Effectgewinn dadurch erzielt, wenn durch allmähliche Querschnittsänderung nach der unvermeidlichen geringen Querschnittsvergrösserung im Verhältnisse $a_2 : a_2 + s_2 = k_2 : 1$ die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ auf

$$\varrho_2 H = \varsigma_2 \frac{c_2^2}{2g} + \frac{(u_2 - k_2 u_2)^2}{2g} = \varsigma_2 \frac{c_2^2}{2g} + (1 - k_2)^2 \frac{u_2^2}{2g} \quad . \; . \; (15)$$

reducirt wird, streng genommen auf

$$\varrho_2 H = \varsigma_2 \frac{c'^2}{2g} + (1 - k_2)^2 \frac{u_2^2}{2g} + \frac{(c' - c_2)^2}{2g} \quad . \; . \; . \; . \; (15,a),$$

unter c' die von c_2 im Allgemeinen verschiedene mittlere Geschwindigkeit im Abflussrohre verstanden. Eine solche Anordnung hat noch vollkommener, als es bei Unterwasser- im Vergleich mit Ueberwasserturbinen der Fall ist, durch Verkleinerung des hydraulischen Drucks im Ausflussquerschnitte eine mittelbare Vergrösserung des Gefälles zur Folge. —

Schliesslich ist zu bemerken, dass der hydraulische Wirkungsgrad auch noch gewissen Einflüssen unterworfen ist, welche Unregelmässigkeiten der strömenden Bewegung des Wassers verursachen, die sich zum Theil selbst angenäherter Bestimmung entziehen. Dahin gehören die Geschwindigkeitsunterschiede in den verschiedenen Punkten eines Querschnitts, bei Axialturbinen auch die Grössenunterschiede der Winkel α, β, δ in verschiedenen Entfernungen von der Axe (siehe §. 38), bei Radialturbinen die doppelte Richtungsänderung der Wasserbahnen im Leitapparat in axialem und radialem Sinne zugleich, ferner die Bewegung des Wassers längs den Schaufeln normal zu den regelrechten Bahnen infolge des Einflusses der radial gerichteten Ergänzungskräfte bei Axialturbinen, der axial gerichteten Schwerkraft bei Radialturbinen, und zwar besonders dann, wenn im Falle von Druckturbinen mit unvollständiger Ausfüllung der Canäle reichlich Gelegenheit zu solchen störenden Bewegungen geboten ist. Unter diesen Umständen und bei der beschränkten Zuverlässigkeit der Rechnung nach obigen Gleichungen (1) — (15) ist die Correction des Coefficienten ε, welcher der Berechnung der Turbinenelemente nach vorigem Paragraph zu Grunde gelegt worden war, besonders dann meistens entbehrlich, wenn dieser Coefficient durch die Rechnung etwas grösser gefunden wird, als er angenommen worden war.

§. 34. Wasserverlust durch den Ueberdruck im Spalt.

Bezeichnet F' die Grösse der Spaltöffnung, aus welcher den Umständen gemäss ein Theil des Wassers, anstatt aus dem Leitapparat in die Turbine einzufliessen, infolge der Ueberdruckhöhe h seitlich entweichen kann,

h' die Ueberdruckhöhe in dem diesen Spalt umgebenden Raum, in welchen das Verlustwasser abfliesst,

μ' einen erfahrungsmässigen Coefficienten, so kann der Wasserverlust pro Sekunde

$$(1-\varphi)\,Q = \mu' F' \sqrt{2g(h-h')} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

gesetzt werden. Bei der Unsicherheit der Werthe von μ' und F' genügt hier eine roh angenäherte Bestimmung von $h-h'$. Die Ueberdruckhöhe h ist nach Gl. (1), §. 30, und mit $\frac{u^2}{2g} = mH$:

$$h = \frac{c_1^{\,2}}{2g} + H_0 - H_1 - (m+\varrho)\,H \quad \ldots\ldots\ldots (2).$$

Befindet sich ferner der Spalt in freier Luft, was jedenfalls bei Ueberwasserturbinen, zuweilen auch bei Unterwasser- und Rohrturbinen der Fall ist, so ist $h'=0$. Bei ganz unterhalb des Unterwasserspiegels befindlichen Turbinen (H_1 negativ) ist $h' = -H_1$, und dasselbe (aber mit positivem H_1) gilt auch für Rohrturbinen, deren Abflussrohr sich bis über den Spalt hinauf erstreckt, bei Abstraction von der meistens geringen Leitungswiderstandshöhe und wenn den Umständen gemäss ein plötzlicher Uebergang der Ausflussgeschwindigkeit u_2 in die Abflussgeschwindigkeit c_2 anzunehmen ist; bei im Wesentlichen stetigem Uebergange von u_2 in c_2 ist h' beinahe um die Differenz der betreffenden Geschwindigkeitshöhen kleiner. Da es nur auf einen angenäherten Werth von h' ankommt, im Falle $h'=0$ aber jedenfalls H_1 klein ist, mag zu Gunsten eines gemeinsamen Ausdrucks von $h-h'$ allgemein

$$h' = -H_1 - \left(\frac{u_2^{\,2}-c_2^{\,2}}{2g}\right)$$

gesetzt werden, wo die Einklammerung des letzten Gliedes andeuten soll, dass es nur eventuell, nämlich nur im Falle einer Rohrturbine hinzuzufügen ist, wenn das Abflussrohr derselben die Turbine einschliessend bis über den Spalt hinaufreicht und die Geschwindigkeit u_2 allmählig in c_2 übergeht. Zu Gunsten eines möglichst einfachen angenäherten Ausdruckes von $h-h'$ werde endlich noch die kleine, nur eventuell bei Rohrturbinen im Ausdruck von h' enthaltene Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_2^{\,2}}{2g}$ in allen Fällen hinzugefügt, also

$$h' = \frac{c_2^{\,2}}{2g} - H_1 - \left(\frac{u_2^{\,2}}{2g}\right)$$

gesetzt, wodurch nebenbei der im Falle $h'=0$ durch die Annahme $h' = -H_1$ begangene Fehler theilweise berichtigt wird. Aus (2) folgt dann mit $H = H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$:

$$h - h = (1 - m - \varrho) H + \left(\frac{u_2^2}{2g}\right) \ldots\ldots\ldots (4).$$

Ist eine Vollturbine so angeordnet, dass als Spaltöffnung, durch welche der Wasserverlust stattfindet, nur eine der beiden ringförmigen Spalten an den Seiten der Ausflussfläche des Leitrades in Betracht kommt, ist r' der Halbmesser, s' die Weite dieses Spalts, also mit Rücksicht auf §. 32, Gl. (1):

$$F' = 2\pi r' s' \quad \text{und} \quad Q = kk_1 . 2\pi r_1 b . u \sin\alpha,$$

so folgt aus (1) und (4) im Falle $\left(\frac{u_2^2}{2g}\right) = 0$:

$$1 - \varphi = \frac{\mu' r' s'}{kk_1 r_1 b \sin\alpha} \sqrt{\frac{2g(1 - m - \varrho) H}{u^2}}$$

oder mit $u^2 = 2gmH$:

$$1 - \varphi = \frac{\mu' r' s'}{kk_1 r_1 b \sin\alpha} \sqrt{\frac{1 - m - \varrho}{m}} \ldots\ldots\ldots (5).$$

Bei Radialturbinen ist $r' = r_1$, bei Axialturbinen mit Wasserverlust durch den äusseren Spalt: $r' = r_1 + 0{,}5\,b$. Fände der Wasserverlust durch beide Spalten (den obern und untern bei Radialturbinen, den innern und äussern bei Axialturbinen) zugleich statt, so wäre s' doppelt so gross und auch bei Axialturbinen $r' = r_1$ zu setzen.

Der Coefficient ϱ kann $= 0{,}1$ angenommen werden, die einfache Spaltweite etwa:

$$s' = 0{,}002 + 0{,}004\, r_1 \text{ Mtr.} \ldots\ldots\ldots\ldots (6),$$

was eine schon recht sorgfältige Ausführung und Lagerung voraussetzen wird. Sehr unsicher ist aber der Ausflusscoefficient μ'. Bekanntlich ist nämlich ein solcher wesentlich abhängig von der Grösse und Richtung der Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser seitlich der Oeffnung zufliesst. Hier fliesst es mit meistens grosser Geschwindigkeit auf der einen Seite gegen die Oeffnung hin, auf der anderen Seite von ihr weg, und es können dabei eigenthümliche, durch die Geschwindigkeit des entlang fliesenden Wassers beeinflusste Gesetzmässigkeiten obwalten, welche nur durch besondere Versuche festzustellen wären. Dergleichen sind nicht bekannt; wenn man indessen μ' so bestimmt, dass Gl. (5) den verhältnissmässigen Wasserverlust $1 - \varphi$ für kleinere Ueberdruckturbinen (etwa $r_1 = 0{,}25$ Mtr.) im Durchschnitt ($m = 0{,}5$) = einem wahrscheinlich ungefähr zutreffenden Werthe, z. B. $= 0{,}05$ ergiebt, wie im §. 32 (mit Absicht im Durchschnitt wohl etwas zu ungünstig) angenommen wurde, so kann jene Gleichung zur Bestimmung von φ auch in anderen Fällen wenigstens mit ähnlicher Annäherung dienen.

Nun sei bei Voraussetzung einer axialen Ueberdruckturbine mit Wasserverlust durch den äusseren Spalt im Durchschnitt

$$b = \frac{r_1}{3{,}5} \text{ und } \sin\alpha = 0{,}35\ (\alpha = 20{,}5^0),$$

also $b \sin\alpha = 0{,}1\, r_1$ und $r' = \frac{8}{7} r_1$; ferner

$$\frac{1}{kk_1} \cdot \frac{8}{7} = 1{,}4, \text{ entsprechend } kk_1 = 0{,}82.$$

Dann ist nach (5) mit $\varrho = 0{,}1$:

$$1 - \varphi = 14\,\mu' \frac{s'}{r_1} \sqrt{\frac{0{,}9 - m}{m}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(5,a)}$$

und mit $r_1 = 0{,}25$, also $s' = 0{,}003$ nach (6), ferner mit $m = 0{,}5$ und $1 - \varphi = 0{,}05$:

$$\mu' = 0{,}33.$$

So unsicher diese Rechnung ist, lässt sie doch auf einen wesentlich kleineren Werth von μ' schliessen, als nach bekannten sonstigen, freilich unter wesentlich anderen Umständen gewonnenen Erfahrungen anzunehmen wäre, trotzdem dabei für die zu Grunde gelegten Verhältnisse ein grösserer Wasserverlust angenommen wurde, als es gewöhnlich zu geschehen pflegt. — Wie sehr übrigens φ von der den Grad des Ueberdruckes bestimmenden Charakteristik m, sowie auch bei Voraussetzung der Beziehung (6) von r_1 abhängt, zeigt die folgende Zusammenstellung der mit $\mu' = \frac{1}{3}$ beispielsweise aus Gl. (5,a) sich ergebenden Werthe des procentischen Wasserverlustes

$$= 100\,(1 - \varphi).$$

$r_1 =$	1	0,75	0,5	0,25 Mtr.
$m = 0{,}75$	1,25	1,4	1,7	2,5
$m = 0{,}5$	2,5	2,8	3,3	5,0
$m = 0{,}25$	4,5	5,0	6,0	9,0

Zur Beschränkung des Wasserverlustes ist es besonders bei kleinen Turbinen rathsam, die Spaltweite thunlichst noch mehr zu verkleinern, als Gl. (6) voraussetzt, und erhebliche Ueberdrucksgrade (kleine Werthe von m) zu vermeiden.

§. 35. Axenreibung.

Die Axenreibung einer Turbine mit verticaler Axe besteht hauptsächlich aus der Reibung des Spurzapfens der Turbinenwelle, wesentlich aber auch aus den Reibungen ihrer zu sicherer Führung vorhandenen Halslager und eventuell von Stopfbüchsen oder Liederungsmanschetten zur Dichtung gegen Wasserdurchflüsse; in den Coefficient $\mu =$ dem Verhältnisse des Effectverlustes durch diese Axenreibung zum absoluten Effect der Turbine werden endlich noch die Nebenwiderstände einbegriffen, welche durch die Luft und ev. (bei Unterwasser- und Rohrturbinen) durch das Wasser verursacht werden, in welchem die Turbine umläuft, da sie zu unsicher zu beurtheilen und auch zu nebensächlich sind, um besonders in Rechnung gestellt zu werden.

Der Spurzapfen muss so angeordnet sein, dass die Welle etwas gehoben oder gesenkt werden kann, um trotz Abnutzung der Reibungsflächen die Eintrittsfläche des Laufrades bei Radialturbinen stets genau der Austrittsfläche des Leitrades gegenüber, bei Axialturbinen in bestimmter kleiner Entfernung s' von ihr erhalten zu können. Die Anordnung als Unterzapfen, in der Regel somit als Unterwasserzapfen am unteren Ende der Welle hat den Nachtheil erschwerter Zugänglichkeit und verursacht (abgesehen von Pockholzzapfen mit Wasserschmierung, wie sie bei kleineren Turbinen passend sind) constructive Schwierigkeiten mit Rücksicht auf die Zu- und Abführung des Schmieröls und zur Abhaltung des Wassers von den Reibungsflächen. Obschon sich diese Schwierigkeiten durch verschiedene Einrichtungen befriedigend überwinden lassen, wird es doch vielfach vorgezogen, sie (bei nicht allzu grossen Gefällen) dadurch zu vermeiden, dass die Turbinenwelle, anstatt unten gestützt zu werden, vermittels eines Ueberwasserzapfens über Wasser aufgehängt wird, sei es an ihrem oberen Ende (Oberzapfen), sei es an einer mittleren Stelle (Mittelzapfen). Eine massive Welle pflegt so durch einen Ringzapfen oder durch einen Kammzapfen (Zapfen, dessen Reibungsfläche aus einer Ringfläche, bezw. aus einer Anzahl von Ringflächen besteht), besonders als Oberzapfen passend, über Wasser aufgehängt zu werden; ist er auch mit grösserem Reibungsmoment verbunden, so empfiehlt er sich doch (wenigstens als Kammzapfen) bei grosser Umdrehungszahl durch die Leichtigkeit beliebiger Verkleinerung des specifischen Zapfendrucks. Häufig wird auch die Welle hohl gegossen und an einer in der Höhlung aufgerichteten Säule mit einem gewöhnlichen Zapfen aufgehängt, der sich oben auf die Säule stützt; dieser sogenannte Fontaine-Zapfen eignet sich ebensowohl als Mittel- wie als Oberzapfen.

Der axiale Druck des Spurzapfens auf seine Lagerplatte, mit Rücksicht auf welchen das betreffende Reibungsmoment, bezw. der dadurch verursachte Effectverlust für jede Form der Reibungsfläche mit einem erfahrungsmässig anzunehmenden Reibungscoefficienten nach bekannten Regeln bestimmt werden kann (siehe Bd. II, §. 70), ist im Allgemeinen

$$P = A + G,$$

unter A den axialen Druck des Wassers auf die Turbine, unter G das Eigengewicht der letzteren sammt Welle und Zubehör verstanden. Für eine Axialturbine kann A mit Rücksicht darauf berechnet werden, dass der Ueberschuss der Bewegungsgrösse, mit welcher das Betriebswasser im Sinne der Axe pro Sekunde aus der Turbine ausfliesst, über diejenige, mit welcher es ihr zufliesst, nämlich die Grösse

$$\frac{\gamma \varphi Q}{g}(u_2 - u \sin \alpha)$$

= ist der in demselben Sinne genommenen Kraft, welche theils als Massenkraft, theils als Oberflächenkraft auf das in der Turbine befindliche Wasser, dessen Gewicht $= W$ sei, ausgeübt wird. Wenn dieses von oben nach unten die Turbine durchfliesst, fragliche Kraft also abwärts positiv verstanden wird, wenn ferner E und E_2 die wirksamen Ausflussflächen bezw. des Leitapparates und des Laufrades sind (erstere bei voll beaufschlagter Turbine = der wirksamen Einflussfläche des Laufrades), ergiebt sich somit die Gleichung:

$$\frac{\gamma \varphi Q}{g}(u_2 - u \sin \alpha) = W + \gamma (E h - E_2 h_2) - A$$

mit Rücksicht darauf, dass der Druck des Wassers auf die Turbine einen gleichen Gegendruck der letzteren auf ersteres zur Folge hat. Mit

$$E = \frac{\varphi Q}{u \sin \alpha} \text{ und } E_2 = \frac{\varphi Q}{u_2}$$

folgt daraus

$$A = W + \gamma \varphi Q \left(\frac{h}{u \sin \alpha} - \frac{h_2}{u_2} \pm \frac{u \sin \alpha - u_2}{g} \right) \quad \ldots\ldots (1).$$

Darin sind h und h_2 durch die Gleichungen (1) und (4), §. 30, bestimmt. Fliesst das Wasser von unten nach oben durch die Turbine, so ist das Glied mit Q negativ zu nehmen. Dasselbe ist $= 0$, also $A = W$, wenn im Falle einer Druckturbine ($h = h_2$) zugleich $u_2 = u \sin \alpha$ ist; jedenfalls ist es unter sonst gleichen Umständen um so kleiner, je weniger die Turbine mit Ueberdruck arbeitet.

Bei Radialturbinen ist immer $A = W =$ dem Gewichte des im Radkranze befindlichen Wassers, weil die vom Pressungszustande und von der Bewegung des Wassers herrührenden axialen Drucke sich paarweise aufheben. Dasselbe gilt von den radialen Drucken, wenn die Turbine voll beaufschlagt ist oder wenn die Einläufe symmetrisch am Umfange vertheilt sind. Sofern ausserdem der Teller einer Vollturbine, welcher den Radkranz mit der Welle verbindet, gegen den Druck des Wassers geschützt ist, indem dieser vom festliegenden Bodenteller des Leitrades aufgenommen wird, sind Radialturbinen bezüglich des Zapfendruckes und der entsprechenden Reibung vor Axialturbinen, wenigstens wenn diese von oben beaufschlagt sind, im Vortheil.

Die genauere Bestimmung des Zapfendruckes P hat übrigens zur Berechnung der Axenreibung besonders deshalb wenig Werth, weil, abgesehen von der Zweifelhaftigkeit des anzunehmenden Reibungscoefficienten, die dabei nicht berücksichtigten oft erheblichen Reibungswiderstände der Halslager, Stopfbüchsen und sonstigen Dichtungen von zufälligen Umständen abhängig sind und ebenso wie der Widerstand des Mediums, in welchem die Turbine umläuft, der Berechnung nicht zugänglich sind. Von um so grösserem Interesse sind deshalb ausgedehnte Versuche von Bernh. Lehmann* über die Axenreibung von Turbinen, bei welchen die Kraftmomente gemessen wurden, welche erforderlich waren, um Turbinen verschiedener Art und Grösse im Betriebszustande bei abgestellter Beaufschlagung in langsame Bewegung zu versetzen. Abgesehen von den Ring- und Kammzapfen (von Schmiedeeisen oder Stahl mit Ringfutter aus Bronze) bestanden dabei die Spurzapfen und Spurplatten aus gehärtetem Gussstahl mit einer Zwischenplatte aus harter Bronze. Es ergab sich, dass die ganze Axenreibung (ohne Widerstand des Mediums) genügend gefunden werden konnte, wenn sie als blosse Zapfenreibung, aber mit entsprechend vergrössertem Reibungscoefficient berechnet wurde; letzterer wurde (bezogen auf den Reibungsradius des Spurzapfens) im Durchschnitt $= 0{,}1$ gefunden, für Turbinen mit horizontaler Axe und gewöhnlichen Lagern $= 0{,}054$. Mit diesen Mittelwerthen wurden dann von Lehmann die der Axenreibung entsprechenden verhältnissmässigen Effectverluste für 100 ausgeführte Turbinen zugleich mit Rücksicht auf den vom Wasserdrucke herrührenden Antheil A des Zapfendruckes P

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1879, S. 122

berechnet und so die folgenden procentischen Antheile p bezw. p_1 des fraglichen Effectverlustes am absoluten Effect = dem 100 fachen des Coefficienten μ von Gl. (2) im §. 28 gefunden, wobei sich p auf volle, p_1 auf halbe Beaufschlagung bezieht.

1) Von oben beaufschlagte Axialturbinen mit Unterzapfen und mit Manschette am Leitradboden:

$$p = 1{,}4 \text{ bis } 2{,}4;\ p_1 = 2{,}3 \text{ bis } 3{,}6.$$

2) Von oben beaufschlagte Axialturbinen mit Fontaine-Zapfen (hohler Welle) ohne Manschette am Leitradboden:

$$p = 1{,}5 \text{ bis } 3{,}2;\ p_1 = 2{,}3 \text{ bis } 5{,}4.$$

3) Von oben beaufschlagte Axialturbinen mit Kamm- oder Ringzapfen und mit Manschette am Leitradboden:

$$p = 2{,}1 \text{ bis } 3{,}4;\ p_1 = 2{,}7 \text{ bis } 4{,}7.$$

4) Innenschlächtige Turbinen mit Unterzapfen ohne Liederung:

$$p = 0{,}8 \text{ bis } 1;\ p_1 = 0{,}5 \text{ bis } 0{,}9.$$

5) Innenschlächtige Turbinen mit Fontaine-Zapfen:

$$p = 0{,}9 \text{ bis } 1{,}2.$$

6) Aussenschlächtige Turbinen, Unterzapfen mit Liederung, Manschette am Leitradboden:

$$p = 0{,}9 \text{ bis } 1{,}1.$$

7) Aussenschlächtige Turbinen mit Kamm- oder Ringzapfen, ohne Manschette am Leitradboden:

$$p = 1{,}3 \text{ bis } 1{,}7.$$

8) Innenschlächtige Partialturbinen mit horizontaler Axe:

$$p = 1 \text{ bis } 1{,}6.$$

Diese Werthe von p für volle Beaufschlagung liegen bei Radialturbinen zwischen 0,8 und 1,7, bei Axialturbinen zwischen 1,4 und 3,4. Wenn aber auch die von Lehmann für den Fall der beginnenden Bewegung ermittelten Reibungen einerseits im Betriebe etwas kleiner sein mögen (obschon die Reibung geölter Zapfen über relative Gleitungsgeschwindigkeiten von etwa 0,5 Mtr. hinaus mit diesen zu wachsen pflegt), so ist es doch auch fraglich, ob der andererseits dann hinzukommende Widerstand des Mediums genügend dadurch mitberücksichtigt ist. Um sicher zu gehen, werden die jeweils anzunehmenden Werthe von μ selbst über die angeführten oberen Grenzwerthe von 0,01 p bezw. 0,01 p_1 hinaus etwas zu vergrössern sein.

Die Ermittelung des Zapfendruckes P bleibt übrigens auch dann von Interesse, wenn auf die Berechnung von μ verzichtet wird, um nämlich die Dimensionen der Reibungsfläche des Zapfens so zu bestimmen, dass der specifische Druck erfahrungsmässig zulässige Grenzen nicht überschreitet. Derselbe ergab sich für die von Lehmann zur Berechnung gezogenen, im Betriebe bewährten, Zapfen zwischen 0,5 und 1,3 Kgr. pro Quadratmillimeter der wirklichen Reibungsfläche (Zapfenfläche nach Abzug von Oelrinnen und Abrundungen im Betrage von ungefähr 15 %), wobei die Umdrehungszahlen n, insoweit sie mitgetheilt sind, höchstens = 200 waren, ohne dass eine Beziehung zwischen n und dem specifischen Drucke deutlich hervorträte. Indessen soll derselbe mit Rücksicht auf Warmlaufen und Abnutzung unter sonst gleichen Umständen um so kleiner sein, je grösser n ist.

§. 36. Die Schaufelform.

Wenn die Schaufeln von geradlinigen Flächen begrenzt werden, deren gerade Erzeugende bei Axialturbinen die Axe rechtwinklig schneiden, bei Radialturbinen derselben parallel sind, so sind ihre Formen durch die Schaufelprofile bestimmt, nämlich durch die Curven, in welchen die Schaufelflächen von Axialturbinen durch coaxiale Cylinderflächen, von Radialturbinen durch Normalebenen der Axe geschnitten werden, wobei zudem die doppelt gekrümmten Schaufelprofile von Axialturbinen behufs der Untersuchung und Formbestimmung mit ihren betreffenden Cylinderflächen in eine Ebene abgewickelt gedacht werden. Von diesen Profilen haben sich durch die vorhergehenden Untersuchungen nur die Winkel α, β, δ ergeben, unter welchen bezw. die Austrittsfläche des Leitapparates, die Eintritts- und die Austrittsfläche des Laufrades von ihnen geschnitten werden; für die Eintrittsfläche des Leitapparates, sofern von einer solchen gesprochen werden kann, ist der betreffende Schnittwinkel $= 90^0$.

Die weitere Bestimmung jener Curven ist an die Forderung zu knüpfen, dass die Schaufeln ihren Zweck, den Wasserstrom zu einer bestimmten allmähligen Richtungsänderung zu zwingen, sicher und mit möglichst kleinem Effectverluste durch Widerstände erfüllen. Für die Leitschaufeln kann die Sicherheit der Führung des Wassers nicht in Frage kommen, da die Leitcanäle, sofern sie überhaupt für den Durchfluss des Wassers geöffnet sind, stets vollständig von demselben erfüllt werden. Bei ihnen handelt es sich also nur um thunlichste Verminderung der Widerstände, des von ihrer Krümmung unabhängigen schlechtweg so genannten Leitungswiderstandes und des Krümmungswiderstandes. Wäre das Wirkungsgesetz des letzteren ebenso genügend bekannt wie das des ersteren, so könnte unter übrigens gegebenen Umständen die Profilform mathematisch stets so bestimmt werden, dass die Summe der Arbeiten beider Widerstände pro 1 Kgr. Wasser, d. i. die Summe der betreffenden Widerstandshöhen, ein Minimum ist; allein abgesehen davon, dass solche Aufgabe zu erheblichen und zum erzielbaren Gewinne im Missverhältniss stehenden Schwierigkeiten, mindestens Weitläufigkeiten führen würde, ist sie z. Z. wegen mangelnder Kenntniss des Krümmungswiderstands - Gesetzes überhaupt nicht lösbar, und ist man auf allgemeinere Erwägungen angewiesen. Wäre der Leitungswiderstand von vorwiegender Bedeutung, so sollten die Canäle vor Allem möglichst kurz gehalten werden, sollten also die Schaufeln zwischen den gegebenen oder angenommenen Begrenzungsflächen des Leitapparates (ebenso auch des Laufrades) möglichst normal zu denselben verlaufen und nur an den Enden zur Erzielung der betreffenden Schnittwinkel stärker gekrümmt sein. Indessen ergiebt sich der allein näherungsweise zu beurtheilende gesammte Krümmungswiderstand durchaus nicht wesentlich kleiner, meistens sogar grösser, als der gesammte Leitungswiderstand, so dass es mit Rücksicht darauf, dass jener Krümmungswiderstand mit der Grösse der Krümmung (mit dem reciproken Werthe des Krümmungshalbmessers ϱ) rasch zunimmt, rathsam erscheinen muss, vor Allem die grösste Krümmung nicht zu gross (den kleinsten Krümmungshalbmesser nicht zu klein) zu machen, somit den verlangten ganzen Krümmungswinkel mit nicht mehr veränderlicher specifischer Krümmung der Schaufelprofile herbeizuführen, als mit Rücksicht auf die für verschiedene Canalquerschnitte verschiedenen Weiten a und verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten passend erscheint. Sofern nämlich der fragliche Widerstandscoefficient gemäss der Weisbach'schen betreffenden Formel proportional $\left(\frac{a}{2\varrho}\right)^{3,5}$, die entsprechende Widerstandshöhe aber zugleich proportional dem Geschwindigkeitsquadrat zunimmt, erscheint es passend, das Verhältniss $\frac{a}{\varrho}$ längs dem Canal in dem Sinne abnehmen zu lassen, in welchem die Strömungsgeschwindigkeit zunimmt. Ist ϱ' der durch Construction leicht zu findende Halbmesser des Kreisbogens, welcher die Eintritts- und die Austrittsfläche des Leitrades unter den verlangten Winkeln (90^0 und α) schneidet, sind ferner a_0 und a die Weiten eines Leitcanals am Anfang und am Ende, u_0 und ku die Strömungsgeschwindigkeiten des Wassers daselbst (ku auf den vollen Endquerschnitt reducirt), so kann etwa das Schaufelprofil aus zwei mit gemeinsamer Tangente in einander übergehenden Kreisbögen gebildet werden, deren Halbmesser $\varrho_0 < \varrho'$ und $\varrho > \varrho'$ der Gleichung entsprechen:

$$\frac{0{,}04 + \left(\frac{a_0}{2\,\varrho_0}\right)^{3,5}}{0{,}04 + \left(\frac{a}{2\,\varrho}\right)^{3,5}} = \left(\frac{k\,u}{u_0}\right)^2,$$

wo $0{,}04 = \frac{0{,}124}{3{,}104}$ (siehe §. 33, Gl. 4) ist.

Die Laufradschaufeln sind bei Ueberdruckturbinen auf Grund derselben Erwägungen zu gestalten wie die Leitschaufeln. Nur am Anfang und am Ende gestaltet man die Turbinenschaufeln, ebenso die Leitschaufeln am Ende, auch wohl so, dass das Wasser dadurch gezwungen wird, in parallelen Bahnen aus den Canälen aus-, bezw. in dieselben einzufliessen. Wie dieser Forderung genügt werden kann, soll bei den einzelnen Arten von Turbinen besprochen werden. Die Convergenz der Bahnen beim Ausflusse aus den Leitcanälen sowohl wie aus den Turbinencanälen erscheint in der That nachtheilig besonders mit Rücksicht auf die mit Wirbelbildungen hinter den Endflächen der Schaufeln verbundenen hydraulischen Stosswiderstände, welche dadurch verstärkt werden; bezüglich des Einflusses in die Turbinencanäle ist ein ähnlicher Nachtheil freilich kaum vorhanden. Auch ist es fraglich, ob nicht der erzielte Vortheil paralleler Bahnen beim Ausflusse durch Nachtheile aufgewogen wird, insbesondere dadurch, dass, sofern er sehr schwache oder gar keine Krümmung der Schaufeln am Ende erfordert, dieselben im Uebrigen um so stärker gekrümmt werden müssen.

Andere Rücksichten sind für die Form der Laufradschaufeln von Druckturbinen massgebend. Während die hydraulischen Widerstände hier geringer sind und weniger Beachtung erfordern, ist dagegen durch die Form der Schaufeln vor Allem dafür zu sorgen, dass sie ihren Zweck sicherer Führung des die Canalquerschnitte im Allgemeinen nicht ganz ausfüllenden Wasserstromes überhaupt erfüllen. Dazu ist erforderlich, dass jedes Wassertheilchen einen beständig nach vorn gegen die concave Seite der vorderen Schaufel hin gerichteten Druck auf dieselbe ausübe, widrigenfalls das Wasser zeitweilig nicht nur keine Arbeit an das Rad abgeben, sondern auch zwischen den Schaufeln in eine hin- und hergehende unregelmässige Bewegung gerathen würde. Jener Normaldruck ist, wenn die Bahn des Wassertheilchens mit einem Schaufelprofil zusammenfällt, gemäss der im §. 27 für das Poncelet-

Rad angestellten, gleicher Weise auch hier gültigen Untersuchung = der Summe aus der relativen Centrifugalkraft und der zur Schaufel senkrechten Componente der relativen bewegenden Kraft; dabei ist in der Entfernung x von der Radaxe, entsprechend dem Krümmungshalbmesser ϱ des Schaufelprofils und der relativen Wassergeschwindigkeit w, pro Masseneinheit

die relative Centrifugalkraft $= \frac{w^2}{\varrho}$,

während die relative bewegende Kraft zusammengesetzt ist aus

der vertical abwärts gerichteten Schwerkraft $= g$,

der radial auswärts gerichteten absoluten Centrifugalkraft $= \omega^2 x$ und

der zusammengesetzten Centrifugalkraft $= 2\,\omega\,w'$,

unter w' die Projection von w auf eine zur Radaxe senkrechte Ebene verstanden, in welcher Ebene die Richtung w' entgegengesetzt dem Drehungssinne des Rades um 90^0 gedreht werden muss, um die Richtung dieser zusammengesetzten Centrifugalkraft zu erhalten.*

* Wenn Hr. Bernh. Lehmann über noch immer herrschende vermeintlich irrthümliche Ansichten klagt, indem er sagt (Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1879, S. 160): „das die Laufzellen durchströmende Wasser könne bei der Actionswirkung aus dem Grunde der Einwirkung der Centrifugalkraft nicht unterworfen sein, weil das Wasser als der motorische Körper zu betrachten ist, dessen absoluter Weg aus der Peripheriegeschwindigkeit und relativen Geschwindigkeit resultirt und unabhängig von der Centrifugalkraft ist; wenn letztere wirksam werden sollte, so müsste das Wasser vom Rade mitgenommen werden", so ist dagegen zu bemerken, dass es nicht sowohl auf das Mitgenommenwerden des Wassers, als vielmehr darauf ankommt, dass es durch das Rad gehindert wird, sich frei zu bewegen, ein Zwang, ohne welchen von Arbeitsübertragung auf das Rad keine Rede sein könnte. Oben genannte besondere Kräfte der relativen Bewegung, also nicht nur die absolute oder schlechtweg so genannte, sondern auch die zusammengesetzte Centrifugalkraft, beruhen ausdrücklich auf der Voraussetzung, dass die Bahn jedes Wassertheilchens mit einem Schaufelprofil zusammenfällt; dass freilich diese besondere Voraussetzung bei unvollständiger Ausfüllung der Canäle nicht streng erfüllbar ist, dass vielmehr insbesondere beim Durchflusse durch Axialturbinen von oben nach unten das Wasser infolge jener Kräfte selbst anfangs nach aussen, später nach innen gedrängt wird, bleibt näherer Besprechung an geeigneter Stelle vorbehalten. — Uebrigens ist immer zu bedenken, dass die zwei Ergänzungskräfte der relativen Bewegung nur Hülfsmittel der Rechnung sind, nämlich Kräfte, welche zur gegebenen bewegenden Kraft eines materiellen Punktes hinzugedacht werden müssen, um seine relative Bewegung gegen ein selbst in Bewegung begriffenes System gerade so beurtheilen zu können, als ob sie eine absolute Bewegung, d. h. als ob das System in Ruhe wäre. In diesem Sinne wird selbst von den Ergänzungskräften für die relative Bewegung eines materiellen Punktes gegen ein System gesprochen, von welchem derselbe ganz unab-

Unter Umständen ist die obige Forderung mit jedem Werthe von ϱ erfüllt; sie kann aber auch zu einer oberen Grenze führen, welche nicht von ϱ überschritten werden darf. Sind solcher Weise, wie bei einzelnen Arten von Turbinen demnächst näher besprochen werden wird, mit angemessen überschüssiger Sicherheit passende Krümmungshalbmesser ϱ_1 und ϱ_2 für den Anfangs- und Endpunkt des Schaufelprofils bestimmt worden, so kann dieses entweder wieder aus zwei Kreisbögen mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 gebildet, oder noch besser als eine Curve verzeichnet werden, deren Krümmungshalbmesser sich stetig von ϱ_1 bis ϱ_2 ändert. Insoweit das Schaufelprofil durch jene Hauptforderung nicht beschränkt wird, ist es so zu wählen, dass seine Länge mit Vermeidung allzu starker Krümmungen möglichst klein wird, um so auch hier wieder die Widerstände möglichst gering zu erhalten, von welchen der Leitungswiderstand (die Reibung des Wassers an den Schaufeln) wahrscheinlich in geringerem Grade, als der Krümmungswiderstand, kleiner ist, als bei voller Ausfüllung der Canäle mit strömendem Wasser.

Wenn übrigens auch die Forderung eines positiven Drucks auf die concave Schaufelfläche an allen Stellen derselben erfüllt ist, so würde es doch unzweckmässig sein, wenn derselbe an einer Stelle sehr gross, an einer anderen sehr klein wäre. Insbesondere würde, da die Reibung zwischen Wasser und einer festen Wand vom gegenseitigen Drucke bekanntlich unabhängig ist, die Arbeitsübertragung auf die Turbine aber durch diesen Druck vermittelt wird, an den Stellen des sehr kleinen Druckes die Reibung fast nutzlos Arbeit verbrauchen. Von diesem Gesichtspunkte aus kann es passend erscheinen, das Schaufelprofil einer Druckturbine möglichst so zu gestalten, dass der Normaldruck pro Masseneinheit des Wassers oder pro Flächeneinheit der Schaufel oder pro Längeneinheit derselben längs dem Schaufelprofil gemessen, oder dass die Componente solchen specifischen Druckes im Sinne des Umfanges, oder endlich dass das Moment der letzteren in Beziehung auf die Axe u. s. w. durchweg constant sei, wodurch zugleich eine recht regelmässige und mit kleinem Widerstande verbundene relative Bewegung des Wassers durch die Turbine hindurch erwartet werden kann. Genaue Lösungen der sich hier darbietenden Aufgaben führen freilich im Allgemeinen zu

---

hängig ist; statt der schlechtweg so genannten Centrifugalkraft ist dann die erste Ergänzungskraft pro Masseneinheit des Punktes im Allgemeinen entgegengesetzt gleich der Beschleunigung, welche er in dem betreffenden Augenblicke als ein mit dem System fest verbundener Punkt hätte.

grösseren Weitläufigkeiten, als durch den erreichbaren Gewinn gerechtfertigt sind.*

Uebrigens kann man sich schliesslich fragen, ob und wie das im Eingange dieses Paragraphen und bei den bisherigen Erörterungen vorausgesetzte einfache und übliche Bildungsgesetz der Schaufelflächen von Axialturbinen als normaler Schraubenflächen (mit gesetzmässig veränderlichem Steigungsverhältnisse), welches den Grundbedingungen des stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses nur in einem gewissen (wie einstweilen angenommen, dem mittleren) Abstande von der Axe zu entsprechen gestattet, auf praktische Weise so zu ändern ist, dass jene Bedingungen in allen Entfernungen von der Axe erfüllt sind. Diese Vervollkommnung, welche, soweit bekannt, zuerst von Bernh. Lehmann praktisch durchgeführt, unabhängig davon später von H. v. Reiche behandelt worden ist, soll auch an betreffender Stelle demnächst erörtert werden.

§. 37. Regulirung der Turbinen.

Die Regulirung der Aufschlagwassermenge Q einer Turbine kann theils durch Veränderlichkeit des Arbeitsbedarfes, theils durch Veränderlichkeit der vorhandenen Wassermenge bedingt werden. Auch die nothgedrungene Verkleinerung von Q im letzteren Falle hat unerwünschter Weise eine Verkleinerung des Nutzeffects E zur Folge; selbst im Verhältniss zu Q nimmt dann E bei gleich bleibendem Gefälle H stets mehr oder weniger ab, schon wegen gewisser Widerstände, welche, wie die Axenreibung, fast ebenso viel Arbeit bei kleinerer wie bei grösster Beaufschlagung verbrauchen. Es ist eine wichtige Aufgabe des Turbinenbaues, die Verminderung von Q in solcher Weise zu bewirken, dass $E:QH$, dass also der Wirkungsgrad η möglichst wenig dadurch verkleinert wird. Dazu ist es nöthig, dass die den letzteren vorzugsweise bedingenden Elemente, die Grössen und Richtungen der Wassergeschwindigkeiten in der Aus- und Einflussfläche des Leitapparats und des Laufrades, möglichst wenig durch die Regulirung beeinflusst werden, während auch die Umfangsgeschwindigkeit der Turbine, durch den verlangten Gang der zu treibenden Arbeitsmaschinen bedingt, unverändert bleibt.

* Zum Theil sind dieselben, vom Verf. in seinen Vorträgen nur angedeutet und für Axialturbinen näherungsweise behandelt, von Hrn. G. Zahikjanz weiter durchgeführt worden in seiner verdienstlichen Schrift: „Kinetische Analyse der Actionsturbinen mit freiem Strahl". (Sonderabdruck aus dem „Civilingenieur", XXXI. Bd., 6. Heft.)

Am leichtesten ist die Forderung bei **Druckturbinen** zu erfüllen durch Verkleinerung der gesammten Ausflussöffnung des Leitapparats, nämlich entweder dadurch, dass einige Leitcanäle ganz abgeschlossen, oder dadurch, dass alle in gleichem Grade verengt werden, wobei es die Umstände mit sich bringen, dass ersteres am Anfange, letzteres am Ende der Leitcanäle zu geschehen pflegt, und wobei die Verengerung im letzteren Falle durch Verkleinerung der Weite a oder der Breite b bewirkt werden kann.

Am häufigsten und den Verhältnissen von Druckturbinen am angemessensten geschieht ihre Regulirung durch den **Abschluss** von Leitcanälen, bei Vollturbinen also durch mehr oder weniger **theilweise** (partielle) **Beaufschlagung**. Die Zuflussgeschwindigkeit u bleibt dann ungeändert, und es findet eine Vergrösserung des hydraulischen Widerstandes hauptsächlich nur als vergrösserter Einflusswiderstand (Stosswiderstand) bezüglich solcher Turbinencanäle statt, welche von einem offenen zu einem geschlossenen Leitcanale übergehen (§. 29, Fig. 33); eine gewisse Widerstandsvergrösserung wird freilich auch dadurch bedingt, dass der beginnende Wasserdurchfluss durch einen Turbinencanal jedesmal mit von Null an zunehmender, der zeitweilig aufhörende Durchfluss mit bis Null abnehmender Strahldicke verbunden ist. Denn je kleiner diese, desto grösser ist die Reibung pro Einheit der Wassermasse. Beide Umstände verlangen, um möglichst wenig nachtheilig zu sein, den Abschluss **benachbarter** oder wenigstens (zur Vermeidung einseitiger Belastungen der Turbinenwelle) von nur zwei diametral gegenüberliegenden Gruppen benachbarter Leitcanäle, wie es bei den vollkommensten derartigen Regulirungsvorrichtungen, den sogenannten **Rundschützen** verschiedener Art der Fall ist. Sie unterscheiden sich von anderen Regulirungsschützen, welche man ebenso bezeichnen könnte, welche aber zum Unterschiede als Ringschützen bezeichnet seien, durch ihre Bewegung im Sinne des Umfangs, bezw. Drehbewegung um die Turbinenaxe, und durch verschiedene Anordnung der beiden Hälften, bedingt durch die Nothwendigkeit, dieselben bei voller Beaufschlagung so unterzubringen, dass der Einfluss des Wassers in die andere Hälfte von Leitcanälen nicht dadurch beeinträchtigt wird; auch pflegt dadurch etwas stärkere oder doppelte Krümmung der Leitcanäle nöthig zu werden. Der regulirenden Wirkung solcher Rundschützen ähnlich ist diejenige der constructiv davon wesentlich verschiedenen **Rollschütze**, wie sie bei Axialturbinen und kleineren Gefällen Anwendung findet, wobei zwei als Ringsectoren gestaltete Lederstreifen, welche einerseits an diametral gegenüber liegenden Leitschaufeln, andererseits an kegelförmigen Rollen befestigt sind, um so mehr gegenüber liegende Leitcanäle zudecken, je mehr sie sich von den Rollen bei entsprechender Bewegung derselben abwickeln.

Die andere der beiden unterschiedenen Regulirungsarten von Druckturbinen, nämlich die gleichmässig verminderte Beaufschlagung durch Verengung der Ausflussöffnungen aller Leitcanäle in gleichem Grade, kann bei Axialturbinen besonders durch Verkleinerung der Canalweiten a, bei Radialturbinen durch Verkleinerung der Breiten b bewirkt werden: im ersten Falle durch abgerundete Holzklötze, welche, mit Stielen an einem vertical beweglichen horizontalen Ringe befestigt, durch Bewegung des letzteren in die einzelnen Leitcanäle zugleich vorgeschoben werden können, im letzteren Falle durch eine Ringschütze, nämlich durch einen Hohlcylinder, welcher in den Zwischenraum (Spalt) zwischen Leitrad und Laufrad mehr oder weniger vorgeschoben wird, wobei am Hohlcylinder befestigte abgerundete Holzklötze in die einzelnen Leitcanäle dicht eingreifen. Die erstere Einrichtung findet sich bei der Fontaine-, die andere bei der Fourneyron-Turbine, obschon dieselben nicht als Druckturbinen gebaut zu sein pflegen. In beiden Fällen ist bei Verkleinerung von Q Vergrösserung des hydraulischen Widerstandes in höherem Grade zu erwarten, als wenn die Verkleinerung von Q durch theilweise Beaufschlagung auf passende Weise (durch eine Rund- oder Rollschütze) bewirkt wird, besonders aber bei der Verkleinerung der Dimension a. Denn der Einfluss des Wassers in die Turbine ist dann in ähnlicher Weise unvortheilhaft, wie wenn die Unvollständigkeit der Beaufschlagung durch Abschliessung des 1ten, 3ten, 5ten u. s. w. Leitcanals oder durch Vergrösserung der Leitschaufeldicken bewirkt würde, und ausserdem haben die in allen Turbinencanälen verkleinerten Strahldicken entsprechend vergrösserte Reibungswiderstände pro Masseneinheit zur Folge; letzteres ist kaum weniger bei der Verkleinerung der Breiten b der einfliessenden Strahlen der Fall, weil diese sich alsbald auf den Schaufeln ausbreiten werden. Auch eine mässige Verkleinerung von u wird in beiden Fällen trotz sorgfältiger Abrundung und Glättung der genannten Holzklötze nicht zu vermeiden sein.

Die Veränderung der Ausflussweiten a der Leitcanäle kann u. A. auch durch Drehung der Leitschaufeln um Bolzen bewirkt werden, deren Axen den Dimensionen b parallel sind; freilich ist dann auch eine Aenderung der Winkel α damit verbunden. Diese Art der Regulirung ist u. A. bei Partialturbinen gebräuchlich. Im Allgemeinen besser erscheint jedoch auch hier der theilweise Abschluss einzelner Leitcanäle, um so mehr, als er meistens durch einen seitlich vorgeschobenen ebenen Schieber in einfacher Weise bewerkstelligt werden kann. —

Während somit die Regulirung durch theilweise Beaufschlagung (durch Abschluss einzelner Leitcanäle) für Druckturbinen am angemessensten ist, würde sie für Ueberdruckturbinen nicht vortheilhaft sein, weil der an continuirlichen Zusammenhang mit dem Oberwasser gebundene Ueberdruck des Wassers in einem eben gefüllten Turbinencanal sofort aufhören würde, wenn dieser einem geschlossenen Leitcanal gegenüber zu liegen kommt. Bei Ueberdruckturbinen ist deshalb die Regulirung durch gleichmässig verminderte Beaufschlagung, d. h. durch Verengung aller Leitcanäle in gleichem Grade gebräuchlich. Indessen ist auch mit ihr ein zweifacher erheblicher Nachtheil verbunden, wenn sie so ausgeführt wird, wie es üblich und für Druckturbinen auch angemessen ist, wenn sich nämlich die Verengung auf die Leitcanäle beschränkt, während die Turbinencanäle ihre vollen Querschnitte behalten. Indem dann nämlich diese durch den Ueberdruck nach wie vor mit strömendem Wasser ausgefüllt werden, ist dessen relative Geschwindigkeit w (w_1 bis w_2) der kleineren Aufschlagwassermenge entsprechend kleiner, während die Zuflussgeschwindigkeit u fast unverändert geblieben ist. Bei gleichfalls unveränderter Peripheriegeschwindigkeit v können deshalb die Bedingungen des stossfreien Einflusses und des normalen Ausflusses, welche an gewisse Beziehungen zwischen u, v, w (§. 31, Gl. 1 und 2) gebunden sind, nicht mehr erfüllt sein. Ausser dem Stosse gegen die Schaufeln findet noch ein hydraulischer Stoss des mit der relativen Geschwindigkeit w zufliessenden Wassers gegen das in den vollen Anfangsquerschnitten der Turbinencanäle mit wesentlich kleinerer relativer Geschwindigkeit w_1 fliessende Wasser statt. Eine solche Regulirung ist kaum vortheilhafter als eine solche, welche durch Schützen, die vor Allem zu gänzlicher Abstellung der Turbinen dienen, bewirkt wird, z. B. durch eine Ringschütze, welche die Ausflussfläche einer innenschlächtigen Turbine oder das Abflussrohr einer Rohrturbine abschliessen kann. Es ist deshalb begreiflich, dass der Wirkungsgrad von so regulirten Ueberdruckturbinen um so mehr und zwar erheblich abnimmt, je kleiner das Aufschlagwasserquantum, je mehr also in der Regel gerade zu sparsamer Verwerthung seines Arbeitsvermögens Veranlassung vorhanden ist.

Der hydraulische Stoss kann zwar vermieden werden, wenn die Turbine in freier Luft umläuft, indem es dann bei erheblich verminderter Beaufschlagung zu voller Ausfüllung der Turbinencanäle gar nicht kommt; die Turbine geht dann in eine Druckturbine über, welche zwar unvollkommen arbeitet, aber doch einen höheren Wirkungsgrad haben kann, als die Ueberdruckturbine bei so viel grösserer Beaufschlagung, dass die Canäle mit strömendem Wasser noch eben ganz ausgefüllt werden. Abgesehen davon aber, dass die erwähnte eventuelle Vergrösserung von η schon deshalb ohne Werth ist, weil sie von ganz besonderen, mehr oder weniger zufälligen Umständen abhängt, können die fraglichen zweierlei wesentlichen Effectverluste bei Ueberdruckturbinen mit verminderter Beaufschlagung gleichzeitig und vollständig nur dadurch beseitigt werden, dass die örtliche Verengung der Leitcanäle mit entsprechender Verkleinerung aller Querschnitte der Turbinencanäle verbunden wird. Bei Radialturbinen ist dieser Forderung nach dem Vorgange von Combes u. A. auch von Nagel & Kämp für innere, von Zeidler für äussere Beaufschlagung auf die Weise entsprochen worden, dass zwischen der oberen und unteren Kranzwand eine ringförmige Zwischenwand mit Schlitzen zum Durchgange der Radschaufeln stellbar eingerichtet wurde, so dass sie mit einer jener festen Wände zusammen die veränderliche Canalbreite b bestimmt. Wegen der schwierigen Dichtung jener Schlitze und sonstiger mancherlei Misslichkeiten von so zusammengesetzten Einrichtungen sind dieselben übrigens nur ausnahmsweise zur Anwendung gekommen. Häufiger hat man sich als Annäherung an das vorgesteckte Ziel bei Axialturbinen sowohl, wie namentlich bei Radialturbinen (Etagenräder) mit der Anordnung fester Zwischenwände begnügt, durch welche der Radkranz im Sinne der Breite b in Theile getheilt wird, welche mittels entsprechender Einrichtungen nach Bedürfniss einzeln, gruppenweise oder alle zugleich beaufschlagt werden können.*

---

* Eine freilich noch nicht praktisch bewährte und auch ziemlich complicirte Regulirungsschütze behufs theilweiser Beaufschlagung von Vollturbinen mit anderer, als der üblichen, Anwendung von Rundschützen ist in neuester Zeit Hrn. B. Bilfinger in Pforzheim patentirt worden (D.R.P. No. 32674, Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure, 1885, S. 887). Zwei diametral gegenüber liegende Gruppen benachbarter Laufradcanäle können dabei an ihren Ausflussöffnungen in kleinerer oder grösserer Zahl abgeschlossen werden durch einen Rundschieber, der mit der Turbine in Rotation begriffen ist und während des Ganges gegen dieselbe verdreht werden kann. Bei Druckturbinen wäre solche Abänderung der constructiv einfacheren gewöhnlichen Anordnung und Verwendungsart von Rundschiebern offenbar nicht zu empfehlen; bei Ueberdruckturbinen würde aber allerdings die sonst bei ihrer theilweisen Beaufschlagung so schädliche abwechselnde Unterbrechung und Herstellung des continuirlichen Zusammenhanges zwischen dem Wasser in der Turbine und dem Oberwasser vermieden, und ist ein Vortheil der neuen Anordnung nicht unmöglich, obschon die abwechselnde Hemmung und Freigebung der strömenden Bewegung in den Leitcanälen auch mit nicht unerheblichem Effectverluste verbunden sein wird.

Die Schwierigkeiten vortheilhafter Regulirung von Ueberdruckturbinen sind geeignet, im Allgemeinen für die Construction einer Turbine als Druckturbine den Ausschlag zu geben, sofern nicht besondere Umstände dagegen sprechen, insbesondere z. B. ein sehr veränderlicher Unterwasserstand bei kleinem Gefälle, so dass im Durchschnitt ein zu grosser Theil des letzteren verloren würde, wenn die Turbine beständig über Wasser ausgiessen sollte, während Einrichtungen, welche der Turbine künstlich die Eigenschaft einer Ueberwasserturbine ertheilen, den Umständen nach als nicht einfach genug erscheinen. —

Wenn die Turbine solche Arbeitsmaschinen zu treiben hat, welche grosse Gleichförmigkeit des Ganges erfordern, oder viele Arbeitsmaschinen, welche oft aus- oder einzurücken sind oder welche zum Theil sehr veränderliche Arbeiten zu leisten haben, so kann es vortheilhaft sein, die Bewegung der Regulirungsschütze von einem Regulator abhängig zu machen, welcher solche Bewegung selbstthätig in entsprechendem Sinne bei Geschwindigkeitsänderungen vermittelt (tachometrischer Regulator) und welcher bei dem erheblichen zu überwindenden Widerstande jedenfalls indirect wirkend einzurichten ist. (Siehe Bd. II, §. 122.)

b. Einzelne Arten von Turbinen.

§. 38. Seitenschlächtige Ueberdruckturbinen.

Diese Turbinengattung, lange Zeit gewöhnlich als Jonval-Turbine, richtiger als Henschel-Turbine bezeichnet,* stammt aus dem Jahre 1837, in welchem Henschel und Sohn in Cassel um ein Patent auf eine solche und zwar als Rohrturbine nachsuchten, welche zuerst in Holzminden im Frühjahr 1841 in Gang gebracht wurde. Im Herbst desselben Jahres nahm Jonval, Werkmeister der Maschinenfabrik von Andrée Köchlin in Mühlhausen, ein französisches Patent auf eine seitenschlächtige Rohrturbine, welche er „Turbine à double effet" nannte mit Rücksicht auf die gleichzeitige Wirkung der über dem Rade stehenden und der darunter gewissermassen hängenden Wassersäule, welche in keiner wesentlichen Beziehung von der Henschel-Turbine verschieden war. Zur constructiven Verbesserung und raschen Verbreitung dieser Turbinenart (als Druckturbine erst später von Rittinger, Hänel u. A. weiter ausgebildet) hat es wesentlich beigetragen, dass Jonval sein Patent im Jahre 1843 auf Köchlin übertrug.

* Siehe die geschichtliche Ausführung von M. Rühlmann in der Zeitschrift des Architekten- und Ingenieurvereins für das Königreich Hannover, 1855.

Die Berechnung der Hauptdimensionen einer solchen Turbine von verlangter Leistung bei gegebenem Gefälle kann nach §. 32 geschehen, und es mögen nur einige Angaben in Betreff der dabei nöthigen Annahmen hier Platz finden. Ausser $r_1 = r_2$ kann hier auch $b = b_2$ passend angenommen werden, während der Halbmesser r_1 nach §. 32, Gl. (1) auf Grund eines angenommenen ungefähren Verhältnisses $\frac{b}{r_1}$ zu berechnen ist, mit Rücksicht auf bewährte Ausführungen etwa

$$\frac{b}{r_1} = 0,25 \text{ bis } 0,4.$$

Nach §. 31, Gl. (18) ist dann mit der kürzeren Bezeichnung k' für $\frac{k k_1}{k_2}$:

$$tg\,\delta = m\frac{\varphi}{\varepsilon} k' \sin 2\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1);$$

hiermit sowie nach Gl. (2) und (7) desselben Paragraphen:

$$u_2 = v_1\, tg\,\delta = \frac{\varepsilon}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g H}{2 m}} \cdot m\frac{\varphi}{\varepsilon} k' \sin 2\alpha$$

$$= \varphi k' \sin\alpha \sqrt{m \,.\, 2 g H}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = (\varphi k' \sin\alpha)^2 \,.\, m H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Nach §. 32, Gl. (1) ist behufs einer angemessenen Grösse der Turbine (eines weder allzu kleinen noch zu grossen Werthes von r_1) der Winkel α im Allgemeinen um so grösser anzunehmen, je grösser Q und je kleiner $u = \sqrt{m \,.\, 2 g H}$ ist. Im Mittel kann

$$\alpha = 20^0 \text{ für } m = 0,5$$

gesetzt werden, und folgt dann aus (1) und (2) mit $\varepsilon = 0,8$ und $\varphi k' = 0,9$ im Durchschnitt nicht unpassend:

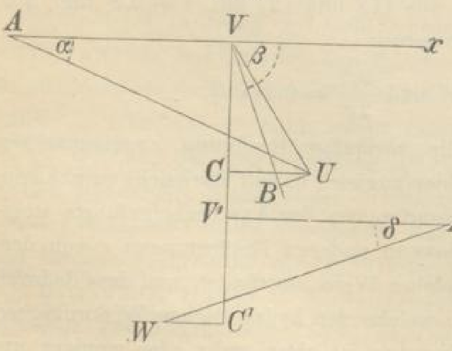
$$\delta \text{ nahe } = 20^0 \text{ und } \frac{u_2^2}{2g} = 0,047\, H.$$

Bei der Prüfung des für die vorläufige Rechnung angenommenen Werthes von ε gemäss §. 33 ist hier zugleich darauf Rücksicht zu nehmen, dass der für einen mittleren Abstand r_0 von der Axe herbeigeführte stossfreie Einfluss und normale Ausfluss in anderen Entfernungen r von derselben im Allgemeinen nicht in solcher Weise stattfindet, und dass dadurch Effectverluste verursacht werden, welche den hydraulischen Wirkungsgrad ε verkleinern. Ihre Grössenbestimmung ist ohne mehr oder weniger unsichere Annahmen nicht möglich. Denn wenn schon das Gesetz nicht sicher bekannt ist, nach welchen die Geschwindigkeit des in einer geraden cylindrischen Röhre strömenden Wassers von Punkt zu Punkt eines Querschnittes veränderlich ist, so ist das noch viel weniger der Fall in Betreff der gekrümmten Leit- und Turbinencanäle mit veränderlichen Querschnitten unter den obwaltenden Umständen. So ist es insbesondere fraglich, ob die absolute Geschwindigkeit u, mit welcher das Wasser aus den Leitcanälen aus- und dem Laufrade zufliesst, und von deren Veränderlichkeit im Sinne der Canalweiten a bei den bisherigen Entwickelungen abgesehen wurde, im Sinne der Breiten b, also hier in verschiedenen Entfernungen von der Axe wesentlich verschieden sei und ev. nach welchem Gesetze; denn hiervon hängt der Stoss gegen die Schaufelflächen beim Einflusse in die Turbine in den von r_0 verschiedenen Axenabständen r ebensowohl ab wie von den Winkeln α und β, welche dem vorausgesetzten Bildungsgesetze der Schaufelflächen entsprechend, wenn sie im Abstande r_0 mit α_0 und β_0 bezeichnet werden, für den Abstand r bestimmt sind durch:

$$tg\,\alpha = \frac{r_0}{r}\,tg\,\alpha_0 \quad \text{und} \quad tg\,\beta = \frac{r_0}{r}\,tg\,\beta_0 \;\ldots\ldots\ldots (3).$$

Weil die in grösster Entfernung von der Axe sich bewegenden Wassertheilchen den längsten Weg zu durchlaufen haben, und besonders wegen der Krümmung aller Bahnen, wodurch infolge der Centrifugalkraft eine Zunahme des hydraulischen Druckes von innen nach aussen verursacht werden muss, welche insbesondere auch bezüglich des Spaltenüberdruckes gelten wird, lässt sich zwar thatsächlich eine von innen nach aussen abnehmende Geschwindigkeit u erwarten; für den vorliegenden Zweck angenäherter Bestimmung der kleinen Widerstandshöhe, welche dem Stosse des einfliessenden Wassers gegen die Schaufeln entspricht, mag sie constant = derjenigen gesetzt werden, welche für den mittleren Axenabstand r_0, nämlich $= \sqrt{m.2gH}$ angenommen wurde.

Fig. 35.



Ist nun für einen gewissen Abstand r der Winkel XAU in Fig. 35 = dem durch (3) bestimmten Winkel α, $AU = u$ und $AV = v = \frac{r}{r_0}\,v_0$, unter v_0 die Umfangsgeschwindigkeit in der Entfernung r_0 von der Axe verstanden, so ist VU nach Richtung und Grösse die relative Zuflussgeschwindigkeit w. Ist ferner XVB = dem durch (3) bestimmten Winkel β, welcher für den Stoss (hier gegen die concave Hinterfläche der betreffenden Schaufel) massgebend ist, so ist das Perpendikel $UB = z$ von U auf VB die durch den Stoss verlorene Geschwindigkeit, $\frac{z^2}{2g}$ die entsprechende Widerstandshöhe. Ihr Mittelwerth für die ganze Austrittsfläche des Leitrades, bezw. Eintrittsfläche des Laufrades ist

$$= \frac{1}{2\pi r_0 b}\int\limits_{r_0-\frac{b}{2}}^{r_0+\frac{b}{2}} 2\pi r \frac{z^2}{2g}\, db = \frac{1}{b}\int \frac{r}{r_0}\frac{z^2}{2g}\, db$$

= einem Mittelwerthe von $\frac{r}{r_0}\frac{z^2}{2g}$, welcher nach der Simpson'schen Regel hinlänglich genau

$$= \frac{\left(1-\frac{1}{2}\frac{b}{r_0}\right)z_1^{\,2}+4\left(1-\frac{1}{4}\frac{b}{r_0}\right)z_2^{\,2}+2z_3^{\,2}+4\left(1+\frac{1}{4}\frac{b}{r_0}\right)z_4^{\,2}+\left(1+\frac{1}{2}\frac{b}{r_0}\right)z_5^{\,2}}{12\,.\,2g} \quad . \ (4)$$

gesetzt wird, wenn in beschriebener Weise

$$\begin{array}{llllll} \text{für} & r = r_0 - \frac{b}{2} & r_0 - \frac{b}{4} & r_0 & r_0 + \frac{b}{4} & r_0 + \frac{b}{2} \\ & z = \ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \end{array}$$

bestimmt worden ist. Dabei ist z_3 selbstverständlich $= 0$.

Zur Beurtheilung der **Widerstandshöhe, welche dem im Allgemeinen nicht normalen Ausflusse aus der Turbine entspricht**, ist zu bedenken, dass das Verhältniss der mittleren Normalcomponente (Axialcomponente) dieser Ausflussgeschwindigkeit u_2 zur mittleren Normalcomponente $u \sin\alpha$ der Zuflussgeschwindigkeit zur Turbine = ist dem umgekehrten Verhältnisse der betreffenden wirksamen Austrittsflächen, multiplicirt mit dem Verhältnisse der gleichzeitig hindurchfliessenden Wassermengen, d. h.

$$= \varphi \frac{k k_1 b}{k_2 b_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (5).$$

Nimmt man nun an, dass die Normalcomponente von u_2 in irgend einem Axenabstande r zu der demselben entsprechenden Geschwindigkeitscomponente $u \sin\alpha$ dasselbe Verhältniss (5) besitzt, so ergiebt sie sich in Fig. 35

$$= V'C' = \varphi \frac{k k_1 b}{k_2 b_2} \,.\, VC,$$

wenn VC senkrecht, UC parallel AX, also die Strecke $VC = u \sin\alpha$ gemacht wird. Macht man dann weiter $V'A'$ gleich und parallel $VA = v$, den Winkel $V'A'W = \delta$, bestimmt durch

$$tg\,\delta = \frac{r}{r_0}\,tg\,\delta_0$$

analog Gl. (3), zieht ferner $C'W$ parallel $V'A'$ bis zum Schnittpunkte W mit $A'W$, so ist $V'W = u_2$. Die gesuchte Widerstandshöhe ist als Ueberschuss des analog Gl. (4) zu bestimmenden Mittelwerthes von $\frac{u_2^2}{2g}$ über denjenigen Werth dieser Geschwindigkeitshöhe zu betrachten, welcher für den normalen Ausfluss im mittleren Axenabstande r_0 gilt.

Im Durchschnitt werde gemäss den Bemerkungen am Anfange dieses Paragraphen

$$b = b_2 \qquad m = 0{,}5 \qquad \varepsilon = 0{,}8 \qquad \varphi\,\frac{k k_1}{k_2} = 0{,}9$$

angenommen, womit für $\alpha_0 = 20^0$ sich auch $\delta_0 = 20^0$ ergab, sowie

$$\frac{u_2^2}{2g} = 0{,}047\,H \text{ für } r = r_0.$$

Um die in Rede stehenden Widerstandshöhen im Verhältnisse zu H zu finden, ist der Werth von H gleichgültig. Wird aber $H = 5$ angenommen, so ist nach §. 31, Gl. (4), (7) und (8):

$$u = 7{,}00 \qquad v_0 = 5{,}96 \qquad \beta_0 = 75\,{}^1/_2{}^0.$$

Wird endlich noch $b = 0{,}32\,r_0$ angenommen und die Zeichnung gemäss Fig. 35 für die 5 verschiedenen Werthe von r nach Mass ausgeführt, so wird ersichtlich, dass das Wasser innerhalb der mittleren Cylinderfläche zum Halbmesser r_0 mit Stoss gegen die concave Hinterfläche der Schaufeln einfliesst und entgegengesetzt dem Sinne der Umfangsgeschwindigkeit ausfliesst (beidem entspricht Fig. 35), ausserhalb jener mittleren Cylinderfläche aber mit Stoss gegen die vordere Schaufelfläche einfliesst und im Sinne der Umfangsgeschwindigkeit ausfliesst. Die Widerstandshöhen, welche dem mangelhaften Einflusse und Ausflusse entsprechen, ergeben sich unter den angenommenen mittleren Umständen nahe gleich gross und zusammen $= 0{,}004\,H$. —

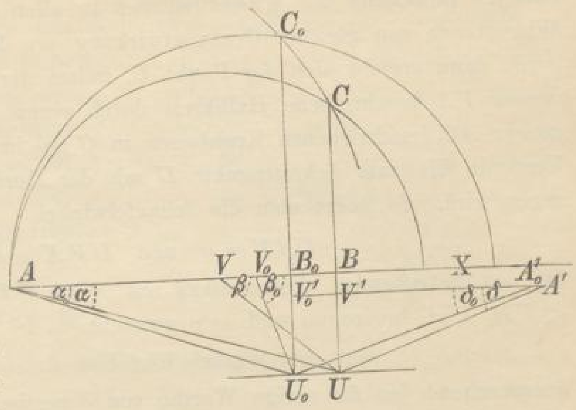
Obgleich somit der fragliche Effectverlust nicht erheblich ist, und seine Vermeidung durch Abänderung der Schaufelform stets auf mehr oder weniger zweifelhaften Annahmen beruhen wird, mag doch noch die am Ende von §. 36 erwähnte Schaufelform für gänzlich stossfreien Einfluss und normalen Ausfluss nach v. Reiche erläutert werden.*

* Siehe die analoge Darstellung in G. Herrmann's Bearbeitung der 5. Auflage von Weisbach's Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 2. Theil, 2. Abtheilung, §. 128.

Für den mittleren Halbmesser r_0 sei in Fig. 36, in welcher AX als horizontale Gerade vorausgesetzt wird,

$$A V_0 = v_0, \quad A U_0 = u_0, \quad \text{Winkel } V_0 A U_0 = \alpha_0.$$

Fig. 36.



Dann ist auch $V_0 U_0 =$ der entsprechenden relativen mittleren Zuflussgeschwindigkeit w_0 und, sofern jene Werthe den Bedingungen stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses gemäss bestimmt wurden, Winkel $X V_0 U_0 = \beta_0$; wird $U_0 V_0'$ im Verhältnisse (5) $< U_0 B_0$ gemacht, $V_0' A_0'$ horizontal und $= v_0$, so ist Winkel $V_0' A_0' U_0 = \delta_0$. Auch gilt dann nach §. 30, Gl. (9) die Beziehung:

$$\varepsilon H = \frac{u_0 v_0 \cos \alpha_0}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Wenn über AX aus V_0 als Mittelpunkt mit dem Halbmesser $V_0 A = v_0$ ein Halbkreis beschrieben und bis zum Schnittpunkte C_0 mit demselben die verticale Gerade $U_0 B_0 C_0$ gezogen wird, so ist $AB_0 = u_0 \cos \alpha_0$ und folglich nach (6):

$$A C_0 = \sqrt{2 v_0 \cdot u_0 \cos \alpha_0} = \sqrt{2 g \varepsilon H} \quad \ldots\ldots\ldots (7).$$

Wird nun gefordert, dass das Wasser in allen Entfernungen r von der Axe mit derselben Geschwindigkeit axial ausfliesst, und wird angenommen, dass die Axialcomponente der Zuflussgeschwindigkeit u für jeden Werth von r zu jener Ausflussgeschwindigkeit dasselbe durch (5) bestimmte Verhältniss hat, so muss auch $u \sin \alpha$ unabhängig von r sein, also der Endpunkt U der irgend eine Geschwindigkeit u in Fig. 36 darstellenden Strecke AU in der durch U_0 gezogenen Horizontalen liegen. Wenn ferner in der beliebigen Axenentfernung r nicht nur der Ausfluss axial, sondern auch der Einfluss ohne Stoss stattfinden soll, so stehen u, v, α in einer der Gleichung (6) analogen Beziehung, und muss dann auch die Verticale durch U den aus V mit dem Halbmesser $VA = v$ über AX beschriebenen Halbkreis in einem solchen Punkte C schneiden, dass analog Gl. (7)

$$AC = \sqrt{2 g \varepsilon H}, \text{ also } = AC_0$$

ist, sofern dem hydraulischen Wirkungsgrad ε auch mit Bezug auf den beliebigen Radius r der Mittelwerth zugeschrieben werden kann, welcher in Gl. (7) gemeint ist. Wird letzteres angenommen, was voraussetzt, dass die Bewegung der Wassertheilchen in allen Axenabständen r durch Widerstände von gleicher Gesammtwirkung pro Masseneinheit beeinflusst wird, dann ergiebt sich der Punkt U, indem der aus V mit dem Halbmesser VA beschriebene Halbkreis durch einen aus A mit dem Halbmesser AC_0 beschriebenen Kreisbogen in C geschnitten, und durch C die Verticale bis zum Schnittpunkte U mit der Horizontalen durch U_0 gezogen wird. So findet man die Schaufelwinkel

$$UAV = \alpha \quad \text{und} \quad UVX = \beta$$

für den betreffenden Axenabstand r. Wird UV' im Verhältnisse (5) $< UB$, $V'A'$ horizontal und $= v$ gemacht, so ist

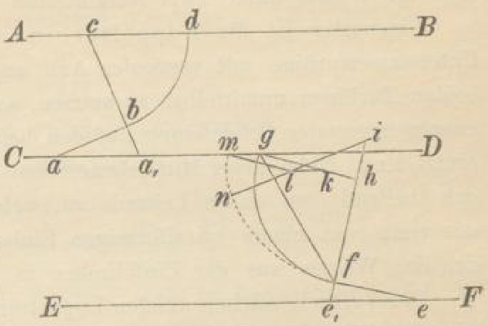
$$\text{Winkel } V'A'U = \delta.$$

Entsprechend den für einige Werthe von r bestimmten Winkeln α, β, δ können die betreffenden Profile gezeichnet werden, und sind dann die Schaufelflächen (die Flächen von Leit- und Turbinenschaufeln) so zu gestalten, dass sie von bezüglichen coaxialen Cylinderflächen in jenen (auf diese Cylinderflächen aufgewickelten) Profilen geschnitten werden.

Während bei den üblichen nach normalen Schraubenflächen gestalteten Schaufelflächen alle Winkel α, β, δ mit wachsendem r abnehmen, erkennt man aus der Figur 36, welche ausser für den Mittelwerth r_0, für ein kleineres r gezeichnet ist, dass hier bezüglich auf α und besonders auf β das Umgekehrte stattfindet. Auch ist ersichtlich, dass u mit wachsendem r abnimmt, was nach Obigem als den Umständen in der That entsprechend anzusehen ist. Ob freilich bei einer mit solchen Schaufeln ausgestatteten Axialturbine in dem Grade, wie es nach der Construction der Fall sein sollte, u mit wachsendem r abnimmt, der Spaltendruck und die Ueberdruckwirkung (Reactionswirkung) zunimmt, bleibt abhängig von der Richtigkeit der zu Grunde liegenden Annahmen. —

Die Verzeichnung eines Schaufelprofils bei gegebenen Schnittwinkeln α, bezw. β und δ, mit Rücksicht auf die Erwägungen im §. 36, insbesondere auch so, dass der Ausfluss aus den Canälen ohne Contraction mit (parallelen Bahnen der Wassertheilchen) stattfindet, wozu die ebenen Abwickelungen der Profile hier an den Enden geradlinig auslaufen müssen, hat keine Schwierigkeit. Sind in Fig. 37 die horizontalen Geraden AB, CD, EF die ebenen Abwickelungen der Durchschnittskreise der Ein- und Austrittsflächen des Leit- und Laufrades mit der Cylinderfläche zu einem gewissen Radius r, ist $aa_1 =$ der betreffenden Theilung des Leitrades, Winkel $a_1 ab = \alpha$ und die Gerade $a_1 bc$ senkrecht zu ab, so kann das betreffende Leitschaufelprofil aus dem Kreisbogen db, beschrieben aus dem Mittelpunkte c mit dem Halbmesser cb, und aus der Geraden ba zusammengesetzt werden. Ist ebenso $ee_1 =$ der betreffenden Theilung des Laufrades, Winkel $e_1 ef = \delta$ und die Gerade $e_1 fhi$ senkrecht zu ef, Winkel $hfg = \frac{\beta + \delta}{2}$ und h die Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks auf der Grundlinie fg, so ist dessen Winkel an der Spitze

Fig. 37.



$$fhg = 2\left(90^0 - \frac{\beta + \delta}{2}\right) = 180^0 - (\beta + \delta)$$

= dem erforderlichen Krümmungswinkel des betreffenden Turbinenschaufelprofils. Sollte also letzteres ausser aus dem geradlinigen Endstücke ef aus einem einzigen Kreisbogen fg gebildet werden, so wäre h dessen Mittelpunkt, $hf = hg = \varrho'$ der Halbmesser. Sollte aber der bogenförmige Theil des Profils aus zwei Kreisbögen mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 zusammengesetzt werden, welche z. B. in einer Beziehung gemäss §. 36 zu einander stehen, so sei in der Figur $gk = \varrho_1$ und $fi = \varrho_2$, kl parallel CD und $il = \varrho_2 - \varrho_1$, wodurch der Punkt l bestimmt ist, endlich lm parallel hg bis zum Schnittpunkte m mit CD; der fragliche Bogen besteht dann aus den Kreisbögen mn und fn, bezw. aus l und i mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 beschrieben, im Punkte n mit gemeinsamer Tangente in einander übergehend. —

Schliesslich sei darauf hingewiesen, dass die seitenschlächtige Ueberdruckturbine sich besonders dazu eignet, um, wie es mehrfach geschehen ist, als Doppelturbine mit horizontaler Axe angeordnet zu werden; durch die Anordnung beider Turbinen zugleich als Rohrturbinen wird dabei die Verschiedenheit der Höhe, in welcher die verschiedenen Wassertheilchen aus den Turbinen ausfliessen, fast ganz unschädlich gemacht. Zwischen denselben befindet sich ein von oben durch das gemeinschaftliche Einfallrohr gespeister und von der horizontalen Welle quer durchsetzter Behälter, aus welchem das Wasser in der Richtung dieser Welle nach beiden Seiten durch die festliegenden Leiträder hindurch in die auf der Welle festgekeilten Turbinen einfliesst; der Ausfluss erfolgt in sich anschliessende, gleichfalls von der Welle durchsetzte Kammern, aus welchen das Wasser durch zwei Abfallröhren in das Unterwasser abfliesst.

Eigenartig ist die Doppelturbine von Schiele, gewöhnlich als Unterwasserturbine mit verticaler Axe angeordnet. Bei ihr stossen die beiden Turbinen unmittelbar zusammen, so dass sie zu einem Rade mit entgegengesetzter Schaufelung auf den beiden Seiten der Mittelebene vereinigt sind. Nahe dieser Mittelebene fliesst das Wasser, nach beiden Seiten sich theilend, aus einem Leitrade zu, welches die Turbine umgiebt und seinerseits von einem spiralförmigen Einlaufe umgeben wird, in welchen sich das Wasser aus der Einfallröhre in tangentialer Richtung ergiesst.

Der Vortheil solcher axialen Doppelturbinen besteht in der Kleinheit oder gänzlichen Beseitigung des axialen Drucks und der entsprechenden Axenreibung. Dabei ist die Schiele'sche Turbine zwar sehr compendiös, gewährt aber bei den weniger einfachen Bahnen der Wassertheilchen geringere Sicherheit eines correcten und stossfreien Einlaufs.

§. 39. **Seitenschlächtige Druckturbinen.**

Zum Anschlusse von weiteren Erörterungen in Betreff dieser in neuerer Zeit besonders häufig ausgeführten Turbinengattung werde vor Allem ein Beispiel gerechnet. Es sei eine Turbine dieser Art zu entwerfen, welche

$$N = 40 \text{ Pferdestärken bei } H = 2{,}5 \text{ Mtr. Gefälle}$$

nutzbar machen soll. Mit $\varphi = 1$ und den vorläufigen Annahmen

$$\varepsilon = 0{,}8 \text{ und } \eta = 0{,}76$$

ergiebt sich die Aufschlagwassermenge

$$Q = \frac{0{,}075}{\eta}\,\frac{N}{H} = 1{,}579 \text{ Cubikmtr.}$$

Sofern es sich um eine Ueberwasserturbine handelt, ist Gleichung (12) im §. 30 für die vorläufige schon möglichst angenähert zutreffende Annahme der Charakteristik m massgebend. Wird die Geschwindigkeitshöhe, welche der Abflussgeschwindigkeit c_2 im Untergraben entspricht,

$$\frac{c_2^{\,2}}{2g} = 0{,}05 \text{ Mtr., entsprechend } c_2 \text{ nahe } = 1 \text{ Sek. Mtr.}$$

angenommen, und die Höhe des Spalts über dem Unterwasserspiegel (etwas grösser, als die Höhe des Laufrades) vorläufig zu

$$H_1 = 0{,}3 \text{ Mtr.}$$

geschätzt, so ist nach der angezogenen Gleichung:

$$\frac{u^2}{2g} = H + \frac{c_2^{\,2}}{2g} - H_1 - \varrho H = (0{,}9 - \varrho)\, H,$$

und mag danach vorläufig entsprechend $\varrho = 0{,}06$

$$m = \frac{u^2}{2gH} = 0{,}84$$

angenommen werden. Mit den weiteren Annahmen:

$$r_1 = r_2 = r,\ \ \alpha = 20^0,\ \ b_2 = 1{,}75\, b$$

folgt aus §. 31, Gl. (18) vorläufig

$$\delta = 19^0 9' \text{ mit der Schätzung: } \frac{k k_1}{k_2} = 0{,}9.$$

Dieser Näherungswerth von δ, welcher noch zu berichtigen bleibt, soll einstweilen nur die Angemessenheit der zu Grunde liegenden Annahmen erkennen lassen. Aus den Gleichungen (8), (7), (4), (1) im §. 31 ergiebt sich aber jetzt:

$$\beta = 38^0 18' \qquad v_1 = v_2 = v = 3{,}253 \text{ Sek. Mtr.}$$
$$u = 6{,}418 \text{ Sek. Mtr.} \qquad w = 3{,}543 \text{ „ „}$$

Zur Feststellung des mittleren Halbmessers r werde von einem passenden ungefähren Werthe des Verhältnisses $\frac{b}{r}$ ausgegangen. Es erscheint rathsam, dasselbe kleiner anzunehmen, als bei Ueberdruckturbinen, weil die Verschiedenheit der Verhältnisse in verschiedenen Entfernungen von der Axe bei Druckturbinen nachtheiliger ist; auch ist es zulässig unbeschadet angemessener Grösse von r, weil der Factor u in Gl. (1), §. 32, bei gleichem Gefälle hier grösser ist. Aus dieser Gleichung folgt mit der vorläufigen Annahme $k k_1 = 0{,}8$:

$$\frac{b}{r} r^2 = 0{,}1431$$

und daraus z. B. $r = 0{,}846$ für $\frac{b}{r} = 0{,}2$

$$r = 0{,}756 \text{ für } \frac{b}{r} = 0{,}25.$$

Festgesetzt werde $r = 0{,}8$ Mtr., dann im Anschlusse an §. 32, Gl. (4):

$$s = s_1 = s_2 = 0{,}005 \text{ Mtr.}$$

bei Voraussetzung von Schaufeln aus Blech. Nach Gl. (5) desselben Paragraph wäre 44 eine passende Schaufelzahl. Dieselbe für das Leitrad ($= z$) und für das Laufrad ($= z_1$) gleich gross zu wählen, würde zur Folge haben, dass die periodischen Ungleichförmigkeiten der Vorgänge im Spalt, welche durch die Schaufeldicken verursacht werden, bei allen Canälen gleichzeitig in gleicher Weise verlaufen, was nicht erwünscht sein kann. Wenn aber zu besserer Vertheilung dieser Ungleichförmigkeiten z und z_1 verschieden gemacht werden, so ist es fraglich, ob $z_1 > z$, wie es meistens geschieht, oder ob $z > z_1$ mehr zu empfehlen sei. Bei Druckturbinen, welche durch vollständigen Abschluss von Leitcanälen regulirt werden sollen, dürfte letzteres vorzuziehen sein; insbesondere für das Beispiel sei

$$z = 46 \text{ und } z_1 = 40.$$

Damit ergiebt sich nach §. 31, Gl. (9) und (10):

$$a = 0{,}0324 \text{ Mtr. und } a_1 = 0{,}0728 \text{ Mtr.,}$$

$$k = \frac{a_1}{a_1 + s_1} = 0{,}936 \text{ und } k_1 = \frac{a}{a + s} = 0{,}866$$

sowie nach Gl. (12) desselben Paragraph:

$$b = \frac{Q}{k z a u} = 0{,}176 \text{ Mtr.} = 0{,}22\, r.$$

Die Weite a_2 der Turbinenencanäle am Ende und den genaueren Werth des Winkels δ findet man jetzt aus den Gleichungen (6) des §. 32; nämlich mit

$$A = \frac{m}{\varepsilon} k k_1 \frac{b}{b_2} \sin 2\alpha = 0{,}3126 \text{ und } e_2 = \frac{2\pi r}{z_1} = 0{,}1256$$

ergiebt sich für a_2 die Gleichung:

$$11{,}234\, a_2^2 + 0{,}01\, a_2 = 0{,}01575,$$

daraus $a_2 = 0{,}0370$ Mtr.,

$$\text{dann } \delta = 19^0 32', \text{ auch } k_2 = \frac{a_2}{a_2 + s_2} = 0{,}881.$$

Aus §. 31, Gl. (2) folgt noch

$$u_2 = v\, tg\, \delta = 1{,}154 \text{ Sek. Mtr., } w_2 = \frac{v}{\cos \delta} = 3{,}452 \text{ Sek. Mtr.}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = 0{,}0679 = 0{,}027\, H.$$

Die relative Geschwindigkeit w_1, mit welcher das Wasser seine Bewegung durch die Turbinencanäle beginnt, ist etwas $< w$ wegen des Stosses gegen die Schaufeln, welcher, wie im §. 29 besprochen, durch die Schaufeldicken verursacht wird. Wenn der betreffende Gefällverlust zu $0{,}01\, H$ geschätzt wird, so ist nach der Bestimmung im §. 33 unter 2) ungefähr zu setzen:

$$w_1 = w \cos 12^0 = 3{,}466 \text{ Sek. Mtr.}$$

In Uebereinstimmung mit der vorläufigen Annahme $H_1 = 0{,}3$ Mtr. werde endlich die Höhe der Turbine auf

$$H_1 - H_2 = 0{,}28 \text{ Mtr.} = 0{,}35\, r$$

festgesetzt, dabei die Höhe ihrer Unterfläche über dem Unterwasserspiegel

$$H_2 = 0{,}02 \text{ Mtr.}$$

und die Höhe des Leitrades $= 0{,}22$ Mtr.

Unter der Voraussetzung, dass die Schaufeln in üblicher Weise nach normalen Schraubenflächen gestaltet werden, deren erzeugende Gerade die Axe und ausserdem ein in der mittleren coaxialen Cylinderfläche liegendes Schaufelprofil rechtwinklig schneidet, welches den berechneten Winkeln α, bezw. β und δ entsprechend auf noch weiter zu besprechende Weise in einer Ebene verzeichnet und auf die mittlere Cylinderfläche durch Aufwickelung der Zeichnungsebene übertragen wird, ist nun aber daran zu erinnern, dass dann nach vorigem Paragraph das in die Turbine einfliessende Wasser innerhalb der mittleren Cylinderfläche gegen die concaven Hinterflächen, ausserhalb gegen die convexen Vorderflächen stossen würde. Letzteres ist bei Druckturbinen durchaus zu vermeiden, weil es eine unregelmässige Hin- und Herbewegung des einfliessenden Wassers zwischen den Schaufeln, eine Störung der sicheren Führung durch die vordere dieser Schaufeln verursachen würde. Es wird deshalb die mittlere Umfangsgeschwindigkeit v in solchem Masse zu verkleinern sein, dass in grösster Entfernung von der Axe

$$r_e = r + \frac{b}{2} = 0{,}888 \text{ Mtr.} = 1{,}11\, r$$

das Wasser ohne Stoss einfliesst, wenn dann auch im Durchschnitt dieser Stoss erheblicher und der Ausfluss weniger normal ist, als es bei einem in der mittleren Entfernung stossfreien Einflusse der Fall sein würde. Sind α_e und β_e die betreffenden Schaufelwinkel in der Axenentfernung r_e, so ist

$$tg\,\alpha_e = \frac{r}{r_e}\, tg\,\alpha \quad \text{und} \quad tg\,\beta_e = \frac{r}{r_e}\, tg\,\beta$$

$$\alpha_e = 18^0 9' \qquad \beta_e = 35^0 26'$$

und die Umfangsgeschwindigkeit im Abstande r_e von der Axe, welche dem stossfreien Einflusse an dieser Stelle entspricht, gemäss §. 31, Gl. (1):

$$v_e = u\,\frac{\sin(\beta_e - \alpha_e)}{\sin\beta_e} = 3{,}077.$$

Entsprechend ist dann im mittleren Abstande

$$v = \frac{r}{r_e} v_e = 2{,}772$$

und die entsprechende, voraussichtlich nahe vortheilhafteste Zahl von Umläufen pro Minute:

$$n = 9{,}55 \frac{v}{r} = 33{,}1. —$$

Bevor nun die der bisherigen Rechnung zu Grunde liegenden Annahmen bezüglich der Coefficienten ε, η und m geprüft und danach nöthigenfalls die Rechnungsergebnisse corrigirt werden, mögen die Schaufelkrümmungen für den mittleren Axenabstand festgestellt werden, welche von Einfluss auf jene Prüfung sind. Die Forderung eines ganz contractionslosen, nämlich in genau parallelen Bahnen stattfindenden Ausflusses aus den Canälen, welche bei seitenschlächtigen Ueberdruckturbinen zu geradlinig auslaufenden Schaufelprofilen führte, ist bei Druckturbinen ohne wesentliche Bedeutung. Was also für das vorliegende Beispiel zunächst das mittlere Profil einer Leitschaufel betrifft, so kann es passend vom Anfang bis zum Ende gekrümmt sein, z. B. als ein Kreisbogen, dessen Halbmesser ϱ' mit Rücksicht auf die Höhe des Leitrades $= 0{,}22$ Mtr. und mit Rücksicht auf die Schnittwinkel $\alpha_0 = 90^0$ und $\alpha = 20^0$ sich zu

$$\varrho' = \frac{0{,}22}{\sin 70^0} = 0{,}234 \text{ Mtr.}$$

ergeben würde. Wegen der beträchtlichen Geschwindigkeitszunahme des Wassers in den Leitcanälen von u_0 bis ku (letztere Geschwindigkeit auf den vollen Endquerschnitt bezogen), also im Verhältnisse

$$\frac{ku}{u_0} = \frac{a_0}{a} = \frac{0{,}1042}{0{,}0324} = \sqrt{10{,}34}$$

wegen

$$a_0 = \frac{2\pi r}{z} - \delta = \frac{2\pi . 0{,}8}{46} - 0{,}005 = 0{,}1042$$

bei Voraussetzung constanter Breite b des Leitradkranzes, ist es jedoch besser, den Krümmungshalbmesser von ϱ_0 bis ϱ wachsen zu lassen, indem etwa ϱ_0 ebenso viel $< \varrho'$, wie $\varrho > \varrho'$ genommen wird. Geschähe das nach §. 36 in solchem Grade, dass

$$\frac{0{,}04 + \left(\frac{a_0}{2\varrho_0}\right)^{3,5}}{0{,}04 + \left(\frac{a}{2\varrho}\right)^{3,5}} = \left(\frac{ku}{u_0}\right)^2 = 10{,}34$$

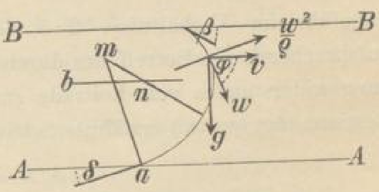
ist, so würde hier ϱ_0 in solchem Grade $< \varrho$ werden, dass die zu Grunde liegende Krümmungswiderstands-Formel, deren Anwendung hier an und für sich nur schwach begründet ist, selbst näherungsweise nicht mehr als massgebend zu betrachten wäre. Zur Annäherung an das Ziel eines constanten und so im Durchschnitte möglichst kleinen specifischen Krümmungswiderstandes mag es genügen, das Leitschaufelprofil aus 2 Kreisbögen zu bilden mit den Halbmessern:

$$\varrho_0 = 0{,}156 \text{ Mtr. und } \varrho = 0{,}312 \text{ Mtr.},$$

entsprechend $\varrho_0 + \varrho = 2\,\varrho'$ und $\varrho = 2\,\varrho_0$.

Für die **Krümmung des mittleren Profils einer Turbinenschaufel** ist nach §. 36 vor Allem die Forderung massgebend, dass jedes Wassertheilchen einen beständig nach vorn gegen die concave Seite der vorderen Schaufel hin gerichteten Druck auf dieselbe ausüben soll. Derselbe wird hier nur durch die relative Centrifugalkraft und durch die Schwerkraft verursacht; er ist an einer Stelle, wo die relative Geschwindigkeit w mit der Peripheriegeschwindigkeit v des betreffenden Schaufelpunktes den Winkel φ bildet (siehe Fig. 38) und der Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils $= \varrho$ ist, pro Masseneinheit

Fig. 38.



$$= \frac{w^2}{\varrho} - g\cos\varphi \quad . \; . \; . \; . \; (1),$$

indem die absolute Centrifugalkraft $= \omega^2 r$ und die zusammengesetzte Centrifugalkraft $= 2\,\omega\, w \cos\varphi$ radial gerichtet sind. Damit jener Normaldruck positiv sei, muss, wenn φ ein spitzer Winkel ist (φ ist von β bis $180^0 - \delta$ veränderlich),

$$\varrho < \frac{w^2}{g\cos\varphi}$$

sein, insbesondere im Anfangspunkte: $\varrho_1 < \frac{w_1^{\,2}}{g\cos\beta}$, für das vorliegende Beispiel: $\varrho_1 < 1{,}22$ Mtr. Für $\varphi > 90^0$ dürfte ϱ jede beliebige Grösse haben. Thatsächlich wird dadurch die Krümmung des mittleren (auf einer Ebene abgewickelten) Schaufelprofils nicht beschränkt; denn würde es als Kreisbogen verzeichnet, so wäre dessen Halbmesser bei der Turbinenhöhe von 0,28 Mtr. nur

$$\varrho' = \frac{0{,}28}{\cos\beta + \cos\delta} = 0{,}162 \text{ Mtr.}$$

Dieser constante Krümmungshalbmesser werde vorläufig angenommen, weil der Krümmungswiderstand hier von geringerer Bedeutung ist und übrigens die Gleichung

$$\frac{0,04 + \left(\frac{a_1}{2\varrho_1}\right)^{3,5}}{0,04 + \left(\frac{a_2}{2\varrho_2}\right)^{3,5}} = \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2$$

wegen $a_2 < a_1$ und $w_2 < w_1$ sogar einen abnehmenden Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils bedingen würde. —

Zur Controle des für den hydraulischen Wirkungsgrad angenommenen Werthes ($\varepsilon = 0,8$) gemäss §. 33 kann hier vom hydraulischen Widerstande auf der Strecke vom Oberwasserspiegel bis zum Leitapparat ohne in Betracht kommenden Fehler abgesehen werden; noch kleiner ist hier der Einflusswiderstand in letzteren, so dass für die Bewegung bis zum Spalt der Widerstand im Wesentlichen nur aus dem Leitungs- (Reibungs-) und aus dem Krümmungswiderstande der Leitcanäle besteht. Die betreffende Widerstandshöhe ergiebt sich aus Gl. (5) a. a. O.:

$$\varrho H = 0,175 \text{ Mtr.} = 0,07\, H,$$

ungefähr im Verhältnisse 2 : 5 den genannten zweierlei Widerständen entsprechend. In Betreff des durch die Schaufeldicken verursachten Uebergangswiderstandes vom Leitrade zum Laufrade werde die schon oben (bei Bestimmung von w_1) erwähnte Schätzung des fraglichen Gefällverlustes mit

$$\varrho_0 H = 0,01\, H$$

zu Grunde gelegt. Die Widerstandshöhen $\varrho_1 H$ und $\varrho_2 H$ werden nach den Gleichungen (8) und (11), §. 33,

$$\varrho_1 H = 0,031\, H \text{ und } \varrho_2 H = 0,015\, H$$

gefunden, so dass die ganze hydraulische Widerstandshöhe

$$(\varrho + \varrho_0 + \varrho_1 + \varrho_2)\, H = 0,126\, H$$

sein würde, wenn nicht noch die durch die Schaufelform bedingten Abweichungen vom stossfreien Einflusse und normalen Ausflusse zu berücksichtigen wären, sowie unberechenbare Störungen der regelrechten Wasserbewegung, wie solche z. B. in noch zu besprechender Art durch die radial gerichteten zwei Ergänzungskräfte der relativen Bewegung in der Turbine verursacht werden können. Der Gefällverlust infolge der erstgenannten Abweichungen ist, wenn der Stoss beim Einflusse nur gegen die concaven Schaufelflächen ausgeübt werden soll, hier grösser, als er im vorigen Paragraph (beispielsweise $= 0,004\, H$) gefunden wurde; seine Bestimmung nach dem dort erklärten Verfahren ist aber bei der Unsicherheit der übrigen schädlichen Einflüsse entbehrlich. Wenn diese noch nicht in

Rechnung gebrachten nachtheiligen Umstände zusammen nach Schätzung durch eine Widerstandshöhe $= 0{,}034\,H$ berücksichtigt werden, so ist der resultirende Gefällverlust $= 0{,}16\,H$ und

$$\varepsilon = 1 - 0{,}16 = 0{,}84 \quad \text{statt} \quad 0{,}8$$

mit einiger Wahrscheinlichkeit als corrigirter Werth des hydraulischen Wirkungsgrades zu betrachten. Der auf die Axenreibung und den Luftwiderstand bezügliche Coefficient $\mu = 0{,}04$ erfordert nach §. 35 kaum eine Aenderung, so dass

$$\eta = \varepsilon - \mu = 0{,}8 \quad \text{statt} \quad 0{,}76$$

zu setzen ist.

Was die Annahme der Charakteristik $m = 0{,}84$ betrifft, so hat sich zwar die ihr zu Grunde liegende Annahme $H_1 = 0{,}3$ Mtr. als passend ergeben, aber statt $\varrho = 0{,}06$ ist schliesslich $\varrho = 0{,}07$ gefunden worden, so dass sich für m der corrigirte Werth 0,83 ergeben würde. Es ist aber zu bedenken, dass der gefundene Coefficient $\varrho = 0{,}07$ zum grössten Theile (mit 0,05) dem sehr unsicher berechneten Krümmungswiderstande der Leitcanäle entspricht, welcher sich durch Erhöhung des Leitrades (von 0,22 auf etwa 0,25 Mtr.) mehr verkleinern liesse, als der Reibungswiderstand dadurch vergrössert wird. Der Werth $m = 0{,}84$ kann deshalb als genügend bestätigt betrachtet werden, um als Charakteristik einer Druckturbine zu entsprechen.

Wegen der etwas veränderten Werthe von ε und η wird jetzt

$$Q = \frac{0{,}76}{0{,}8} \,.\, 1{,}579 = 1{,}5 \text{ Cubikmtr.}$$

Unverändert können beibehalten werden (siehe §. 32 am Ende):

$$\alpha = 20^0, \qquad \delta = 19^0\,32', \qquad r = 0{,}8 \text{ Mtr.},$$
$$z = 46, \qquad z_1 = 40, \qquad s = s_1 = s_2 = 0{,}005 \text{ Mtr.},$$
$$a = 0{,}0324 \text{ Mtr.}, \qquad a_2 = 0{,}0370 \text{ Mtr.}, \qquad u = 6{,}418 \text{ Sek. Mtr.}$$

Bei Beziehung der Formelbezifferung auf §. 31 wird aber jetzt nach Gl. (7) daselbst:

$$v = \frac{0{,}84}{0{,}8} \,.\, 3{,}253 = 3{,}416 \text{ Sek. Mtr.},$$

nach (8): $cotg\,20^0 - cotg\,\beta = \frac{0{,}84}{0{,}8}(cotg\,20^0 - cotg\,38^0\,18')$, also $\beta = 40^0$,

ferner nach (1):

$$w = u\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 3{,}415 \text{ Sek. Mtr.},$$
$$w_1 = w\cos 12^0 = 3{,}340 \text{ Sek. Mtr.}$$

Nach (2) sind u_2 und w_2 in demselben Verhältnisse wie v zu ändern, wird also

$$u_2 = \frac{0,84}{0,8} \,.\, 1,154 = 1,212 \text{ Sek. Mtr.}$$

$$w_2 = \frac{0,84}{0,8} \,.\, 3,452 = 3,625 \quad \text{„} \quad \text{„}$$

Nach Gl. (10) ist $a_1 + s_1$ proportional $\sin\beta$ zu corrigiren, wodurch

$$a_1 = 0,0757 \text{ Mtr., aber } k = \frac{a_1}{a_1 + s_1} = 0,938$$

so wenig von dem früheren Werthe (0,936) verschieden wird, dass $\frac{b_2}{b}$ nach (18) umgekehrt proportional ε geändert, also

$$\frac{b_2}{b} = \frac{0,8}{0,84} \,.\, 1,75 = \frac{5}{3}$$

gesetzt werden kann, sowie nach (12):

$$b \text{ proportional } Q, \text{ also } b = \frac{0,76}{0,8} \,.\, 0,176 = 0,165 \text{ Mtr.,}$$

$$b_2 = \frac{5}{3} \,.\, 0,165 = 0,275 \quad \text{„}$$

Diejenige mittlere Umfangsgeschwindigkeit endlich, welche (abgesehen vom Einflusse der Schaufeldicken) einem stossfreien Einflusse im grössten Axenabstande entsprechend, als vortheilhafteste zu betrachten ist, ergiebt sich durch eine der obigen analoge Rechnung:

$$v = 3,131 \text{ Sek. Mtr., dazu } n = 37,4. \text{ —}$$

Anstatt dem abgewickelten mittleren Profil der Turbinenschaufel hier einen constanten Krümmungsradius = 0,162 Mtr. zu geben, wie vorläufig angenommen wurde, könnte es vorgezogen werden, denselben gemäss einer der im §. 36 besprochenen Forderungen stetig veränderlich zu machen, insbesondere z. B. so, dass der Normaldruck pro Masseneinheit constant, nach obiger Gleichung (1) also

$$\frac{w^2}{\varrho} - g \cos\varphi = Const.$$

wird. Wenn aber auch das dabei in Betracht kommende Gesetz willkürlich und möglichst einfach angenommen wird, nach welchem hier w von w_1 in w_2 stetig übergeht unter dem Einflusse der Schwere und der Widerstände (die Widerstandshöhe, wenigstens $= 0,031\,H = 0,08$ Mtr., ist gegen die Turbinenhöhe = 0,28 Mtr. nicht zu vernachlässigen), so würde doch die Umständlichkeit solcher Bestimmung in Missverhältniss zu ihrer Wichtigkeit stehen. Wenn man sich aber damit begnügt, für den Anfang und für das Ende (für $\varphi = \beta$ und $\varphi = 180^0 - \delta$) die Krümmungshalbmesser ϱ_1 und ϱ_2 so zu bestimmen, dass

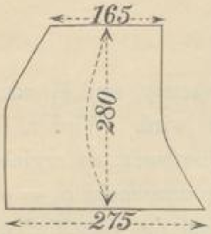
$$\frac{w_1^2}{\varrho_1} - g \cos \beta = \frac{w_2^2}{\varrho_2} + g \cos \delta$$

ist, so kann das leicht geschehen, indem eine der Grössen ϱ_1 und ϱ_2 oder eine zweite Beziehung zwischen ihnen angenommen wird. Wird z. B. $\varrho_1 = 0{,}14$ Mtr. = der halben Höhe der Turbine angenommen, so ergiebt sich $\varrho_2 = 0{,}21$ Mtr. $= 1{,}5\,\varrho_1$. In anderen Fällen würde umsomehr $\varrho_2 = \varrho_1$ werden, je grösser (und je weniger dann verhältnissmässig verschieden) w_1 und w_2 sind, je grösser also H ist.

Sollte das Profil aus zwei Kreisbögen mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 gebildet werden, so wäre in Fig. 38 die Strecke $am = \varrho_2$ unter dem Winkel $90^0 - \delta$ gegen die Gerade AA, die Gerade bn zwischen den in der Entfernung = 0,28 Mtr. parallelen Geraden AA, BB im Abstande $\varrho_1 \cos \beta$ von BB zu ziehen, endlich $mn = \varrho_2 - \varrho_1$ zu machen; dann wären m und n die Mittelpunkte der beiden bezw. mit den Radien ϱ_2 und ϱ_1 zu beschreibenden Kreisbögen, welche in einem Punkte der verlängerten Geraden mn mit gemeinschaftlicher Tangente in einander übergehen. —

Wenn, wie vorausgesetzt wurde, der Radkranz der Axialturbinen so gestaltet wird, dass die Mittellinie der Eintrittsfläche und der Austrittsfläche gleiche Kreise sind, und wenn, was freilich beständig nur bei voller Beaufschlagung (auch bezüglich der Eintrittsfläche nur bei Abstraction vom Einflusse der Schaufeldicken) der Fall sein kann, die Anfangs- und Endquerschnitte der Turbinencanäle ganz vom Wasserstrahl ausgefüllt werden, so wird dadurch ein gewisser Zwang auf das Wasser ausgeübt, sich näherungsweise in coaxialen Cylinderflächen durch die Turbine zu bewegen. Es ist aber nicht ausgeschlossen, dass in den nur unvollständig ausgefüllten Querschnitten der Canäle eine vorübergehende Ansammlung des Wassers an der äusseren oder inneren Kranzwand stattfindet infolge der Wirksamkeit radialer Kräfte, welche in der That in den beiden schon oben erwähnten Ergänzungskräften der relativen Bewegung vorhanden sind. Die erste derselben ist im Abstande r von der Axe $= \omega^2 r$ und nach aussen gerichtet, die zweite $= 2\,\omega\, w \cos \varphi$ und, während φ von β bis $180^0 - \delta$ zunimmt, anfangs, so lange $\varphi < 90^0$ ist, mit abnehmender Grösse auch nach aussen, später aber mit zunehmender Grösse nach innen gerichtet und absolut genommen schliesslich $= 2\,\omega\, w \cos \delta = 2\,\omega\, v$, also doppelt so gross, als die auswärts gerichtete andere Kraft $\omega^2 r = \omega v$. Die Resultirende beider Kräfte ist also ebenso wie die zweite allein zuerst mit stetig bis Null abnehmender Grösse nach aussen, später mit stetig zunehmender Grösse nach innen gerichtet, und es wird dadurch eine Ansammlung des Wassers zuerst an der äusseren, dann an der inneren Wand des Radkranzes verursacht. Bis zu gewissem Grade wird dieser unerwünschten Ansammlung durch eine solche Form des Kranzquerschnittes (Fig. 39) entgegengewirkt werden können, dass die (in der Figur gestrichelte) Mittellinie einen nach aussen convexen Bogen bildet, und somit eine gewisse Radialbewegung möglich wird, ohne dass damit eine Ansammlung aussen oder innen verbunden zu sein braucht.

Fig. 39.



§. 40. Seitenschlächtige Stossturbinen.

Turbinen, in welchen das Wasser nur oder vorzugsweise durch Stoss wirkt, sind meistens als Axialturbinen, nämlich mit verticaler Axe und Wasserzuführung von oben gebaut worden; letztere findet in der Regel nur an einer Stelle, bezw. längs einem Theile des Umfanges statt. Wenn auch seltener, als früher, finden sich solche Stossräder auch heutzutage noch als Motoren kleiner Gewerbebetriebe in Gegenden, wo es bei reichlichen Wasserkräften weniger auf ökonomische Verwerthung derselben, als auf Einfachheit und Billigkeit der Einrichtungen ankommt.

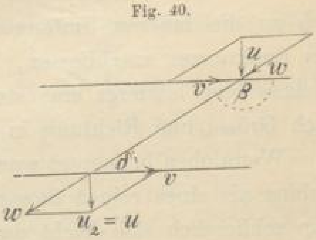
In ihrer einfachsten und ursprünglichsten Form sind sie mit rechteckigen ebenen Schaufeln ausgerüstet, welche von einer inneren hohlcylindrischen Kranzwand oder von einem massiven cylindrischen Radkörper in geneigter Stellung (unter etwa 45° gegen den Horizont und gegen die Axe geneigt) frei nach aussen hervorragen und von einem compacten Wasserstrahl eine nach der andern nahe normal getroffen werden. Vergrössert wird ihre Wirkung dadurch, dass die Schaufeln zwischen eine innere und eine äussere Kranzwand eingefügt und dass sie passend gekrümmt werden, wie es bei den Borda'schen und bei den Burdin'schen Turbinen der Fall ist, bei welchen letzteren zugleich die Richtung der Zuflussgeschwindigkeit durch Leitschaufeln in erhöhtem Grade gesichert wird. Die Wirkung solcher Turbinen nähert sich dann derjenigen der besseren Partial-Druckturbinen, indem sich die Stosswirkung mit stetiger Druckwirkung verbindet, auch jene zu Gunsten dieser verkleinert wird. Ist auch der von Borda auf $\eta = 0{,}75$ veranschlagte Wirkungsgrad seiner

Turbine zu bezweifeln, so haben doch Versuche mit einer Burdin'schen Turbine $\eta = 0{,}67$ ergeben.

Wesentlich zu verhältnissmässig so günstigen Ergebnissen ist eine genügende Zahl von Schaufeln und die Wasserzuführung in bestimmter Richtung; der Wirkungsgrad der ähnlich beschaffenen, im südlichen Frankreich vorkommenden sogenannten Kufenräder mit nur 9 krummen Schaufeln zwischen Kranzwänden und mit mangelhafter Wasserzuführung (am ganzen Umfange zugleich) wurde höchstens = 0,27 gefunden. Kaum weniger unvollkommen sind die hierher gehörigen sogenannten Danaiden, axiale Stossräder, deren Kranz bei grosser Höhe die Form eines nach unten sich verjüngenden Hohlkegels hat und durch Scheidewände in Kammern, bezw. in Canäle getheilt ist, aus welchen das oben in schräger Richtung stossend eingeflossene Wasser unten, wo die Umfangsgeschwindigkeit klein ist, nahe vertical ausfliesst.

Zu den Stossrädern gehört auch die Schraubenturbine, wie sie von Plataret für eine Spinnerei zu St. Maur bei Paris erbaut wurde. Sie ist eine seitenschlächtige Turbine mit verticaler Axe ohne Leitrad und ohne äussere Kranzwand, welche vielmehr durch einen festliegenden cylindrischen Mantel ersetzt ist, in welchem die Turbine mit möglichst kleinem Spielraum umläuft, während die innere Kranzwand als röhrenförmige Nabe die Schaufeln trägt, deren Breite b somit nur wenig kleiner ist, als der äussere Halbmesser r_a. Die Zahl der Schaufeln ist nur = 2; aber dieselben, als gewöhnliche normale Schraubenflächen von constantem Steigungsverhältnisse gestaltet, bilden zwei ganze Umgänge in dem Rade von entsprechend vergrösserter Höhe. Die ebene Abwickelung eines Schaufelprofils ist also geradlinig (Fig. 40), der Schnittwinkel $\beta = 180^0 - \delta$. Indem ohne Leitrad die Zuflussgeschwindigkeit u als normal zur Eintritttsfläche, hier als vertical gerichtet anzunehmen ist, lässt die Figur erkennen, dass in einem gewissen Axenabstande r der stossfreie Einfluss eine Umfangsgeschwindigkeit

Fig. 40.



$$v = u \, cotg \, \delta$$

erfordern würde, und weil des constanten Canalquerschnittes wegen die relative Ausflussgeschwindigkeit = der relativen Einflussgeschwindigkeit w wäre (womit eine Ueberdruckwirkung ausgeschlossen ist), so würde dann zwar zugleich der Ausfluss normal sein, aber auch die absolute Ausflussgeschwindigkeit = der Zuflussgeschwindigkeit u, so dass eine nützliche

Wirkung des Wassers auf das Rad nicht stattfinden könnte. Das wirksame Gefälle, welches bei Voraussetzung stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses nach §. 30, Gl. (9) proportional $\cos\alpha$ ist, wird in der That = Null für $\alpha = 90^0$. In der Schraubenturbine kann somit das Wasser nur durch Stoss wirken, so dass, da dieser Stoss nicht in allen Entfernungen von der Axe gleich vortheilhaft stattfinden wird, ihr Wirkungsgrad wesentlich $< 0{,}5$ sein muss. Damit die Schaufeln im Axenabstande r gegen ihre hinteren Flächen gestossen werden, muss, wie Fig. 40 erkennen lässt,

$$v < u \cot g\, \delta$$

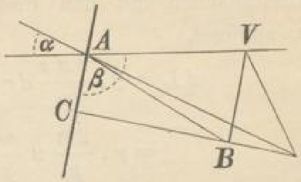
sein. Thatsächlich bedingt diese Ungleichung überall einen Stoss gegen die hinteren Schaufelflächen, indem sie von r unabhängig ist. Unter h die Höhe der Turbine verstanden, kann sie nämlich geschrieben werden:

$$r\omega < u\frac{2\pi r}{h} \quad \text{oder} \quad \omega < \frac{2\pi u}{h} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Endlich gehört hierher eine auch als Schraubenrad (Roue Hélice à axe horizontal) bezeichnete eigenthümlich angeordnete Turbine, von Girard zum Betriebe einer Chocoladefabrik in Noisiel s. M. gebaut für ungefähr $H = 0{,}5$ Mtr. und $Q = 3$ Cubikmtr. Indem sie mit horizontaler Axe unmittelbar in den Wasserstrom des (an der betreffenden Stelle entsprechend cylindrisch gestalteten) Zuführungsgerinnes ungefähr zur Hälfte eintaucht, entspricht sie einem unterschlächtigen Wasserrade, wobei aber die Stosswirkung durch die Druckwirkung gegen die gekrümmten Schaufeln unterstützt wird. Leitschaufeln sind zwar nicht vorhanden, aber es wird durch conoidisch zugespitzte, im Gerinne befestigte Blechmäntel, welche sich an die inneren Umfänge der Eintrittsfläche und der Austrittsfläche des Radkranzes anschliessen, bei dem Zuflusse zu ersterer und bei dem Abflusse von letzterer eine stetige Aenderung der Wassergeschwindigkeit nach Grösse und Richtung in passender Weise gesichert. —

Wenn oben behauptet wurde, dass der Wirkungsgrad einer Schraubenturbine als eines reinen Stossrades jedenfalls $< 0{,}5$ sein müsse, so kann man schliesslich sich leicht davon überzeugen, dass in der That allgemein eine lebendige Kraft bewegten Wassers durch Stoss gegen eine bewegliche Fläche immer nur höchstens zur Hälfte auf dieselbe als Arbeit übertragen werden kann. Es sei nämlich $AU = u$ in Fig. 41 die Geschwindigkeit des stossenden Wassers, unter dem Winkel α gegen die Geschwindigkeit $AV = v$ geneigt, mit welcher die getroffene Schaufel oder sonstige feste Fläche AC ausweicht, welche eben und normal zur Ebene UAV sei. $VU = w =$ der relativen Geschwindigkeit des Wassers gegen die Schaufel zerfällt in die zu derselben senkrechte, durch den Stoss vernichtete Componente $BU = w_1$ und in die Componente VB, welche parallel der Schaufel ist und in der Ebene UAV unter dem Winkel $CAV = \beta$ gegen v geneigt sei. Ohne weitere Aenderung dieser letzteren relativen Geschwindigkeit ist $AB = u_1$ die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser die Schaufel verlässt, und ist folglich die Arbeit, welche bei Abstraction von sonstigen Widerständen ausser dem Stossverluste pro Gewichtseinheit Wasser auf die Schaufel übertragen wurde,

Fig. 41.



$$L_1 = \frac{u^2 - u_1^2 - w_1^2}{2g}$$

oder, weil mit Rücksicht auf das Dreieck ABU

$$u^2 = u_1^2 + w_1^2 + 2u_1 w_1 \cos(ABC)$$

ist, dabei $u_1 \cos(ABC) = v \sin\beta$

$$\text{und } w_1 = UC - BC = u \sin(\beta - \alpha) - v \sin\beta,$$

$$L_1 = \frac{u_1 w_1 \cos(ABC)}{g} = v \sin\beta \, \frac{u \sin(\beta - \alpha) - v \sin\beta}{g} \; \ldots \; (2).$$

Bei gegebenen Werthen von u, v, β ist diese Arbeit bei normalem Stosse ($\beta - \alpha$ = Winkel $UAC = 90^0$) am grössten und zwar

$$L_1 = v \sin\beta \, \frac{u - v \sin\beta}{g} \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (3),$$

welcher Ausdruck bei gegebener Geschwindigkeit u ein Maximum ist für

$$v \sin\beta = \frac{u}{2}, \text{ und zwar } L_1 = \tfrac{1}{2}\frac{u^2}{2g} \; \ldots\ldots\ldots \; (4).$$

Z. B. bei der Schraubenturbine von Plataret ist $\alpha = 90^0$ und $\beta = 180^0 - \delta$, also nach (2):

$$L_1 = v \sin\delta \, \frac{u \cos\delta - v \sin\delta}{g} \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (5).$$

Damit das Wasser aus der vollen unteren Ringfläche

$$F = \pi (r_e^2 - r_i^2)$$

bei Abstraction von dem hier sehr kleinen Theile derselben, welcher von den zwei Schaufeln ausgefüllt wird, mit einer absoluten Geschwindigkeit $< u$ ausfliesse, kann es nur an einem Theile $= \frac{1}{p}$ der gleich grossen oberen Fläche zufliessen; selbst dann, wenn letztere nicht theilweise materiell abgeschlossen wäre, würde sich bei normalem Betriebe von selbst eine nur partielle Beaufschlagung (unbeschadet continuirlichen Einflusses in jeden der beiden Canäle) herstellen. Mit Rücksicht auf (5) und mit $v = r\omega$ ist dann die Arbeit des Wassers, welches zwischen zwei coaxialen Cylinderflächen mit den Radien r und $r + dr$ dem Schraubenrade pro Sek. zufliesst,

$$dL = \gamma \,. \frac{2\pi r}{p} dr \,.\, u \,.\, L_1$$

$$= \gamma \,. \frac{2\pi}{p} u \frac{\omega}{g} \,.\, r^2 \sin\delta \,(u \cos\delta - r\,\omega \sin\delta)\, dr$$

oder wegen $2\pi r\, tg\,\delta = h$, also

$$r \frac{d\delta}{\cos^2\delta} + tg\,\delta \,.\, dr = 0; \quad \frac{dr}{r} = \frac{-d\delta}{\sin\delta\cos\delta};$$

$$dL = \frac{\gamma}{g} \,.\, \frac{2\pi}{p} u\,\omega \left(\frac{h}{2\pi}\right)^3 \frac{\cos^3\delta}{\sin^2\delta} \left(u\cos\delta - \omega \frac{h}{2\pi}\cos\delta\right) \frac{-d\delta}{\sin\delta\cos\delta}$$

$$= -\frac{\gamma}{g}\,\frac{h}{p}\,u\,\omega\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2\left(u - \omega\frac{h}{2\pi}\right) cotg^3\,\delta\, d\delta.$$

Durch Integration von $r = r_i$ bis $r = r_e$ und entsprechend von $\delta = \delta_i$ bis $\delta = \delta_e$ folgt daraus mit der Bezeichnung

$$J = -\int_{\delta_i}^{\delta_e} cotg^3\,\delta\, d\delta = \int_{\delta_e}^{\delta_i} cotg^3\,\delta\, d\delta$$

$$L = \frac{\gamma}{g}\,\frac{h}{p}\,u\,\omega\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2\left(u - \omega\frac{h}{2\pi}\right) J \quad \ldots\ldots\ldots (6).$$

Insoweit diese Arbeit von ω abhängt, ist sie unter übrigens gegebenen Umständen am grössten, wenn

$$\omega\frac{h}{2\pi} = \frac{u}{2}, \text{ also } \omega = \frac{\pi u}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

= der Hälfte des Grenzwerthes (1) ist, und zwar ist dann

$$L = \frac{\gamma}{g}\,\frac{h}{p}\,u\,\frac{h}{2\pi}\,\frac{u^2}{4}\,J = \frac{\gamma\,h^2 u^3}{8\pi g p} J.$$

Mit Rücksicht auf hydraulische Widerstände und Axenreibung ist der Nutzeffect

$$E = \varepsilon L - \mu E_0 = \frac{\varepsilon\gamma h^2 u^3}{8\pi g p} J - \mu E_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8),$$

während der absolute Effect

$$E_0 = \gamma \frac{F}{p} u H = \gamma \frac{F}{p} u \,.\, \frac{1}{m}\,\frac{u^2}{2g}$$

ist, wo m wieder die Charakteristik bezeichnet. Daraus ergiebt sich der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{E}{E_0} = \frac{\varepsilon m}{4\pi}\,\frac{h^2}{F}\,J - \mu.$$

Wegen $\int cotg^3\,\delta = -\frac{cotg^2\,\delta}{2} - ln\,sin\,\delta = -\frac{1}{2}\left(\frac{2\,\pi}{h}\right)^2 r^2 - ln\,sin\,\delta$

ist aber

$$J = \left(\frac{2\pi}{h}\right)^2 \frac{r_e^2 - r_i^2}{2} - ln\frac{sin\,\delta_i}{sin\,\delta_e} = 2\,\pi\,\frac{F}{h^2} - ln\frac{sin\,\delta_i}{sin\,\delta_e}$$

und deshalb auch

$$\eta = \frac{\varepsilon\,m}{2}\left(1 - \frac{1}{2\,\pi}\,\frac{h^2}{F}\,.\,ln\,\frac{sin\,\delta_i}{sin\,\delta_e}\right) - \mu \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9).$$

Bei der erwähnten Ausführung ist:*

$$2\,r_i = 0{,}25 \qquad 2\,r_e = 1{,}04 \qquad h = 0{,}52.$$

Damit ergiebt sich

$$F = 0{,}8 \text{ Quadratmtr.}, \quad \delta_i = 33^0\,30', \quad \delta_e = 9^0\,3'$$

und nach (9):

$$\eta = 0{,}466\,\varepsilon\,m - \mu = 0{,}42\,\varepsilon - \mu,$$

wenn mit Rücksicht auf die Umstände, insbesondere auf das Fehlen eines Leitrades und entsprechender Widerstände hier m verhältnissmässig gross $= 0{,}9$ geschätzt wird. Mit höchtens etwa $\varepsilon = 0{,}9$ und wenigstens $\mu = 0{,}028$ folgt höchstens $\eta = 0{,}35$.

Dieser grösstmögliche Wirkungsgrad kann aber bei den angegebenen Verhältnissen bei weitem nicht erreicht werden, weil thatsächlich ω viel kleiner sein muss, als Gl. (7) angiebt. Indem nämlich im Axenabstande r das Wasser nach dem Stosse mit der bis zum Ausflusse unverändert bleibenden ralativen Geschwindigkeit

$$w_2 = u\,sin\,\delta - v\,cos\,\delta$$

an den Schaufeln entlang fliesst, oder wegen

$$v = r\,\omega = \frac{h}{2\,\pi\,tg\,\delta}\,\omega$$

mit der Geschwindigkeit $w_2 = u\,sin\,\delta - \omega\,\frac{h}{2\,\pi}\,\frac{cos^2\,\delta}{sin\,\delta}$, ist das Wasservolumen, welches durch das ringförmige Element

$$d\,F = 2\,\pi\,r\,.\,d\,r$$

der Fläche F pro Sekunde ausfliesst,

---

* Weisbach, Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 5te Aufl., zweiter Theil, 2te Abtheilung, S. 365.

$$dQ = dF \sin\delta \,.\, w_2 = dF\left(u \sin^2\delta - \omega \frac{h}{2\pi} \cos^2\delta\right)$$

oder wegen $dF = \frac{1}{2\pi}(2\pi r)^2 \frac{dr}{r}$

$$= \frac{1}{2\pi} h^2 \cot g^2 \delta \frac{-d\delta}{\sin\delta \cos\delta} = \frac{-h^2}{2\pi} \frac{\cos\delta \,.\, d\delta}{\sin^3\delta}$$

$$dQ = -\frac{h^2}{2\pi} \cot g \delta \left(u - \omega \frac{h}{2\pi} \cot g^2 \delta\right) d\delta.$$

Mit obiger Bezeichnung J folgt daraus:

$$Q = \frac{h^2}{2\pi}\left(u \ln \frac{\sin\delta_i}{\sin\delta_e} - \omega \frac{h}{2\pi} J\right)$$

und weil auch $Q = \frac{F}{p} u$ ist, ergiebt sich:

$$\omega \frac{h}{2\pi} J = u\left(\ln \frac{\sin\delta_i}{\sin\delta_e} - \frac{2\pi F}{p h^2}\right).$$

Für obiges Beispiel folgt daraus

$$\omega \frac{h}{2\pi} = \left(0{,}145 - \frac{2{,}14}{p}\right) \frac{u}{2}$$

statt $= \frac{u}{2}$ nach (7); z. B. selbst mit $p = 25$ nur

$$\omega \frac{h}{2\pi} = 0{,}06 \,.\, \frac{u}{2},$$

so dass im Ausdrucke (6) von L das Product

$$\omega \frac{h}{2\pi}\left(u - \omega \frac{h}{2\pi}\right) = 0{,}116 \,.\, \frac{u^2}{4} \text{ statt } = \frac{u^2}{4}$$

wird, somit auch

$$\eta = 0{,}116 \,.\, 0{,}466\, \varepsilon m - \mu = 0{,}054\, \varepsilon m - \mu,$$

also fast verschwindend. Dabei ist die Umlaufzahl

$$n = 9{,}55\, \omega = 9{,}55 \,.\, 0{,}06 \frac{\pi u}{h}$$

$$= 0{,}573 \frac{\pi}{h} \sqrt{2 g m H} = 14{,}5 \sqrt{H}.$$

Die Richtung der absoluten Ausflussgeschwindigkeit ist, wie man sich leicht überzeugt, erheblich gegen die Verticale geneigt, in von innen nach aussen zunehmendem Grade und überall entgegengesetzt dem Sinne von v.

Es ist zwar nicht ausgeschlossen, dass andere Verhältnisse bessere Ergebnisse liefern, auch hätte p für verschiedene Axenabstände r im Allgemeinen verschieden gross angenommen werden sollen; indessen ist diese

Turbine offenbar im Princip so mangelhaft, dass auf die weitere Untersuchung verzichtet werden mag. Um sie zu verbessern, wäre das constante Steigungsverhältniss der schraubenflächigen Schaufeln durch ein so veränderliches zu ersetzen, dass die Canalquerschnitte im Sinne der Wasserbewegung abnehmen und dadurch eine Ueberdruckwirkung ermöglicht wird.

§. 41. Innenschlächtige Ueberdruckturbinen.

Die innenschlächtige Vollturbine mit Ueberdruckwirkung, nach ihrem Erfinder Fourneyron-Turbine genannt, ist die erste Turbine von solcher Vollkommenheit, dass sie mit den schon früher ausgebildeten verticalen oder Wasserrädern im engeren Sinne bezüglich des Wirkungsgrades gleichwerthig, bezüglich der Verwerthbarkeit fast beliebig grosser Gefälle aber ihnen überlegen ist. Sie verdankt ihre Entstehung zunächst einem im Jahre 1826 von der Société d'encouragement in Paris ausgeschriebenen Preise für die Herstellung von Turbinen, welche den oberschlächtigen und Poncelet-Rädern in Beziehung auf den Wirkungsgrad gleich kommen sollten, dabei aber geringeres Gewicht haben und weniger Raum einnehmen, als jene unter sonst gleichen Umständen. Nachdem schon Poncelet in demselben Jahre 1826 ein horizontales Wasserrad von ähnlicher Beschaffenheit wie sein bekanntes verticales Rad (§. 27) vorgeschlagen hatte, bei welchem wie bei diesem das Wasser an einem Theile des äusseren Umfanges fast tangential eintreten, dann aber, durch den Radkranz hindurchfliessend, innen mit sehr kleiner Geschwindigkeit ausfliessen sollte, wurde bei Eröffnung der Preisbewerbungen am 1. Mai 1827 nur die Arbeit des Ingenieurs Burdin als beachtenswerth, indessen doch nicht als vollständig genügend anerkannt, weshalb der Concurs bis zum 1. Juli 1829 ausgedehnt wurde. Die vollständige und preisgekrönte Lösung gelang dann dem Civilingenieur Fourneyron zu Besançon. Bei der Einreichung seiner Concurs-Arbeit konnte er schon auf 3 gelungene Ausführungen hinweisen; das grösste Aufsehen machte aber die bald nachher zu St. Blasien im Schwarzwalde in Betrieb gesetzte Hochdruck-Fourneyron-Turbine, welche bei nur 0,55 Mtr. Durchmesser eine Arbeitstärke von $N = 30$ bis 40 Pferden besass, indem sie ein ungewöhnlich grosses Gefälle $H = 108$ Mtr. bei $n = 2300$ Umläufen verwerthete.

Was die Annahmen betrifft, von welchen zur Berechnung der Hauptelemente einer solchen Turbine nach §. 32 passend ausgegangen wird, so kann

$$\frac{r_2}{r_1} = 1,2 \text{ bis } 1,5$$

angenommen werden, um so grösser, je kleiner r_1, ferner

$$b_2 = b \text{ und } \alpha = 25^0 \text{ bis } 30^0,$$

dieser Winkel um so grösser, je grösser Q und je kleiner H gegeben ist, auch je kleiner die Charakteristik m angenommen wird. Mit solchen Annahmen ist die verhältnissmässige Grösse des durch die Ausflussgeschwindigkeit u_2 bedingten Gefällverlustes durchschnittlich ungefähr ebenso gross, wie bei seitenschlächtigen Ueberdruckturbinen (§. 38) mit $\alpha = 20^0$. Wird nämlich in Gl. (18), §. 31, vorläufig nur

$$b_2 = b \text{ und } \frac{k k_1}{k_2} = k'$$

gesetzt, so folgt

$$tg\,\delta = m \frac{\varphi}{\varepsilon} k' \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 sin\,2\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

damit und mit §. 31, Gl. (2) und (7):

$$u_2 = v_2\,tg\,\delta = \frac{r_2}{r_1}\,\frac{\varepsilon}{cos\,\alpha}\sqrt{\frac{g\,H}{2\,m}}\,.\,m\,\frac{\varphi}{\varepsilon}\,k'\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 sin\,2\,\alpha$$

$$= \varphi\,k'\,\frac{r_1}{r_2}\,sin\,\alpha\,\sqrt{m\,.\,2\,g\,H}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = \left(\varphi k'\,\frac{r_1}{r_2}\,sin\,\alpha\right)^2.\,m\,H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Mit durchschnittlich $\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3}$ und $\alpha = 27^0\,30'$, $m = 0{,}5$ sowie mit $\varepsilon = 0{,}8$ und $\varphi\,k' = 0{,}9$ ergiebt sich aus (1) und (2):

$$\delta = 14^0\,32' \text{ und } \frac{u_2^2}{2g} = 0{,}049\,H.$$

Ein bestimmter Werth der Charakteristik ist übrigens bei Ueberdruckturbinen nicht wesentlich, und es kann auch statt dessen ein gewisser Winkel β zu Grunde gelegt werden. Wird mit Fourneyron $\beta = 90^0$ angenommen, so ergiebt sich für m fast genau der obige Werth $m = 0{,}5$. Die Gleichung (8), §. 31, giebt nämlich

$$\varepsilon = 2\,m\,cos^2\,\alpha = m\,(1 + cos\,2\,\alpha)$$

$$m = 0{,}508 \text{ mit } \varepsilon = 0{,}8 \text{ und } \alpha = 27^0\,30'.$$

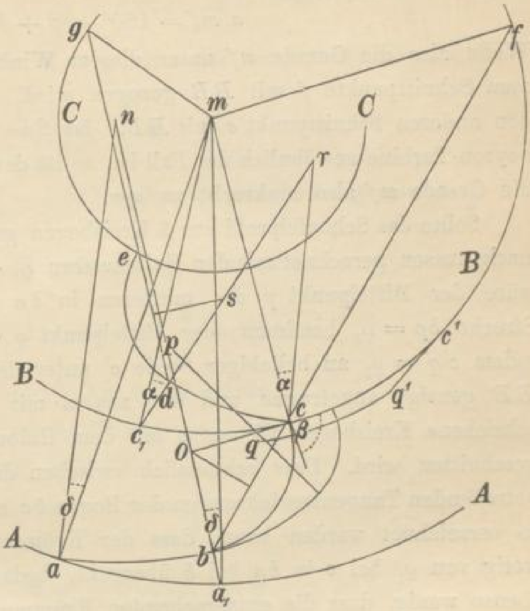
Die Zahl der Leitschaufeln kann etwas kleiner, als die Zahl der Turbinenschaufeln genommen werden, letztere etwa $= 20 + 30\,r_1$ oder nöthigenfalls so viel kleiner, dass die Canalweite a_2 nicht kleiner ausfällt, als etwa = 25 Millimeter. Dabei mag nach Redtenbacher

$$r_1 = \sqrt{\frac{Q}{\pi\,c}} = 0{,}54\,\sqrt{Q}$$

ungefähr gewählt werden, entsprechend einer Geschwindigkeit $c = 1{,}09$ Mtr. im Querschnitte πr_1^2, also einer etwas grösseren Geschwindigkeit des dem Leitrade zufliessenden Wassers. —

Figur 42 erläutert die Verzeichnung der Schaufelprofile mit Rücksicht auf möglichsten Parallelismus der Bahnen der aus den Canälen fliessenden Wassertheilchen, wobei zunächst eine Zusammensetzung dieser Profile aus Kreisbögen vorausgesetzt ist. Die concentrischen Kreise AA, BB und CC mit dem Mittelpunkte m mögen bezw. dem äusseren und inneren Umfange des Radkranzes, sowie der inneren Begrenzung der Leitschaufeln entsprechen. Der Bogen aa_1 sei ein Theilbogen, der Winkel ama_1 ein Theilwinkel:

Fig. 42.



$$ama_1 = \frac{2\pi r_2}{z_1} = \varepsilon.$$

Wenn die Geraden an und a_1n unter dem Winkel δ in gleichem Sinne bezw. gegen am und a_1m geneigt sind, so ist ihr Schnittpunkt n der Mittelpunkt des Kreisbogens ab, welcher als äusserstes Stück des durch a gehenden Schaufelprofils anzunehmen ist, und wenn dasselbe im Uebrigen durch einen einzigen anderen Kreisbogen bc gebildet werden soll, so ist die Lage seines Mittelpunktes o in a_1n durch die Bedingung bestimmt, dass dieser Bogen bc den Kreis BB unter dem Winkel β (in dem Sinne, wie die Figur anzeigt) schneiden soll. Durch den Punkt c würde auch o in leicht ersichtlicher Weise bestimmt sein; die Lage von c ergiebt sich aber durch folgende Ueberlegung. Schneidet die Gerade bc den Kreis BB zum zweiten Mal in f, so sind cmf und boc gleichschenklige Dreiecke, und ist der Winkel

$$\begin{aligned} mco &= 180^0 - mcf - ocb = 180^0 - mfb - obf \\ &= 180^0 - mfb - mbf - mbo \\ &= bmf - mbo = bmf - (bma_1 + \delta) \\ &= a_1 mf - \delta; \end{aligned}$$

weil aber, wie die Figur erkennen lässt, derselbe Winkel mco auch $= 180^0 - \beta$ ist, folgt

$$a_1 mf = 180^0 - \beta + \delta.$$

Wenn also die Gerade mf unter diesem Winkel gegen ma_1 geneigt bis zum Schnittpunkte f mit BB gezogen wird, so ergiebt die Gerade fb den anderen Schnittpunkt c mit BB. Ist $\beta = 90^0$, wie es bei der Fourneyron-Turbine gewöhnlich der Fall ist, so ist der Winkel $a_1 mf = 90^0 + \delta$, die Gesade mf also senkrecht zu $a_1 n$.

Sollte das Schaufelprofil aus 3 Kreisbogen gebildet werden, von innen nach aussen gerechnet mit den Halbmessern $\varrho_1 < bo$, $\varrho_2 > bo$ und bn, so wäre der Mittelpunkt p des mittleren in bn ohne Weiteres durch die Strecke $bp = \varrho_2$ bestimmt; der Mittelpunkt q des inneren ergiebt sich, indem $c'q' = \varrho_1$ an beliebiger Stelle c' unter dem Winkel $90^0 - \beta$ gegen BB geneigt angetragen und der aus m mit dem Halbmesser mq' beschriebene Kreisbogen $q'q$ aus p mit dem Halbmesser $pq = \varrho_2 - \varrho_1$ in q geschnitten wird. Dass schliesslich zwischen den Punkten b, c und den betreffenden Tangentenrichtungen der Bogen bc auch als empirische Curve so verzeichnet werden kann, dass der Krümmungshalbmesser möglichst stetig von ϱ_1 bei c in bn bei b übergeht, bedarf kaum der Erwähnung; ebenso wenig, dass die entsprechenden Krümmungsmittelpunkte n und o, bezw. p, q der übrigen Schaufelprofile in concentrischen Kreisen zum Mittelpunkte m gelegen sind, und zwar in Winkelabständen $= \varepsilon$.

Auf gleiche Weise kann das Profil cde einer Leitschaufel, welches die Kreise BB und CC unter den Winkeln α und 90^0 schneiden soll, verzeichnet werden. Ist hier

$$ce_1 = \frac{2\pi r_1}{z}$$

ein Theilbogen, und sind die Geraden cr und $c_1 r$ unter dem Winkel

$$\alpha = mcr = mc_1 r$$

gegen cm und $c_1 m$ geneigt, so ist ihr Durchschnittspunkt r der Mittelpunkt des Kreisbogens cd. Wird ferner die Gerade mg senkrecht zu $c_1 r$ gezogen, und ist g ihr Schnittpunkt mit dem Kreise CC, so liefert die Verbindungsgerade desselben mit dem Punkte d den Anfangspunkt e des Schaufelprofils, und die Normale im Mittelpunkte der Strecke de in ihrem Schnittpunkte s mit $c_1 r$ den Mittelpunkt des Kreisbogens de. —

Beispielsweise sei eine Fourneyron-Turbine für denselben Fall

$$N = 40 \text{ und } H = 2{,}5$$

zu entwerfen, für welchen in §. 39 die Elemente einer axialen Druckturbine bestimmt wurden. Nach §. 32 ergeben die Annahmen

$$\varepsilon = 0{,}8 \qquad \varphi = 0{,}95 \qquad \eta = 0{,}72$$

das Aufschlagwasserquantum $Q = \frac{5}{3}$, und die weiteren Annahmen

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3} \qquad b_2 = b \qquad \alpha = 30^0 \qquad \beta = 90^0$$

die Charakteristik $m = \frac{8}{15} = 0{,}533$ sowie die Geschwindigkeiten:

$$v_1 = 4{,}43 \text{ und } v_2 = \frac{4}{3} v_1 = 5{,}907$$

$$u = 5{,}115 \text{ und } w = \frac{u}{2} = 2{,}557.$$

In nahem Anschlusse an $0{,}54 \sqrt{Q} = 0{,}697$ werde

$$r_1 = 0{,}69 \text{ und } r_2 = 0{,}92$$

angenommen, ferner $z = 36$, $z_1 = 42$,

$$s = 0{,}005 \text{ und } s_1 = s_2 = 0{,}006.$$

Damit findet man weiter:

$$a = 0{,}0552 \text{ und } a_1 = 0{,}0972, \text{ sowie } b = 0{,}174$$
$$a_2 = 0{,}035 \text{ und } \delta = 17^0\,20'$$
$$u_2 = 1{,}844 \text{ und } w_2 = 6{,}188$$
$$w_1 = k_1 w_0 = k_1 \varphi w = 2{,}227.$$

Die Umlaufszahl ist $n = 9{,}55 \frac{v_1}{r_1} = 61{,}3$.

Ist endlich der Halbmesser des inneren Umfangs des Leitrades = 0,25 Mtr., und werden die Profile der Leitschaufeln aus zwei Kreisbögen mit den Radien ϱ_0 und ϱ, die Profile der Turbinenschaufeln aus zwei Kreisbögen mit den Radien ϱ_1 und ϱ_2 gebildet, so ergeben sich dieselben sowie die gesammten Bogenlängen dieser Profile aus der Zeichnung gemäss Fig. 42:

$$\varrho_0 = 0{,}325 \qquad \varrho = 0{,}57 \qquad l = 0{,}59$$
$$\varrho_1 = 0{,}18 \qquad \varrho_2 = 0{,}88 \qquad l_1 = 0{,}38.$$

Um die Leitschaufeln nicht zu nahe zusammenkommen zu lassen, mögen sie nur abwechselnd sich bis zum inneren Umfange des Leitrades erstrecken, dazwischen bis etwa zur Hälfte dieser Kranzbreite.

Die Prüfung der Angemessenheit der Annahme $\varepsilon = 0{,}8$ nach §. 33 ergiebt unter der Voraussetzung, dass die Turbine im Unterwasser umläuft und die Abflussgeschwindigkeit c_2 nahe $= 1$ Sek. Mtr. sein soll, die den Widerständen im Spalt, in der Turbine selbst und infolge des Ausflusses aus derselben entsprechenden Gefällverluste bezw.

$$= 0{,}014\,H,\ 0{,}088\,H \text{ und } 0{,}015\,H,$$

zusammen $= 0{,}117\,H$, so dass $\varepsilon = 0{,}8$ einer Widerstandshöhe des Leitrades und überhaupt der Zuleitung $= 0{,}083\,H$ entsprechen würde. Letztere zu berechnen, würde hier allzu unsichere und willkürliche Annahmen erfordern; das Wasser strömt zwischen den Leitcanälen mit anfangs verticaler Geschwindigkeit in trapezförmigen Querschnitten von vorwiegend radialer Erstreckung bis zu der horizontalen Geschwindigkeit u in rechteckigen Querschnitten $= ab$ mit vorwiegend axialer Erstreckung in kaum angebbaren doppelt gekrümmten Bahnen. Die Widerstandshöhe $= 0{,}083\,H$ ist aber mit Rücksicht auf die Rechnungsergebnisse in anderen Fällen (z. B. im Beispiele des §. 39, wo sie $= 0{,}07\,H$ gefunden wurde) so wahrscheinlich nahe zutreffend, dass die Annahme $\varepsilon = 0{,}8$ einer Correctur nicht bedürftig erscheint.

Der Annahme $\varphi = 0{,}95$ entspricht hier nach §. 34, Gl. (5) der Werth

$$\mu' s' = 0{,}0044.$$

Dabei bedeutet s' die doppelte Spaltweite, sofern der Wasserverlust sowohl nach oben wie nach unten stattfinden kann; mit einem in §. 34 als wahrscheinlich nahe zutreffend gefundenen Ausflusscoefficienten $\mu' = {}^1/_3$ würde also die Annahme $\varphi = 0{,}95$ einer Spaltweite

$$\frac{3}{2} \cdot 0{,}0044 = 0{,}0066 \text{ Mtr.}$$

entsprechen, welche in der That weder zu klein, noch auch erheblich zu gross erscheint.

§. 42. Innenschlächtige Druckturbinen.

Bei Radialturbinen mit innerer Beaufschlagung ist für keine Grösse der Charakteristik m ein zwingender Grund vorhanden, von der einfachen rechteckigen Querschnittsform ($b_2 = b$) des Radkranzes abzugehen; nur ist bei Druckturbinen der Winkel α etwas kleiner zu machen, als bei Ueberdruckturbinen, im Durchschnitt etwa

$$\alpha = 20^0, \text{ während } \varphi = 1,\ \varepsilon = 0{,}78 \text{ und } m = 0{,}84$$

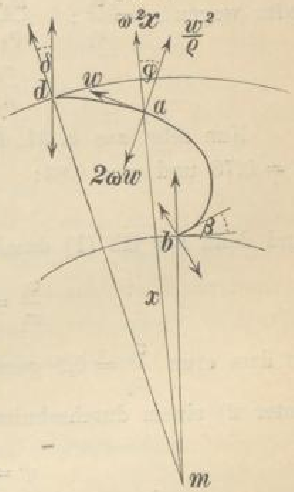
(besonders mit Rücksicht auf Partialturbinen, was ε betrifft) im Mittel anzunehmen sein mag. Nach den Gleichungen (1) und (2) im vorigen Paragraph findet man damit und mit

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3},\ k' = \frac{k k_1}{k_2} = 0{,}9:$$

$$\delta = 19^0\,18' \text{ und } \frac{u_2^{\,2}}{2g} = 0{,}025\,H.$$

Wichtig ist bei der in Rede stehenden Turbinengattung die Krümmung der Turbinenschaufeln zur Erfüllung der Forderung, dass die Wassertheilchen überall sicher von ihnen geführt werden, indem sie einen stets nach vorn gegen die concave Schaufelfläche gerichteten Druck ausüben sollen. Von den 4 Kräften, welche denselben nach §. 36 bedingen, ist hier nur die Schwerkraft parallel den Schaufelflächen gerichtet, während die übrigen, die absolute, die zusammengesetzte und die relative Centrifugalkraft an dem fraglichen Normaldrucke betheiligt sind und eine von aussen nach innen zunehmende Krümmung der Schaufeln erfordern. Ist nämlich in Fig. 43 die Curve bd ein Schaufelprofil, ϱ ihr Krümmungshalbmesser im Punkte a, dem augenblicklichen Orte eines mit der augenblicklichen relativen Geschwindigkeit w entlang fliessenden Wassertheilchens, $x = ma$ seine Entfernung vom Mittelpunkte m, so wirken auf dieses Wassertheilchen ausser der zur Ebene der Figur senkrechten Schwere pro Masseneinheit die in der Figur angedeuteten Kräfte

Fig. 43.



$$\omega^2 x,\ 2\,\omega\,w \text{ und } \frac{w^2}{\varrho}$$

bezw. = der absoluten, zusammengesetzten und relativen Centrifugalkraft, und wenn φ den Winkel zwischen den Richtungen der ersten und der letzten dieser Kräfte bedeutet, so ist der entsprechende Normaldruck, welcher stets positiv sein soll,

$$= \omega^2 x \cos\varphi - 2\,\omega\,w + \frac{w^2}{\varrho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Im Anfangspunkte b ist

$$x = r_1,\ \varphi = 180^0 - \beta,\ w = w_1$$

und es sei $\varrho = \varrho_1$; dann ist die hier zu erfüllende Bedingung:

$$-\omega^2 r_1 \cos\beta - 2\omega w_1 + \frac{w_1^2}{\varrho_1} > 0$$

oder wegen $\omega = \frac{v_1}{r_1}$: $\quad \frac{w_1^2}{\varrho_1} > \frac{v_1}{r_1}(2 w_1 + v_1 \cos\beta)$

$$\frac{r_1}{\varrho_1} > \frac{v_1}{w_1}\left(2 + \frac{v_1}{w_1}\cos\beta\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Im Endpunkte d ist

$$x = r_2,\ \varphi = \delta,\ w = w_2$$

und es sei $\varrho = \varrho_2$; die Forderung ist dann:

$$\omega^2 r_2 \cos\delta - 2\omega w_2 + \frac{w_2^2}{\varrho_2} > 0$$

oder wegen $\omega = \frac{v_2}{r_2}$: $\quad \frac{w_2^2}{\varrho_2} > \frac{v_2}{r_2}(2 w_2 - v_2 \cos\delta)$

$$\frac{r_2}{\varrho_2} > \frac{v_2}{w_2}\left(2 - \frac{v_2}{w_2}\cos\delta\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Nun folgt aus §. 31, Gl. (8) mit den obigen Mittelwerthen $\alpha = 20^0$, $\varepsilon = 0{,}78$ und $m = 0{,}84$:

$$\beta = 17^0\,30'$$

und dann aus Gl. (1) daselbst:

$$\frac{v_1}{w_1} = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\alpha} = 0{,}879,$$

so dass etwa $\frac{v_1}{w_1} = 0{,}9$ gesetzt werden kann, entsprechend gemäss §. 33 unter 2) einem durchschnittlichen Stosswinkel

$$\psi = arc\cos\frac{w_1}{w} = 12^0\,24'.$$

Die obige Bedingung (2) giebt dann

$$\frac{r_1}{\varrho_1} > 2{,}44 \text{ oder } \varrho_1 < 0{,}41\, r_1 \quad \ldots\ldots\ldots (2, a).$$

Die Bedingung (3) giebt wegen $v_2 = w_2 \cos\delta$ mit durchschnittlich $\delta = 20^0$:

$$\frac{r_2}{\varrho_2} > 1{,}05 \text{ oder } \varrho_2 < 0{,}95\, r_2 \quad \ldots\ldots\ldots (3, a).$$

Um das Schaufelprofil aus 3 Kreisbögen zusammenzusetzen (vorbehaltlich schliesslichen Ersatzes durch eine sich nahe anschliessende empirische Curve mit möglichst stetig veränderlicher Krümmung), kann analog Fig. 42 im vorigen Paragraph, wenn $a a_1$ wieder einen Theilbogen des äusseren Umfangs bedeutet, um a_1 mit einem Halbmesser $= a_2 + s_2$ ein

Kreis beschrieben und der Mittelpunkt n des äusseren Profilbogens ab so bestimmt werden, dass letzterer, durch a gehend, jenen um a_1 beschriebenen Kreis berührt, und dass sein Halbmesser $na = nb$ der Bedingung (3) mit hinlänglicher Sicherheit genügt. Wird dann der Krümmungshalbmesser ϱ_1 für den Anfangspunkt c gemäss der Bedingung (2) angenommen und $c'q'$ unter dem Winkel $90^0 - \beta$ gegen die Kreislinie BB geneigt angetragen, so ist nach den Erklärungen im vorigen Paragraph der Krümmungsmittelpunkt q im Kreisbogen $q'q$ bestimmt, sobald in bn der mittlere Krümmungsmittelpunkt p so angenommen ist, dass bp ein passender Mittelwerth ist zwischen bn und $\varrho_1 = c'q'$. —

Bei einer innenschlächtigen Partialdruckturbine kommt wesentlich in Betracht, dass das Wasser, welches in einen vom Einlaufe sich eben entfernenden Turbinencanal einfliesst, einen erheblichen Stoss gegen die vordere diesen Canal begrenzende Schaufel ausüben kann, wie schon im §. 29 bemerkt und durch Fig. 33 veranschaulicht wurde. Dieser Stoss (bei z' in Fig. 33) kann insbesondere dann den Wirkungsgrad merklich beeinträchtigen, wenn nur ein einziger Einlauf aus zwei oder drei Leitcanälen bestehend, vorhanden ist, wie z. B. bei der Schwamkrug-Turbine, jener schon im §. 28 erwähnten innenschlächtigen Partialturbine mit horizontaler Axe und Wasserzuleitung an der tiefsten Stelle des Radkranzes. Offenbar wird jener schädliche Stoss verkleinert, wenn sowohl die Schaufelzahl z_1 thunlichst gross, als auch der Krümmungshalbmesser ϱ_1 am Anfange des Schaufelprofils so gross gemacht wird, wie es die Bedingung (2) und die übrigen Umstände gestatten.

§. 43. Innenschlächtige Turbinen ohne Leitschaufeln.

So sehr auch die Leitschaufeln einer Turbine zur Erzielung eines grösstmöglichen Wirkungsgrades η wesentlich sind, kann doch ihre Weglassung in solchen Fällen gerechtfertigt sein, in welchen die Rücksicht auf möglichste Einfachheit ebenso sehr oder mehr, als die Rücksicht auf η in Betracht kommt und grosse Gefälle bei kleinen Wassermengen zur Verfügung sind. Ausser den im §. 40 besprochenen seitenschlächtigen Stossrädern sind es besonders innenschlächtige Turbinen ohne Leitschaufeln, welche gemäss bisherigen Ausführungen, meistens als Ueberdruckturbinen, in solchen Fällen gute Dienste leisten können. Dieselben brauchen nicht immer Stossräder zu sein; aus der fundamentalen Gleichung (§. 31, Gl. 3):

$$g \varepsilon H = u v_1 \cos \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1),$$

welche bekanntlich den Forderungen stossfreien Einflusses und normalen

Ausflusses entspricht, ist zunächst nur ersichtlich, dass diese beiden Forderungen nicht zugleich ohne Leitschaufeln erfüllbar sind, weil dann das Wasser als normal zur Eintrittsfläche, hier also radial zufliessend anzunehmen wäre, mit $\alpha = 90^0$ aber obiger Gleichung ein wirksames Gefälle = Null oder ein unendlich grosses Product uv_1 entsprechen würde. Auch der normale Ausfluss allein schliesst schon bei normalem Einflusse jede nützliche Arbeitsübertragung auf die Turbine aus; die Gleichung (1) wäre dann zu ersetzen durch:

$$g(\varepsilon - \varsigma) H = uv_1 \cos\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2),$$

so dass mit $\cos\alpha = 0$ das wirksame Gefälle εH ganz als Stossgefälle ςH verloren ginge, wenn nicht wieder $uv_1 = \infty$ wäre. Bei nicht normalem Ausflusse besteht aber nach §. 30, Gl. (6) die allgemeinere Beziehung:

$$g(\varepsilon - \varsigma) H = uv_1 \cos\alpha + v_2 w_2 \cos\delta - v_2{}^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3),$$

welche auch im Falle $\alpha = 90^0$ den stossfreien Einfluss ($\varsigma = 0$) nicht ausschliesst.

Hierher gehörige Turbinen sind insbesondere diejenigen von Cadiat und von Combes, die schottische oder Whitelaw'sche Turbine (gewöhnlich so bezeichnet, obschon Manouri d'Ectot schon früher ganz ähnliche in Frankreich ausgeführt hatte), und endlich Einrichtungen, welche sich mehr unmittelbar an die übliche Ausführungsform des bekannten Segner'schen Wasserrades anschliessen. Z. B. bei einer Ausführung von Althans in Vallendar* sind an einen um seine verticale Axe rotirenden, oben geschlossenen Hohlcylinder an diametral gegenüber liegenden Stellen zwei horizontale gerade Röhren (Schwungröhren) angesetzt, nahe deren geschlossenen äusseren Enden das Wasser seitlich aus durch Schieber mehr oder weniger verschliessbaren rechteckigen Oeffnungen entgegengesetzt dem Sinne der Umfangsgeschwindigkeit ausfliesst, während es dem Hohlcylinder von unten zugeführt wird durch ein Rohr, dessen aufwärts gekrümmtes Ende sich vermittels einer Stopfbüchse wasserdicht an den darin rotirenden Hohlcylinder anschliesst. Während diese Anordnung einer innenschlächtigen Ueberdruckturbine entspricht, bei welcher ausser $\alpha = 90^0$ auch $\beta = 90^0$ ist, der Einfluss des Wassers in die den Turbinencanälen entsprechenden Schwungröhren folglich mit Stoss stattfindet, lassen die übrigen genannten Turbinen einen stossfreien Einfluss zu. Von denselben möge hier nur die schottische, durch besonders compendiöse Beschaffenheit sich auszeichnende näher besprochen werden,

---

* Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik von Weisbach, V. Auflage, bearbeitet von G. Herrmann, II. Theil, 2. Abth., S. 356.

während die Turbine von Cadiat sich von einer Fourneyron-Turbine mit Wasserzuführung von oben kaum anders, als durch das Fehlen des Leitrades (sowie durch eine äussere Ringschütze zur Regulirung) unterscheidet, ähnlich die Turbine von Combes mit Wasserzuführung von unten, so dass ihre Substitution für die vollkommnere Fourneyron-Turbine kaum hinlänglich begründet erscheint.

1) Die schottische Turbine pflegt mit nur 2 bis 4 getrennten Canälen ausgestattet zu sein, deren Mittellinien no (Fig. 44) Centriwinkeln nmo von 180^0, bezw. 120^0 oder 90^0 entsprechen. Auf diese Mittellinien seien hier die Geschwindigkeiten, Schnittwinkel und Radien bezogen; von letzteren ist $mo = r_2$ etwa 3 bis 4 mal so gross, als $mn = r_1$. In der Cylinderfläche mit dem Halbmesser r_1 schneiden sich die verticalen Canalwandflächen fast scharfkantig, so dass von Störungen oder Widerständen durch Schaufeldicken hier abgesehen werden kann. Die inneren jener verticalen Canalwände bilden am Ende Klappen (qp in Fig. 44, drehbar um q) zur Regulirung der Turbine durch Aenderung der Ausflussweiten a_2. Trotz grossen Ueberdruckes des einfliessenden Wassers kann von einem Wasserverluste abgesehen ($\varphi = 1$ gesetzt) werden bei der von Redtenbacher getroffenen Anordnung: Fig. 45. In eine umlaufende Rinne an der Mündung A des Rohrs, durch welches das Wasser von unten zugeführt wird, ist zur Dichtung ein Lederstulp eingelegt, der durch den Druck des Wassers gegen die Aussenwand eines Messingringes B angepresst wird; dieser Ring selbst wird durch den Wasserdruck auf seine untere Fläche oben gegen den abgeschliffenen unteren Rand der Turbinenwand gepresst, und es wird dadurch ein wasserdichter Abschluss erzielt mit kleinerer Reibung, als dann stattfinden würde, wenn ohne den Messingring die Turbinenwand selbst, durch den Lederstulp gedichtet, in das Zuflussrohr

Fig. 44.

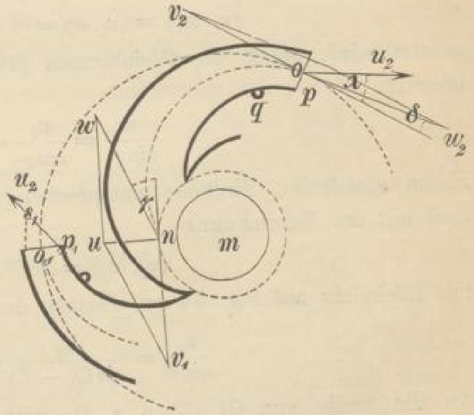
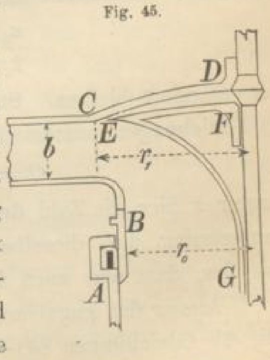


Fig. 45.



hinein reichte. Bei E zwischen dem Turbinenteller CD und der Abschlusswand EF des die Turbinenwelle umgebenden, mit stetiger Krümmung oben erweiterten feststehenden Rohres EG kann zwar auch ein Wasserverlust stattfinden; derselbe ist aber nicht von Belang, weil bei gehöriger Dichtung an der Stelle F sich der Raum zwischen CD und EF bald mit Wasser anfüllt, und ein weiterer Durchfluss bei E dadurch verhindert wird.

Ohne Wasserverlust und ohne Wirkung von Schaufeldicken ist $w_1 = w_0 = w$, und wenn der hier stets stumpfe Winkel

$$(v_1, w_1) = (v_1, w) = \beta = 180^0 - \gamma$$

gesetzt wird, gehen die Gleichungen (1), §. 31, zugleich mit $\alpha = 90^0$ über in:

$$\frac{u}{\sin\gamma} = \frac{v_1}{\cos\gamma} = w \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4),$$

einem stossfreien Einflusse entsprechend; die Gleichungen (2) daselbst sind mit der Bezeichnung

$$(u_2,\ v_2) = 180^0 - \lambda$$

mit Rücksicht auf Fig. 44 zu ersetzen durch:

$$\frac{u_2}{\sin\delta} = \frac{v_2}{\sin(\lambda - \delta)} = \frac{w_2}{\sin\lambda} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5).$$

An die Stelle von Gl. (3) a. a. O. tritt die obige Gleichung (3) mit $\alpha = 90^0$ und $\varsigma = 0$:

$$g\varepsilon H = v_2 (w_2 \cos\delta - v_2) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6),$$

während die Gleichungen

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} = mH \, . \, . \, (7) \text{ und } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (8)$$

unverändert bleiben. Statt (9)—(14) im §. 31 sind hier endlich nur die 3 Gleichungen aufzustellen:

$$Q = 2\pi r_1 b u = z a_1 b w = z a_2 b w_2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (9),$$

unter z hier die Zahl der Turbinencanäle verstanden, und unter der Voraussetzung, dass dieselben oben und unten von ebenen Wänden gebildet werden, dass also auch $b_2 = b$ ist.

Ausser den gegebenen oder angenommenen Grössen Q, H, ε enthalten die 10 Gleichungen (4)—(9) folgende 16 Elemente:

$$m \quad \frac{r_1}{r_2} \quad \gamma \quad \delta \quad \lambda \quad u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2 \quad z \quad r_1 \quad b \quad a_1 \quad a_2,$$

von welchen somit noch 6 angenommen werden können. Dazu eignen sich z. B.

$$\frac{r_1}{r_2} \quad \gamma \quad \delta \quad u \quad z \quad r_1.$$

Die üblichen Grenzen $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ und $z = 2$ bis 4 wurden schon erwähnt; r_1 ist etwas grösser, als der innere Halbmesser r_0 des Messingringes B, Fig. 45, welcher selbst bestimmt ist durch die Annahme einer passend scheinenden mittleren Geschwindigkeit u_0 in dem (mit Rücksicht auf das die Turbinenwelle umgebende Rohr) etwa $= 0{,}9 \, . \, \pi r_0^2$ zu setzenden betreffenden Querschnitte, also durch die Gleichung:

$$0{,}9 \, . \, \pi r_0^2 u_0 = Q \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10).$$

Für die Annahme von γ, δ, u ist vor allem die Rücksicht auf den daraus folgenden, nicht unnöthig gross zu machenden Werth von u_2 massgebend. Wie aus Fig. 44 unmittelbar ersichtlich, ist nämlich

$$u_2^2 = w_2^2 \sin^2\delta + (w_2 \cos\delta - v_2)^2,$$

also gemäss Gl. (6):

$$u_2^2 = \left(\frac{g\varepsilon H}{v_2} + v_2\right)^2 tg^2\delta + \left(\frac{g\varepsilon H}{v_2}\right)^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11).$$

Zunächst ist hiernach u_2 um so kleiner, je kleiner δ. Wenn aber δ ein kleiner Winkel und H nicht sehr klein, somit das zweite Glied des Ausdruckes (11) von u_2^2 überwiegend gross ist, so wird u_2 auch um so kleiner, je grösser

$$v_2 = \frac{r_2}{r_1} v_1 = \frac{r_2}{r_1} u \cot g \gamma,$$

je grösser also u und je kleiner γ angenommen wird. Die Vergrösserung von u hat freilich durch entsprechende Verkleinerung von b Vergrösserung des Reibungswiderstandes in den Canälen zur Folge, so dass es, zugleich zur Erzielung einer passenden Umlaufzahl n, in der Regel nicht rathsam sein wird, u viel $> u_0$ zu wählen. Auch ein sehr kleiner Winkel γ ist zu vermeiden, um die zu Grunde liegende Voraussetzung gleicher Verhältnisse für alle in einen Canal längs des Umfangsbogens $\frac{2\pi r_1}{z}$ einfliessenden Wassertheilchen nicht allzu ungenau werden zu lassen. Sind u und γ angenommen, so ist δ an einen entsprechenden unteren Grenzwerth gebunden, der dadurch bedingt ist, dass die Bewegung der Turbine und der Ausfluss des Wassers aus ihren Canälen sich nicht stören dürfen. In dieser Hinsicht ist zu fordern, dass während der Drehung des Rades um den Winkel $om o_1$ (Fig. 44), also während der Zeit $\frac{2\pi r_2}{z v_2}$, ein bei p_1

eben ausgeflossenes Wassertheilchen sich wenigstens bis s_1, nämlich so weit von m entfernt hat, dass es vom folgenden Canal no nicht mehr getroffen werden kann. Zu dem Ende muss der Weg jenes Wassertheilchens nach der zu w_2 senkrechten Richtung während der fraglichen Zeit $> a_2$, also

$$u_2 \sin(\lambda - \delta) \frac{2\pi r_2}{z v_2} > a_2$$

oder mit Rücksicht auf (5): $\sin\delta > \dfrac{z a_2}{2\pi r_2}$ . . . . (12)

sein.* Zunächst erscheint hierdurch die untere Grenze von δ abhängig von der wenigstens verlangten Ausflussweite a_2. Indem aber nach (9)

$$z a_2 = \frac{2\pi r_1 u}{w_2}$$

ist, folgt aus (12) auch

$$w_2 \sin\delta > \frac{r_1}{r_2} u,$$

und weil nach (6):

$$w_2 \cos\delta = \frac{g\varepsilon H}{v_2} + v_2 = \frac{r_1}{r_2}\frac{g\varepsilon H}{v_1} + \frac{r_2}{r_1} v_1$$

ist, mit $v_1 = u \operatorname{cotg}\delta$ endlich die Bedingung:

$$\operatorname{cotg}\delta < \frac{g\varepsilon H}{u v_1} + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \frac{v_1}{u}$$

$$< \frac{g\varepsilon H}{u^2} \operatorname{tg}\gamma + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \operatorname{cotg}\gamma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13).$$

Mit den von solchen Gesichtspunkten angenommenen 6 Elementen $\frac{r_1}{r_2}$, γ, δ, u, z, r_1 findet man m aus (7), v_1 und w aus (4), v_2 aus (8), w_2 aus (6), λ und u_2 aus (5).

---

* Streng genommen muss schon während der Drehung des Rades um den Winkel oms_1, Fig. 44, das bei p_1 eben ausgeflossene Wassertheilchen nach s_1 gelangt, also

$$u_2 \sin(\lambda - \delta) \frac{\dfrac{2\pi r_2}{z} - a_2\left(\dfrac{\pi}{2} + \delta - \lambda\right)}{v_2} > a_2$$

$$\frac{2\pi r_2}{z} > a_2\left(\frac{1}{\sin\delta} + \frac{\pi}{2} + \delta - \lambda\right)$$

sein. Indem aber δ nur etwa $= 5^0$, $\lambda = 15^0$ zu sein pflegt, ist

$$\frac{\pi}{2} + \delta - \lambda \text{ nahe } = 1{,}4 \text{ so klein gegen } \frac{1}{\sin\delta} = 11{,}5,$$

dass obiger Gleichung (12) nur mit wenig überschüssiger Sicherheit entsprochen zu werden braucht.

Die Mittellinie eines Turbinencanals kann als eine Curve, welche die in den bezüglichen Umfangskreisen im Winkelabstande $= \frac{360^0}{z}$ gelegenen Punkte n und o (Fig. 44) verbindet und jene Kreise unter den Winkeln γ und δ schneidet, aus freier Hand oder nach willkürlichen Regeln gezeichnet werden. Kreise, welche um n, o und um Zwischenpunkte dieser Mittellinie no mit Halbmessern $= \frac{a_1}{2}, \frac{a_2}{2}$, bezw. = passenden Zwischenwerthen beschrieben werden, können dann dazu dienen, die Profile der krummen Canalwände so zu zeichnen, dass sie (ev. verlängert) fragliche Kreise umhüllen, wobei aber zu Gunsten der Stetigkeit von Richtungs- und Querschnittsänderungen nöthigenfalls einerseits zugegeben, andererseits weggenommen werden mag, so dass die einzuhüllenden Kreise von dem einen Profil eben schon geschnitten, wenn sie vom anderen nicht ganz erreicht werden.

Beispielsweise sei $Q = 0{,}1$ und $H = 12$, nach vorläufiger Annahme $\varepsilon = 0{,}75$. Ferner sei

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3} \qquad z = 3 \qquad u_0 = 1{,}5.$$

Aus (10) folgt dann $r_0 = 0{,}153$, so dass

$$r_1 = 0{,}18 \text{ und } r_2 = 0{,}54$$

passend festzusetzen sind. Mit den weiteren Annahmen:

$$u = 2,\ \gamma = 45^0 \text{ und } \delta = 2^0\,30',$$

indem die Bedingung (13) nur $\delta > 1^0\,50'$ verlangt, würde sich dann aus (4) bis (8) ergeben:

$$m = 0{,}017 \qquad v_1 = 2 \qquad w = 2{,}828 \qquad v_2 = 6$$

$$w_2 = 20{,}74 \qquad \lambda = 3^0\,31' \qquad u_2 = 14{,}75 \qquad \frac{u_2^{\,2}}{2g} = 11{,}09.$$

Die Ausflussgeschwindigkeitshöhe ergäbe sich also $> \varepsilon H$ und würde eine Nutzleistung ausschliessen. Da die Verkleinerung von δ nicht in Frage kommen kann (das erste Glied mit δ im Ausdrucke (11) von $u_2^{\,2}$ ist überhaupt hier verschwindend klein gegen das zweite), auch die Vergrösserung von u mit Rücksicht auf b nicht räthlich erscheint, bleibt nur übrig, γ wesentlich kleiner anzunehmen. Sollte dadurch

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} \text{ auf } 0{,}2\,H = 2{,}4$$

reducirt werden, was einen Werth von ε höchstens etwa $= 0{,}7$ zulassen dürfte, so ergäbe sich aus (11) bei Abstraction von dem Gliede mit δ:

$$v_2 = 12, \text{ also } v_1 = 4 \text{ und } \gamma = arctg\frac{u}{v_1} = 26^0\,34'.$$

Hiernach werde (ausser $z = 3$, $r_1 = 0{,}18$, $r_2 = 0{,}54$ und $u = 2$) angenommen:

$$\gamma = 25^0, \text{ dabei } \varepsilon = 0{,}7.$$

Nach (13) brauchte jetzt nur $\delta < 2^0$ zu sein; bei der Geringfügigkeit des Einflusses dieses kleinen Winkels δ auf u_2 werde aber $\delta = 5^0$ angenommen. Analog obiger Rechnung findet man dann:

$$v_1 = 4{,}289 \qquad w = 4{,}733 \qquad v_2 = 12{,}87$$
$$w_2 = 19{,}34 \qquad \lambda = 14^0\,45' \qquad u_2 = 6{,}622.$$

Den verhältnissmässig grossen entsprechenden Gefällverlust

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} = 2{,}235 = 0{,}186\,H$$

muss man sich gefallen lassen, indem die weitere Verkleinerung von γ nicht erwünscht ist; ob die Annahme $\varepsilon = 0{,}7$ eine Aenderung verlangt, bleibt noch zu prüfen. Vorläufig ergeben mit den gefundenen Werthen die Gleichungen (9):

$$b = 0{,}0442 \qquad a_1 = 0{,}159 \qquad a_2 = 0{,}039$$

bei normaler Umlaufzahl:

$$n = 9{,}55\,\frac{v_1}{r_1} = 228.$$

Die Controle des angenommenen hydraulischen Wirkungsgrades $\varepsilon = 0{,}7$ ist nun aber hier um so nöthiger, als die Verhältnisse dieses Turbinensystems in so mancher Hinsicht aussergewöhnliche sind. Was zunächst die Widerstandshöhe der Zuleitungsröhre betrifft, so ergiebt sie sich nach §. 33 unter 1) bei einer Länge von 20 Mtr. und bei 1 Mtr. mittlerer Wassergeschwindigkeit = 0,071 Mtr. ohne besondere Widerstände, veranlasst z. B. durch die Richtungsänderung nach oben zur Mündung A in Fig. 45; mit Rücksicht auf einen solchen besonderen Widerstand werde die fragliche Höhe, welche hier den ganzen durch die Zuleitung verursachten Gefällverlust ϱH darstellt, angenommen zu

$$\varrho H = 0{,}15 \text{ Mtr.}$$

Ein Eintrittswiderstand, gemessen durch $\varrho_0 H$ in §. 33, kommt hier nicht in Betracht. Um so wesentlicher bei der grossen Länge = ungefähr 0,88 Mtr. und geringen Weite der Turbinencanäle ist die Widerstandshöhe $\varrho_1 H$ in ihnen, bestehend aus einer Reibungs- und Krümmungswiderstandshöhe:

$$\varrho_1 H = \zeta \frac{w_2^2}{2g} + \vartheta \frac{w^2 + w_2^2}{4g},$$

von welchen erstere nach §. 33 besonders gross = 3,355 Mtr. gefunden wird. Der Coefficient ϑ des Krümmungswiderstandes ist hier besser nach Bd. I, §. 91, Gl. (7)

$$\vartheta = 0{,}00416\, \varkappa \left(1 - \frac{r'}{\varrho'}\right) \sqrt{\frac{r'}{\varrho'}}$$

zu setzen, unter $\varkappa$ den Krümmungswinkel in Graden, r' die halbe mittlere Canalweite, und unter ϱ' den durchschnittlichen Krümmungshalbmesser der Canalmittellinie verstanden. Letzterer ergiebt sich aus der bezüglichen Zeichnung = 0,34 Mtr.; mit

$$r' = \frac{a_1 + a_2}{4} = 0{,}0495 \text{ und } \varkappa = 120^0 + \gamma - \delta = 140^0$$

ist $\vartheta = 0{,}19$ und $\vartheta \frac{w^2 + w_2^2}{4g} = 1{,}92$ Mtr.

Indem endlich der Ausflussgefällverlust der frei ausgiessenden Turbine:

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g} = \frac{u_2^2}{2g} = 2{,}235$$

ist, wenn $H_2 = \frac{c_2^2}{2g}$ (etwa = 0,05 Mtr.) angenommen wird, ergiebt sich

$$(1 - \varepsilon) H = (\varrho + \varrho_1 + \varrho_2) H = 7{,}66 = 0{,}64\, H,$$

also $\varepsilon = 0{,}36$ erheblich $< 0{,}7$.

Wenn demnach mit einem kleineren ε die Rechnung, soweit nöthig, wiederholt wird, so ist jedoch zu bedenken, dass damit nach (6) auch w_2, gemäss (11) und (5) auch v_2 und u_2 verkleinert, aus beiden Gründen ε wieder vergrössert wird. Der richtige Werth von ε liegt also zwischen 0,36 und 0,7; er werde = dem arithmetischen Mittel = 0,53 versuchsweise angenommen, ausserdem die Dimension b auf 0,05 Mtr. abgerundet. Mit Beibehaltung der Werthe von z, r_1, r_2, γ, δ findet man dann

$$\begin{array}{lll} u = 1{,}768 & v_1 = 3{,}791 & v_2 = 11{,}37 \\ w = 4{,}184 & w_2 = 16{,}92 & \lambda = 15^0\, 3' \\ u_2 = 5{,}679 & a_1 = 0{,}159 & a_2 = 0{,}0394 \end{array}$$

und $n = 201$; damit

$$(1 - \varepsilon) H = 0{,}15 + (2{,}23 + 1{,}47) + 1{,}64 = 5{,}49 = 0{,}457\, H,$$

entsprechend $\varepsilon = 0{,}543$ in so naher Uebereinstimmung mit der letzten Annahme, dass die Elemente

$$z = 3 \quad r_1 = 0{,}18 \quad r_2 = 3\,r_1 \quad \gamma = 25^0 \quad \delta = 5^0$$
$$a_1 = 0{,}159 \quad a_2 = 0{,}0394 \quad b = 0{,}05 \quad n = 200$$

endgültig als zutreffend zu betrachten sind, während $\varepsilon = 0{,}54$ gesetzt werde. Die Charakteristik m ist entsprechend $u = 1{,}768$ nur $= 0{,}013$, so dass die Turbine fast ausschliesslich durch Ueberdruck wirkt.

Was schliesslich den zu erwartenden Nutzeffect $= N$ Pferdestärken betrifft, so handelt es sich noch um den Wirkungsgrad $\eta = \varepsilon - \mu$. An μ ist hauptsächlich (mit einem Bestandtheile $= \mu_1$) die Reibung betheiligt, welche zwischen dem Messingringe B (Fig. 45) und dem unteren Rande der Turbine stattfindet. Ist r der mittlere Halbmesser, e die Breite dieser ringförmigen Reibungsfläche, P der Druck, φ der betreffende Reibungscoefficient, so ist

$$\mu_1 = \frac{\varphi P r \omega}{1000\,Q H} \text{ mit } P = 1000\,H\,.\,2\pi r e$$

bei vorläufiger Abstraction von dem diesen hydrostatischen Druck P vermindernden Einflusse des gegen die Aussenfläche des Ringes B drückenden Lederstulps. Mit etwa

$$e = 0{,}015 \text{ Mtr.}, \; r = r_0 + \frac{e}{2} = 0{,}16 \text{ und } \omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{3{,}791}{0{,}18} = 21$$

findet man $P = 181$ Kgr., $\mu_1 = 0{,}5\,\varphi$. Wenn aber mit Rücksicht auf den Einfluss des Lederstulps nur die Hälfte gerechnet und $\varphi = 0{,}16$ angenommen wird, ergiebt sich $\mu_1 = 0{,}04$. Da im Uebrigen die Axenreibung hier nicht gross ist, mag

$$\mu = 0{,}06 \text{ und } \eta = \varepsilon - \mu = 0{,}48$$

geschätzt werden, entsprechend

$$N = \frac{\eta\,.\,1000\,Q H}{75} = 7{,}7.$$

Bei diesem Beispiele ist von Erfahrungen bezüglich der passenden Verhältnisse schottischer Turbinen abgesehen worden. Mit Rücksicht auf solche oder auf die Rechnungsergebnisse einiger Beispiele wird in anderen Fällen die Rechnung kürzer ausfallen, weil die nöthigen Annahmen von vornherein zutreffender gemacht werden können. Schon das eine Beispiel lässt übrigens die Geringfügigkeit des Wirkungsgrades dieser Turbinenart erkennen.

2) Bei dem Segner'schen Rade in der zu Anfange dieses Paragraphen erwähnten Ausführung von Althans ist die relative Geschwindigkeit w_1 des Wassers in den radialen cylindrischen Schwungröhren $=$ der ebenso gerichteten absoluten Zuflussgeschwindigkeit u zu denselben,

während die relative Zuflussgeschwindigkeit $w = \sqrt{u^2 + v_1^2}$ ist, also das Stossgefälle

$$\varsigma H = \frac{v_1^2}{2g} \dots \dots \dots \dots \dots (14)$$

verloren geht. Die relative Ausflussgeschwindigkeit w_2 ist der auf die Mitten der Ausflussöffnungen bezogenen Umfangsgeschwindigkeit v_2 entgegengesetzt gerichtet, also

$$u_2 = w_2 - v_2 \dots \dots \dots \dots \dots (15).$$

Die Gleichung (3) nimmt also wegen $\alpha = 90^0$ und $\delta = 0$ die Form an:

$$g(\varepsilon - \varsigma) H = v_2 (w_2 - v_2) = u_2 v_2 \dots \dots \dots (16).$$

Dabei ist, r_2 auch auf die Mitten der Ausflussöffnungen bezogen,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \dots \dots \dots \dots \dots (17).$$

Wesentlich ist hier die Grösse der absoluten Ausflussgeschwindigkeit u_2, wie schon daraus zu erkennen ist, dass ein endlicher Werth von $(\varepsilon - \varsigma) H$ nach (16) im Falle $u_2 = 0$ einer unendlich grossen Umfangsgeschwindigkeit v_2 entsprechen würde. Mit $\varepsilon_1 H$ werde die Summe des wirksamen Gefälles εH und der Ausflussgeschwindigkeitshöhe:

$$\varepsilon_1 H = \varepsilon H + \frac{u_2^2}{2g}$$

bezeichnet, so dass $\varepsilon_1 H =$ dem disponiblen Gefälle H nach Abzug der Widerstandshöhen ϱH, $\varrho_0 H$ und $\varrho_1 H$ für die Bewegung des Wassers bis zum Ausflusse aus der Turbine, also

$$\varepsilon_1 = 1 - \varrho - \varrho_0 - \varrho_1 \dots \dots \dots \dots (18)$$

zu setzen ist, wenn die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ für die Bewegung von der (frei ausgiessenden) Turbine bis zum Unterwasser $= \frac{u_2^2}{2g}$, also $H_2 = \frac{c_2^2}{2g}$ gesetzt wird (§. 33, Gl. 11), was in der Regel ohne in Betracht kommenden Fehler wird geschehen können; widrigenfalls wäre ε_1 um

$$\frac{1}{H}\left(H_2 - \frac{c_2^2}{2g}\right)$$

kleiner. Mit Rücksicht auf (16) und (14) ist

$$\varepsilon_1 H = \varepsilon H + \frac{u_2^2}{2g} = \varsigma H + \frac{u_2 v_2}{g} + \frac{u_2^2}{2g}$$
$$= \frac{v_1^2 + 2 u_2 v_2 + u_2^2}{2g} \dots \dots \dots (19).$$

Das aus (16) und (19) folgende Verhältniss

$$\frac{(\varepsilon - \varsigma) H}{\varepsilon_1 H} = \eta_i = \frac{2 u_2 v_2}{v_1^2 + 2 u_2 v_2 + u_2^2} \quad \ldots \ldots \ldots (20)$$

kann als ein gewisser, von Wasserverlusten, Axenreibung und von bis zum Ausflusse vorhandenen hydraulischen Widerständen abstrahirender Wirkungsgrad betrachtet werden, welcher wohl als ideeller Wirkungsgrad bezeichnet wird.* Um ihn als Function von u_2 möglichst gross zu erhalten, muss der reciproke Werth

$$\frac{1}{2 v_2}\left(\frac{v_1^2}{u_2} + 2 v_2 + u_2\right), \text{ muss also } \frac{v_1^2}{u_2} + u_2$$

ein Minimum sein, woraus folgt:

$$-\frac{v_1^2}{u_2^2} + 1 = 0; \; u_2 = v_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (21)$$

und entsprechend $\eta_i = \dfrac{2 v_2}{v_1 + 2 v_2 + v_1} = \dfrac{v_2}{v_1 + v_2} = \dfrac{r_2}{r_1 + r_2} \quad \ldots \ldots (22)$

$$\eta = (\varepsilon - \varsigma) - \mu = \varepsilon_1 \eta_i - \mu = \frac{\varepsilon_1 r_2}{r_1 + r_2} - \mu \quad \ldots \ldots (23).$$

Wenn H und Q gegeben sind, kann man zunächst mit einer angenommenen mittleren Strömungsgeschwindigkeit u_0 des Wassers in dem rotirenden verticalen Hohlcylinder dessen inneren Halbmesser r_1 aus der Gleichung

$$Q = \pi r_1^2 u_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (24)$$

berechnen, wobei zugleich die Forderung massgebend sein mag, dass der aufwärts gerichtete hydrostatische Druck auf den Hohlcylinder dem Gewichte der Turbine sammt Wasserfüllung der Schwungröhren möglichst Gleichgewicht halten soll, insoweit es nämlich ohne übermässige Vergrösserung von r_1 und damit der Stopfbüchsenreibung des in der Mündung

---

* G. Herrmann in seiner Bearbeitung der fünften Auflage von Weisbach's Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 2. Theil, 2. Abth., S. 412, findet für η_i einen Ausdruck, welcher sich von obigem Ausdrucke (20) durch einen im Zähler und im Nenner hinzukommenden Summand v_1^2 unterscheidet. Dieser Unterschied kommt darauf hinaus, dass die fundamentale Gleichung (5), §. 30, welche hier die obige Form (16) annimmt, von Herrmann mit der Modification verwendet wird, dass er w_1 an die Stelle von w setzt, eine Abweichung, welche im Falle $\varsigma = 0$ zwar keinen wesentlichen Fehler verursacht, sonst aber unzulässig ist, wie auch ohne auf die Entwickelung jener Gleichung einzugehen schon daraus geschlossen werden kann, dass diese relative Geschwindigkeit w in ihr natürlich auf dieselbe Stelle vor dem Einflusse in die Turbinencanäle bezogen werden muss wie die darin vorkommende absolute Geschwindigkeit v. Die Folgerungen Herrmann's bezüglich des Segner'schen Rades sind unter solchen Umständen wesentlich andere; z. B. im Falle $u_2 = 0$ ist ihm zufolge $\eta_i = 0{,}5$ statt $\eta_i = 0$.

des Zuflussrohrs rotirenden Hohlcylinders geschehen kann. Nachdem dann r_2 als ein Vielfaches von r_1 angenommen ist, ergiebt sich r_1 mit einem vorläufig angenommenen (erst später gemäss Gl. (18) zu controlirenden) Werthe von ε_1 aus (19) und (21), nämlich aus der Gleichung:

$$g\varepsilon_1 H = v_1(v_1 + v_2) = \frac{r_1 + r_2}{r_1} v_1^2 \quad \ldots\ldots\ldots (25),$$

damit die Umlaufzahl $n = 9{,}55\,\frac{v_1}{r_1}$,

ferner v_2 nach (17) und $w_2 = v_1 + v_2$ nach (15) und (21). Durch w_2 und einen den Umständen gemäss zu schätzenden Contractionscoefficienten α ist die Gesammtgrösse der Ausflussöffnungen

$$F_2 = \frac{Q}{\alpha w_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

bestimmt, während die Querschnittssumme F_1 der Schwungröhren etwas $< \pi r_1^2$ angenommen werden kann, so dass u etwas $> u_0$ wird.

Damit das Wasser, welches aus einer Schwungröhre ausgeflossen ist, mit der folgenden nicht zusammenstossen könne, ist hier zu verlangen, dass während der Zeit t vom Augenblicke des Ausflusses bis zum Augenblicke des möglichen Zusammenstosses eine Senkung $= \frac{gt^2}{2}$ durch die Wirkung der Schwere stattgefunden habe, welche wenigstens = der Summe des äusseren Halbmessers der Schwungröhren und der halben Höhe von F_2 ist. Fragliche Zeit t ist bei z Schwungröhren offenbar durch die Gleichung bestimmt:

$$t = \frac{\frac{2\pi r_2}{z} - u_2 t}{v_2},$$

$$\text{also } t = \frac{2}{z}\,\frac{\pi r_2}{u_2 + v_2} = \frac{2}{z}\,\frac{\pi r_2}{w_2} \ldots\ldots\ldots (27).$$

Wenn bei horizontalem Ausflusse der Forderung nicht genügt sein sollte, ist die freie Bewegung der Schwungröhren über den ausfliessenden Wasserstrahlen hinweg immer dadurch leicht herbeizuführen, dass w_2 unter einem kleinen Winkel σ abwärts geneigt wird, so dass die Summe

$$\frac{gt^2}{2} + u_2 \sin\sigma \,.\, t$$

die verlangte Grösse erhält.

Beispielsweise sei wieder $Q = 0{,}1$ und $H = 12$. Nimmt man dann etwa $r_1 = 0{,}15$ (entsprechend u_0 etwas $> 1{,}5$), $r_2 = 9\,r_1 = 1{,}35$ und $v_1 = 3$, was

$$n = 191 \text{ und nach (25): } \varepsilon_1 = 0{,}765$$

voraussetzt, so ist $v_2 = 27$ und $w_2 = 30$, mit $\alpha = {}^2/_3$ nach (26): $F_2 = 0{,}005$. Bei $z = 2$ Schwungröhren von $r = 0{,}09$ Mtr. innerem Halbmesser wäre endlich

$$F_1 = 2\pi r^2 = 0{,}0509 \text{ und } u = \frac{Q}{F_1} = 1{,}965.$$

Zur Prüfung des Werthes von ε_1 sind die Widerstandshöhen ϱH und $\varrho_1 H$ zu berechnen, da die Einflusswiderstandshöhe $\varrho_0 H$ hier ohne Bedeutung ist. Während unter ähnlichen Umständen bei dem Beispiele unter 1) $\varrho H = 0{,}15$ angenommen wurde, ist hier dieser Gefällverlust etwas grösser zu veranschlagen wegen der plötzlichen Richtungsänderung beim Einflusse aus dem verticalen Hohlcylinder in die horizontalen Schwungröhren, und zwar vermuthlich ungefähr zutreffend:

$$\varrho H = 0{,}15 + \frac{u_0^2}{2g} = 0{,}27.$$

$\varrho_1 H$ rührt her von dem Leitungswiderstande der Schwungröhren, deren Länge $= r_2 - r_1$ und Weite $= 2r$ ist, von der fast plötzlichen Richtungsänderung um 90^0 des den Ausflussöffnungen zufliessenden Wassers, und besonders vom Ausflusswiderstande der letzteren selbst, einem gewissen Widerstandscoefficienten ς entsprechend. Demgemäss kann

$$\varrho_1 H = \left(\lambda \frac{r_2 - r_1}{2r} + 1\right) \frac{u^2}{2g} + \varsigma \frac{w_2^2}{2g}$$

gesetzt werden; man findet mit $\lambda = 0{,}025$ und $\varsigma = 0{,}05$ (einem Geschwindigkeitscoefficienten $= 0{,}975$ entsprechend):

$$\varrho_1 H = 0{,}23 + 2{,}30 = 2{,}53.$$

Hiernach wäre

$$(1 - \varepsilon_1) H = (\varrho + \varrho_1) H = 2{,}8 \text{ Mtr.},$$

wenn nicht passender Weise H_2 um etwa 0,1 Mtr. $> \frac{c_2^2}{2g}$ anzunehmen und deshalb zu setzen wäre:

$$(1 - \varepsilon_1) H = 2{,}9 = 0{,}24\, H;\ \varepsilon_1 = 0{,}76$$

in Uebereinstimmung mit der Annahme. Der nach (23) resultirende Wirkungsgrad

$$\eta = 0{,}9\, \varepsilon_1 - \mu = 0{,}69 - \mu$$

könnte $= 0{,}6$ erwartet werden trotz verhältnissmässig grosser Stopfbüchsenreibung. Nach (27) findet man

$$\frac{g t^2}{2} = 0{,}1 \text{ Mtr.}$$

nur eben = dem halben äusseren Durchmesser der Schwungröhren, so dass es rathsam ist, das Wasser etwas abwärts gerichtet ausfliessen zu lassen, etwa unter $\sigma = 10^0$, so dass

$$u_2 \sin \sigma . t = 0{,}07 \text{ Mtr.}$$

wäre. Dieses Segner'sche Rad, auch fast nur durch Ueberdruck wirkend ($u = 1{,}965$ und $H = 12$ entspricht $m = 0{,}016$), erscheint für einfache und einstweilige Anlagen nicht unzweckmässig. Unerwünscht freilich ist die grosse Länge der Schwungröhren; ihre Verkürzung müsste durch Vergrösserung von n erkauft werden.

§. 44. Aussenschlächtige Ueberdruckturbinen.

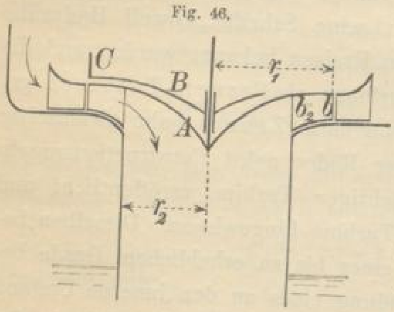
Diese Turbinen sind besonders in den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika verbreitet, wo sie im Jahre 1838 von S. B. Howd angegeben und zunächst freilich in unvollkommener Weise mit ebenen hölzernen Leitschaufeln mehrfach ausgeführt wurden. Wesentlich verbessert wurden sie vom Civilingenieur Francis zu Lowell im Staate Massachusetts; er baute 1849 daselbst zwei solche Turbinen von je 230 Pferdestärken, welche mit betreffenden Ermittelungen durch seine Schrift „Lowell Hydraulic Experiments, Boston 1855“ in weiteren Kreisen bekannt wurden und die Bezeichnung der in Rede stehenden Turbinen als Francis-Turbinen gebräuchlich machten. Unabhängig davon hatte Zeuner nahe gleichzeitig im „Civilingenieur“ die Theorie solcher Räder nebst Constructionsregeln und dem Entwurfe einer aussenschlächtigen Turbine veröffentlicht und auf die Vorzüge vor der Fourneyron-Turbine hingewiesen. Dieselben bestehen besonders in der Zulässigkeit einer bis zu erheblichem Grade beliebigen Höhenlage infolge der Anwendung eines an den inneren Umfang des Radkranzes sich anschliessenden sogenannten Saugerohrs, also in der Leichtigkeit der Anordnung als Rohrturbine mit der dadurch erreichbaren, schon im §. 30 hervorgehobenen Verkleinerung der Widerstandshöhe $\varrho_2 H$, auch in einer principiell mit der äusseren Beaufschlagung verbundenen Verkleinerung der hydraulischen Widerstandshöhe, und in einer besonders bei grossen Gefällen erwünschten geringeren Umlaufzahl n. Die mit dem Quadrat der relativen Geschwindigkeit w wachsende Reibungs- und Krümmungswiderstandshöhe für die Bewegung des Wassers durch das Laufrad ist hier nämlich insofern kleiner, als w durch die entgegenwirkende Centrifugalkraft verkleinert wird, und n ist schon deshalb unter sonst gleichen Umständen kleiner, weil die Geschwindigkeit

$$v_1 = \frac{\varepsilon}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{g H}{2 m}} \quad (\text{§. 31, Gl. 7})$$

hier nicht die innere, sondern die äussere Umfangsgeschwindigkeit des Radkranzes, somit r_1 grösser ist. Wenn freilich Zeuner bei einer vergleichenden Rechnung die Umlaufzahl der aussenschlächtigen Turbine noch nicht halb so gross fand, als die der innenschlächtigen, so war es wesentlich mit dem Umstande zuzuschreiben, dass die verschiedenen Annahmen bei jener eine grössere Charakteristik m zur Folge hatten. Damit andererseits der Ausfluss am kleineren inneren Umfange nicht einen zu grossen Halbmesser r_1 erfordere, ist es hier zweckmässig, theils den Halbmesserunterschied $r_1 - r_2$ verhältnissmässig kleiner (das Verhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ weniger von 1 verschieden) anzunehmen, theils durch Vergrösserung der Canalbreite von b aussen bis b_2 innen die Ausflussfläche zu vergrössern, wie Fig 46 andeutet.

Um durch die conoidische Gestaltung des Radtellers A, Fig. 46, den Querschnitt des Wasserstroms allmählig von der cylindrischen Ausflussfläche $= 2 \pi r_2 b_2$ in den kreisförmigen Querschnitt $= \pi r_2^2$ des Saugerohrs übergehen zu lassen und dadurch die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ so viel wie möglich zu verkleinern, ist es natürlich nöthig, jenes Rohr sich an den inneren Umfang des Turbinenradkranzes anschliessen zu lassen, nicht an den äusseren, wie es wohl geschehen ist. Die Figur lässt erkennen, wie auch sonst durch entsprechende Anordnungen möglichste Stetigkeit der Querschnitts- und Richtungsänderungen herbeigeführt werden kann.

Fig. 46.



In dieser Figur bedeutet B sinen festliegenden Schutzteller, um den Wasserdruck von der Turbine abzuhalten; er bildet in der Mitte ein Halslager für die Turbinenwelle, welche oben durch einen Kammzapfen passend aufgehängt und geführt wird. Die Regulirung ist durch eine Ringschütze vermittelt gedacht, welche, gegen den Rand C des Schutztellers abgedichtet, in den Spalt zwischen Leitrad und Laufrad herabgelassen werden kann.

Diese Regulirungsart einer Ueberdruckturbine ist mit jener im §. 37 besprochenen erheblichen Verminderung des Wirkungsgrades η bei unvollkommener Beaufschlagung (durch Senkung der Ringschütze) verbunden;

Francis selbst fand den Wirkungsgrad, welchen er bei vollständiger Schützenöffnung $= 0{,}8$ bestimmt hatte,

bei $^3/_4$ $^1/_2$ $^1/_4$ der vollen Oeffnung

nur $= 0{,}74$ $0{,}60$ $0{,}38$

trotz in jedem Falle vortheilhaftester (mit der Schützenöffnung gleichfalls abnehmender) Umlaufzahl. Nicht besser ist die Regulirung durch Verkleinerung der Ausflussweiten a aller Leitcanäle mit Hülfe einer Art von Rundschütze,*) oder auch im Falle der Anordnung als Rohrturbine die Regulirung der unteren Oeffnung des Sauge- oder Abflussrohrs durch eine Ringschütze. Vollkommen im Princip ist dagegen die selbstthätige (durch einen Centrifugalregulator vermittelte) Regulirung bei Zeidler's aussenschlächtiger Turbine,**) indem sie durch gleichzeitige Aenderung der Dimension b für Laufrad und Leitrad zugleich geschieht, so dass alle Querschnitte der Leit- und Turbinencanäle, sowie entsprechend die betreffenden Strömungsgeschwindigkeiten des Wassers stets dieselben Verhältnisse behalten, und plötzliche Geschwindigkeitsänderungen insoweit ausgeschlossen bleiben, als sie nicht von den Schaufeldicken herrühren.

Um auch die unvollkommene Regulirung einer solchen Turbine weniger nachtheilig zu machen, ist es rathsam, bei ihrer Construction die Winkel α und β so anzunehmen, dass unbeschadet der verlangten Ueberdruckwirkung die Charakteristik m nicht sehr klein, wenigstens $> 0{,}5$ wird. Nimmt man z. B.

$$\alpha = 20^0 \text{ und } \beta = 60^0,$$

so wird mit $\varepsilon = 0{,}8$ nach § 31, Gl. (8): $m = 0{,}573$. Aus Gl. (18) daselbst folgt dann, wenn

$$\frac{r_1}{r_2} = 1{,}2 \text{ und nach Schätzung } \varphi\frac{kk_1}{k_2} = 0{,}9$$

angenommen wird,

$$tg\delta = 0{,}597\,\frac{b}{b_2};\ \text{z. B. } \delta = 25^0 \text{ für } \frac{b_2}{b} = 1{,}28.$$

Den Winkel $\delta < 25^0$ zu machen, ist hier kaum räthlich, um die Canalweite a_2 nicht zu klein werden zu lassen. Aus §. 31, Gl. (2), (5) und (6) ergiebt sich hiermit:

$$u_2 = v_2\,tg\,\delta = \frac{r_2}{r_1}\,tg\,\delta\,.\,v_1 = \frac{r_2}{r_1}\,tg\,\delta\sqrt{g\,\varepsilon H\left(1-\frac{tg\alpha}{tg\beta}\right)};\quad \frac{u_2{}^2}{2g} = 0{,}048\,H.$$

Diese Verhältnisse erscheinen passend für eine Ueberwasserturbine, bei welcher der durch den Ausfluss verursachte Gefällverlust

*) Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1886, S. 47 u. Taf. III.

**) Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1876, S. 89 u. Taf. VI.

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g}$$

ist, oder auch für eine Unterwasserturbine mit

$$\varrho_2 H = \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g}.$$

Bei einer Rohrturbine dagegen, bei welcher nach §. 33, Gl. (15, a), unter c' die mittlere Geschwindigkeit im Abflussrohr verstanden, bei Abstraction von dem geringfügigen Leitungswiderstande desselben und bei geeigneter Stetigkeit des Geschwindigkeitsüberganges von $k_2 u_2$ in c' zu setzen ist:

$$\varrho_2 H = (1 - k_2)^2 \frac{u_2^2}{2g} + \frac{(c' - c_2)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (\varrho_2),$$

kann u_2 grösser, also δ grösser sein, ohne einen zu grossen Werth von $\varrho_2 H$ zur Folge zu haben.

Wären z. B. α, β und $\frac{r_1}{r_2}$ wie oben, so folgte mit $b_2 = b$:

$$\delta = arctg\ 0,597 = 30^0\ 50'; \quad \frac{u_2^2}{2g} = 0,078\ H.$$

Ferner wäre

$$\frac{c'}{u_2} = \frac{k_2 . 2\pi r_2 b}{\pi r_2^2} = 2 k_2 \frac{b}{r_2} = 2 k_2 \frac{r_1}{r_2} \frac{b}{r_1},$$

z. B. mit $\frac{b}{r_1} = 0,25$ (als durchschnittlich passendem Verhältnisse zur Bestimmung von r_1 nach §. 32, Gl. 1) und mit schätzungsweise $k_2 = 0,85$:

$$c' = 0,51\ u_2.$$

Für eine Rohrturbine wäre dann nach obiger Gleichung (ϱ_2)

$$\varrho_2 H < (1 - k_2)^2 \frac{u_2^2}{2g} + \frac{c'^2}{2g}, \text{ d. i. } < 0,283 \frac{u_2^2}{2g} \text{ oder } < 0,022\ H.$$

Weil übrigens, wie ein Blick auf Fig. 46 erkennen lässt, für die Stetigkeit der Querschnitts- und Richtungsänderungen hier die Annahme $b_2 > b$ zweckmässig ist, kann es auch vorgezogen werden, die Winkel α, β bei der Anordnung als Rohrturbine zu vergrössern, um dadurch die Krümmungswiderstände zu verkleinern, vermuthlich ohne $\varrho_2 H$ in höherem Grade zu vergrössern. Wird z. B. angenommen:

$\alpha = 25^0$ und $\beta = 75^0$, entsprechend $m = 0,557$ mit $\varepsilon = 0,8$ nach §. 31, Gl. (8), so folgt bei den Annahmen

$$\frac{r_1}{r_2} = 1,2 \qquad \frac{b_2}{b} = 1,25 \qquad \varphi \frac{kk_1}{k_2} = 0,9$$

aus den Gleichungen (18), (2), (5), und (6) a. a. O.

$$\delta = 28^0\,56' \quad \text{und} \quad \frac{u_2^2}{2g} = 0{,}074\,H.$$

Indem jetzt mit $\frac{b}{r_1} = 0{,}25$ und $k_2 = 0{,}85$ für eine Rohrturbine sich

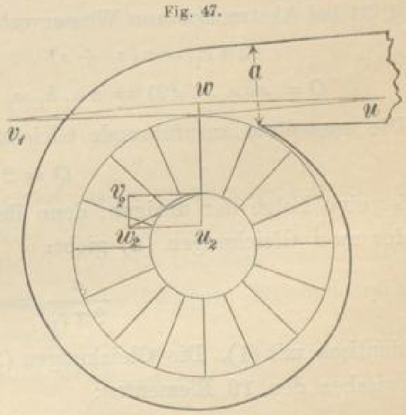
$$\frac{c'}{u_2} = \frac{k_2 .\ 2\pi r_2 b_2}{\pi r_2^2} = 2 k_2 \frac{r_1}{r_2} \frac{b_2}{b} \frac{b}{r_1} = 0{,}64$$

ergiebt, folgt aus obiger Gleichung (ϱ_2):

$$\varrho_2 H < 0{,}432 \frac{u_2^2}{2g} \text{ oder } < 0{,}032\,H. \text{ —}$$

Bemerkenswerth für Fälle kleineren Arbeitsbedarfs ist die hierher gehörige Turbine von Thomson; wenn auch im Princip unvollkommener, zeichnet sie sich besonders durch ihre Gedrungenheit, durch ihr kleines Raumbedürfniss aus. Bei verhältnissmässig grosser Kranzbreite $r_1 - r_2$ hat sie radiale Schaufeln und rotirt mit kleinem Spielraume zwischen den Seitenwänden eines Gehäuses, welchem das Wasser durch ein Rohr von rechteckigem Querschnitte in fast tangentialer Richtung zufliesst: Fig. 47; besonders an die centrale runde Oeffnung in der einen Seitenwand dieses Gehäuses (ev. an die Oeffnungen in beiden Seitenwänden) muss sich der Radkranz mit seinem inneren Umfange möglichst dicht anschliessen. Am äusseren Umfange bildet das Gehäuse einen allmählig enger werdenden Canal um die Turbine herum, indem seine Aussenwand als eine einzige Leitschaufel zu betrachten ist, durch welche das Wasser am ganzen Umfange $= 2\pi r_1$ unter einem kleinen Winkel α gegen denselben geneigt zugeführt wird, welcher, unter a die anfängliche (grösste) Canalweite verstanden, nahe durch die Gleichung

Fig. 47.



$$2\pi r_1 \sin\alpha = a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

bestimmt ist. Wenn auch ein stossfreier Einfluss unter solchen Umständen nur unvollkommen erreichbar sein wird, so wird er mit Rücksicht auf $\beta = 90^0$ doch näherungsweise durch die Erfüllung der Gleichungen:

$$u = \frac{v_1}{\cos\alpha} = \frac{w}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

gewährleistet. Noch weniger ist der Ausfluss normal; für ihn ist, um nicht einen Richtungswinkel von u_2 als weiteres Element einführen zu müssen, nur die Gleichung aufzustellen:

$$u_2^{\,2} = v_2^{\,2} + w_2^{\,2} \quad \ldots\ldots, \ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Auch verliert dadurch die Gleichung (3), §. 31, ihre Berechtigung; statt ihrer ist auf die allgemeinere Gleichung (6), §. 30, zurückzugehen, aus welcher mit $\delta = 90^0$ und $\varsigma = 0$ mit Rücksicht auf (2) folgt:

$$g\,\varepsilon\,H = u\,v_1 \cos\alpha - v_2^{\,2} = v_1^{\,2} - v_2^{\,2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

Unverändert gelten auch hier die Beziehungen:

$$\frac{u^2}{2g} = m\,H \;\ldots (5) \text{ und } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6).$$

Wenn endlich mit b die Breite des Gehäuses am Umfange, mit b_1 und b_2 ($> b_1$) die Breite der Turbinencanäle bezw. am Anfange (aussen) und am Ende (innen), mit z die Zahl und mit s die gleichförmige Dicke der Schaufeln bezeichnet wird, so gelten statt der Gleichungen (9) — (14) im §. 31 bei Abstraction von Wasserverlusten noch die folgenden Gleichungen:

$$2\pi\,r_1 = z\,(a_1 + s) \;\ldots (7); \quad 2\pi\,r_2 = z\,(a_2 + s) \;\ldots\ldots (8)$$

$$Q = a\,b\,u \;\ldots (9) = z\,a_1\,b_1\,w_1 \;\ldots (10) = z\,a_2\,b_2\,w_2 \;\ldots (11).$$

Die ausserdem anzuführende Gleichung

$$Q = 2\pi\,r_1\,b\,w$$

ist eine Folge der übrigen; denn ihre Verbindung mit (9) und der einen der zwei Gleichungen (2) giebt:

$$\frac{a}{2\pi\,r_1} = \frac{w}{u} = \sin\alpha$$

identisch mit (1). Die Gleichungen (1) — (11) sind somit 12 Beziehungen zwischen den 19 Elementen:

$$\begin{array}{cccccccccc} m & \alpha & r_1 & r_2 & a & a_1 & a_2 & b & b_1 & b_2 \\ z & s & u & u_2 & v_1 & v_2 & w & w_1 & w_2. & \end{array}$$

Anzunehmen bleiben 7 dieser Elemente oder ebenso viel weitere Beziehungen zwischen ihnen.

Sind Q, H gegeben und wird ε vorbehaltlich nachträglicher Controle angenommen, so ergeben sich z. B. durch die Annahme des Verhältnisses $r_1 : r_2$ die Umfangsgeschwindigkeiten v_1, v_2 aus (4) und (6). Die weitere Annahme des kleinen Winkels α bestimmt u und w durch die Gleichungen (2), dann m durch (5). Zur Bestimmung von r_1, wodurch r_2 mitbestimmt ist, kann von einer gewissen Umlaufzahl

$$n = 9{,}55 \frac{v_1}{r_1}$$

oder von einem erwünschten ungefähren Verhältnisse $\frac{b}{r_1}$ gemäss der Gleichung

$$Q = 2\pi r_1 b w = 2\pi r_1^2 \frac{b}{r_1} w$$

ausgegangen werden. Dann ist a durch (1), b durch (9) bestimmt; auch lassen sich jetzt passende Werthe von z und s annehmen, damit a_1 und a_2 aus (7) und (8) berechnen. Nach der Annahme von b_1 (mit Rücksicht auf die Dicke der Kranzwände und den nöthigen Spielraum zwischen den Seitenwänden des Gehäuses etwas $< b$) findet man w_1 aus (10), und schliesslich nach der Annahme von b_2 auch w_2 aus (11), u_2 aus (3).

Je grösser die Verhältnisse $\frac{r_1}{r_2}$ und $\frac{b_2}{b_1}$ angenommen werden, desto kleiner ergeben sich v_2 und w_2, desto kleiner wird somit u_2. Dabei ist aber mit Rücksicht auf den Abfluss des Wassers, je nachdem derselbe durch eine centrale Oeffnung nur der einen oder auch der anderen Gehäusewand stattfindet, zu verlangen, dass

$$2\pi r_2 b_2 < \pi r_2^2 \text{ bezw. } < 2\pi r_2^2$$

$$b < \frac{r_2}{2} \quad \text{"} \quad < r_2$$

sei. Zur Berücksichtigung von Wasserverlusten wäre φQ statt Q in den Gleichungen (10) und (11) zu setzen.

Das Betriebswasser wirkt in dieser Turbine ungefähr ebenso sehr durch Ueberdruck, wie durch seine Zuflussgeschwindigkeit. Indem nämlich u^2 nur wenig $> v_1^2$, nach (4) also auch

$$u^2 \text{ etwas } > g\varepsilon H$$

ist, folgt $\frac{u^2}{2g}$ etwas $> \frac{\varepsilon H}{2}$, m etwas $> \frac{\varepsilon}{2}$.

§. 45. Aussenschlächtige Druckturbinen. Tangentialrad.

Diese Turbinen sind vorzugsweise als Partialturbinen unter der Bezeichnung „Tangentialräder" (wegen der Kleinheit des Winkels α, unter welchem bei ihnen die Zuflussgeschwindigkeit u gegen den Radumfang geneigt ist) ausgeführt worden. Das Tangentialrad ist eine gelungene Verwirklichung jener (zu Anfange von §. 41 erwähnten) schon 1826 von Poncelet vorgeschlagenen aussenschlächtigen Partialturbine. Das Verdienst ihrer Ausbildung und Einführung in die Praxis (seit 1844) gebührt der Maschinenfabrik von Escher, Wyss & Co. in Zürich, speciell dem damaligen Leiter der betreffenden Abtheilung dieser Fabrik, Herrn Zuppinger.

Die aussenschlächtige empfiehlt sich überhaupt als Druckturbine, insbesondere zu partieller Beaufschlagung durch den Umstand, dass die Schaufelkrümmung an keine einschränkende Bedingung geknüpft ist. Der Normaldruck des an der Schaufel entlang fliessenden Wassers pro Masseneinheit desselben ist nämlich hier, wie aus Fig. 43 (§. 42) ersichtlich ist, falls darin die Richtungen der relativen Geschwindigkeit w und der zusammengesetzten Centrifugalkraft $2\,\omega\,w$ umgekehrt werden,

$$N = \frac{w^2}{\varrho} + 2\,\omega\,w + \omega^2\,x\,\cos\varphi$$

und könnte, wenn überhaupt, nur gegen das Ende am inneren Radumfange hin zugleich mit $\cos\varphi$ negativ werden. Aber selbst im Endpunkte, also für

$$x = r_2,\quad \varrho = \varrho_2,\quad w = w_2,\quad \varphi = 180^0 - \delta$$

ist wegen $\omega\,r_2 = v_2$:

$$N = \frac{w_2{}^2}{\varrho_2} + \omega\ (2\,w_2 - v_2\cos\delta)$$

stets positiv, weil $w_2\cos\delta = v_2$, also $w_2 > v_2\cos\delta$ ist.

Dieser Umstand spricht übrigens doch weniger zu Gunsten einer aussenschlächtigen Druckturbine, als die Schwierigkeit der Annahme des ihr zufliessenden Wassers als wesentlicher Nachtheil hervorzuheben ist, indem trotz fehlenden Ueberdruckes ein erheblicher Wasserverlust im Spalt nicht vermieden werden kann, falls nicht die Umdrehungszahl des Rades viel kleiner ist, als sie der Theorie zufolge sein sollte. Der Grund dieser erfahrungsmässigen Thatsache mag theils in dem schädlichen Einflusse der Schaufeldicken, gesteigert durch die Kleinheit der Winkel α, β, und in dem bei Partialturbinen unvermeidlichen Stosse der Schaufeln durch das zufliessende Wasser, theils in der besonders hinderlichen Richtung der Massenkräfte zu suchen sein: siehe Fig. 43, wo bei d die zusammengesetzte Centrifugalkraft entgegengesetzt, also auch auswärts gerichtet ist.

Tangentialräder sind, wie Partialturbinen überhaupt, bei kleinen Wassermengen und grossen Gefällen am Platze, also unter Umständen, unter welchen Vollturbinen oft allzu kleine Durchmesser und zu grosse Umdrehungszahlen erhalten, und wobei zugleich der gebotene Ausguss in die freie Luft einen im Vergleich mit H nur kleinen Gefällverlust H_2 verursacht. Erfahrungsmässig können dann Wirkungsgrade $\eta = 0{,}7$

erreicht werden bei entsprechender Winkelgeschwindigkeit der Turbine und bei voller Oeffnung der (gewöhnlich drei) Leitcanäle des Einlaufs, bezw. jedes der beiden diametral gegenüberliegenden Einläufe. Der hydraulische Wirkungsgrad ε mag $= 0{,}82$ zu setzen sein (entsprechend $\mu = 0{,}06$ und $\varphi = 0{,}927$), die Charakteristik $m = 0{,}9$ wenigstens bei grossen Gefällen H, im Vergleich mit welchen H_1 in Gl. (12), §. 30, nur klein ist. Das Verhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ werde etwas grösser angenommen, als im vorigen Paragraph für Ueberdruckturbinen angegeben wurde, um bei dem kleineren Winkel β die Schaufeln nicht zu sehr krümmen zu müssen, der Winkel δ etwas kleiner, weil hier die der Ausflussgeschwindigkeit u_2 entsprechende lebendige Kraft nicht theilweise für den Effect verwerthbar ist. Z. B. mit

$$\frac{r_1}{r_2} = 1{,}25 \text{ und } \delta = 20^0,$$

wenn ferner mit Rücksicht auf den besprochenen Wasserverlust hier

$$\varphi \frac{kk_1}{k_2} \text{ nur } = 0{,}8$$

und vorläufig, wie es üblich ist, $b_2 = b$ angenommen wird, folgt aus §. 31, Gl. (18)

$$\alpha = 7^0\ 42',$$

dagegen mit $b_2 = 1{,}25\, b$, wie es zur Vergrösserung von α vorzuziehen sein wird,

$$\alpha = 9^0\ 41'.$$

Die Gleichung (8), §. 31, liefert im letzteren Ealle

$$\beta = 17^0\ 49',$$

während aus den Gleichungen (2), (5) und (7) daselbst sich ergiebt:

$$u_2 = v_2\, tg\, \delta = \frac{r_2}{r_1}\, tg\, \delta\, \frac{\varepsilon}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{g H}{2m}}.$$

Der entsprechende verhältnissmässig kleine Werth von

$$\frac{u_2^2}{2g} = 0{,}016\ H$$

lässt erkennen, dass δ ohne wesentlichen Nachtheil auch etwas grösser zu wählen ist, wodurch zugleich α und β vergrössert werden. Z. B. die Winkel $\alpha = 12^0$, $\beta = 22^0$, $\delta = 25^0$ und die Verhältnisse $\frac{r_1}{r_2} = \frac{b_2}{b} = \frac{5}{4}$ entsprechen den vermuthlich nahe zutreffenden Coefficienten:

$$\varepsilon = 0{,}82 \qquad m = 0{,}904 \qquad \varphi \frac{kk_1}{k_2} = 0{,}832 \text{ und } \frac{u_2^2}{2g} = 0{,}027\ H.$$

Zur Bestimmung von r_1 gemäss Gl. (1,a) in der Anmerkung zu §. 32 kann $b = 0{,}25\,r_1$ angenommen werden und etwa $p = 4$ bis 6, um so grösser, je mehr es darauf ankommt, r_1 zu vergrössern und die Umlaufzahl n zu verkleinern. Die Schaufelzahl z_1 ist, wie immer bei Partialturbinen (siehe §§. 29, 42), möglichst gross zu machen, etwa gemäss der von Redtenbacher empfohlenen Regel:

$$z_1 = 35 + 50\,r_1.$$

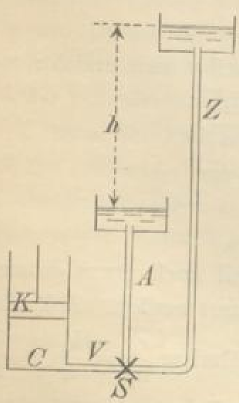
Um so mehr sollten dann die Schaufeldicken thunlichst klein gehalten werden.

IV. Wassersäulenmaschinen.

§. 46. Einleitende Bemerkungen.

Wassersäulenmaschinen sind hydraulische Kraftmaschinen, bei welchen das Betriebswasser unmittelbar durch seinen dem Gefälle entsprechenden Druck und zwar auf einen Kolben wirkt, welcher in einem Cylinder (Treibcylinder) dicht anschliessend beweglich ist. Sie werden vorzugsweise in Bergwerken bei grossen disponiblen Gefällen zur Hebung des Grubenwassers mittelst Pumpen mit lediglich hin- und hergehender Bewegung angewendet, in neuerer Zeit jedoch auch mehr und mehr zu manchen anderen Zwecken und in kleineren Verhältnissen mit rotirender Bewegung. Im ersteren Falle können sie bei verticaler Lage der Treibcylinderaxe einfach- oder doppeltwirkend mit einem Cylinder, auch einfachwirkend mit zwei Cylindern gebaut werden.

Fig. 48.



Die schematische Fig. 48 entspricht einer einfach-wirkenden eincylindrigen Maschine. Darin ist

h das disponible Gefälle = dem Höhenunterschiede des Ober- und des Unterwasserspiegels, woselbst die der Strömungsgeschwindigkeit des Wassers entsprechenden Geschwindigkeitshöhen im Vergleich mit dem hier stets erheblichen Gefälle ausser Betracht bleiben können,

C der Treibcylinder, K der Treibkolben,

Z das Zuflussrohr (Einfallrohr), A das Abflussrohr (Austragerohr) des Betriebswassers, beide zusammenlaufend bei