# Untersuchungen über den Energieverlust des Wassers in Turbinenkanälen

Oesterlin, Hermann

Berlin, 1903

2. Kapitel. Bestimmung der Geschwindigkeiten des Wassers aus den Druckhöhen

urn:nbn:de:bsz:31-274039

An jedem der 4 Kanäle wurden dann noch 2 gleiche, geradlinige gußeiserne Verlängerungsstücke zwischen den vorstehenden Blechen befestigt, und zwar immer dieselben. Der Ausflußquerschnitt und die Breite b bleibt bei allen fast konstant (b = 160 mm). Auch hier wurde ein ruhiger Einfluß des Wassers durch ein Übergangsstück und durch geradlinige Verlängerung der Kanäle vor dem Einflußquerschnitt erhalten.

Die Druckhöhenmessungen waren mittelst in die Gußplatten eingesetzter Messingröhrchen zuerst im Einflußquerschnitt und dann in einem Querschnitt des Verlängerungsstückes vorzunehmen. Der Verlust, der zwischen diesen beiden Querschnitten durch Reibung eintrat, konnte also nach der Messung der Wassermenge am Überfall aus den Versuchswerten (Tabelle 5, 6, 7, 8) (Tafel V) berechnet werden. Im Ausflußquerschnitt selbst waren keine sicheren Messungen vorzunehmen, da die Bleche am Ende nicht mehr so genau senkrecht zwischen den Gußplatten durch die Schrauben festgehalten werden konnten, wie längs des Kanales. Eine sehr genaue Querschnittsbestimmung ist aber bei der hohen Geschwindigkeit besonders am Ende der Kanäle unbedingt nötig.

Zu den aus Tafel V ersichtlichen Schaufelformen ist noch zu erwähnen, daß diese bei Kanal III mit einem Geschwindigkeitsriß wie oben, bei Kanal IV und V mittelst Kreisbögen und Tangenten konstruiert sind.

Kanal VI ist nicht gekrümmt und dient dazu bei gleicher Länge des Wasserfadens in der Kanalmitte mit Kanal IV den Einfluß der Krümmung zu zeigen. Weiteres über die Schaufelformen wird später mitgeteilt.

Der letzte, der Kanal VII unterscheidet sich von den anderen vor allem durch seine variable Breite (Tafel V). Er ist mittelst Geschwindigkeitsriß konstruiert und aus Messingblech zusammengelötet. Die Druckhöhen wurden im Querschnitt 1. u. 4. an Messingröhrchen gemessen (Tabelle 9).

---

2. Kapitel.

## Bestimmung der Geschwindigkeiten des Wassers aus den Druckhöhen.

Zur Lösung dieser Aufgabe sollen zunächst die hier in Betracht kommenden Gleichungen der Hydrodynamik aufgestellt werden.

In Turbinenkanälen, in welchen das Wasser eine gekrümmte Bahn beschreiben muß, steigt bekanntlich (Tafel 1. 3. 4.) der Druck von der konkaven nach der konvexen Seite hin an, und es kann die Größe der Zunahme berechnet werden. — Ein Wasserteilchen von der Gestalt eines unendlich kleinen rechtwinkeligen Parallelepipedons bewege sich so durch den Kanal, daß seine eine Achse in die Richtung seiner Geschwindigkeit fällt. Gibt dann F die Größe der zu dieser Achse parallelen Flächen und p den Flüssigkeitsdruck in kg/qm an, der auf die innere Fläche F wirkt, so ist die Kraft in Richtung der Bahnnormalen

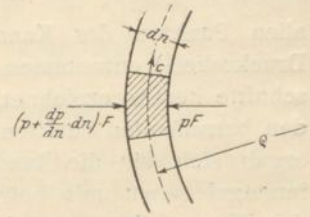

Fig. 6.

$$P = p\,F - \left(p + \frac{dp}{dn} \,.\, dn\right) F$$

$$P = - \frac{dp}{dn} \,.\, dn \,.\, F,$$

wenn $\frac{dp}{dn}$ die Zunahme des Flüssigkeitsdruckes in dieser Richtung pro Längeneinheit und $dn$ die gleichgerichtete Kantenlänge des Parallelepipedons bezeichnet.

Soll nun das mit der Geschwindigkeit c bewegte Wasserteilchen eine Kurve vom Krümmungsradius $\varrho$ beschreiben, so muß seiner Masse in radialer Richtung eine Beschleunigung $-\frac{c^2}{\varrho}$ durch obige Kraft erteilt werden. Bezeichnen wir demnach mit $\gamma = 1000$ das (spez.) Gewicht des Wassers pro cbm, mit $g = 9{,}81$ die Beschleunigung der Schwere und mit $h = \frac{p}{\gamma}$ die Druckhöhe als Wassersäule in m, so ist

$$-\frac{dp}{dn} \,.\, dn \,.\, F = - F \,.\, dn \,.\, \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{c^2}{\varrho},$$

1) . . . . . . . . . . . . . $$\frac{dh}{dn} = \frac{c^2}{g\varrho}.$$

Diese Gleichung wurde auf 2 Arten angewandt. Zuerst wurden in dem Kanal II zehn Wasserfäden in der Weise von den Rändern ausgehend aneinandergereiht, daß sie alle im Eintrittsquerschnitt 0 die gleiche Weite $dn_0$ und in anderen Normalschnitten die aus der Gleichung

$$dn = \frac{c_0}{c} \,.\, dn_0$$

berechnete Weite dn erhielten mit Verwendung der aus Gleichung 1 bestimmten Geschwindigkeiten c. Das Verhältnis $\frac{dh}{dn}$ konnte dabei a allen Punkten des Kanales aus dem durch den Versuch erhaltene Druckrelief[1]) entnommen werden, indem die Druckkurven der Normal schnitte herausgezeichnet, und die Größen der Tangenten an diese i den betreffenden Punkten festgestellt wurden. Der Krümmungsradius ergab sich für die Randfäden aus der Schaufelform, für die weite innengelegenen mit befriedigender Annäherung aus der Begrenzun des Wasserfadens, an den sie angereiht wurden. Leider trat in de Mitte des Kanales eine genaue Übereinstimmung der Wasserfäden nich ein; ebenso hatte auch folgende an dem Kanal I angestellte Unter suchung keinen Erfolg. Die Geschwindigkeit c wurde an mehrere Stellen der mittleren Normalschnitte aus Gleichung 1) dadurch bestimm daß man $\frac{dh}{dn}$ wiederum aus dem Druckrelief des Versuches, $\varrho$ aber au den in der Zeichnung (Tafel 1) eingetragenen hypothetischen kreis förmigen Bahnen entnahm. Die so gefundenen Werte c wurden übe der Kanalweite aufgetragen und der (durc Ausplanimetrieren der Fläche erhalten Mittelwert $c_1$ mit der durch Division de Wassermenge V (in cbm/Sek.) durch di Querschnittsfläche F (in qm) berechnete Geschwindigkeit $c_m = \frac{V}{F}$ verglichen. Anstat einer Übereinstimmung zwischen $c_1$ und $c_m$ stellte sich heraus, daß $c_1$ am Anfang de Kanales I kleiner, am Ende größer als $c_m$ wa Gleichzeitig stimmte die Geschwindigkeits kurve im Querschnitt 0 nicht mit der hie mit dem Pitot-Röhrchen gefundenen überein

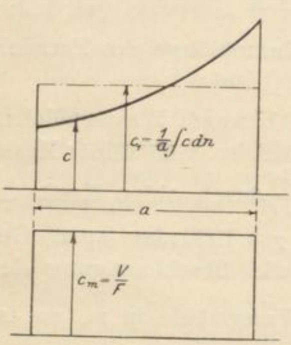


Fig. 7.

Der Grund, weswegen Gleichung 1 keine richtigen Resultate ergab, kann nur darin liegen, daß de Krümmungsradius $\varrho$ der Bahn der Wasserteilchen nicht genau fest zustellen ist. Am Rande der einzelnen Wasserfäden kommen Teilchen in Rotation und diese Teilchen können ihre Rotationsenergie nur in Wärme umsetzen. Ferner muß, wie sich später zeigt, Energieaustausch durch Reibung zwischen den einzelnen Wasserfäden angenommen werden.

Der neue Weg, der jetzt eingeschlagen wurde, beruht auf folgende Überlegung[2]). Befindet sich ein Wasserteilchen in Gestalt eines un

[1]) Brauer, Turbinentheorie. Kap. XI. S. 109. Die Druckhöhen sind au Tafel I in ein Polarkoordinationssystem eingetragen.

[2]) Brauer, Turbinentheorie. Kap. 1.

endlich kleinen geraden Zylinders von der Grundfläche $dF$ und der Höhe $dl$ so in dem Kanal, daß seine Höhe senkrecht zu der Fläche gleichen Druckes gerichtet ist, dann wirkt an diesem Teilchen außer seiner Schwere $dG = \gamma \,.\, dF \,.\, dl$ die Kraft $dP = \frac{dp}{dl} \,.\, dl \,.\, dF$, wenn $\frac{dp}{dl}$ die Zunahme des Druckes pro Längeneinheit in Richtung der Achse angibt. Da nun meist bei Turbinenkanälen, jedenfalls bei horizontalen, $dG$ im Vergleich zu $dP$ ohne wesentlichen Fehler vernachlässigt werden kann, so fällt die Richtung der Beschleunigung des Wasserteilchens mit der der Kraft $dP$ zusammen, die Beschleunigung erfolgt also senkrecht zur Fläche gleichen Druckes. Diese Fläche kann aus den Versuchswerten in der Zeichnung bestimmt werden, und damit ist die Richtung der Beschleunigung in jedem Punkt des Kanales bekannt und die Konstruktion von Geschwindigkeitsrissen und Wasserfäden möglich.

Bei dem Kanal I wurde zunächst der Eintrittsquerschnitt 0, in welchem Geschwindigkeitsmessungen ausgeführt waren, in 8 Abschnitte von verschiedener Weite $dn$ so geteilt, daß durch jeden die gleiche Wassermenge floß. Darauf erfolgte die Aufzeichnung der Geschwindigkeitsrisse für die Wasserfäden an den Rändern mit Geschwindigkeitsrichtungen tangential an die Schaufeln und mit Beschleunigungsrichtungen normal zur Richtung der Druckgleichen an den betreffenden Punkten. Der Maßstab der Geschwindigkeitsrisse ist durch die bekannte Geschwindigkeit $c_0$ im Querschnitt 0 gegeben und die normalen Weiten $dn$ der Wasserfäden konnten aus der Gleichung

$$dn = \frac{c_0}{c} \cdot dn_0$$

berechnet werden. Ebenso wurden auch die anderen an die Randfäden anschließenden Wasserfäden gefunden nur, daß hier die Begrenzungslinie des benachbarten Wasserfadens für die Geschwindigkeitsrichtungen maßgebend war.

Nach Aufzeichnung aller 8 Fäden blieb in der Mitte des Kanales zwar auch wieder ein kleiner Streifen frei; ein Zeichen, daß noch ein Fehler vorhanden war. Dieser konnte aber hier durch Einführung des Teiles des Reibungsverlustes, welcher bei Bestimmung der Geschwindigkeiten aus den gemessenen Druckhöhen unberücksichtigt bleibt, beseitigt werden.

Die mittlere Geschwindigkeit $c_1$ des durch die konstruierten Wasserfäden fließenden Wassers ist nämlich größer als die Geschwindigkeit $c_m = \frac{V}{F}$ bei gleicher Wassermenge V, da die Summe der Normalschnitte f der Wasserfäden kleiner wird als der entsprechende z Mittellinie des Kanales normale Querschnitt F. Nur im Eintrittsqu schnitt 0 tritt infolge obiger Konstruktion Übereinstimmung ein.

Die hier angenommene Annäherung, daß die Normale zur Mitt linie des Kanales normal zu allen Wasserfäden stehe, ist zulässig, die Differenz der Wasserfadenquerschnitte normal zum Wasserfad und dem Querschnitt normal zur Kanalmittellinie unmeßbar klein i

Berechnet man nun die Geschwindigkeitshöhen $\frac{c_1^2}{2g}$ und $\frac{c_m^2}{2g}$, so m die Differenz

$$\frac{c_1^2}{2g} - \frac{c_m^2}{2g}$$

durch den bisher vernachlässigten Reibungsverlust pro 1 kg Wass verursacht sein. Andererseits aber wird man den ganzen wahr Energieverlust zwischen zwei Querschnitten $F_1$ und $F_2$ aus dem Ve such erhalten; er beträgt

$$U = h_{m_1} + \frac{c_{m_1}^2}{2g} - h_{m_2} - \frac{c_{m_2}^2}{2g}$$

wenn mit erlaubter Annäherung an Stelle des quadratischen Mitte

$\frac{c_m^2}{2g} = \frac{1}{F}\int \frac{c^2}{2g} \cdot dF$ das lineare Mittel $\frac{c_m^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{V}{F}\right)^2$ verwandt wir

und wenn $h_m$ die mittleren Druckhöhen in m bezeichnet, welche dur Ausplanimetrieren der über dem betreffenden Querschnitt aufgezeic neten Druckfläche gefunden wird. Die so berechneten Werte zeige daß ein großer Teil, am Ende des Kanales sogar der größere Te des ganzen Reibungsverlustes noch zu be stimmen bleibt, was in folgender Weis geschieht.

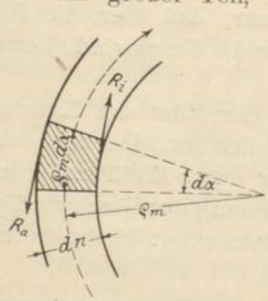

Fig. 8.

An einem zwischen zwei Normal schnitten befindlichen Element eines ge krümmten Wasserfadens von der mittlere in seiner Bahn liegenden Länge $\varrho_m\, d\alpha$, vo der Breite b und der zur Bahn normale Weite dn[1]) wirken infolge innerer Flüssig keitsreibung nach der Newtonschen Hypothes

[1]) Bei der Rechnung werden die Verhältnisse endlicher Differenzen im Sinne von Differentialverhältnissen verwandt.

$$\left(\text{Tangentialkraft in kg/qm} = \tau = k \cdot \frac{dc}{dn}\right)$$

eine beschleunigende Kraft

$$R_i = k \,.\, \varrho_i \, d\alpha_i \,.\, b \cdot \frac{dc}{dn}$$

auf der konkaven Seite und eine verzögernde Kraft

$$R_a = k \,.\, \varrho_a \,.\, d\alpha_a \,.\, b \cdot \left(\frac{dc}{dn} - \frac{d^2c}{dn^2} dn\right)$$

auf der konvexen Seite des Elementes, wenn k den Reibungskoeffizient von Wasser und $\frac{dc}{dn}$ die in den betreffenden Stellen vorhandene Zunahme der Geschwindigkeit pro Längeneinheit in Richtung des Krümmungsradius angibt, und zwar positiv bei Zunahme der Geschwindigkeit gegen den Mittelpunkt zu. Die Differenz dieser beiden Kräfte zeigt die Größe der der Geschwindigkeit c entgegengesetzt gerichteten Resultante

$$R = k \,.\, b \,.\left[\varrho_a \,.\, d\alpha_a \left(\frac{dc}{dn} - \frac{d^2c}{dn^2} \cdot dn\right) - \varrho_i \, d\alpha_i \cdot \frac{dc}{dn}\right]$$

oder, da mit der bei Kanal I auch für endliche Größen zulässigen Annahme

$$d\alpha_i = d\alpha_m = d\alpha_a ,$$

$$\varrho_i \, d\alpha_i = \varrho_m \, d\alpha - \frac{dn}{2} \, d\alpha \quad \text{und}$$

$$\varrho_a \, d\alpha_a = \varrho_m \, d\alpha + \frac{dn}{2} \cdot d\alpha$$

gesetzt werden möge, so ist

$$R = k \,.\, b \cdot \left[\frac{dc}{dn}\left(\varrho_m \,.\, d\alpha + \frac{dn}{2} \, d\alpha - \varrho_m \, d\alpha + \frac{dn}{2} \, d\alpha\right) \right.$$

$$\left. - \frac{d^2c}{dn^2}\left(\varrho_m \, d\alpha + \frac{dn}{2} \, d\alpha\right)\right]$$

$$R = k \,.\, \varrho_m \, d\alpha \,.\, dn \,.\, b \cdot \left[\frac{dc}{dn} \, \frac{1}{\varrho} - \frac{d^2c}{dn^2} - \frac{d^2c}{dn^2} \cdot \frac{dn}{2\varrho}\right].$$

Das letzte Glied der Klammer kann den beiden anderen gegenüb vernachlässigt werden, und es bleibt

$$2) \quad \ldots \ldots \quad R = k \,.\, \varrho_m \,.\, d\alpha \,.\, dn \,.\, b \,.\, \left(\frac{dc}{dn} \cdot \frac{1}{\varrho_m} - \frac{d^2c}{dn^2}\right)^{1)}$$

die das Wasserteilchen verzögernde Kraft infolge innerer Flüssigkeit reibung.

Die Einwirkung der Wandflächenreibung auf das Wasserelemen möge dagegen mit der Annäherung bestimmt werden, daß die dure sie erzeugte Tangentialkraft in einer Fläche F

$$T = \psi \,.\, F \,.\, c^2$$

beträgt, wenn $\psi$ den Koeffizient der Wandflächenreibung bezeichne Dann entsteht infolge Wandreibung des Elementes an beiden Kränze (an Deckel und Boden des Apparates) die Summe von zwei Tangentia kräften

$$3) \quad \ldots \ldots \ldots \quad P_0 = 2\,\psi\, dn \,.\, \varrho_m \,.\, d\alpha \,.\, c^2.$$

Ferner ist an einem an der inneren Schaufelfläche entlanglaufende Wasserteilchen die Tangentialkraft infolge Wandflächenreibung an de Innenwand

$$P_{0_i} = \psi \,.\, \varrho_i \,.\, d\alpha \,.\, b \,.\, c_i^2$$

und ebenso außen

$$P_{0_a} = \psi \,.\, \varrho_a \,.\, d\alpha \,.\, b \,.\, c_a^2.$$

Während aber k, der Koeffizient für innere Wasserreibung, be kannt ist[2]),

$$k = \frac{1}{8000} \cdot kg \,.\, m^{-2} \,.\, sek.$$

muß $\psi$, der Koeffizient der Wandflächenreibung, welche noch nich berücksichtigt ist, berechnet werden, bevor wir für jeden einzelnen der oben konstruierten Wasserfäden die Reibung einführen können.

Wir suchen zu diesem Zwecke zunächst die mittlere Verzögerung des Wassers aller acht Fäden infolge Reibung zwischen 2 Querschnitten auf. — Die Masse eines durch die Querschnitte begrenzten Wasser fadenelementes wird mit dem spezifischen Gewicht des Wassers $\gamma = 1000$ kg/cbm aus

---

[1]) Das Resultat stimmt mit der hypothetischen Gleichung im Kap. XI der Brauer'schen Turbinentheorie überein.

[2]) Brodmann, Untersuchungen über den Reibungskoeffizienten von Flüssigkeiten. Göttingen 1891.

$$M = \frac{\gamma}{g} \cdot \varrho d\alpha \,.\, dn \,.\, b$$

gefunden, und die Verzögerung, die das Element beim Durchfließen der Bahn $\varrho d\alpha$ infolge Reibung erleidet, ist für ein Element in der Mitte des Kanales

$$\varphi = \frac{R + P_0}{M}$$

für das Element an dem inneren Rande

$$\varphi_1 = \frac{R + P_0 + P_{0_i}}{M}$$

und für das Element an der äußeren Schaufel

$$\varphi_8 = \frac{R + P_0 + P_{0_a}}{M}.$$

Die mittlere Verzögerung aller acht Elemente erhält man somit bei dem gleichen Winkel $d\alpha$ aller Wasserfäden und bei konstanter Breite b aus

$$\varphi_m = \frac{\varphi_1 \, dn_1 \,.\, \varrho_1 + \varphi_2 \, dn_2 \,.\, \varrho_2 + \ldots\ldots + \varphi_7 \, dn_7 \,.\, \varrho_7 + \varphi_8 \, dn_8 \,.\, \varrho_8}{\varrho_m \,.\, \Sigma dn},$$

oder mit Einsetzung aller Werte

$$\varphi_m = \frac{\Sigma k \,.\, \varrho d\alpha \,.\, dn \,.\, b \cdot \left[\frac{dc}{dn} \cdot \frac{1}{\varrho} - \frac{d^2c}{dn^2}\right] \cdot \frac{g}{\gamma \,.\, \varrho d\alpha \,.\, b \,.\, dn} \cdot \varrho \,.\, dn}{\varrho_m \,.\, \Sigma dn} +$$

$$+ \frac{\Sigma \frac{2\psi \,.\, dn \,.\, \varrho d\alpha \,.\, c^2 \,.\, g}{\gamma \cdot \varrho d\alpha \,.\, b \,.\, dn} \cdot \varrho \,.\, dn}{\varrho_m \,.\, \Sigma dn} + \frac{\frac{\psi \,.\, dn_1 \,.\, \varrho_1 d\alpha \,.\, c_1^2 \,.\, g}{\gamma \,.\, \varrho_1 d\alpha \,.\, b \,.\, dn_1} \varrho_1 \,.\, dn_1}{\varrho_m \,.\, \Sigma dn} +$$

$$+ \frac{\frac{\psi \,.\, dn_8 \,.\, \varrho_8 \,.\, d\alpha \,.\, c_8^2 \,.\, g}{\gamma \,.\, \varrho_8 d\alpha \,.\, b \,.\, dn_8} \cdot \varrho_8 \,.\, dn_8}{\varrho_m \,.\, \Sigma dn}.$$

$$\text{4)} \quad \varphi_m = \frac{1}{\varrho_m \,.\, \Sigma dn} \left[\Sigma \frac{k \,.\, g \,.\, \varrho}{\gamma} \left(\frac{dc}{dn} \cdot \frac{1}{\varrho} - \frac{d^2c}{dn^2}\right) dn + \Sigma \frac{2\psi \,.\, g \,.\, \varrho}{\gamma} \cdot \frac{c^2}{b} \cdot dn + \right.$$

$$\left. + \frac{\psi \cdot g \cdot \varrho_1}{\gamma} \frac{c_1^2}{b} dn_1 + \frac{\psi \cdot g \cdot \varrho_8}{\gamma} \cdot \frac{c_8^2}{b} \cdot dn_8 \right].$$

Die so gefundene mittlere Verzögerung setzen wir der Verzögerung $\varphi_m$ der mittleren Geschwindigkeit zwischen zwei Querschnitten gleich, welche dem in der Mitte des Kanales freigebliebenen Streifen entspricht. Hat z. B. in einem Querschnitte 1. dieser Streifen die Breite $l_1$ und im nächsten 2. die Breite $l_2$, so ist diese Verzögerung

$$\varphi_m = (c' - c_{m_2}) \cdot \frac{1}{dt},$$

wenn

$$c' = \frac{V}{\left(a_2 - l_2 + l_1 \cdot \frac{a_2}{a_1}\right)} \text{ und}$$

$$c_{m_2} = \frac{V}{a_2 \cdot b_2}$$

und dt die Zeit bezeichnet, in welcher das Wasser den mittleren Weg zwischen den 2 Querschnitten mit der mittleren Geschwindigkeit

$$v = \frac{c_{m_1} + c_{m_2}}{2}$$

zurücklegt. Daher ist

$$5) \quad \ldots \ldots \quad \varphi_m = (c' - c_{m_2}) \frac{v}{\varrho_m \cdot d\alpha}.$$

Aus Gleichung 4) und 5) wurde nun $\psi$ bestimmt mit Verwendung der über den Querschnitten aufgezeichneten Geschwindigkeitskurven, wie sie sich aus den bis jetzt konstruierten Wasserfäden ergaben. Die Werte $\frac{dc}{dn}$ und $\frac{d^2c}{dn^2}$ wurden dabei durch Anlegen von Tangenten an die Geschwindigkeitskurven in den betreffenden Punkten gefunden.

Die innere Flüssigkeitsreibung ist bei Kanal I gegenüber der Wandflächereibung infolge der im Vergleich zum Umfang geringen Querschnittsfläche sehr klein, so daß jene bei der nun folgenden Neubestimmung der einzelnen Wasserfäden vernachlässigt werden konnte.

Von dem Eintrittsquerschnitt ausgehend wurde in allen Normalschnitten der Wasserfäden die mit Einführung der Reibung entstehende neue Weite berechnet. Von einem Querschnitt zum andern ist nämlich die Verzögerung eines Wasserelementes in der Mitte des Kanales infolge Wandflächenreibung

$$6) \quad \ldots\ldots \varphi \,.\, dt = \frac{P_0\,dt}{M} = \frac{2\psi \,.\, \varrho d\alpha \,.\, dn \,.\, v^2}{\frac{\gamma}{g} \,.\, \varrho d\alpha \,.\, dn \,.\, b} \,.\, \frac{\varrho d\alpha}{v}$$

$$= \frac{g \,.\, \psi}{\gamma} \cdot \varrho d\alpha \cdot v \cdot \frac{2}{b},$$

wenn v die mittlere Geschwindigkeit in dem alten Wasserfaden zwischen den 2 Querschnitten darstellt. Für ein Element der Randfäden wird diese Verzögerung:

$$\varphi \,.\, dt = \frac{g \,.\, \psi}{\gamma} \cdot \varrho d\alpha \cdot v \cdot \frac{2}{b} + \frac{\psi \,.\, b \,.\, \varrho d\alpha \,.\, v^2}{\frac{\gamma}{g} \cdot \varrho d\alpha \,.\, dn \,.\, b} \cdot \frac{\varrho d\alpha}{v}$$

$$= \frac{g \,.\, \psi}{\gamma} \cdot \varrho d\alpha \left(\frac{2}{b} + \frac{1}{dn}\right) \cdot v.$$

Die neuen Weiten $dn'$ der einzelnen Wasserfäden folgen dann aus

$$7) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots dn' = dn \cdot \frac{c}{c - \varphi\, dt}$$

und werden in den Kanal von den Rändern ausgehend eingetragen. Eine Übereinstimmung der Fäden in der Mitte mußte dabei eintreten, da $\psi$ in den verschiedenen Abschnitten des Kanales berechnet war. Nun wurden nochmals die neuen Geschwindigkeiten

$$c' = \frac{dn_0}{dn'} \cdot c_0$$

über den Kanalquerschnitten aufgezeichnet (Tafel 2), und durch Ausplanimetrieren die mittleren Geschwindigkeiten in denselben gefunden. Als Beweis der Richtigkeit der Geschwindigkeitskurven ergab sich, daß diese mittlere Geschwindigkeit in 9 Querschnitten mit der Geschwindigkeit $c_m = \frac{V}{F}$ übereinstimmte. Auch die durch Parabelmessungen erhaltenen Ausflußgeschwindigkeiten und die Form des ausfließenden Strahles lassen die im Querschnitt 5 erhaltene Geschwindigkeitskurve als richtig erscheinen. Leider ist es infolge Unsicherheit der Druckkurven am Ende des Kanales nicht möglich, die Wasserfäden bis zum Ausfluß zu verzeichnen, die Geschwindigkeitskurve im Querschnitt 5 gibt aber zusammen mit den Druckkurven genügenden Einblick über die Vorgänge im Kanal kurz vor dem Ausfluß.

Behalten wir nämlich das Bild der einzelnen Wasserfäden bei, s zeigen die Geschwindigkeitskurven im Verlauf des Kanales, daß d Geschwindigkeiten des inneren Randfadens bedeutend größer sind, a die äußeren, wie ja schon aus den Druckkurven zu schließen war. I ausfließenden Strahl aber ergeben die Parabelmessungen eine größe Geschwindigkeit auf der Außenseite als auf der Innenseite und d Geschwindigkeitskurve im Querschnitt 5 zeigt schon deutlich das A steigen der Geschwindigkeit auf der Außenseite. Die Erklärung d ganzen Vorganges ist folgende.

Aus den Druckkurven ist zu ersehen, daß für den inneren Ran faden und seine Nachbarn kurz vor dem Ausfluß Unterdruck eintri der dann ziemlich schnell wieder verschwinden muß, da im Ausfl selbst der Druck 0 herrscht. Infolge dieser Druckverteilung wird ab die Masse eines an der betreffenden Stelle befindlichen Wasserfade elementes plötzlich verzögert, während gleichzeitig bei den äußere Randfäden eine Beschleunigung eintritt. Ja es wird sogar die Ausflu geschwindigkeit außen größer wie innen, denn die Geschwindigkeit höhen richten sich bei dem gleichen Druck im ganzen Ausflußque schnitt nach den Reibungsverlusten der einzelnen Wasserfäden. D Wasser erleidet aber bei dem Durchfluß des inneren Fadens infolg größerer Geschwindigkeit größere Verluste durch Reibung als bei de Durchfluß des äußeren. Dabei tritt an einigen Stellen Energieaustaus zwischen den benachbarten Wasserfäden ein. Z. B. nimmt für d inneren Randfaden der spezifische Energiewert von Querschnitt 2 a zu und wird im Querschnitt 3 größer als das zur Verfügung stehen Gesamtgefälle, während die Energie der benachbarten Wasserfäde sehr verringert ist. Man erkennt dies aus den starken Einschnitte der Geschwindigkeitskurven, die ohne entgegengesetzte Schwankunge der Druckkurven erfolgen (Tafel II).

In Wahrheit sind die Wasserbewegungen in einem Turbinenkan nicht so einfach, wie sie durch die Vorstellung von Wasserfäden e scheinen; aber man muß diese Annäherung einführen, um überhau eine theoretische Behandlung der komplizierten Vorgänge zu e möglichen.

Noch eine weitere Betrachtung kann über den Verlauf der G schwindigkeitskurven angestellt werden. Es zeigt sich nämlich in alle Querschnitten, daß die Randgeschwindigkeit innen

$$8) \quad \ldots\ldots\ldots \quad u_i = k' \cdot c_m = k' \cdot \frac{V}{F}$$

und die Randgeschwindigkeit außen

$$9) \quad \ldots\ldots\ldots \quad u_a = k'' \cdot c_m = k'' \cdot \frac{V}{F}$$

ist und daß der Wert der Konstanten aus den Gleichungen

$$k' = \frac{r_m}{\varrho_i}$$

$$k'' = \frac{r_m}{\varrho_a}$$

$$r_m = \frac{\varrho_i + \varrho_a}{2}$$

berechnet werden kann, wenn $\varrho_i$ den Krümmungsradius der inneren und $\varrho_a$ den der äußeren Kanalwand angibt. Diese Gleichungen sind für die nun folgenden Betrachtungen wichtig.

3. Kapitel.

## Aufstellung einer Formel zur Berechnung des Energieverlustes, den das Wasser beim Durchfluß durch Turbinenkanäle erleidet.

Die theoretische Grundlage einer solchen Formel kann natürlich nur dadurch erlangt werden, daß man wiederum durch vereinfachende Annahmen die verwickelten Wasserbewegungen der Theorie zugänglich macht, besonders da hier der leichten Anwendung der Formel wegen der Kanalinhalt nur durch mittlere Normalschnitte, nicht durch Wasserfaden in einzeln zu betrachtende Teile zerlegt werden soll.

Schon bei der Aufstellung dieser mittleren Normalschnitte ist eine Annäherung nötig.

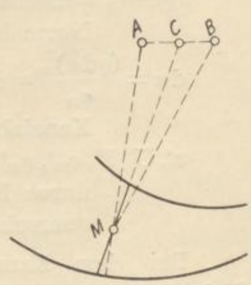


Fig. 9.

Von einem Punkte M im Kanal, der von beiden Schaufeln gleich weit entfernt ist, werden Normalen zu den Schaufeln gelegt, und auf diesen die entsprechenden Krümmungsmittelpunkte A und B der Schaufelkurven aufgesucht. Verbindet man dann die 2 Mittelpunkte durch eine Gerade, so wird der in der Mitte zwischen A und B liegende Punkt C von dem Krümmungsmittelpunkte des durch M gehenden Wasserfadens nicht sehr verschieden sein. Man kann daher einen durch M und C gelegten Schnitt als mittleren Normalschnitt durch den ganzen Kanal annehmen. Nach diesem Verfahren[1]) wurden Querschnitte in alle Kanäle eingezeichnet

[1]) Dasselbe ist einem von Prof. Brauer im Bezirksverein Karlsruhe des Vereines d. Ing. gehaltenen noch nicht veröffentlichten Vortrag entnommen.