Theoretische Maschinenlehre

in 4 Bänden

Theorie der Kraftmaschinen

Grashof, Franz

Leipzig, 1890

a. Allgemeine Erörterungen in Betreff der Verhältnisse von Wasserrädern, insbesondere ihre Effectverluste

urn:nbn:de:bsz:31-282943

a. Allgemeine Erörterungen in Betreff der Verhältnisse von Wasserrädern, insbesondere ihrer Effectverluste.

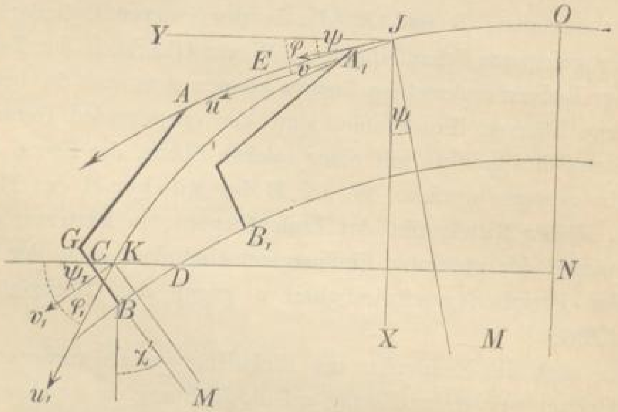
§. 13. Effectverluste, mit welchen der Einfluss des Wassers in das Rad verbunden ist.

Der wesentlichste dieser Effectverluste rührt her von dem Stosse des einfliessenden Wassers, sei es gegen die jeweils von ihm getroffene Schaufel, sei es gegen das Wasser, das in dem betreffenden Schaufelraume schon angesammelt und im unteren Theile desselben näherungsweise zu relativer Ruhe gegen das Rad gelangt ist. Behufs allgemeiner Erörterung dieses als Gefällverlust auszudrückenden Effectverlustes seien AB und A_1B_1 zwei benachbarte Schaufeln, in Figur 7 als Schaufelprofile, nämlich als Durchschnittslinien mit der zur Radaxe senkrechten Ebene der Figur sich darstellend, AB die bezüglich des Bewegungssinnes des Rades vordere, A_1B_1 die hintere Schaufel, A und A_1 die in der äusseren, B und B_1 die in der inneren Cylinderfläche des Radkranzes gelegenen Schaufelränder. Wegen Gleichheit der Verhältnisse in allen zur Radaxe senkrechten Ebenen können stets statt der betreffenden cylindrischen Flächen ihre Profile, statt der erzeugenden Geraden jener Flächen ihre Schnittpunkte mit einer solchen Ebene, der Ebene der Figur, in Betracht gezogen werden. So sei E der Mittelpunkt des Theilbogens $AA_1 = e$, J der Mittelpunkt des Einlaufbogens; in letzterem sei φ der Neigungswinkel der absoluten Einflussgeschwindigkeit u, ψ der Neigungswinkel der Peripheriegeschwindigkeit v gegen den Horizont = dem Winkel JMO.

Wenn auch die Endpunkte des Einlaufbogens als vorderer und hinterer bezeichnet werden mit Bezug auf die Richtung, in welcher der Theilbogen AA_1 am festliegenden Einlaufbogen sich vorbei bewegt, so fängt der Einfluss des Wassers in den Schaufelraum zwischen AB und A_1B_1 an, wenn A mit dem hinteren, er hört auf, wenn A_1 mit dem vorderen Endpunkte des Einlaufbogens zusammenfällt. Dabei kommen die Wassertheilchen, welche an verschiedenen Stellen des Einlauf- und des Theilbogens in den Schaufelraum einfliessen, mit verschiedenen Geschwindigkeiten, überhaupt unter verschiedenen Umständen zum Stoss, pro Gewichtseinheit verschieden grosse Effectverluste, d. h. verschieden grosse Gefällverluste bedingend. Die genauere Berücksichtigung dieser Verschiedenheiten würde auf kaum überwindliche Schwierigkeiten oder wenigstens zu Weitläufigkeiten führen, die zum Genauigkeitsbedürfnisse in

Missverhältniss ständen. Es kann aber kein in Betracht kommender Fehler dadurch verursacht werden, dass man den durchschnittlichen betreffenden Gefällverlust demjenigen gleich setzt, welcher dem mittleren Wassertheilchen der Füllung des in Rede stehenden Schaufelraumes, nämlich demjenigen entspricht, das im Punkte J in dem Augenblicke einfliesst, in welchem E mit J zusammenfällt. Dieses Wassertheilchen kommt zum Stoss, wenn die Hälfte der Wasserfüllung des betrachteten Schaufelraumes bereits zum Stoss gelangt ist, und zwar erfolgt der Stoss im Allgemeinen in einem gewissen Punkte K der Oberfläche CD des im unteren Theile des Schaufelraums schon angesammelten Wassers vom Volumen $\frac{1}{2}Fb$. Die Richtung der Einflussgeschwindigkeit u (der Winkel φ) kann immer so gewählt werden, dass der Stosspunkt K von solcher Lage ist, wie hier vorausgesetzt werden soll.

Fig. 7.



Während das mittlere Wassertheilchen unter dem Einflusse seiner Anfangsgeschwindigkeit u im Punkte J und der Schwere die parabolische Bahn JK durchläuft, welche die Richtungslinie von u in J berührt, seien die Schaufeln AB, A_1B_1 und der Punkt E in die Lagen gekommen, die in Fig. 7 angegeben sind, so dass der Bogen JE der Radperipherie $= vt$ ist, wenn t die Zeit der fraglichen Bewegung in Secunden bedeutet. Die Endgeschwindigkeit des Wassertheilchens in K sei $= u_1$, unter dem Winkel φ_1 gegen den Horizont geneigt. Die Geschwindigkeit des Radpunktes K, welche im Verhältnisse $KM:JM$ kleiner als v ist, sei mit v_1, der Neigungswinkel ihrer zu KM senkrechten Richtung gegen den Horizont mit ψ_1 bezeichnet. Ist endlich w_1 die relative Geschwindigkeit des Wassertheilchens gegen das Rad im Punkte K (die Resultante von u_1 und $-v_1$), und nimmt man an, dass diese relative Geschwindigkeit durch den Stoss verloren wird (das Theilchen plötzlich zu relativer Ruhe gegen das Rad gelangt), so ist $\frac{w_1^2}{2g}$ der Verlust an lebendiger Kraft pro 1 Kgr., d. h. der Verlust an Gefälle, welcher als durchschnittlicher Gefällverlust betrachtet werden sollte.*

Das Quadrat der relativen Geschwindigkeit w_1 als der Resultanten von u_1 und $-v_1$ ist:

$$w_1^2 = (u_1 \cos\varphi_1 - v_1 \cos\psi_1)^2 + (u_1 \sin\varphi_1 - v_1 \sin\psi_1)^2$$

oder, da von der absoluten Geschwindigkeit des Wassertheilchens nur die verticale Componente durch die Wirkung der Schwere geändert wird, also

$$u_1 \cos\varphi_1 = u \cos\varphi \quad \text{und} \quad u_1 \sin\varphi_1 = u \sin\varphi + gt$$

ist, unter g immer die Beschleunigung der Schwere verstanden,

$$w_1^2 = (u \cos\varphi - v_1 \cos\psi_1)^2 + (u \sin\varphi + gt - v_1 \sin\psi_1)^2 \ldots \quad (1).$$

Ebenso wie v und ψ (mit der Lage des Punktes J) sind auch u und φ in einem gegebenen Falle gegeben, so dass die Berechnung von w_1 nach Gl. (1) nur noch die Kenntniss der Zeit t und der Lage des Punktes K erfordert, wodurch nämlich v_1 und ψ_1 bestimmt sind. Indem aber die Coordinaten x, y von K in Beziehung auf die Axen JX (vertical) und JY (horizontal)

$$x = u \sin\varphi \, . \, t + \frac{gt^2}{2} \quad \text{und} \quad y = u \cos\varphi \, . \, t \, \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

sind, erfordert die Bestimmung von w_1 und somit des Gefällverlustes $\frac{w_1^2}{2g}$ in der That nur noch die Kenntniss von t. Eine Gleichung für t ergiebt sich durch Aufstellung eines zweiten Ausdrucks von x und seine Gleich-

* Nach einem allgemeinen Satze der Mechanik ist der Verlust an lebendiger Kraft infolge von unelastischen Stössen zwischen den materiellen Punkten eines beliebigen Systems = der Summe derjenigen lebendigen Kräfte, welche den verlorenen Geschwindigkeiten aller Punkte entsprechen, unter der vorlorenen Geschwindigkeit eines Punktes die Resultante seiner Geschwindigkeit vor dem Stoss (hier u_1) und entgegengesetzt genommenen Geschwindigkeit nach dem Stoss (hier $-v_1$) verstanden. Zu dem System gehört hier freilich auch das Rad; sofern dieses aber unter dem Einflusse der sich beständig wiederholenden Stösse und der übrigen gleich bleibenden Umstände eine constante Geschwindigkeit hat, betrifft der hier in Rede stehende Verlust an lebendiger Kraft thatsächlich nur das Wasser.

setzung mit obigem gemäss Gl. (2). Zu dem Ende sei mit ψ'' der Winkel bezeichnet, unter welchem die Sehne JE gegen JY geneigt ist, also

$$\psi'' = \psi + \frac{1}{2}\frac{JE}{JM} = \psi + \frac{1}{2}\frac{vt}{R} \dots\dots\dots (3).$$

Der Bogen $JE = vt$ ist aber immer klein genug, um ohne in Betracht kommenden Fehler seiner Sehne gleich gesetzt werden zu können, so dass, wenn k die Höhe des Punktes E über der horizontalen Geraden durch den Punkt K bedeutet, auch

$$x = vt \sin\psi'' + k \dots\dots\dots (4)$$

ist und durch Gleichsetzung beider Ausdrücke von x sich die Gleichung ergiebt:

$$g^2t^2 + 2gt(u \sin\varphi - v \sin\psi'') = 2gk \dots\dots\dots (5).$$

Vermittels dieser Gleichung kann t durch wiederholte Annäherung gefunden werden. Behufs einer ersten Näherung kann das Schaufelprofil AB in der Lage gezeichnet werden, in welcher (entsprechend $t = 0$) E mit J zusammenfällt, und $k =$ der Höhe der zusammenfallenden Punkte E, J über der horizontalen Geraden, welche mit AB und dem inneren Umfange des Radkranzes die Fläche $\frac{1}{2}F = \frac{1}{2}\varepsilon a e$ umgrenzt, berechnet oder mit dem Zirkel abgegriffen werden. Wird ferner ψ'' vorläufig $= \psi$ gesetzt, so ergiebt sich aus (5) ein erster Näherungswerth von t, mit welchem dann ein zweiter Näherungswerth gefunden werden kann, indem $JE = vt$ abgetragen, AB in der entsprechend corrigirten Lage gezeichnet und $k =$ der Höhe von E über der Horizontalen ermittelt wird, welche mit der neuen Lage von AB und dem inneren Umfange des Radkranzes die Fläche $\frac{1}{2}F$ umgrenzt, und indem auch ψ'' gemäss Gl. (3) corrigirt wird. Nöthigenfalls können noch weitere, immer genauere Werthe von t auf dieselbe Weise gefunden werden.

Beispielsweise sei für ein oberschlächtiges Rad (alle Längen auf das Meter als Einheit bezogen)

$$R = 6; \quad z = 100; \quad a = 0{,}32; \quad \varepsilon = \frac{1}{4}$$
$$\varphi = 22^0, \quad u = 5; \quad \psi = 12^0, \quad v = 2{,}5.$$

Es ist dann die Theilung $e = \frac{2\pi R}{z} = 0{,}377$ und der Theilwinkel, der mit λ bezeichnet sei,

$$\lambda = \frac{360^0}{z} = 3^0\,36'.$$

Die Schaufeln seien einfach gebrochen, bestehend aus je einer ebenen und radial gerichteten sogenannten Riegelschaufel, welche sich bis zur Mitte der Kranzbreite erstrecke, und einer gleichfalls ebenen sogenannten Stossschaufel (obschon sie den Stoss des Wassers nicht zu empfangen bestimmt ist), welche so geneigt sei, dass ihr Mittelpunktswinkel AMB = dem Theilwinkel ist, dass also A und B_1 (Fig. 7) in demselben Halbmesser des Rades liegen. (Die Figur ist der Wirklichkeit besonders deshalb nicht ganz entsprechend, weil zu ihrer grösseren Deutlichkeit die Kranzbreite zu gross gezeichnet ist.)

Wird nun zunächst der betrachtete Schaufelraum in der Lage vorausgesetzt, in welcher E mit J zuzammenfällt, so ist der Winkel OMB, der mit χ bezeichnet sei,

$$\chi = \psi + 1{,}5\,\lambda = 17^0\,24'$$

und die Höhe des in J liegenden Punktes E über B mit Rücksicht auf

$$MB = R - a = 5{,}68$$

$$p = MJ \,.\, \cos\psi - MB \,.\, \cos\chi = 0{,}449.$$

Unter der Voraussetzung, dass die horizontale Gerade, welche vom Querschnitte des Schaufelraums unterhalb die Fläche

$$\frac{\varepsilon a e}{2} = 0{,}0151$$

abschneidet, den radialen Theil der Schaufel AB (die Riegelschaufel) trifft und von ihr das Stück

$$r = BC < 0{,}16$$

abschneidet, kann die fragliche Fläche ohne in Betracht kommenden Fehler als ein rechtwinkliges Dreieck BCD betrachtet werden; ist dessen Höhe, zur Hypothenuse CD gehörig, $= q$, so ist die Kathete

$$BC = r = \frac{q}{\cos\chi}$$

und die andere Kathete $\quad BD = \dfrac{q}{\sin\chi}$,

also der Inhalt $\quad = \dfrac{1}{2}\dfrac{q}{\cos\chi}\dfrac{q}{\sin\chi} = \dfrac{q^2}{\sin 2\chi}$.

Daraus folgt $q = \sqrt{0{,}0151 \sin 2\chi} = 0{,}093$ und der entsprechende Werth von $r = 0{,}097$ bestätigt dadurch, dass er $< 0{,}16$ ist, die Voraussetzung dieser Berechnung von q.

Die Höhe von E über CD ist nun

$$k = p - q = 0{,}356$$

und mit vorläufig $\psi'' = \psi$ ist nach Gl. (5):

$$g^2 t^2 + 2gt \,.\, 1{,}353 = 6{,}985$$

$$gt = 1{,}616; \quad t = 0{,}102 \,.\, 1{,}616 = 0{,}165 \text{ Sec.}$$

$$vt = 0{,}412; \quad \frac{vt}{R} = 0{,}0687 = 3^0\, 56'.$$

Wird jetzt die Schaufel AB in solcher Lage aufgezeichnet, dass $JE = vt = 0{,}412$ ist, so ist

$$\text{Winkel } OME = \psi' = \psi + \frac{vt}{R} = 15^0\, 56'$$

$$\text{„} \quad OMB = \chi' = \chi + \frac{vt}{R} = 21^0\, 20'$$

$$p = ME \,.\, \cos\psi' - MB \,.\, \cos\chi' = 0{,}479$$

$$q = \sqrt{0{,}0151 \sin 2\chi'} = 0{,}101; \quad r = \frac{q}{\cos\chi'} = 0{,}109$$

$$k = p - q = 0{,}370 \text{ und } \psi'' = \psi + \frac{1}{2}\frac{vt}{R} = 13^0\, 58'.$$

Damit geht Gl. (5) über in:

$$g^2 t^2 + 2gt \,.\, 1{,}270 = 7{,}259$$

und giebt

$$gt = 1{,}705; \quad t = 0{,}174.$$

Begnügt man sich mit diesem einmal corrigirten Werth von t und mit $k = 0{,}37$, so ist jetzt

$$vt = 0{,}435; \quad \frac{vt}{R} = 4^0\, 10'; \quad \psi'' = 14^0\, 5',$$

damit nach Gl. (2) und (4):

$$x = vt \sin\psi'' + k = 6{,}476; \quad y = u\cos\varphi \,.\, t = 0{,}807$$

und, unter N den Durchschnittspunkt von CD mit MO verstanden,

$$MN = R\cos\psi - x = 5{,}393$$

$$NK = R\sin\psi + y = 2{,}054$$

$$MK = \sqrt{MN^2 + NK^2} = 5{,}771.$$

Der Umstand, dass $MK > MD$, nämlich $> 5{,}68$ und $< MC$, nämlich $< 5{,}68 + r = 5{,}789$ ist, bestätigt die zu Grunde liegende Voraussetzung, dass der Stoss des mittleren Wassertheilchens gegen die Oberfläche des im Schaufelraum schon angesammelten Wassers (nicht etwa unmittelbar gegen die Schaufel) stattfindet. Endlich ist jetzt

$$v_1 = \frac{MK}{R} v = 2{,}404 \text{ und } \psi_1 = arc\cos\frac{MN}{MK} = 20^0\, 51',$$

also nach Gl. (1):

$$w_1{}^2 = 13{,}12; \quad \frac{w_1{}^2}{2g} = 0{,}051\, w_1{}^2 = 0{,}669.$$

Wenn auch diese Bestimmung des durch den Stoss des einfliessenden Aufschlagwassers bedingten Gefällverlustes durch Zeichnung und Messung von Längen, Flächen und Winkeln, welche bei obigem Beispiel berechnet wurden und wegen einfacher Schaufelform ohne Schwierigkeit berechnet werden konnten, merklich erleichtert werden kann, ein Verfahren, welches für den zeichnenden Constructeur das passendste, auch hinlänglich genau und bei weniger einfacher Schaufelform fast geboten ist, so bleibt sie doch für die gewöhnlichen Bedürfnisse meistens zu zeitraubend. Mit gewöhnlich ausreichender Näherung kann es aber durch eine einfachere Regel ersetzt werden mit Rücksicht darauf, dass die Punkte K und J sehr nahe im Verhältniss zur Grösse des Rades bei einander zu liegen pflegen (viel mehr, als es gemäss der verzerrten Figur 7 der Fall zu sein scheint) und dass die Fehler sich theilweise aufheben, welche dadurch begangen werden, dass ψ_1 in Gl. (1) zu klein, also $\sin\psi_1$ zu klein, $\cos\psi_1$ zu gross gesetzt wird. Setzt man hier und in Gl. (5) näherungsweise

$$v_1 = v, \quad \psi_1 = \psi, \quad \psi'' = \psi,$$

so kann Gl. (1) in der Form geschrieben werden:

$$w_1{}^2 = (u\cos\varphi - v\cos\psi)^2 + (u\sin\varphi - v\sin\psi)^2 + g^2t^2 + 2gt(u\sin\varphi - v\sin\psi).$$

Die Summe der zwei ersten Glieder auf der rechten Seite ist $= w^2$, die Summe der letzten Glieder $= 2gk$ nach (5); also ergiebt sich

$$\frac{w_1{}^2}{2g} = \frac{w^2}{2g} + k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6),$$

d. h. der Gefällverlust durch den Stoss des einfliessenden Wassers = der Geschwindigkeitshöhe, welche der relativen Geschwindigkeit im mittleren Eintrittspunkte J entspricht, vermehrt um die Höhe dieses Punktes über dem Niveau der halben Wasserfüllung eines Schaufelraumes von solcher Lage, dass der Mittelpunkt E seines Theilbogens mit J zusammenfällt.

Im Falle des obigen Beispiels ergiebt sich nach Gl. (3) im vorigen Paragraph mit

$$\alpha = \varphi - \psi = 10^0: \quad w^2 = 6{,}630$$

und ausserdem war unter der gleichen Voraussetzung des Zusammenfallens von E mit J gefunden worden: $k = 0{,}356$. Nach der Regel (6) wäre also

$$\frac{w_1{}^2}{2g} = 0{,}051 \,.\, 6{,}63 + 0{,}356 = 0{,}694$$

um 0,025 Mtr. oder 3,74 % zu gross. Dass überhaupt die Näherungsformel (6) den Gefällverlust etwas zu gross ergeben würde, konnte erwartet werden, weil mit $\psi_1 = \psi$ das zweite Glied im Ausdrucke (1) von w_1^2 in höherem Grade zu gross, als das erste Glied zu klein gesetzt wird und als beide Glieder mit $v_1 = v$ zu klein gesetzt werden.

Ganz ebenso wie gemäss Fig. 7 für ober- und rückenschlächtige Räder ist der in Rede stehende Gefällverlust auch für mittel- und tiefschlächtige Räder zu bestimmen, wobei mit der Näherungsformel (6) in der Regel ein noch kleinerer Fehler verbunden sein wird, weil die Punkte J und K noch näher beisammen liegen. Bei tiefschlächtigen Rädern kann sogar der mit J zusammenfallende Punkt E unter das Niveau der halben Füllung des betreffenden Schaufelraums zu liegen kommen, in welchem Falle die Grösse k ihre obige Bedeutung verliert und der fragliche Gefällverlust einfach $= \frac{w^2}{2g}$ zu setzen ist. Insbesondere ist hier nur die relative Eintrittsgeschwindigkeit w massgebend bei unterschlächtigen Rädern, welche wegen des Einflusses der Schaufelstellung in dieser Hinsicht und aus anderen Gründen demnächst einer besonderen Besprechung unterzogen werden.

Uebrigens sei nachträglich auf die Fehlerhaftigkeit einiger Voraussetzungen hingewiesen, welche der vorstehenden Untersuchung stillschweigend oder ausdrücklich zu Grunde liegen. Stillschweigend wurde die Oberfläche des im Schaufelraum jeweils angesammelten Wassers als horizontale Ebene angenommen, während sie im folgenden Paragraph richtiger als Cylinderfläche erkannt werden wird, deren Krümmung mit der Winkelgeschwindigkeit des Rades zunimmt. Indessen ist dieser Umstand für die vorliegende Untersuchung in der That von nebensächlicher Bedeutung schon im Vergleich mit den Unregelmässigkeiten, welche die Wasseroberfläche während des Einfliessens darbietet und deren Berücksichtigung nicht in Frage kommen kann. Bedenklicher könnte es erscheinen, dass im Vorhergehenden angenommen wurde, das in einen Schaufelraum einfliessende Wasser verliere im Augenblick des Stosses seine relative Geschwindigkeit w_1 vollständig, während thatsächlich dem Wasser auch nach dem Stoss eine gewisse relative Geschwindigkeit gegen das Rad verbleiben wird, welche theils von unregelmässig wirbelnder, theils von regelmässig schwingender Bewegung herrühren kann. Erstere geht indessen bald durch den Uebergang in Molekularbewegungen verloren und kann einen merklichen Fehler kaum zur Folge haben; auch wenn es der Fall wäre, würde er sich der Bestimmung gänzlich entziehen.

Die schwingende Bewegung der Wasserfüllung eines Schaufelraumes kann sich länger erhalten, wird aber auch den Effectverlust durch den Stoss nicht erheblich ändern, sofern sie nur bis zum Austritt des Wassers aus dem Rade im Wesentlichen aufgehört hat. Sie hat dann nur zur Folge, dass der Druck dieser Wassermasse gegen die vordere Schaufel des betreffenden Schaufelraums abwechselnd grösser oder kleiner als bei relativer Ruhe ist, jenachdem die Schwingungsgeschwindigkeit im Sinne der Radbewegung an betreffender Stelle augenblicklich in Abnahme oder Zunahme begriffen ist, wodurch ein einigermassen zuckender ungleichförmiger Gang des Rades verursacht werden kann. Bei frei hängenden Zellenrädern wird ausserdem ein zu frühzeitiges Herausfallen des Wassers aus den Zellen durch solche Schwingungen befördert, weshalb es hier besonders wichtig ist, dieselben durch passende Form und Stellung der Schaufeln thunlichst zu verhindern; ebene bezw. gebrochene Schaufeln, welche eine eckige Zellenform zur Folge haben, sind in dieser Hinsicht stetig gekrümmten Blechschaufeln vorzuziehen. — Anders verhält es sich bei dem Poncelet-Rade, welches überhaupt in mehrfacher Hinsicht eine besondere Untersuchung erfordert; bei ihm ist zur Vermeidung des Stossverlustes die schwingende Bewegung der in einen Schaufelraum eingeströmten Wassermasse gerade beabsichtigt, und zwar eine einmalige Hin- und Herschwingung längs der fast tangential getroffenen Schaufel, wodurch es, wie sich später zeigen wird, bei entsprechender Wahl der Verhältnisse erreicht werden kann, dass die nach erfolgter Rückschwingung aus der relativen Geschwindigkeit des Wassers und der Peripheriegeschwindigkeit des Rades resultirende absolute Austrittsgeschwindigkeit des ersteren zu Gunsten grösstmöglicher Ausnutzung des disponiblen Arbeitsvermögens sehr klein wird. —

Ausser dem Effectverlust durch den Stoss können auch noch einige andere untergeordnete Effectverluste durch die Art der Wassereinführung in das Rad verursacht werden. Insbesondere ist schon die Erzeugung der Einflussgeschwindigkeit u mit einem gewissen Verlust verbunden, der von der Art der Schütze und der Leitung des Wassers von ihr bis zum Rade abhängt und nach bekannten Erfahrungen in Betreff des Ausflusses des Wassers zu beurtheilen ist. Unter ζ den resultirenden Widerstandscoefficienten verstanden, ist der betreffende Gefällverlust

$$=\zeta\frac{u^2}{2g}, \text{ entsprechend } h=(1+\zeta)\frac{u^2}{2g},$$

und zwar kann ζ bei Spann- und Ueberfallschützen im Durchschnitt $= 0{,}1$, bei Coulissenschützen $= \frac{1}{3}$ gesetzt werden, ensprechend einem Geschwindigkeitscoefficienten

$$\frac{u}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}} = 0{,}953 \text{ bezw.} = 0{,}866.$$

Ferner ist zu bemerken, dass bei Rädern, deren Schaufelräume nur nach aussen offen sind, also bei Zellenrädern und bei Schaufelrädern mit seitlich geschlossenem Kranze, ein Effectverlust durch den Luftgehalt der Schaufelräume herbeigeführt werden kann, indem, wenn der einfliessende Strahl die Eintrittsöffnung ganz schliesst, jene Luft abgesperrt und comprimirt und so der regelmässige Einfluss des Wassers gestört, bezw. erschwert wird. Bei Kropfrädern ist dieser Zustand der Luftabsperrung in der Regel zeitweilig selbst bei beliebig kleinem Einlaufbogen durch die Anordnung bedingt, wie ein Blick auf Fig. 8 erkennen lässt, da wegen des Gerinnes die Oeffnungsweite jedes in der Füllung begriffenen Schaufelraums allmählich bis Null abnimmt. Indessen lässt sich hier der Uebelstand leicht vermeiden durch sogenannte Ventilation der Schaufelräume, d. h. durch Spalten s im Radboden, welche dicht an der hinteren Schaufel jedes Schaufelraumes längs der ganzen Breite des Rades hinlaufen. Bei mittel- und tiefschlächtigen Kropfrädern sind dann diese Spalten stets so gelegen, dass ein Ausfluss von Wasser durch dieselben ausgeschlossen ist. Bei rückenschlächtigen Rädern erfordert dagegen diese Ventilation schon eine gewisse Complication zur Vermeidung von Wasserverlusten, indem etwa nach Art von Fig. 9 die Luftspalte s jeder Zelle höher hinauf unter den Boden der folgenden Zelle gerückt wird.

Fig. 8.

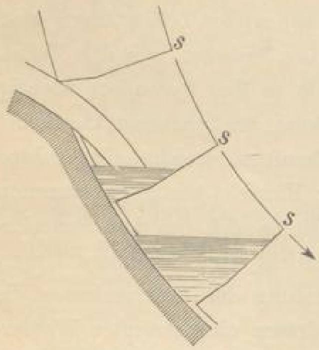
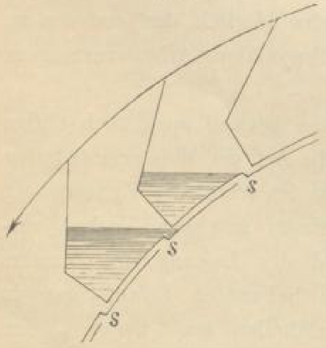


Fig. 9.



Bei oberschlächtigen Rädern wird statt einer solchen hier kaum ausführbaren Ventilation der Zellen dadurch der durch das einfliessende Wasser verdrängten Luft ein Ausweg gesichert, dass die gänzliche Absperrung der Zellenöffnung durch den Wasserstrahl infolge passender

Richtung und Dicke des letzteren unmöglich gemacht wird. Zu dem Ende wird erstens die relative Einlaufgeschwindigkeit w nahe tangential an die den Einlaufbogen passirende Schaufel, also unter dem Winkel β gegen die Radperipherie gerichtet, und zweitens die Theilung e wesentlich grösser als der Einlaufbogen gemacht. Wird letzterer mit i bezeichnet, so ist die Dicke des Wasserstrahls, welche unmittelbar vor seinem Eintritte in das Rad $= i \sin \alpha$ war, unmittelbar nach demselben im Rade selbst $= i \sin \beta$, also, da dort das Wasser die Geschwindigkeit u, hier bei gleicher Breite des Querschnitts die relative Geschwindigkeit w hat,

$$u \sin \alpha = w \sin \beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7),$$

wie auch aus dem Dreiecke ersichtlich ist, dessen Seiten $= u, v, w$ sind und in welchem der Winkel α der Seite w sowie gemäss fraglicher Bedingung der Winkel $180^0 - \beta$ der Seite u gegenüberliegt. Ist die Breite des Strahls nicht wesentlich kleiner als die Radbreite b, so ist

$$Q = b i \sin \beta \,.\, w = \varepsilon a b v$$

gemäss der Bedeutung des Füllungscoefficienten ε. Nach der zweiten Bedingung muss der hieraus folgende Werth von $i < e$, d. h.

$$i = \frac{\varepsilon a v}{w \sin \beta} < e \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

sein. Bei einfach gebrochenen Schaufeln gemäss Fig. 7 ergiebt sich der Winkel β, unter welchem die Stossschaufel die Radperipherie schneidet, folgendermassen. Ist mit Bezug auf genannte Figur G der Eckpunkt des Schaufelprofils AB an der Uebergangsstelle von der Stoss- zur Riegelschaufel, G' die Projection dieses Punktes auf den Halbmesser MA, ferner $MG = R_1$ und der Mittelpunktswinkel einer Schaufel: $AMB = \sigma$, so ist

$$tg\, \beta = \frac{AG'}{GG'} = \frac{R - R_1 \cos \sigma}{R_1 \sin \sigma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

Bei obigem Beispiele war

$$R = 6; \quad R_1 = 6 - 0{,}16 = 5{,}84; \quad \sigma = \lambda = 3^0\, 36'.$$

Damit ergiebt sich

$$tg\, \beta = 0{,}4691; \quad \beta = 25^0\, 8'.$$

Indem ferner

$$\varepsilon = \frac{1}{4}; \quad a = 0{,}32; \quad v = 2{,}5; \quad w = \sqrt{6{,}63} = 2{,}575$$

war, folgt aus (8):

$$i = 0{,}183 \text{ nahe } = \frac{1}{2} e,$$

Aus Gl. (7) folgt

$$sin\,\alpha = \frac{w}{u}\,sin\,\beta = 0{,}2187; \quad \alpha = 12^0\,38'.$$

Damit freilich eine Schaufel, während sie am Einlaufbogen sich entlang bewegt, in keiner Lage im Geringsten gegen ihre Vorderfläche gestossen werde, sollte dieser Werth von α besser auf den hinteren Endpunkt des Einlaufbogens bezogen werden, für welchen das Verhältniss $\frac{w}{u}$ nur ganz unerheblich von demjenigen verschieden ist, welches sich auf den mittleren Eintrittspunkt J bezieht. Für letzteren wird dann

$$\alpha = 12^0\,38' - \frac{1}{2}\,\frac{i}{R} = 11^0\,46'.$$

Thatsächlich war $\alpha = 10^0$ angenommen worden, und es hätte also dieser Winkel (sowie entsprechend der Winkel φ) etwas grösser sein dürfen, obschon der etwas kleinere Werth den vor Allem zu vermeidenden Stoss gegen die vorderen Schaufelflächen um so sicherer ausschliesst, während auch mit i nahe $= 0{,}5\,e$ das Entweichen der verdrängten Luft hinlänglich gesichert bleibt.

Dass, um die Verspritzung von Wasser beim Einflusse möglichst zu vermeiden, die Schaufeln solcher Räder am Rande zuzuschärfen sind, und dass, besonders wenn sie im Freien umlaufend der Einwirkung des Windes ausgesetzt sind, die Breite des einfliessenden Strahls aus demselben Grunde passend etwas kleiner als die Radbreite zu halten sein wird, bedarf kaum der Erwähnung.

§. 14. Effectverluste, welche durch die Art des Austritts des Wassers aus dem Rade veranlasst werden.

Die Effectverluste, um welche es sich hier handelt, sind ebenso wie die wesentlichsten der im vorigen Paragraph besprochenen als Gefällverluste in Rechnung zu stellen. Als ein solcher ist zunächst immer die Geschwindigkeitshöhe zu bezeichnen, welche der absoluten Austrittsgeschwindigkeit entspricht. Letztere ist die Resultante der Peripheriegeschwindigkeit v und der relativen Austrittsgeschwindigkeit, die aber mit Ausnahme des später besonders zu besprechenden Poncelet-Rades so klein zu sein pflegt, dass sie vernachlässigt werden und somit der in Rede stehende Gefällverlust

$$= \frac{v^2}{2g}$$

gesetzt werden kann. Im Uebrigen wird ein Effectverlust durch die Art des Ausflusses, und zwar durch die mittlere Höhe der Ausflussstelle über dem Unterwasserspiegel insbesondere bei freihängenden Zellenrädern verursacht. Zwar ist es unerheblich, dass solchen Rädern, wenigstens den oberschlächtigen, bei den ihrem Entwurf zu Grunde liegenden normalen Umständen (bei mittlerem Unterwasserstande) oft ein gewisser Betrag des Freihängens gegeben wird, wie schon im §. 12 erwähnt wurde, d. h. eine gewisse Höhe h_1 des tiefsten Radpunktes U über dem Unterwasserspiegel. Sehr wesentlich ist aber der Umstand, dass die Zellen solcher Räder schon früher von Wasser entleert sind und dass umsomehr das Wasser schon früher aus denselben auszufliessen anfängt, bevor sie die tiefste Stelle des Rades erreicht haben. Bei der Beurtheilung des hierdurch bedingten Gefällverlustes h_2 = der mittleren Höhe der Austrittsstelle über dem tiefsten Radpunkte U ist zu erwägen, dass die Wasseroberfläche in einer Zelle keine horizontale Ebene, sondern eine Kreiscylinderfläche mit der Radaxe paralleler und vertical darüber liegender Axe bildet, wenigstens näherungsweise mit derjenigen Annäherung, mit welcher in jedem Augenblicke die Zellenfüllung als in relativer Ruhe gegen das Rad betrachtet werden kann.

In der That ist dann diesem relativen Gleichgewicht entsprechend die Oberfläche eine Niveaufläche, also eine Fläche, deren Differentialgleichung

$$X dx + Y dy + Z dz = 0$$

ist, unter x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten irgend eines Punktes derselben und unter X, Y, Z die entsprechenden Componenten der auf die Masseneinheit wirkenden relativen bewegenden Kraft verstanden. Obige Gleichung (siehe Bd. I, §. 53, Gl. 5) drückt nämlich aus, dass die Resultante von X, Y, Z im Punkte x, y, z senkrecht zur Fläche, nämlich zu irgend einem Linienelement in derselben ist, deren Projectionen auf die Axen = dx, dy, dz sind. Die relative bewegende Kraft setzt sich zusammen aus der Schwerkraft und aus der Centrifugalkraft als erster Ergänzungskraft relativer Ruhe oder Bewegung (die zweite ist bei relativer Ruhe = Null), welche für die in der Entfernung r von der Radaxe befindliche Masseneinheit = $\omega^2 r$ ist und diese Axe rechtwinklig schneidet, unter ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades um dieselbe verstanden. Wird also hier die y-Axe in der Radaxe, die z-Axe vertical abwärts gerichtet angenommen, so dass die Kraft $\omega^2 r$ in der Ebene der x-Axe und der z-Axe liegt und $\omega^2 x$, $\omega^2 z$ ihre betreffenden Componenten sind, so ergiebt sich

$$X = \omega^2 x, \ Y = 0, \ Z = \omega^2 z + g$$

und die Differentialgleichung einer Niveaufläche, insbesondere, falls x, y, z die Coordinaten eines Punktes der Wasseroberfläche einer Zellenfüllung bedeuten, die Differentialgleichung der letzteren:

$$\omega^2 x \,.\, dx + (\omega^2 z + g)\, dz = 0,$$

woraus durch Integration als endliche Gleichung sich ergiebt:

$$\omega^2 \frac{x^2 + z^2}{2} + gz = \text{Const.}$$

$$x^2 + z^2 + 2\frac{g}{\omega^2} z = \text{Const.}$$

oder auch

$$x^2 + \left(z + \frac{g}{\omega^2}\right)^2 = \text{Const.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

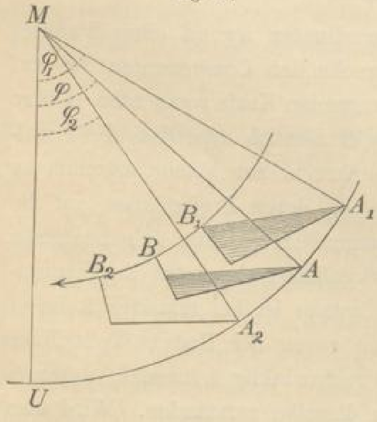
Daraus folgt, dass die Wasseroberfläche jeder Zelle eine Kreiscylinderfläche bildet, deren Axe der Radaxe parallel ist und in der Höhe

$$CM = \frac{g}{\omega^2} = g\left(\frac{30}{\pi n}\right)^2 = \frac{91{,}19}{n^2}\, g = \frac{894{,}6}{n^2} \quad \ldots\ldots\ldots (2).$$

vertical darüber liegt.

Bei grösseren Rädern pflegt ω höchstens $= 0{,}5$ (die Peripheriegeschwindigkeit v höchstens $= 0{,}5\, R$ Mtr. pro Secunde) zu sein, also CM wenigstens $= 4g =$ etwa 40 Mtr., bei kleineren Rädern wenigstens im Verhältnisse zu R nicht wesentlich kleiner. Unter diesen Umständen kann die Wasseroberfläche zwar in der Regel ohne erheblichen Fehler als Ebene betrachtet werden, aber als eine solche, welche um so mehr gegen den Horizont geneigt ist, je näher die betreffende Zelle sich der Stelle befindet, wo die Radperipherie von einer durch den Punkt C gehenden Geraden berührt wird. —

Fig. 10.



Es sei nun A_1B_1 in Fig. 10 die Lage einer Schaufel in dem Augenblicke, in welchem das von ihr getragene Wasser über den äusseren Rand derselben auszufliessen anfängt, in welchem also der aus dem vorbesprochenen Punkte C als Mittelpunkt mit dem Halbmesser CA_1 beschriebene Kreis zusammen mit dem Schaufelprofil eine Fläche umgrenzt, deren Inhalt $= F =$ dem Querschnitt einer Zellenfüllung ist. A_2B_2 sei die Lage der Schaufel, in welcher (abgesehen von adhärirendem Wasser) der Rest des von ihr getragenen

Wassers eben ganz über ihren Rand hinüber ausgeflossen ist, in welcher also ihr Profil von einem aus C mit dem Halbmesser CA_2 beschriebenen Kreise berührend umschlossen wird. AB sei eine Zwischenlage, in welcher das Wasser über den Rand A hinweg im Ausfliessen begriffen ist. Sind ferner die Winkel

$$AMU = \varphi,\ A_1MU = \varphi_1,\ A_2MU = \varphi_2$$

und bezeichnet $f(\varphi)$ den Inhalt der Fläche, welche durch das Schaufelprofil in der Zwischenlage AB und durch den aus C mit dem Halbmesser CA beschriebenen Kreis umgrenzt wird, so ist $f(\varphi)$ eine von der Schaufelform abhängige und so beschaffene Funktion, dass

$$f(\varphi_1) = F \text{ und } f(\varphi_2) = 0$$

ist. Während nun das Rad sich um den Winkel $-d\varphi$ dreht, fliesst aus der Zelle, welche von AB als vorderer Schaufel begrenzt wird, das Wasservolumen

$$-b\,.\,df(\varphi) = -bf'(\varphi)\,d\varphi,$$

unter $f'(\varphi)$ den Differentialquotienten von $f(\varphi)$ nach φ verstanden. Das Niederfallen dieses Wassers bis zur Horizontalebene durch den tiefsten Punkt U des Rades bedingt einen Arbeitsverlust

$$= \gamma\,[-\,bf'(\varphi)d\varphi]\,R\,(1 - \cos\varphi),$$

wenn γ wie immer das specifische Gewicht des Wassers bedeutet. Der Arbeitsverlust pro Zelle bei ihrem Durchgange durch den ganzen Ausgussbogen A_1A_2 ist das von $\varphi = \varphi_1$ bis $\varphi = \varphi_2$ genommene Integral dieses Ausdrucks oder das entgegengesetzte zwischen den umgekehrten Grenzen genommene Integral

$$= \gamma b R \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} f'(\varphi)\,(1 - \cos\varphi)\,d\varphi.$$

In einer Secunde treten $\frac{v}{e}$ Zellen bei A_1 in den Ausgussbogen ein, bei A_2 aus; der Arbeitsverlust pro Secunde ergiebt sich also durch Multiplication mit $\frac{v}{e}$, und weil derselbe bei der oben erklärten Bedeutung von h_2 auch $= \gamma Q h_2$ ist, folgt die Gleichung:

$$\frac{v}{e}\,\gamma b R \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} f'(\varphi)\,(1 - \cos\varphi)\,d\varphi = \gamma Q h_2$$

und daraus wegen $F = \frac{Qe}{bv}$ (§. 12, Gl. 4):

$$h_2 = \frac{R}{F} \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} f'(\varphi)\,(1 - \cos\varphi)\,d\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ (3).$$

Die Entwickelung des Integrals in diesem Ausdrucke kann erhebliche Schwierigkeiten verursachen, wenn die Schaufelform nicht ganz einfach ist und wenn zugleich der Einfluss berücksichtigt werden soll, den die Drehung des Rades auf Form und Lage der Wasseroberfläche in einer Zelle ausübt. Es entspricht aber durchaus der Näherung, die im vorigen Paragraph zur Bestimmung des Gefällverlustes $\frac{w_1^2}{2g}$ zugelassen wurde, wenn für Gl. (3) gesetzt wird:

$$h_2 = R(1 - \cos\varphi') \quad \text{. . . . .} \quad (4)$$

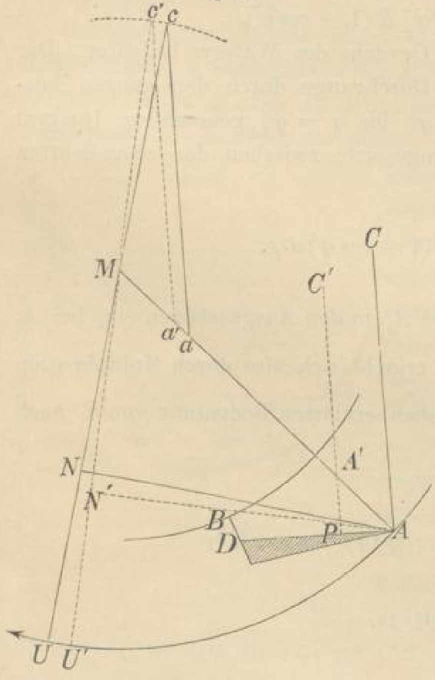
und wenn dabei der Mittelwerth φ', der streng genommen durch die Gleichung

$$F(1 - \cos\varphi') = \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} f'(\varphi)(1 - \cos\varphi)\, d\varphi$$

definirt ist, näherungsweise der Gleichung

$$f(\varphi') = \frac{1}{2} F$$

Fig. 11.

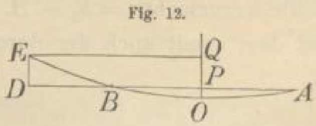


entsprechend gewählt, d. h. wenn h_2 = der Höhe von A über U gesetzt wird in der Lage, in welcher vom Schaufelprofil AB und von dem aus C mit dem Halbmesser CA beschriebenen Kreise eine Fläche $= \frac{1}{2} F$ umgrenzt wird.

Die Bestimmung von h_2 in einem gegebenen Falle geschieht am bequemsten durch Zeichnung und Messung: Figur 11, wobei der verhältnissmässig kleine Bogen AD des genannten Kreises, der sich von A bis zum zweiten Durchschnittspunkte mit dem Schaufelprofil erstreckt, in der Regel als eine zu AC senkrechte gerade Linie zu betrachten ist. Man trägt das Profil AB in beliebiger Lage in den aufgezeichneten Querschnitt des Radkranzes (mit einer zur Radaxe senkrechten Zeichnungsebene) ein und schneidet durch die Gerade AD die (in der Figur schraffirte) Fläche $= \frac{1}{2} F = \frac{1}{2} \varepsilon a e$ ab, zieht AC senkrecht zu AD bis zum Schnittpunkte C mit dem aus dem Mittelpunkte M mit dem Halbmesser $MC = \frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreise, zieht CM bis zum Schnittpunkte U mit der Radperipherie und endlich AN senkrecht zu MU; dann ist $h_2 = NU$. Wenn, was meistens der Fall sein wird, der Punkt C wegen zu grosser Entfernung von M nicht zugänglich ist, kann, unter m eine beliebige Zahl verstanden, $Ma = \frac{1}{m} MA$ gemacht und ac parallel AC gezogen werden bis zum Schnittpunkte c mit dem aus M mit dem Halbmesser $\frac{1}{m} \frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreise; die Gerade cM fällt dann mit CM zusammen.

Diese Bestimmung von h_2 enthält zwei Fehler. Der eine, welcher leicht zu berichtigen ist, beruht darauf, dass der Mittelpunkt des durch A gehenden Kreises, mit welchem das Schaufelprofil eine ebenso grosse Fläche $= \frac{1}{2} F$ umgrenzt wie mit der Geraden AD, in einer Geraden liegen muss, die nicht in A, sondern in einem gewissen mittleren Punkte P senkrecht zu AD ist, und welcher also den aus M mit dem Halbmesser $\frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreis in einem Punkte C' etwas neben C schneidet. Dieselbe Richtung $C'MU'$ wird, sofern C' in der Zeichnung unzugänglich ist, auch dadurch gefunden, dass, unter A' den Schnittpunkt von PC' mit MA verstanden, $Ma' = \frac{1}{m} MA'$ gemacht und $a'c'$ parallel PC' gezogen wird bis zum Durchschnittspunkte c' mit dem aus M mit dem Halbmesser $\frac{1}{m} \frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreise. Der Punkt c' liegt in MC' und liefert, falls die Gerade $c'M$ die Radperipherie in U' schneidet und AN' senkrecht zu ihr ist, den corrigirten Werth $N'U'$ von h_2, der etwas $< NU$ ist.

Fig. 12.



Was die Lage des Punktes P in der Strecke AD betrifft, so entspricht es sehr nahe der Forderung, wenn $AP = \frac{1}{3} AD$ gemacht wird. Ist nämlich in Fig. 12 die Gerade OPQ in P senkrecht zu AD und ist $AOBE$ ein aus einem weit entfernten in OPQ gelegenen Mittelpunkte beschriebener so flacher

Kreisbogen, dass er mit unmerklichem Fehler als Parabelbogen mit dem Scheitel O zur Axe OQ betrachtet werden kann, ist ferner DE senkrecht zu AD und EQ parallel AD,

$$AP = x, \quad DP = y, \quad OP = p, \quad OQ = q,$$

so soll P in AD so liegen, dass

$$\text{die Fläche } AOBA = \frac{2}{3} \cdot 2xp = \frac{4}{3} xp$$

$$= \text{der Fläche } BDEB = DEQP + OBP - OEQ$$

$$= y(q-p) + \frac{2}{3} xp - \frac{2}{3} yq = \frac{1}{3} yq + \left(\frac{2}{3} x - y\right) p$$

ist, dass also

$$4xp = yq + (2x - 3y)p$$

$$(2x + 3y)p = yq$$

oder wegen $p:q = x^2:y^2$

$$(2x + 3y)x^2 = y^3$$

oder mit $\frac{y}{x} = z$, dass

$$z^3 - 3z - 2 = (z+1)^2(z-2) = 0$$

ist. Die hier einzig in Betracht kommende positive Wurzel $z = \frac{PD}{PA} = 2$ bestätigt die Behauptung. Ist auch hier DE senkrecht zu AD, während in Fig. 11 die Schaufelcurve im Allgemeinen unter einem anderen als rechten Winkel von der Geraden AD in D geschnitten wird, so entspricht diesem Unterschiede doch nur eine Fläche, welche klein im Vergleich mit der selbst kleinen Fläche $AOBA$ oder $BDEB$ in Fig. 12 ist.

Was den anderen Fehler obiger Bestimmung von h_2 betrifft, so beruht er darauf, dass, wenn mit Bezug auf Fig. 10 der Gefällverlust, welcher durch den verfrühten Ausfluss der ersten Hälfte der Wasserfüllung betreffender Zelle verursacht wird, während also ihre vordere Schaufel aus der Lage $A_1 B_1$ in die $f(\varphi) = \frac{1}{2} F$ entsprechende Lage AB übergeht, $= h_2 + \Delta_1$ gesetzt wird, der durch den Ausfluss der zweiten Hälfte verursachte $= h_2 - \Delta_2$, alsdann streng genommen nicht $\Delta_1 = \Delta_2$, und dass somit auch der durchschnittliche Gefällverlust

$$= h_2 + \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{2}$$

von h_2 verschieden ist. Die vollständige Berichtigung dieses Fehlers würde auf die Bestimmung des Integrals in Gl. (3) hinauslaufen, welche eben vermieden werden sollte. Einigermassen wird er aber berichtigt, indem $\varDelta_1 = \frac{a_1}{2}$, $\varDelta_2 = \frac{a_2}{2}$, also der Gefällverlust

$$= h_2 + \frac{a_1 - a_2}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

gesetzt wird, unter a_1 die Höhe des Punktes A_1 über A,
a_2 die Höhe des Punktes A über A_2
verstanden. Diese Längen a_1 und a_2 können durch Zeichnung und Messung gefunden werden, indem ebenso wie oben entsprechend $f(\varphi) = \frac{1}{2} F$ die Strecke NU (Fig. 11) ermittelt wurde, so analoge Strecken N_1U_1 entsprechend $f(\varphi) = F$ und N_2U_2 entsprechend $f(\varphi) = 0$ bestimmt werden, womit sich dann ergiebt:

$$a_1 = N_1U_1 - NU \text{ und } a_2 = NU - N_2U_2.$$

Für das im vorigen Paragraph als Beispiel angenommene oberschlächtige Rad findet man auf solche Weise

$$h_2 = NU = 1{,}24 \text{ Mtr.}$$

und mit Rücksicht auf die Krümmung der Wasseroberfläche in den Zellen:

$$N'U' = 1{,}215 \text{ Mtr.}$$

Ferner ergiebt sich

$$N_1U_1 = 1{,}83 \text{ Mtr.}, \quad N_2U_2 = 0{,}63 \text{ Mtr.},$$

folglich

$$a_1 = 1{,}83 - 1{,}24 = 0{,}59 \text{ Mtr.}$$
$$a_2 = 1{,}24 - 0{,}63 = 0{,}61 \text{ Mtr.}$$

und somit nach Gl. (5) der mit Rücksicht auf beide Fehler corrigirte Gefällverlust

$$h_2 = 1{,}215 - 0{,}005 = 1{,}21 \text{ Mtr.}$$

Die ursprüngliche Bestimmung hat also h_2 mit $NU = 1{,}24$ Mtr. um nur 3 Centimeter oder $2{,}5\,^0/_0$ zu gross ergeben, wobei bemerkt werden muss, dass hier 3 Centimeter schon deshalb kaum ganz sicher sind, weil die Zeichnung in solchem Massstab ausgeführt wurde, in welchem 3 Centimeter durch 1 Millimeter dargestellt sind, und indem auch wegen

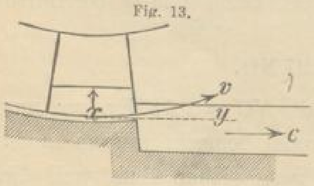
$$\frac{g}{\omega^2} = 56{,}5 \text{ Mtr.}$$

die Verjüngungszahl $\frac{1}{m}$ mit Rücksicht auf die Grösse der Zeichenfläche $= 0{,}1$ angenommen wurde. Die Berücksichtigung der Neigung der Wasseroberflächen wegen der Drehungsgeschwindigkeit des Rades war aber wesentlich. Ohne dieselbe, d. h. einem verschwindend kleinen Werthe von ω entsprechend, wäre h_2 nur = 1,00 Mtr.

Bei allen freihängenden Zellenrädern ist es besonders wichtig, diesen Gefällverlust h_2, der sich für das Beispiel fast doppelt so gross ergeben hat, als der im vorigen Paragraph bestimmte Gefällverlust $\frac{w_1^2}{2g}$, so viel wie möglich zu verkleinern. Offenbar ist er um so kleiner, je kleiner ω ist, je mehr die Schaufeln im Sinne des Radumfangs gestreckt sind und je kleiner der Füllungsquerschnitt F der einzelnen Zelle, je kleiner also der Füllungscoefficient ε, je kleiner die Kranzbreite a und je kleiner die Theilung e, bezw. je grösser die Schaufelzahl ist. —

Bei Kropfrädern, überhaupt bei Rädern mit einem an den Radumfang sich nahe anschliessenden Gerinne und mit vorwiegend radial gerichteten Schaufeln, ist mit dem Austritte des Wassers auch ein Effectverlust verbunden, welcher als Gefällverlust betrachtet dem Freihängen von Zellenrädern in gewissem Sinne analog und von ähnlicher geringer Grösse ist, deshalb wie jener mit h_1 bezeichnet sei. Indem das Wasser im Abflussgerinne mit einer Geschwindigkeit c fliesst, welche kleiner als die Peripheriegeschwindigkeit v zu sein pflegt, die Erhebung des Unterwasserspiegels über die Oberfläche des Wassers im untersten Schaufelraum aber wegen des durch solches übermässiges sogenanntes Waten des Rades im Unterwasser bedingten Widerstandes thunlichst zu vermeiden ist, pflegt man dem Gerinne an der Uebergangsstelle in den Abflusscanal einen Abfall nach Art von Fig. 13 zu geben, dessen Höhe mit Rücksicht darauf zu bemessen ist, dass die Wassertiefen im untersten Schaufelraume und im Abflussgerinne sich umgekehrt wie die betreffenden Geschwindigkeiten v und c verhalten, dass aber die Höhe y des Unterwasserspiegels über dem tiefsten Radpunkte U höchstens = der Wassertiefe x im untersten Schaufelraume sein soll. Liegt also im Allgemeinen y zwischen 0 und x, so verursacht der über dem Unterwasserspiegel bis zur Höhe $x - y$ befindliche Theil der Füllung eines sich entleerenden Schaufelraumes, indem sein Schwerpunkt von der Höhe $\frac{x-y}{2}$ niederfällt, sobald die vordere Schaufel dieses Raumes die Stelle des Gerinneabfalls überschritten hat, den Effectverlust

Fig. 13.



$$\gamma Q \frac{x-y}{2}$$

pro Secunde. Der um den Betrag y in das Unterwasser eintauchende untere Theil fraglicher Schaufel erfährt dagegen einen Widerstand, welcher, unter ϑ einen erfahrungsmässigen, hier etwa $= 1{,}5$ zu setzenden Coefficienten verstanden, nach Bd. I., §§. 153 und 154

$$= \vartheta \gamma b y \frac{(v-c)^2}{2g}$$

gesetzt werden kann und einem Effectverlust pro Secunde = dem Produkt dieses Ausdrucks und der Peripheriegeschwindigkeit v entspricht. Die Summe beider Verluste ist also

$$= \gamma Q \frac{x-y}{2} + \vartheta \gamma b y \frac{(v-c)^2}{2g} v$$

oder mit $Q = xbv$ auch

$$= \gamma b v \left[x \frac{x-y}{2} + \vartheta y \frac{(v-c)^2}{2g} \right].$$

Indem dieser Effectverlust auch

$$= \gamma Q h_1 = \gamma x b v h_1$$

ist, ergiebt sich

$$h_1 = \frac{x-y}{2} + \vartheta \frac{y}{x} \frac{(v-c)^2}{2g}$$

$$= \frac{x}{2} + \frac{y}{2} \left[\frac{\vartheta}{x} \frac{(v-c)^2}{g} - 1 \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Wäre $v - c = 1$ bis $1{,}15$, also mit $\vartheta = 1{,}5$

$$\vartheta \frac{(v-c)^2}{g} = 0{,}15 \text{ bis } 0{,}2 \text{ Mtr.},$$

so wäre, da die Kranzbreite solcher Räder = 0,3 bis 0,4 Mtr. und der Füllungscoefficient nahe $= \frac{1}{2}$, somit x ungefähr auch = 0,15 bis 0,2 Mtr. zu sein pflegt, das Glied mit y in Gl. (6) = Null und

$$h_1 = \frac{x}{2} = \text{nahe } \frac{a}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

für jeden Werth von y zwischen 0 und x. In der Regel wird freilich

$v - c$ kleiner, als 1 bis 1,15 Sec. Mtr.

und deshalb der Factor von y in Gl. (6) negativ sein. Dann ist h_1 um so kleiner, je grösser y, am kleinsten für $y = x$, nämlich

$$h_1 = \vartheta \frac{(v-c)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Bei der geringen Grösse des Unterschiedes kann es gleichwohl vorgezogen werden, den Abfall so zu bemessen, dass unter normalen Umständen die Radperipherie vom Unterwasserspiegel berührt wird, falls bei Hochwasser eine merkliche Hebung desselben erwartet werden kann.

Der Widerstand kann übrigens noch dadurch etwas vergrössert werden, dass die radialen Schaufeln, indem sie sich in etwas gegen die Verticale geneigter Lage aus dem Unterwasser erheben, dieses theilweise empor drücken und so eine wirbelnde Welle hinter dem Rade bilden. Dieser Uebelstand wird dadurch vermindert, dass man die Schaufeln unter einem stumpfen Winkel bricht (siehe Fig. 8) und dadurch ihre eintauchenden äusseren Theile so gegen den Radhalbmesser etwas neigt, dass sie nahe vertical sich aus dem Wasser erheben.

§. 15. Effectverluste während der Wirkung des Wassers im Rade.

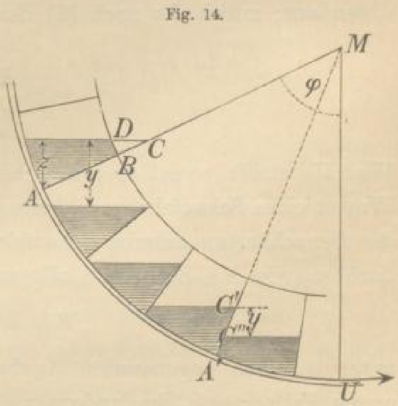
Die hier zu besprechenden Effectverluste sind ein gewisser Gefällverlust bei Kropfrädern und ein Wasserverlust bei unterschlächtigen Rädern.

1) Der fragliche Gefällverlust bei Kropfrädern wird zunächst dadurch verursacht, dass zwischen den Aussenkanten der Schaufeln und dem Boden des Kropfgerinnes ein Spielraum vorhanden ist, dessen Weite selten weniger, als 0,015 Mtr. beträgt und allgemein mit s bezeichnet sei. Dadurch werden rechteckige schmale Oeffnungen $= bs$ längs der ganzen Radbreite gebildet, durch welche, während eine Schaufel sich längs dem Kropf bewegt, beständig Wasser aus dem hinteren in den vorderen (aus dem oberen in den benachbarten unteren) Schaufelraum fliesst und in diesem vorläufig wieder zu relativer Ruhe gegen das Rad gelangt; die Arbeit = dem Product aus dem Gewichte des so ausgeflossenen Wassers und dem Höhenunterschiede der (hier immer als horizontale Ebenen zu betrachtenden) Wasserspiegel in beiden Schaufelräumen ist für den Effect des Rades verloren, indem sie theils durch die Widerstände des Ausflusses selbst, theils durch Wirbelbewegungen im vorderen und unteren der betreffenden zwei Schaufelräume schliesslich in Wärme übergeht. Andere Ausflussöffnungen von gleicher Weite s bieten sich der Wasserfüllung eines Schaufelraums an den Seiten dar zwischen den äusseren Umfängen der Seitenwände des Radkranzes und dem Boden des Kropfgerinnes; diese Oeffnungen sind zwar meistens von viel geringerer Länge, aber es fällt

das durch sie ausgeflossene Wasser, gewöhnlich in den Zwischenräumen zwischen den Seitenwänden des Radkranzes und des Kropfgerinnes abwärts fliessend, nicht nur bis zur Wasseroberfläche im benachbarten unteren Schaufelraum, sondern bis zum Unterwasserspiegel, so dass der Einfluss dieser Seitenspalten auf den in Rede stehenden Effectverlust grösser sein kann, als derjenige der vorerwähnten Hauptspalten. Wäre der Radkranz an den Seiten offen (dann aber der Kropf jedenfalls mit Seitenwänden versehen, was sonst nicht unbedingt nöthig ist), so würden zwar die eben erwähnten Seitenöffnungen wegfallen, aber dafür andere, längere und meistens auch breitere zwischen den Seitenrändern der Schaufeln, ev. auch Theilen der Seitenränder des Radbodens, und den Seitenwänden des Kropfgerinnes sich dem Durchfluss des Wassers darbieten, welches übrigens nach seinem Ausfluss in diesem Falle vorläufig nur bis zur Wasseroberfläche des benachbarten unteren Schaufelraums niederfällt, dessen Wasserfüllung die ganze Breite des Kropfgerinnes einnimmt.

Indem einstweilen nur die Spalten $= bs$ an den Aussenkanten der Schaufeln berücksichtigt werden mögen, sei V das Wasservolumen, welches in einer Secunde aus einem Schaufelraume ausfliessen würde, wenn unterdessen das Rad in Ruhe und die Wasserfüllungen der Schaufelräume unverändert blieben, also Vdt das Wasservolumen, welches in einem Zeitelement dt durch den betreffenden Spalt wirklich ausfliesst. Ist ferner y die Höhe des Wasserspiegels in dem diesem Spalt nachfolgenden über demjenigen in dem vorhergehenden (unteren) Schaufelraume, Figur 14, auf welchem letzteren sich das ausgeflossene Wasser sammelt, so geht dadurch die Arbeit

Fig. 14.



$$\gamma V dt . y = \gamma V \left(-\frac{R d\varphi}{v}\right) y$$

pro Spalt und pro Zeitelement dt für den Effect des Rades verloren, wobei φ den Winkel AMU bedeutet, welchen der nach dem Spalt gezogene Radhalbmesser mit der Verticalen MU bildet, so dass $-R d\varphi$ das im Zeitelement dt vom Endpunkte A des Schaufelprofils mit der Geschwindigkeit v durchlaufene Wegelement ist. Der durch den betreffenden Spalt bei seinem Durchgange durch den ganzen Kropf verursachte Arbeitsverlust ist also

$$= \gamma \frac{R}{v} \int_0^{\vartheta} V y \, d\varphi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

wenn $\varphi = \vartheta$ diejenige Lage des Spalts bestimmt, in welcher der Durchfluss durch denselben beginnt. Bei einem mittel- oder tiefschlächtigen Kropfrade mit radialen oder wenig gegen die betreffenden Radien geneigten Schaufeln beginnt der Ausfluss schon allmählich während der Füllung, sobald die Schaufel am oberen Endpunkte des Einlaufbogens vorbeigegangen ist; bei der geringen Grösse des letzteren wird man indessen wenig irren, wenn man den Durchfluss durch den Spalt erst von dem Augenblicke an rechnet, in welchem er mit dem Mittelpunkte J des Einlaufbogens zusammenfällt, also $\vartheta =$ dem Winkel JMU setzt und in dieser Lage von der kaum erst begonnenen Füllung absieht. Wenn übrigens die Schaufeln einigermassen im Sinne des Umfanges gestreckt sind (siehe z. B. Fig. 9, falls das betreffende rückenschlächtige Rad mit einem Kropf versehen wäre), so kann es auch der Fall sein, dass der Winkel $\vartheta = AMU$, bei welchem der Ausfluss durch den Spalt bei A beginnt, wesentlich $< JMU$ ist.

In einer Secunde treten $\frac{v}{e}$ Schaufeln in den Kropf oben ein und unten aus; mithin ist nach (1) der Arbeitsverlust pro Secunde

$$= \gamma \frac{R}{e} \int_0^{\vartheta} V y \, d\varphi.$$

Was V betrifft, so ist zu unterscheiden, ob der Spalt, durch welchen das Wasser eines Schaufelraumes theilweise ausfliesst, unter dem Wasserspiegel des benachbarten unteren Schaufelraumes liegt, wie A' in Fig. 14, oder darüber, wie A. Setzt man allgemein

$$V = \mu b s \sqrt{2 g z},$$

unter μ einen sogenannten Ausflusscoefficienten verstanden, so ist im ersten Falle $z = y$, im andern $z < y$. Insbesondere bei tiefschlächtigen Rädern kann es der Fall sein, dass nach vollständiger Füllung der betreffenden Schaufelräume überall $z = y$ ist. Durch Einsetzung des Ausdruckes von V ergiebt sich der Arbeitsverlust pro Secunde

$$= \gamma \frac{R}{e} \mu b s \sqrt{2 g} \int_0^{\vartheta} y \sqrt{z} \, d\varphi$$

und da derselbe auch $= \gamma Q h'$ ist, unter h' den von den Spalten $= bs$ herrührenden Gefällverlust verstanden, so folgt

$$h' = \mu \sqrt{2g} \frac{Rbs}{eQ} \int_0^\vartheta y \sqrt{z}\, d\varphi = \mu \sqrt{2g} \frac{Rs}{Fv} \int_0^\vartheta y \sqrt{z}\, d\varphi \quad \ldots \quad (2).$$

Zur angenäherten Berechnung des Integrals in diesem Ausdrucke kann ϑ (als Bogenlänge für den Halbmesser $= 1$ verstanden) mit einem Mittelwerthe von $y\sqrt{z}$ multiplicirt werden, der hier aber nicht mit ausreichender Berechtigung analog den Bestimmungen in den vorigen Paragraphen einer einzigen mittleren Lage entsprechend zu wählen, sondern besser etwa mit Hülfe der Simpson'schen Regel zu bestimmen ist, indem man ϑ in eine gerade Anzahl $= n$ gleicher Theile theilt und für die Lagen des Spalts, welche den betreffenden Theilpunkten des Umfangsbogens entsprechen, die aus der Zeichnung sich ergebenden Werthe von y, z mit dem Zirkel abgreift. Z. B. mit $n = 4$,

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \frac{1}{4}\vartheta, \quad \varphi_2 = \frac{1}{2}\vartheta, \quad \varphi_3 = \frac{3}{4}\vartheta, \quad \varphi_4 = \vartheta$$

wäre mit Rücksicht darauf, dass der Werth y_0 von y, welcher $\varphi = \varphi_0 = 0$ entspricht, sowie der Werth z_4 von z, welcher $\varphi = \varphi_4 = \vartheta$ entspricht, verschwinden, der fragliche Mittelwerth

$$\frac{1}{\vartheta} \int_0^\vartheta y \sqrt{z}\, d\varphi = \frac{1}{12}\left(4 y_1 \sqrt{z_1} + 2 y_2 \sqrt{z_2} + 4 y_3 \sqrt{z_3}\right)$$

$$\int_0^\vartheta y \sqrt{z}\, d\varphi = \frac{\vartheta}{6}\left(2 y_1 \sqrt{z_1} + y_2 \sqrt{z_2} + 2 y_3 \sqrt{z_3}\right) \quad \ldots\ldots \quad (3).$$

Da der Ausflusscoefficient für eine rechteckige Mündung um so grösser ist, je kleiner ihre kleinere, hier sehr kleine Dimension ist, und indem hier auch nur an einer Seite des Spalts Contraction stattfindet, wird der Coefficient μ verhältnissmässig gross $= 0{,}75 - 0{,}8$ zu setzen sein, etwa

$$\mu \sqrt{2g} = 3{,}4 \text{ (entsprechend } \mu = 0{,}77).$$

Dass, wie der erste Ausdruck (2) von h' erkennen lässt, dieser Gefällverlust der Spaltgrösse proportional ist, war selbstverständlich. In dieser Hinsicht ist nicht nur ein möglichst enger Anschluss des Kropfes an das sorgfältig gelagerte und vor Deformationen thunlichst gesicherte Rad geboten, sondern auch ein grosser Füllungscoefficient ε, sowie eine grosse Peripheriegeschwindigkeit v angemessen, damit in

Verbindung mit einer etwas grösseren Kranzbreite a, als bei frei hängenden Zellenrädern üblich ist, die erforderliche Radbreite b gemäss der Gleichung

$$Q = \varepsilon a b v$$

möglichst klein ausfalle. Wenn der Wirkungsgrad eines gegebenen solchen Rades durch grosse Spaltweite s beeinträchtigt wird, kann es gemäss dem zweiten Ausdrucke (2) dadurch verbessert werden, dass man das Rad schneller umlaufen lässt, falls es nur gleichzeitig so viel mehr beaufschlagt wird, dass der Füllungsquerschnitt F einer Zelle nicht wesentlich abnimmt. Von Vortheil ist auch eine grosse Schaufelzahl oder kleine Theilung e; denn da y und z unter sonst gleichen Umständen ungefähr e proportional sind, ist $\frac{y\sqrt{z}}{e}$ und somit auch h' nach (2) nahe proportional $\sqrt{e}$. Die Form und Stellung der Schaufeln ist besonders insofern von Einfluss, als ihre Streckung im Sinne des Umfangs den Winkel ϑ und dadurch das Integral im Ausdrucke von h' verkleinert. —

Der Gefällverlust, welcher durch die Seitenspalten verursacht wird, sei mit h'' bezeichnet. Er werde zunächst für den gewöhnlichen Fall ermittelt, dass der Radkranz seitlich geschlossen ist und dass somit die Seitenspalten, auch am cylindrischen Boden des Kropfgerinnes liegend, dieselbe Weite s wie die vorbesprochenen Hauptspalten haben, während ihre Länge an jeder Seite für kleinere Werthe von $\varphi = e$ ist, für grössere $< e$, wie Fig. 14 bei A' bezw. bei A erkennen lässt. Bezeichnet für den Schaufelraum, für welchen die Aussenkante seiner vordern (untern) Schaufel dem Winkel φ entspricht, x die Höhe des Wasserspiegels in demselben über dem Unterwasserspiegel, so ist hier x an die Stelle von y in Gl. (1) zu setzen, ebenso dann auch in Gl. (2). Sind ferner z' und z'' die Höhen jenes Wasserspiegels bezw. über dem unteren und oberen Ende einer der betreffenden Seitenspalten, wo $z'' = 0$ ist, wenn für grössere Werthe von φ die Spaltlänge $= \frac{z'}{\sin\varphi} < e$ ist, so ist nach Bd. I., §. 79, Gl. (7) für zwei Seitenspalten zusammen

$$V = 2 \cdot \frac{2}{3} \frac{\mu s \sqrt{2g}}{\sin\varphi} \left(z'\sqrt{z'} - z''\sqrt{z''}\right)$$

$$= \frac{3}{4} \mu s \sqrt{2g} \cdot D \text{ mit } D = \frac{z'\sqrt{z'} - z''\sqrt{z''}}{\sin\varphi} \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

zu setzen und dabei unter φ streng genommen die mittlere Neigung des Seitenspalts gegen den Horizont zu verstehen. Uebrigens wird V nur wenig zu gross gesetzt, wenn, wie es hier geschehen soll, φ im bisherigen

Sinne auf den unteren Endpunkt des Seitenspaltbogens, d. h. auf den zugehörigen Hauptspalt bezogen wird. Durch die Substitutionen

$$x \text{ für } y,\ \frac{4}{3} D \text{ für } b\sqrt{z}$$

wird aus h' nach (2):

$$h'' = \frac{4}{3}\mu\sqrt{2g}\,\frac{Rs}{eQ}\int_0^{\vartheta} x\,D\,d\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Wenn zur angenäherten Berechnung des Integrals wieder ϑ in 4 gleiche Theile getheilt wird durch die Zwischenwerthe $\varphi_1 = \frac{1}{4}\vartheta$, $\varphi_2 = \frac{1}{2}\vartheta$, $\varphi_3 = \frac{3}{4}\vartheta$, und wenn mit x_1, x_2, x_3 bezw. D_1, D_2, D_3 die den letzteren entsprechenden Werthe von x und D bezeichnet werden, so ergiebt sich analog Gl. (3):

$$\int_0^{\vartheta} x\,D\,d\varphi = \frac{\vartheta}{6}\left(2x_1 D_1 + x_2 D_2 + 2x_3 D_3\right) \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

mit Rücksicht darauf, dass D_4 (entsprechend $\varphi = \vartheta$) $= 0$ und dass x_0 (entsprechend $\varphi = 0$) klein genug ist, um das betreffende Glied durch die etwas zu reichliche Schätzung der Grösse D als aufgewogen betrachten zu dürfen. Der Vortheil kleiner Radbreite, somit grosser Werthe von ε und v, fällt in Beziehung auf h'' fort; *besonders wichtig ist die Verkleinerung von ϑ und damit auch von x.*

Dem Ausflusscoefficienten μ ist hier derselbe Werth beizulegen wie bezüglich des Ausflusses durch die Hauptspalten, so dass sich schliesslich *der ganze durch die Spielräume verursachte Gefällverlust für ein Kropfrad mit seitlich geschlossenem Radkranz* nach (2) und (5):

$$h_3 = h' + h'' = \mu\sqrt{2g}\,\frac{Rs}{eQ}\left[b\int_0^{\vartheta} y\sqrt{z}\,d\varphi + \frac{4}{3}\int_0^{\vartheta} x\,D\,d\varphi\right] \quad \ldots\ldots (7)$$

ergiebt, wo $\mu\sqrt{2g} = 3{,}4$ gesetzt werden kann und die Integrale nach (3) und (6) mit genügender Annäherung zu bestimmen sind. —

Bei einem *Kropfrade mit seitlich offenem Radkranze* und, wie hier ausdrücklich vorausgesetzt werden soll, *mit radialen ebenen Schaufeln* liegen die Seitenspalten an den Seitenwänden des Kropfgerinnes und haben gewöhnlich eine grössere Weite $= s'$. Bezüglich des Einflusses derselben bleibt Gl. (1) unverändert. Aber was V betrifft, sind die beiden Fälle zu unterscheiden, dass diese Spalten den Verlauf ABD,

Fig. 14 (bei grösseren Werthen von φ) oder den Verlauf $A'C'$ daselbst haben. Im ersten Falle ist, unter z' und z'' die Höhen des Wasserspiegels DC über A und über B verstanden,

$$V = \frac{4}{3}\mu s' \sqrt{2g}\left(\frac{z'\sqrt{z'} - z''\sqrt{z''}}{\cos\varphi} + \frac{z''\sqrt{z''}}{\sin\varphi}\right)$$

oder mit Rücksicht auf Fig. 14, wenn

$$\frac{z'}{\cos\varphi} = AC = a', \quad \frac{z''}{\cos\varphi} = BC = a'', \quad \frac{z''}{\sin\varphi} = BD = b''$$

gesetzt wird,

$$V = \frac{4}{3}\mu s' \sqrt{2g}\left[a'\sqrt{z'} - (a'' - b'')\sqrt{z''}\right].$$

Im anderen Falle (bei kleineren Werthen von φ, siehe bei A' in Fig. 14) ist mit

$$A'C' = c', \quad A'C'' = c''$$

$$V = 2\mu s' \sqrt{2g}\left[\frac{2}{3}(c' - c'')\sqrt{y} + c''\sqrt{y}\right] = \frac{4}{3}\mu s' \sqrt{2g}\left(c' + \frac{c''}{2}\right)\sqrt{y}.$$

Somit ist hier

$$V = \frac{4}{3}\mu s' \sqrt{2g}\,.\,D' \text{ mit } D' = \begin{Bmatrix} a'\sqrt{z'} - (a'' - b'')\sqrt{z''} \\ \left(c' + \frac{c''}{2}\right)\sqrt{y} \end{Bmatrix} \quad \ldots \quad (8)$$

zu setzen, und ergiebt sich der betreffende Gefällverlust h'' aus dem Ausdrucke (2) von h' durch Substitution von

$$\frac{4}{3}s'D' \text{ für } bs\sqrt{z}: \quad h'' = \frac{4}{3}\mu\sqrt{2g}\,\frac{Rs'}{eQ}\int_0^{\vartheta} yD'd\varphi \quad \ldots\ldots \quad (9).$$

Das Integral kann analog Gl. (3), da y für $\varphi = 0$, D' für $\varphi = \vartheta$ verschwindet, gesetzt werden:

$$\int_0^{\vartheta} yD'd\varphi = \frac{\vartheta}{6}(2y_1D'_1 + y_2D'_2 + 2y_3D'_3) \quad \ldots\ldots \quad (10),$$

während $\mu\sqrt{2g}$ auch hier $= 3{,}4$ gesetzt werden mag. Der resultirende Gefällverlust infolge der Spielräume ist in diesem Falle:

$$h_3 = \mu\sqrt{2g}\,\frac{Rs}{eQ}\left[b\int_0^{\vartheta} y\sqrt{z}\,d\varphi + \frac{4}{3}\,\frac{s'}{s}\int_0^{\vartheta} yD'd\varphi\right] \quad \ldots\ldots \quad (11).$$

Beispielsweise sei für ein mittelschlächtiges Kropfrad mit seitlich geschlossenem Radkranze und radialen ebenen Schaufeln (Meter und Secunde als Einheiten vorausgesetzt)

$$H = 3 \qquad Q = 0{,}6 \qquad R = 2{,}5 \qquad \varepsilon = 0{,}5 \qquad v = 2 \qquad u = 3{,}5$$

$$a = 0{,}4 \qquad b = \frac{Q}{\varepsilon a v} = 1{,}5 \qquad s = 0{,}015 \qquad z = 44 \qquad e = \frac{2\pi R}{z} = 0{,}357.$$

Bei Voraussetzung einer Ueberfall- oder einer Spannschütze ist auf die Erzeugung der Einlaufgeschwindigkeit u das Gefälle

$$h = 1{,}1\,\frac{u^2}{2g} = 0{,}687$$

zu verwenden, und falls der Radumfang vom Unterwasserspiegel berührt wird, ist

$$\vartheta = arc\cos\frac{R-(H-h)}{R} = 85^0\,43' = 1{,}496.$$

Wird dieser Winkel in 4 gleiche Theile getheilt:

$$\varphi_1 \qquad \varphi_2 - \varphi_1 \qquad \varphi_3 - \varphi_2 \qquad \vartheta - \varphi_3,$$

so lassen sich der Zeichnung die folgenden Werthe entnehmen:

$\varphi = \varphi_1 = \frac{1}{4}\vartheta$	$\varphi = \varphi_2 = \frac{1}{2}\vartheta$	$\varphi = \varphi_3 = \frac{3}{4}\vartheta$
$\frac{1}{\sin\varphi} = 2{,}737$	1,470	1,110
$y = 0{,}122$	0,222	0,294
$z = 0{,}122$	0,222	0,24
$z' = 0{,}254$	0,266	0,24
$z'' = 0{,}104$	0	0
$x = 0{,}43$	0,935	1,66

Hiermit ergiebt sich nach (3), (4) und (6):

$$\int_0^\vartheta y\sqrt{z}\,d\varphi = 0{,}1192 \quad \text{und} \quad \int_0^\vartheta x D\,d\varphi = 0{,}2106,$$

endlich nach (7) mit $u\sqrt{2g} = 3{,}4$:

$$h_3 = 3{,}4\,\frac{2{,}5\,.\,0{,}015}{0{,}357\,.\,0{,}6}\left(1{,}5\,.\,0{,}1192 + \frac{4}{3}\cdot 0{,}2106\right)$$

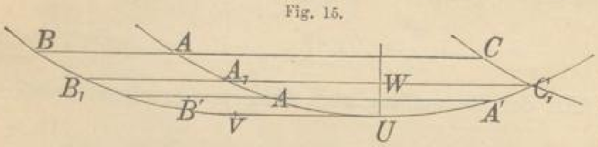
$$= 0{,}5952\,(0{,}1788 + 0{,}2808) = 0{,}274 \text{ Mtr.}$$

$= 9{,}1\,\%$ von H, zum grösseren Theile von den Seitenspalten herrührend.

2) Der Wasserverlust bei unterschlächtigen Stossrädern wird theils dadurch verursacht, dass ein Theil des zufliessenden Aufschlag-

wassers gar nicht in den Radkranz hinein gelangt, sondern durch den Spielraum zwischen ihm und dem Gerinneboden, bezw. den Seitenwänden des Gerinnes vorbeifliesst, theils dadurch, dass das in den Radkranz eingeflossene Wasser denselben zum Theil wieder verlässt, bevor es zum Stoss gegen eine Schaufel gelangt ist. Während jener Verlust im Princip sehr einfach in Anschlag gebracht werden kann, ergiebt sich dieser nach Gerstner durch folgende Betrachtung bei Voraussetzung nahe radial gestellter ebener Schaufeln, wie sie bei solchen Rädern gebräuchlich sind.

Fig. 15.



Es sei, Fig. 15, AUC_1 ein Theil des Radumfangs, AB ein Faden des mit der Geschwindigkeit u zufliessenden Wassers von solcher Länge l, dass er gerade in einem Schaufelraum Platz findet, dass also, wenn sein vorderer Endpunkt A die Aussenkante einer vorbeigehenden Schaufel trifft, der hintere Endpunkt B mit der Aussenkante der folgenden Schaufel zusammentrifft; es ist dann

$$AB = l = e\frac{u}{v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12).$$

Unter der Voraussetzung, dass die zum Stoss gegen eine Schaufel gelangten Wassertheilchen an derselben empor fliessend den nachfolgenden Theilchen des in den betreffenden Schaufelraum einfliessenden, bezw. eingeflossenen Wassers Platz machen und dass sie die Geschwindigkeit u nach Grösse und Richtung bis zum Augenblicke des Stosses (bezw. bis zum Wiederausfluss aus dem Radkranz, falls sie vorher nicht zum Stoss gelangen sollten) beibehalten, wird diejenige Schaufel, deren Aussenkante vom Wassertheilchen A getroffen wird, vom Theilchen B in einem Punkte C getroffen, welcher so liegt, dass, unter S den Schnittpunkt der durch ihn hindurch gehenden Schaufelcurve mit dem Radumfange verstanden,

$$\text{Gerade } BC : \text{Kreisbogen } AS = u : v$$

ist. Indem es sich hier um einen nur flachen Bogen handelt und die Schaufeln nahe radial sind, kann der Kreisbogen AS ohne erheblichen Fehler = der Geraden AC gesetzt werden, so dass aus obiger Proportion zu folgern ist:

$$BC - AC : AC = u - v : v$$

und mit $BC - AC = AB = l$:

$$AC = l\frac{v}{u-v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13).$$

Dasselbe gilt von allen zufliessenden Wasserfäden $AB = l$; ihnen entspricht eine Curve der Stosspunkte C, mit welcher der Kreisbogen AU zusammenfällt, wenn er im Sinne von u um die Strecke AC verschoben wird. Trifft diese Curve der Punkte C den Radumfang in C_1, und ist A_1B_1 der gegen C_1 hin gerichtete Wasserfaden, so können die unterhalb A_1B_1 zufliessenden Fäden nicht mehr vollständig zum Stoss gelangen, sondern nur mit einem Stück AB', dessen Länge sich zu der entsprechenden Sehnenlänge AA' der Radperipherie ebenso verhält, wie l zu AC und welche somit aus (13) sich ergiebt:

$$AB' = AA' . \frac{u-v}{v}.$$

Für alle Werthe von AA' zwischen $A_1C_1 = AC$ und Null ergiebt sich so eine Curve der Punkte B', welche den Punkt B_1 mit dem untersten Punkte U der Radperipherie verbindet. Die Fläche F, welche von dieser Curve, von der Geraden A_1B_1 und vom Bogen A_1U der Radperipherie umgrenzt wird und welche $= \frac{u-v}{v} \times$ dem flachen Kreissegment ist, welches die Sehne A_1C_1 mit dem Radumfange begrenzt, stellt das Wasservolumen dar, welches, unterhalb A_1B_1 in das Rad pro Einheit seiner Breite b in $\frac{e}{v}$ Secunden (während des Weges e jedes Punktes der Radperipherie) einfliessend, noch zum Stoss in ihm gelangt, bevor es wieder ausfliesst. Da jenes Kreissegment, unter w seine Höhe UW verstanden,

$$= \frac{2}{3} w . AC$$

gesetzt werden kann gleich als ob es ein parabolisches Segment wäre, ist fragliche Fläche F mit Rücksicht auf Gl. (13):

$$F = \frac{2}{3} w . AC . \frac{u-v}{v} = \frac{2}{3} lw.$$

Indem aber das überhaupt an dieser Stelle in der angegebenen Zeit pro Einheit der Radbreite einfliessende Wasservolumen $= lw$ ist und das oberhalb A_1B_1 einfliessende vollständig zum Stoss gelangt, ist

$$lw - \frac{2}{3} lw = \frac{1}{3} lw$$

das Wasservolumen, welches, pro Einheit der Radbreite in $\frac{e}{v}$ Secunden in den Radkranz einfliessend, mit unveränderter Geschwindigkeit wieder ausfliesst und somit als Wasserverlust zu betrachten ist.

Ist s die Entfernung zwischen dem Gerinneboden und dem Radkranz, so ist ls das gleichfalls verlorene Wasservolumen, welches unter letzterem pro Einheit der Radbreite in der Zeit $\frac{e}{v}$ ganz vorbeifliesst, sofern auch diesem vorbeifliessenden Wasser die Geschwindigkeit u zugeschrieben werden kann. Streng genommen mag es wohl etwas kleiner sein mit Rücksicht auf eine gewisse, übrigens ohne Zweifel nur geringfügige Contraction und weil durch die Reibung am Gerinneboden die Geschwindigkeit etwas $< u$ sein wird; doch kann, falls nicht etwa die Oberfläche des vom Rade wegfliessenden Wassers wesentlich höher liegt, als die des zufliessenden, bei der Unsicherheit jeder Messung oder Schätzung von s im einzelnen Falle der Fehler dadurch genügend als aufgewogen betrachtet werden, dass die Weite des Spielraums zwischen dem Gerinneboden und dem äusseren Rande der gerade untersten Schaufel mit deren Neigung gegen die Verticale periodisch etwas $> s$ wird, und dass auch an den Seiten etwas Wasser zwischen dem Radkranze und den Seitenwänden des Gerinnes hindurch fliesst.

Ist endlich a_1 die Tiefe des im Gerinne dem Rade zufliessenden Wasserstroms, so fliesst im Ganzen pro Einheit der Radbreite in $\frac{e}{v}$ Secunden das Wasservolumen la_1 zu, und es ist folglich der ganze verhältnissmässige Wasserverlust

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{ls + \frac{1}{3} lw}{la_1} = \frac{1}{a_1}\left(s + \frac{1}{3} w\right) \quad \ldots\ldots\ldots (14),$$

wo Q_1 den Wasserverlust pro Sec. bedeutet.

Die Pfeilhöhe $w = UW$ des von der Sehne $A_1 C_1$ abgeschnittenen Umfangsbogens ist sehr nahe:

$$w = \frac{\overline{A_1 W}^2}{2R} = \frac{\overline{AC}^2}{8R}$$

oder weil nach (12) und (13)

$$AC = e\frac{u}{u-v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

ist, auch

$$w = \frac{e^2}{8R}\left(\frac{u}{u-v}\right)^2$$

und nach (14) der verhältnissmässige Wasserverlust:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{1}{a_1}\left[s + \frac{e^2}{24R}\left(\frac{u}{u-v}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16).$$

Er ist bei gegebenen Werthen von a_1 und u um so kleiner, je kleiner e und je grösser R ist, je mehr Schaufeln also gleichzeitig in das Wasser eingetaucht sind, ferner je kleiner s und v sind.

Der dem zweiten Gliede des Ausdrucks (16) entsprechende Verlust kann dadurch fast ganz vermieden werden, dass das Wasser verhindert wird, unterhalb A_1 (Fig. 15) in das Rad einzufliessen und unterhalb C_1 auszufliessen, indem dem Gerinne der Verlauf $B_1 A_1 U C_1$ gegeben wird, so dass es von A_1 bis C_1 das Rad in der kleinen Entfernung s umschliesst. Bei C_1 kann ihm ein Abfall gegeben werden, der passend so zu bemessen ist, dass die Oberfläche des abfliessenden Wassers mit derjenigen des zufliessenden gleiche Höhenlage erhält, dass also, wenn a_2 die Tiefe des Abflussgerinnebodens an seinem Anfange unter der Oberfläche des zufliessenden Wassers an seiner Eintrittstelle in das Rad bedeutet,

$$a_2 = \frac{u}{v} a_1$$

wird, indem v die Geschwindigkeit ist, mit welcher das Wasser nach erfolgtem Stoss in das Abflussgerinne gelangt. Die Bahnen, welche die Wassertheilchen im Rade bis zu diesem Stoss durchlaufen, werden dann nur etwas gekrümmt, so dass der Verlust wegen des Spielraums s keine wesentliche Aenderung erfährt und also

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{s}{a_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

gesetzt werden kann, falls s mit Vorsicht etwas reichlich im einzelnen Falle geschätzt wird.

Während sich in diesem Falle die obige Voraussetzung erfüllt findet, dass die Oberfläche des vom Rade wegfliessenden Wassers nicht wesentlich höher, als die des zufliessenden gelegen ist, verhält es sich bei den gewöhnlichen unterschlächtigen Stossrädern im eigentlichen Schnurgerinne anders. Sofern letzteres ganz gerade, ein Abfall nicht vorhanden ist, liegt die Oberfläche des abfliessenden Wassers, dessen Tiefe $a_2 = \frac{u}{v} a_1$ ist, um

$$a_2 - a_1 = \left(\frac{u}{v} - 1\right) a_1 = \frac{u - v}{v} a_1$$

höher, als die Oberfläche des zufliessenden, und ist deshalb die Geschwindigkeit des unter dem Rade vorbeifliessenden Wassers nur gleich

$$u_1 = \sqrt{u^2 - 2ga_1\frac{u-v}{v}} = u\sqrt{1 - \frac{2ga_1}{u^2}\frac{u-v}{v}}$$

zu setzen. Wie später erörtert werden wird, ist bei vortheilhaftestem Gange eines solchen unterschlächtigen Stossrades nahe

$$v = 0{,}4\sqrt{2gH},$$

während

$$u = \sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}} = \sqrt{\frac{2gH}{1{,}15}}, \quad \frac{2g}{u^2} = \frac{1{,}15}{H}$$

gesetzt werden kann. Daraus folgt

$$\frac{u}{v} = \frac{1}{\sqrt{1{,}15 \,.\, 0{,}16}} = \frac{1}{0{,}429} = 2{,}33$$

$$u_1 = u\sqrt{1 - 1{,}15\frac{a_1}{H}\,.\,1{,}33} = u\sqrt{1 - 1{,}53\frac{a_1}{H}}.$$

In Gl. (16) kann der hier besprochene Umstand dadurch berücksichtigt werden, dass für s ein im Verhältnisse $u_1 : u$ kleinerer Werth s_1 gesetzt wird, also

$$s_1 = s\sqrt{1 - 1{,}53\frac{a_1}{H}} \text{ nahe} = s\left(1 - 0{,}8\frac{a_1}{H}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (18).$$

§. 16. Untergeordnete Effectverluste.

Diejenigen der hierher zu rechnenden Widerstände, welche sich wenigstens noch näherungsweise rationell in Anschlag bringen lassen, sind bei Kropfrädern die Reibung des mit der Geschwindigkeit v am Kropfgerinne entlang sich bewegenden Wassergehalts der Schaufelräume, sowie bei allen Rädern der Widerstand der Luft (insbesondere bei Schaufelrädern mit seitlich offenem Radkranz) und die Reibung der Wasserradwelle in den Lagern.

1) Ist W_1 die Grösse der Wasserreibung pro Einheit der Wandfläche eines Kropfgerinnes, und wird dieselbe mit derjenigen einer geraden Canalstrecke von der Länge l verglichen, die unter dem kleinen Winkel α gegen den Horizont geneigt ist und in welcher sich Wasser mit dem Querschnitte F und dem benetzten Querprofil p mit der mittleren Geschwindigkeit v gleichförmig bewegt, so gilt die Gleichung

$$W_1 lp = \gamma Fl\alpha,$$

welche ausdrückt, dass die ganze Reibung $= W_1 lp$ an der Canalwand der Componente der Schwere längs dem Canal gleich sein muss, wenn weder sie eine Verzögerung, noch die Schwere eine Beschleunigung der strömenden Wasserbewegung verursachen soll. Daraus folgt

$$W_1 = \gamma \frac{F}{p} \alpha = \gamma r \alpha$$

und mit $v = k\sqrt{r\alpha}$ (siehe Bd. I, §. 126, Gl. 3)

$$W_1 = \frac{\gamma}{k^2} v^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1).$$

Was den Erfahrungs-Coefficienten k betrifft, so wäre nach Bestimmungen von Bazin für Canalwände aus gehobelten Brettern (Gl. 12 a. a. O.)

$$\frac{1}{k^2} = 0{,}00015 + \frac{0{,}0000045}{r}$$

zu setzen oder, da hier r durchschnittlich = der halben Kranzbreite von ungefähr 0,4 Mtr. angenommen werden kann,

$$\frac{1}{k^2} = 0{,}00015 + \frac{0{,}0000045}{0{,}2} = 0{,}00017$$

bezw. für Canäle in behauenen Quadersteinen oder ungehobeltem Holz:

$$\frac{1}{k^2} = 0{,}00019 + \frac{0{,}0000133}{0{,}2} = 0{,}00026.$$

Nach älteren Bestimmungen (a. a. O., S. 725), wobei verschiedene Beschaffenheiten der Canalwände nicht ausdrücklich unterschieden waren, wäre gar in runder Zahl:

$$\frac{1}{k^2} = 0{,}0004.$$

Den letzten und grössten Werth hier zu Grunde zu legen, erscheint deshalb gerechtfertigt und rathsam, weil hier eine von relativen Bewegungen längs den Schaufeln begleitete und überhaupt viel weniger regelmässige Bewegung des Wassers, als in einem geraden Canal oder Gerinne stattfindet. Mit $\gamma = 1000$ Kgr. pro Cubikmtr. ist dann nach (1):

$$W_1 = 0{,}4\, v^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2).$$

Wird mit l die gesammte Bogenlänge der Berührungsfläche des Wassers mit dem Kropfgerinne bezeichnet, nach oben hin ev. aus getrennten Bogenstücken bestehend (Fig. 14), so dass die Berührungsfläche selbst $= lb$ und die Wasserreibung an ihr $= lb\,W_1$ ist, so ergiebt sich schliesslich der Effectverlust durch diese Wasserreibung im Kropf:

$$E_w = lb\,W_1 \,.\, v = 0{,}4\, lbv^3 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3).$$

Von erheblicher Bedeutung ist er nur bei ungewöhnlich grosser Peripheriegeschwindigkeit. Z. B. für das im vorigen Paragraph besprochene mittelschlächtige Kropfrad mit $v = 2$ Mtr. pro Sec. und $b = 1{,}5$ Mtr. ist l nahe $= 3{,}5$ Mtr. und deshalb

$$E_w = 16{,}8 \text{ Meterkgr. pro Sec.}$$

noch nicht ganz $1^0/_0$ des absoluten Effects $E_0 = \gamma Q H = 1800$ Meterkgr.

2) Der als tangentiale und dem Bewegungssinne entgegengerichtete Umfangskraft verstandene Luftwiderstand kann nach Versuchen von Piobert, Morin und Didion für Schaufelräder mit seitlich offenem Radkranz ungefähr

$$= 0{,}12\, z a b v^2$$

gesetzt werden.* Dabei ist vorausgesetzt, dass die Entfernung benachbarter Schaufeln wenigstens = der Kranzbreite a ist. Anderenfalls wird durch die Bewegung, welche die zwischen den Schaufeln befindliche Luft im Sinne von v dauernd annimmt, der Geschwindigkeitsüberschuss der Schaufeln und somit der widerstehende Druck gegen dieselben erheblich verkleinert. Noch mehr ist das der Fall bei Rädern mit seitlich geschlossenem Radkranz, wobei die in den Schaufelräumen befindliche Luft im Wesentlichen mit dem Rade umläuft, insoweit sie nicht durch die Ventilationsspalten im Radboden allmählich erneuert und nach aussen fortgetrieben wird. Setzt man statt des obigen Zahlenwerths 0,12 diesen Coefficienten im Allgemeinen $= m$ (wo im zuletzt erwähnten Falle m fast bis Null abnehmen könnte, wenn nicht gerade bei Rädern mit seitlich geschlossenem Kranz ein Luftwiderstand anderer Art, eine Art von Luftreibung in erhöhtem Masse in Betracht käme), so ist der Effectverlust durch diesen Luftwiderstand:

$$E_l = m z a b v^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

---

* Wenn man den Druck auf eine Schaufel

$$= \vartheta \gamma a b \frac{v^2}{2g}$$

setzt, unter γ das specifische Gewicht der Luft verstanden (siehe Bd. I., §. 156), so entspricht obiger Ausdruck der Gleichung:

$$\vartheta \gamma \cdot \frac{1}{2g} = 0{,}12$$

oder mit $\gamma = 1{,}25$ (Kgr. pro Cubikmtr.) dem Werthe $\vartheta = 1{,}88$ in befriedigender Uebereinstimmung mit sonstigen analogen Erfahrungen.

Dieser Luftdruck auf die im Kreise umlaufende Schaufel ist um etwa 20 % grösser, als derjenige auf eine geradlinig und normal bewegte ebene Fläche unter sonst gleichen Umständen, vermuthlich deshalb, weil im letzten Falle die an der Vorderfläche eine Zeit lang fast relativ ruhende verdichtete Luft gewissermassen eine den Widerstand vermindernde Zuspitzung bildet, während die rotirende Fläche die vor ihr befindliche Luft wie ein Ventilator beständig nach aussen treibt und so überhaupt eine grössere lebendige Kraft ihr mittheilt. (Siehe Bd. I., §. 156.)

mit m etwa $= 0{,}06$ bis $0{,}12$. Für das oben unter 1) erwähnte Beispiel wäre höchstens mit $m = 0{,}12$:

$$E_l = 0{,}12 \,.\, 44 \,.\, 0{,}4 \,.\, 1{,}5 \,.\, 8 = 25{,}4 \text{ Meterkgr.}$$

$= 1{,}4\,^0/_0$ von $E_0 = 1800$.

Auch dieser Effectverlust wird nur bei grossen Peripheriegeschwindigkeiten von erheblicher Bedeutung. Für Räder mit seitlich geschlossenem Radkranz ist übrigens m so unsicher oder vielmehr schon die Form des Ausdrucks (4) so wenig den Verhältnissen entsprechend, dass es ebenso gerechtfertigt ist, für den Effectverlust durch den Luftwiderstand in diesem Falle einen kleinen aliquoten Theil von E_0 (höchstens etwa $1\,^0/_0$) in Rechnung zu bringen, als Gl. (4) mit einem angenommenen Werthe von m zu Grunde zu legen.

3) Der Effectverlust durch die Zapfenreibung der Wasserradwelle ist, wenn G das Gewicht des Rades und r den Halbmesser der Welle in den Lagern (im Mittel, wenn er in beiden Lagern verschieden sein sollte) bedeutet,

$$E_z = \mu G \frac{r}{R} v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5),$$

wo der Reibungscoefficient je nach dem Zustande der Schmierung $= 0{,}06$ bis $0{,}1$, im Durchschnitt etwa $= 0{,}08$ zu setzen ist.

Sofern man Veranlassung haben kann, diesen Effectverlust für ein erst zu entwerfendes Rad in Anschlag zu bringen, für welches zwar v und R schon angenommen sein mögen, G und r aber noch nicht bekannt sind, kann man

$$G = CbRH \text{ Kgr.}$$

setzen, unter C eine Constante verstanden, die am sichersten durch Vergleichung mit einer grösseren Zahl ausgeführter Räder verschiedener Art und Grösse zu bestimmen sein wird; während nämlich mit b und R, und zwar offenbar nahe proportional diesen Dimensionen, die Flächengrössen der plattenförmigen Bestandtheile des Rades wachsen, wächst mit H ihre Inanspruchnahme, also die ihnen zu gebende Dicke, sowie auch das Gewicht der Wasserfüllung des Radkranzes, während die Masse des Armsystems eher R^2, als R, proportional sein mag, R aber wieder in Verhältniss zu H steht. Zur Bestimmung der Constanten C diene hier in Ermangelung einer genügenden Zahl directer anderweitiger Anhaltspunkte die Formel

$$G = 1400 \frac{N}{\varepsilon n} \text{ Kgr.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6),$$

welche G. Herrmann aus einigen Erfahrungen für oberschlächtige Räder abgeleitet hat. Setzt man darin

$$N = \eta \frac{1000\,QH}{75} = 10\,QH \text{ mit } \eta = 0{,}75$$
$$= 10\,\varepsilon abvH$$

und $n = 9{,}55\,\omega$ nahe $= 10\frac{v}{R}$, so wird

$$G = 1400\,ab\,RH = 400\,b\,RH$$

mit $a = \frac{2}{7} = 0{,}29$ Mtr. als mittlerer Kranzbreite oberschlächtiger Räder. Für kleine Gefälle H (für unterschlächtige Räder) dürfte jedoch diese Formel meistens das Gewicht G zu klein ergeben, und mag zu grösserer Sicherheit schliesslich

$$G = 400\,b\,R\,(H + 1) \text{ Kgr.} \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

gesetzt werden, womit bei grossen Gefällen (bei oberschlächtigen Rädern), denen der Zahlencoefficient und die ganze Formel zunächst angepasst wurde, keine sehr erhebliche Aenderung verbunden ist.

Der Halbmesser r kann für schmiedeeiserne Zapfen

$$= 0{,}55\sqrt{\frac{G}{2}} = 0{,}39\sqrt{G} \text{ Millimtr.}$$

nahe $= 0{,}0004\sqrt{G}$ Mtr. gesetzt werden.

Beispielsweise ergiebt sich in dem unter 1) und 2) erwähnten Falle:

$$G = 400\,.\,1{,}5\,.\,2{,}5\,(3 + 1) = 6000 \text{ Kgr.}$$
$$r = 0{,}0004\sqrt{6000} = 0{,}031 \text{ Mtr.}$$
$$E_z = 0{,}08\,.\,6000\,.\,\frac{0{,}031}{2{,}5}\,.\,2 = 11{,}9 \text{ Meterkgr.}$$

nahe $= 0{,}7\,\%$ von E_0.

4) Schliesslich können noch verschiedene Effectverluste vorkommen, welche sich einer rationellen Grössenbestimmung gänzlich entziehen. Dahin gehört z. B. die Verspritzung von Wasser beim Einfliessen, besonders in freihängende Zellenräder, sowie die Adhäsion desselben an den Schaufeln und sonstigen Wänden, vermöge welcher die Entleerung der Schaufelräume in ihrer tiefsten Lage insofern unvollständig ist, als etwas Wasser haften bleibt und wenn überhaupt, nur allmählich abtropft, während es mit in die Höhe genommen wird. Endlich werden durch die unvollkommene Stabilität des aus vielen Theilen zusammengesetzten Rades relative Bewegungen dieser Bestandtheile verursacht, welche mit Effectverlusten

verbunden sind, besonders wenn sie zu Stössen zwischen gewissen in ihrer Verbindung gelockerten Constructionsgliedern führen. In Betreff aller dieser Verluste, die namentlich bei den weniger sorgfältig gebauten und leichter schadhaft werdenden hölzernen Rädern gewöhnlicher Art von ziemlich erheblicher Grösse sein können, muss man sich damit begnügen, den Nutzeffect in Bausch und Bogen um einige Procente des absoluten Effects kleiner anzunehmen, als er mit Rücksicht auf die berechenbaren und berechneten Effectverluste sich ergeben hat, etwa um 1 bis 2 Procent bei eisernen, um 3 bis 4 Procent bei hölzernen Rädern.

§. 17. **Zusammenstellung der Resultate.**

Zur Erleichterung des Gebrauchs mögen die Ergebnisse der bisherigen allgemeinen Erörterungen in der Hauptsache übersichtlich zusammengestellt werden. Ist zu dem Ende

Q_1 der Wasserverlust pro Secunde,

H_1 der resultirende Gefällverlust,

E_1 der Effectverlust durch nebensächliche Widerstände, so ist der Nutzeffect

$$E = \gamma (Q - Q_1)(H - H_1) - E_1$$

und der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{E}{E_0} = \frac{E}{\gamma Q H} = \left(1 - \frac{Q_1}{Q}\right)\left(1 - \frac{H_1}{H}\right) - \frac{E_1}{E_0} \quad \ldots\ldots (1).$$

Hauptsächlich wird η durch den Gefällverlust bedingt, welcher im Allgemeinen

$$H_1 = \zeta \frac{u^2}{2g} + \frac{w_1^{\,2}}{2g} + \frac{v^2}{2g} + h_1 + h_2 + h_3 \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

ist, wo jedoch die letzten Summanden h_1, h_2, h_3 nicht alle bei demselben Rade zugleich vorkommen.

$\zeta \frac{u^2}{2g}$ ist der durch die Einführung des Wassers in das Rad verursachte Gefällverlust, und zwar kann der Coefficient ζ im Durchschnitt $= 0{,}1$ gesetzt werden, falls diese Einführung durch eine Spannschütze oder durch eine Ueberfallschütze vermittelt und regulirt wird, bezw. $= \frac{1}{3}$ im Falle einer Coulissenschütze.

Der zweite Summand ist der Gefällverlust durch den Stoss des einfliessenden Wassers. Er kann mit ausreichender Näherung:

$$\frac{w_1{}^2}{2g} = \frac{w^2}{2g} + k$$

gesetzt werden, nämlich = der Geschwindigkeitshöhe, welche der relativen Geschwindigkeit des im mittleren Eintrittspunkte J zufliessenden Wassers entspricht, vermehrt um die Höhe dieses Punktes über dem Niveau der halben Wasserfüllung eines Schaufelraums in solcher Lage, dass der Mittelpunkt seines Theilbogens mit J zusammenfällt. Wie dieser Verlust genauer gefunden werden kann, ist aus §. 13 zu ersehen.

Das Glied $\frac{v^2}{2g}$ bedarf keiner weiteren Erläuterung.

h_1 ist bei freihängenden Zellenrädern der Betrag des Freihängens und je nach den Umständen (je nach der Veränderlichkeit des Unterwasserspiegels vor Allem) etwa = 0,1 bis 0,3 Mtr. anzunehmen. Bei Kropfrädern bedeutet h_1 einen Gefällverlust, welcher von der Höhe des Wasserspiegels im untersten noch nicht entleerten Schaufelraume über dem Unterwasserspiegel oder auch vom Eintauchen der Schaufeln in das Unterwasser herrührt und in der Regel $\frac{1}{4}$ der Kranzbreite a gesetzt werden kann.

h_2 entspricht der vorzeitigen Entleerung der Zellen bei freihängenden Zellenrädern und ist der Zeichnung wie folgt zu entnehmen. Man trägt ein Schaufelprofil an beliebiger Stelle ein und zieht durch seinen äusseren Endpunkt A eine Gerade AD, welche mit ihm die Fläche $\frac{1}{2} F = \frac{1}{2} \varepsilon a e$ umgrenzt, zieht die Gerade AC senkrecht zu AD bis zum Schnittpunkte C mit dem aus dem Radmittelpunkte M mit dem Halbmesser $\frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreise, zieht CM bis zum Schnittpunkte U mit dem Radumfang und endlich AN senkrecht zu MU bis zum Durchschnittspunkte N mit dieser Geraden; dann ist $h_2 = NU$. Wie diese Bestimmung mit Rücksicht auf einige untergeordnete Umstände noch etwas corrigirt werden kann, und wie man zu verfahren hat, wenn der Punkt C in der Zeichnung nicht zugänglich ist, findet sich in §. 14 besprochen.

h_3 ist ein bei Kropfrädern durch die Spielräume verursachter Gefällverlust. In dem gewöhnlichen Falle eines Rades mit seitlich geschlossenem Kranz kann gesetzt werden:

$$h_3 = \mu \sqrt{2g}\, \frac{Rs}{eQ} \left[b \int_0^{\vartheta} y \sqrt{z}\, d\varphi + \frac{4}{3} \int_0^{\vartheta} x D\, d\varphi \right]$$

mit
$$\int_0^\vartheta y\sqrt{z}\,d\varphi = \frac{\vartheta}{6}\left(2y_1\sqrt{z_1} + y_2\sqrt{z_2} + 2y_3\sqrt{z_3}\right)$$

$$\int_0^\vartheta x D\,d\varphi = \frac{\vartheta}{6}\left(2x_1 D_1 + x_2 D_2 + 2x_3 D_3\right)$$

$$D = \frac{z'\sqrt{z'} - z''\sqrt{z''}}{\sin\varphi}; \ \mu\sqrt{2g} = 3{,}4.$$

φ ist in Bogenmass der Winkel zwischen dem nach einem (längs der Radbreite sich erstreckenden) Hauptspalt und dem nach dem untersten Umfangspunkte U gezogenen Halbmesser,

ϑ der Werth von φ, bei welchem der Durchfluss durch die Spalten beginnt,

s die Spaltweite,

x die Höhe des Wasserspiegels in einem Schaufelraume über dem Unterwasserspiegel,

y die Höhe desselben über dem Wasserspiegel im nächst unteren Schaufelraume,

z seine Höhe über dem Hauptspalt zwischen beiden Schaufelräumen, falls dieselbe $< y$ ist, sonst $z = y$,

z' seine Höhe über dem unteren, z'' diejenige über dem oberen Endpunkte jeder der betreffenden Seitenspalten.

Die Indices 1, 2, 3 entsprechen bezw. $\varphi = \frac{1}{4}\vartheta, \frac{1}{2}\vartheta, \frac{3}{4}\vartheta$.

Im Falle eines Rades mit seitlich offenem Kranz ändert sich der Ausdruck von h_3 theilweise, wie aus §. 15 zu ersehen ist. —

Q_1 bezieht sich nur auf unterschlächtige Räder. Das Verhältniss dieses Wasserverlustes zu Q ist höchstens

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{1}{a_1}\left[s + \frac{e^2}{24\,R}\left(\frac{u}{u-v}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

kann aber durch passende kropfartige Anschmiegung des Gerinnebodens an das Rad längs einem Bogen

$$= e\frac{u}{u-v}$$

bis auf nahe $\frac{Q_1}{Q} = \frac{s}{a_1}$ reducirt werden; a_1 bedeutet die Tiefe des dem Rade unmittelbar zufliessenden Wasserstroms. —

Der Effectverlust E_1 ist im Allgemeinen:

$$E_1 = E_w + E_l + E_z + \alpha E_0 \; \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

Dabei bedeutet E_w den Effectverlust durch die Wasserreibung im Kropf bei Kropfrädern, welcher

$$E_w = 0{,}4\, l b v^3$$

gesetzt werden kann, unter l die gesammte Bogenlänge der Berührungsfläche des Wassers mit dem Kropfgerinne verstanden.

E_l, der Effectverlust durch den Luftwiderstand, ist ungefähr

$$E_l = m z a b v^3$$

mit $m = 0{,}06$ bis $0{,}12$, am grössten bei seitlich offenem Radkranz und radial gerichteten Schaufeln.

Zu vorläufig angenäherter Schätzung des Effectverlustes durch die Zapfenreibung:

$$E_z = \mu G \frac{r}{R} v$$

mit $\mu = 0{,}06$ bis $0{,}1$ kann das Gewicht des Rades

$$G = 400\, b R (H + 1) \text{Kgr.}$$

und der Zapfenhalbmesser

$$r = 0{,}0004 \sqrt{G} \text{ Mtr.}$$

gesetzt werden.

Der Coefficient α der schliesslichen Zugabe αE_0 ist bei eisernen Rädern $= 0{,}01$ bis $0{,}02$, bei hölzernen $= 0{,}03$ bis $0{,}04$ anzunehmen.

§. 18. Wahl der Radelemente.

Nach dem Vorhergehenden lassen sich der Nutzeffect E und der Wirkungsgrad η eines Wasserrades berechnen, dessen Elemente in Betreff seiner Form und Grösse, seiner Lage gegen den Ober- und den Unterwasserspiegel, sowie in Betreff seines Ganges und seiner Beaufschlagung gegeben sind. Auch könnte man sich nun die Aufgabe stellen, diese Radelemente so zu bestimmen, dass unter sonst gegebenen Umständen, insbesondere z. B. für gegebene Werthe von Q und H oder von E bezw. N und H der Wirkungsgrad η ein Maximum wird. Abgesehen davon indessen, dass bei der grossen Zahl zu bestimmender Elemente und bei der Zusammengesetztheit ihrer Beziehungen zu η die strenge Durchführung dieser Aufgabe auf kaum überwindliche Schwierigkeiten führt, würde für die praktische Ausführung nicht viel dadurch gewonnen werden, weil auf diese namentlich der Kostenpunkt von wesentlich mitbestimmendem Einflusse ist, abgesehen von anderweitigen praktischen Erwägungen, die ebenso wenig bei jener Rechnung die ihnen gebührende Berücksichtigung fänden.

So wird man dahin geführt, für die Mehrzahl der fraglichen Radelemente solche Werthe oder Verhältnisse anzunehmen, welche sich bewährt haben. An solche erfahrungsmässige Mittelwerthe darf man sich nur nicht zu streng binden; auf Grund der im Vorhergehenden bestimmten Effectverluste und ihrer Abhängigkeitsgesetze wird man vielmehr beurtheilen können, in welchem Sinne und ungefähren Betrage sie in einem gegebenen Falle zu modificiren sind, jenachdem es gerade mehr darauf ankommt, die Kosten möglichst klein oder η möglichst gross zu erhalten. Auch durch die Localverhältnisse und durch die besondere Art der gewählten Construction können Abweichungen bedingt werden, welche der jeweiligen Beurtheilung anheimgestellt bleiben müssen.

Vor Allem können die fraglichen Radelemente von der Art des Rades, also davon abhängig sein, ob dasselbe als ober- oder rückenschlächtiges freihängendes Zellenrad, als rücken-, mittel- oder tiefschlächtiges Kropfrad, als unterschlächtiges Stossrad oder als Poncelet-Rad gebaut werden soll. Die passende Wahl in dieser Hinsicht hängt von Q und H ab, worüber einige Angaben bei der Besprechung der einzelnen Arten von Rädern werden gemacht werden. Ist ausser H nicht unmittelbar Q, sondern N bezw. $E = 75\,N$ gegeben, so kann Q aus der Gleichung

$$E = \eta\,.\,1000\,QH$$

mit einem angenommenen Werthe von η vorläufig gefunden werden; wie solche Werthe für die verschiedenen Arten von Rädern passend anzunehmen sind, wird gleichfalls später besprochen.

1) Der Halbmesser R ist nach getroffener Wahl in Betreff der Art des Rades im Grossen und Ganzen durch H bestimmt.

Bei dem oberschlächtigen Rade pflegt mit Rücksicht auf die passende Anordnung des Einlaufs das Wasser nicht genau an der höchsten Stelle eingeführt, sondern der mittlere Eintrittspunkt J um ungefähr 10^0 vom höchsten Punkte O der Radperipherie im Sinne ihrer Bewegung entfernt angenommen zu werden. Wird dieser Winkel allgemein mit δ bezeichnet, während h das auf die Erzeugung der Einlaufgeschwindigkeit u verwendete Gefälle bedeutet, h_1 den Betrag des Freihängens, so ergiebt sich R aus der Gleichung:

$$R\,(1 + \cos\delta) = H - h - h_1 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (1),$$

nachdem die übrigen darin ausser dem gegebenen Gefälle H vorkommenden Grössen angenommen oder bestimmt worden sind.

Für ein rückenschlächtiges Rad kann R etwas $< \frac{2}{3} H$, für ein mittelschlächtiges etwas $< H$, für ein tiefschlächtiges $= 2$ bis 4 Mtr. angenommen werden. Bedeutet in allen diesen Fällen ϑ den Winkel zwischen dem vertical abwärts gerichteten und dem nach dem mittleren Eintrittspunkte J gezogenen Halbmesser, t die Tiefe des Eintauchens in das Unterwasser, so ist

$$R(1 - \cos \vartheta) = H - h + t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

wodurch hier ϑ bestimmt ist, wenn nebst R auch die übrigen Grössen festgesetzt sind.

Bei den unterschlächtigen Rädern steht R noch weniger, als bei tiefschlächtigen, in einer nothwendigen Beziehung zu H; gewöhnlich macht man hier $R = 2 - 3$ Mtr.

2) In Betreff des Verhältnisses der Geschwindigkeiten u und v, durch welches nach der Annahme von v (siehe unter 3) auch u bestimmt ist und somit die u. A. in den Gleichungen (1) und (2) vorkommende Grösse

$$h = (1 + \zeta)\frac{u^2}{2g},$$

kann man von folgender Erwägung ausgehen.

Abgesehen von unterschlächtigen Rädern, welche in dieser wie in anderen Hinsichten einer besonderen Untersuchung bedürfen und später unterzogen werden sollen, kann das Gefälle H im Ganzen als aus zwei Theilen bestehend betrachtet werden:

$$H = H' + H'',$$

von denen der erste zum Einfluss des Wassers in das Rad und zur Stosswirkung in ihm, der zweite zu unmittelbarer Druckwirkung des von dieser Höhe H'' niedersinkenden Wassers verwendet wird. Nur das Ausnutzungsverhältniss des ersteren Gefälletheils H' ist von dem in Rede stehenden Verhältnisse der Geschwindigkeiten u und v abhängig, und zwar kann man sich fragen, bei welchem Werthe dieses Geschwindigkeitsverhältnisses

$$\frac{h'}{H'} = max$$

ist, wenn h' den der Stosswirkung thatsächlich zugutkommenden Theil von H' bedeutet. Dieser Theil ist aber derjenige, welcher von H' übrig bleibt nach Abzug des Stossverlustes $\frac{w_1^2}{2g}$ und der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$, die der absoluten Ausflussgeschwindigkeit v des Wassers aus dem Rade entspricht, so dass die Forderung auf die Form gebracht werden kann:

$$\frac{h'}{H'} = \frac{H' - \frac{w_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}}{H'} = max \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3).$$

Die verschiedenen Wassertheilchen der Füllung eines Schaufelraums kommen nach und nach zum Stoss, und es entsprechen ihnen also streng genommen verschieden grosse Bestandtheile H' und H'' von H, nach und nach grössere Werthe von H', kleinere von H''; im Durchschnitt kann jedoch H' = der Höhe des Oberwasserspiegels über dem Wasserniveau eines Schaufelraums in dem Augenblicke gesetzt werden, in welchem die Hälfte seiner Füllung in ihm zum Stoss und näherungsweise zu relativer Ruhe gelangt ist, also = der Höhe des Oberwasserspiegels über der Horizontalen CKD in der Fig. 7, welche beispielsweise den Verhältnissen eines oberschlächtigen Rades (mit übertrieben gross gezeichneter Kranzbreite) angepasst ist. Diese Höhe ist = der Geschwindigkeitshöhe $\frac{u_1^2}{2g}$, womit das mittlere Wassertheilchen im Punkte K zum Stosse kommt, vermehrt um die Widerstandshöhe $\zeta\frac{u^2}{2g}$, die durch die Widerstände der Schütze und überhaupt des Einlaufs verloren gegangen ist, und es wäre also in Gl. (3)

$$H' = \frac{u_1^2}{2g} + \zeta\frac{u^2}{2g}$$

zu setzen. Setzt man aber statt dessen

$$H' = \frac{w_1^2}{2g},$$

so setzt man damit den Zähler und den Nenner in der Regel nur unerheblich zu klein, jenen freilich verhältnissmässig mehr zu klein, als diesen, so dass die sich theilweise compensirenden Fehler noch weiter ausgeglichen werden können, indem der Zähler des Bruches (3) dadurch etwas vergrössert wird, dass die Geschwindigkeit v_1 des Radpunktes K an die Stelle der Umfangsgeschwindigkeit v gesetzt wird. So ergiebt sich näherungsweise die Forderung:

$$\frac{h'}{H'} = \frac{u_1^2 - w_1^2 - v_1^2}{u_1^2} = max \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

oder, da in dem Dreieck, dessen Seiten u_1, v_1, w_1 sind, deren erstere den Winkel α_1 $(= \varphi_1 - \psi_1$ in Fig. 7) einschliessen mögen,

$$w_1^2 = u_1^2 + v_1^2 - 2 u_1 v_1 \cos \alpha_1$$

und somit $u_1^2 - w_1^2 - v_1^2 = 2 v_1 (u_1 \cos \alpha_1 - v_1)$ ist,

$$\frac{h'}{H'} = 2 \frac{v_1}{u_1} \left(\cos \alpha_1 - \frac{v_1}{u_1} \right) = max \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5).$$

Ihr entspricht

$$\frac{v_1}{u_1} = \frac{1}{2} \cos \alpha_1; \quad max \frac{h'}{H'} = \frac{1}{2} \cos^2 \alpha_1 \ldots \ldots \ldots \quad (6).$$

Da $\cos \alpha_1$ nur wenig < 1 zu sein pflegt und v_1 etwas $< v$ ist, kann näherungsweise

$$v = \frac{1}{2} u_1$$

gesetzt werden, also wegen $u_1 > u$:

$$v > \frac{1}{2} u; \quad u < 2v \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7),$$

und zwar wird es angemessen sein, um so mehr $u < 2v$ zu machen, je kleiner α_1 (je grösser $\cos \alpha_1$) und je mehr $u_1 > u$ ist. Im Durchschnitt ist

$$u = 1{,}75\, v$$

ein passendes und übliches Verhältniss.

Bei freihängenden Zellenrädern mit im Sinne des Umfangs gestreckten Schaufeln kann u_1 erheblich $> u$ sein, weil das Wasser vom mittleren Eintrittspunkte J bis zum Stosspunkte K einen verhältnissmässig grossen Weg zu durchlaufen hat, und es sollte insofern hier u erheblich $< 2v$ sein. Wenn trotzdem gerade bei solchen Rädern oft $u = 2v$ angenommen wird, so hat es, wenigstens bei oberschlächtigen Rädern mit unventilirten Zellen, den Vortheil, dass nach Gl. (8), §. 13 die Länge des Einlaufbogens

$$i = \frac{\varepsilon a v}{w \sin \beta}, \text{ nahe } = \frac{\varepsilon a}{\left(\frac{u}{v} - 1 \right) \sin \beta}$$

wegen w nahe $= u - v$, um so kleiner wird, also um so eher, wie es verlangt werden muss, erheblich $< e$ gehalten werden kann, je grösser $\frac{u}{v}$ ist. Uebrigens hat die Veränderung dieses Geschwindigkeitsverhältnisses von beispielsweise 1,75 bis 2 nur sehr geringen Einfluss auf den verhältnissmässigen Effectverlust, wie daraus zu folgern ist, dass die Function

$$f(x) = x(2 - x),$$

welche für $x = 1$ am grössten, und zwar $f(1) = 1$ ist, für $x = \frac{2}{1{,}75} = \frac{8}{7}$ den Werth annimmt:

$$f\left(\frac{8}{7}\right) = \frac{8}{7} \cdot \frac{6}{7} = \frac{48}{49},$$

der um nur 2 % kleiner, als das Maximum ist. Eine solche Differenz kann bei freihängenden Zellenrädern (ober- und rückenschlächtigen Rädern), bei welchen H' einen nur mässigen Theil von H ausmacht, sowie überhaupt mit Rücksicht auf den Genauigkeitsgrad der ganzen hier in Rede stehenden Schätzung kaum in Betracht kommen.

3) Die Umfangsgeschwindigkeit v ist bei unterschlächtigen Rädern in weiterhin näher zu besprechender Weise von u und somit, da bei ihnen das ganze Gefälle $H = (1 + \zeta)\frac{u^2}{2g}$ zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit verwendet wird, von H abhängig.

Bei den übrigen Rädern ist η in geringerem Grade durch v bedingt, und genügt es, schätzungsweise die sich entgegenstehenden Rücksichten bei der Wahl von v gegen einander abzuwägen. Für ein kleineres v spricht der Umstand, dass aus mehreren Gründen der Wirkungsgrad mit abnehmendem v wächst; insbesondere sind stets die Gefällverluste $\frac{w_1^2}{2g}$ (bei entsprechender Wahl von u) und $\frac{v^2}{2g}$ sowie auch die Effectverluste E_w und E_l um so kleiner, je kleiner v. Je kleiner aber v, desto grösser müssen wegen $Q = \varepsilon abv$ unter sonst gegebenen Umständen a und b gemacht werden, womit die Kosten des Rades wachsen. (Dass gleichfalls das Gewicht G und der Zapfenhalbmesser r zunehmen, kann in Beziehung auf den Werth von E_z durch das kleinere v als nahe aufgewogen betrachtet werden.) Wenn ferner, wie gewöhnlich, die zu treibende Arbeitsmaschine schneller umlaufen muss, als das Rad, so wächst die nöthige Uebersetzung mit abnehmendem v, und ist sie dann im Allgemeinen kostspieliger und mit grösseren Arbeitsverlusten durch Reibung verbunden.

Bei freihängenden Zellenrädern ist von wesentlichem Einflusse auf η der Gefällverlust h_2 wegen des vorzeitigen Ausgusses der Zellen, welcher insofern auch von v abhängen kann, als dadurch eine denselben befördernde cylindrische Krümmung des Wasserspiegels in den Zellen bedingt wird. Diese Krümmung ist um so beträchtlicher, je grösser die Winkelgeschwindigkeit ω, also je grösser v bei gegebenem Werthe von R ist. Bei Kropfrädern ist dagegen statt h_2 der Gefällverlust h_3 von erheblichem

Einflusse auf η; er ist unter sonst gleichen Umständen um so grösser, je kleiner v.

Aus diesem Umstande, dass die Verkleinerung von h_2 ein möglichst kleines, die Verkleinerung von h_3 ein möglichst grosses v verlangt, könnte gefolgert werden, dass diese Umfangsgeschwindigkeit bei freihängenden Zellenrädern in der Regel kleiner, als bei Kropfrädern gemacht werden soll, wenn nicht zu bedenken wäre, dass die mit wachsendem v unter allen Umständen zunehmenden Gefällverluste $\frac{w_1^2}{2g}$ und $\frac{v^2}{2g}$, deren Summe mit den Bezeichnungen unter 2) $= H' - h'$ und nach Gl. (6) bei vortheilhaftester Wahl des Geschwindigkeitsverhältnisses $\frac{u}{v}$ wenigstens $= \frac{1}{2} H'$ ist, auf η von um so schädlicherem Einflusse sind, je grösser H' im Verhältnisse zu H ist, somit in der Regel von schädlicherem Einflusse bei mittel- und tiefschlächtigen Kropfrädern, als bei ober- und rückenschlächtigen Zellenrädern.

Unter diesen Umständen lässt man sich vorzugsweise von der Rücksicht auf eine angemessene Winkelgeschwindigkeit ω, bezw. auf eine angemessene Umdrehungszahl $n = 9{,}55\,\omega$ bei der Annahme von v leiten, indem man meistens zwischen den Grenzen 1 Mtr. und 3 Mtr. v um so grösser annimmt, je grösser R und je grösser die Geschwindigkeit der zu treibenden Arbeitsmaschine ist, abgesehen von anderweitigen Umständen, die in besonderen Fällen ausserdem in Betracht kommen können.

Bei kleinen Gefällen ist der Vergrösserung von v durch folgende Erwägung eine Grenze gesetzt. Da bei allen nicht unterschlächtigen Rädern

$$h = (1 + \zeta)\frac{u^2}{2g} < H$$

ist, muss

$$u < \sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}}, \quad \text{also } v < \frac{v}{u}\sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}}$$

sein, z. B.

$$v < 2{,}4\sqrt{H} \text{ für } \zeta = 0{,}1 \text{ und } u = 1{,}75\,v$$

$$v < 1{,}9\sqrt{H} \text{ für } \zeta = \frac{1}{3} \text{ und } u = 2\,v.$$

4) Der Füllungscoefficient $\varepsilon = \frac{Q}{abv}$ ist, um die Dimensionen a und b, somit die Kosten des Rades möglichst klein zu erhalten, so gross zu nehmen, wie die Rücksicht auf η gestattet. Bei freihängenden Zellenrädern wächst aber h_2 erheblich mit ε, wozu bei oberschlächtigen Rädern mit ihren unventilirten Zellen noch das Bedürfniss eines kleinen, dem

Füllungscoefficient proportionalen, Einlaufbogens i hinzukommt. Bei Kropfrädern ist zwar mit Rücksicht auf h_3 ein grosses ε vortheilhaft, doch setzt die Gefahr des Wasserverlustes durch die Luftspalten im Radboden eine Grenze, um so eher, je höher im Rade das Wasser einfliesst. Unter diesen Umständen sind passende und übliche Mittelwerthe:

bei oberschlächtigen Rädern $\varepsilon = \frac{1}{4}$,

bei rückenschlächtigen $\varepsilon = \frac{1}{3}$, falls sie freihängend sind, $\varepsilon = \frac{2}{5}$, falls der wasserhaltende Theil des Kranzes mit einem Kropf (wenn auch ohne Seitenwände) umgeben ist,

bei mittel- und tiefschlächtigen Rädern $\varepsilon = \frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{5}$. Letztere können im Allgemeinen auch für unterschlächtige Räder gelten.

5) Was die Dimensionen a und b betrifft, so ist, nachdem v und ε dem Obigen zufolge angenommen worden sind, zunächst ihr Product ab durch die Gleichung $Q = \varepsilon abv$ bestimmt. Daraus folgt b, wenn auch für a ein erfahrungsmässig passender Werth angenommen wird, gewöhnlich $a = 0{,}25$ bis $0{,}35$ Mtr. bei Zellenrädern, bezw. $= 0{,}35$ bis $0{,}45$ Mtr. bei Schaufelrädern. Auch kann im Anschlusse an empirische Formeln, welche Redtenbacher aus bewährten Ausführungen abgeleitet hat,

$$\frac{b}{a} = 2{,}25\sqrt[3]{N_0} \text{ bezw. } 2\sqrt[3]{N_0} \text{ bezw. } 1{,}75\sqrt[3]{N_0}$$

$$\text{bei } \varepsilon = \frac{1}{4} \quad \text{„} \quad \frac{1}{3} \quad \text{„} \quad \frac{1}{2}$$

gesetzt, und können dann a und b aus den Werthen von ab und von $\frac{b}{a}$ berechnet werden, wenigstens sofern a zwischen obigen Grenzen liegend gefunden wird, welche nur ausnahmsweise überschritten zu werden pflegen.

Auf das Poncelet-Rad finden diese Regeln keine Anwendung, indem bei ihm die Kranzbreite in später zu besprechender Weise wesentlich vom Gefälle abhängig gemacht werden muss.

6) Die Theilung e des Rades betreffend, durch welche in Verbindung mit dem Halbmesser R auch die Schaufelzahl z bestimmt ist, hat die Untersuchung der Effectverluste eine enge Schaufelung als vortheilhaft ergeben. Insbesondere ist das der Fall bezüglich auf h_2, h_3 und Q_1, während in keiner Hinsicht (mit Ausnahme allenfalls des unerheblichen Luftwiderstandes) ein kleines e, bezw. grosses z von nachtheiligem Einflusse auf den Wirkungsgrad ist. Auch giebt es für jede Schaufel

natürlich eine gewisse vortheilhafteste Lage gegen den einfliessenden Wasserstrahl, und muss es schon deswegen vortheilhaft sein, dass, wenn eine Schaufel jene Lage überschritten hat, möglichst bald die nachfolgende an ihre Stelle tritt. Indessen wird durch constructive und ökonomische Rücksichten, sowie auch durch die Rücksicht auf ε der Vergrösserung von z eine Grenze gesetzt, bei oberschlächtigen Rädern auch durch die Forderung, dass der Einlaufbogen i wesentlich $< e$ sein soll.

Im Allgemeinen wird $e =$ der Kranzbreite oder wenigstens das Verhältniss $\frac{e}{a}$ nur wenig von 1 verschieden gemacht, nämlich um so grösser, je kleiner a, etwa entsprechend der Formel:

$$e = 0{,}75\,a + 0{,}1.$$

b. Die einzelnen Arten von Wasserrädern.

Die im vorigen Paragraph besprochenen Regeln für die Wahl einiger der wesentlichsten Radelemente setzten H und Q, sowie die Art des Rades als gegeben voraus. Statt Q ist aber oft ein verlangter Nutzeffect E, bezw. $N = \frac{E}{75}$ gegeben, vermittels dessen und des Gefälles H zur Anwendung jener Regeln und vielleicht auch behufs passender Wahl in Betreff der Art des Rades die nöthige Aufschlagwassermenge Q erst ermittelt werden muss gemäss der Gleichung:

$$N = \frac{1}{75} \cdot \eta \cdot 1000\,Q\,H,$$

woraus

$$Q = \frac{0{,}075}{\eta}\,\frac{N}{H}$$

folgt, jedoch erst gefunden werden kann, wenn ausserdem η genügend bekannt ist. Zur Vermittlung dieser vorläufig genügenden Kenntniss ist es hier hauptsächlich die Aufgabe, den Wirkungsgrad η für die verschiedenen Arten von Rädern näherungsweise als Function einiger Radelemente auszudrücken, von denen er ausser von der Art des Rades hauptsächlich abhängt, nämlich besonders als Function von H und von v.

Erst wenn Q bekannt ist, kann der Entwurf im Einzelnen durchgeführt und darauf endlich der Wirkungsgrad genauer berechnet werden auf Grund der in den Paragraphen 13—16 ermittelten Wirkungsgesetze der verschiedenen Effectverluste. Eine erhebliche Abweichung dieser